SCRITTI

DI

LEONARDO PISANO

MATEMATICO DEL SECOLO DECIMOTERZO

PUBBLICATI

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI, E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL' ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO,
DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI NAPOLI,
E DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA

VOLUME I.

(LEONARDI PISANI, LIBER ABBACI)

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE
VIA LATA NUM.° 211
MDCCCLVII.

IL

LIBER ABBACI

DI

LEONARDO PISANO

PUBBLICATO

SECONDO LA LEZIONE DEL CODICE MAGLIABECHIANO
C. I, 2616, *Badia Fiorentina*, n.° 73.

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI, E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO,
DELLA REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI NAPOLI,
E DELLA PONTIFICIA ACCADEMIA DELLE SCIENZE
DELL'ISTITUTO DI BOLOGNA

ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE
VIA LATA NUM.° 211
MDCCCLVII.

Incipit liber Abaci Compositus a leonardo filio Bonacij Pisano In Anno. M° cc° ij.°

SCRIPSISTis mihi domine mi magister Michael Scotte, summe philosophe, vt librum de numero, quem dudum composui, uobis transcriberem: vnde uestrae obsecundans postulationi, ipsum subtiliori perscrutans ludagine ad uestrum honorem et aliorum multorum utilitatem correxi. In cuius correctione quedam necessaria addidj, et quedam superflua resecaui. In quo plenam numerorum doctrinam edidj, iuxta modum indorum, quem modum in ipsa scientia prestantiorem elegi. Et que arismetrica et geometria (*sic*) scientia sunt connexe, et suffragatorie sibi ad inuicem, non potest de numero plena tradi doctrina, nisi interseceantur geometrica quedam, uel ad geometriam spectantia, que hic tantum iuxta modum numerj operantur; qui modus est sumptus ex multis probationibus et demonstrationibus, que figuris geometricis fiunt. Verum in alio libro, quem de practica Geometrie composui, ea que ad Geometriam pertinent et alia plura copiosis explicaui, singula subiectis approbationibus geometricis demonstrando. Sane hic liber magis ad theoricam spectat quam ad praticam. Vnde qui per eum huius scientie practicam bene scire uoluerint, oportet eos continue usu et exercitio diuturno in eius praticis perstudere: quod scientia per practicam uersa in habitum, memoria et intellectus adeo concordent cum manibus et figuris, quod quasi uno impulsu et anelitu in uno et eodem instanti circa idem per omnia naturaliter consonent: et tunc cum fuerit discipulus habitudinem consecutus, gradatim poterit ad perfectionem huius facile peruenire. Et ut facilior pateret doctrina, hunc librum per .xv distinxi capitula : ut quicquid de his lector uoluerit, possit leuius inuenire. Porro si in hoc opere reperitur insufficientia uel defectus, illud emendationi uestre subicio.

Cvm genitor meus a patria publicus scriba in duana bugee pro pisanis mercatoribus ad eam confluentibus constitutus preesset, me in pueritia mea ad se uenire faciens, inspecta utilitate et commoditate futura, ibi me studio abbaci per aliquot dies stare uoluit et doceri. Vbi ex mirabili magisterio in arte per nouem figuras indorum introductus, scientia artis in tantum mihi pre ceteris placuit, et intellexi ad illam, quod quicquid studebatur ex ea apud egyptum, syriam, greciam, siciliam et prouinciam cum suis uariis modis, ad que loca negotiationis tam postea peragraui per multum studium et disputationis didici conflictum. Sed hoc totum etiam et algorismum atque arcus pictagore quasi errorem computaui respectu modi indorum. Quare amplectens strictius ipsum modum indorum, et attentius studens in eo, ex proprio sensu quedam addens, et quedam etiam ex subtilitatibus euclidis geometrice artis apponens, summam huius libri, quam intelligibilius potui, in .xv. capitulis distinctam componere laboraui, fere omnia que inserui, certa probatione ostendens, ut extra, perfecto pre ceteris modo, hanc scientiam appetentes instruantur, et gens latina de cetero, sicut hactenus, absque illa minime inueniatur. Si quid forte minus aut plus iusto uel necessario intermisi, mihi deprecor indulgeatur; cum nemo sit qui uitio careat, et in omnibus undique sit circumspectus.

Explicit prologus. Incipiunt capitula.

Incipit primum capitulum.

Nouem figure indorum he sunt

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Cvm his itaque nouem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur. Nam numerus est unitatum perfusa collectio sine congregatio unitatum, que per suos in infinitum ascendit gradus. Ex quibus primus ex unitatibus, que sunt ab uno usque in decem, constat. Secundus ex decenis, que sunt a decem usque in centum, fit. Tertius fit ex centenis que sunt a centnm usque in mille. Quartus fit ex millenis que sunt a mille usque in decem milia, et sic sequentium graduum in infinitum, quilibet ex decuplo sui antecedentis constat. Primus gradus in descriptione numerorum incipit a destera. Secundus uero uersus sinistram sequitur primum. Tertius secundum sequitur. Quartus tertium, et quintus quartum, et semper sic uersus sinistram gradus gradum sequitur. Figura itaque que in primo reperitur gradu se ipsam representat, hoc est: si in primo gradu fuerit figura unitatis, unum representat; si binarii, duo; si ternarij, tria, et ita per ordinem que secuntur, usque si nouenarij: nouem figure quidem que in secundo gradu fuerint, tot decenas representant, quot in primo unitates; hoc est si figura unitatis secundnm occupat gradum, denotat decem; si binarij, uiginti; si ternarij, triginta; si nouenarij, nonaginta.

Figura namque que in tertio fuerit gradu, tot ceutenas denotat, quot in secundo decenas, uel in primo unitates, ut si figura unitatis centum; si binarij, ducenta; si ter-

(1) Nei margini laterale esterno ed inferiore del *recto* della carta 1 del sopraccitato codice Magliabechiano *C. I.* 2616. *Badia Fiorentina* n.° 73, presso alla linea 40 ed ultima del medesimo *recto*, trovasi scritto in due linee in carattere più moderno del rimanente di questo *recto*: « Leonardi Pisani Algorismi Geometriae || Inter « Codices designatur num: 44: ».

narij, trecenta, et nouenarij, nongenta. Ipsa igitur que fuerit in quarto gradu tot millenas quot in tertio centenas, aut in secundo decenas, nel in primo nnitates denotat; et sic semper mutando gradum, numerus decuplando ascendit. Et ut hoc quod dictum est lucidius declarescat, ipsum cum figuris ostendatur. Si figura septenarij fuerit in primo gradu, et ternarij in secundo, ambe insimul 37 denotant; uel econtra : figura ternarij in primo, et septenarij in secundo, 73 denotabunt. Item si figura quaternarij fuerit in primo, et unitatis in secundo sic 14, nimirum .xiiij. denotabunt: uel si figura unitatis fuerit in primo, et quaternarij in secundo sic 41, denotabunt xlj. Rursus in primo 72, et in secundo faciunt 27; contrarinm enim facit 72. Si autem septuaginta tantum scribere uo||luerit, ponat iu primo gradu 0, et post ipsnm ponat figuram septenarii, sic 70; si octuaginta sequatnr zephyrum figuram octonarij sic 80: hac itaque demonstratione quemlibet numerum a decem usque in centum cum duabus figuris scribere potes. Cum tribus uero a centum scribitur usque in mille; nt si figura octonarii fuerit in primo, et quinarii in secundo, et unitatis in tertio 158, centnm quinquaginta octo denotabunt ; et econuerso : si figura unitatis fnerit in primo, et quinarii in secundo, et octonarii in tertio 851, octigenta et quinquaginta unum deuotabunt ; uel econtra : si figura octonarii fnerit in primo , et unitatis in secundo , et quinarii in tertio, denotabunt 518. Item si permutatim figura quinarii fuerit in primo, octonarii in secundo, et unitatis in tertio, denotabunt 185. Item si figura unitatis fuerit in primo, octonarii in secundo, et quinarii in tertio, nimirum denotabunt 581: tres uero unitates sic 111, centum undecim faciunt. Verum si quinquaginta tantum scribere uolueris, in primo et in secundo gradu ponas zephyra, et in tertio figuram quinarii hoc modo 500; et sic cum duobus zephyris quemlibet centenariorum numerum scribere poteris. Et si centenaria cum decenis sine unitatibus scribere uolueris, ponas in primo gradu zepbyrum, in secundo decenas, et in tertio centenas quas uolueris. Verbi gratia: si in primo gradu fiat zephyrum, et in secundo figura nonenarii, et in tertio binarii, denotabunt 290. Si autem absque decenis centenaria cum unitatibus scribere uolneris, pones in secundo gradu, scilicet in loco decenarii zephyrum, et in primo numerum unitatum quem uoluerit, et in tertio centenariorum: ut si in primo fuerit figura nonenarii, et in secundo zephyrum, et in tertio binarii 209; et sic secundum supradictam demonstrationem qualem nolueris , numerus a centum usque in mille scribes cum tribus figuris. Cum quattuor namque a mille usque in decem milia, ut in sequenti cum figuris numeris super notatis ostenditur.

fol. 2 recto.

M .i	MMxxiii	MMMxxii	MMMxx	MMMMMDC	MMM	Mcxi	Mccxxxiiii	MMMMcccxxi
1001	2 0 2 3	3 0 2 2	3 0 2 0	5 6 0 0	3000	1111	1 2 3 4	4 3 2 1

Et sic in reliquis numeris est procedendum. Cnm quinque namque figuris scribuntnr omnes numeri, incipiendo a decem milia usque ad centum milia. Cum sex uero, a centum milibus usque in mille milia, et sic deinceps, addendo figuram figuris, numerus gradatim in decuplnm ascendit. Vnde si contigerit quod aliquem numerum multarum figurarum propter multitudinem figurarum, quis legere nel intelligere nequeat, qualiter legere et intelligere ipsum debeat, ostendere procnrabo.

De prima itaque figura, hoc est de figura primi gradus, dicat unum.

De secunda que est in secundo gradu, dicat decem.

De tertia que erit in tertio gradu, dicat centum, et adcentet eam in superiori parte.

De quarta namque figura eiusdem numeri, dicat mille, et adcentet eam in inferiori parte.

De quinta uero dicat decem milia.

De sexta itaque centum milia, et adcentet eam in superiori parte.

De septima dicat mille milia, et adcentet eam rursum in inferiori parte.

De octaua dicat decem milia milium.

De nona dicat centum milia milium, et adcentet eam in superiori parte.

De decima dicat mille milia milium, et adcentet eam in inferiori parte; et sic semper per hos tres numeros, scilicet per millenos, et decem millenos, et centum millenos et adcentando millenos in inferiori parte, et centum millenos in superiori, usque fol. 2 verso ad ultimum gradum numeri studeat adcentare. Et inde | incipiat legere numerum ab ultimo gradu ipsius per acenta predicta, dicendo semper de inferioribus adcentis tot milia milium quot adcenta fuerint ante ipsa in inferiori parte uersus primum gradum, et de superioribus adcentis, dicens tot centum milia, quot adcenta fuerint ante ipsam in inferiori parte similiter uersus primum gradum numeri; et de figuris que non fuerint adcentate post quartum gradum numeri dicet tot decem millenas, quot adcenta fuerint ante ipsas in inferiori parte; et sic poterit cognoscere et legere qualem uoluerit numerum multarum figurarum. Et ut hoc melius intelligatur, quendam numerum octo figurarum proponamus 87654321. De uno namque qui est in primo gradu, dicet unum; de binario 2, que sunt in secundo, dicet decem; de ternario 3, qui sunt in tertio, dicet centum que adcententur in superiori parte. De quaternario est 4, qui sunt in quarto gradu, dicet mille, que adcententur in inferiori parte, ut in prescripto numero ostenditur. De quinario 5 qui est in quinto gradu, dicet decem milia; de senario 6 qui sunt in sexto gradu, dicet centum milia, que adcententur in superiori parte; de septenario 7 que est in septimo gradu, dicet mille milia que adcententur in inferiori parte; de octonario qui est in ultimo gradu, dicet decem milia: ergo habetur in supradicto numero octuaginta septem milia milium, propter duo inferiora adcenta, quorum unum est sub 7 et aliud sub 4, et insuper sexcenta quinquaginta quattuor miliaria, et insuper .cccxxi. Item proponamus alium numerum de nouem figuris 257604813, que pro ordine adcentato cognoscitur quod continetur in ipso ducenta quinquaginta septem milia miliaria, et sexcenta quattuor miliaria, et octingenta tredecim. Item alius numerus de tredecim figuris proponatur 1007543289081, pro cuius adcentis cognoscitur ipsum esse mille, septem milia milia miliaria, et quingenta quadraginta tria milia miliaria, et ducenta octuaginta nouem miliaria, et insuper octuaginta unum. Possumus enim aliam tradere regulam leuiam que (*sic*) poteris citissime legere numerum plurium figurarum. Verbi gratia: proponamus numerum 15 figurarum 678935784103296, dimissis tribus primis figuris, scilicet 296, super quibuslibet aliis tribus protrahe uirgulam in modum arcus ut in premisso exemplo; et pro qualibet uirgula dices; et illas tres figuras, quas in principio dimisistis, leges sicut stant; et sic dices sexcenta septuaginta octo milia milia milia milium, cum quattuor sint uirgule, et noningenta et triginta quinque milia milia milium, cum super sint tantum tres uirgule et septingenta octuaginta quattuor milia milium, cum

due super sint linee et 105 milia, cum una tantum sit uirgula, et 206 pro illis tribus quas in principio dimisisti: et si per ultimum cum remanent una figura uel due, pone ipsas sub ultima uirgula, et leges eas omnes .iiii.^{or} uel omnes quinque simul, et sic poteris legere numerum quot cumque poteris figurarum.

Paedictis figuris earumque gradibus secundum materiam superius descriptam cum frequenti usu bene cognitis, opportet eos qui arte abbaci uti uoluerint, ut subtiliores et ingeniores appareant scire computum per figuram manuum,secundum magistrorum abbaci usum antiquitus sapientissime inuentam. Que signa sunt hec. Curuatio auricularis digiti sinistre manus super medium uole .1. palme manus notat unum. Curuatio quidem eiusdem cum anulari similiter super mediam uolam duo, cum quibus curuatur medius tria. Curuatio autem anularis et medis 4 super mediam uolam. Curuatio uero medii tantum 5. Anularis 6. Positio quippe auricularis sursum super uolam 7, super quem locum cum ponitur auricularis et anularis notautur 8: positio quidem eorumdem cum medio super eundem locum .9. Cum ab extremitate indicis et pollice fit circulus in nodo pollicis, denotant 10. Cum pollex et index sunt extensi et tangunt se 20. Cum ab extremitate eorumdem sit circulus 30. Cum ponitur pollex super indicem in exteriori parte indicis 40. Curuatio pollicis super principium indicis 50. Curuatio indicis super curuatum pollicem 60. Curuatio indicis super extremitatem extensi pollicis 70. Curuatio itaque indicis super uirgulam extensi pollicis 80.- Item curuatio totius indicis in se 90. Centenaria quoque et miliaria fiunt in dextera manu eodem ordine, scilicet signum unitatis facit 100 in dextera manu; binarii quidem 200; decenarii autem mille, et signum nonagesimum facit 9000, ut in sequenti pagina (1) picttis (*sic*) manibus demonstratur. Componuntur itaque in manibus cum his signis omnes reliqui numeri qui sunt a decem usque iu decem milia hoc modo: ex signo uigenarii, et ex signo ternarii componuntur 23; et ex signo trium milium et ex signo quingentarum componuntur in dextera manu tria milia quingenta, et sic intelligas in reliquis.

---

(1) Nel suddetto Codice *C. I.* 2616 manca la intera carta, numerata 3, che doveva essere quella indicata colle parole « *sequenti pagina* » che trovansi nella linea 39 della carta 2 *verso* di questo codice, e nella linea 22 della presente pagina 5.

fol. 4 recto.

Introductiones in ac ditione (sic) *et multiprichatione numerorum*

2 *et* 2 *funt*		4
2	3	5
2	4	5
2	5	7
2	6	8
2	7	9
2	8	10
2	0	11
2	10	12
Ianua ternarii		
3 *et* 3 *funt*		6
3	4	7
3	5	8
3	6	9
3	7	10
3	5	11
3	0	12
3	10	13
Ianua quaternarii		
4 *et* 4 *funt*		8
4	5	0
4	5	10
4	7	11
4	5	12
4	9	13
4	10	14
Ianua Quinarii		
5 *et* 5 *funt*		10
5	0	11
5	7	12
5	8	13
5	0	14
5	10	15
Ianua senarii		
6 *et* 6 *funt*		12
8	7	13
6	8	14
5	9	15
6	10	15

Ianua sectenarii		
7	7	14
7	5	15
7	0	16
7	10	17
5 *et* 8 *funt*		16
8	0	17
5	10	18
9 *et* 9 *funt*		18
9	10	10
10 *et* 10 *funt*		20
20 et 20 funt		40
20	30	50
20	40	60
20	50	70
20	50	50
20	70	90
20	50	100
20	90	110
30 *et* 30 *funt*		60
30	40	70
30	50	50
30	60	90
30	70	190
30	80	110
30	00	120
40 *et* 40 *funt*		80
40	50	00
40	60	100
40	70	110
40	80	120
40	90	130
50 *et* 50 *funt*		100
50	60	110
50	70	120
50	50	130
50	90	140

50 *et* 50 *funt*		120
90	70	130
80	50	140
60	90	150
70 *et* 70 *funt*		140
70	50	150
70	90	160
80 *et* 80 *funt*		160
80	90	170
et	*funt*	
90	90	180
Explicunt inactiones		
Incipiunt multiplicationes		
De binario		
2 *uices* 2 *funt*		4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	5	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20
De ternario		
3 *uices* 3 *funt*		0
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	5	24
3	0	27
3	10	30
De quaternario		
4 *uices* 4 *funt*		15
4	3	20
4	6	24
4	7	28
4	5	32
4	0	36
4	10	40

De Quinario		
5 *uices* 5 *funt*		5
5	5	30
5	7	35
6	8	40
3	0	45
5	10	50
De senario		
6 *uices* 6 *funt*		35
6	7	42
5	8	48
5	0	54
5	10	60
De sectenario		
7 *uices* 7 *funt*		49
7	5	56
7	9	63
7	10	70
De octonario		
5 *uices* 8 *funt*		64
8	9	72
5	10	80
De nonenario		
9 *uices* 9 *funt*		81
9	10	90
De decenario		
10 *uices* 10 *funt*		100
10	20	200
Expliciunt multiplicationes		

Paescriptas itaque in tabulis iunctiones et multiplicationes in manibus addiscendo semper utantur colligere, vt animus pariter cum manibus in additationibus et multiplicationibus quorumlibet numerorum expeditior fiat. fol. 4 verso.

Incipit capitulum secundum de multiplicatione integrorum numerorum.

Capitulum secundum de multiplicationibus integrorum numerorum in octo partes diuidimus, ut differentie atque proprietates earum melius intelligantur. Quarum prima pars erit de multiplicatione duarum figurarum contra duas, atque unius figure contra plures. Secunda de multiplicatione trium figurarum contra tres, atque duarum figurarum in tribus. Tertia de multiplicatione quattuor figurarum contra quattuor, etiam et duarum figurarum et trium in quattuor figuris. Quarta de multiplicacione quinque figurarum in quinque. Quinta de multiplicatione plurium figurarum quam quinque, qualiter multiplicentur ad inuicem. Sexta de multiplicatione numerorum secundi gradus per numeros eiusdem gradus, hoc est duarum figurarum per duas, atque unius figure contra plures, qualiter cordetenus in manibus multiplicentur. Septima de multiplicatione trium figurarum per tres similiter qualiter in manibus cordetenus multiplicentur. Octaua de multiplicatione omnium numerorum alium modum.

Incipit pars prima de multiplicatione duarum figurarum contra duas.

Numerus se ipsum multiplicare dicitur, quando similis per similem multiplicatur, ut 12 per 12, uel 26 per 26. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando numeri se inuicem multiplicantes fuerint ad inuicem inequales, ut 12 per 37 et 46 et per 59: denique nos primum numeros secundi gradus ut promisimus, scilicet a 10 usque in centum in semetipsos multiplicare doceamus. Cum autem uis multiplicare aliquem numerum secundi gradus per aliquem numerum eiusdem gradus, sine equales sint numeri, siue inequales, scribes numerum sub numero, ita ut similis gradus sit sub simili gradu; et si numeri sunt inequales, sit maior sub minore, et incipiat multiplicationem a primo gradu numerorum in tabula prescriptorum. Siquidem multiplicet figuram primi gradus superioris numeri in tabula prescripti per figuram primi gradus subterioris, et scribantur unitates super primum gradum numerorum prescriptorum, et per unam quamque decenam retineat in manu sinistra unum: deinde multiplicet figuram primi gradus superioris numeri per figuram secundi gradus, per ultimam silicet subterioris numeri, et econtra: figura primi gradus subterioris multiplicetur per ultimam figuram superioris, et addantur in manu cum seruatis decenis; et itcrum unitates scribantur super secundum gradum, et retineantur in manu decene. Item multiplicetur ultima figura superioris numeri per ultimam subterioris, et quod ex multiplicatione euenerit cum seruatis decenis in manu super addatur, et unitates in tertio gradu, et decene super fuerint in quarto ponantur, et habebitur multiplicatio quorumlibet numerorum a decem usque in centum. Verbi gratia: ut si quesierit multiplicationem de 12 in 12, scribantur 12 bis in tabula dealbata in qua littere leuiter deleantur, sicuti in hac margine scriptum ceruitur, primus gradus subterioris numeri sub primo superioris, hoc est figura binarii sub figura binarii, et secundus gradus subterioris snb secundo superioris, scilicet figura unitatis sub figura unitatis, et multiplicet binarium per binarium, erunt 4, que ponat super utrumque binarium ut in prima descriptione posita sunt. Iterum multiplicentur superiora 2 qui est in secundo gradu inferioris numeri, erunt 2 que seruentur in manu, et multiplicet ite-

« tabula dealbata … dicimus, et » (fol. 4 verso, lin. 23-35; pag. 7, lin. 37 — pag. 8, lin. 8).

descriptio prima	4 12 12
Secunda	44 12 12
Vltima	144 12 12

rum 2 subterioris numeri per 1 superioris, erunt 2; que addat cum duobus superius seruatis, erunt 4, que ponat super unitatem utramque facient ipsa 4 secundum gradum, post priora posita 4 que fecerant primum gradum, ut in secunda descriptione describitur; et adhuc multiplicetur 1 de superiori numero per unum de subteriori, faciet 1; quod 1 scribatur in tertio gradu, scilicet post 44 descripta, ut in tertia et ultima descriptione ostenditur. Et in tot ascendit multiplicatio de 12 in se ipsa, scilicet 144.

Iterum ut lucidius clarescat, 37 per 37 multiplicentur. Scribantur quidem 37 sub 37, ut superius de 12 diximus, et multiplicentur 7 per 7, erunt 49: ponantur itaque 9 super utrumque 7 ut in prima descriptione ostenditur, et pro quattuor de decenis, que sunt in 49, seruentur 4 in manu, et multiplicentur 7 de superiori numero per 3 de inferiori, et 7 de inferiori per 3 de superiori, et iungatur insimul, erunt 42, quibus additis cum 4 superius seruatis, erunt 46: scribantur unitates de 46, que sunt 6 super utrumque 3, ut in secunda descriptione denotatur. Et 4 pro quattuor decenis que sunt in 46 | in manu seruentur, et adhuc multiplicentur 3 de superiori numero per 3 de inferiori, erunt 9; que adde cum 4 modo in manu seruatis, erunt 13: ponantur 3 de 13 in tertio gradu et 1 in quarto, ut continetur in tertia et ultima descriptione.

fol. 5 recto.

Qve multiplicatio .... multiplicationi de 1 (fol. 5 recto, lin. 3-15; pag. 8, lin. 17-36).

	9
prima	37
	37
	69
secunda	37
	37
	1369
proba est .1.	37
	37

Qve multiplicatio, si recta est, ita cognoscitur. Iungantur quidem figure que sunt in superioribus 37, scilicet 3 cum 7, erunt 10, de quibus dematur 9, remanebit 1, quod seruetur. Eodemque modo colligantur figure de 37 inferioribus, et demantur inde 9, remanebit similiter 1: multiplicetur ergo 1 quod remansit de superioribus 37 per 1 quod remansit de inferioribus, faciet 1, quod uocetur pensa uel portio, et seruetur in tabula super ipsam multiplicationem, ut in tertia descriptione cernitur: postea colligantur figure que sunt in summa multiplicationis, et de collecta quantitate demantur 9 quotiens potuerit; et si 1 remanebit sicuti pro pensa seruatum est, recta utique erit multiplicatio. Verbi gratia: ut si iunximus figuras que sunt in summa multiplicationis, scilicet 1 et 3 et 6 et 9, et erunt 19, de quibus extrahe bis nouenarium, remanebit 1, ut pro pensa prediximus eum debere remanere: uel de dictis 19 dele 9 que sunt in primo gradu ipsorum, remanebit similiter 1. Et nota cum additis figuris de 37, scilicet 3 cum 7, tunc diuidis 37 per 9, de qua diuisione remanet 1, sicut remansit ex 10 que procreata fuerint ex addictione 3 et 7, cum ex eis extracta fuerunt 9: nam residuum quod remanet ex quouis numero diuiso per 9, est summa que ponitur ex additatione omnium figurarum facientium ipsum numerum. Et notandum rursus, cum aliquis numerus diuiditur in partes, et una queque partium multiplicatur per aliquem numerum, sunt ille multiplicationes in unum collecte equales multiplicationi totius numeri diuisi in numerum, in quem multiplicate fuerunt omnes partes ipsius. Ergo multiplicationes de 36 per 37, et de 1 per 37 in unum coniuncte, equantur multiplicationi de 37 in 37. Sed ex multiplicatione de 36 in 37 prouenit numerus qui creatus est ex aliqua multitudine nouenariorum, cum 36 sint concreta ex nouenariis. Quare numerus surgens ex 36 in 37, si diuisus fuerit per 9, nichil ex eo remanebit indiuisibile. Item multiplicatio de 1 in 37, est equalis summe multiplicationis de 1 in 36 et de 1 in 1. Sed ex multiplicatione de 1 in 36 prouenit numerus qui integraliter diuiditur per 9: multiplicatio ergo de 1 in 1, scilicet 1, remanet indiuisibilis per 9. Ergo de 37 in 37 diuisa per 9 remanet 1, quod habetur ex collectione figurarum omnium que sunt in summa de 37 in 37, ut su-

perius inuenimus: uel ex dicta summa prohice 9, remanebunt 136, de quibus deme 3 et 6 cum coniunta faciant 9, remanebit similiter 1 indiuisibiles de 1369 diuisis per 9.

« Item si .... hac descriptione » (fol. 5 *recto*, lin. 23-28, pag. 9, lin. 3-10).

proba est .1.	
	9604
	98
	98

Item si multiplicare uis 98 per 98, scribantur ut predixi 98 sub 98 et multiplicentur 8 per 8, erunt 64: ponantur 4 super utrumque 8, et seruentur pro decenis in manu 6, et multiplicentur 8 per 9, erunt 72; et iterum econtra multiplicentur 8 de inferiori per 9 de superiori, erunt similiter 72, que iungantur cum aliis 72 et cum 6 in manu seruatis, erunt 150; et cum non sit unitas in predictis 150, ponendum est zephyrum super utrumque 9, et seruentur pro decenis in manu 15, et multiplicentur 9 per 9, erunt 81, que addantur cum 15 in manu seruatis, erunt 96, de quibus 96 scribantur 6 in tertio gradu et 9 in quarto, ut in hac descriptione cernitur. Modo uideamus si hec multiplicatio recta est: iungantur figure de superiori 98, scilicet 9 cum 8, et dematur 9, remanebunt 8. Iterum illud idem fiat de inferioribus 98, remanebunt similiter 8; et multiplicentur 8 per 8, erunt 64, de quibus extrahantur omnes nouene que sunt in eisdem 64, remanebit pro pensa 1, uel aliter: iungantur figure que suut in predictis 64, scilicet 6 cum 4, erunt 10, de quibus demantur 9, remanebit similiter 1, postea colligantur figure, que sunt in summa multiplicationis, scilicet 9 et 6 et 0 et 4 tamen non est necesse ut figura nouenarii colligatur in aliqua persimili probatione, cum nouenarius semper erit, ut extrahi precipiatur unde colligantur 6 et 9 et 4, erunt 10, de quibus demantur 9, remanebit 1 pro pensa, sicuti remanere oportebat. Cum autem uolueris multiplicare aliquem numerum de secundo gradu in se non habentem unitates, uel in primo gradu, ut in 10 et 40 uel 90, in quorum capitibus zephyrum semper esse necesse est, sic erit faciendum: scribarum (*sic*) numerum hoc ut supra dixi; et multiplicabitur secundus gradus per secundum tantum, et ponatur ante summe duo zephyra, et sic habebimus summam cuiuslibet dictarum multiplicationum. Vt pote si queratur multiplicatio de 70 in 70, scribantur itaque utraque 70 supradicto modo, et multiplicetur figura septenarii que est in secundo gradu superiori (*sic*) numeri per 7 inferioris, erunt 49, ante quem numerum ponantur duo zephyra, scilicet pro his que sunt ante utraque 7, faciunt 4900, que sunt summa quesite multiplicationis, scilicet queratur | de 37 in 49, scribantur 49 sub 37, scilicet maior numerus sub minori, et similis gradus sub simili gradu, ut in hac margine cernitur; et multiplicentur 7 per 9, erunt 63; ponantur 3 super 7, et pro decenis seruentur in manu 6, et multiplicentur 7 per 4 in cruce, erunt 28, que addantur cum 6 in manu seruatis, erunt 34. Item multiplicentur 9 per 3, erunt 27, que addantur cum 34, erunt 61: ponatur 1 super 3 et pro decenis seruentur in manu 6, et multiplicentur 3 per 4, erunt 12, que addat cum 6, erunt 18, que ponat post 13 superius posita, egredientur pro summa dicte multiplicationis 1813, ut hic ostenditur.

« gradu ut .... ponantur » (fol. 5 *recto*, lin. 35-38; pag. 9, lin. 20-21, lin. 27).

4900
70
70

fol. 5 *verso*.

« de 37 .... ostenditur » (fol. 5 *verso*, lin. 1-6; pag. 9, lin. 28-35).

	1813
proba est .4.	37
	49

Et si multiplicatio recta est, ita cognoscitur: diuidantur 37 per 9, hoc est, addantur figure de 37, scilicet 3 cum 7, erunt 10, de quibus demantur 9, remanebit 1, quod seruet; similiter addantur figure de 49, scilicet 4 cum 9, erunt 13, de quibus demantur 9, remanebunt 4, que multiplicet cum 1 seruato, erunt 4, que seruet pro pensa, et colligantur figure que sunt in summa multiplicationis, scilicet 1 et 8 et 1 et 3, erunt 13, de quibus demantur 9, remanebunt 4, ut oportet pro pensa remanere.

Procedit hic modus multiplicandi ex his que dixi superius de numero in partes diuiso, et multiplicato in alium quem uis numerum. Nam multiplicatio de 37 in 49,

equatur collectioni multiplicationum de 7 in 49 et de 30 in 49. Sed multiplicatio de 7 in 49 equatur coniuncto multiplicationum de 7 in 7 et de 7 in 40, et multiplicatio rursus de 30 in 49 equatur multiplicationibus de 30 in 9 et de 30 in 40. Ergo multiplicatio de 37 in 49 equatur quattuor multiplicationibus que sunt 7 in 9 et 7 in 40 et 30 in 9 et 30 in 40. Que .IIII.^{or} multiplicationes accepte sunt super per ordinem: multiplicauimus primum 7 per 9, et posuimus unitates super primum gradum; quia primus gradus quemcumque gradum multiplicat, ipsum gradum facit, uel terminante in ipso. Secundo multiplicauimus 7 per 4; tertio 9 per 3, et harum multiplicationum accepimus summam, de qua posuimus unitates in secundo gradu; quia cum primus gradus secundum multiplicat, secundum gradum facit. Et hoc fuit multiplicare 7 per 40 et 9 per 30; postea ad ultimum multiplicauimus 3 per 4, scilicet secundum gradum per secundum. Et ex ipsa multiplicatione addita cum decenis seruatis posuimus unitates in tertio gradu, et decenas que super fuerunt in quarto; et hoc fuit multiplicare 30 per 40, quia secundus gradus quemcumque multiplicat, secundum gradum facit post ipsum quem multiplicat. Similiter tertius gradus numeri quemcumque gradum multiplicat, tertium gradum facit post ipsum quem multiplicat. Et quartus facit quartum post ipsum quem multiplicat, et quintus quintum, et est. Significabo itaque, quid est dicere primum gradum quemcumque multiplicat, ipsum facit, aut facit numerum terminantem in ipso. Cum multiplicatur figura per figuram, et ex multiplicatione non prouenit ultra. Item multiplicatio illa facit ipsum gradum; et cum ex multiplicatione eadem prouenit numerus secundi gradus, ut 20 uel 30, aut compositus ex secundo et primo ut 15 et 28; tunc facit numerum terminantem in ipso gradu quem primus gradus multiplicat; et ideo cum multiplicauimus primum gradum per aliquem gradum ponimus unitates illius multiplicationis super ipsum gradum et decenas seruamus ad sequentem gradum: hoc idem intelligas de multiplicatione reliquorum graduum.

De multiplicatione unius figure contra plures.

« inferioris .... egredientur pro; » (fol. 5 verso, lin. 35-38; pag. 10, lin. 31-36).

Item si queratur multiplicatio unius figure contra duas, uel contra plures, scribatur ipsa sola figura super figuram primi gradus ipsius numeri, cum qua ipsam multiplicare uolueris, et multiplicet ipsam solam cum prima ipsius numeri, et ponantur unitates super ipsam et in manu retineantur decene, et multiplicetur eadem sola figura per secunda inferioris numeri, et addatur cum decenis seruatis, et ponantur semper unitates, et decene seruentur, et ipsa figura per ordinem multiplicetur per tertiam et per quartam, et deinceps per reliquas. Verbi gratia: ut si queratur multiplicatio de 8 cum 49, ponatur 8 super 9 et multiplicentur 8 per 9, erunt 72; ponantur 2 super 8 et seruetur in manu 7 et multiplicetur ipsa 8 per 4, erunt 32; super que addat seruata 7 erunt 39; et ponantur 9 et 3, egredientur pro dicta multiplicatione 392, ut in margine ostenditur. Item si queratur multiplicatio de 7 cum 308 scribantur 7 | super 8 et multiplicetur 7 per 8, erunt 56 ponantur 6 et retineantur 5, et multiplicentur 7; per 0, facient 0, quod addat cum 5 seruatis faciet 5, que ponat post posita 6, et multiplicet 7 per 3, facient 21, que ponat post 56 posita, et egredientur 2156 que sunt summa dicte multiplicationis, et sic una figura contra plures multiplicatur.

392
8
49

fol. 6 recto.

« super 8 .... 567 » (fol. 6 recto, lin. 1-4, pag. 10, lin. 37—pag. 11, lin. 4).

2156
7
308

De eodem.

Item si uolueris multiplicare 70 per 81, dematur 0 de 70, remanent 7; et multiplicentur

7 per 81, erunt 567 cum numero ante ponatur 0 pro eo quod de 70 abstulimus, erunt 5670.

« cum numero .... sub unitatibus » (fol. 6 *recto*, lin. 6-8, pag. 11, lin. 1-6).

	5670
	70
	81

Incipit pars secunda secundi capituli.

Cvm autem tres figuras per tres figuras quis multiplicare uoluerit, uniuersalem regulam ei leniter edocemus. Scilicet, ut scribatur gradus unius numeri contra gradum alterius, hoc est unitas sub unitatibus, decene sub decenis, et centene sub centenis, et multiplicetur prima superioris numeri per primam subterioris, et ponat unitates super primum gradum numerorum, et decene seruentur in manu, et multiplicet primam superioris per secundam subterioris, et primam subterioris per secundam superioris, et addat utrasque multiplicationes cum seruatis unitatibus, et ponat unitates et decenas seruet; et multiplicet primam superiorem per tertiam inferiorem, et primam subteriorem per tertiam superiorem, et secundam per secundam, et addat tres dictas multiplicationes cum numero seruato, et ponat unitates super tertium gradum, et per unam quamque decenam seruet in manu 1; et multiplicet secundam superioris numeri per tertiam subterioris, et secundam inferioris per tertiam superioris; et de collecta summa ponat unitates et decenas reseruet, et multiplicet tertiam per tertiam, et addat cum seruatis decenis, et ponat unitates et postea ponat decenas si superfuerint positis unitatibus; et si habebit multiplicationem quorumlibet numerorum trium figurarum, siue equales fiant siue inequales.

« Ad cuius .... figurarum » (fol. 6 *recto*, lin. 18-35; pag. 11, lin. 20 — pag. 12, lin. 2).

prima	
	345
	345
	5
secunda	345
	345
	25
tertia	345
	345
	025
quarta	345
	345
	9025
quinta	345
	345
	119025
Vltima	345
	345

Ad cuius rei euidentiam sint equales numeri 345 et 345, quos insimul multiplicare opportet, qui collocentur ad inuicem sicuti in pagina collocati esse cernuntur; et multiplicet 5 per 5 erunt 25, ponat 5 super utrumque 5, sicuti in secunda descriptione cernitur, et pro decenis seruet in manu 2 et multiplicet 5 superioris numeri per 4 subterioris, et 5 inferioris per 4 superioris; quibus additis cum 2 seruatis, erunt 42: ponat 2 super utrumque 4, sicuti in tertia continetur descriptione, et seruentur pro quattuor decenis 4; et multiplicet 5 superioris per 3 subterioris et 5 inferioris per 3 superioris, et 4 per 4, et summa ipsarum trium multiplicationum addatur cum 4 in manu seruatis, erunt 50: ponat 0 super utrumque 3, ut in quarta descriptione ostenditur, et seruentur in manu 5, et multiplicet 4 superioris per 3 inferioris, et 4 inferioris per 3 superioris, et addantur cum 5, erunt 29: ponat 9 post 9, ut in quinta patet descriptione, et seruentur in manu 2, et multiplicet 3 per 3, erunt 9, que addat cum 2, erunt 11, que ponat, ut in sexta et ultima descriptione ostenditur. Que multiplicatio si recta est, per supradictum modum cognoscitur, uidelicet ut addantur figure de 345 superioribus, et dematur inde 9, remanebunt 3; similiter fiat de 345 inferioribus et remanebunt similiter 3; et multiplicentur 3 per 3, de quibus dematur 9, remanet 0 quod habeat pro pensa, tunc colligantur figure que sunt in summa multiplicationis, scilicet 1 et 1 et 2 et 5, erunt 9, de quibus trahantur 9, remanet 0 ut opportet. Assignabo quidem quare multiplicatio secunde figure per secundam additur cum multiplicatione primarum figurarum, in tertias; quia ut dictum est primus gradus quicumque multiplicat ipsum gradum, facit secundus gradus, quicumque multiplicat secundum gradum, facit post ipsum quem multiplicat. Et sic est primus gradus multiplicat tertium, tertium gradum facit. Et cum secundus multiplicat secundum, facit eundem, silicet tertium, qui est secundus post ipsum quem multiplicat. Ergo opportet cum multiplicatio secundi gradus per secundum

iungatur multiplicationibus primarum in tertios. Sequuntur multiplicatio secundarum figurarum in tertias, de qua pronenit quartus gradus, silicet secundus ab eo quem multiplicat. Ad ultimum multiplicatur tertius gradus per tertium, de qua multiplicatione proucnit quintus gradus, silicet tertius ab eo quem tertius gradus multiplicat. Et hac ratione ex his que procreantur ex multiplicatione primarum in tertias et secunde in secundam: posuimus unitates in tertio gradu, et seruauimus decenas ad quartum gradum. Et ex his que procreantur ex multiplicatione secundarum in tertias, | et ex decenis seruatis posuimus unitates in quarto gradu, et seruauimus decenas ad quintum gradum, que decene adduntur cum multiplicatione tertii gradus in tertium, et ponuntur eorum in quinto gradu, et decene in sexto, et sic habetur multiplicatio supradicta.

fol. 6 *verso*.

« et ex decenis .... retineat 4 » (fol. 6 *verso*, lin. 1-4; pag. 12, lin. 7-8 — lin. 14).

3	0	8	4	4	9
			0	0	7
			6	0	7

De eodem.

Item si uoluerit multiplicare 607 cum 607, collocatis numeris, multiplicetur 7 per 7, erunt 49: ponat 9 et retineat 4, et multiplicet 7 per 0 et 7 per 0 in cruce, et addantur cum 4 seruatis, erunt 4, que ponat; et multiplicet 7 per 6 et 7 per 0 et 0 per 0, erunt 84: ponat 4 retineat 8, et multiplicet 0 per 0 et 0 per 6, et addatur cum 8, erunt 8 et ponat 8, et multiplicet 6 per 6, erunt 36: ponat 0 et 3, et sic habebis pro summa dicte multiplicationis 368449.

« et multiplicet .... multiplicationis » (fol. 6 *verso*, lin. 5-9; pag. 12, lin. 14-22

6	0	8	4	0	0
				7	8
				7	8

De eodem.

Item si uoluerit multiplicare 780 per 780, dematur de utrisque 780 suum 0, remanebit 78 et 78; et multiplicet 78 per 78, erunt 6084, ante quam ponantur duo zephyra, et habebitur pro summa dicte multiplicationis 608400. Item si uoluerit multiplicare 900 cum 900, demantur zephyra de utroque numero, et multiplicet 9 per 9, erunt 81, quibus ante ponantur zephyra quattuor, silicet pro quattuor demptis zephyris de utroque 900, et habebitur pro summa dicte multiplicationis 810000.

De eodem cum inequalibus numeris.

Si autem inequales numeros quis multiplicare uoluerit, eadem uia et ordine erunt multiplicandi; ut si oportuerit multiplicare 123 cum 456, scribantur ad inuicem numeri ut supradictum est, ut multiplicentur 3 per 6, erunt 18: ponantur 8, retineatur 1 et multiplicentur 3 per 5, erunt 15, que addantur cum 1 seruato, erunt 16 et 6 per 2, et addantur cum 16, erunt 28: ponantur 8 et retineantur 2, et multiplicentur 3 per 4 et 6 per 1 et 2 per 5, et addatur cum 2 seruatis, erunt 30: ponatur 0, retineantur 3, et multiplicentur 2 per 4 et 5 per 1, et addantur cum 3 seruatis, erunt 16: ponantur 6, et retineantur 1, cum quo addatur multiplicatio de 1 in 4, erunt 5 que ponantur, et habebitur pro summa multiplicationis dicte 56088. Si autem hoc probare uoluerit, iungantur figure de 123, erunt 0, et figure de 456, erunt 15, de quo numero dematur 9, remanebunt 6, que multiplicentur cum 6, erunt 36, quibus per 9 diuisis remanet 0 quod pro pensa habeatur. Tunc colligantur figure que sunt in summa dicte multiplicationis, erunt 27, quibus per nonenarium diuisis, remanet 0, ut expedit pro pensa remanere. Item si proponatur multiplicare 370 cum 451, quamuis per supradictam doctrinam multiplicari possint, tamen cum zephyrum sit in primo gradu unius numerorum, silicet de 370, aliter multiplicari doceantur, silicet ut dematur ipsum 0 de 370, remanebunt 37, que multiplicentur cum 451; erit itaque illorum multiplicatio duarum figurarum per tres, que multiplicatio sic fieri

« retineatur ... 56088. Et » (fol. 6 *verso*, lin. 15-18, pag. 12, lin. 29-35).

8	1	0	0	0	0
					9
					9

« remanere ... 1 per 3 » (fol. 6 *verso*, lin. 22-25; pag. 12, lin. 39 — pag. 13, lin. 2).

	5	6	0	8	8
proba est 0.			1	2	3
			4	5	6

docetur. Scribantur 37 super 51 de 451, et multiplicentur 7 per 1, erunt 7 que ponantur. Et 7 per 5 et 1 per 3 multiplicentur, erunt 38: ponantur 8 et retineantur 3, et 7 per 4 et 3 per 5 multiplicatis, et additis cum 3 seruatis, erunt 46: ponantur 6 et retineantur 4, et multiplicentur 3 per 4 et addantur cum 4 seruatis, erunt 16; et ponantur 6 et 1, et habebimus pro summa dicte multiplicationis duarum illarum figurarum in tres, 16687; quibus ante ponatur 0 pro demto 0 de 370, exibunt 166870: hac itaque uia quelibet due figure per quaslibet tres figuras multiplicantur. Item si queratur multiplicatio de 320 per 570, dematur 0 de utroque numero, remanebunt 32 et 57, qui numeri insimul multiplicentur, erunt 1824, quibus ante ponantur duo zephyra, et habebitur pro summa dicte multiplicationis 182400.

« ponantur 6 .... ante ponatur » (fol. 6 *verso*, lin. 27-31; pag. 13, lin. 3-9).

166870	
37	
451	

Pars tertia de multiplicatione quattuor figurarum.

Cvm autem quattuor figuras contra quattuor quis multiplicare uoluerit, describat numeros, et collocatis gradibus sub gradibus similibus, multiplicet primam per primam et ponat, reminiscendo tamen seruare decenas semper cum posuerit unitates, et multiplicet primam per secundam, et primam per secundam, et ponat; et primam per tertiam, et primam per tertiam, et secundam per secundam, et ponat; et primam per quartam, et primam per quartam, et secundam per tertiam, et secundam per tertiam, et ponat; et secundam per quartam, et secundam per quartam, et tertiam per tertiam et ponat; et tertiam per quartam, et tertiam per quartam, et ponat; et quartam per quartam et ponat; et sic habebit multiplicationem quorumlibet numerorum quattuor figurarum siue equales uel inequales extiterint.

« et primam .... extiterint » (fol. 6 *verso*, lin. 33-38; pag. 13, lin. 13-21).

182400
32
57

Ad cuius rei euidentiam proponatur multiplicatio de 1234 in se ipsa, et descripto ipso numero, bis multiplicetur prima per | primam ut prediximus, silicet 4 per 4, erunt 16; et ponantur 6 super utrumque 4 et retineatur 1, et multiplicentur 4 per 3 et per 3, et addantur cum 1 seruato erunt 25, ponantur 5 super utrumque 3 et retineantur 2. Item multiplicentur 4 superioris numeri per 2 inferioris, et 4 per 2 et 3 per 3, et addantur cum 2 seruatis, erunt 27: ponantur 7 super utrumque 2 et retineantur 2: multiplicentur 4 per 1 et 4 per 1 et 3 per 2 et 3 per 2, et addantur hee quattuor multiplicationes cum 2 seruatis, erunt 22: ponantur 2 super utrumque 1, et retineantur in manu 2, et multiplicentur 3 per 1 et 3 per 1 et 2 per 2, et addantur cum 2 seruatis, erunt 12: ponantur 2 et retineatur in manu 1, et multiplicentur 2 per 1 et 2 per 1 et addantur cum 1 seruato, erunt 5, que ponantur, et multiplicentur 1 per 1 erit 1 quod ponatur; et sic habebitur pro summa ipsius multiplicationis 1522756.

fol. 7 non numerato, recto

« 3 et addantur .... cum » 1 (fol. 7 *recto*, lin. 2-6; pag. 13, lin. 23-32).

1522756
1234
1234

De eodem.

Iterum ut intelligibilius intelligatur, multiplicatio de 2345 in 6789 proponatur: descriptis itaque numeris, multiplicentur 5 per 9, erunt 45, ponantur 5 et retineantur 4, et multiplicentur 5 per 8 et 9 per 4, et addantur cum 4 seruatis, erunt 80: ponatur 0 et retineantur 8, et multiplicentur 5 per 7 et 9 per 3 et 4 per 8, et addantur cum 8 seruatis, erunt 102; ponantur 2 et retineantur in manu 10, et multiplicentur 5 per 6 et 9 per 2 et 4 per 7 et 8 per 3, et addantur cum 10 seruatis, erunt 110: ponatur 0 et retineantur 11, et multiplicentur 4 per 6 et 8 per 2 et 3 per 7, et addantur cum 11 seruatis, erunt 72: ponantur 2, retineantur 7, et multiplicentur 3 per 6 et 7 per 2, et addantur cum 7 seruatis, erunt 39: ponantur 9 et retineantur 3, quibus addatur multipli-

« itaque .... seruatis » (fol. 7 *recto*, lin. 9-13; pag. 13, lin. 36-43).

	15920205
proba est 6.	2345
	6789

catio de 2 iu 6, erunt 15, et poaantur 5 et 1, et sic habebitur multiplicatio dictorum numerorum, ut hic ostenditur.

Probatio.

Qve si recta fuerit, ita probatur: multiplicetur pensa de 2345 que est 5 cum pensa de 6789 que est 3, erunt 15, de quibus demantur 9 remanent 6 que sunt peasa summe multiplicationis.

«Quamuis .... 35000000» (fol. 7 recto, lin. 18-21; pag. 14, lin. 7-11).

	37893000
	51
	743

Qvamuis ita ut dictum est omnes numeri quattuor figurarum multiplicandi sint, tameu sunt iater eos qui aliter et leuius multiplicari possunt: illud (*sic*) silicet, qui habent in capitibus zephyra; ut si queratur multiplicatio de 5000 cum 7000, multiplicentur 5 per 7, erunt 35, ante que ponatur tot zephyra, quot sunt cum ipsis numeris que sunt sex, et sic habebitur pro summa dicte multiplicationis 35000000.

Item si queratur multiplicatio de 5100 cum 7430, multiplicentur 51 per 743, erunt 37892, quibus ante positis zephyra tria que suat in capitibus utrorumque numerorum, et sic habebitur pro summa dicte multiplicatiouis 37593000.

«Item si ... 2 seruatis» (fol. 7 recto, lin. 24-27; pag. 14, lin. 15-20).

	9252500
	25
	3701

Item si quereret multiplicationem de 2500 cum 3701, deiaat duo zephyra que sunt in capite de 2500, remanebunt 25, que multiplicet per 3701, silicet duas figuras contra quattuor, quarum ordo hic est: describat 25 super 3701 ut inferius cernitur, et multiplicabit 5 per 1, erunt 5, que ponat; et 5 per 0 et 1 per 2, erunt 2, que pouat; et 5 per 7 et 2 per 0, erunt 35; ponat 5 et remanebit 3, et multiplicet 5 per 3 et 2 per 7 et addat cum 3 seruatis, erunt 32; et ponatur 2, retineatur 3 et 2 per 3, erunt 6, que addat cum 3 seruatis; erunt 9, que pouat. Et sic habetur pro multiplicatione de 25 in 3701, ut in descriptione ostenditur, 92525, quibus ante ponantur duo zephyra, ut habeatur summa prioris multiplicationis quesite.

Pars quarta secundi capituli.

Cvm autem quemlibet numerum quinque figurarum per quemlibet numerum eiusdem gradus quis multiplicare uoluerit, silicet quinque figuras per quinque, collocatis numeris multiplicet primam per primam, et ponat; et primam per secundam, et primam per secuudam, et ponat; et primam per tertiam, et primam per tertiam, et secundam per secundam, et ponat; et primam per quartam, et primam per quartam, et secundam per tertiam, et secundam per tertiam, et ponat; et primam per quintam, et primam per quintam, et secundam per quartam, et secundam pe quartam, et tertiam per tertiam, et ponat; et secundam per quiutam, et secundam per quintam, et tertiam per quartam, et tertiam per quartam, et ponat; et tertiam per quiutam, et tertiam per quintam, et quartam per quartam, et ponat; et quartam per quiutam, et quartam per quintam, et ponat; et quiutam per quintam, et ponat. Et sic habebit multiplicationem quorumlibet numerorum quiati gradus: et ut hic apertius demonstretur, quedam multiplicatio propoaatur, ut per eam equales et inequales multiplicatioaes eiusdem gradus intelligantur: ut si uoluerit multiplicare 12345 per 12345, descriptis numeris, ut | supra docuimus, multiplicet 5 per 5 erunt 25: ponat 5 et retineat 2, et 5 per 4 et 5 per 4, et addat cum 2 seruatis, erunt 42: ponat 2 et retineat 4, et 5 per 3 et 5 per 3 et 4 per 4, et addat cum 4 seruatis, erunt 50: ponat 0 et retineat 5, et 5 per 2 et 5 per 2 et 4 per 3 et 4 per 3, et addat cum 5 seruatis, erunt 49: ponat 9 et retineat 4, et 5 per 1 et 5 per 1 et 4 per 2 et 4 per 2 et 3 per 3, et addat cum 4 seruatis, erunt 39: ponat 9 et retineat 3, et 4 per 1 et

fol. 7 non numerato, verso.

4 per 1 et 3 per 2 et 3 per 2, et addat cum 3 seruatis, erunt 23; ponat 3 et retineat 2, et 3 per 1 et 3 per 1 et 2 per 2, et addat cum 2 seruatis erunt 12; ponat 2 et retineat 1, et 2 per 1 et 3 per 1, et addat cum 1 seruato, erunt 5, que ponat; et 1 per 1 erit 1 quod ponat; et sic habebit summam dicte multiplicationis. Ostendam rursus hunc modum multiplicandi procedere ex his que accidit (*sic*) inter numeros sibi inuicem proportionales. Nam cum tres numeri proportionales sunt, ita quod sicut primus est ad secundum, ita secundum sit ad tertium; tunc multiplicatio primi in tertium equatur multiplicationi secundi in se. Et cum quattuor numeri sunt proportionales, fueritque sicut primus ad secundum, ita tertius ad quartum. Tunc multiplicatio primi in quartum equa est multiplicationi secundi in tertium, ut in euclide reperitur. Ascendit enim numerus in infinitum per gradus continuos; quia sicut primus gradus est ad secundum, ita secundus est ad tertium, et tertius ad quartum, et unusquisque antecedentium ad suum consequentem. Quare multiplicatio secundi gradus in se facit eundem gradum factum ex multiplicatione primi in tertium. Et multiplicatio secundi gradus in tertium facit gradum factum ex multiplicatione primi in quartum. Incipitur quidem in multiplicationibus a figuris primi gradus, ex qua multiplicatione aut prouenit numerus primi gradus, aut terminans in ipso. Et ideo ex multiplicatione prime figure per primam ponuntur unitates super primum gradum, et decene seruantur ad secundum, cum quibus adduntur multiplicationes primarum in secundas, et prouenit numerus secundi gradus, uel terminans in ipso. Quare ponuntur unitates super secundum gradum, et pro unaquaque decena que habetur, servatur .1. ad tertium gradum. Deinde multiplicantur prime per tertias, et additur cum eis multiplicatio secunde in secundam; quia multiplicatio secundi gradus in secundum facit eundem gradum, quam facit multiplicatio primorum graduum in tertios. Et ideo ex multiplicationibus primarum figurarum in tertias, et secundarum in secundas, ponuntur unitates super tertium gradum; post hec multiplicantur prime per quartas, et secunde per tertias, cum sint in quattuor gradibus proportionalibus; quia sicut primus est ad secundum, ita tertius ad quartum, et prouenit ex ipsis multiplicationibus numerus terminans in quarto gradu. Et idcirco ponuntur unitates super quartum gradum, et multiplicantur postea prime per quintas, et secunde per quartas, et tertie per tertias; quia est sicut primus gradus ad secundum, ità quartus ad quintum. Quare multiplicatio secundi gradus in quartum, facit gradum factum ex multiplicatione primi in quintum, silicet quintum gradum; et est rursus secundus gradus ad tertium sicut tertius ad quartum. Quare multiplicatio tertii gradus in tertium facit gradum factum ex multiplicatione secundi in quartum, scilicet quintum gradum. Et ideo ponuntur unitates super quintum gradum, et sic secundum proportionalitatem efficitur summa quorumlibet numerorum multiplicationis. Et hec possunt manifeste intelligi in his que secuntur. Et notandum quia sicut primus gradus est ad secundum, ita penultimus est ad ultimum; et sicut primus est ad tertium, ita tertius ab ultimo est ad ultimum; et sicut primus est ad quartum, ita quartus ab ultimo est ad ultimum et cetera. In hac siquidem multiplicatione quinque figurarum in quinque, post positionem quinte figure super quintas, multiplicantur secunde per quintas, et tertie per quartas; que multiplicationes faciunt sextum gradum; quia cum secundus gradus multiplicet quintum, sextum gradum facit, quem facit multiplicatio tertiarum in quartas, cum sit sicut

e ponat 0 .... habebit summam e (fol. 7 *verso*, lin. 2-7; pag. 14, lin. 41 — pag. 15, lin. 4).

1	5	2	3	9	9	0	2	5
				1	2	3	4	5
				1	2	3	4	5

gradus ad tertium, ita quartus ad quintum. Deinde multiplicantur tertie per quintas et quarta per quartam, et prouenit sepius gradus; quia cum tertius gradus multiplicat quintum, facit tertium gradum ad quinto, silicet septimum: deinde multiplicantur quarte per quintas, que faciunt octauum gradum. Ad ultimum multiplicantur quinta per quintam que facit nonum gradum; et sic habetur summa dicte multiplicationis. Post hec enim que de multiplicatione dicta sunt, quilibet ingeniosus potest per supradictam doctriuam multiplicandi habere: tamen ut rudes hic perfectam habeant doctrinam |, multiplicationi octaui gradus ostendere procuraui.

fol. 8 recto.

Pars quinta secundi capituli.

Cvm autem quemlibet numerum octo figurarum per quolibet (*sic*) numerum eiusdem gradus quis multiplicare uoluerit, multiplicet primam per primam, et ponat; et primam per secundam, et primam per secundam, et ponat; et primam per tertiam, et primam per tertiam, et secundam per secundam, et ponat; et primam per quartam, et primam per quartam, et secundam per tertiam, et secundam per tertiam, et ponat; et primam per quintam, et primam per quintam, et secundam per quartam, et tertiam per tertiam, et ponat; et primam per sextam, et primam per sextam, et secundam per quintam, et secundam per quintam, et tertiam per quartam, et tertiam per quartam, et ponat; et primam per septimam, et primam per septimam, et secundam per sextam, et secundam per sextam, et tertiam per quintam, et tertiam per quintam, et quartam per quartam, et ponat; et primam per octauam, et primam per octauam, et secundam per septimam, et secundam per septimam, silicet eas que sunt secus primam et octauam, et tertiam per sextam, et tertiam per sextam, eo quod sibi secus secuudas et septimas, et quartam per quintam, et quartam per quintam; ideo quia sunt secus tertias et sextas, et ponat. Et sic semper in omnibus multiplicationibus ab interiori parte ipse figure ab (*sic*) iuuicem semper ab utraque parte multiplicande sunt, que secus eas existunt, que primum multiplicautur: donec eas ita multiplicando se ad inuicem coniunxerint; et tunc ponende sunt unitates et decene in manibus seruande. Et cum multiplicatio primarum figurarum, in reliquis per ordinem gradatim ascendendo, completa fuerit usque ad ultimas; tunc penitus relinquende sunt prime figure utrorumque numerorum, et secunde per ultimas multiplicande, hoc est ut in hac questione multiplicet secundam per octauam, et secundam per octauam, et tertiam per septimam, et tertiam per septimam; quia sunt secus secundas et octauas; et quartam per sextam, et quartam per sextam; quia sunt secus tertias et septimas; et quintam per quiatam; quia sunt inter quartam et sextam, et ponat; et tunc relinquat secundas; et multiplicet tertiam per octauam, et tertiam per octauam, et quartam per septimam, et quartam per septimam, et quintam per sextam, et quintam per sextam, et ponat; et relinquat tertias, et multiplicet quartam per octauam, et quartam per octauam, et quintam per septimam, et quintam per septimam, et sextam per sextam, et ponat; et relinquat quartas, et multiplicet quintam per octauam, et quintam per octauam, et sextam per septimam, et sextam per septimam, et ponat; et relinquat quintas, et multiplicet sextam per octauam, et sextam per octauam, et septimam per septimam, et ponat; et septimam per octauam, et septimam per octauam, et ponat; et octauam per octauam, et ponat; et sic habebitur multiplicatio omnium numerorum octo figurarum: et ut in numeris clarius intelligatur: sit numeri 12345678 et 87654321, qui ut multiplicentur

ad inuicem describantur, secundum quod supra dictum est, et multiplicet 8 per 1, erunt 8, que ponat; et 8 per 2 et 1 per 7 erunt 23, ponat 3 et retineat 2, et 8 per 3 et 1 per 6 et 7 per 2, et addantur cum 2 seruatis erunt 46, ponat 6 et retineat 4, et 8 per 4 et 1 per 5 et 7 per 3 et 2 per 6 erunt 74, ponat 4 et retineat 7, et 8 per 5 et 1 per 4 et 7 per 4 et 2 per 5 et 6 per 3 erunt 107, ponat 7 et retineantur 10, et 8 per 6 et 1 per 3 et 7 per 5 et 2 per 4 et 6 per 4 et 3 per 5 erunt 143, ponantur 3 et retineantur 14, et 8 per 7 et 1 per 2 et 7 per 6 et 2 per 3 et 6 per 5 et 3 per 4 et 5 per 4 erunt 182, ponantur 2 et retineantur 18, et 8 per 8 et 1 per 1 et 7 per 7 et 2 per 2 et 6 per 6 et 3 per 3 et 5 per 5 et 4 per 4 erunt 222, ponat 2 et retineat 22, et 7 per 8 et 2 per 1 et 6 per 7 et 3 per 2 et 5 per 6 et 4 per 3 et 4 per 5 erunt 190, ponat 0 et retineat 19, et 6 per 8 et 3 per 1 et 5 per 7 et 4 per 2 et 4 per 6 et 5 per 3 erunt 152, ponat 2 et retineat 15, et 5 per 8 et 4 per 1 et 4 per 7 et 5 per 2 et 3 per 6 erunt 115, ponat 5 et retineat 11, et 4 per 8 et 5 per 1 et 3 per 7 et 6 per 2 erunt 81, ponat 1 et retineat 8, et 3 per 8 et 6 per 1 et 2 per 7 erunt 52, ponat 2 et retineat 5, et 2 per 8 et 7 per 1 erunt 28, ponat 8 et retineat 2, et 1 per 8 erunt 10, que ponantur; et sic habebitur summa dicte multiplicationis.

Uerum si in quorumlibet capitibus numerorum zephyra fuerit demantur de ipsis numeris omnia zephyra que in capitibus extiterint, et reliquas figuras insimul multiplicet, et multiplicationi dempta zephyra, ante ponat, et habebit ipsorum numerorum multiplicationem, ut in secundi et tertij, et quarti gradus multiplicationes denotauimus, et si per supradictas multiplicationum demonstrationes quis multiplicationem paucarum figurarum contra plures scire non poterit, describat numeros, sed maiorem sub minori, hoc est numerum plurium figurarum sub ipso numero paucarum, collocans primum gradum unius sub primo alterius, et deinceps, ut supra diximus, alios gradus collocabit, et ponat post numerum paucarum figurarum tot zephyra, quot figure superhabundant de maiori numero, et sic habebit equales numeros in multiplicatione, ut si quereret multiplicare tres figuras contra sex, ponat numerum sex figurarum sub numero trium figurarum, et ponat post tres figuras tria zephyra, ut sint in multiplicatione sex figure contra sex, quas secundum per supradictam doctrinam multiplicet. Verbi gratia: ut si queratur multiplicare 345 cum 698541 describat eos hoc ordine, scilicet, tria zephyra post 345. Verum quod de positione zephyrorum post figuras dictum est, non nisi rudibus necessarium fore arbitror, quia subtiles non indigent tali positione zephyrorum.

Pars sexta secundi capituli.

Uerum cum suprascriptam multiplicandi doctrinam, frequenti usu in tabula quis operari sciuerit, et uoluerit eandem doctrinam cordetenus et in manibus, absque tabule descriptione, in numeris secundi et tertij gradus habere, retineat descriptionem numerorum in corde quos multiplicare uoluerit, et incipiat multiplicare secundum prescriptum ordinem, et primam positionem in manu sinistra in loco unitatum ponat, et secundam scilicet positionem, in eadem manu in loco decenarum. Tertia uero in manu dextera in loco centenariorum. Quartam uero in loco miliarorum studetur ponere consuescat. Quintam uero et deinceps in corde retineat, cum in manibus amplius retinere non possit; et sic habebit quorumlibet numerorum multiplicationem. Verbi gratia: ut si uoluerit multiplicare 12 per 12, retineat descriptionem illorum in corde, et multiplicet 2 per 2 fa-

a 8 per 7 et 1 per 2 .. et 4 per 1 et 4 per 5 (fol. 8 *recto*, lin. 30-33, pag. 17, lin. 7-12).

108215202237463 8
12345678
87654321

fol. 8 *verso*.

a maiori numero .. non indigent a (fol. 8 *verso*, lin. 4-5 — lin. 9-10, pag. 17, lin. 26-32).

240996645
000345
698541

« per 12 .... signo quadragenario » (fol. 8 verso, lin. 18-20; pag. 17, lin. 43 — pag. 18, lin. 3-4).

144	
	12
	12

ciunt 4, que 4 ponat in sinistra manu in loco unitatum, et multiplicet 2 de superioribus 12 per 1 de inferioribus, et 2 de inferioribus per 1 de superioribus, et addat insimul erunt 4, que ponat in eadem manu sinistra in loco decenario, hoc est in signo quadragenario, et multiplicet 1 per 1, scilicet secundam figuram per secundam, faciunt 1, quod ponat in manu dextra in loco centenariorum. Et sic habebit pro quesita multiplicatione 144, ut in hac pagina cernitur.

« in loco .... uoluerit » (fol. 8 verso, lin. 24-28, pag. 18, lin. 8-14).

48
48

Item si cordetenus uoluerit multiplicare 48 per 48, multiplicet 8 per 8 erunt 64, ponat ergo 4 in manu sinistra in loco unitatum, et 6 retineat in manu dextra in loco centenariorum. Et multiplicet 8 per 4 et 8 per 4 et addat insimul erunt 64, que addat cum 6 seruatis in manu dextra erunt 70, ex quibus ponat 0, hoc est nihil, in manu sinistra in loco decenariorum, et 7 retineat in manu dextra, cum quibus addat multiplicationem de 4 in 4, scilicet 16, erunt 23, ex quo ponat 3 in manu dextra in loco centenariorum. Et 2 ponat in eadem manu in loco miliariorum, hoc est in signo bis milleno. Et sic habebit pro quesita multiplicatione 2304. Item si multiplicare uoluerit 23 per 57, retineat eorum descriptionem in corde, et multiplicet 3 per 7 erunt 21, ponat 1 in loco unitatum in manu sinistra, et retineat in manu dextra 2, et 3 per 5 et 7 per 2, et addat cum 2 seruatis erunt 31, ponat 1 in loco decenarum et retineat in manu dextra 3, et 2 per 5, et addat cum 3 seruatis, 13 erunt, ponat 3 in loco centenariorum in manu dextra et in loco miliariorum, et sic habebitur pro ista multiplicatione 1311.

« 23 per 57 .... multiplicatione 1311 » (fol. 8, verso, lin. 29-32; pag. 18, lin. 14-19).

13	11
	23
	57

Pars VII^a secundi capituli.

Item si uoluerit cordetenus multiplicare 347 per 347, multiplicet 7 per 7, retenta numerorum descriptione in corde, erunt 49, ponat 9 in manu sinistra in loco unitatum et in dextra retineat 4, et bis 7 per 4, et addat cum 4 seruatis erunt 60, ponat 0 in loco decenariorum in manu sinistra, hoc est nihil, et retineat in dextra 6, et bis 7 per 3, et 4 per 4, et insimul iunctis erunt 64, ponat 4 in dextra in loco centenariorum, et 6 retineat in loco miliarorum, uel in corde, et bis 4 per 3, et addat cum 6 erit seruatis, erunt 30, deleat de loco, multiplicet 6 et ponat ibidem pro 0 nichil, et retineat in corde 3, et 3 per 3, et addat cum 3 seruatis in corde erunt 12, que iterum retineat cum non possit ipsum in manibus ponere, et sic habebitur pro hac multiplicatione 120409. Et ita si numeros in corde retinere scine (*sic*) sciuerit et que ad modum edocetur proegreditur (*sic*) leuius quam in tabula, poterit multiplicationes quorumlibet numerorum secundi gradus ettertij cordetenus in manibus inuenire.

Incipit capitulum tertium de additione integrorum numerorum.

Cvm autem quoslibet numeros et quotcumque quis addere uoluerit, collocet eos in tabula, secundum quod in multiplicationibus numerorum prediximus, hoc est primum gradum cunctorum numerorum quos addere uoluerit sub primo ipsius qui ante in iunctionem positus fuerit. Et secundum sub secundo, et deinceps qui secuntur. Et tunc incipiat in manibus colligere numeros figurarum que in primis gradibus cunctorum numerorum que in iunctionem positi fuerint, ab inferiori numero usque ad superiorem, ascendendo: ponat itaque unitates super primum gradum numerorum et decenas in manu reseruet, quibus decenis superaddat numeros qui in secundis gradibus extiterint, et ponat unitates super secundum gradum, et iterum decenas reseruet. Cum quibus collectionem tertii gradus numerorum super addat, et sic ponendo unitates, et decenas reseruando,

fol. 9 recto.

gradatim numeros colligendo, potest collectionem cunctorum numerorum usque ad infinitum habere. Et ut melius intelligatur iunctiones duorum numerorum et etiam tertij, nec non et plurium ostendantur.

a infi[nitum habere ... [illegible] (fol. 9 recto, lin. 4-5 — lin. 10; pag. 19, lin. 1-2 — lin. 10)

Est enim alius modus multiplicandi ualde laudabilis, maxime in multiplicandis magnis numeris, quem ostendam in multiplicatione de 567 in 4321. Constituatur quadrilaterum in forma scacherii, habens puncta 6 in longitudine, scilicet unum plus numero figurarum maioris numeri, et habeat in latitudine puncta 3, sicuti sunt tres figure in minori numero, et ponatur maior numerus super quadrilaterum supradictum, et minor ponatur ante ipsum, ut hic cernitur, et multiplicetur prima figura minoris numeri, scilicet 7, per 1, scilicet per primam maioris numeri facies 7, que ponantur in primo puncto superioris linee, scilicet sub ipso 1, et multiplicentur 7 per secundam figuram maioris numeri, scilicet per 2, erunt 14, ponantur 4 sub 2 post posita 7, scilicet in secundo puncto superioris linee, et seruetur 1, cum quo addatur multiplicatio eorumdem 7 in 3, erunt 22, ponantur 2 in tertio puncto post 4 posita, et seruentur 2, cum quibus addatur multiplicatio de 7 in 4, scilicet in ultimam figuram maioris numeri erunt 30, ex quibus ponatur 0 in quarto puncto et 3 in quinto. Simili quoque modo multiplicabuntur 6 singulariter per 1 et per 2 et per 3 et per 4, exibunt 6 in primo puncto secunde linee, et 2 in secundo, et 9 in tertio, et 5 in quarto, et 2 in quinto; quod idem fiat de quinque que sunt in ultimo gradu minoris numeri, et habebitur 5 in primo puncto tertie linee, et 0 in secundo, et 0 in tertio, et 1 in quarto, et 2 in quinto. Deinde pro 7 que posita sunt in primo puncto ponantur 7 super 1, et addantur 6 et 4 que sibi inuicem sunt opposita; post ipsa 7 erunt 10: ponatur 0 super 2 et seruetur 1, cum quo addatur 5 et 2 et 2 que item sibi inuicem sunt opposita: post predicta 6 et 4 erunt 10: ponatur iterum 0 super tertium gradum, scilicet super 3, et seruetur iterum 1 quod addatur cum 0 et 9 et 0 que item sibi inuicem sunt opposita: post dicta 5 et 2 et erunt 10: ponatur iterum 0 super 4, scilicet super ultimum gradum maioris numeri et seruetur iterum 1: quod addatur cum 6 et 5 et 3 que sunt in sequenti oppositione erunt 15: ponantur 5 in quinto gradu, et seruetur unum quod addatur cum .1. et .2. que sunt in sequenti oppositione, erunt 4 que ponantur in sexto gradu. Deinde ponantur 2 in septimo gradu pro 2 que sunt in angulo quadrati post dictam oppositionem de 1 et 2 et habebis predictam summam.

2 4 5 0 0 0 7

4 3 2 1

3	0	2	4	7	7
2	5	9	2	6	6
2	1	0	0	5	5

Ut si quesieris scire aditationem de 25 cum 49 collocet 49 sub 25 tamquam deberet eos ad inuicem multiplicare, et addat 9 cum 6, erunt 14: ponat 4 super primum gradum et pro decenis reseruet in manu 1 quod addat cum 4 et cum 2, erunt 7 que ponat, et sic habebuntur pro eorum collectione 74, ut hic ostenditur.

b Ut si ... et sic habebat ... (fol. 9 recto, lin. 24-25 — lin. 36; pag. 19, lin. 31 — pag. 20, lin. 3).

74
25
49

Item si noluerit scire collectionem de 123 cum 4567, describat eos ut hic cernuntur; et addat 7 cum 3, erunt 10; ponat 0 et retineat 1 quod addat cum 0 et cum 2, erunt 9 que ponat. Item addat 5 cum 1 que sunt in tertio gradu, erunt 6 que ponat super eundem gradum, et per 4 que sunt in quarto gradu inferioris numeri, ponet 4 in quarto gradu exeuntis summe, cum non sit aliqua figura super ipsa in alio numero, scilicet in 123, et sic habebit pro eorum additatione 4690.

4 6 9 0
1 2 3
4 5 0 7

Item si uoluerit addere 4321 cum 506789, descriptis eis ordine prescripto, addat 9 cum 1, erunt 10: ponet 0 et retineat 1 quod addat cum 8 et cum 2, erunt 11: ponet 1, retineat 1 quod addat cum 7 et cum 3, erunt 11. Iterum ponat 1 et retineat 1 quod addat cum

5 1 1 1 1 0
4 3 2 1
5 0 0 7 8 9

0 quod est in inferiori numero, erit 1 quod ponat, faciens in summa quintum gradum; et pro 5 que restant in inferiori numero, ponat in summa 5 facienti ad sextum gradum, et sic habebit in summa iunctionis ipsorum.

Probatio.

Si autem ipsam collectionem per pensam probare uoluerit, accipiat pensam per nouenarium de 4321 que est 1, sicuti in multiplicationibus docetur; que addat cum pensa

fol. 9 verso.

de 506789 que est 8, erunt 9 de quo dematur 9, re|manet 0 quod est pensa; et ita si acceperit pensam de summa iunctionis, scilicet de 511110, inueniet eam esse 0 ut opportet. Demum ut ostendat unde talis probatio procedat, sint duo numeri *.a. b.* et *b. g.* quos insimul addere uolumus, erit ergo coniunctus ex eis numerus *.a. g.* Dico quidem quod ex addita pensa numeri *.a. b.* cum pensa numeri *.b. g.* prouenit *.g.* Sit primum quod unusquisque numerorum *.a. b.* et *.b. g.* diuidatur integraliter per 9, erunt itaque 9 communis mensura numerorum *.a. b.* et *.b .g.* Quare totus numerus *.a. g.* diuidetur integraliter per 9 erit ergo pensa ipsius zephyrum ut habetur ex aditione probarum uel proba numerorum *.a. b.* et *.b. g.* Item unus illorum diuidatur integraliter per 9 alius non exit numerus *.a. b.* ille qui integraliter diuiditur per 9 et ex numero *b. g.* diuiso per 9. remaneat numerus *.d. g.*: ergo numeri *.d. b.* et *.b. a.* diuiduntur integraliter per 9. Et totus ergo *.d. a.* numerus per 9 diuidetur. Et quia numerus *.a. g.* superhabundat numerum *.a. d.* in numero *.b. d.*, et numerus *.a. d.* diuiditur integraliter per 9, remanebit ergo ex toto *.a. g.* numerus: ergo *.d.* indiuisibilis per 9 qui prouenit ex additione probe numeri *.a. b.* que est zephyrum cum proba numeri *.b. g.* que est numerus *.d. g.* Rursus nullus numerorum *.a. b.* et *.b. g.* diuidatur integraliter per 9. Sed ex numero *.a. b.* remaneat numerus *a. e.* et ex numero *.b. g.* remaneat numerus *.d. g.* Residui quidem, scilicet numeri *.e. b.* et *.b. d.* diuiduntur integraliter per 9. Quare et totus *.e. d.* diuisibilis est, cum sit ex aliqua multitudine nouenariorum concretus: remanent ergo indiuisibiles numeri *.a. e.* et *.d. g.* ex toto numero *.a. g.* qui sunt probe numerorum *.a. b.* et *.b. g.*, ex quorum coniunctione prouenit pensa numeri *.a. g.* ut oportebat ostendere.

« dictorum ... ostenditur » (fol 9 verso, lin 21-27; pag 20, lin. 31-39).

18542
25
461
6789
58
10718
491

Item si uoluerit addere 25 et 461 et 6789 et 58 et 491 et 10718, describantur omnes numeri per ordinem, sicuti in positione positi sunt, et addat numerum figurarum, que figure sunt in capitibus cunctorum dictorum numerorum, incipiendo ab inferiori, scilicet 8 et 1 et 8 et 9 et 1 et 5, semper in manu sinistra colligendo, erunt 32: ponat 2 et retineat 3, super que colligat numeros figurarum que in secundo gradu numerorum sunt, scilicet 1 et 9 et 5 et 8 et 6 et 2, erunt 34: ponat 4 et retineat 3, super quem ascendat colligendo numerum figurarum tertii gradus, scilicet 7 et 4 et 7 et 4, erunt 25: ponat 5 et retineat 2 super quem addat numerum figurarum que sunt in quarto gradu, scilicet 0 et 6, erunt 8 que ponat: post hec ponat 1 pro 1 quod restat in quinto gradu inferioris numeri, cum non sint in reliquis numeris figure facientes eundem gradum; et sic habebis pro eorum collectione 18542, ut hic ostenditur.

Quam collectionem si probare uoluerit, colligat omnes figuras que sunt in omnibus numeris, et colligendo semper, relinquat nouenas; et quod super fuerit relictis nouenis, pro pensa summe habeantur. Nam in multorum numerorum iunctione non indigemus probatione, cum non minus cito possimus recolligere summam quam pensam. Volo demon-

strare unde hic modus addendi prouenit: adduntur quidem primum omnes figure que sunt in primo gradu omnium numerorum, quos addere uolumus, ex qua coniunctione, cum omnes ipse figure sint unitates, colligitur numerus unitatum. Quare ponende sunt unitates in primo gradu et decene reseruande ad secundum, cum decene sint de secundo gradu: quare cum ipsis decenis seruatis addimus omnes numeros figurarum que sunt in secundo gradu numerorum omnium; et quot unitates ex eorum collectione proueniunt, tot decene habentur in summa collectionis: quare ponuntur unitates in secundo gradu, cum ipse unitates decene sint, et pro unaque decena seruatur unum ad tertium gradum. Nam ex decem decenis efficitur centenarius numerus; cum quibus unitatibus adduntur numeri tertii gradus omnium numerorum, et quicquid procreatur ex eorum collectione est ex numero tertii gradus, scilicet centenariorum. Et ideo ponuntur unitates in | tertio gradu, et seruantur decene ad quartum; et ideo gradatim per continuos gradus, colligendo et in continuis gradibus figuras, ponendo usque ad finem numerorum prouenimus. fol. 10 recto

Cvm autem, secundum prescriptam iunctionis doctrinam, numeros adhibet quis sciverit, et uoluerit colligere summas expensarum nauium et similium in quibus continentur libre et solidi et denarii. Intelligat a camerario uel scriba, uel a renuntiatore, secundum quod dicitur singulariter expensas, uel emptiones singulariter quarumlibet rerum; et describat in tabula linealiter pretium unius cuiusque rei collocans libras sub libris, soldos sub soldis, denarios sub denariis expensarum unius cuiusque faciei, uel cautele; et tunc faciat se optime ab ipso qui expensas renuntiat abscultari, ne forte aliquam fallaciam scripserit in tabula; et correcta in tabula descriptione expensarum colligat omnes denarios, et faciat inde soldos; et quartis qui superfuerint soldis reseruet et factis soldis, describat sub soldis in tabula et colligat eos, et de eorum summa faciat libras, quas ponat inferius in lineatione librarum: et soldis qui superfuerint factis libris super soldos post denarios seruatos reseruet: post hec accipiat summam librarum, et sic habebit summam ipsius pagine uel cartule. Verbi gratia: ut si quidam renuntiet in quadam expensa quod dedisset in tali et in talibus rebus, ut in sequenti pagina denotatur, adiscat scribere numeros librarum, soldorum et denariorum, sicut in eadem pagina describuntur, in qua pagina denarii qui sunt in ea sunt in summa 73, qui sunt soldi 6 et denarii 1: cum quibus soldi 6 iunctis soldi, qui sunt in eadem pagina, fiunt 122 qui sunt libre 6 et soldi 2; et cum ipsis libris 6 colligat libras, reperiet in summa libras 368: est ergo summa librarum omnium soldorum et denariorum insimul iunctorum libre 368 et soldi 2 et denarii 1 que summa est reseruanda in fine pagine, de qua expensa collecta est; et sic per ordinem colligat expensas per paginas et unicuique pagine summa faciendo: post hec rescribat in tabula summas cunctarum paginarum, et faciet inde summam summarum; et sic poterit colligere quaslibet expensas bizantiorum, et karatorum, et auri unciarum, et tarenorum genouinorum, cantariorum, etiam et rotulorum et cunctarum rerum numeris adiacentium.

	368 libre	2 .soldi.	1 .denarii.
Pro tali re libre LII et soldi IIII et denarii II	52	4	2
Pro tali libre XII et soldi XV et denarii V	12	15	5
Pro tali libre LIII	53		
Pro tali libre LXXX	80		
Pro tali soldi XV		15	
Pro tali soldi XVIII		18	
Pro tali soldi VIIII et denarii X		9	10
Pro tali denarii XI			11
Pro tali denarii VII			7
Pro tali libre V et soldi VI et XI denarii	5	6	11
Pro tali libre VIII et soldi VII et denarii V	8	7	5
Pro tali libre LXXXVII et denarii VIIII	87		9
Pro tali libre VIII et soldi VI	8	6	
Pro tali libre XXVII et soldi XV et denarii VI	27	15	6
Pro tali soldi XIII		13	
Pro tali denari VII			7
Pro tali libre XXX et soldi VIII	30	8	
Summa libre CCCLXVIII et soldi II et denarii I	6̄	6̄	

fol. 11 verso.

Incipit capitulum quartum de extratione minorum numerorum de maioribus.

Cvm autem numerum de numero quis extrahere uoluerit, describat minorem numerum sub maiori, collocans similes gradus sub similibus, et incipiat extrahere primam figuram minoris numeri de prima maioris; et ponat super habundantem numerum super primas figuras. Et secundam extrahat de secunda, et ponat residuum super secunda, et tertiam de tertia. Et reliquas de reliquis per ordinem, semper residum ponendo. Et cum figura minoris numeri, de figura eiusdem gradus maioris numeri extrahi non ualuerit, ideo quia ipsa de minori numero maior erit in eodem gradu quam ipsa de maiori: tunc figure maioris numeri addendus est decenarius, et de coniuncto numero, figura minoris numeri erit extrahenda. Et pro iunctione dicti decenarii in manu unitas erit reseruanda. Et ipsa sequenti figure minoris numeri super addenda et concreata quantitas de superiori figura eiusdem gradus, si possibile fuerit, erit extrahenda: sin autem de addito decenario, ut supradiximus, extrahatur; et sic gradatim usque ad ultimam figuram minoris numeri operando erit gradiendum: et si maior numerus minorem in gradibus super habundauerit figure que in ipsis gradibus extiterint, in fine erit ponendus. Et sic habebitur residuum de quorumlibet extractionibus numerorum. Verbi gratia, ut si uoluerit quis de 89 extrahere 35, ponantur 35 sub 89, ut in hac margine ostenditur: extrahantur itaque 5 de 9, remanent 4, quem *(sic)* ponatur super 9 et extrahantur 3 de 8, remanent 5 que ponat super et sic habebuntur per residuo posite extractionis 54: et si 39 de 85 extrahere uoluerit, descriptis numeris, extrahat 9 de 5, quod est impossibile. Vnde addat 10 eiusdem 5, erunt 15, de quibus extrahat 9, remanent 6 que ponat; et pro additis 10, retineat in manu 1 quod addat cum 3, erunt 4 que extrahat de 8 remanent 4 quem ponat super dictam 8, et sic habebit 46 pro residuo posite extractionis.

« figure que ... extractionis » (fol. 10 verso, lin. 13-20; pag. 22, lin. 33-41).

54
89
35

46
85
39

Item si uoluerit extrahere 80 de 392, ponat 80 sub 392 et extrahat 0 de 2, remanent

2 que ponat, et 8 demat de 9, remanet 1 quod ponat: post hoc ponat 3 que habundant in minori numero, et sic habebuntur 312 pro residuo dicte extractionis.

Item ... dicte extractionis. (fol 10 verso, lin. 20-36, pag 22, lin. 42 — pag. 23, lin. 17).

312
392
80

Item si econtra de 380 uoluerit extrahere 92, descriptis 92 sub 380, et cum sit impossibile de 0 extrahere 2 addantur eidem zephyro 10, erunt 10 de quibus extrahantur 2 que sunt in minori numero, remanent 8 que ponat et pro additis 10 retineat in manu 1, quod addat cum 9, erunt 10 que extrahenda essent de 8 si foret possibile: sed cum possibile non sit, extrahantur de 18, remanent 8 que ponat et retineat 1, quod extrahat de 3, remanent 2 que ponat, et sic habebit 288 pro residuo dicte extractionis.

288
380
92

Item si queratur residuum de 457, extractis de 939 descriptis numeris, extrahat 7 de 9, remanent 2 que ponat et 5 extrahat de 13, cum sit impossibile ipsa extrahere de 3, remanent 8 que ponat, et retineat in manu 1 que addat cum 4, erunt 5 que extrahat de 9, remanent 4 que ponat; et sic habebit 482 pro residuo dicte extractionis.

482
939
457

Item si uoluerit extrahere 841 de 15738, extrahat 1 de 8, remanent 7 que ponat et remanet 9 que ponat, et retineat in manu 1 quod addat cum 8, erunt 9 que extrahat de 17, remanet 8 que ponat et retineat 1 quod extrahat de 5 que sunt in quarto gradu superioris numeri, remanent 4 que ponat, et postea ponat 1 quod restat in quinto gradu eiusdem numeri; et sic habebit 14897 pro residuo dicte extractionis.

14897
15738
841

Item si uoluerit extrahere 28391 de 81728, extrahat 1 de 8, remanent 7 que ponat et 9 extrahat de 12, remanent 3 que ponat, et retineat 1 quod addat cum 3, erunt 4 que extrahat de 7, remanent 3 que ponat. Item 8 que sunt in quarto gradu minoris numeri extrahat de 11, scilicet de 1 quod | est in eodem gradu maioris numeri, et de decenario ei super addito remanent 3 que ponat et retineat 1 quod addat cum ultima figura minoris numeri, scilicet cum 2, erunt 3 que extrahat de ultima figura maioris numeri, scilicet de 8, remanent 5 que ponat; et sic habebit 53337 pro residuo dicte extractionis.

fol. 11 recto.

Probatio.

Si autem pensam prescriptarum extractionum, uel quarumlibet aliarum quis nosse uoluerit, accipiat pensam utrorumque numerorum secundum quod in multiplicationibus edocuimus. Et extrahat pensam minoris numeri, si possibile fuerit, de pensa maioris numeri; sin autem addat super pensam maioris numeri numerum pense, scilicet 9 et residuum pro pensa eiusdem extractionis habeatur. Verbi gratia: pensa maioris numeri, scilicet de 81728 est 8 et minoris, scilicet de 28391 est 5; et extractis 5 de 8, remanent pro pensa 3 ut in summa neutraliter residui extractionis reperitur.

Si autem .... residui (fol. 11 recto, lin 4-8; pag. 23, lin. 25-31).

proba est 3
53337
81728
28391

Item extractis 4552 de 8383 remanent 3821 pensa maioris numeri est 4 minoris numeri est 8; et cum non possit extrahi 8 de 4, scilicet pensa minoris numeri de pensa maioris numeri, addantur 9 super pensam maioris erunt 13, de quibus extrahantur 8, scilicet pensam minoris numeri, remanent 5 que sunt pensa residui dicte extractionis, scilicet de 3821, de ut hic ostenditur.

Item ... integrorum (fol. 11 recto, lin. 8-13, pag 23 lin. 31-37).

proba est 5	3821
	8383
	4562

Incipit capitulum quintum de diuisionibus integrorum numerorum.

Uolentibus scire diuidere quoslibet numeros per quoslibet numeros, necessarium est eis ut addiscant prius diuidere omnes numeros per numeros qui sunt a binario usque in decenarium; et cum hoc scire non possint, donec quasdam introductiones diuisionum quorumdam numerorum per ipsos cordetenus, sciant quorum diuisiones in sequentibus paginis in tabulis declarantur. Sed et doceatur primum qualiter cuncta minuta numerorum perfecte scribantur.

Cum super quemlibet numerum quedam uirgula protracta fuerit, et super ipsam quilibet alius numerus descriptus fuerit, superior numerus partem uel partes inferioris numeri affirmat; nam inferior denominatus, et superior denominans appellatur. Vt si super binarium protracta fuerit uirgula, et super ipsam unitas descripta sit ipsa unitas unam partem de duabus partibus unius integri affirmat, hoc est medietatem sic $\frac{1}{2}$ et super ternarium ipsa unitas posita fuerit sic $\frac{1}{3}$, denotat tertium: et si super septenarium sic $\frac{1}{7}$ septimam; et si super 10 decimam; et si super 19, nonamdecimam partem unius integri affirmat, et sic deinceps. Item si binarius super ternarium extiterit sic $\frac{2}{3}$, duas partes de tribus partibus unius integri affirmat, hoc est duas tertias. Et si super 7 duas septimas sic $\frac{2}{7}$ et si super 23 duas uigesimas tertias denotabunt, et sic deinceps. Item si septenarius super nouenarium positus fuerit sic $\frac{7}{9}$ septem, nouenas unius integri affirmant; et si 7 super 97, septem nonagesimas septimas denotabunt. Item 13 posita super 29, tredecim uigesimas nonas affirmant. Et si 13 sunt super 347, tredecim trecentesimas quadragesimas septimas indicabunt, et sic de reliquis numeris est intelligendum.

Item si sub una eadem uirgula plures numeri positi fuerint, et super unum quemque ipsorum alii numeri describentur, numerus qui in capite uirgule dextere partis super numerum positus fuerit ipsius, sub positi numeri partem uel partes ut prediximus denotabit. Qui uero super secundum ipsius secundi partes de partibus primi sub positi numeri declarat. Qui autem super tertium, ipsius tertii partes partium secundi de partibus primi affirmat, et sic semper qui sequentur super uirgulam partes partium cunctorum antecedentium sub uirgula denotant, ut si sub quadam uirgula fiat 2 et 7 et super 2 sit 1 et super 7 sint 4 ut hic cernitur, denotantur quattuor septime, et medietas unius septime. Si autem super 7 esset zephyrum sic $\frac{1\ 0}{2\ 7}$ medietas tantum unius septime denotaretur. Item sub quadam alia uirgula sint 2 et 6 et 10; et super 2 sit 1; et super 6 sint 5 et super 10 sint 7 ut hic ostenditur $\frac{1\ 5\ 7}{2\ 6\ 10}$ septem que sunt super 10 in capite uirgule representant septem decenas, et 5 que sunt super 6 denotant quinque sextas unius decime partis, et 1 quod est super 2 denotat medietatem sexte unius decime partis, et sic singulariter de singulis intelligatur: tamen monendum est ut semper mi-
fol. 11 verso nores numeri sint uersus sinistram sub eadem uirgula: sed si | plures fuerint uirgule rupti unius uirgule non respondent ruptis alterius, et illa uirgula que est maior pars integri, semper est ponenda uersus dexteram manum. Dicuntur quidem fractiones, que sunt in una uirga, esse in gradibus, et est primus gradus earum fractio, que est in capite uirge a dextera parte. Secundus est fractio sequens uersus sinistram quereret. Verbi gratia in suprascripta uirga, scilicet in $\frac{1\ 5\ 7}{2\ 6\ 10}$ sunt $\frac{7}{10}$ in primo gradu ipsius uirge et $\frac{5}{6}$ sunt in secundo, et $\frac{1}{2}$ est in tertio, hoc est in ultimo gradu eiusdem uirge, et sic quot sunt numeri sub uirga, tot sunt gradus eiusdem. Et si in uirga fuerint plures rupti, et ipsa uirga terminauerit in circulo, tunc fractiones eius, aliter quam dictum sit denotabunt, ut in hac $\frac{2\ 4\ 6\ 8}{3\ 5\ 7\ 9}$∘ cuius uirge fractiones denotant, octo nouas unius integri, et sex septimas de octononis, et quattuor quintas sex septimarum de octo nonis et duas tertias quattuor quintarum sex septimarum de octo nonis unius integri. Et si hec uirga terminaret ab alia parte in circulo sic. $\frac{8}{9}$·$\frac{6\ 4\ 2}{7\ 5\ 3}$ denotaret tantum duas tertias de quattuor quintis de sex septimis de octo nonis unius integri. Item si uirgule protraherentur super uirgam in hunc modum $\frac{1\ 1\ 1\ 5}{5\ 4\ 3\ 9}$, denotant fractiones eius quinque nonas et tertiam et

quartam et quintam unius none. His itaque intellectis, introductiones predicte, ut inferius cernitur, describantur, cum cordetenus summo studio addiscantur.

DIUISIONES PER BINARIUM			
$\frac{1}{2}$ de	1 est	0	et remanet 1
$\frac{1}{2}$	2 est	1	
$\frac{1}{2}$	3	1	1
$\frac{1}{2}$	4	2	
$\frac{1}{2}$	5	2	1
$\frac{1}{2}$	6	3	
$\frac{1}{2}$	7	3	1
$\frac{1}{2}$	8	4	
$\frac{1}{2}$	9	4	1
$\frac{1}{2}$	10	5	
$\frac{1}{2}$	11	5	1
$\frac{1}{2}$	12	6	
$\frac{1}{2}$	13	6	1
$\frac{1}{2}$	14	7	
$\frac{1}{2}$	15	7	1
$\frac{1}{2}$	18	8	
$\frac{1}{2}$	17	8	1
$\frac{1}{2}$	18	9	
$\frac{1}{2}$	19	9	1
$\frac{1}{2}$	20	10	
DIUISIONES PER TERNARIUM			
$\frac{1}{3}$ de	1 est	0	1
$\frac{1}{3}$	2	0	2

$\frac{1}{3}$	3	1	
$\frac{1}{3}$	4	1	1
$\frac{1}{3}$	5	1	2
$\frac{1}{3}$	6	2	
$\frac{1}{3}$	7	2	1
$\frac{1}{3}$	8	2	2
$\frac{1}{3}$	9	3	
$\frac{1}{3}$	10	3	1
$\frac{1}{3}$	11	3	2
$\frac{1}{3}$	12	4	
$\frac{1}{3}$	13	4	1
$\frac{1}{3}$	14	4	2
$\frac{1}{3}$	15	5	
$\frac{1}{3}$	16	5	1
$\frac{1}{3}$	17	5	2
$\frac{1}{3}$	18	6	
$\frac{1}{3}$	19	6	1
$\frac{1}{3}$	20	6	2
$\frac{1}{3}$	21	7	
$\frac{1}{3}$	22	7	1
$\frac{1}{3}$	23	7	2
$\frac{1}{3}$	24	8	
$\frac{1}{3}$	25	8	1
$\frac{1}{3}$	26	8	2

INTRODUCTIONES QUATERNARII			
$\frac{1}{4}$	1	0	1
$\frac{1}{4}$	2	0	2
$\frac{1}{4}$	3	0	3
$\frac{1}{4}$	4	1	
$\frac{1}{4}$	5	1	1
$\frac{1}{4}$	6	1	2
$\frac{1}{4}$	7	1	3
$\frac{1}{4}$	8	2	
$\frac{1}{4}$	9	2	1
$\frac{1}{4}$	10	2	2
$\frac{1}{4}$	11	2	3
$\frac{1}{4}$	12	3	
$\frac{1}{4}$	13	3	1
$\frac{1}{4}$	14	3	2
$\frac{1}{4}$	15	3	3
$\frac{1}{4}$	16	4	
$\frac{1}{4}$	17	4	1
$\frac{1}{4}$	18	4	2
$\frac{1}{4}$	19	4	3
$\frac{1}{4}$	20	5	
$\frac{1}{4}$	21	5	1
$\frac{1}{4}$	22	5	2
$\frac{1}{4}$	23	5	3

fol. 12 recto.

$\frac{1}{4}$	24	6	
$\frac{1}{4}$	25	6	1
$\frac{1}{4}$	26	6	2
$\frac{1}{4}$	27	6	3
$\frac{1}{4}$	28	7	
$\frac{1}{4}$	29	7	1
$\frac{1}{4}$	30	7	2
$\frac{1}{4}$	31	7	3
$\frac{1}{4}$	32	8	
$\frac{1}{4}$	33	8	1
$\frac{1}{4}$	34	8	2
$\frac{1}{4}$	35	8	3
$\frac{1}{4}$	36	9	
$\frac{1}{4}$	37	9	1
$\frac{1}{4}$	38	9	2
$\frac{1}{4}$	39	9	3
$\frac{1}{4}$	40	10	

INTRODUTIONES QUINARII

$\frac{1}{5}$	de 5	est	1
$\frac{1}{5}$	10		2
$\frac{1}{5}$	15		3
$\frac{1}{5}$	20		4
$\frac{1}{5}$	25		5
$\frac{1}{5}$	30		6
$\frac{1}{5}$	35		7
$\frac{1}{5}$	40		8
$\frac{1}{5}$	45		9
$\frac{1}{5}$	50		10

INTRODUTIONES SEXNARII

$\frac{1}{6}$	de 6		1
$\frac{1}{6}$	12		2
$\frac{1}{6}$	18		3
$\frac{1}{6}$	24		4
$\frac{1}{6}$	30		5
$\frac{1}{6}$	36		6
$\frac{1}{6}$	42		7
$\frac{1}{6}$	48		8
$\frac{1}{6}$	54		9

INTRODUTIONES SEPTENARII

$\frac{1}{7}$	de 7	est	1
$\frac{1}{7}$	14		2
$\frac{1}{7}$	21		3
$\frac{1}{7}$	28		4
$\frac{1}{7}$	35		5
$\frac{1}{7}$	42		6
$\frac{1}{7}$	49		7
$\frac{1}{7}$	56		8
$\frac{1}{7}$	63		9
$\frac{1}{7}$	70		10

DIUISIONES OCTONARII

$\frac{1}{8}$	de 8	est	1
$\frac{1}{8}$	16		2
$\frac{1}{8}$	24		3
$\frac{1}{8}$	32		4
$\frac{1}{8}$	40		5
$\frac{1}{8}$	48		6
$\frac{1}{8}$	56		7
$\frac{1}{8}$	64		8
$\frac{1}{8}$	72		9
$\frac{1}{8}$	80		10

DIUISIONES NOUENARII

$\frac{1}{9}$	de $\frac{1}{9}$	est	1
$\frac{1}{9}$	18		2
$\frac{1}{9}$	27		3
$\frac{1}{9}$	36		4
$\frac{1}{9}$	45		5
$\frac{1}{9}$	54		6
$\frac{1}{9}$	63		7
$\frac{1}{9}$	72		8
$\frac{1}{9}$	81		9
$\frac{1}{9}$	90		10

INTRODUTIO DIUISIONUM PER 11

$\frac{1}{11}$	de 11	est	1
$\frac{1}{11}$	22		2
$\frac{1}{11}$	33		3
$\frac{1}{11}$	44		4
$\frac{1}{11}$	55		5
$\frac{1}{11}$	66		6
$\frac{1}{11}$	77		7
$\frac{1}{11}$	88		8
$\frac{1}{11}$	99		9
$\frac{1}{11}$	110		10

INTRODUCTIO DIUISIONUM PER

$\frac{1}{12}$	de 12	est	1
$\frac{1}{12}$	24		2
$\frac{1}{12}$	36		3
$\frac{1}{12}$	48		4
$\frac{1}{12}$	60		5
$\frac{1}{12}$	72		6
$\frac{1}{12}$	84		7
$\frac{1}{12}$	96		8
$\frac{1}{12}$	108		9
$\frac{1}{12}$	129		10

INTRODUCTIO DIUISIONUM PER

$\frac{1}{13}$	de 13	est	1
$\frac{1}{13}$	26		2
$\frac{1}{13}$	39		3
$\frac{1}{13}$	52		4
$\frac{1}{13}$	65		5
$\frac{1}{13}$	78		6
$\frac{1}{13}$	91		7
$\frac{1}{13}$	104		8
$\frac{1}{13}$	117		9
$\frac{1}{13}$	130		10
$\frac{1}{13}$	143		11
$\frac{1}{13}$	156		12
$\frac{1}{13}$	169		13
$\frac{1}{13}$	182		14
$\frac{1}{13}$	195		15

Regula uniuersalis de diuisione numerorum per numeros primi gradus. fol. 12 verso.

Notis igitur prescriptis diuisionibus atque eius frequenti usu optime perscrutatis, et si quis uoluit quemlibet numerum cuiuslibet gradus per quemlibet dictorum numerorum, scilicet eorum qui sunt a binario usque in decenarium diuidere, describat numerum in tabula, et ponat figuram, per quam figuram numerum diuidere uoluerit sub primo gradu ipsius numeri; et incipiat diuisionem ab ultima figura numeri, et diuidat eam, si possibile fuerit, per numerum figure, per quam numerus diuidere uoluerit, ponens diuisionem inferius in tabula sub eodem ultimo gradu: et si aliquid ex diuisione superfuerit, ponat ipsum superfluum super eandem ultimam figuram; et copulet ipsum cum consequenti figura, et diuidat eas duas figuras, tanquam facientes numerum duarum figurarum, et ponat diuisionem sub eadem sequenti figura; et superfluum si fuerit, super ipsam describat. Et sic semper prescripto ordine superfluum * sequenti figure cupulando, et numerum, qui ex diuisione prouenerit, ponendo et superfluum superius describendo gradatim usque ad primam figuram numeri deuenerit procedendo. Nam cum sepe contigerit, quod figure in quibus numeri diuidentur maiores ultimis figuris ipsorum numerorum extiterint, tunc cum non ualeant ipse per ipsas diuidi, incipiat diuisionem ab ultimis, et a consequentibus figuris; et diuidat eas prescripta ratione copulatas, et diuisiones ponat sub penultimis, et de superfluis uadat usque ad finem, ut prediximus, operando: si superfluum quinque non fuerit, diuidat tantum ipsam figuram, quousque superfluum inuenerit, que copulari edocetur: et si ipsam diuidere non poterit, ideo quia sit minor ipsa, per quam diuiditur, ponat sub ipsa zephyrum, et totam ipsam tanquam superfluum consequenti figure copulando adiungat; et sic habebit quarumlibet dictarum diuisionum quantitates.

« ipsam diuidere .... remanent 2 » (fol. 12 verso, lin. 16-31; pag. 27, lin. 21-42).

Ut si uoluerit diuidere 365 per 2, describat 2 in quadam parte tabule, et desuper protrahat uirgulam, et alia 2 ponat sub 5, et incipiat diuidere 3 per 2, scilicet ultimam figuram, dicens $\frac{1}{2}$ de 3 est 1, et remanet 1: describat 1 sub eisdem 3 et 1 quod remanet describat superius, ut in prima descriptione cernitur; et remanente 1 copulato cum 6, que sunt iuxta ultimam dictam figuram, facient 16: accipiat $\frac{1}{2}$ de 16 quod est 8; ponat ergo 8 sub 6 antepositum, 1 sub 3, ut in secunda descriptione cernitur; et cum nichil sit superfluum in diuisione de 16, diuidat 5 per 2, exibunt 2 et remanet 1: describat 2 sub 5 et 1 quod remanet scribat super posita 2 que ex parte cum uirgula seruare iussimus; et erit medietas unius integri: et ante ipsum $\frac{1}{2}$ describat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 182, ut in ultima descriptione patet. Nam rupti uel fracti semper ponendi sunt post integra, quamuis prius integra quam rupti pronuntiari debeant. Et notandum rursus, quia quando aliquis numerus diuisus est per aliquem numerum, tunc ex multiplicatione diuisoris in exeuntem prouenit diuisus numerus. Vt si 40. diuidantur per 4., ueniunt 10. Quare si multiplicamus 4. per 10 quadraginta, scilicet diuisum numerum faciunt. Similiter si multiplicabunt $\frac{1}{2}$ 182 per 2, scilicet exeuntem numerum per diuisorem, prouenient 365, scilicet numerus diuisus.

②   1   3 6 5   2   1 8
②   3 6 5   1 8
②   3 6 5   1 6 2
Summa diuisionis $\frac{1}{2}$ 1 8 2

Item si eadem 365 per 3 diuidere uoluerit, describat 3 sub 5 et diuidat 3 per 3, exibit 1., quod ponat sub 3. Item diuidat 6 per 3, exibunt 2 que ponat sub 6; et diuidat 5 per 3, exibit 1 et remanent 2.: ponat 1 sub 5 et 2 super uirgulam de 3 ex parte seruata, et ante ipsum ponat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 121 et

sic habebitur $\frac{2}{3}$ 121 pro quesita diuisione, ut hic ostenditur. Et notandum quod numerus qui diuiditur uocatur diuisus uel diuidendus; et numerus qui diuidit uocatur diuidens, uel diuisor; et numerus qui prouenit ex diuisione uocatur procedens uel exiens.

Diuisio 1346 *per* 4.

Item si uoluerit quis diuidere 1346 per 4, ponat 4 sub 6 et diuidat 13 per 4, cum non possit diuidere 1, quod est in ultimo gradu numeri, exibunt 3 et remanet 1: ponat 3 sub 3 et remanens 1 ponat sub eadem 3, et copulet ipsum 1 cum 4 que antecedunt 3 in numero, erunt 14: sumat quartam de 14 que est 3 et remanent 2: ponat 3 inferius sub 4 et remanentia 2 superius, quibus copulatis cum 6, faciunt 26; que diuidat per 4, exibunt 6 et remanent 2: ponat 6 sub 6 et remanentia 2 ponat sub uirgula de 4 ex Fol. 13 recto. parte seruata | que notaut duas quartas unius integri, que equales sunt medietati unius integri; et ante ipsas ponat numerum exeuntem ex diuisione, scilicet 336; et sic habebuntur $\frac{1}{2}$ 336 pro quesita diuisione. Verbi gratia: diuisimus primum 13 per 4, que 13 terminantur in tertio gradu. Quare ipsa esse centenaria cognoscimus, cum tertius gradus sit centenariorum. Diuisis ergo tredecim centenariis per 4, ueniunt centenaria tria et remanet unum centenarium indiuisibile. Quare posuimus 3 in tertio gradu, scilicet in loco centenariorum et 1, quod fuit superfluum, posuimus super 6 et est denotans centum; et copulauimus ipsum 1 cum 4, fecerunt 14 que terminantur in secundo gradu, scilicet in loco decenarum. Quare denotant centenas decenas 14, quas diuisimus per 4, uenerunt tres decene, et duedecene remanserunt indiuisibiles: quare posuimus 3 sub 4 et 2 super 4 in loco, uidelicet decenarum, et copulauimus ipsa 2 cum 6 primi gradus. Ex quorum copulatione habuimus 26 unitates; cum ipsa copulatio terminet in primo gradu; et diuisimus ipsas 26 unitates per 4, et uenerunt unitates 6, et remanserunt 2. Quare posuimus 6 in loco unitatum, et duo posuimus super uirgam de 4; et sic intelligatur de reliquis similibus diuisionibus.

Diuisio 5439 *per* 5.

Item si uoluerit diuidere 5439 per 5, ponat 5 sub 9 et dicat $\frac{1}{5}$ de 5 est 1, quod ponat sub 5 et $\frac{1}{5}$ de 4 est 0, et remanent 4: ponat 0 sub 4, et pro remanentibus 4 copulet ipsa 4 cum 3 et dicat: $\frac{1}{5}$ de 43 sunt 8 et remanent ipsa 3: ponat 8 sub 3 et accipiat quintam de ipsis 3 copulatis cum 9, scilicet de 39, exibunt 7 et remanent 4: ponat 7 sub 9 et 4 super uirgulam de 5 ex parte seruatis et ante ponat numerum exeuntem ex diuisione.

Diuisio 9000 *per* 7.

Item si uoluerit diuidere 9000 per 7, ponat 7 sub primo zephyro, et diuidat 0 per 7, exibit 1 et remanent 2: ponat ergo 1 sub 9 et 2 desuper, quibus copulatis cum 0, quod est secus 0, faciunt 20 que diuidat per 7, exibunt 2 et remanent 6: ponat 2 sub illo zephyro, et 6 desuper, quibus copulatis cum sequenti zephyro, faciunt 60 que diuidat per 7, exibunt 8 et remanent 4: ponat 8 sub illo zephyro 0, et desuper ponat 4, quibus copulatis cum zephyro primi gradus, faciunt 40, que diuidat per 7, exibunt 5, et remanent 5: ponat 5 sub ipso 0 et remanentia 5 ponat super uirgulam de 7 ex parte descripta, et ante ipsam ponat numerum exeuntem ex diuisione.

Diuisio 10000 *per* 8.

Item si uoluerit diuidere 10000 per 8, ponat 8 sub 0 primi gradus et dicat: $\frac{1}{8}$ de 10

est 1 et remanent 2: ponat 1 sub 0 tertii gradus, et desuper ponat 4 et accipiat $\frac{1}{8}$ de 40 que est 5 que ponat sub secundo gradu; et ut expleatur ordo gradnum exeuntis numeri, ponendum est 0 sub 0 primi gradus, ut in hac descriptione cernitur.

• ponat .... per 9 » (fol. 13 recto, lin. 23-27; pag. 28, lin. 41 — pag. 29, lin. 4.

24
10000
8
1250

Diuisio 120037 *per* 9.

Item si 120037 per 9 diuidere uoluerit, describat 9 sub 7 et dicat: $\frac{1}{9}$ de 12 est 1 et remanent 3: ponat 1 sub 2 et superius 3, et $\frac{1}{9}$ de 30 est 3 et remanent 3: ponat 3 sub 0 quarti gradus, et desuper ponat 3; et iterum accipiat 0 de 30 quod est 3 et remanent 3: ponat 3 sub 0 tertii gradus et 3 ponat super ipsum 0: iterum et $\frac{1}{9}$ de 33 est 3 et remanent 6: ponat 3 sub 3 et superius 6 et $\frac{1}{9}$ de 67 est 7 et remanent 4: ponat 7 sub 7 et remanentia 4 ponat super uirgulam de 9 ex parte descripta. Et ita si secundum prescriptum diuidendi ordinem diuidere sciuerit in aliquibus similibus diuisionibus nunquam poterit deuiare: etiam per eundem modum omnes numeri diuidi possunt per 11 et per 13: tamen oportet primum scire introductiones ipsorum ordinum aliorum suprascriptorum ut in tabulis diuisionum superius continentur. Nam introductio de 11 ascendit ab uno usque in decies 11, scilicet in 110. Et introductio de 13 ascendit ab 1 usque in decies 13, scilicet 130.

Diuisione numerorum per 11.

Notis quidem dictis introductionibus, et uoluerit quis diuidere 12532 per 11, ponat 11 sub 32. Et accipiat $\frac{1}{11}$ de 12, que sunt in capite diuidendi numeri quod est 1, et remanet 1. Ideo quia $\frac{1}{11}$ de 11 est 1 sicut in suprascriptis tabulis ostenditur; ergo $\frac{1}{11}$ de 12 est 1 et remanet 1. Pone itaque 1 sub 2 de ipsis 2 et remanens 1 ponat super 2,|et copulet ipsum 1 cum antecedente figura, scilicet cum 5, facient 15, de quibus accipiat $\frac{1}{11}$ que est 1 et remanet 4 dicta ratione; et ponat 7 sub 5 et remanentia 4 super 5 que copulet cum antecedente figura, scilicet cum 3, facient 43: de quibus iterum accipiat $\frac{1}{11}$ que est 3 et remanet 10: ideo quia $\frac{1}{11}$ de 33 est 3, a quibus usque in 43 sunt 10: ergo $\frac{1}{11}$ de 43 est 3 et remanent 10 ut diximus: ponat ergo 3 sub 3, et 10 ponat super 43, hoc est ponat 1 super 4, que posita fuerunt super 5 et 0 ponet super 3, et copulet rursus ipsa 10 cum antecedente figura, scilicet cum 2 que sunt in primo gradu, erunt 102, de quibus iterum accipiet $\frac{1}{11}$, erunt 9 et remanent 3: ponat 9 sub dictis 2 et remanentia 3 ponat super uirgulam de 11 ex parte seruata, et habebit pro quesita diuisione $\frac{3}{11}$ 1139. fol. 13 verso.

Diuisio de

Item si uoluerit diuidere 123586 per 13, positis 13 sub 86, diuidat 123 per 13; cum 12 minus sit de 13, exibunt 0 et remanent 6. Nam tertia decima de 117 est 9, a quibus usque in 123 desunt 6: ponat 9 sub 3 de ipsis 123 et remanentia 6 ponat super eisdem 3 et copulabit ea cum 5, erunt 65, quorum $\frac{1}{13}$ est 5: quare ponat 5 sub 5 et sub 8 ponat 0 cum 8 minus sint de 13, et copulabit ipsa 8 cum 6 que sunt in primo gradu, erunt 86, quorum $\frac{1}{13}$ cum sit 6 et remanent 8 : ponet 6 in primo gradu exeuntis numeri, et 8 super uirgam de 13, et habebit pro quesita diuisione $\frac{8}{13}$ 9506: per hunc etiam modum possunt diuidi numeri per 17 et per 19; tamen oportet scire introductiones ipsorum ordine aliorum suprascriptorum numerorum. Sed cum graue uideatur ipsorum introductiones cordetenus posse retineri, qualiter per alium modum numeri diuidantur per 17 et per 19, etiam et per alios numeros duarum figurarum, in suo loco demostrabimus.

De diuisione numerorum cordetenus in manibus per eosdem numeros.

Uerum si materia consimilium diuisionum cordetenus in manibus operari uoluerit, retineat numerum in manibus quem diuidere uoluerit, et eat semper per manus, gradatim diuidendo, incipiendo ab ultima figura, ponens semper in manibus numeros ex diuisione exeuntes, superflua semper cordetenus retinendo; et numerum diuidendum gradatim de manibus delendo. Verbi gratia: ut si proposuerit diuidere 7543 per 6, retineat prescriptum numerum in manibus, et diuidat 7 per 6, que 7 sunt in manu dextera in loco miliariorum, exibit 1 et remanet 1: deleat 7 de manu et ponat ibidem 1, et remanens 1 retineat in corde, quod copulet cum 5 que sunt in manu dexetra in loco centenariorum, erunt 15, que diuidat per 6, exibunt 2 et remanent 3: deleat 5 de manu et ponat ibidem 2 et in corde retineat 3; quibus copulatis cum 4 que sunt in sinistra manu in loco decenarum, faciunt 34, que diuidat per 6, exibunt 5 et remanent 4: deleat 4 de manu, et ponat ibidem 5 et remanentia 4 in corde retineat, que copulet cum 3 que sunt io eadem manu in loco unitatum, erunt 43 que diuidat per 6, exibunt 7 et remanet 1: deleat 3 de manu et ponat ibidem 7, et pro remanenti 1 dicat sextam; et sic habebit in manibus pro quesita diuisione $\frac{1}{6}$ 1257.

Diuisio 8039 *per* 5.

Uel si uoluerit diuidere 8039 per 5, retineat numerum in manibus et dicat: $\frac{1}{5}$ de 8 que sunt in loco miliarorum est 1 et remanent 3: deleat 8 de manu et ponat ibidem 1, et in corde retineat 3; et cum in hoc numero in loco centenariorum non habeatur aliquid in manu, dicendum est quod sit ibi zephyrum, cum quo copulet 3 seruata, facient 30, quorum $\frac{1}{5}$ est 6 que ponat in corde loco, scilicet centenariorum; et ducat diuisionem de manu dextera ad sinistram, dicens $\frac{1}{5}$ de 5, scilicet de eis que sunt in loco decenarum est 1: deleat 5 et ponat ibidem 1 et accipiat $\frac{1}{5}$ de 9 que est 1 et retineat 4, scilicet de eis que sunt in loco unitatum: deleat ipsa 9 de manu et ponat ibidem 1 et pro remanentibus 4 dicat $\frac{4}{5}$; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{4}{5}$ 1611, et sic in reliquis similibus diuisionibus intelligatur.

Cvm aliquis aliquem numerum per 10 diuidere uoluerit, deleat ex ipso numero
fol. 14 recto. figuram primi gradus | et ponat eam super quedam 10 positum ex parte cum uirgula, et ante ipsa ponat numerum qui remanserit post delectionem dicte prime figure; et sic poterit quemlibet numerum per 10 diuidere. Verbi gratia: ut si uoluerit diuidere 167 per 10, deleat ex ipsis figuram primi gradus, scilicet 7 et ponat ea super quedam 10, ut diximus, ex parte seruata cum uirgula, et ante ipsam ponat remanentem numerum, scilicet 16; et sic habebis pro quesita diuisione $\frac{7}{10}$ 16. Et si 1673 per 10 diuidere uoluerit, deletis 3 de 1673, remanent pro quesita diuisione $\frac{3}{10}$ 167.

Incipiunt diuisiones numerorum per numeros incompositos secundi gradus.

Nvmerorum quidam sunt incompositi, et sunt illi qui in arismetrica et in geometria primi appellantur. Ideo quia a nullis numeris minoribus existentibus ipsis, preter quam ab unitate, metiuntur uel numerantur. Arabes ipsos hasam appellant. Greci coris canon, nos autem sine regulis eos appellamus; ex quibus illi qui sunt infra centum, in quadam tabula in sequentibus describuntur. Alios uero primos, qui sunt ultra centum, per regulam inuenire docebo. Reliqui uero compositi, uel epipedi, idest superficiales, a peritissimo geometriae Euclide appellantur. Ideo quia componuntur ex multiplicatione ali-

quorum numerorum, ut duodecim que componuntur ex multiplicatione binarii in .6., uel ternarii in 4, nos autem ipsos regulares numeros appellamus. Et cum diuidendi doctrina per primos et compositos non sit eadem, in primis, scilicet per eos qui sunt sine regulis infra centum, quoslibet numeros ipsis maiores existentes diuidere ostendamus.

« appellamus.... numerus duarum » (fol. 14 *recto*, lin. 12 e 13 — 24 a 25; pag. 31, lin. 2-18).

Tabula numerorum hasam> »

11	37	67
13	41	71
17	43	73
19	47	79
23	53	83
29	59	89
31	61	97

Cvm autem quemlibet numerum per aliquem prescriptorum, qui sit sine regula, quis diuidere uoluerit, describat numerum in tabula, et sub ipso ponat ipsum primum numerum, per quem diuidere uoluerit, collocans siquidem similem gradum sub simili et uideat, si due ultime numeri diuidendi figure maiorem numerum facient, uel equalem uel minorem ipso primo numero, per quam numerus diuidetur. Et si maiorem uel equalem numerum fecerint, incipiendus est ultimus gradus exeuntis numeri sub sequenti ultimo gradu diuidendi numeri, hoc est sub penultima, et ponat ibidem arbitrio talem figuram, que multiplicata per ipsum diuisorem numerum, faciat numerum duarum figurarum ultimarum predictarum, uel fere. Et tunc multiplicabis ipsam per ultimam figuram ipsius primi numeri, scilicet diuisoris, et exeuntem summam de ultima figura extrahat. Et si aliquid super habundauerit, describat habundantiam super ipsam figuram. Et multiplicet eandem positam figuram per primam eiusdem primi numeri, scilicet diuisoris, et multiplicationem de copulatione dicte super habundantie et penultime figure extrahat, et residuum si fuerit numerus dvarum figurarum, hoc est quod sit amplius de 10, ponat primum gradum ipsius numeri super penultimam figuram, et ultimum super ultimam. Si autem primi gradus ipsum superfluum extiterit, scilicet minus 10, ponat figuram ipsius super penultimam, et copulet ipsum superfluum cum tertia figura ab ultima. Et sub ipsa tertia figura ponat arbitrio talem figuram, que multiplicata per eundem diuisorem, faciat numerum dicte copulationis, uel fere: quod arbitrium qualiter ex arte habeatur; in sequentibus diuisiouibus, secundum differentiam ipsorum, ostendere procurabo. Et tunc multiplicet ipsam positam figuram sub tertia per ultimam diuisoris, et summam extrahat, si possibile fuerit, ex ultimo gradu dicti superhabundantis et coniuncti numeri. Sin autem extrahet eam de copulatione ultime et sequentis, et superfluum ponat super eundem gradum. Et multiplicet iterum ipsam per primam diuisoris, et summam extrahat de remanenti numero, et superfluum ponat desuper. Et sic semper copulando superflua cum figuris per gradus sequentes, et sub ipsis gradibus figuras ponendo arbitrio, et secundum prescriptum ordinem multiplicando usquequo ad finem numeri deuenerit, procedere studeat. Verum cum sepe contigerit quod de copulatione superflui et antecedentis figure numerus diuisor extrahi non poterit, tunc scribendum erit zephyrum sub eadem antecedente figura, et copulabit eos, scilicet antecedenti uel sequenti, et superfluo aliam, uel sequentem antecedentem figuram, et sub ipsa ponat illam figuram, que multiplicata per divisorem numerum faciat numerum illarum dictarum trium figurarum, scilicet ipsarum que exibunt ex copulatione superhabundantis figure, et duarum antecedentium, uel sequentium figurarum. Vnde si due ultime figure | diuidendi numeri minorem numerum diuisore, ut prediximus, fecerit, incipiendus erit ultimus gradus exeuntis numeri sub tertia figura ab ultima; et ita quoslibet numeros per predictos primos numeros diuidere poteris. Et ut intelligibilius que dicta sunt intelligantur, ea cum numeris ostendantur. fol. 14 *verso*.

Diuisio de 18456 *per* 17.

Si quis uoluerit diuidere 18456 per 17, describat 17 sub 56 de 18456, et accipiat $\frac{1}{17}$ de

18 que sunt ultime due figure diuidendi numeri que est 1, et remaneat 1; et ponat 1 sub 8 de ipsis 18, et remanens 1 ponat super 8, ut in prima descriptione ostenditur. Et copulet ipsum 1 cum antecedente figura, scilicet cum 4, facient 14 que 14 cum minus sint diuisore numero, scilicet de 17, ponet 0 sub ipsis 4, scilicet antepositum 1 sub 8 et copulabis ipsa 14 cum antecedente figura, scilicet cum 5, facient 145: ponet itaque sub dictis 5 talem figuram arbitrio, que per 17 multiplicata, faciat fere dicta 145: nam ut ipsum arbitrium ex arte habeatur, uideatur de diuisore numero, scilicet de 17 cui decenario numero propinquior est: est enim propinquior 20: diuidat ergo dicta 145 per 20 quod sic fit: de 20 reliquat primam figuram, scilicet zephyrum, remanebunt 2 de ipsis 20; et relinquat iterum primam figuram de 145, scilicet 5, remanebunt 14, que diuidat per dicta 2, exibunt 7; et talis debet esse figura quam debet ponere sub 6 uel 1 amplius, scilicet 6 et hic contigit, quia 17 minus sunt de 20: unde maior pars est $\frac{1}{17}$ de 145 quam $\frac{1}{20}$. Ponat itaque 8 sub 5 de 145, quia hic itaque opportet et multiplicet ipsa 8 per 17 et extrahet multiplicationem ipsorum de 145 quod sic fit: multiplicabis itaque 8 per ultimam figuram de 17, scilicet per unum, erunt 8, que extrahat de 14, remanebunt 6 que ponat super 4 de 14 et copulet ipsa 6 cum antecedente 5, facient 65, de quibus extrahat multiplicationem eorumdem 8 in aliam figuram de 17, scilicet in 7 que multiplicatio est 56, remanent 9 et tot remanet de 145, extracta inde multiplicatione de 8 in 17, ut in secunda descriptione ostenditur: ponat itaque 9 super 15 et copulet ipsa cum antecedente figura, scilicet cum 6, facient que restant diuidenda per 17, 96, et ponat sub 6. Iterum talem figuram que multiplicata per 17 faciet proprius quam poterit de 96. Vnde ut sciat qualis sit illa figura, relinquat 6 de 96 et remanentia 9 diuidat per 2, sicut antea fecimus, de 14, exibunt $\frac{1}{2}$ 4: quare ponat 5, hoc est amplius de $\frac{1}{2}$ 4 sub 6, hoc est in primo gradu exeuntis numeri, et multiplicabis ipsa 5 per 1 de 17, scilicet per ultimam figuram ipsorum, facient 5, que extrahat de 9 que posita sunt super 5, remanent 4, que ponat super ipsis 9 et copulabis ipsa 4 cum antecedentibus 6, scilicet cum quibus antea copulauimus 9, facient 46, de quibus extrahet multiplicationem de eisdem 5 in 7, hoc est 35, remanebunt 11 remanebunt (*sic*), que ponat super 17 ex parte seruatis sub uirga, et exeuntem numerum, scilicet 1085, ponet ante ipsam; et sic habebis $\frac{11}{17}$ 1085 pro quesita diuisione, ut in hac ultima descriptione ostenditur.

Rursus si eadem 18456 per 19 diuidere uoluerit, describat 19 sub 56 de 18456. Et ponet sub 4 de 184 talem figuram que multiplicata in 19 faciat fere ipsa 184, que qualis sit, eodem modo quod 17 diximus, cognoscitur, hoc est quod relinquat 4 de ipsis 184, remanent 18 que diuidat per 2, exibunt 9; et talis debet esse figura ponenda, scilicet 9: quare ponat 9 sub 4, scilicet sub tertio gradu, et multiplicet 9 per 1 de 19, erunt 9, que extrahat de 18, remanent 9, que ponat super 8 et copulet ipsa 9 cum 4, facient 94, de quibus extrahat multiplicationem de eisdem 9 in 9 de 19 que est 81, remanent 13: ponet ipsa 13 super 94, scilicet 1 super 9 et 3 super 4, ut in prima descriptione ostenditur. Et copulabis 13 cum antecedente figura, scilicet cum 5, erunt 135. Et ponet sub 5 talem figuram que multiplicata per 19 faciat 135 uel fere, critque 7: quia si relinquantur 5 de 135, remanebunt 13 que si per 2 diuiserit, exibunt 6 et amplius: unde ponet 7 sub 5 et multiplicabis 7 per 1 de 19, erunt 7, que extrahet de 13, remanent 6, que ponat super 3 de 13 et copulabis 6 cum 5, facient 66, de quibus extrahet multiplicationem de 7 in 9, sci-

« ultime due .... habeatur » (fol. 14 verso, lin. 4 e 5 — 9; pag. 32, lin. 1-7).

descriptio prima

1
18456
17
108

« uideatur .... extrahet » (fol. 14 verso, lin. 10 — 14 e 15, pag. 32, lin. 7-14).

secunda

8
149
18456
17
108

« extrahet .... posita sunt » (fol. 14 verso, lin. 14 e 15 — 22; pag. 32, lin. 14-25).

Descriptio Vltima

6
149
18456
17
1085
$\frac{11}{17}$ 1085

« de 184 .... multiplicata per » (fol. 14 verso, lin. 28-33, pag. 32, lin. 32-40).

Descriptio prima

913
18456
19
9

« 6 et .... gradu » (fol. 14 verso, lin. 25-28; pag. 32, lin. 41 — pag. 33, lin. 3).

secunda

6
9132
18458
19
97

licet 63, remanebunt 2, que pones super 5, ut in secunda descriptione ostenditur. Et copulabis 2 cum antecedente figura, scilicet cum 6 que sunt in primo gradu, facient 26, que diuidet per 19, ut ita dicamus, exibit 1 et remanent 7: ponet 1 in primo gradu exeuntis numeri, scilicet sub 6, et remanentia 7 ponat super uirgulam de 19, que debeut ex parte seruari; et exeuntem | numerum, scilicet 971, ponet ante ipsam uirgulam; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{7}{19}$ 971, ut in hac ultima descriptione ostenditur.

(fol. 14 *verso*, margine inferiore esterno).

fol. 15 *recto*.

Vltima
16
932
18456
19
$\frac{7}{19}$ 971971

Demonstrata quidem materia in habendo arbitrium in positione figurarum, cum per 17 et per 19 numeros diuidimus; nunc uero ostendimus qualiter habeatur arbitrium in ponendis figuris, cum per reliquos asam qui sunt infra centum diuidere uoluerimus. Et hic est modus; quia sicut cum diuidimus per 17 uel per 19, accipimus medietatem ex diuidendis numeris, prima figura relicta et quinque, uno amplius: ideo quia 17 et 19 minus sunt de 20, ut prediximus; ita cum diuiserimus per 23, accipiemus medietatem, uel quinque, uno minus, quia 23 plus sunt de 20; et sic cum diuiserimus per 29, debemus accipere tertiam et quinque, 1 plus: ideo quia 29 minus sunt de 30, quibus propriora sunt quam aliis decenariis. Et cum diuiserimus per 31, debemus accipere tertiam, et quinque, uno minus. Et sic eodem modo cum diuiserimus per 37, debemus accipere quartam et quinque, 1 plus. Et cum per 41 uel per 43, debemus accipere quartam uel quinque minus. Et cum diuiserimus per 47, debemus accipere quintam et quinque, 1 plus. Et cum per 53, quintam et quinque, 1 minus; et cum per 59, sextam uel plus. Et cum per 61, sextam uel uno minus. Cum per 67, septimam uel uno plus. Cum per 71 uel per 73, septimam uel uno minus. Et cum per 79, debemus accipere octauam, uel plus. Et cum per 83, octauam uel minus. Et cum per 89, debemus accipere nonam, uel plus. Et cum per 97 diuiserimus, debemus accipere decimam diuidendorum numerorum, una figura relicta, uel quinque, uno plus. Vnde cum quis diuiserit quoslibet numeros per quemlibet prescriptorum numerorum; et ignorauerit utrum debeat dare plus uel minus quam diximus, ponat ipsam partem que ei superius declaratur, et multiplicet ipsam partem per numerum diuisorem; et si multiplicatio maior fuerit diuidendi numeri, detur unum minus. Et si minor ultra quam debeat fit multiplicatio, detur unum plus; et sic poterit quemlibet numerum per predictos numeros diuidere. Tamen nos in quibusdam diuisionibus hoc idem declarabimus.

« Item .... remanet 1 » (fol. 15 *recto*, lin. 19-24; pag. 33, lin. 39).

Descriptio prima
1
1 3 9 7 6
2 3
6

Diuisio de 13976 *per* 23.

Item si 13976 per 23 quis diuidere uoluerit, ponat 23 sub 76; et cum 23 sint plus quam 13, silicet de numero duarum ultimarum figurarum diuidendi numeri, accipiende sunt tres ipse ultime figure, quarum numerus est 139. Vnde incipiendus est ultimus gradus exeuntis numeri sub eisdem 9; ponat ibi 6, que sic inueniuntur per materiam dicti arbitrii, scilicet quod debemus relinquere primam figuram de 139, scilicet 9, remanent 13, que debemus diuidere per 2: quia 23 proprior est 20 quam alio decenario numero, exibunt 6 et semis. Vnde cum debeamus ponere minus, cum 23 sint plus 26, relinquimus ipsum semis, et ponemus 6 sub 9, ut diximus; et multiplicet ipsa 6 per 2 de 23, erunt 12, que extrahat de 13, remanet 1, quod ponat super 3 et copulet ipsum cum 9, erunt 19. Et multiplicet 6 per 3 que sunt in 23, erunt 18, que extrahat de 19, remanet 1, quod ponat super 9, ut in prima descriptione cernitur. Et copulet ipsum 1 cum 7 que antecedit eum in numeris, erunt 17; et cum ipsa 17 minus sint quam 23, ponendum est zephirum sub ipsa 7 et 6 que sunt in primo gradu numeri sunt cum ipsis 17, copulanda erunt 176: post hec ponat sub dicta

« quod ponat .... diuisionis » (fol. 15 *recto*, lin. 25-30; pag. 33, lin. 39 — pag. 34, lin. 6).

Vltima
3
1 1 7
1 3 9 7 6
2 3
6 0 7
$\frac{13}{23}$ 6 0 7

6 talem figuram, que multiplicata in 23 faciat fere 176; eritque 7 prescripta ratione, hoc est minus medietate de 17: multiplicet itaque ipsa 7 per 2 que sunt in 23, erunt 14, que extrahat de 17, remanent 3, que ponat super 7 et copulet ipsa cum 6 primi gradus, erunt 36, ex quibus extrahat multiplicationem de 7 in 3 de 23, remanent 15, que ponat super uirgulam de 23 ex parte seruatis, ut in hac ultima descriptione describitur.

Probatio suprascripte diuisionis.

Uerum si prescriptam diuisionem per pensam nouenarii probare uoluerit, accipiat pensam de 13976 que sunt 6, et seruet eam ex parte. Et iterum accipiat pensam exeuntis numeri, scilicet de 607 que sunt 4, et multiplicet eam per pensam de 23 que sunt 5, erunt 20; de quibus accipiat pensam, que sunt 2 et addat eam cum 15 que sunt super uirgulam de 23, erunt 17, quorum pensa sunt 8, sicuti superius ex parte seruauimus. Verbi gratia: quoniam ex diuisore ducto in exeuntem numerum prouenit diuisus numerus; ergo si multiplicamus probam diuisoris per probam exeuntis, ueniet proba dinisi numeri: sed ex diuiso numero per 23, remanserunt 15, quibus extractis de 13976, remanent 13961, quibus diuisis per 23, ueniunt 607. Ergo ex multiplicatione de 23 in 607 proueniunt 13961. Quare si multiplicatur proba de 607 que est 4 per probam de 23 que est 5, ueniunt 20, quorum proba, scilicet 2, est proba de 13961, quibus additur proba de 15 que super sunt que est | 6, faciunt 8, scilicet proba de 13976, et hoc uolui demonstrare. Possunt enim multiplicationes, addictationes, minutiones seu diuisiones numerorum aliter per alias quasdam pensas probari, scilicet per eam de 7 et de omnibus numeris asam existentibus, ut per 11 uel per 13 et deinceps. Quam doctrinam, secundum quod nobis uidebitur congruum, in sequentibus demonstrabimus.

fol. 15 verso.

* Item .... extrahat * (fol. 15 verso, lin. 5-12; pag. 34, lin. 23-31).

22
3318
24059
31
776
$\frac{8}{31}$ 776

Item si uoluerit diuidere 24059 per 31, describat 31 sub 2459 et ponat sub zephirum 7: ideo quia 3 sunt circa 30 et sunt plus. Vnde si acceperimus $\frac{1}{3}$ de 24, scilicet, extracta prima figura de 240, habebimus pro tertia parte 8 que sunt plusquam 7. Vnde ponemus, ut diximus, 7 sub zephyro; et secundum prescriptum ordinem multiplicet ipsa 7 per 3 de 31, erunt 21 que extrahat de 24, remanent 3, que ponat super 4 et multiplicet eadem 7 per 1 de 31, erunt 7, que extrahat de 30, remanent 23; que ponat super 30 et dampnet ipsa 3, si uult; uel si non uult, eas in corde habeat pro dampnatis. Item copulet ipsa 32 cum 5, erunt 235, et ponat iterum prescripta ratione 7 sub 5, scilicet minus tertia parte de 23 et multiplicet ipsa per 3, erunt 21 que extrahat de 23, remanent 2: ponat 2 super 3 et dampnet ipsa 23 et copulet ipsa cum 6, faciunt 25; et semper intelligat antecedentium cum consequentibus copulationes, et multiplicet eadem 7 per 1, erunt 7, que extrahat de 25, remanent 18: ponat ipsa super 25 et dampnet ipsa 25. Post hec accipiat $\frac{1}{3}$ de 18, suprascripta ratione, erunt 6. Vnde ponat 6 sub 9 et sub 1 de 31, quibus positis, multiplicet ipsa per 3 de 31, erunt 18, per que dampnet super posita 18 et multiplicet eadem 6 per 1, erunt 6, que extrahat de 9, remanet 3, que ponat super uirgula de 31 ex parte descripta. Et sic habebis pro quesita diuisione $\frac{8}{31}$ 776, ut in hac descriptione cernitur. Volo demonstrare unde hic modus diuidendi proueniat: posuimus quidem sub tertio gradu numeri diuidendi, quam multiplicauimus per 3 que sunt in ultimo gradu diuisoris, et occupant secundum gradum; cum sint sub secundo gradu diuidendi numeri; et ex ipsa multiplicatione prouenit numerus terminans in quarto gradu: quare tertius gradus quecumque gradum multiplicat, tertium gradum facit ab ipso quem multiplicat, uel facit numerum terminantem

in ipso. Nam quartus gradus, tertius est a secundo. Et ideo extraximus multiplicationem de 7 in 3, scilicet 21 de 24 que terminantur in quarto gradu; et posuimus 3 super eundem quartum gradum, scilicet super 4, et intelleximus copulationem 3 cum 0 que est in tertio gradu numeri diuidendi, que copulatio est 30: et multiplicamus rursus eadem 7 per 1 quod est in ipso gradu diuisoris; et quia in hac multiplicatione multiplicamus tertium gradum per primum, quod est idem quod multiplicare primum per tertium. Et ideo multiplicationem de 7 in 1, scilicet 7 extraximus de 30, que 30 terminantur in tertio gradu: quare ex multiplicatione tertii gradus in primum, uel primi in tertium prouenit numerus tertii gradus, uel terminans in ipso gradu: et posuimus 23 super 30 uel in loco eorum, et copulauimus ipsa 23 cum 5 que sunt in secundo gradu, et habuimus 235; que terminantur in secundo gradu; et posuimus in secundo gradu alia 7 que multiplicamus iterum per 3 diuisoris, hoc est secundum gradum per secundum, ex qua multiplicatione prouenit numerus tertii gradus, uel terminans in ipso; et ideo extraximus 21 de 23; cum ambo terminentur in tertio gradu, et 2 que remanserunt posuimus super 3, et intelleximus copulationem eorum cum 5 sequentibus, que copulatio est 25 et terminantur in secundo gradu, quibus extracximus multiplicationem de 7 in 1, scilicet secundi gradus in primum, ex qua multiplicatione prouenit numerus secundi gradus, uel terminans in ipso, remanserunt 18 in eisdem gradibus, in quibus sunt 25, scilicet in tertio gradu et 8 in secundo; et copulauimus ipsa 18 cum 9 primi gradus, fuerunt 189, et posuimus 6 in primo gradu exeuntis numeri et multiplicauimus ea per 3, scilicet primum gradum per secundum, ex qua multiplicatione prouenit numerus terminans in secundo gradu, que multiplicatio fuit 18, pro quibus deleri fecimus supradicta 18, cum terminentur in secundo gradu: et multiplicauimus eadem 6 per 1, et fuerunt 6 in ipso gradu, que extraximus de 9 que sunt in eodem gradu, remanserunt 3, quibus diuisis per 31, proueniunt $\frac{3}{31}$; et sic habuimus $\frac{3}{31}$ 776: et secundum hoc intelligas in similibus diuisionibus. Nam si prescripte diuisionis probam per pensam de 7 cognoscere cupit, accipiat pensam per 7 de 24059, hoc est superfluum eiusdem numeri in 7 diuisi, quod superfluum sic erit accipiendum: dicatur de $\frac{4}{7}$ de 24, remanent 3 de 30, eundo, scilicet copulando, remanent 2; de 25 remanent 4; de 49 remanet 0 pro quesito superfluo, quod habeatur pro pensa: eodemque | modo accipiat pensam de 776 que sunt 6, et multiplicet ipsa per pensam de 31 que sunt sub uirgula, hoc est per 3, erunt 18 que diuidat per 7, remanent 4, que addat cum 3 que sunt super uirgulam de 31, erunt 7, que diuidat per 7, remanet 0, ut oportebat pro pensa remanere. fol. 16 *recto*.

Diuisio de 780005 *per* 59.

Si autem 780005 per 59 diuidere uoluerit, descriptis numeris, ponat 1 sub 8; ideo quia si relinquerimus 8 de 78, remanent 7; que si diuiserimus per 6 propter hoc quod 59 sunt circa 60, exibit 1 et amplius. Vnde debemus ponere 1 sub 8, ut prediximus: quo posito multiplicet ipsum per 5, fuerit 5, que extrahat de 7, remanent 2, que ponat super 7 et multiplicet eundem 1 per 9, et extrahat ipsam multiplicationem de 28, remanent 19; et deleat 2 uel dampnet posita super 7, et ponat, dicat 19 super 78. Et ponat 3 sub 0 prescripta ratione quam gradus, et multiplicet ipsa per 5, erunt 15, que extrahat de 19, remanet 4: deleat ipsa 19, et in loco nouenarii ponat ipsa 4. Et multiplicet eadem 3 per 9, et extrahat de 40, remanent 13: deleat ipsa 4 et ponat in 1, et super 0 ponat 3: post

* ut prediximus. ... et extra|herentur a (fol. 16 *recto*, lin. 6 — 12 e 13; pag. 35, lin. 37 — pag. 36, lin. 4).

	1432
	2913122
	780005
	59
	13220
$\frac{25}{59}$	13220

hec diuidenda sunt 130 per 59, et danda 2 supradicta ratione pro ea diuisione et sub zephiro tertii gradus ponenda sunt ipsa 2, que 2 in 59 multiplicata et de 130 extracta, remanent 12; quod idem est si multiplicentur dicta 2 per 5, et extrahentur de 13, et multiplicarentur per 9, et extraherentur de 30: deleat itaque 13 et ponat 1 in loco ubi erat 3 de 13, et 2 ponat super 0 tertii gradus. Post hoc ponat 2 sub 0 secundi gradus, et multiplicet ipsa per 59, et extrahat de 120, remanent 2 super 0; et deleat in animo suo 120 que superfuerant de preterita diuisione, et que delere figuras dicitur uel dapnare sunt sicut eas deletas intelligere uel dapnatas: post hec copulet ipsa cum 5 que sunt in primo gradu numeri, faciunt 25, que cum sint minus 59, ponat 0 sub 5 primi gradus, et 25 super uirgulam de 59 ex parte descripta, ut in hac descriptione manifeste designatur.

Et ut que de diuisionibus dicta sunt lucidius initescant, quendam numerum per 97 diuidamus: sitque 5917200, positis 97 sub utroque zephyro, diuidat numerum trium ultimarum figurarum numeri diuidendi, silicet 591 per 97, pro qua diuisione eueniunt 6; ideo quia 97 propriora sunt 100 quam ab alio decenario numero. Vnde debemus diuidere 59, scilicet numerum duarum figurarum ultimarum per 10, ex qua diuisione proueniunt fere 6, scilicet decima minus; et cum 97 minus sint de 100, debemus accipere quinque amplius deciem. Vnde contingunt 6: ponat ipsa 6 sub primo gradu numeri ipsarum trium figurarum, hoc est sub 1 quod est in quinto gradu totius numeri; et multiplicet ipsa 6 per 9 de 97, erunt 54, que extrahat de 59, scilicet ex numero duarum ultimarum figurarum, remanet 5 que ponat super 9; et multiplicet eadem 6 per 7 de 97, erunt 42, que extrahat de 51, scilicet de copulatione 5 super positarum cum 1 antecedente, remanent 9, que ponat super 1 et posita 5 uel dapnet, uel deleat in corde. Et predicta 9 que posita sunt super 1 remanent ex diuisione de 591 in 97; quibus 9 copulatis cum figura antecedente in gradibus, scilicet cum 7, que sunt in quarto gradu numeri, faciunt 97, que diuidat per 97, scilicet per diuisorem, exibit 1: ponat 1 sub 7 et multiplicet ideo per 9 de 97, erunt 9, pro quibus deleat 9 que superfuerant de 591, et multiplicet eundem 1 per 7, erunt 7, pro quibus relinquat 7 cum quibus 9 fuerat copulata; et cum nihil remaneat de ipsis 7 ad copulandum cum 2 antecedentia sibi, et ipsa 2 minus sint de 97, ponat 0 sub ipsis 2 et copulet ipsa 2 cum 0 ei antecedentem, et erunt 20. Item cum ipsa 20 minus sint de 97, ponendus erit 0 sub dicto 0 cum 2 copulatis, scilicet sub ipso quod est in secundo gradu numeri: post hec copulet ipsa 20 cum 0 ei antecedenti, scilicet cum illo quod est in primo gradu, facient 200, que diuidenda restant per 97, pro qua diuisione ponenda sunt 2 sub 0 primi gradus prescripta ratione; et multiplicet ipsa per 9, et extrahat de 20 superius copulatis, remanent 2, que ponat super 0 secundi gradus; et intelligat copulationem ipsarum cum 0 antecedente quod est in primo gradu que sunt 20, de quibus extrahat multiplicationem eorundem 2 in 7, remanebunt 6, que ponat super uirgulam de 97 ex parte descripta; et habebit pro quesita diuisione $\frac{6}{97}$ 61002.

« 97 minus .... posita » (fol. 16 *recto*, lin. 23-26; pag. 36, lin. 16-22).

50
5917200
97
6

« 5 uel .... de ipsis » (fol. 16 *recto*, lin. 27-30; pag. 36, lin. 22-28).

5917200
$\frac{6}{97}$ 61002

Cvm satis de diuisione numerorum in numeris duarum figurarum qui sunt sine regulis, idest asam, dictum esse uideatur, nunc uero eorumdem diuisiones in eis que sunt compositi, idest cum regulis, ostendantur: et quamuis per conpositos numeros tanquam per | primos omnes numeros diuidere, multiplicamus tamen leuius et subtilius, in sequenti ostendit doctrina, scilicet ut reperiantur ipsorum regule. Scilicet numeri ex quibus componuntur, et ponantur sub quadam uirgula, ut semper minores sequantur maiores uersus sinistram, ut

fol. 16 *verso*.

supra in hoc eodem capitulo edocetur: post hoc diuidat numerum quem diuidere per minorem ex componentibus diuisorem, hoc est per minorem numerum; uel figura que fuerit sub uirgula; et si aliquid super habundauerit, ponat ipsum super eadem figura uel numerum et exiens numerus ex diuisione diuidatur per antecedentem numerum, uel figuram in uirgula, et superfluum, si fuerit, ponat super ipsum antecedentem numerum uel figuram. Et sic semper per ordinem per antecedentes conponentes numeros exenntes ex diuisione, donec ad finem ipsarum deuenerit, diuidere stndeat; et superflua super eas ponenda, et exeuntem numerum ex diuisione ultime conpositionis, idest ultimi numeri, sub uirgula existentis ante ipsam ponere consuescat. Et sic habebit diuisionem quorumlibet numerorum factam per quemlibet compositum numerum quorumlibet graduum. Nam ante quam hoc demostrationibus declaretur, compositiones compositorum numerorum inueuire, nec non et eorum que sunt sine regulis cognoscere, demonstrare duximus necessarium. Et cum numeri duarum figurarum, qui sunt sine regulis, in quadam tabula superius sint demonstrati, compositorum regule duarum similiter figurarum singulariter sub uirgulis ostendantur; aliorum uero graduum compositiones per regulam reperire ostendemus.

COMPOSITIONES NUMERORUM DUARUM FIGURARUM HEC QUE CUM II^abus FIGURIS SCRIBUNTUR.

12	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 6}$	44	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 11}$	74	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 37}$
14	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 7}$	45	$\frac{1\ \ 0}{5\ \ 9}$	75	$\frac{1\ \ 0\ \ 0}{3\ \ 5\ \ 5}$
15	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 5}$	46	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 23}$	76	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 19}$
16	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 4}$	48	$\frac{1\ \ 0}{6\ \ 8}$	77	$\frac{1\ \ 0}{7\ \ 11}$
16	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 9}$	49	$\frac{1\ \ 0}{7\ \ 7}$	78	$\frac{1\ \ 0}{6\ \ 13}$
20	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 10}$	50	$\frac{1\ \ 0}{5\ \ 10}$	80	$\frac{1\ \ 0}{8\ \ 10}$
21	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 7}$	51	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 17}$	81	$\frac{1\ \ 0}{9\ \ 9}$
22	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 11}$	52	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 13}$	82	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 41}$
24	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 6}$	54	$\frac{1\ \ 0}{6\ \ 9}$	84	$\frac{1\ \ 0\ \ 0}{2\ \ 6\ \ 7}$
25	$\frac{1\ \ 0}{5\ \ 5}$	55	$\frac{1\ \ 0}{5\ \ 11}$	85	$\frac{1\ \ 0}{5\ \ 17}$
26	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 13}$	56	$\frac{1\ \ 0}{7\ \ 8}$	86	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 43}$
27	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 9}$	57	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 19}$	67	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 29}$
28	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 7}$	58	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 29}$	88	$\frac{1\ \ 0}{8\ \ 11}$
30	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 10}$	60	$\frac{1\ \ 0}{6\ \ 10}$	90	$\frac{1\ \ 0}{9\ \ 10}$
32	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 8}$	62	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 31}$	91	$\frac{1\ \ 0}{7\ \ 13}$
33	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 11}$	63	$\frac{1\ \ 0}{7\ \ 9}$	92	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 23}$
34	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 17}$	64	$\frac{1\ \ 0}{8\ \ 8}$	93	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 31}$
35	$\frac{1\ \ 0}{5\ \ 7}$	65	$\frac{1\ \ 0}{5\ \ 13}$	94	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 47}$
36	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 9}$	66	$\frac{1\ \ 0}{6\ \ 11}$	95	$\frac{1\ \ 0}{5\ \ 19}$
38	$\frac{1\ \ 0}{2\ \ 19}$	68	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 17}$	96	$\frac{1\ \ 0\ \ 0}{2\ \ 6\ \ 8}$
39	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 13}$	69	$\frac{1\ \ 0}{3\ \ 23}$	98	$\frac{1\ \ 0\ \ 0}{2\ \ 7\ \ 7}$
40	$\frac{1\ \ 0}{4\ \ 10}$	70	$\frac{1\ \ 0}{7\ \ 10}$	99	$\frac{1\ \ 0}{9\ \ 11}$
42	$\frac{1\ \ 0}{6\ \ 7}$	72	$\frac{1\ \ 0}{8\ \ 9}$	100	$\frac{1\ \ 0}{10\ \ 10}$

Regula uniuersalis de reperiendis compositionibus imparium numerorum.

Cvm autem regulas prescriptorum numerorum in tabulis ex frequenti usu quis sciverit, et uoluerit regulas, idest compositiones cuiuslibet numeri aliorum numerorum trium uel plurium figurarum reperire, uel qui primus numerus, idest secundum regulam extiterit, cognoscere uoluerit, describat uumerum in tabula, et descripto prouideat si numerus par fuerit uel impar. Nam si par fuerit, ipsum compositum esse cognoscat. Si impar autem compositus, aut primus erit. Sunt enim numeri pares compositi aut ex paribus et imparibus, aut ex paribus tantum. Quare regule ipsorum primo inuestigande sunt a paribus numeris, ut in suo demonstrabitur loco. Inpares uero numeri componuntur ex imparibus tantum. Vnde componentes ipsos per impares tantum inuestigatur, a quibus sumamus initium. Cum itaque figura primi gradus cuiuslibet imparis numeri 5 extiterit numerus, a 5 compositum esse cognoscat, hoc est quod per 5 integraliter diuidetur. Si autem alia figura impar in primo gradu extiterit que facit totum numerum esse imparem, accipiat siquidem pensam ipsius per nouenarium, que si fuerit zephyrum, tunc $\frac{1}{9}$, et si 3 uel 6 pensa fuerit, tunc $\frac{1}{3}$ in sua erit compositione: si autem pensa nulla istarum extiterit, diuidat ipsum per 7; et si aliqnid inde superfuerit, diuidat iterum numerum per 11; et si aliquid superfuerit, diuidet ipsum per 13 et semper eat diuidendo per primos numeros ordinate, secundum quod scribuntur in tabula superius descripta, donec aliquem primum numerum inuenerit, per quem propositum numerum absque aliqua superatione possit diuidere, uel donec ad eiusdem uenerit radicem: si per nullum ipsorum diuidi potuerit, tunc ipsum primum esse iudicabit. Si autem per aliquem predictorum primorum numerorum ipsum diuidere absque superatione potuerit, quod ex dinisione prouenerit, diuidat iterum per ipsum; et numerus qui ex diuisione extiterit, iterum per eumdem primum numerum dinidat, hoc est quod ab eodem incipiet querere componentes ipsius per ordinem per reliquos primos numeros usque ad ipsius radicem, si ipse non habuerit compositionem: et sic semper faciendo egrediatur, donec omnes ipsum habuit componentes. Quibus perfecte habitis, ipsas sub quadam uirgula minores per maiores summo studio studeat collocare. Et sic habebit regulam, idest compositionem cuiuslibet imparis numeri. Verbi gratia: sit numerus 805, cuius regula queratur: cum prima ipsius figura sit 5, nimirum $\frac{1}{5}$ in sua erit compositione. Quare diuidat eum numerum per 5, exient 161, quorum pensa accepta, que est 8, ostendit ipsa 161, nec per 3, nec per 9 posse diuidi integraliter. Vnde diuidat eum per 7, exient 23, qui numerus est sine regula: aptet repertos componentes, scilicet 5 et 5 et 7 et 23 sub quadam uirgula, et habebit $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 7\ 23}$ pro 805 compositione, hoc est quintam septime unius xx^{e} tertie partis que est una octingentesima quinta : quare ducta multiplicatione de quinque in septem, scilicet xxxii. in xx.^{ti} tria, surgit in 805. Item si regulam de 957 inuenire quesierit, diuidat ipsa per 3; ideo quia 3 est pensa ipsius numeri, exibuat 319, que per 3 iterum diuidenda non sunt, cum pensa ipsorum sit 4: et si diuiserit eam per 7, superabunt 4 per 11: itaque diuiduntur et est eorum xi^{a} pars 29, qui numerus primus est : collocata itaque reperta regula sub uirgula pro compositionibus 957 habebitur $\frac{1\ 0\ 0}{3\ 11\ 29}$, ut hic ostenditur.

De regula de 951 reperienda.

Uerum si regulam de 951 reperire uoluerit, diuidat ipsa per 3; ideo quia pensa ipsorum est 6, exibunt 317, quibus aliam regulam inuenire est impossibile, cum integraliter

non possit diuidi per 7, nec per 11, nec per 13, nec per 17. Et pro ipsorum regula amplius querendum non est; quare si diuisa fuerit per 19 exiret primo numerus quam 19 ex diuisione: ergo regula de 951 est $\frac{1\ 0}{3\ 317}$. Item si eam de 873 habere uoluerit, cum pensa ipsius numeri sit 0, diuidat eum per 9, exibunt 97, qui numerus 97 superius in tabula primus esse monstratur. Qua regula inuenta, si sub uirgula fuerit collocata, erit $\frac{1}{9}$ de $\frac{1}{97}$.

Regulæ de 1469 *inuentio.*

Nam si regulam de 1469 habere uoluerit, accepta ipsius numeri pensa, que est 2, demonstrat ipsum carere regula ternarii et nouenarii. Nam si per 7 eum diuiserit, superant 6; si per 11, remanent similiter .6.; per 13 uero si eum diuiserit, exibunt 113, pro quibus non oportet amplius querere per aliquem sequentium primorum numerorum uel per eadem 13; cum sit plus ipsorum radice; unde ex primis numeris fore cognoscuntur. Est ergo regula de 1469, ut hic ostenditur $\frac{1}{13}$, $\frac{0}{13}$.

De regula de 2543 *reperienda.*

Item si eam de 2543 habere uoluerit, accepta ipsius numeri pensa, que est 5, demonstrat ipsum nec 3 nec 9 in sua regula posse habere. Nam ea diuisa per septenarium remanet 2. Et per 11, remanent 2, et per 13, superant 8. Et sic in|ueniet, quia nec per 17, uel per 19, aut per 23 seu per 29, uel per 31, nec per 37 aut per 41, nec etiam per 47 uel per 53 potest diuidi, et ultra quam per 53 non est querendum: quare 53 sunt plus radice ipsius. Et si possibile esset 2543 in sua compositione aliquem maiorem primum numerum quem 53 habere posse; ergo ipse maior numerus in quemlibet alium multiplicatur, faceret eundem 2543 quam oporteret esse minus de 53 quod est impossibile : ideo quia usque in 53 ipsius regulam querendo eum non inuenimus; ergo est sine regula.

fol. 17 *verso.*

• ipsius .... regule • (fol. 17 verso, lin. 5-14 ; pag. 39, lin. 22-35).

Item si eadem 624481 reperire uoluerit, ipsum numerum nec 3, nec 9, nec 7 habere dictis dispositionibus esse cognoscet: per 11 uero diuiditur cuius pars, uidelicet undecima, est 56771, que iterum per 11 diuidat, scilicet ut sciat si iterum $\frac{1}{11}$ habuerit: nam per eos numeri qui sunt minores de 11, scilicet per 9 et per 7 et per 3, non opportet ut diuidantur; ideo quia in 624481 reperti non fuerunt. Nec etiam in isto, scilicet in 56771, cum sit de ipsius compositione aliquo modo poterit reperiri. Ex qua uero diuisione, scilicet per 11, exibunt 5161, quibus iterum per 11 diuisis, remanet 2. Quare ipsa $\frac{1}{11}$ iterum habere est impossibile: post hec uidendum est si habeant $\frac{1}{13}$, scilicet diuidat ea per 13, ex qua diuisione exeunt 397, quibus nec $\frac{1}{13}$, nec $\frac{1}{17}$, aut $\frac{1}{19}$ reperiri poterint. Vnde ipsa 397 esse asam cognoscimus; quare inter 19 et ipsius radicem non est aliquis primus numerus, idest sine regula, nec ultra ipsius radicem, ut prediximus, erit querendum: est enim compositio, idest regula de 624481, ut hic ostenditur $\frac{1}{11}\frac{0}{11}\frac{0}{13}\frac{0}{397}$.

624481
11
56771
11
5161
13
pensa (4) 397
$\frac{1}{11}\frac{0}{11}\frac{0}{13}\frac{0}{397}$

Probatio suprascripte regule.

Nam si inuentam regulam per pensam de 7 probare uoluerit, accipiat pensam de 624481 per 7 que est 4, et seruet eam ex parte ; et sumat pensam de 11 primo positis sub uirgula, que est 4 ; et multiplicet eam per 4 , scilicet per pensam de aliis 11, erunt 16, que diuidat per 7, remanent 2, que multiplicet per 6, scilicet per pensam de 13, erunt 12, de quibus demat 7, remanent 5, que multiplicet per 5, scilicet per pensam de 397, erunt 25, que diuidat per 7, remanent 4, ut pro pensa seruata sunt.

De regula parium numerorum reperiendis modus uniuersalis.

Si uero ex aliquo numero pari quis regulam inuenire uoluerit, accipiat similiter pen-

sam eius per 9, que si fuerit 0, habebit $\frac{1}{9}$. Et si fuerit 3 uel 6 habebit $\frac{1}{6}$ in sua compositione. Si autem pensa nulla istarum extiterit, prouideat diuidendo per 8 numerum duarum figurarum que sunt in primo et secundo gradu quale fuerit superfluum: quod si fuerit 0, et figure tertii gradus par extiterit, uel 2 uel 4 uel 6 aut 8, uel 0, totum numerum cuiuslibet gradus per 8 diuidi posse cognoscat. Si autem ipsa tertia figura impar extiterit, ut 1 uel 3 uel 5 uel 7 aut 9, numerus ipse $\frac{1}{4}$ in sua compositioue recipiet. Si uero illud superfluum 4 extiterit, et figura tertii gradus fuerit impar, totus numerus per 8 similiter diuidetur. Et si par extiterit, tantum $\frac{1}{4}$ in sua habebit compositione. Si autem illud superfluum 2, uel 0 extiterit, numerus tantum per 2 ex paribus numeris diuiditur. Et secundum hoc accipiat pares compositiones de paribus numeris, donec habeat regulam ipsius, uel ad aliquem imparem numerum occurrat: de quo impari, secundum suprascriptum imparium ordinem regulam, studeat inuenire. Nam si iu ipso gradu aliquorum parium numerorum zephyrum extiterit, dematur ipsum, et pro ipso habeatur $\frac{1}{10}$ in compositione illius numeri. Et si aliud 0 in capite numeri remanserit, dematur iterum ipsum de numero; et iterum $\frac{1}{10}$ in eiusdem numeri compositione habeatur. Et sic semper, donec 0 in capite numerorum extiterit, debet intelligere. Et ut que dicta sunt de parium numerorum regularum inuentione lucidius deprehendantur, ea cum numerorum demostrationibus ostendantur.

De regula de 126 reperienda.

Ut si queratur regula de 126, quorum pensa cum sit 0, ostendit nonam eorum partem integram esse: quare 126 diuidat per 9, exibunt 14, quorum regula superius in tabula regularum compositorum numerorum duarum figurarum secundi gradus $\frac{1\ 0}{2\ 7}$ esse utique demonstratur: unde pro regula de 126 habetur $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 9}$, ut hic ostenditur.

Item ... figura (fol. 11 verso, lin. 35-39; pag. 40, lin. 24-31).

3
2112
6
3
352
8
44
$\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 8\ 11}$

Item si queratur regula de 156, ipsorum pensa que est 3 demostrat quod per 6 possunt diuidi, quibus in 6 diuisis, exeunt 26, quorum regula est $\frac{1\ 0}{2\ 13}$; et sic habebitur pro regula de 156, ut hic notatur $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 6\ 13}$.

Si uero ea de 2112 reperire uoluerit, cum ipsarum pensa que est 6 ostendat ipsa per 6 posse diuidi. Diuidantur ergo 2112 per 6, exibunt 352, de quibus, accepta pensa que est 1, ostendit quod nec per 6 nec per 9 possunt diuidi: unde diuidenda sunt 52 per 8, scilicet numerus duarum figurarum, de qua diuisione remanet 4: ex qua remansioue, et ex eo quod figura | tertii gradus numeri, scilicet 3 in prima existit, ostenditur 352 per 8 posse diuidi; diuidanturque per 8, exibunt 44, cuius regula est $\frac{1\ 0}{4\ 11}$: unde habentur pro regula de 2112, ut hic ostenditur $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 8\ 11}$. Nam cum $\frac{1\ 0}{4\ 6}$ que in eadem uirgula continetur sint regula de 24, que laudabiliorem regulam habere in tabula compositionum numerorum reperiuntur, scilicet $\frac{1\ 0}{3\ 8}$; ideo quia maior figura est in ea quam in $\frac{1\ 0}{4\ 6}$, quia maior est 8 quam 6: quare semper sumende sunt regule numerorum extreme, que regule sunt composite ex numeris qui sunt a binario usque in 10, ut in sequentibus demonstrabitur. Vnde coattanda est regula inuenta, scilicet $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 8\ 11}$ in $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 8\ 8\ 11}$.

fol. 18 recto.

De regula de 4644 reperienda.

Uerum si regula de 4644 reperire uoluerit, ipsorum pensa, que est 2, nec $\frac{1}{6}$ nec $\frac{1}{9}$ habere posse ostendit. Et quia ex numero duarum figurarum in capite existentium, scilicet 64 in 8 diuiso, remanet 0; et figura que est in tertio gradu, scilicet 6, est par; ideo 4664 habere $\frac{1}{8}$ cognoscet: quare si ea per 8 diuiserit, 583 nimirum ex diuisione egre-

dietur; quorum regula, si per doctrinam supradictam imparium numerorum quesierit $\frac{1\ \ 0}{11\ \ 53}$, ipsam esse reperiet: unde pro regula de 4664 habetur $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{8\ \ 11\ \ 53}$.

Nam si eamdem 13652 reperire uoluerit, pensa ipsorum que est 8, ea $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{9}$ carere demonstrat. Nam si numerum duarum figurarum in eorum capite existentium per 8 diuiserit, 4 remanebunt. Vnde cum figura tertii gradus, idest 6, par existit, $\frac{1}{4}$ in ipsorum regula indicant esse: quare 13652 per 4 diuiserit, 3413 innascitur; que cum regula careant, habetur pro regula de 13652, ut hic denotatur, $\frac{1\ \ 0}{4\ \ 3413}$.

« reperie[n]di: .... $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{4\ \ 10\ \ 000}$ » (fol. 18 *recto*, lin. 6-20; pag. 40, lin. 39 — pag. 41, lin. 16).

62
4664
38
583
11
53
$\frac{1\ \ 0\ \ 0}{8\ \ 11\ \ 53}$

33
15560
4
3890
$\frac{1\ \ 0\ \ 0}{4\ \ 10\ \ 389}$

De regula de 15560 reperienda.

Itaque si ipsam de 15560 reperire uoluerit, cum sit zephyrum in primo gradu, dematur ipsum, et pro ipso habeatur $\frac{1}{10}$ in regula prescripti numeri: deinceps studeat reperire regulam remanentis numeri, scilicet eam de 1556, quorum pensa que est 8, ostendit ipsa carere $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{9}$. Et quia ex numero duarum figurarum ipsorum capitis, idest 56 in 8 diuiso, remanet 0. Et quia figura tertii gradus, idest 5, impar existit, nullam regulam de paribus numeris posse haberi maiorem quam 4 ostenditur. Denique 1556 per 4 diuisis, exeunt 389, que regula carere predictis ostensionibus reperiuntur. Vnde habetur pro regula de 15560, ut hic denotatur, $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{4\ \ 10\ \ 389}$.

Item si regulam de 32600 reperire uoluerit, cum in ipsorum primo gradu sit 0, debet in ipsorum regulam pro eodem zephyro $\frac{1}{10}$ habere. Et ipso 0 de numero dempto, remanet 3260. In quorum primo gradu similiter est 0, pro quo habendum est iterum $\frac{1}{10}$. Et dempto ipso de numero, remanent 326, quorum pensa, que est 2, negat ipsa $\frac{1}{6}$ uel $\frac{1}{9}$ in suam habere posse compositionem. Nam 26, que sunt numerus duarum figurarum capitis de 326, si per 8 diuidatur, remanent 2: quare 326 per aliquem parem numerum, preterquam per binarium, non posse diuidi cognoscimus. Vnde ipsis 326 diuisis per 2 exeunt 163, que cum careant regula pro ipsa de 32600, habetur $\frac{1\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{2\ \ 10\ \ 10\ \ 163}$.

Et si eam de 7546000 reperire uoluerit, demptis de ipso numero tribus zephyris, et pro ipsis habita $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{10\ \ 10\ \ 10}$, remanet 7546. Quorum pensa que est 4 negat ipsa posse habere $\frac{1}{6}$ uel $\frac{1}{9}$ in sua compositione. Nam si 46, qui sunt in capite de 7546, per 8 diuiserit, remanent 6; quare nullum alium parem numerum, preter 2, post se habere cognoscetur: que scilicet 7546, si per 2 diuiserit, exibunt 3773. Quorum regula, si secundum parium numerorum doctrinam reperire studuerit, ipsam $\frac{1\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{7\ \ 7\ \ 7\ \ 11}$ fore reperiet. Quam si cum reperta superius regula, scilicet cum $\frac{1\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{2\ \ 10\ \ 10\ \ 10}$ optime in uirgula coaptauerit pro regula de 7546000, habebitur $\frac{1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{2\ \ 7\ \ 7\ \ 10\ \ 10\ \ 10\ \ 11}$.

Diuisio de 749 per 75.

Nota siquidem regularum numerorum inuentione si uoluerit quis diuidere 749 per 75, reperta regula de 75, que est $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{3\ \ 5\ \ 5}$, diuidat 749 per 3, exibunt 249, et remanent 2; que 2 ponat super 3 de uirgula in parte seruata, et diuidat 249 per 5, per ea scilicet que antecedunt 3 in uirgula, exeunt 49 et remanent 4; que 4 ponat super eadem 5, et 49 diuidat iterum per 5, per ea que sunt in fine uirgule, exeunt 9 et remanent 4; que 4 ponat super ipsa 5, et 9 ponat ante ipsam uirgulam; et sic habebit ex quesita diuisione, ut hic ostenditur, $\frac{2\ \ 4\ \ 4}{3\ \ 5\ \ 5}9$.

Diuisio de 67898 per 1760.

Uerum si 67898 per 1760 diuidere uoluerit, reperta regula de 1760, que est $\frac{1\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{2\ \ 8\ \ 10\ \ 11}$, diuidat 67898 per 2, exibunt 33949, et remanet 0; quod 0 ponat super 2, et diuidat

f.a. 18 verso. 33949 per 8, exibunt 4243, et | remanet 5; que 5 ponat super 8 de uirgula, et diuidat 4243 per 10, exibunt 424 et remanet 3, hoc est ut dematur figura primi gradus de 4243; que 424 diuidat per 11, exibunt 38 et remanent 6, que 6 ponat super 11 de uirgula, et 38 ponat ante uirgulam; et sic habebit pro quesita diuisione $\frac{0\ 5\ 3\ 6}{2\ 8\ 10\ 11}38$.

Probatio suprascripte diuisionis.

Qvam diuisionem, si per pensam de 13 probare uoluerit, diuidat prescripta 67898 per 13, remanent 12, que habeantur pro pensa. Post hec diuidat 38 ante uirgam posita per 13, remanent 12, que multiplicet per 11 de uirgula, et de super addat 6, que sunt super 11, erunt 138; que diuidat per 13, remanent 8; que multiplicet per 10 de uirgula, et de super addat 3 que sunt super 10, erunt 83; que diuidat per 13, remanent 5; que multiplicet per 8 de uirgula, et de super addat 5, que sunt per 8, erunt 45; que diuidat per 13, remanent 6; que multiplicet per 2 de uirgula, erunt 12, ut superius pro pensa seruatum est. Et cauendum est nequis aliquam diuisionem per aliquam pensam alicuius numeri existentis sub uirgula diuisionis nunquam probare consuescat: ideo quia leniter per eam posset esse deceptus; quare in hac diuisione prohibetur per 11 probare; quia superfluo quod remaneret de 38, uel ex qualibet alio numero in 11, que sunt sub uirgula multiplicato, et per 11 de pensa diuiso, nil superaret: unde si ipsa 38 recta non essent, non possent per probationem de 11 cognosci. Et sciat quia in diuisionibus numerorum alia restat doctrina, scilicet cum numerus diuidendus aliquam habet communitatem cum diuisore, scilicet quod diuidendus numerus diuidatur integraliter per aliquem numerum, uel numeros qui sint ex regula diuisuris. Tunc primum diuidatur numerus per numerum compositionis quam in uirgule diuisoris ipse diuidendus habuerit, siue maior in uirgula sit, uel minor: ideo quia cum ipsum per ipsum diuiserit, nihil ex diuisione remanebit. Et ut hec apertius intelligantur, ea cum numeris in sequentibus demonstrentur.

Diuisio de 81540 *per* 8190.

Ut si 81540 per 8190 diuidere uoluerit, reperiatur diuisoris regula, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{7\ 9\ 10\ 13}$; et cum in regula de 81540 sit $\frac{1}{10}$, propter 0 quod est in primo gradu ipsorum, quamuis $\frac{1}{10}$ non sit in capite uirgule; tamen per 10 primitus 81540 sunt diuidenda, hoc est quod dematur 0 de ipso numero, remanebunt 8154 que restant diuidendam, extracto $\frac{1}{10}$ de uirgula, per $\frac{1\ 0\ 0}{7\ 9\ 13}$.

Item 8154 per 9 diuiditur, ideo quia 0 est pensa ipsorum per nouenarium. Vnde diuidat ipsa per 9 de uirga, exibunt 906, que restant diuidenda per $\frac{1\ 0}{7\ 13}$: uerum 906 per 7 diuisis, exeunt 129 et remanent 3; que 3 ponat super 7. Et 129 per 13 diuidat, exeunt 9 et remanent 12, que 12 ponat super 13, et exeuntia 9 ponat ante uirgam, et habebit pro quesita diuisione $\frac{3\ 12}{7\ 13}9$.

Nam si prescripta diuisione probare uoluerit, ponenda erunt 10 et 9 que extracta fuerunt de uirga sub eadem uirga post 7, et super ipsa ponenda sunt zephyra, ut in hac uirgula cernitur, $\frac{0\ 0\ 0\ 12}{10\ 9\ 7\ 13}$: postea poterit ea probare secundum prescriptum probandi ordinem. Vel aliter habeantur 906 pro numero diuiso et $\frac{1\ 0}{7\ 13}$ pro diuisore, et secundum hec probare studeas per modum supradictum. Satis enim de diuisionibus numerorum per compositos numeros dictum esse uideretur, nisi in eorum compositionibus numerum trium figurarum uel plurium existerent. Sed ut in hoc opusculo expleta doctrina di-

uidendi continentur, numeros diuidere in eis, qui sunt trium figurarum uel plurium, in sequentibus ostendantur.

Diuisio numerorum per numeros asham tertii gradus.

Cvm autem quemlibet numerum cuiuslibet gradus per quemlibet numerum trium figurarum, hoc est tertii gradus, quis diuidere uoluerit, ponat similem gradum ipsius numeri trium figurarum sub simili gradu diuidendi numeri, et prouideat si numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri maior diuisore existerit : si enim maior uel equalis fuerit, incipiendus erit ultimus gradus exeuntis numeri sub tertia figura ab ultima; et si minor, incipiendus erit sub antecedente, hoc est sub quarta ab ultima. Et posita figura sub qualibet predictarum quam talem esse conuenit, quod multiplicata ipsa in numerum diuisorem, scilicet in eum, in quo numerus maior diuiditur, faciant numerum trium figurarum, uel quattuor ultimarum, uel ita fere, ut non remaneat inde numerus diuisoris uel ultra. Et tunc multiplicet eam per ultimam figuram diuisoris numeri. Et multiplicationem de numero ultime figure, si poteris, extrahat. Et si non, eam extrahat de numero duarum figurarum ultimarum, et superfluum ponat super eundem gradum de quo superfuerit. Et multiplicet iterum eandem positam figuram per antecedentem | ultime diuisoris numeri, scilicet per eam que est in ipsius secundo gradu; et uenientem summam extrahat de suprascripto superfluo cum antecedente figura in maiori numero copulato : et si superfluum fuerit, ponat primum gradum ipsius super eandem antecendentem figurarum, et reliquos uero post ipsos delendo scilicet, uel dampnando aliud primum positum superfluum. Et adhuc multiplicet eandem positam figuram per figuram primi gradus eiusdem diuisoris numeri, et summam multiplicationis extrahat de copulatione secundi superflui cum antecedente figura maioris numeri ; et primum gradum ipsius superflui ponat super ipsam antecedentem figuram; reliquos uero post ipsum delendo, scilicet uel dampnando alium secundum dictum superfluum. Post hec studeat ponere aliam talem figuram sub alia antecedente figura maioris numeri, idest ante primam positam figuram, que multiplicata in prescriptum diuisorem numerum, faciat copulationem tertii superflui, et antecedentis figure uel fere, cum qua uadat multiplicando per ordinem per figuras diuisoris numeri, sicut in prima posita figura docetur, semper superflua per ordinem super ponendo; et deinceps in reliquis figuris, usque ad finem procedendo, similiter studeat operari. Si uero ex aliquo superfluorum supradictorum et antecedente figura procreabitur numerus minor diuisore, tunc ponat zephyrum sub ipsa antecedente figura; et copulabit eidem antecedenti figure, et superfluo aliam antecedentem figuram, sub qua ante predictum zephyrum erit utique ponenda figura : et si iterum numerus cupulationis superflui, et duarum antecedentium figurarum, minor diuisore fuerit, erit iterum ante predictum zephyrum aliud 0 ponendum, et copulabis dicto superfluo, et dictis duabus figuris aliam eis antecedentem figuram sub qua ponat talem figuram, que multiplicata in diuisori numero faciat fere numerum copulationis superflui, et trium ei antecedentium figurarum; et habebis quorumlibet similium diuisiones: et ut que dicta sunt liquidius exponantur, ea cum numeris ostendantur. fol. 19 recto.

Ut si uoluerit diuidere 1349 per 257, describat 257 sub 349 de 1349. Et quia numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri, idest 134, minor est de 257., scilicet de diuiso-

re numero, ideo sub quarta figura ipsius diuidendi numeri, que primum occupat gradum, idest sub 9, figura exeuntis numeri erit ponenda; et talis que multiplicata in 257, faciat fere 1349 que erit 5; quibus positis sub 9, multiplicet ipsam per ultimam figuram diuisoris numeri, scilicet per 2, erunt 10, que extrahat de 13, scilicet de numero duarum ultimarum figurarum numeri diuidendi; cum non possint ea de numero ultime figure extrahere, remanent 3, que copulanda sunt cum antecedentibus 4, faciunt 34; de quibus extrahat multiplicationem positorum 5 in 5 diuisoris numeri, remanent 9, que ponat super 4 et multiplicet eadem posita 5 per 7, erunt 35, que extrahat de 99, scilicet de copulatione 9 primi gradus diuidendi numeri, remanent 64; que ponat super uirgam supradictorum 9 cum de 257 seorsum descriptam. Et exuntia 5 ponat ante ipsam uirgam, et habebit pro quesita diuisione $\frac{64}{257}$ 5.

« Uerum .... 1 quod » (fol. 19 recto, lin. 25-39, pag. 44, lin. 13-35).

4
30749
307
100
$\frac{49}{307}$ 100

1
11711
111967
574930
563
1021
$\frac{107}{563}$ 1021

Diuisio de 30749 *per* 307.

Uerum si 30749 per 307 diuidere uoluerit, describat 307 sub 749; et quia 307, qui est numerus trium figurarum ultimarum diuidendi numeri, equalis est diuisori numero, ponendum est 1 sub primo gradu numeri predictarum trium figurarum, scilicet sub 7 que sunt in tertio gradu diuidendi numeri; et multiplicet ipsum 1 per 3 diuisoris, faciunt 3, pro quibus reliquantur 3 que sunt in ultimo gradu diuidendi; et multiplicet iterum eundem 1 per 0 diuisoris, faciet 0; pro quo relinquat ipsum 9 quod est indiuiudendi numero; et iterum multiplicet eundem 1 per 7, faciunt 7, pro quibus relinquat ipsa 7 que sunt indiuidendi numero. Nam tertius gradus quemcumque gradum multiplicat, tertium gradum facit ab ipso quem multiplicat. Ergo cum multiplicat tertium, quintum gradum facit; et cum multiplicat secundum, facit quartum; et cum multiplicat primum, facit tertium. Et quia 4, que antecedunt 7 indiuiduendi numero, minus sunt de 307, scilicet diuisore, ponendum est 0 sub ipsis 4; et iterum quia 49 eiusdem diuidendi numeri minus sunt eisdem 307, ponendum erit 0 sub 9, scilicet in primo gradu exeuntis numeri; et predicta 49 ponat super uirgulam de 307 ex parte seruata, et exeuntia 100 ponat ante uirgulam; et habebis $\frac{49}{307}$ 100 pro quesite diuisioni (*sic*).

Item si proposuerit diuidere 574930 per 563, positis 563 sub 930, ponat prescriptis dispositionibus 1 sub 4, scilicet in quarto gradu, et multiplicet ipsum per 5 diuisoris numeri, fiunt 5, pro quibus relinquat 5 que sunt in ultimo gradu diuidendi numeri: quia cum quartus gradus multiplicat tertium, sextum gradum facit, hoc est quartum ab ipso quem multiplicat; et multiplicet eundem 1 per 6 diuisoris, fiunt 6, que extrahat de 7, remanet 1, quod ponat super eadem 7: nam cum quartus gradus multiplicat secundum, quintum gradum facit; et iterum multiplicet 1 per 3 diuisoris, fient 3; que extrahat de 4, hoc

fol. 19 verso.

est de 14, propter 1 quod | remansit super 7: nam cum quartus gradus multiplicat primum, quartum gradum facit uel terminante in ipso. Et ideo predicta 3 sunt extrahenda de 4, que sunt in quarto gradu, hoc est de 14 que terminant in ipso, remanebunt 11, scilicet 1 super quintum gradum et aliud super quartum; cum quibus 11 copulet 9 fiunt 119, que cum sint minus de 563, scilicet diuisore, ponendum est 0 sub ipsis 9; et copulet 3 que sunt in secundo gradu diuidendi numeri cum 119, fient 1193. Quare ponat in secundo gradu, arbitrio exeuntis, talem figuram que multiplicata per 563 faciat fere 1193, que figura erit 2, que multiplicet per 5 diuisoris, fiunt 10, que extrahat de 11 prescriptis, remanet 1; pro quo relinquat ipsum 1 quod fuerat positum super 4, et deleat aliud 1 quod est

super 7, et multiplicet 2 per 6 diuisoris fiunt 12; que extrahat de 19, remanent 7 que ponat super 9 et deleat 1 quod est super 4; et multiplicet 2 per 3 diuisoris fiunt 6; que extrahat de 73, remanent 67: deleat 7 que erant super 9 et ponat 67 super 93, ut in descriptione habetur. Et compleat ipsa 67 cum 0, fiunt 670; pro quibus dictis dispositis ponat 1 sub 0, et multiplicet ipsum per 5 diuisoris, fiunt 5, que extrahat de 6, remanet 1: deleat ipsa 6 et ponat ibidem 1; et multiplicet 1 per 6, fiunt 6; que extrahat de 7 remanet 1: deleat 7 et ponat ibi ipsum 1; et multiplicet 1 per 3 diuisoris, fiunt 3, que extrahat de 110, remanent 107, que ponat super uirgulam de 563 et ante ipsam ponat exeuntia 1021, ut in hac descriptione describitur.

Probatio suprascripte.

Qvam diuisionem si per pensam de 11 probare uoluerit, diuidat 574030 per 11, remanent 4, que serues pro pensa; et diuidat exeuntia 1021 similiter per 11, remanent 0, que multiplicet per 2 que remanent ex diuisis 563 per 11, erunt 18; quibus addat pensam numeri remanentis super uirgam, scilicet de 107, que pensa est 8: quia diuisis 107 per 11, remanent 8; et sic habebit 26, quibus diuisis per 11, remanent 4, ut pro pensa opportet remanere. Ad habendum itaque arbitrium in ponendis figuris in exeuntibus numeris, cum numeri trium figurarum uel plurium diuiduntur per numeros trium figurarum, tale tradimus magisterium, ut consideret si diuisor numerus prope fuerit alicui numero centenario, siue plus, siue minus sit eo: et aspiciat contra quot figuras sit ponenda figura in numero exeunte, et ex illis figuris relinquat duas que sunt in secundo et in primo gradu earum. Residuum uero numeros diuidat per numerum centenariorum, cui diuisor proprior extiterit; et quot ex diuisione peruenerit, erit ponenda figura, uel parum plus si diuisor erit minus numero predicto centenariorum, uel parum minus, si diuisor fuerit plus eodem numero centenariorum. Verbi gratia: uolumus diuidere 1247 per 421, relinquamus 4 et diuidemus 12 que remanent per 4; cum 421 sint proprior 400 quam alio centenario numero, ueuient 3; sed dandum erit minus, quia 421 sunt plus de 400: et si esset minus ut 379, dandum esset plus; et sic intelligas in reliquis. Et si diuisor numerus esset proprior alicui centenario, et dimidio ut 150, uel ducentis quinquaginta, et ceteris similibus: tunc, relictis duabus figuris predictis, reliquum numerum dupplicet, et dupplicatam summam per duplum centenariorum, et dimidium diuidat, et habebit arbitrium ponende figure. Verbi gratia: uolumus diuidere 2137 per 563, diuidimus 21 per $\frac{1}{2}$ 5, hoc est duplum de 21, scilicet 42, per duplum de $\frac{1}{2}$ 5, hoc est per 11, exibunt 3 et plus; et hoc modo accipiatur arbitrium in similibus.

Item si 5950000 per 743 diuidere uoluerit, descriptis numeris, ponat 8 supradictis dispositis sub 0 quarti gradus, scilicet quia relictis 50 de 5045, remanent 59; quorum duplum si diuidatur per duplum de $\frac{1}{2}$ 7, propter diuisorem qui est prope 750, fere 8 ueniet ex diuisione; et multiplicet 8 per 7 diuisoris, erunt 56, que extrahat de 59, remanent 3; que ponat super 0. Et 8 per 4, fiunt 32, que extrahat de 35, remanent 3; que ponat super 5, et dapnet ipsa 3 que fuerunt posita super 9. Et 8 per 3 diuisoris fiunt 24, que extrahat de 30, remanent 6; que ponat super 9, et deleat 3 que fuerunt super 5; et sic semper multiplicatà posita figura, singulariter per figuras diuisoris numeri, incipiendo scilicet ab ultima usque ad primam ueniendo, semper opportet diuisionem remanere in ipsa figura; sub qua figura poni precipitur, ut in prima huius diuisionis descriptione

· diuidatur ... multiplicata (fol. 19 verso, lin. 14-17; pag. 45, lin. 36-(1).

5950000	
	743
8	

fol. 20 recto.

| demonstratur. Post hec ponat duo zephyra sub duobus zephyris tertii et secundi gradus, ideo quod utraque zephyra copulata cum 6 minorem faciunt numerum quam 743. Vnde summenda sunt 6 cum tribus zephyris, scilicet 6000 et in 743 diuidenda, pro qua diuisione ponenda sunt 8 in primo gradu exeuntis numeri, scilicet sub 0 primi gradus: quare diuiso duplo de 60 per duplum de $\frac{1}{2}$ 7, ueniunt 8; quibus 8 in 7 multiplicatis, et de 60 extractis, remanent 4; que 4 ponat super 0 tertii gradus, et dapnet 6 que sunt super 0 quarti gradus; et iterum 8 in 4 diuisoris multiplicatis, et de 40 extractis, remanent 8 : nam sicut multiplicatio prescriptorum 8 per ordinem de gradu mutatur in gradu in diuisori numero, ita eorum multiplicationes in diuidendi numero de gradu in gradu mutari debent. Ponat siquidem remanentia 8 super 0 secundi gradus, et deleat ipsa 4 que fuerunt posita super 0 tertii gradus; et multiplicet 8 per 3, fiunt 24, que extrahat de 80, remanent 56; que ponat super uirgulam de 743, et ante ipsam ponat 8008; et habebit proposite diuisionis quantitatem. Et cum per ea que de diuisionibus dicta sunt

remanent ... 1784 » (fol. 20 recto, lin. 9-13, pag. 46, lin. 12-20).

	5 0
5 9 5 0 0 0 0	
7 1 3	
8 0 0 8	
$\frac{56}{743}$ 8 0 0 8	

pdenum magisterium haberi possit in diuidendis numeris per numeros mr^e figurarum et pdurimu; tamen, ut melius intelligatur, predictas diuisiones per aliquot numeros quattuor figurarum demonstreutur.

Diuisio de 17849 *per* 1973.

Ut si proponatur diuidere 17849 per 1973, describatur diuisor sub diuidendo, scilicet 1973 sub 7849 de 17849; et cum numerus quattuor ultimarum figurarum diuidendi numeri, idest 1784, minor sit diuisore, positio figure exeuntis numeri sub primo gradu diuidendi numeri fieri necesse est. Vnde ponat 9 sub primo gradu utrorumque numerorum; ideo quia ducto nouenario in diuisore, facit fere diuidendum numerum; uel quia diuisor

« ponat 9 .... numeri » fol. 20 recto, lin. 13-19; pag. 46, lin. 21-28).

1 7 8 4 9
1 9 7 3
$\frac{92}{1973}$ 9 9

est prope 20 centenariis, diuidenda sunt 17 per 2, et relinquende tres figure numeri diuidendi, scilicet 849: et tunc multiplicet ipsa 9 per 1 diuisoris, et extrahat de 17, remanent 8 que ponat super 7, et multiplicet 9 per 8 diuisoris, et extrahat de 88, remanent 7, que ponat super 8, et dapnet posita 8. Et iterum multiplicet 9 per 7 diuisoris, et extrahat de 74, remanent 11, que ponat super 74, et multiplicet 9 per 3 diuisoris numeri, et extrahat de 119, remanent 92, que ponat super uirgulam de 1973, et ante ipsam ponat 9; et habebit proposite diuisionis quantitatem.

Diuisio de 1235689 *per* 4007.

« Item .... remanet » (fol. 20 recto, lin. 22-29; pag. 46, lin. 31-41).

1 5
3 3 5 3 3 5 8
1 2 3 5 6 8 9
4 0 0 7
3 0 8
$\frac{[illegible]}{4007}$ 3 0 8

Item si uoluerit diuidere 1235689 per 4007, descriptis numeris, ponat 3 sub tertio gradu numerorum, prescriptis scilicet dispositis; et multiplicet ipsa 3 per 4, fiunt 12, pro quibus relinquat 12 que sunt numerus duarum ultimarum figurarum diuidendi numeri. Et multiplicet 3 per 0, quod est in tertio gradu diuisoris, faciet 0; quod extrahat de 3, que sunt in diuidendi numero, remanet ipsa 3. Et iterum multiplicet 3 per 0 secundi gradus diuisoris, faciet 0. Quod extrahat de 35, remanent iterum ipsa 35. Et 3 per 7 faciunt 21, que extrahat de 356, remanent 335, que ponat super 356. Nam cum 3358 que sunt copulatio remanentis numeri; cum ei antecedente figura minus sint de 4007, ponendum est 0 ante posita 3, scilicet sub secundo gradu numerorum, et copulanda sunt 3358 cum antecedente figura, idest cum 9, sub quibus ponat 8 in exeunti numeri. Et multiplicet ipsam per 4, et extrahat de 33, remanet 1, quod ponat super 3 primi gradus de 33, et dapnet 33. Et 8 per 0 tertii gradus, et extrahat de 15, remanet 15. Et iterum multiplicet 8 per 0 secundi gradus diuisoris numeri, et extrahat de 158, remanet ipsa 158. Et 8 per 7 faciunt

56, que extrahat de 1589, remanent 1533, que ponat super uirgulam de 4007, et ante ipsam ponat 308; et habebit quesite diuisionis quantitatem, ut in hac denotatur descriptione.

Uerum si eam, uel quamlibet aliam diuisionem aliter quam per pensas probare uoluerit, multiplicet exeuntem numerum per diuisorem, et uenienti summe addat remanentem numerum ex diuisione, scilicet ipsum qui super uirgulam poni precipitur. Vt in hac multiplicet 308 per 4007, et multiplicationi super addat 1533 que sunt super uirgulam; et si collecta summa fecerit diuisum numerum, ipsam diuisionem rectam fore cognoscat.

Explicit capitulum quintum. Incipit capitulum sextum de multiprichatione integrorum numerorum cum ruptis.

| Cum autem quemlibet numerum cuiuslibet gradus cum quolibet rupto uel ruptis per quemlibet numerum cum quolibet rupto uel ruptis multiplicare uolueris, describe maiorem numerum cum suo rupto, uel ruptis sub minori numero cum suis minutis, scilicet numerum sub numero, et minuta sub minutis. Et accipe superiorem numerum cum suis minutis. Et fac inde talia minuta qualia sunt illa que sunt cum ipso numero. Et similiter de inferiori facies sua minuta. Et multiplicabis facta minuta superioris numeri per facta minuta inferioris. Et summam diuides per minuta utriusque numeri sub una uirgula, scilicet coaptata; et habebis cuiuslibet numerorum cum minutis multiplicationes. Et ut hec cum demonstrationibus numerorum intelligibiliter ostendatur Fol. 21 verso

Hoc capitulum in partes octo diuidimus.

Qvarum prima erit de multiplicatione numerorum integrorum cum uno rupto sub una uirgula.

Secunda de multiplicatione numerorum cum duobus et tribus ruptis sub una uirgula.

Tertia de multiplicatione numerorum cum duabus ruptis sub duabus uirgulis.

Qvarta de multiplicatione numerorum cum duabus uirgulis cum pluribus ruptis.

Qvinta de multiplicatione numerorum cum tribus uirgulis.

Sexta de multiplicatione ruptorum siue sanis.

Septima de multiplicatione numerorum et ruptorum, quorum uirge terminantur in circulo.

Octaua de multiplicatione partium numerorum et ruptis.

Incipit pars prima de multipricatione numerorum integrorum cum uno rupto sub una uirgula.

Si uoluerit multiplicare 11 et dimidium per 22 et tertiam, describe maiorem numerum sub minori, scilicet $\frac{1}{3}$ 22 sub $\frac{1}{2}$ 11, ut hic ostenditur: deinde fac dimidias de $\frac{1}{2}$ 11; ideo quia ruptus qui est cum 11 est medietas, quod sic fit: multiplicabis 11 per 2 que sunt sub uirgula post ipsa 11, et de super addes 1, quod est super uirgulam de 2, erunt medie 23: uel duplica $\frac{1}{2}$ 11, erunt 23: describe 23 super $\frac{1}{2}$ 11, ut in descriptione ostenditur: eademque ratione multiplicabis 22 per suam uirgulam, hoc est per 3 que sunt sub uirgula post 22, erunt tertie 66, cum quibus adde 1. quod est super 3, erunt tertie 67, que serua super $\frac{1}{3}$ 22, et hoc fuit triplicare $\frac{1}{3}$ 22: et multiplicabis dimidias 23 per tertias 67, erunt sexte 1541, quas diuides per ruptos qui sunt sub uirgulis amborum numerorum, scilicet per 2 et per 3; que diuisio sic fit: multiplica 2 per 3, erunt 6, in quibus diuide 1541, exibunt integra $\frac{5}{6}$ 256 pro quesita multiplicatione, ut in prescripta descriptione demostratur. Nam querenti quare ex multiplicatione medietatum in tertias proueniant sexte, · describe ... amborum a fol. 20 verso, lin. 19 24, pag 47, lin 32 40.

	23
$\frac{1}{2}$	11
	67
$\frac{1}{3}$	22
$\frac{5}{6}$	256
Summa	

respondes: quia cum semel tertia accipitur hoc cum multiplicatur per tertiam prouenit tertia. Quare cum multiplicatur medietas unius per tertiam, scilicet cum accipitur medietas tertie, sextam prouenire necesse est. Et ideo ex multiplicatione medietatum in tertias proueniunt sexte. Rursus cum secundum alium intellectum multiplicauimus duplum de $\frac{1}{2}$ 11, scilicet 23 per triplum de $\frac{1}{3}$ 22, scilicet per 67, tunc habuisse sexuplum summe multiplicationis eorum demonstrabo. Ex multiplicatione quidem de $\frac{1}{3}$ 22 in $\frac{1}{2}$ 11 prouenit summa quesita. Quare si multiplicatur $\frac{1}{3}$ 22 per duplum de $\frac{1}{2}$ 11, hoc est per 23, prouenit duplum quesite summe. Ergo si multiplicentur triplum de $\frac{1}{3}$ 22, hoc est 67 per 23, scilicet per duplum de $\frac{1}{2}$ 11, nimirum triplum dupli, hoc est sexuplum summe quesite proueniet. Quare sexta pars summe multiplicationis eorum est summa quesita, quod oportebit ostendere. Et scias quia ideo multiplicauimus 2 per 3 quando per 2 et per 3 diuidere debeamus; quia multiplicatio illorum non surgit ultra decenarium numerum; et sic debes facere de omnibus numeris, quorum multiplicationes non ascendunt ultra decem. Verbi gratia: ut cum debueris diuidere aliquem numerum per 2 et per 2, diuides ipsum per 4; ideo quia bis 2 faciunt 4; et si debueris ipsum numerum diuidere per 2 et per 4, diuides eum per 8; et si per 2 et per 5, diuides eum per 10; et si per 3 et per 3, diuides eum per 9; et si per 3 et per 5 numerum aliquem diuidere uolueris, diuidas eum per $\frac{1\ 0}{3\ 5}$: ideo quia multiplicatio de 3 in 5 surgit in 15, quia numerus maior est de 10. Vnde melius est ut diuidas per | $\frac{1\ 0}{3\ 5}$ quam per 15. fol. 21 recto.

De eodem.

Item si uolueris multiplicare $\frac{1}{2}$ 12 per $\frac{3}{5}$ 23, describe questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis 12 per 2 que sunt sub uirgula, et addes 1 quod est super ipsa 2, erunt medie 25. Item multiplicabis 23 per 5 que sunt sub uirgula, et addas 3 que sunt super ipsa 5, erunt quinte 118: multiplicabis ergo medias 25 per quintas 118, erunt medie quinte, scilicet decime 2950: quare diuides per 2 et per 5, que sunt sub uirgulis, hoc est per 10, uel debes 2950 diuidere per 10; quia ex duplo de $\frac{1}{2}$ 12 in quincuplum de $\frac{3}{5}$ 23, scilicet de 25 in 118, prouenit decuplum multiplicationis de $\frac{1}{2}$ 12 in $\frac{3}{5}$ 23, exibunt integra 295 et nihil aliud, ut superius in questione demonstratur. Potes enim summam dicte multiplicationis aliter reperire, scilicet ut ante quam multiplices 25 per 118, diuide 25 per 5 de uirgula; cum per ipsam integraliter possint diuidi, exibunt 5 que serua; et diuide 118 per 2 que sunt sub uirgula; cum eorum medietas sit integra, exibunt 59, que multiplica per 5 seruata fuerunt quinta pars de 25 erunt 295, que sunt summa dicte multiplicationis, ut superius repertum est: et hec talis est uitatio multum est consideranda, per quam euitatur labor multiplicandi et diuidendi: grauius enim est multiplicare 25 per 118, quam 5 per 59; quorum multiplicationem, scilicet de 5 in 59, non oportet per aliquem ruptum diuidere. Vnde cum debueris multiplicare aliquem numerum per aliquem numerum, et debueris summam illorum per aliquem numerum, uel numeros diuidere, per quem, uel per quos aliquem numerorum illorum possis integraliter diuidere, studebis semper diuidere hos quos integraliter diuidere poteris, ante quam multiplices: deinde multiplicabis residuum numerorum ad inuicem, et diuides per ruptum, uel per ruptos qui remanebunt ex euitatione, quod in sequentibus demonstrare curabimus. Sed primum nolo demonstrare unde talis euitatio procedat. Quia ex multiplicatione de 25 in 118 prouenit decuplum multiplicationis de $\frac{1}{2}$ 12 in $\frac{3}{5}$ 23, ut habetur per ea que in antecedente

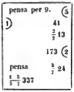
* Item.... multiplicationis » (fol. 21 recto, lin. 2-6; pag. 48, lin. 21-27).

	25
	$\frac{1}{2}$ 12
	118
$\frac{0}{10}$ 295	$\frac{3}{5}$ 23
Summa	

multiplicatione duximus. Ergo ex multiplicatione quinte partis de 25 in 116 proueniet quinta decupli triplicationis de $\frac{1}{2}$ 12 in $\frac{3}{5}$ 23, scilicet diuisum ipsius multiplicationis : quare si multiplicetur quinta 25, scilicet 5 per dimidium de 118, scilicet per 59, prouenit ipsa multiplicatio de $\frac{1}{2}$ 12 in $\frac{3}{5}$ 23.

De eodem.

« Rursus .... Pensa » (fol. 21 recto, lin. 22-29; pag. 49, lin. 6-17).

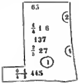


Rvrsus si uolueris multiplicare $\frac{2}{3}$ 13 per $\frac{5}{7}$ 24, descriptis numeris ut hic ostenditur, multiplica 13 per 3 et adde 2, que sunt super ipsa 3, erunt tertie 41. Item multiplica 24 per eorum regulam, hoc est per 7, et adde 5, erunt septime 173, quas multiplica cum 41, erunt uigesime prime 7093. Quas diuide per 3 et per 7, que sunt sub uirgulis positis sub una uirgula sic $\frac{1\ 0}{3\ 7}$, exibunt integra $\frac{1\ 5}{3\ 7}$ 337: de hac enim multiplicatioue non potes aliquid euitare, ideo quia 41 uel 173, nec per 3, nec per 7 integraliter diuiduntur. Si autem per pensam nouenarii cognoscere uolueris utrum recta fuerit hec multiplicatio, uel non : accipe pensam de 13 per eundem nouenarium que est 4, et multiplica eam per 3, que sunt sub uirgula post ipsa 13, erunt 12, et adde 2, que sunt super ipsa 3, erunt 14, de quibus accipe pensam, que est 5, et serua eam. Et uide de 41 si pensa ipsorum est 5, sicut modo seruasti; quia tunc scies ipsa 41 recta esse, si pensa eorum fuerit 5. Pensa enim de 41 est 5, ut opportet: quare seruabis 5 super 41, uel post ipsa: postea uidebis per eamdem pensam nouenarii de 173 si recta sunt, uidelicet multiplicabis pensam de 24, que est 6 per 7 que sunt sub uirgula, et addes 5 que sunt super ipsa 7, erunt 47, quorum pensa, que est 2, serua. Quia talis debet esse pensa de 173, et ita est: quare pones 2 super 173, et multiplicabis pensam de 41 per pensam de 173 , scilicet 5 per 2, erunt 10; de quibus extrahe pensam, remanet 1, quod est pensa summe multiplicationis: seruabis enim ipsum 1 super summam multiplicationis, scilicet super $\frac{1\ 5}{3\ 7}$ 337. Et multiplicabis pensam de 337 que est 4 per 7, que sunt sub uirgula post 337; et super adde 5, erunt 33, quorum pensa que est 6 multiplicabis per 3, que sunt super eadem uirgula post 7, et adde 1, quod est super ipsa 3, erunt 19, quorum pensa est 1, ut pro pensa summe multiplicationis super 337 in questione seruatum est: ergo recta est dicta multiplicatione (*sic*); nam ordo probandi est cum inceperis multiplicare, debes incipere probare. Vt in hac multiplicatione, cum habuisti 41 ex multiplicatione de 13 in 3, duobus super additis, debuisti statim per pensam cognoscere, si ipsa 41 recta esset : similiter et cum habuisti 173, debuisti cognoscere per pensam si recta esset. Iterum cum | multiplicasti 41 per 173, debuisti cognoscere per pensam, si eorum multiplicatio recta esset. Et cum habuisti summam, scilicet $\frac{1\ 5}{3\ 7}$ 337, debuisti cognoscere similiter, secundum quod superius demonstrauimus, si illa diuisio recta esset.

fol. 21 *verso*.

De eodem.

« Iterum .... seruatam » (fol. 21 verso, lin. 3-10; pag. 49, lin. 36 — pag. 50, lin. 3);



Iterum si uolueris multiplicare $\frac{1}{4}$ 16 per $\frac{2}{5}$ 27, descripta questione, multiplica 16 per eorum uirgulam, scilicet per 4 et adde 1, erunt quarte 65, quem numerum proba per pensam sic: ut si per pensam septenarii probare uolueris, diuides 16 per 7, remanebunt 2, qne multiplica per 4 de uirgula et adde 1, quod est super 4, erunt 9, qne diuide per 7, remanent 2; et tot debet remanere de 65, si diuidantur per 7, et tot remanent. Ergo pensa de 65 est 2, que serua super 65: deinde multiplica 27 per eorum uirgulam, erunt quinte 137, quas pone super $\frac{2}{5}$ 27, et uide per pensam de 7 si ipsa 137 recta sint, sicuti uidisti de 65; et reperies quod pensa de 137 debet esse 4 et ita est: quia si diuiseris 137

per 7, uimirum 4 remanebunt. Quare seruabis 4 super 137 pro ipsorum pensa: deinde multiplicabis 65 per 137, erunt uigesime 8905. Que multiplicatio si recta fuerit, ita per eandem septenarij pensam cognosces: multiplicabis seruatam pensam de 65, scilicet 2, per pensam de 137 que est 4, erunt 8, que diuides per 7, remanet 1: et tot debet remanere de 8905 si diuidatur per 7, et ita fit. Vnde cognoscimus quod recta est illa multiplicatio. Postea diuide 8905 per ruptos qui sunt sub uirgulis, hoc est per 4 et per 5 positos sub una uirgula. Tamen diuide prius per 5; ideo quia 8905 integraliter per 5 diuiduntur, exibunt $\frac{0\ 1}{5\ 4}$ 445 pro summa quesite multiplicationis. Que diuisio si recta est, ita debet cognoscere: diuides 445 per 7, remanent 4. Que multiplica per 4 que sunt sub uirgula post ipsa 445, et adde 1 quod est super ipsa 4, erunt 17; que diuide per 7 remanent 3; que multiplica per 5, que sunt sub uirgula post 4, et adde zephyrum quod est super 5, erunt 15; que diuide per 7, remanet 1; quod 1 cum sit pensa de 8905, scimus quod prescripta diuisio recta est. Et scias quare 5 que sunt sub uirgula diuisionis post 4, cum super ipsa sit 0, nihil representant. Ergo descripta multiplicatio est $\frac{1}{4}$ 445. Posuimus enim ipsa 5 sub uirgula ut inueniretur pensa. Aliter promtius potes hanc eandem multiplicationem euitando reperire, scilicet ut diuidas 65 reperta per 5 que sunt sub uirgula, exibunt 13, que multiplica per 137, et diuides per 4 de alia uirgula, exibunt similiter $\frac{1}{4}$ 445, ut superius reperta sunt. Nam semper cum debemus aliquem numerum per 4 et per 5 diuidere, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 5}$, si ipse numerus habuerit $\frac{1}{5}$, consuescimus ipsum prius per 5 quam per 4 diuidere, propter integram ipsius diuisionem, sicuti modo fecimus de 8905. Et si numerus ipse per 4 integraliter diuiditur, consueuimus ipsum prius per 4 quam per 5 diuidere. Et si numerus ille nec per 4, nec per 5 integraliter diuidi possit, consueuimus ipsum diuidere per $\frac{1\ 0}{2\ 10}$; ideo quia quattuor quinque faciunt 20, quorum regula est $\frac{1\ 0}{2\ 10}$. Et hoc facimus propter pulchriorem locutionem; quia pulchrius est dicere $\frac{1\ 0}{2\ 10}$ quam $\frac{1\ 0}{4\ 5}$, quamuis idem sint. Similiter debes intelligere de quibusdam aliis numeris, scilicet cum debueris diuidere aliquem numerum per 3 et per 4, hoc est per $\frac{1\ 0}{3\ 4}$; qui numerus non diuidatur per aliquem ipsorum integraliter, diuides eum per $\frac{1\ 0}{2\ 6}$ quod est pulchrius. Item cum debueris diuidere per 4, et per 4, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 4}$, diuides eum per $\frac{1\ 0}{2\ 8}$. Et cum debueris diuidere per 3 et per 6, hoc est per $\frac{1\ 0}{3\ 6}$, diuides per $\frac{1\ 0}{2\ 9}$; ideo quia tantum faciet multiplicatio de 2 in 9, quantum de 3 in 6. Item cum debueris diuidere per 4 et per 6, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 6}$, diuides per $\frac{1\ 0}{3\ 8}$. Et cum debueris diuidere per $\frac{1\ 0}{5\ 6}$, diuides per $\frac{1\ 0}{3\ 10}$. Et cum debueris diuidere per $\frac{1\ 0}{5\ 8}$, diuides per $\frac{1\ 0}{4\ 10}$. Et cum debueris diuidere per $\frac{1\ 0}{6\ 6}$, diuides per $\frac{1\ 0}{4\ 9}$; ideo quia utraque uirgula, scilicet $\frac{1\ 0}{6\ 6}$ et $\frac{1\ 0}{4\ 9}$, est regula de 36. Sed nos diligimus plus extremos numeros, qui sunt a decem et infra in compositionibus numerorum, et ideo pulchrius est $\frac{1\ 0}{4\ 9}$ quam $\frac{1\ 0}{6\ 6}$. Et hoc idem intelligas de precedentibus. Verum si diuidere uolueris aliquem numerum per aliquos alios numeros infra decenarium existentes, preter hos quos superius docuimus coaptare, cum ipsi coaptari non possint, diuides ipsum per ipsos; ut si debueris diuidere eum per 5, et per 7, diuides ipsum per $\frac{1\ 0}{5\ 7}$, et sic intelligas de reliquis.

Rvrsus si uolueris multiplicare $\frac{3}{8}$ 18 per $\frac{4}{9}$ 24, descripta questione, multiplica 18 per eorum uirgulam, hoc est per 8, et adde 3, erunt 147. Item multiplica 24 per 9, et adde fol. 22 recto. 4, erunt 220. Que multiplica per 147 et diuide per ruptos, exibunt | $\frac{4\ 1}{8\ 9}$ 449, quorum pensa est 0 per 11. Nam si de $\frac{4\ 1}{8\ 9}$ que partes sint unius integri scire uolueris, multiplica 1 quod

est super 9 per 8, et adde 4, erunt 12; que serua pro numero deuomiuante: et multiplica 9 per 8, que sunt sub uirgula, erunt 72 pro denominato; que diuide per seruata 12 exibunt 6; de quibus 6 dicas $\frac{1}{6}$; et talis pars sunt 12 de 72: similiter talis $\frac{4\ 1}{8\ 9}$ sunt $\frac{1}{6}$ unius integri. Dicam boc pulcrius; quia ex multiplicatione de 8 in 9 surgunt 72: fac septuagesimas secundas de uno integro, erunt 72; de quibus accipe nonam et quattuor octauas unius none, erunt 8 et 4, scilicet 12, ut habentur ex multiplicatione de 1 quod est super 9 in 8, additis 4 que super 8. Ergo $\frac{4\ 1}{8\ 9}$ suut $\frac{12}{72}$. Quare proportio de $\frac{4\ 1}{8\ 9}$ ad unum integrum est sicut 12 ad 72. Sed proportio de 12 ad 72 est sicut proportio duodecime partis de 12 ad duodecimam partem de 72, hoc est de 1 ad 6: quia ut in Euclide reperitur, sicut totum ad totum, ita pars est ad partem: est enim de 6 sexta pars que habetur pro summa prescripte multiplicationis de $\frac{1}{6}$ 449.

($\frac{4\ 1}{8\ 9}$ 449 .... ad unum » (fol. 22 *recto*, lin. 1-6; pag. 50, lin 42 — pag. 51, lin. 7).

pensa est 147 per 11 (4)
$\frac{2}{8}$ 18
(0)
220 (0)
$\frac{1}{6}$ 24
$\frac{4\ 1}{8\ 9}$ 449

Aliter possumus hanc eandem summam euitandi reperire: sed cum debeas multiplicare 147 per 220, et postea diuidere per 8 et per 9, multiplica tantum tertiam partem de 149, que est 49, per quartam partem de 220, hoc est per 55, et diuides summam per tertiam partem de 9, hoc est per 3, et per quartam de 8, hoc est per 2. Ergo diuides eorum summam per 8, exibunt $\frac{1}{6}$ 449, ut superius repertum est. Et nota cum numerus denominans comunicat cum denominato, scilicet numerus qui est super uirgam cum numero qui est sub uirga, tunc debent aptari diuidendo eos per maiorem numerum, qui est comunis utrisque, a quo ipsi sunt comunicantes. Verbi gratia: habemus $\frac{6}{9}$: sunt enim 6 cum 9 comunicantes, et est eorum comunis mensura ternarius. Quare diuides utraque eorum per 3, et quod ex diuisione superioris prouenerit, scilicet 2, pones super quamdam uirgam; et quod egredietur ex diuisione inferioris pones (*sic*) pones sub ipsa; et habebis $\frac{2}{3}$ pro $\frac{6}{9}$. Item de $\frac{5}{10}$ est quinarius, scilicet numerus denominans comunis mensura eorum. Quare si diuidantur utrique numeri per 5, scilicet 5 et 10, proueniet $\frac{1}{2}$ pro aptatione de $\frac{5}{10}$; et hoc intelligas in similibus. Est enim modus inueniendi maximam comunitatem quam inter se habent numeri comunicantes, ut diuidas maiorem per minorem; et si ex ipsa diuisione nihil superauerit, tunc minor numerus erit maxima eorum comunis mensura, ut in $\frac{12}{72}$: et si ex ipsa diuisione aliquid superfuerit, serua illud pro residuo primo in quo diuides minorem numerum; ex qua diuisione, si nichil superfuerit, tunc residuum primum erit comunis mensura numerorum ut in $\frac{10}{22}$, quorum comunis mensura est 2: quare diuisis 22 per 10, remanent 2, in quibus 10 integraliter diuiduntur: et si ex diuisione minoris numeri per primum residuum aliquod superfuerit, uocabis illud residuum secundum: in quo si maior numerus integraliter diuidatur, tunc residuum secundum erit comunis mensura numerorum, ut in $\frac{12}{16}$, quorum comunis mensura est 4: quia, diuisis 10 per 12, remanent 8; in quibus diuisis 12, remanent 4, in quibus 12 integraliter diuiduntur: et si ex diuisione maioris numeri aliquid superfuerit, uocabisque eum residuum tertium, in quo diuides minorem numerum; et sic semper facies, donec aliquod residuum proueniat in maiori numero, per quod integraliter diuidatur minor, uel donec in minori proueniat residuum per quod diuidatur maior; et illud residuum erit comunis mensura et maxima, ut in Euclide apertis demonstrationibus declaratur.

Explicit pars prima sexti capituli. Incipit secunda
De multiplicatione numerorum cum pluribus ruptis sub una uirgula.

Si autem 13 et tres octauas, et dimidium unius octaue, quod sic scribuntur $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 13, uo-

¹ que sic ... Item si ¹ (fol. 22 recto, lin. 32-39; pag. 52, lin. 1-11).

pensa est 215 (6
3 per 11 | $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 13
875
3) (6
$\frac{3\ 2}{4\ 9}$ 24
$\frac{5\ 3\ 5}{8\ 8\ 9}$ 328

lueris multiplicare per 24 et duas nonas, et tres quartas unius none, que sic scribuntur $\frac{3\ 2}{4\ 9}$ 24, describe questionem ut hic ostenditur. Et multiplica 13 per 8, et adde 3, erunt octaue 107; que multiplica per 2, que sunt sub uirgula per 8 et adde 1, quod est super ipsa 2, erunt sexedecime 215; quia 2 et 8, que sunt sub uirgula, insimul multiplicata, faciunt 16: pone ergo 215 super $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 13. Similiter multiplica 24 per eorum uirgulam, scilicet per 9 et adde 2 que sunt super 9, erunt none 218; que per 4 que sunt sub uirgula post 9, et adde 3 que sunt super 4, erunt 875 trigesime sexte; quas pone super $\frac{3\ 2}{4\ 9}$ 24, et multiplica 215 per 875, et diuide per numeros qui sunt sub uirgulis utriusque numeri, hoc est per $\frac{0\ 0\ 0\ 0}{2\ 8\ 4\ 9}$, uel per $\frac{0\ 0\ 0}{8\ 8\ 9}$, quod est pulchrius, exibunt $\frac{5\ 3\ 5}{8\ 8\ 9}$ 328: et sic poteris multiplicare per quemlibet numerum cum duobus ruptis sub una uirgula per quemlibet numerum cum duobus ruptis sub alia.

fol. 22 verso.

Item si | 14 et tres undecimas et tres octauas unius undecime et dimidium octaue unius undecime, que sic scribuntur $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14, multiplicare uolueris per 25 et quattuor tredecimas, et duas nonas unius tredecime, et tertiam unius none de una tredecima, que sic scribuntur $\frac{1\ 2\ 4}{3\ 9\ 13}$ 25, describe questionem, ut hic ostenditur; et multiplica 14 per eorum uirgulam, hoc est per 11, et adde 3; que per 8, et adde 3, que sunt super 8; que per 2 et adde 1, erunt centesime septuagesime sexte 2519, quas pone super $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14. Similiter multiplica 25 per eorum uirgulam, erunt trecentesime quinquagesime prime 8890, quas pone super $\frac{1\ 2\ 4}{3\ 9\ 13}$ 25: et multiplica 2519 per 8890, erunt 22393910; que diuide per reliquos ruptos qui sunt sub utraque uirgula, scilicet per $\frac{0\ 0\ 0\ 0\ 0}{3\ 8\ 9\ 11\ 13}$, exibunt $\frac{3\ 3\ 4\ 8}{3\ 8\ 9\ 11\ 13}$ 362: quia cum de $\frac{1}{6}$ euitatur $\frac{1}{3}$, remanet $\frac{1}{2}$. Quam multiplicationem, si per pensam de 7 probare uolueris, accipe pensam de $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14, que sic accipitur: multiplicabis pensam de 14, que est 0, per pensam de 11, que est 4, et adde 3, que sunt super 11, erunt 3; que multiplica per pensam de 8 que est 1 et adde 3, que sunt super 8, erunt 6; que multiplica per 2 que sunt sub uirgula et adde 1, quod est super 2, erunt 13, quorum pensa, que est 6, est pensa de $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14. Eademque uia et ordine accipe pensam de $\frac{1\ 2\ 4}{3\ 9\ 13}$ 25, et inuenias eam esse 0, que multiplica per 6, scilicet per pensam de $\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14 modo inuentam, erit 0, quod est pensa summe multiplicationis. Vnde uideas si pensa de $\frac{3\ 6\ 6\ 8\ 6}{6\ 3\ 9\ 11\ 13}$ 362 est 0, tunc recta erit multiplicatio; et intellige pensam de 13, et suis fractionibus, scilicet 6 esse pensam numerorum, scilicet de 2519 et pensam de 25 et suis fractionibus, scilicet 0, est pensa de 8890: quare pensa que prouenit de 6 in 0, scilicet 0, est pensa multiplicationis de 2519 in 8890.

¹ unius none ... pensa de ¹ (fol. 22 verso, lin. 3-10; pag. 52, lin. 13-23).

pensa est
0 per 7) 2519 (6
$\frac{1\ 3\ 3}{2\ 8\ 11}$ 14
9) 8890 (0
$\frac{1\ 2\ 4}{3\ 9\ 13}$ 25
$\frac{2\ 3\ 4\ 6}{3\ 8\ 9\ 13}$ 362

Si uis multiplicare 15, et tertiam et quartam unius integri, que sic scribuntur cum duabus separatis uirgulis $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ per — et quintam et sextam, que sic scribuntur $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ 26, describe questionem ut hic ostenditur, et multiplica 15 per 3 que sunt sub prima uirgula et adde 1, quod est super 3, erunt tertie 46; quas multiplica per 4 que sunt sub alia uirgula, erunt duodecime 184, super quas adde multiplicationem de 1 quod est super 4 in 3: quia quarta equatur tribus duodecimis, erunt similiter duodecime 187, quas pone in questione super $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15. Similiter multiplica 26 per suas uirgulas, hoc est per 5, et addes 1, quod est super 5, erunt xxxme 791, quas pone super $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ 26; et multiplica 187 per 791, erunt 147917; que diuides per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, scilicet per $\frac{0\ 0\ 0\ 0}{3\ 4\ 5\ 6}$ qui coaptati reuertuntur in $\frac{0\ \ 0}{10\ 36}$, exibunt $\frac{7\ 31}{10\ 36}$ 410, ut in questione ostenditur.

¹ Si uis .... ostenditur (fol. 22 verso, lin. 16-22; pag. 52, lin. 32-41).

187
$\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15
791
$\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}$ 26
$\frac{7\ 31}{10\ 36}$ 410

Item si uolueris multiplicare $\frac{2}{9}\ \frac{3}{5}$ 16 cum $\frac{2}{11}\ \frac{2}{3}$ 27, descripta questione, multiplica 16 per 5 et adde 3; que omnia multiplica per 9, et adde multiplicationem de 2, que sunt super 9 in

5, erunt 757, que pone super $\frac{2}{9}\frac{3}{5}$ 16. Item multiplica 27 per suas uirgulas, erunt 2442, per que multiplica 757, et diuides summam per omnes ruptos, scilicet per $\frac{1000}{58941}$, et coapta ruptos, exibunt $\frac{3\ 8\ 4\ 8}{4\ 9\ 10\ 11}$ 467. Quam multiplicationem, si per pensam de 7 probare nolueris, accipe pensam de $\frac{2}{9}\frac{3}{5}$ 16, que sic accipitur: multiplicatur pensa de 16, que est 2, per 5 de uirgula, et super adduntur 3, que sunt super 5, fiunt 13, quorum pensa, que est 6, multiplicatur per pensam de 9 que est 2, fiunt 12; super que additur multiplicatio de 2, que sunt super 9 in 5, fiunt 22, quorum pensa, que est 1, est pensa de $\frac{2\ 3}{9\ 5}$ 16. Et tot debet esse pensa de 757 et ita est. Item accipe pensam de $\frac{2}{11}\frac{3}{8}$ 27 que accipitur secundum quod accepimus ipsam de $\frac{2}{9}\frac{3}{5}$ 16; et inuenies pensam ipsorum esse 4, que 4 sunt pensa de 2147. Multiplica ergo 1 per 4, erunt 4, que 4 sunt pensa summe, scilicet de $\frac{3\ 8\ 4\ 8}{4\ 9\ 10\ 11}$ 467. Et si $\frac{3\ 8\ 4\ 8}{4\ 9\ 10\ 11}$ in partes unius numeri reducere uis, multiplica 11 per 10, et eorum summam multiplica per 9, et hoc totum per 4, erunt 3960, qui numerus est denominatus: pone ergo ipsum sub quadam uirga, et multiplica 8 que sunt sub 11 per 10, et addes 4, que sunt super 10; que omnia multiplica per 9, et adde 8, que sunt super 9; que per 4 et adde 3, que sunt super 4, erunt 3059, qui numerus est denominatus. Quare pones eum super uirgam, et habebis $\frac{3059}{3960}$ pro re quesita. Item si uis multiplicare $\frac{4\ 4}{8\ 9}$ 17 per $\frac{1}{17}\frac{1}{3}$ 28, multiplica integra per eorum uirgas ordine suprascripto; et habebis pro superiori numero 1241, et pro inferiori numero 1448; quos numeros debes insimul multiplicare, et summam per omnes ruptos diuidere, scilicet per $\frac{1000}{88917}$. Et quia comunicatio inter numerum diuidendum, et diuidentem, hoc est inter numeros multiplicantes et numeros qui sunt sub uirga, debes immitari modum euitationis supradictum, uidelicet accipies $\frac{1}{17}$ de 1241, scilicet 73 pro uno ex multiplicationibus (*sic*) numeris, propter quod relinquemus 17, que sunt sub uirga. Item accipies $\frac{1}{8}$ de 1448, | scilicet 181 pro alio; et relinques $\frac{1}{8}$ de uirgula. Ergo multiplicabis 73 per 181, et diuides summam per reliquos numeros, qui sunt sub uirga, scilicet per $\frac{19}{89}$, exibunt $\frac{13}{88}$ 489 pro quesita multiplicatione: cuius summae probam accipies ex proba de 73 et de 181; cum eorum multiplicationis summa sit diuisa. Nam pro $\frac{8}{9}$ dices $\frac{1}{9}$; pro $\frac{1\ 8}{9\ 9}$ dices $\frac{1}{9}$ et tertiam none. Item habemus in quadam uirga hoc $\frac{2\ 3\ 2\ 8}{4\ 6\ 8\ 10}$, quas pronuntiabis ita: pro $\frac{2}{10}$ dices $\frac{1}{5}$; et pro $\frac{2}{8}$ dices quartam decime; et pro $\frac{3}{6}$ dices dimidium octaue decima; et pro $\frac{2}{4}$ dices dimidium sexte octaue decima; et hec contingunt propter comunitates quas habent superiores numeri cum inferioribus. Et notandum quod multe fractiones, que sunt sub diuersis uirgis, possunt reduci ad unam uirgam, scilicet ad partes unius numeri, ut in suo demonstrabitur loco. Sed hic, qualiter due fractiones que sunt sub duabus uirgis coniunguntur, duxi necessarium demonstrare: multiplicabis numerum qui fuerit sub prima uirga per numerum qui fuerit sub secunda; et quot proueniet, pones sub quadam uirga: deinde multiplicabis numerum qui est super primam uirgam per numerum qui est sub secunda; et numerum qui est super secundam multiplicabis per numerum qui est sub prima; et has duas multiplicationes coniunges; et quot prouenerint pones super uirgam, et habebis optatum. Verbi gratia: uolumus addere $\frac{1}{2}$ cum $\frac{2}{5}$, multiplica 2 per 5 que sunt sub uirgis, erunt 10, que pone sub quadam uirga; et multiplica 1 quod est super 2 per 5, et 2 que sunt super 5 per 2 que sub uirga, erunt 5 et 4, scilicet 9: que 9 pone super uirgam, et habebis $\frac{9}{10}$ pro $\frac{2}{5}\frac{1}{2}$. Aliter fac de uno integro decimas, erunt decime 10: quare pro $\frac{1}{2}$ habebuntur $\frac{5}{10}$, et pro $\frac{2}{5}$ habebuntur $\frac{4}{10}$; et sic pro $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{5}$ habentur $\frac{9}{10}$, ut prediximus.

ᵃ Item .... secundum » (fol. 22 verso, lin. 22-29; pag. 52, lin. 42 — pag. 53, lin. 8).

757
$\frac{2}{9}\frac{3}{5}$ 16
2447
$\frac{2}{11}\frac{3}{8}$ 27
$\frac{3\ 8\ 4\ 8}{4\ 9\ 10\ 11}$ 467

fol. 23 recto.

Et quamuis per os duos modos possunt quelibet due fractiones duarum uirgarum ad unam reduci uirgam; tamen, qualiter in fractionibus que habent sub uirgis numeros comunicantes, subtilius procedere edocebo. Vt si uolueris $\frac{2}{9}\frac{1}{3}$ in unam uirgam reducere; quia 3 et 9, que sunt sub uirgis, comunicant inter se, et est ternarius eorum comunicatio, diuide unum ex ipsis numeris, scilicet 3, uel 9 per 3, scilicet per eorum comunem mensuram; et quod proueniet multiplica per alium numerum, et prouenient 9 pro numero denominato. Verbi gratia: multiplicata quidem tertia parte de 3, scilicet 1 per 9, uel multiplicata tertia parte de 9 per 3, uimirum ex qualibet multiplicatione predictarum 9 prouenient: ponas ea sub quadam uirga, et multiplica 1, quod est super 3, per tertiam partem de 9, erunt 3 que serua in manu; et multiplica 2 que sunt super 9 per tertiam partem de 3, scilicet per 1, erunt 2; que adde cum 3 seruatis, erunt 5; que pone super uirgam sub qua posita sunt 9, et habebis $\frac{5}{9}$ pro $\frac{2}{9}\frac{1}{3}$. Item uolumus addere $\frac{3}{4}\frac{5}{6}$: quia binarius est comunis de 4 et de 6, multiplica dimidium de 4 per 6, uel dimidium de 6 per 4, uel accipe dimidium multiplicationis de 4 in 6, et habebis 12; que pone sub quadam uirga, et multiplicabis 3, que sunt super 4, per dimidium de 6, que sunt super 6, per dimidium de 4; et habebis 9 et 10; que insimul iunge, erunt 19; que 19 ponenda esset super 12 positis sub uirga, si esset minus quam 12: sed quia sunt plus, diuides 19 per 12, exibunt $\frac{7}{12}$ 1 pro coniunctione de $\frac{5}{6}\frac{3}{4}$. Et nota cum sub duabus uirgulis ponuntur numeri comunicantes, uel ex quorum multiplicatione non proueniat ultra decem, tunc propter dictam doctrinam debes ipsas fractiones reducere ad unam uirgam, et ipsarum habere loco illarum duarum uirgularum, ut in sequentibus demostrabo. Sed ponam prius in subscriptis tabulis duas fractiones quas aptare debes; et ante eas ponam aptationes earum, et incipiam a $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$ que sunt 1: deinde secuuntur $\frac{1}{3}\frac{1}{2}$ que sunt $\frac{5}{6}$ et cetera, que in sequentibus tabulis describuntur.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1 sano	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$ 1 sano	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{8}$ 1 sano
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{10}$ 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$ 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{5}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}$ 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{5}$ 1
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$ 1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{2}{5}$ 1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$ 1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$ 1 sano	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{2}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{7}{18}$ 1
$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{3}$ 1 sano	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{11}{18}$ 1
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{12}$ 1	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{13}{18}$ 1
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{14}{15}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$ 1	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{2}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{15}$ 1
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{8}$ 1	$\frac{4}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{7}{10}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{8}{15}$ 1
$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{9}$ 1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{11}{15}$ 1
$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$ 1	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{20}$ 1	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{2}{9}$ 1	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{9}{20}$ 1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{2}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{9}$ 1 sano	$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{13}{20}$ 1	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{19}{24}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{8}$	1
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$ 1	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{24}$ 1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1\ 2}{4\ 10}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1\ 4}{4\ 10}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{7}{18}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1\ 8}{4\ 10}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$ 1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{11}{18}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{40}$ 1
$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$ 1	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{13}{18}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{4}{9}$ 1	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{17}{18}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	1
$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{9}$ 1	$\frac{1}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$ 1	$\frac{1}{6}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{18}$ 1	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{4}$ 1
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3\ 4}{4\ 10}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3\ 6}{4\ 10}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}$ 1	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{40}$ 1
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{12}$ 1	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{15}$ 1	$\frac{3}{8}$	$\frac{9}{10}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$ 1	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{3\ 2}{4\ 10}$ 1
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{10}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{4}$ 1
$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{3}{10}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{8}$		$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1\ 7}{4\ 10}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$ 1	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{8}$		$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1\ 9}{4\ 10}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$		$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1\ 3}{4\ 10}$ 1
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{17}{18}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1\ 5}{4\ 10}$ 1
$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{18}$ 1	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{3}{4}$ 1
$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{3}{20}$ 1	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$ 1	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{18}$ 1	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3\ 9}{4\ 10}$

Notis itaque prescriptis uirgularum attationibus; et proponantur multiplicare $\frac{1}{5}\frac{1}{2}$ 11 per $\frac{1}{5}\frac{1}{2}$ 22: multiplicabis $\frac{3}{5}$ 11 per $\frac{7}{10}$ 22. Similiter si uis multiplicare $\frac{3}{5}\frac{3}{4}$ 12 per $\frac{1}{9}\frac{2}{3}$23, adde primum $\frac{3}{4}$ cum $\frac{3}{5}$, erunt $\frac{7}{10}$ 1, hoc est $\frac{13}{20}$1; quod adde cum 12, erunt $\frac{13}{20}$ 13: similiter adde $\frac{2}{3}\frac{1}{9}$, erunt $\frac{7}{9}$: ergo multiplicabis $\frac{13}{20}$ 13 per $\frac{7}{9}$ 23; et sic intelligas in similibus. fol. 24 recto.

Incipit pars quarta.

Si uis multiplicare 17 et quinque octauas et dimidias octaue et duas nonas et quintam none per 28 quattuor undecimas et tres octauas .xi.e, et quintam et duas quintas quinte, scribe numeros, ut in margine cernitur; et multiplica 17 per quam primam uirgam, scilicet per 8, et adde 5; quod totum per 2 et adde 1, erunt 283; que multiplica per numeros qui sunt sub secunda uirga, scilicet per 9; et illud totum per 5, erunt 12735: nunc proba si recte multiplicasti, scilicet pensam de 17, que est 3, per septenarium multiplica per

* Si uis .... probam » (fol. 24 recto, lin. 4-15; pag. 55, lin. 6 — pag. 56, lin. 11).

12911	(3)
$\frac{1\ 2\ 1\ 5}{5\ 9\ 2\ 8}$ 17	
63091	(0)
$\frac{1\ 2}{5\ 5}\ \frac{3\ 4}{8\ 11}$ 28	
$\frac{1\ 6\ 6\ 1\ 2\ 7\ 5}{5\ 5\ 9\ 10\ 10\ 10\ 11}$ 514	

pensam de 8, que est 1, et adde 5 que sunt super 8; quorum pensa, scilicet 1, multiplica per 2 et adde 1, quod est super 2, erunt 3, que sunt pensa de 283; quam multiplica per pensam de 9, erunt 6; que multiplica per 5 que suut sub uirga, erunt 30, quorum pensa est, scilicet 2, est pensa inuenti numeri, scilicet de 12735: deinde multiplica 2 que super 9 per 5, et adde 1, quod est super ipsa 5; que per 2; que per 8 que sunt sub prima uirga, erunt 176; de quibus accipe probam sic: multiplica 2 que sunt super 9 per 5 et adde 1, erunt 11; quorum probatio, scilicet 4, multiplica per 2, erunt 8; quorum proba, que est 1, multiplica per probam de 8, proueniet 1; et tot debet esse proba de 176: et quia ita est, scimus 176 recta esse: adde ergo ea cum 12735, erunt 12911, quorum proba est 3, que prouenit ex additione probarum iunctorum numerorum: serua ergo ea super 17; studeas ordine eodem multiplicare 28 per suas uirgulas, et prouenient 63091: serua ergo super 28, et probam eorum similiter, que est 0; et multiplica 12911 per 63091 diuide per omnes numeros qui sunt sub 4 uirgis, et apta uirgulam; et babebis quesitam summam, ut in questione ostenditur: cuius summe proba est quod prouenit ex multiplicatione seruatarum probatarum in se. Rursus si uis multiplicare $\frac{1\,5\,1}{2\,6\,8}$ $\frac{2\,2\,5}{7\,9\,10}$ 19 per $\frac{1\,2\,1}{3\,5\,7}$ $\frac{5\,8\,2}{6\,8\,9}$ 23; et multiplica 19 per suas uirgulas, scilicet per 10, et adde 3 que sunt super 10; que per 9 et adde 2 que sunt super 9; que per 7 et adde 2 que sunt super 7, erunt 12175; que multiplica per 8; que per 6; que per 2 que sunt sub secunda uirga, erunt 1108800, quorum proba per pensam de 11 est 6: serua ea, et multiplica 1, quod est super 8, per 0 et adde 5 que sunt super 6; que per 2 et adde 1 quod est super 2, erunt 23; que multiplica per 7; que per 9; que per 10 que sunt sub prima uirga, erunt 14490, quorum proba per 11 est 3: adde ergo 14490 cum seruatis 1108800, erunt 1183290, quorum proba est 9, ut colligitur ex 0 et 3, que sunt probe horum dictorum numerorum. Multiplica ergo 118329 per 1070319 que proueniunt ex multiplicatione de 23 in suas uirgas, et eorum proba per 11 est 4: et diuides summam per numeros qui sunt sub omnibus quattuor uirgis: ut si uis euitare comunitates quas habent numeri multiplicantes cum diuidentibus, accipe $\frac{1}{10}$ de 1183290; et de decima accipies tertiam partem, uenient 39443. Similiter diuide 1064869 per 3, erunt 354953; que multiplicabis per 39443, et diuides summam per omnes ruptos predictos, extractis ex eis $\frac{100}{3318}$, hoc est $\frac{38}{990}$; et studebis aptare ruptos ordine suprascripto; et habebis quesitam summam, ut in questione ostenditur. Et si ipsa probare uolueris, multiplica probam de 39443 per probam de 354953, et habebis probam quesite summe.

« eorum .... probare » (fol. 24 recto, lin. 16-29; pag. 56, lin. 12-30).

1183290

$\frac{1\,5\,1}{2\,6\,8}$ $\frac{2\,2\,5}{7\,9\,10}$ 12 (9

1070319

$\frac{1\,2\,1}{3\,5\,7}$ $\frac{5\,8\,2}{6\,8\,9}$ 23 (8

$\frac{1\,5\,6\,2\,4\,2\,1\,5\,6}{2\,6\,7\,7\,8\,8\,9\,9\,10}$ 461

Incipit pars quinta.

Si uis multiplicare 21 et $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ per 32 et $\frac{3}{7}$ et $\frac{2}{9}$ et $\frac{1}{8}$, describe numeros ut in margine cernuntur; et multiplica 21 per 3 et adde 1 quod est super 3, erunt 64; que per 4; que per 5 que sunt sub uirgis uel in una multiplicatione: multiplica 64 per 20, erunt 1280 sexagesime; et 1 quod est super 4 quod est quarta, multiplica per 5 que sunt sub tertia uirga; que per 3 que sunt sub prima, erunt sexagesime 15. Item 1, quod est super 5 quod est quinta, multiplica per 4 que sunt sub secunda uirga; que per 3 que sunt sub prima, erunt sexagesime 12: adde ergo 1280 et 15 et 12 sexagesimas, erunt sexagesime 1307; et tot sexagesime sunt in $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 21; quorum proba per 11 est 9, que habetur ordine quo multiplicantur numeri. Similiter fac sua minuta de $\frac{1}{8}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{3}{7}$ 32, scilicet multiplica 32 per 7 et adde 3 que sunt super 7; que per 9; que per 8, erunt 16844 quingentesime quarte. Item 2 que sunt super 9 multiplica per 8; que per 7, erunt 112 similiter quingentesime

« Si uis .... quingente » (fol. 24 recto, lin. 31-38; pag. 56, lin. 32-42).

1307

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 21 (9

16519

$\frac{1}{8}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{3}{7}$ 32 (8

$\frac{5}{6}$ $\frac{0}{7}$ $\frac{7\,5\,0}{8\,9\,10}$ 713

quarte. Item 1 quod est super 8 multiplica per 9, erunt 9 septuagesime secunde, quas multiplica per 7, erunt 63 quingente|sime quarte, quibus additis cum quingentesimis quartis 112 et cum 16344, erunt 16519 quingentesime quarte, quarum proba per 11 est 8: deinde multiplica 1307 per 16519, et diuides summam per sexagies quingenta 4.^{or}, hoc est per omnes numeros qui sunt sub sex uirgis, scilicet per $\frac{1\ 0\ 8\ 8\ 0\ 8}{6\ 4\ 6\ 7\ 8\ 9}$ et apta eos, scilicet de $\frac{10}{16}$ fac $\frac{10}{216}$, et de $\frac{10}{24}$ fac 6; et sic habebis pro aptatione uirgule $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{8\ 7\ 6\ 8\ 10}$; et summa quesite multiplicationis est $\frac{0\ 0\ 7\ 0\ 9}{0\ 7\ 8\ 9\ 10}$ 713, ut in questione ostenditur. Et memento ut in similibus nunquam ponas sub uirgis unius lateris numeros sibi inuicem comunicantes: et si ab aliquo tibi propositi fuerint, adde eos, scilicet redige eos in unam uirgam si poteris, uel in duas, per doctrinam quam babes superius, et per ea que sunt in tabulis suprascriptis: sed ut hoc melius intelligas, proponam quasdam aptationes uirgularum: ut si uis aptare $\frac{1}{6}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$ de $\frac{1\ 1}{6\ 8}$ fac $\frac{1}{8}$, et de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$ fac $\frac{3}{4}$; et sic pro $\frac{1}{6}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$ habes $\frac{3}{4}$. Item pro $\frac{1}{10}\ \frac{1}{6}\ \frac{2}{3}$ habebis $\frac{2}{5}$; quia $\frac{1}{10}\ \frac{2}{5}$ sunt $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{6}\ \frac{1}{3}$ sunt $\frac{2}{3}$. Rursus pro $\frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{6}$ habentur $\frac{3}{4}$, et pro $\frac{1}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{2}$ habentur $\frac{7}{9}$: quia $\frac{1}{6}\ \frac{1}{3}$ sunt $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{6}\ \frac{2}{3}$ sunt $\frac{7}{9}$; et pro $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}$ habentur $\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}$; et pro $\frac{1}{10}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$ habentur $\frac{1}{10}\ \frac{1}{3}$; et pro $\frac{1}{3}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{4}$ habentur $\frac{2}{3}\ \frac{1}{3}$; et pro $\frac{2}{6}\ \frac{1}{6}$ habentur $\frac{13}{64}$, hoc est $\frac{1}{3}\ \frac{1}{5}$: et si uis aptare $\frac{1}{6}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{9}$, adde primum $\frac{1}{6}$ cum $\frac{1}{9}$, erunt $\frac{5}{18}$: deinde adde $\frac{57}{18}\ \frac{1}{8}$, scilicet multiplica dimidium de 8 per 18, uel dimidium de 18 per 8, seu accipe dimidium multiplicationis de 8 in 18, et proueniunt 72 quodcumque feceris de predictis serua ea sub quadam uirga pro numero denominato: deinde ut habeas numerum denominantem, multiplica 1, quod est super 8, per dimidium de 18 et 5 que sunt super 18 per dimidinm de 8, ueniet 9 et 20, hoc est 29 pro numero denominante: pone ergo ea super 72 et habebis pro $\frac{29}{72}$ pro $\frac{1}{9}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{6}$: uel aliter inuento numero denominato qui columpna uocatur a multis; cum sit minimus integraliter diuidere per 6 et per 8 et per 9, scilicet 72, accipe ex eis $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{9}$, exibunt 12 et 9 et 8, scilicet 29 pro numero denominante. Et si $\frac{29}{72}$ redigere uis in partes partium de 72, diuide 29 per regulam de 72, exibunt $\frac{58}{69}$, quam uirgam habeas loco de $\frac{1}{6}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{6}$.

Item si uis aptare $\frac{1}{10}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{6}$, inuenias minimum mensuratum numerorum 6 et 8 et 10, hoc est minor numerus qui integraliter diuidatur per unum quemque eorum, eritque 120: pone eum sub quadam uirga, et accipe $\frac{1}{10}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{6}$ de 120, erunt 20 et 15 et 12, que adde simul, erunt 47, que pone super uirgam sic $\frac{47}{120}$: et si ea in partes partium de 120 redigere uis, diuide 47 per regulam de 120, exibunt $\frac{1\ 0\ 3}{6\ 6\ 10}$, quam uirgam habebis pro $\frac{1}{10}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{6}$. Comenda itaque hec omnia tenaciter memorie; et sic reuertamur ad propositum.

De multipricatione integrorum cum tribus uirgis et duobus ruptis sub uirga.

Si uis multiplicare 23 et duas septimas et duas tertias septime et duas nonas et octauam none et quintam et duas quintas quinte per 32, et quinque tredecimas et quartam tertie decime et tres decimas, et duas quintas x^e et quinque septimas decimas et dimidiam septime x^e, pone numeros ut in margine cernuntur, et multiplica 23 per primam suam uirgam, scilicet per 7, et adde 2; que per 3, et adde 2 que sunt super 3, erunt 491; que multiplica per 9; que per 8; que per 5; que per 5, que sub reliquis duabus uirgulis, erunt 883800; quorum pensa per pensam de 11 est 5. Item multiplica 2 que sunt super 9, per 8 que sunt sub eadem uirga; et adde 1 quod est super 8, erunt 17; que multiplica per 5; que per 5, que sunt sub tertia uirga, erunt 425; que per 3, que per 7 que sunt sub prima uirga, erunt 8925; quorum proba est 4: post hec multiplica 1, quod est super 5, per 5 que sunt sub eis retro, et adde 2 erunt 7; que multiplica

fol. 24 verso.

* per 5 .... per uirgas (fol. 24 verso, lin. 30-39; pag. 57, lin. 41 — pag. 58, lin. 11).

903309

$\frac{12}{55}\ \frac{12}{89}\ \frac{22}{37}$ 23 (0)

2923156

$\frac{15}{27}\ \frac{3\ \ 3^{\circ}}{3\ \ 13}\ \frac{1\ \ 0}{4\ \ 13}$ 32 (5)

$\frac{1\ 0\ 2\ 3\ 1\ 1\ 1\ 3\ 2}{0\ 7\ 9\ 13\ 13\ 13\ 13\ 13\ 17}$ 790

per 8; que per 9; que per 7; que per 7 que sunt sub secunda et prima uirga, erunt 10584, quorum pensa est 2: adde primum tres inuentas pensas, ut 7 et 4 et 2, erunt 11, quorum pensa est, scilicet 0: serua et adde postea tres inuentos numeros, erunt 903309, quorum pensa est 0 quod seruasti, quam pensam requires in predicto numero sic: diuisis de primum 90, scilicet numerum duarum ultimarum figurarum per 11, remanent 2; quibus cupulatis cum tribus, que sunt in quarto gradu, faciunt 23; quibus diuisis per 11, remanent 1: quo copulato cum 3 tertii gradus, faciunt 13; quibus diuisis per 11, remanent 2; quibus copulatis cum 0 secundi gradus, erunt 20; quibus diuisis per 11, remanent 2; quibus copulatis cum 9 primi gradus, faciunt 99; quibus diuisis per 11, remanent 0 ut oportet: et hic est modus inuestigandi probas in numeris: serua ergo 903300, et eorum
fol. 25 recto. proba super 22: deinde multiplica 32 per suas | uirgas ordine quo multiplicasti 23 per suas, uenient 2923156; serua ea cum eorum pensa que erit 5 super 32; et multiplica 903309 per 2923156, et diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgis: sed primum propter euitationem qua fieri potest, diuide 903309 per 3, uenient 301103; et diuide 2925156 per 4, uenient 730789, que multiplica per 301103, et dele de diuisione 3 que sunt sub prima superiorum, et 4 que sunt sub prima uirga inferiorum, et reliquos numeros apta sub una uirga, quorum aptatio est $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 7\ 9\ 10\ 10\ 10\ 10\ 11\ 17}$; et sic habebis summam quesitam, ut in questione ostenditur. Et quia hanc summam habuisti ex diuisione numeri procreati ex multiplicatione de 301103 per 730789, debes pensam ipsius summe habere ex multiplicatione pense de 301103 que est 0, in pensa de 730789 que est 4: quare est summe pensa suprascripte est 0; quia multiplicato 0 per 4 facit 0.

De eodem cum tribus uirgis sub unaquaque uirga.

Item si tres ruptos sub unaquaque uirgula ponere uolueris, et in hac in qua ponitur multiplicatio de $\frac{1\ 2\ 1}{3\ 5\ 5}\ \frac{1\ 2\ 0}{2\ 9\ 10}\ \frac{1\ 1\ 6}{2\ 7\ 17}$ 11 in $\frac{2\ 5\ 1}{3\ 6\ 7}\ \frac{1\ 2\ 2}{5\ 7\ 9}\ \frac{1\ 2\ 8}{2\ 8\ 10}$ 22, descripta questione, multiplicabis 11 per primam suam uirgulam, erunt 2705; que multiplica per omnes numeros qui sunt sub aliis suis duabus uirgulis, erunt 36517500, que serua: et multiplica 3 que sunt super 10 de secunda uirgula per 9, et adde 2; que multiplica per 2, et adde 1, erunt 59, que multiplica per numeros qui sunt sub aliis duabus uirgulis, scilicet sub tertia et sub prima, erunt 1053150 que serua: deinde accipe numerum tertie uirgule, scilicet multiplica 1 quod est super 5 per alia 5, que sunt post ipsa, et adde 2; que per 3, et adde 1, erunt 22, que multiplica per omnes numeros qui sunt sub aliis duabus uirgulis, scilicet sub secunda et sub prima, erunt 942480: adde ergo 942480 cum 1053150 et cum 36517500, erunt 38513130, que pone super 11 et suas uirgulas: deinde multiplica 22 per suas uirgulas, sicuti modo multiplicasti 11 per suas, erunt in summa 145288710, que pone super 22 et suas uirgulas; et multiplica 38513130 per 145288710, et diuide per omnes ruptos qui sunt sub omnibus uirgulis, et habebis summam quesite multiplicationis. Nam si euitare uolueris ea que inde euitari possunt, diuide 38513130 per 10, que sunt sub secunda uirgula inferiori latere: ideo quia integraliter potes fieri, exibunt 3851313; que diuide per 3 que sunt sub tertia uirgula superioris numeri, exibunt 1283771 que seruabis; ideo quia non possunt diuidi per aliquem numerum existentem sub aliqua suprascriptarum sex uirgularum, et relinques quod non diuides per 3, nec per 10, in quibus modo diuisisti: deinde diuidet 145288710 per 10, que sunt in prima uirgula inferioris numeri, et per 7 et per 9 que sunt sub secunda uirgula: quia in eis integraliter diuidi possunt, exibunt 230617; que multiplica

« in $\frac{251}{367}$ .... possunt » (fol. 25 recto, lin. 10-12; pag. 58, lin. 24-37).

| pensa est 10 per 11 |

3 8 5 1 3 1 3 0 (7)

$\frac{1\ 2\ 1}{3\ 5\ 5}\ \frac{1\ 2\ 0}{2\ 9\ 10}\ \frac{1\ 1\ 6}{2\ 7\ 17}$ 11

115288710 (6)

$\frac{2\ 5\ 1}{3\ 6\ 7}\ \frac{1\ 2\ 2}{5\ 7\ 9}\ \frac{1\ 2\ 8}{2\ 8\ 10}$ 22

pensa est (10)

$\frac{1\ 2\ 1\ 0\ 1\ 8\ 9\ 5\ 0\ 4}{2\ 7\ 7\ 9\ 9\ 10\ 10\ 10\ 11\ 17}$ 274

per 1283771, erunt 296059416707; que diuides per omnes alios numeros qui sunt sub prescriptis uirgulis, scilicet per $\frac{1\ 0\ 3\ 0\ 0\ 0\ 3\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 3\ 3\ 3\ 5\ 5\ 8\ 8\ 7\ 7\ 8\ 9\ 17}$, quos apta secuudum suprascriptum aptandi modum, exibunt $\frac{1\ 2\ 1\ 0\ 1\ 2\ 9\ 5\ 0\ 1}{3\ 7\ 7\ 8\ 9\ 9\ 10\ 10\ 10\ 17}$ 274 pro summa quesite multiplicationis.

Explicit pars quinta sexti capituli.

Incipit sexta de multiplicatione ruptorum sine sanis.

Si uolueris multiplicare $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$, multiplica 1 quod est super 3, per 1 quod est super 4, erit 1, quod diuide per 3 et per 4 que sunt sub uirgulis, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 3}$, uel per $\frac{1\ 0}{3\ 2}$. exibunt $\frac{1\ 0}{3\ 4}$ uel $\frac{1\ 0}{2\ 6}$, hoc est una pars de XII.^{am} (*sic*) partibus unius integri: unde potes cognoscere quantum est si multiplicaueris $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$, quantum si acceperis $\frac{1\ 0}{3\ 4}$ uel $\frac{1\ 0}{4\ 3}$; et hoc idem intelligas de omnibus ruptis; quia semper multiplicatio cuiuslibet rupti in quemlibet rupto (*sic*) facit quantum acceptio unius illorum ex alio: quia cum multiplicatur 1 per $\frac{1}{4}$, tunc semel accipitur $\frac{1}{4}$: ergo cum multiplicatur tertia per quartam, tunc accipitur tertia quarte, et sic ex multiplicatione de tertia in quartam prouenit XII.^{a}

De eodem.

Item si uolueris multiplicare $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$, multiplica 2, que sunt super 3, per 3 que sunt super 4, erunt 6; que diuide per 3 et per 4 que sunt sub uirgulis, exibunt $\frac{1}{2}$ unius integri.

De eodem.

Item si uolueris multiplicare $\frac{3}{7}$ per $\frac{4}{9}$, multiplica 3 per 4 qui sunt super uirgulis, erunt 12, que diuide per 7 et per 9 que sunt sub uirgulis, exibunt $\frac{5\ 1}{7\ 9}$ unius integri, hoc est XIIme partes de sexaginta tribus partibus unius integri, que sunt quattuor partes de 21 unius integri. Et hoc inuenies duplici modo. Primus quidem modus est ut diuidas 12 et 63 per 3; ideo quia hanc diuisionem unusquisque eorum integraliter recipit, exibunt 4 et 21: unde si diuiseris 4 per 21, exibunt $\frac{4}{21}$ unius integri. Vel aliter debuisti diuidere 12 per $\frac{1\ 0}{7\ 9}$, diuide prius 12 per 3, exibunt 4: similiter diuide 9 per 3, exibunt 3; in quibus etiam et in 7 diuides 4, exibunt $\frac{1\ 1}{3\ 7}$, hoc est septima pars unius integri, et insuper tertia pars ipsius septime partis, quod tantum est quantum | quattuor partes de 21.

fol. 25 *verso*.

De eodem cum tribus ruptis sub una uirgula.

Si uolueris multiplicare $\frac{1\ 4}{2\ 7}$ per $\frac{2\ 3}{3\ 5}$, describe questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis 4 que sunt super 7 de superiori uirgula, per 2 que sunt sub eadem uirgula, et adde 1 quod est super 2, erunt 9, que pone super $\frac{1\ 4}{2\ 7}$: similiter multiplica 3 que sunt super 5 de inferiori uirgula, per 3 que sunt sub eadem uirgula, et adde 2 que sunt super ipsa 3, erunt 11; que pone super $\frac{2\ 3}{3\ 5}$; et multiplicabis 9 per 11, erunt 99; que diuides per 2, et per 7, et per 3, et per 5, que sunt sub uirgulis, exibunt $\frac{5\ 4}{7\ 10}$ unius integri.

a Si uolueris .... dicamus (fol. 25 *verso*, lin. 2-6, pag. 59, lin. 30-34).

9
$\frac{1\ 4}{2\ 7}$
11
$\frac{2\ 3}{3\ 5}$
$\frac{5\ 4}{7\ 10}$

De eodem cum tribus ruptis sub una uirgula.

Item si uolueris multiplicare tres ruptos sub una uirgula per tres ruptos qui sint sub alia, ut dicamus $\frac{1\ 5\ 3}{2\ 8\ 11}$ per $\frac{1\ 4\ 7}{3\ 9\ 13}$, describe questionem, et multiplicabis 3 qui est super 11 per suam uirgulam, hoc est per 8 et adde 5, quem per 2 et adde 1, erunt 59, quem pone super $\frac{1\ 5\ 3}{2\ 8\ 11}$: deinde multiplica 7 que est super 13 per suam uirgulam, hoc est per 9, et adde 4; que per 3 et adde 1, erunt 202, que pone super $\frac{1\ 4\ 7}{3\ 9\ 13}$; et multiplica 59 per 202, et diuide per omnes numeros qui sunt sub utraque uirgula, quorum aptatio est $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{8\ 3\ 9\ 11\ 13}$, exibunt $\frac{3\ 3\ 3\ 3\ 2}{8\ 8\ 9\ 11\ 13}$.

a $\frac{1\ 5\ 3}{2\ 8\ 11}$ .... $\frac{4}{5}\ \frac{2}{3}$ (fol. 25 *verso*, lin. 7-12; pag. 59, lin. 39 — pag. 60, lin. 5).

59 (3
$\frac{1\ 5\ 3}{2\ 8\ 11}$
202 (6
$\frac{1\ 4\ 7}{3\ 9\ 13}$
$\frac{1\ 2\ 3\ 3\ 2}{2\ 3\ 9\ 11\ 13}$ 0

De eodem cum duabus uirgulis.

* deinde .... Vel * (fol. 25 verso, lin. 13-39; pag. 60, lin. 5 — pag. 61, lin. 6

Si nolueris multiplicare $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{6}\frac{3}{5}$, describe questionem ut hic ostenditur; et multiplica 2 que sunt super 3, per 4 que sunt sub secunda uirgula, erunt 8. Item multiplica 1 quod est super ipsa 4, per 3 que sunt sub prima uirgula, erunt 3; que adde cum 8 erunt 11, que pone super $\frac{1\ 2}{4\ 3}$: deinde accedas ad $\frac{1}{6}\frac{3}{5}$, et multiplica 3 que sunt super 5, per 6 et 1 quod est super 6, per 5, et adde insimul erunt 23, que pone super $\frac{1}{6}\frac{3}{5}$, et multiplica 11 per 23 erunt 253, que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis.

11 (4
$\frac{1}{4}\frac{2}{3}$
23
$\frac{1}{6}\frac{3}{5}$ (2
$\frac{3\ 0\ 7}{4\ 9\ 10}$ 0

De eodem cum duobus ruptis sub unaquaque.

Et si uolueris ponere duos ruptos sub unaquaque uirgula, ut $\frac{1\ 3}{4\ 8}\frac{1\ 4}{2\ 7}$ cum $\frac{1\ 2}{6\ 11}\frac{1\ 5}{2\ 9}$, describe questionem, et multiplica 4 que sunt super 7 per suam uirgulam, hoc est per 2, et adde 1, erunt 9; que multiplica per 8 et per 4, que sunt sub secunda uirgula eiusdem lateris, erunt 288, que serua: et multiplica 3 que sunt super 8 per suam uirgulam, scilicet per 4 et adde 1, erunt 13; que multiplica per 2 et per 7, que sunt sub prima uirgula, erunt 182; que adde cum 288, erunt 470, que pone super ipsas uirgulas superiores: et multiplica similiter eodem modo reliquas duas uirgulas inferiores, et habebis in eorum multiplicatione 1407, que pone super ipsas uirgulas; et multiplica 470 per 1407, et diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis; et habebis quesitam multiplicationem: tamen si uis potes inde euitare, scilicet diuides 1407 per 7, exibunt 201; que diuide per 3, exibunt 67; que multiplica per 470, erunt 31490; que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, preter quam per 7 et per 3, in quibus diuidisti 1407. Et aptabis prescriptos ruptos sub una uirgula, exibunt $\frac{1\ 6\ 0\ 1\ 9}{8\ 8\ 8\ 9\ 11}$: per hunc enim modum potes multiplicare, si sub uirgulis ponerentur tres rupti uel plures.

(2)
470
$\frac{1\ 3}{4\ 8}$ $\frac{1\ 4}{2\ 7}$
1407 (3
$\frac{1\ 2}{6\ 11}$ $\frac{1\ 5}{2\ 9}$
$\frac{2\ 8\ 0\ 1\ 9}{6\ 8\ 8\ 9\ 11}$ 0

De tribus uirgulis.

Si nolueris multiplicare $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$, per $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{7}$, describe questionem, et incipe multiplicare superiores uirgulas, scilicet $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$ in se ipsas sic: multiplicabis 1, quod est super 3, per 4 que sunt sub secunda uirgula; que per 5 que sunt sub tertia, erunt 20; et multiplicabis 1 quod est super 4 de secunda uirgula, per 5 que sunt sub tertia, et per 3 que sunt sub prima, erunt 15; et multiplicabis 1 quod est super 5 tertie uirgule per 4 que sunt sub secunda, et per 3 que sunt sub prima, erunt 12; que adde cum 15 et cum 20 seruatis, erunt 47; que pone super $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$ in questione: post hec facies similiter de $\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{3}$, et habebis in eorum summa 149, que pone super $\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{3}$; et multiplicabis 47 per 149, erunt 7003; que diuides per omnes ruptos, et apta eos, exibunt $\frac{1\ 1\ 3\ 3\ 3}{2\ 7\ 9\ 10\ 10}$.

probatur per 11 | 47 (3
$\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$
5) 149
$\frac{1}{7}\frac{1}{6}\frac{2}{3}$ (6
$\frac{1\ 1\ 3\ 3\ 3}{2\ 7\ 9\ 10\ 10}$

De eodem cum duobus ruptis sub unaquaque.

Item si nolueris ponere duos ruptos sub unaquaque uirgula, ut $\frac{1\ 6}{2\ 11}$ et $\frac{3\ 3}{3\ 10}$ et $\frac{2\ 2}{4\ 9}$ cum $\frac{1\ 7}{2\ 13}$ et $\frac{1\ 3}{6\ 7}$ et $\frac{3\ 4}{5\ 8}$, describe questionem, et multiplica primas superiores tres uirgulas in se ipsas, hoc est 6, que sunt super 11, per 2, et adde 1, erunt 13; que multiplica per 10 et per 3, que sunt sub secunda; que omnia per 9 et per 4, que sunt sub tertia, erunt 14040, que serua: et multiplica 3 que sunt super 10 de secunda uirgula per 3 que sunt sub uirgula post ipsa, et adde 2 que sunt super ipsa 3, erunt 11; que multiplica per 9 et per 4 que sunt sub tertia uirgula, et per 2 et per 11 que sunt sub prima, erunt 8712, que serua; et multiplica 2, que sunt super 9 de tertia uirgula, per 4 et adde

30012
$\frac{2\ 2}{4\ 9}$ $\frac{3\ 3}{3\ 10}$ $\frac{1\ 6}{2\ 11}$
27914
$\frac{3\ 4}{5\ 8}$ $\frac{1\ 3}{6\ 7}$ $\frac{1\ 7}{2\ 13}$
$\frac{2\ 1\ 1\ 2\ 6\ 8\ 10\ 7}{3\ 7\ 8\ 9\ 10\ 13\ 11\ 13}$ 1

3, erunt 11; que multiplica per 3 et per 10 que sunt sub secuuda uirgula, et per 2 et per 11 que sunt sub prima, erunt 7260; que adde cum 8712, et cum 14040 seruatis, erunt 30012; que pone desuper in questione. Deinde multiplica inferiores tres uirgulas in se ipsas; et erit eorum summa 27914, que pone super ipsas uirgulas; et multiplica 30012 per 27914, et diuide summam multiplicationis per omnes ruptos qui sunt sub uirgulis; et habebis quesitam multiplicationem. Vel|si uolueris inde euitare, facies secundum quod superius demonstrauimus; et habebis pro quesita multiplicatione $\frac{2\ 1\ 4\ 2\ 8\ 3\ 10\ 7}{3\ 7\ 8\ 9\ 10\ 10\ 11\ 12}1$. Si uero tres rupti sub unaquaque uirgula ponerentur, uel si plures uirgule similiter ponerentur cum integris, uel secundum integros, per prescriptum magisterium omnia poteris subtiliter operari. fol. 26 recto

Incipit pars septima de multiplicatione numerorum et ruptorum quorum uirge terminantur in circulo.

Si uis 11 et quattuor nonas, et quinque octauas quattuor nonarum, et duas tertias quinque octauarum de quattuor nonis, que sic scribuntur $\frac{2\ 5\ 4}{3\ 8\ 9}\circ$ 11, multiplicare per 22, et sex septimas octo nonarum ex nouem decimis, que sic scribuntur $\circ\frac{6\ 8\ 9}{7\ 9\ 10}$ 22, describe questionem, et multiplica 11 per suam uirgulam, que multiplicatio sic: multiplicantur 11 per 9 et adduntur 4, et sunt 103 none; que multiplicantur per 8, et sunt 824 septuagesime secunde; quibus additur multiplicatio de 5 in 4 que sunt super uirgam, erunt 844 septuagesime secunde: quia cum multiplicantur 4 que sunt super 9 per 8 prouenit numerus, cuius proportio est ad numerum uenientem ex ductis 9 in 8, sicut proportio de 4 ad 9. Ergo 32 sunt $\frac{4}{9}$ de 72. Item proportio numeri uenientis ex ductis 5 in 4, scilicet 20, ad numerum uenientem ex ductis 8 in 4, scilicet ad 32, est sicut proportio de 5 ad 8. Ergo 20 que procreantur ex 5 in 4 sunt quinque octaue ex quattuor nonis de 72; et sic sunt 20 septuagesime secunde: deinde multiplicantur 844 per 3, et super adduntur 40, que proueniunt ex multiplicatione de 2 in 5; quam in 4 que sunt super uirgam, erunt 2572 ducentesime sexte x.ᵉ: serua eas super 11, cum eorum proba que accipitur ordine eodem, scilicet multiplicatur proba 11 per probam de 9, et addatur 4, quorum proba multiplicatur per 8, et additur multiplicatio de 5 in 4, cuius summe proba multiplicatur per 3, et additur multiplicatio de 2 in 5 ducta in 4, cuius summe proba est proba de 2572; et est 9 per probam de 11: deinde multiplica 22 per suam uirgam, quod sic fit: multiplicatur 22 per 10, que summa multiplicatur per 9; que per 7, exibunt 13860 sexcentesime trigesime; quibus adde multiplicationem de 6 in 8; que in 9, que sunt super uirgam, scilicet 432, erunt 14292 sexcentesime trigesime: serua eas super 22, cum eorum proba que est 3; et multiplica 2572 per 14292, et diuides summam per omnes ruptos, qui sunt sub ambabus uirgis; tamen euitabis que euitare poterunt; et habebis summam prescripte multiplicationis $\frac{1\ 0\ 1\ 4}{3\ 5\ 7\ 9}$ 270.

Si uis ... proueniunt (fol. 26 recto, lin. 4-12 e 13; pag. 61, lin. 13-24).

2 4 8 9
$\frac{2\ 3\ 4}{9\ 3\ 8}\circ$ 11 (3)
1 4 4 8 9 (2)
$\circ\frac{9\ 8\ 9}{7\ 9\ 10}$ 22
$\frac{1\ 0\ 1\ 4}{3\ 5\ 7\ 9}$ 270

Et si $\frac{2\ 5\ 4}{3\ 8\ 9}\circ$ in partes unius numeri redigere uis, hoc dupliciter facere demoustrabo: multiplica primum 9 per 8; que per 3, erunt 216; de quibus fac columnam, et accipe ex eis $\frac{4}{9}$, erunt 96; de quibus accipe $\frac{5}{8}$, erunt 60; de quibus accipe $\frac{2}{3}$, erunt 40: adde itaque 96 et 60 et 40, erunt 196; que diuide per 216, exibunt $\frac{49}{54}$, hoc est $\frac{1\ 8}{6\ 9}$: uel aliter multiplica 4 que sunt super 9 per 8, et adde multiplicationem de 5 in 4, erunt 52; que multiplica per 3, et adde multiplicationem de 2 in 5; quam in 4, scilicet 40, erunt similiter 196 per quartam de 8 que sunt sub uirga, et per 3 et per 9, exibunt similiter $\frac{1\ 8}{6\ 9}$.

Et si ... pone ut (fol. 26 recto, lin. 21-27; pag. 61, lin. 36 — pag. 62, lin. 4).

1 9 6
$\frac{2\ 9\ 4}{8\ 8\ 9}\circ$
4 3 2
$\circ\frac{9\ 8\ 8}{7\ 9\ 10}$
$\frac{9\ 8}{5\ 9}$

Item si $0\frac{6\ 8\ 9}{7\ 9\ 10}$ in partes unius integri numeri redigere uis, multiplica 6 per 8, que per 9, scilicet ea que super uirgam, erunt 432; que diuide per numeros qui sunt sub uirga, et euitabis quod euitari poterit, exibunt $\frac{24}{35}$, hoc est $\frac{4\ 4}{5\ 7}$. Et si $\frac{2\ 3\ 4}{3\ 8\ 9}0$ per $0\frac{6\ 8\ 9}{7\ 9\ 10}$ multiplicare uis, pone ut in margine cernitur; et multiplica inuenta 196, scilicet numerum superioris uirge per 432, scilicet per numerum inferioris; et diuide summam per omnes numeros qui sunt sub utraque; et euita, exibunt $\frac{8\ 8}{5\ 9}$.

* Si uis .... et tribus 4 (fol. 26 recto, lin. 30-39; pag. 62, lin. 7-22).

2 5 1 7 6 4 6

$\frac{3\ 8\ 5}{4\ 6\ 11}0$ $\frac{8\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}0$ 11 (6

4 2 5 7 9 3 6

$0\frac{3\ 8\ 5}{4\ 6\ 11}$ $0\frac{8\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$ 22 (4

probatur per 7 (0)

$\frac{3\ 5\ 8\ 0\ 0\ 8\ 7}{6\ 8\ 9\ 11\ 10\ 11\ 11}$ 296

Si uis multiplicare 11 et septem decimas, et quattuor nonas septem decimarum, et tres octauas quattuor nonarum septem decimarum, et quinque undecimas, et quinque sextas quinque xi^{arum}, et tres quartas quinque sextarum quinque xi^{arum} per 22, et tres octauas quattuor nonarum septem decimarum, et tres quartas quinque sextarum quinque undecimarum, describe hoc ut cernis in margine; et multiplica 11 per 10 et adde 7; que per 9 et adde quater septem; que per 8 et adde ter 4 uicibus 7, erunt 8732; que per 11; que per 6; que per 4 que sunt sub alia uirgula, erunt 2305248. Et multiplica 5 que sunt super 11 per 8, et adde quinquies 5; que per 4, et adde ter 5 quinquies, scilicet multiplicationem numerorum qui sunt super uirgam, erunt 295; que multiplica per numeros qui sunt sub prima uirga, scilicet per 8; que per 9; que per 10, erunt 212400, que adde cum alio inuento numero, erunt 2517648, que pone super 11, quorum proba per 7 est 0: et multiplica 22 per suas uirgas, scilicet per 10; que per 9; que per 8, et adde multiplicationem de 3 in 4 ductam in 7, scilicet 84, erunt 15924, que multiplica per 11; que per 6; que per 4, erunt 4203936. Cum quibus adde multiplicationem numeri secunde uirge in numeros qui sunt sub prima uirga, scilicet de 75 in 8; que in 9; que in 10. Nam 75 procreatur ex tribus | ductis in 5; quibus in 5, que sunt super uirgam, erunt 54000, que adde cum 4203936, erunt 4257936, que serua super 22, quorum proba est 4: deinde multiplica numerum positum super 11 per numerum positum super 22, et diuides summam per omnes numeros qui sunt sub uirgis, et euitanda euita; et habebis quesita ut in questione ostenditur.

fol. 26 verso.

* Si uolueris ... numerus 4 (fol. 26 verso, lin. 4-11; pag. 62, lin. 29-43).

Incipit pars septima sexti capituli de multiplicatione partium numerorum cum ruptis.

Si uolueris multiplicare $\frac{3}{8}$ de $\frac{4}{7}$ 29, que sic scribuntur $\frac{4}{7}$ 29 , $\frac{3}{8}$ cum $\frac{6}{11}$ de $\frac{2}{3}$ 38, que sic scribuntur $\frac{2}{3}$ 38 $\frac{6}{11}$: describe questionem ut hic ostenditur. Et multiplica 29 per suam uirgulam que est eis retro, scilicet per 7, et adde 4, erunt 207; que multiplica per 3, que sunt super aliam uirgulam que est ante ipsam, scilicet super 8, erunt 621, que pone super $\frac{4}{7}$ 29 $\frac{3}{8}$: similiter multiplica 38 per suam uirgulam que est eis retro , scilicet per 3, et adde 2, erunt 116; que multiplica per 6 que sunt super 11, erunt 696, que pone super $\frac{2}{3}$ 38 $\frac{6}{11}$. Et multiplica 621 per tertiam de 696, et diuides per omnes reliquos ruptos utriusque lateris, scilicet per $\frac{1\ 0\ 0}{8\ 7\ 11}$; et habebis pro summa quesite multiplicationis $\frac{2\ 2\ 2}{3\ 7\ 11}$ 374.

	6 2 1		
$\frac{4}{7}$	29	$\frac{3}{8}$	
	6 9 6		
$\frac{2}{3}$	38	$\frac{6}{11}$	
$\frac{2\ 2\ 2}{3\ 7\ 11}$	374		

De eodem.

Item si $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{4}$ de $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{9}$ 33, que sic scribuntur $\frac{2\ 5}{7\ 9}$ 33 $\frac{1\ 2}{3\ 4}$ uolueris multiplicare per $\frac{1\ 2}{4\ 7}$ de $\frac{4}{11}$ $\frac{3}{8}$ 244 , que sic scribuntur $\frac{4}{11}$ $\frac{3}{8}$ 244 $\frac{1\ 2}{4\ 7}$, describe ea ut in hac margine cernitur; et multiplica 33 per suam uirgulam que eis retro, scilicet per 9, et adde 5; que per 7, et adde 2 erunt 2116: deinde multiplica 3 que sunt super 4 per 3 et 1, quod est super 3, per 4, erunt 19, quod est numerus ipsarum duarum uirgularum, que sunt ante ipsa 33, que

per 19, multiplica 2116, erunt 40204, que super pone $\frac{2\ 5}{7\ 9}$ 33 $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$, quorum pensa per 13, ordine quo multiplicauimus, accepta est 8; que 8 pone super 40204 in questione. Item multiplica 244 per suas uirgulas que sunt retro eis, scilicet per 6, et adde 5; que per 11, et adde multiplicationem de 1 quod est super 11 in 6, erunt 16165; que multiplica per numerum uirgule que est ante ipsa 244, scilicet per 13, que surgunt ex multiplicatione de 3, que sunt super 7 in 4, ipso 1 super addito, quod est super 4, erunt 210145, que pone super 244 et suas uirgulas. Et super ipsa pone 0, quod est pensa ipsorum per 13; et multiplica 40304 per 210145, et diuide summam multiplicationis per omnes ruptos qui sunt sub omnibus uirgulis. Et sic habebis quesitam multiplicationem. Sed ut modus euitandi in hac retineatur multiplicatione, diuides 40204 per 4 que sunt sub una prescriptarum uirgularum, exibunt 10051, que serua; cum non possit ex eis amplius euitari. Item diuide 210145 per 5, que sunt sub alia uirgula, exibunt 42029; per que multiplica 10051, et diuides per omnes alios ruptos, exibunt $\frac{2\ 6\ 5\ 1\ 8\ 4}{3\ 7\ 7\ 8\ 9\ 11}$ 3628.

• ipsarum .... exibunt » (fol. 26 *verso*, lin. 12-20; pag. 62, lin. 43 — pag. 63, lin. 13).

$\frac{2\ 5}{7\ 9}$ 33 $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$

$\frac{1}{11}\frac{5}{6}$ 244 $\frac{1\ 3}{4\ 7}$

De eodem cum pluribus ruptis.

Item si uolueris multiplicare $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$ de $\frac{1}{13}\frac{3}{11}\frac{2}{3}$ 42 per $\frac{1}{9}\frac{1}{8}\frac{5}{7}$ de $\frac{2\ 0\ 3}{3\ 5\ 11}$ 23, describe questionem, et incipias multiplicare 42 per suas uirgulas que sunt eis retro, erunt 30644; et accipe $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$, et inuenias numerum ipsorum ruptorum, scilicet multiplica 5 que sunt super 9 per 8, et adde 3; que per 7, et adde 2, erunt 303; per que multiplica 30614, erunt 9285132: deinde ut inuenias numerum inferioris lateris, multiplicabis 331 per suam uirgulam que est eis retro, uidelicet per 11, et adde 3, que sunt super ipsa 11; que multiplica per 5 et per 3, qui sunt sub eadem uirgula, et desuper adde 2 que sunt super ipsa 3, erunt 54662; et reperias numerum de $\frac{1}{9}\frac{1}{8}\frac{5}{7}$, qui est 479; per que multiplica 54662, erunt 26183098; que pone super 331 et suis uirgulis; et multiplica 9285132 per 26183098, et diuide per omnes ruptos qui sunt sub omnibus uirgulis, et euita inde ea que euitari poterunt; et habebis pro quesita multiplicatione, ut hic ostenditur, $\frac{1\ 2\ 6\ 2\ 2\ 2\ 7\ 4\ 1\ 7}{2\ 7\ 7\ 9\ 9\ 10\ 10\ 11\ 11\ 13}$ 8112.

• Item .... 8112 » (fol. 26 *verso*, lin. 22-29; pag. 63, lin. 15-25).

9285132
$\frac{1}{13}\frac{2}{11}\frac{2}{3}$ 42 $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$
26183098
$\frac{2\ 0\ 3}{3\ 5\ 11}$ 331 $\frac{1}{9}\frac{1}{8}\frac{5}{7}$
$\frac{1\ 2\ 6\ 2\ 7\ 7\ 7\ 8\ 2\ 7}{3\ 7\ 7\ 9\ 9\ 10\ 12\ 11\ 11\ 13}$ 8112

Incipit capitulum septimum de aditione et extractione et diuisione numerorum cum ruptis et de reductione plurium parcium in singulis partibus.

Septimum itaque capitulum in partes sex diuidimus. In prima quarum addictionem unius uirgule cum alia, nec non extractionem unius uirgule de alia demonstrabimus et diuisionem unius uirgule per aliam.

In secunda addictionem et extractionem duarum uirgularum cum duabus, et de diuisione earum ad inuicem.

In tertia diuisionem integrorum numerorum per integros et ruptos et eorum contrarium.

In quarta additionem et extractionem et diuisionem integrorum numerorum cum ruptis cum integris et ruptis.

In quinta autem addictationes extractiones seu diuisiones partium numerorum cum ruptis edocebimus.

In ultima quoque reductiones plurium partium in singulis partibus ostendemus.

De aditione $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$.

Si uolueris addere $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$, hoc te dupliciter facere docemus: primum quidem secundum uulgi modum. Inuenias in quo numero reperiatur $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$, qui numerus sic inuenitur: multiplica 3 per 4, que sunt sub uirgulis, erunt 12, in | quibus reperiuntur $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$; et ideo accipe tertiam partem eorum, que est 4, et quartam partem que est 3; et adde ea insimul, erunt 7; que diuide per 12, exibunt $\frac{7}{12}$, hoc est septem partes duodecimis partibus unius integri. fol. 27 *recto*.

« Item . . . de $\frac{1}{3}$ » (fol. 27 recto, lin. 3-6; pag. 64, lin. 1-7).

3	4
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{7}{12}$ addictio	

Item aliter describe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ in hunc modum; et multiplica 1, quod est super 3 per 4, erunt 4; que pone super $\frac{1}{3}$, et 1 quod est super 4, multiplica per 3, erunt 3; que pone super $\frac{1}{4}$, et adde ea insimul, erunt 7; que diuide per 3 et per 4 que sunt sub uirgulis, hoc est per 12, exibunt similiter $\frac{7}{12}$ pro eorum iunctione: et scias quia tale est addere $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{4}$, quale est dicere $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, que partes sunt unius integri: sunt enim $\frac{7}{12}$ unius integri; et sic intelligas de omnibus ruptorum additationibus.

De extratione $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$.

Et si uolueris $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$ extrahere: tria que sunt super $\frac{1}{4}$, hoc est quartam de 12, extrahe de 4, que sunt super $\frac{1}{3}$, hoc est de tertia de 12, remanebit 1; quod diuide per 12 inuenta, uel per 3 et per 4 que sunt sub uirgis, exibit pro residuo dicte extractionis $\frac{1}{12}$, hoc est $\frac{1\ 0}{3\ 4}$. Et si $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$ diuidere uis, diuide 4 que sunt super $\frac{1}{3}$ per 3, et habebis $\frac{1}{3}$ 1 pro eo quod contigit integre parti. Verbi gratia: proportio de $\frac{1}{3}$ ad $\frac{1}{4}$ est sicut proportio duodecupli de $\frac{1}{3}$ ad duodecuplum de $\frac{1}{4}$, hoc est sicut 4 est ad 3, ita $\frac{1}{3}$ est ad $\frac{1}{4}$. Quare diuisio $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$ prouenit illud quod ex diuisis 4 per 3: uel aliter, cum dicitur: diuide $\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{4}$, tunc intelligitur quarte parti configere tertiam integri. Quare quadruplo quarte partis, scilicet parti intrgre contigit quadruplum unius tertie, scilicet $\frac{1}{3}$ 1, ut predixi. Et si $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{3}$ diuidere uis ut scias quid inde contingat uni parti integre, diuide 3 posita super $\frac{1}{4}$ per 4 posita super $\frac{1}{3}$, exibunt $\frac{3}{4}$: nam proportio de $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{3}$ est sicut proportio de 3 ad 4, uel cum tertie parti contingit $\frac{1}{4}$ tribus tertiis, scilicet parti integre contingent $\frac{3}{4}$.

« Item . . . et $\frac{4}{5}$ » (fol. 27 recto, lin. 16-19; pag. 64, lin. 21-26).

12	10
$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{1\ 2}{3\ 5}$ 1	

Item si uolueris addere $\frac{2}{3}$ cum $\frac{4}{5}$, inuenias similiter in quo numero reperiantur $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ sic: multiplicabis 3 per 5 que sunt sub uirgulis, erunt 15; et in ipso numero reperiuntur $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$: quare accipe $\frac{2}{3}$ de 15, que sunt 10, et $\frac{4}{5}$ de 15, que sunt 12, et adde insimul erunt 22; que diuide per 15, exibit $\frac{7}{15}$ 1 pro adiunctione de $\frac{2}{3}$ et $\frac{4}{5}$.

Item aliter describes $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{3}$ ut in margine ostenditur; et multiplica 2 que sunt super 3 per 5, erunt 10; que pone super $\frac{2}{3}$, et 4 que sunt super 5 per 3, erunt 12; que pone super $\frac{4}{5}$ in questione. Adde ergo 10 cum 12, erunt 22 ut supra; que diuide per ruptos qui sunt sub uirgulis, scilicet per $\frac{1\ 0}{3\ 5}$, exibunt $\frac{1\ 2}{3\ 5}$ 1, ut in questione ostenditur, hoc est $\frac{7}{15}$ 1, ut per alium modum repertum est.

Uerum si $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ extrahere uolueris, inuenies 10 et 12 superius repertis per qualem uolueris modum descriptis duobus modis; et extrahe 10 de 12, remanent 2; que diuide per ruptos, uidelicet per $\frac{1\ 0}{3\ 5}$, exibunt $\frac{2\ 0}{3\ 5}$, hoc est $\frac{2}{15}$ pro residuo quesite extractionis. Et si $\frac{4}{5}$ per $\frac{2}{3}$ diuidere uis, diuide 12 per 10, exibit $\frac{1}{5}$ 1; et tot contingit unius parti integre ex ipsa diuisione. Et si $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ diuidere uis, diuide 10 per 12, exibunt $\frac{5}{6}$.

Additio de $\frac{5}{6}$ cum $\frac{7}{10}$.

Item si uolueris addere $\frac{5}{6}$ cum $\frac{7}{10}$, reperies similiter in quali numero reperiantur $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{10}$: multiplicabis ergo 6 per 10, erunt 60: reperiuntur etiam et in minori numero quam 60. Et hic contingit propter communitatem quam habet 6 cum 10, uidelicet $\frac{1}{2}$; quia uterque numerus integraliter per 2 diuiditur. Vnde diuidas 60 per 2, exibunt 30, in quibus etiam reperiuntur $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{10}$: potes enim hec 30 aliter reperire, uidelicet ut multiplices 6 per medietatem de 10, scilicet per 5, et erunt 30; uel multiplica 10 per medietatem de 6, hoc est per 3, et erunt similiter 30; et accipe $\frac{5}{6}$ de 30, que sunt 25, et adde cum $\frac{7}{10}$ de 30, que sunt 21, erunt 46; que diuide per 30, exibit $\frac{1\ 3}{5\ 6}$ 1, hoc est $\frac{8}{15}$ 1.

De eodem aliter.

Item aliter describe sic $\frac{7}{10}$ $\frac{5}{6}$; et quia 6 cum 10, que sunt sub uirgulis, habent comunem regulam, scilicet 2, diuide 10 per 2, exibunt 5; in quibus multiplica 5, que sunt super 6, erunt 25, sicuti superius pro $\frac{5}{6}$ de 30 reperta fuerunt. Item diuide 6 per eadem 2, exibunt 3, que pone sub 6; in quibus multiplica 7 que sunt super 10, exibunt 21 pro $\frac{7}{10}$ de 30: adde ergo 21 cum 25, erunt 46; que diuide per medietatem de 10, et per 6, hoc est per $\frac{1\ 0}{6\ 6}$, uel per medietatem de 6 et per 10, hoc est per $\frac{1\ 0}{6\ 10}$, exibit $\frac{1\ 5}{3\ 10}1$, quod tantum est quantum $\frac{16}{30}$ 1, uel quantum $\frac{8}{15}$ 1.

Extractio de $\frac{7}{10}$ de $\frac{5}{6}$.

Uerum si $\frac{7}{10}$ de $\frac{5}{6}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 21 et 25, et extrahe 21 de 25, remanent 4; que diuide per 30, uel per ipsorum regulam, que est $\frac{1\ 0}{6\ 10}$, exibit $\frac{1\ 1}{3\ 10}$ pro residuo quesite extractionis. Et si $\frac{5}{6}$ per $\frac{7}{10}$ diuidere uis, diuide 25 per 21, exibit $\frac{1\ 1}{3\ 7}$ 1. Et si $\frac{7}{10}$ uis diuidere per $\frac{5}{6}$, diuide 21 per 25, exibunt $\frac{1\ 4}{5\ 5}$.

Additio $\frac{1}{6}$ cum $\frac{5}{9}$.

Rursus si uolueris addere $\frac{1}{6}$ cum $\frac{5}{9}$, inuenias in quo numero reperiuntur $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{9}$, quod sic | inuenitur: quia 3 sunt comunis regula de 6 et de 9, diuide 6 per 3, exibunt 2; que multiplica per 9, erunt 18; uel diuide 9 per 3, exibunt 3; que multiplica per 6, erunt similiter 18, in quibus reperiuntur $\frac{5}{9}$ $\frac{1}{6}$: unde accipe $\frac{1}{6}$ de 18, que est 3, et adde cum $\frac{5}{9}$ de 18, que sunt 10, erunt 13; que diuide per regulam de 18, exibunt $\frac{1\ 6}{2\ 9}$: uel aliter describe ruptos, ut hic ostenditur; et multiplica 1, quod est super 6, per tertiam de 9 propter comunem regulam ipsorum, erunt 3, que pone super $\frac{1}{6}$; et multiplica 5 que sunt super 9 per tertiam de 6, scilicet per 2, erunt 10, que pone super $\frac{5}{9}$ et adde 3 cum 10, erunt 13; que diuide per tertiam multiplicationis de 6 in 9, hoc est per 18, exibunt $\frac{1\ 6}{2\ 9}$ pro iunctione ipsorum, ut in questione ostenditur.

fol. 27 verso.

« exibunt 3 .... de $\frac{5}{9}$ » (fol. 27 verso, lin. 1 e 2-6; pag. 65, lin. 17-25).

	10	3
	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1\ 6}{2\ 9}$	additio	

Extractio $\frac{1}{6}$ de $\frac{5}{9}$.

Uerum si $\frac{1}{6}$ de $\frac{5}{9}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 3 et 10; et extrahe 3 de 10, remanebunt 7; que prescripta ratione diuide per 18, uel per ipsorum regulam que est $\frac{1\ 0}{2\ 9}$, exibunt $\frac{1\ 3}{2\ 9}$ pro residuo dicte extractionis. Et si $\frac{5}{9}$ per $\frac{1}{6}$ diuidere uis, diuide 10 per 3, que sunt super $\frac{1}{6}$, exibunt $\frac{1}{3}$3. Et si $\frac{1}{6}$ per $\frac{5}{9}$ diuidere uis, diuide 3 per 10, exibunt $\frac{3}{10}$.

« Uerum .... diuisione » (fol. 27 verso, lin. 7-10; pag. 65, lin. 26-32).

	10	3
	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{6}$
$\frac{1\ 3}{2\ 9}$	extratio	

Pars secunda de additione et extractione duorum ruptorum adiunctione et de eorum diuisione.

Si uolueris addere $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ cum $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$, uide de $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ in quo numero reperiantur, quod sic uidendum est: multiplica insimul numeros qui sunt sub uirgulis, uidelicet 3 per 4; que per 5; que per 7, erunt 420, que est minimus commensuratus prescriptorum numerorum, hoc est quod est minor numerus, in quo reperiuntur prescripti rupti; ideo quia non habent aliquam comunem regulam ad inuicem. Accipe ergo $\frac{1}{3}$ de 420, que est 140, et adde cum quarta de eisdem 420, que in 105, et cum quinta que est 84, et cum septima que est 60, erunt 389; quem diuide per 420, exibunt $\frac{5\ 1\ 9}{6\ 7\ 10}$ pro iunctione prescriptorum ruptorum. Et est idem cum queritur de $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ que partes sint unius integri. Possumus enim aliter secundum magisterium numerorum addere $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ cum $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$, uidelicet quod describantur rupti secundum quod hic cernuntur; et multiplica 1 quod est super 3 per 4, et 1 quod est super 4 per 3, erunt 7; que multiplica per 5, et per 7, que

« 420 que .... et adde » (fol. 27 verso, lin. 15-21; pag. 65, lin. 37 — pag. 66, lin. 5).

	144	245
	$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$
$\frac{5\ 1\ 9}{6\ 7\ 10}$	additio	

sunt sub aliis duabus uirgulis alterius lateris, erunt 245, que sunt $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 420, ut superius inuenimus: pone ergo 245 super $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ in questione; deinde accedas ad $\frac{1}{7}\frac{1}{5}$; et multiplica 1, quod est super 5 per 7, et 1 quod est super 7 per 5, erunt 12; que multiplica per 3 et per 4, que sunt sub uirgulis, erunt 144, que sunt $\frac{1}{7}\frac{1}{5}$ de 420: pone ergo 144 super $\frac{1}{7}\frac{1}{5}$, et adde 144 cum 245, erunt 389; que diuide per ruptos, uidelicet per $\frac{1\,0\,0\,0}{3\,4\,5\,7}$, et apta prescriptos ruptos, exibunt $\frac{5\,1\,9}{6\,7\,10}$, que equantur $\frac{389}{420}$.

Extractio de $\frac{1}{7}\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$.

Si uero $\frac{1}{7}\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 245 et 144 per equalem uolueris modum de duobus prescriptis modis; et extrahe 144 de 245, remanebunt 101; que supra prescripta ratione diuide per $\frac{1\,0\,0}{6\,7\,10}$, exibunt $\frac{5\,2\,2}{6\,7\,10}$ pro residuo dicte extractionis. Et si $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ per $\frac{1}{7}\frac{1}{5}$ diuidere uis, diuide 245 per regulam de 144, exibunt $\frac{1\,2\,6}{2\,8\,9}$ 1. Et si 144 per regulam de 245 diuiseris, habebis $\frac{4\,0\,4}{5\,7\,7}$ pro eo quod contingit integre parti ex diuisione $\frac{1}{7}\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, ut in questione ostenditur.

« exibunt .... 2232 » (fol. 27 verso, lin. 26-31; pag. 66, lin. 10-19).

144	245
$\frac{1}{7}\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\frac{1}{3}$
$\frac{5\,2\,2}{6\,7\,10}$	extractio

Additio de $\frac{2}{7}\frac{3}{5}$ cum $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$.

Item si uolueris addere $\frac{2}{7}\frac{3}{5}$ cum $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$, reperies numerum in quo reperiantur rupti, eritque 2520, qui exiit ex multiplicatione quattuor numerorum qui sunt sub uirgulis; et non reperiuntur in minore numero, eo quod non habent aliquam communem regulam ad inuicem: et accipe $\frac{3}{5}$ de 2520, que sunt 1512, et adde cum $\frac{2}{7}$ de 2520, que sunt 720, erunt 2232, que serua. Item accipe $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$ de 2520, que sunt 1505, que adde cum 2232 seruatis, erunt 3737; que diuide per regulam de 2520, que est $\frac{1\,0\,0\,0}{4\,7\,9\,10}$, exibit $\frac{1\,3\,7\,4}{4\,7\,9\,10}$1. Item aliter describe ruptos, ut inferius cernitur; et incipias a $\frac{2}{7}\frac{3}{5}$ sic: multiplicabis 3, que sunt super 5, per 7, que sunt sub uirgula, erunt 21. Item multiplicabis 2, que sunt super 7, per 5, erunt 10, que addes cum 21, erunt 31; que multiplicabis per alios ruptos, uidelicet per 8 et per 9, hoc est per 72, exibunt 2232, ut per $\frac{2}{7}\frac{3}{5}$ de 2520 superius reperta sunt: pone ergo 2232 super $\frac{2}{7}\frac{3}{5}$, et accedas ad $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$; et multiplica 3, que sunt super 8 per 9, et 2, que sunt super 9, per 8, et adde insimul, erunt 43; que multiplica per alios ruptos, uidelicet per 5 et per 7, erunt 1505, ut superius pro $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$ de 2520 inuenimus: pone ergo 1505 super $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$: deinde adde 1505 cum 2232, erunt 3737; que diuide per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, et aptabis eos, exibit similiter $\frac{1\,3\,7\,4}{4\,7\,9\,10}$1. |

« que serua .... 1505 ut » (fol. 27 verso, lin. 32-37; pag. 66, lin. 19-27).

1505		2232
$\frac{2}{9}\frac{3}{8}$		$\frac{2}{7}\frac{3}{5}$
$\frac{1\,3\,7\,4}{4\,7\,9\,10}$ 1		addictio

fol. 28 recto.

Extractio $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$ de $\frac{2}{7}\frac{3}{5}$.

Si autem $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$ de $\frac{2}{7}\frac{3}{5}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 2232 et 1505, et extrahes 1505 de 2232, remanebunt 727; que prescripta ratione diuide per $\frac{1\,0\,0\,0}{4\,7\,9\,10}$, exibunt $\frac{3\,6\,7\,2}{4\,7\,9\,10}$, ut in hac alia cernitur descriptione. Et si $\frac{2}{7}\frac{3}{5}$ per $\frac{2}{9}\frac{3}{8}$ diuidere uis, diuide 2232 per regulam de 1505, et primus contrarium facies contrarium; et habebis optata, ut in questione cernitur.

« Si autem .... $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ » (fol. 28 recto, lin. 1-4; pag. 66, lin. 31-35).

2232	Residuum	1505
$\frac{2}{7}\frac{3}{5}$		$\frac{2}{9}\frac{3}{8}$
$\frac{3\,6\,7\,2}{4\,7\,9\,10}$		

Additio $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$.

Item si uolueris addere $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, inuenies numerum in quo reperiantur prescripti rupti. Eritque 60, qui numerus reperitur ex multiplicatione de 3 in 4 et in 5; et non oportet ut multiplicentur 60 per 6 propter comunitatem regule, quam habent 6 cum 3 et cum 4: tota enim 3 sunt comunia eisdem 6: quare non opportet ut multiplicentur 60 nisi per tertiam de 6, que est 2, nec etiam per ipsa 2 oportet 60 multiplicare; quia 2 sunt in regula de 4: et ut hoc dicam promptius: regula de 6 est $\frac{1\,2}{2\,3}$. Ideo non repetimus 3, neque 2 in multiplicatione, que sunt regula de 6 propter 3 et 4, que multiplicauimus 4 cum habuimus 60. In omni enim numero, in quo reperiuntur $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, reperietur etiam $\frac{1}{6}$: accipe itaque $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$

$\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$ de 60, et adde insimul, erunt 57; que diuide per 60, exibunt $\frac{57}{60}$: sed quia 57 cum 60 habent comunem regulam, scilicet $\frac{1}{3}$, possumus has $\frac{57}{60}$ pulchrius dicere, uidelicet ut diuidas 57 per 3, exibunt 19: similiter diuide 60 per eadem 3, exibunt 20; in quibus diuide 19, exibunt $\frac{19}{20}$, que sunt unum integrum minus uigesima. Item aliter describe ruptos ut hic ostenditur; et incipias a $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, et multiplicabis 1, quod est super 3, per 4, et 1, quod est super 4, per 3, erunt 7; que multiplica per 5 que sunt sub uirgula, erunt 35, que deberes multiplicare per 6, nisi relinqueres propter comitatem, quam habes 6 cum $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$: pone ergo 35 super $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, que sunt $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ de 60: deinde multiplica 1, quod est super 5, per 6, et 1, quod est super 6, per 5, erunt 11, que deberes multiplicare per 3 et per 4: sed relinques quod non multiplicabis per 3; quia sunt in regula de 6, neque per 2, que sunt in regula de 4; cum sint similiter in regula de 6: ergo multiplicabis prescripta 11 per 2 que remanent de 4, erunt 22, que sunt $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$ de 60: pones ergo 22 super $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$, et addes 22 cum 35, erunt 57, ut superius inuenimus: et diuide ipsa per $\frac{1\,3\,0}{3\,4\,5}$; quia per 6 non debes diuidere eos, eo quia nos relinquimus ea in multiplicatione utriusque lateris, et aptabis prescriptos ruptos, exibunt $\frac{1\ \ 9}{2\ 10}$, hoc est $\frac{19}{20}$, ut in questione ostenditur.

« per eadem .. superius » (fol. 28 recto, lin. 12-17; pag. 61, lin. 3-12).

22	35
$\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$
5	2
$\frac{1\ \ 9}{2\ 10}$	additio

Dicam aliter et apertius in reperiendis suprascriptis 35 et 32. Multiplica 3 per 4, que sunt sub uirgis ab una parte, erunt 12: serua ea in manu dextera; et multiplica 5 per 6, que sunt sub aliis duabus uirgis alterius lateris, erunt 30, que serua in sinistra; et diuide utrumque numerorum seruatorum in manibus per maximam comunem mensuram eorum que est 6, exibunt in manu dextra 2, et in sinistra 5: pones 2 sub $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, et 5 sub $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$; et multiplicabis reperta 7 per 5 posita sub $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$, et 11 per 2 posita sub $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$; et habebis 35 et 22; quorum summam, scilicet 57, diuide per numeros, qui sunt sub uirgis unius lateris, et per numerum positum sub aliis, scilicet per 5 et per 6 et per 2 aut per 3, et per 4 et per 5, hoc est per regulam de 60.

« lateris .... $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$ » (fol. 28 recto, lin. 25-28; pag. 67, lin. 22-28).

22	35
$\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$
$\frac{1\ \ 2}{6\ 10}$ extractio	

Extratio $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$

Si autem $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 35 et 22, et extrahes 22 de 35, remanebunt 13; que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\ \ 3}{6\ 10}$, exibunt $\frac{1\ \ 2}{6\ 10}$ pro residuo dicte extractionis.

Additio $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$.

Item si uolueris addere $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$ cum $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$, reperias numerum in quo reperiantur rupti prescripti, eritque 315; qui numerus exit ex multiplicatione ruptorum, euitatis tamen inde 3, que sunt comunis regula de 9 et de 3; que non oportet repetere in multiplicatione, ideo quia $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{9}$ reperiuntur in 9: unde omnis numerus, qui habet $\frac{1}{9}$, habet similiter et $\frac{1}{3}$: accipe ergo $\frac{2}{3}$ de 315, que sunt 210, et adde cum $\frac{1}{7}$ eorumdem, que est 45, erunt 255, que serua: et accipe $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$ de eisdem 315, que sunt 234, et adde cum 255, erunt 489; que diuide per regulam de 315, que est $\frac{1\,3\,3}{5\,7\,9}$, exibit $\frac{4\,3\,4}{5\,7\,9}$ 1.

« 210 ... quam habet » (fol. 28 recto, lin. 31-37; pag. 67, lin. 34 — pag. 68, lin. 2).

additio	
224	255
$\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$	$\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$

Aliter secundum artem describe ruptos ut hic ostenditur, et incipias a $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$: multiplica 2 que sunt super 3 per 7, et 1 quod est super 7 per 3, et adde insimul, erunt 17; que multiplica per 5, erunt 85; que multiplica per tertiam de 9, hoc est per 3, propter comitatem regule quam habet 3, que sunt sub uirgula cum 6; eritque multiplicatio illa 255, que sunt $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$ de 315, ut superius inuenimus. Pones ergo 255 super $\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$, et accedas ad $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$ multiplicando 3, que sunt super 5, per 9 et 1, que sunt super 9, per 5, erunt 32; que multiplica per 7, erunt 234, ut superius pro $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$ de 315 reperta sunt:

que 234 non oportet multiplicare per 3, que sunt sub uirgula propter comitatem predictam, quam habet 3 cum 9: ponas igitur 234 super $\frac{1}{9}\,\frac{3}{5}$, et adde 234 cum 255, erunt 489; que diuide per $\frac{1\,0\,0}{5\,7\,9}$, que sunt sub uirgulis, et relinquas 3 quod non diuides per ipsa; ideo quia in multiplicatione utrarumque partium reliquisti quod non multiplicasti per 3: quare summam | iunctionis ipsarum partium non debes diuidere per 3; sed debes eam diuidere per alios ruptos, cum per ipsos multiplicasti, exibit $\frac{4\,6\,4}{5\,7\,9}1$, ut superius.

fol. 28 verso.

Extractio $\frac{4}{9}\,\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}\,\frac{2}{3}$.

Si autem $\frac{4}{9}\,\frac{3}{5}$ de $\frac{4}{7}\,\frac{2}{3}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 255 et 234: extrahes 234 de 255, remanebunt 21, que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\,0\,0}{5\,7\,9}$ tantum prius diuidas per 7 et per 9, quam per 5: ideo quia 21 integraliter diuiditur per 7 et per 3, que sunt de regula ipsorum 9, exibunt $\frac{3\,0}{5\,9}$ pro residuo dicte extractionis, hoc est $\frac{1\,0}{3\,5}$: de diuisione autem eorum ad inuicem fac ut supra.

¹ exibit .... 180 que » (fol. 28 verso, lin. 2-7; pag. 68, lin. 6-15).

extractio

$\frac{4}{9}\,\frac{3}{5}$ $\frac{4}{7}\,\frac{2}{3}$

Additio de $\frac{4}{5}\,\frac{3}{4}$ cum $\frac{9}{10}\,\frac{2}{9}$.

Rvrsus si uolueris addere $\frac{4}{5}\,\frac{3}{4}$ cum $\frac{9}{10}\,\frac{2}{9}$, multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, scilicet 4 per 5, erunt 20; que per 9, erunt 180; que 180 non oportet multiplicare per 10, cum in 180 reperiatur $\frac{1}{10}$. Quare accipies $\frac{4}{5}\,\frac{3}{4}$ de 180, scilicet 171, et addes ea cum $\frac{9}{10}\,\frac{2}{9}$ de 180, scilicet cum 58, erunt 229, que diuide per 180, exibit $\frac{1\,6\,2}{2\,9\,10}1$.

Aliter describe ruptos, et multiplica 3, que sunt super 4, per 5 et 4, quod est super 5 per 4, erunt 19; que multiplica per 9, erunt 171, que relinque multiplicare per 10 propter comitatem quam habent cum 5 et cum 4²: pone ergo 171 super $\frac{4\,3}{5\,4}$; quia ipsa sunt $\frac{4}{5}\,\frac{3}{4}$ de 180: deinde multiplica 2, que sunt super 9, per 10 et 9, quod est super 10 per 9, erunt 29; que multiplica per 2, et relinques comitatem quam habet 10 cum 4 et cum 5, erunt 58, que sunt $\frac{9}{10}\,\frac{2}{9}$ de 180: adde ergo 58 cum 171, erunt 229; que diuide per ruptos, qui sunt in uno latere, et per ruptum alterius lateris, qui multiplicatur in multiplicatione, hoc est, aut per 4 et per 5 que sunt in uno latere, et per 9 que sunt in alio latere, in quibus multiplicamus superius 19: uel diuides per 9 et per 10, que sunt ex altero latere, et per 2 que sumpsimus ex alio latere in multiplicatione, in quibus uidelicet multiplicauimus 29; nam $\frac{1\,0\,0}{4\,5\,9}$ uel $\frac{1\,0\,0}{2\,9\,10}$ unum est, et una queque ipsarum uirgularum est regula de 180, exibit $\frac{1\,6\,2}{2\,9\,10}1$.

² 180 non .... in quibus » (fol. 28 verso, lin. 8-15; pag. 68, lin. 15-27).

addictio

58 171

$\frac{9}{10}\,\frac{2}{9}$ $\frac{4}{5}\,\frac{3}{4}$

$\frac{1\,6\,2}{2\,9\,10}1$

Nam si $\frac{9}{10}\,\frac{2}{9}$ de $\frac{4}{5}\,\frac{3}{4}$ extrahere uolueris, reperies prescripta 171 et 58, et extrahes 58 de 171, remanebunt 113; que diuide suprascripta ratione per $\frac{1\,0\,0}{2\,9\,10}$, exibunt $\frac{1\,2\,6}{2\,9\,10}$ pro residuo dicte extractionis. Et si ea ad inuicem diuidere uis, fac ut supra. Volo demonstrare modum inueniendi minimum mensuratum datorum quotlibet numerorum³: ut si uis inuenire numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{10}\,\frac{1}{9}\,\frac{1}{8}\,\frac{1}{7}\,\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$, multiplica maiorem numerum, qui est sub uirga per sequentem; cum non sint comunicantes, scilicet 10 per 9, erunt 90. Que multiplica per comitatem quam habent cum 8, scilicet per medietatem eorum; cum binarius sit eorum comunis mensura, erunt 360; que multiplica per 7; cum nulla sit euitatio inter ea, erunt 2520, que non oportet multiplicare per 6; cum ipsorum regula sit $\frac{1\,0}{2\,3}$, que partes sunt ex partibus numerorum multiplicatorum. Nam $\frac{1}{5}$ est de regula de 10, que regula est $\frac{1\,0}{2\,5}$; et $\frac{1}{3}$ est de regula de 9: neque etiam multiplicanda sunt 2520 per 5; cum 5 sint de regula de 10, nec etiam per 4, uel per 2 sunt multiplicanda; cum sint in regula de 8. Similiter nec per 3 oportet multiplicare 2520; cum sint de regula de 9: ergo in 2520 reperiuntur omnes suprascripti rupti; et est minimus commensuratus omnium numerorum, qui sunt sub prescriptis uirgis.

³ scilicet .... etiam et » (fol. 28 verso, lin. 22-27; pag. 68, lin. 35 — pag. 69, lin. 2).

extractio

58 171

$\frac{9}{10}\,\frac{2}{9}$ $\frac{4}{5}\,\frac{3}{4}$

$\frac{1\,2\,6}{2\,9\,10}$

Incipit pars tertia de diuisione integrorum numerorum per integros cum ruptis etiam, et de eorum contrario.

Cvm uolueris diuidere aliquem integrum numerum cum uno rupto, uel pluribus, uel econtra integrum numerum cum ruptis per alium integrum numerum, fac ruptos de utroque numero quales fuerit ille, uel illi qui fuerint positi cum uno numerorum: deinde diuide summam ruptorum illius numeri per summam ruptorum alterius, et habebis qualem uolueris diuisionem. Et ut hec melius ad oculum deprehendas, quorumdam numerorum diuisiones in sequentibus demonstrare procurabimus.

° Et ut .... peritissimus ° (fol. 28 *verso*, lin. 32-36; pag. 69, lin. 7-15).

Diuisio de 83 per $\frac{2}{3}$ 5.

Si uolueris diuidere 83 per $\frac{2}{3}$ 5, fac tertias de unoquoque numero sic: multiplicabis 5 per 3, que sunt sub uirgula, et adde 2, erunt tertie 17: et multiplica 83 per 3, ut facias tertias ex ipsis, erunt tertie 249: diuide ergo 249 per 17, exibunt $\frac{11}{17}$ 14 pro quesita diuisione.

diuisio maioris per minorem

17	249
$\frac{2}{3}$ 5	83
$\frac{11}{17}$ 14	

Ex hoc ergo manifestum est, quod eadem est diuisio de 83 in $\frac{2}{3}$5, quam de 249 in 17; et hoc est quod Euclides peritissimus geometra in suo libro declarat: quod quam proportionem habet quilibet numerus ad quemlibet numerum, eandem proportionem habent equa quelibet multiplicia illorum; que multiplicia ergo sunt 17 de $\frac{2}{3}$5, tam multiplicia sunt 249 de 83: sunt enim 17 tripla de $\frac{2}{3}$5, et 249 tripla de 83. |

fol. 29 *recto*.

° Et si .... erunt octaue ° (fol. 29 *recto*, lin. 1 — lin. 22-23, pag. 69, lin. 19 — pag. 70, lin. 5).

Et si econtra uolueris diuidere $\frac{2}{3}$ 5 per 83, diuide 17 per regulam de 249, que est $\frac{1\ 0}{3\ 83}$, exibunt $\frac{2\ 5}{3\ 83}$ pro quesita diuisione.

diuisio minoris per maiorem

17	249
$\frac{2}{3}$ 5	83
$\frac{2\ 5}{3\ 83}$	

Diuisio de 94 per $\frac{2}{5}$6.

Item si uolueris diuidere 94 per $\frac{2}{5}$ 6, si materiam prescriptam secundum huius artis magisterium retinere nolueris, describe numeros ut hic ostenditur: et multiplica 6 per suam uirgulam, hoc est per 5, et adde 2, erunt quinte 32, quas pone super $\frac{2}{5}$ 6; et multiplica 94 per eadem 5, erunt quinte 470; quas pone super 94, et diuide 470 per regulam de 32, que est $\frac{1\ 0}{4\ 8}$, exibunt $\frac{2\ 5}{4\ 8}$ 14 pro quesita diuisione. Et si 32 per regulam de 470 diuiseris, habebis $\frac{2\ 3}{10\ 47}$ pro diuisione de $\frac{2}{5}$ 6 in 94, ut superius in descriptione ostenditur. Verum si 113 per $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 11 diuidere uolueris, ut hic cernuntur, numeros describe: quibus descriptis, multiplica 11 per suam uirgulam, erunt sexte decime 183, quas pone super $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 11: deinde multiplica 113 per 8 et per 2, que sunt sub uirgula, hoc est per 16, erunt similiter sexte decime 1808, quas pone super 113: diuide ergo 1808 per regulam de 183, exibunt $\frac{2\ 53}{3\ 61}$ 9 pro quesita diuisione: et si diuiseris 183 per regulam de 1808, habebis $\frac{1\ 3\ 11}{2\ 8\ 113}$ pro diuisione de $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 11 in 113. Et iam si plures rupti ponerentur sub eadem uirgula, similiter posses operari.

diuisio maioris per minorem

32	470
$\frac{2}{5}$ 6	94
$\frac{2\ 5}{4\ 8}$ 14	

diuisio minoris per maiorem

32	470
$\frac{2}{5}$ 6	94
$\frac{2\ 3}{10\ 47}$	

Diuisio de 217 per $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13.

Si uolueris diuidere 217 per $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13, describe numeros; et multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 167 duodecime, quas pone super $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13: deinde multiplica 217 per numeros, qui sunt sub uirgulis, uidelicet per 3 et per 4, uel in una multiplicatione per 12, erunt similiter XIIe 2724, quas pone super 217; et diuide 2724 per 167, exibunt $\frac{52}{167}$ 16 pro quesita diuisione. Et si 167 per regulam de 2724 diuiseris, exibunt $\frac{1\ 3\ 5\ 4}{2\ 6\ 7\ 31}$ pro diuisione de $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13 in 217, ut in eadem superiori descriptione ostenditur.

167	2604
$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ 13	217
$\frac{99}{167}$ 15	

Diuisio de 323 per $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ 14.

Item si uolueris diuidere 323 per $\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ 14, quamuis hanc diuisionem, secundum demon-

260	5814
$\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ 14	323
$\frac{165}{269}$ 21	diuisio maioris
$\frac{8\ 14\ 0}{29\ 17\ 19}$	diuisio minoris

stratum modum facere possis; tamen qualiter euitando comitatem ruptorum fieri debeat, ostendamus: primum describe questionem; deinde multiplica 14 per suas uirgulas, euitando tantum sic: multiplicabis 14 per 6 et adde 6, erunt sexte 89, quas multiplica per tertiam de 9 propter comitatem regule, quam habet 6 cum 9. Sunt enim 3 communis regula ipsorum, erunt octaue decime 267; super quas adde multiplicationem de 1, quod est super 9, in tertiam de 6, que sunt sub uirgula, hoc est in 2, erunt octaue decime 269: uel aliter adde $\frac{5}{6}$ cum $\frac{1}{9}$, erunt $\frac{1}{18}$: quare numeri 14 per 18 et adde 17, erunt similiter 269 octaue decime, quas pone super $\frac{1}{9}$ $\frac{5}{6}$ 14; et multiplica 323 aut per 6 et per tertiam de 9, aut per 9 et per tertiam de 6 propter comitatem regule ipsorum: ergo multiplicabis in una multiplicatione 323 per 18, quod idem est, erunt octaue decime 5814, quas pone super 323: deinde diuide 5814 per 269, exibunt $\frac{165}{269}$ 21 pro quesita diuisione. Nam si 269 per regulam de 5814 diuiseris, reperies $\frac{13\ 11\ 2}{29\ 17\ 19}$ pro dinisione de $\frac{1}{9}$ $\frac{5}{6}$ 14 in 323, ut superius in descriptione ostenditur.

Diuisio de 1357 *per* $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 83.

Si autem uolueris diuidere 1357 per $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 83, describe numeros; et multiplica 83 per suas uirgulas, erunt sexagesime 5027: pone ergo 5027 super $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 83, et proba ea secundum quod in multiplicationibus per ruptum tibi demostrabimus. Est enim pensa ipsorum 1 per septenarium, ut oportet; quam pensam pone super 5027: deinde multiplica 1357 per numeros qui sunt sub uirgulis post 83, hoc est per 3; que per 4; que per 5, uel in una multiplicatione per 60, erunt sexagesime 81420, quos pone super 1357. Et super ipsos pone pensam ipsorum per septeuarium que est 3: deinde diuide 81420 per regulam de 5027, que est $\frac{1\ \ 0}{11\ 457}$, exibunt $\frac{9\ \ 32}{11\ 157}$ 18 pro quesita diuisione: quare si multiplicaueris ipsa per $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 83, eadem 1357 prouenerint; et est pensa ipsius diuisionis 3 per 7, sicuti est pensa de 81420: et si 5027 per regulam de 81420 diniseris, habebis $\frac{5\ \ 7\ \ 41\ \ 9}{6\ 10\ 93\ 33}$ pro diuisione de $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 83 in 1357, cuius diuisionis pensa est 1 per 7, sicuti sunt de 5027; et sic intelligas de pensis quarumlibet diuisionum similium.

¹ 5027 per ... sunt none ¹ (fol. 29 recto, lin. 38-39, pag. 70, lin. 24-35).

Diuisio 2456 *per* $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{6}$ 15.

1454	221040
$\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{6}$	2456

Item aliam huiusmodi cum tribus ruptis proponamus diuisionem, qui ad inuicem comunem habeant regulam: ut modum euitandi melius intelligas, proponimus enim tibi ut diuidas 2456 per $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{6}$ 15: describe questionem, et multiplica 15 per suas uirgulas, euitando sic: multiplicabis 15 per 6, et addes 5, erunt sexte 95; quas multiplica per tertiam de 9, que sunt sub uirgula; quia propter comitatem quam habet 9 cum 6, non oportet per ipsa tota multiplicare; erunt itaque octaue decime 285, quas multiplica per 5, que sunt medietas de 10 propter 2, que sunt communis regula de 10 et de 6, erunt nonagesime 1425. Item multiplica 2 que sunt super 9, que sunt none | per 10, erunt nonagesime 20, quas non oportet multiplicare per 6; quia tota 6 comunia sunt regularum de 9 et de 10. Nam regula de 6 est $\frac{10}{90}$ et $\frac{1}{2}$ sequentis regule est de regula de 10, que est $\frac{10}{25}$. Et $\frac{1}{8}$, que remanet de 6, sunt in regula de 9; cum ipsa sit $\frac{10}{34}$: deinde multiplica 1, quod est super 10, per 9, erunt nonagesime 9, quas non oportet per 6, propter comitatem predictam, multiplicare.

fol. 29 verso.

Adde ergo nonagesimas 9 inuentas cum nonagesimis 20, et cum nonagesimis 1425, erunt nonagesime 1454, quorum pensa per septenarium est 5: pone ergo 1454 super 15 et super ruptos suos, et 5 pro pensa pone desuper. Potes enim aliter de $\frac{4}{10}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{6}$ 15 nonagesimas

facere : tamen notandum est primum, quare inde nonagesime fieri debeant. Debent enim fieri propter $\frac{1}{10}\,\frac{2}{9}\,\frac{5}{6}$ que reperiuntur in 90: et est minor numerus, in quo ipse fractiones reperiuntur: quare multiplica 15 per 90, erunt nonagesime 1350: super quas adde $\frac{1}{10}\,\frac{2}{9}\,\frac{5}{6}$ de 90, que sunt nonagesime 104, erunt similiter nonagesime 1454: postea fac nonagesimas de 2456, erunt nonagesime 221040; quas pone super 2456, et diuide 221040 per regulam de 1454, exibunt $\frac{0\;16}{2\;727}$ 152 pro quesita diuisione. Et si 1454 per regulam de 221040 diuiseris, habebis diuisionem de $\frac{1}{10}\,\frac{2}{9}\,\frac{5}{6}$ 15 in 2456. Que diuisio est $\frac{6\;\;10\;\;2}{24\;18\;307}$, ut superius in questione ostenditur.

Incipit pars quarta de aditione extratione seu diuisione integrorum numerorum cum ruptis.

Cum autem aliquem numerum cum uno rupto, uel pluribus addere uolueris cum quolibet alio numero, similiter cum uno rupto uel pluribus, uel minorem ipsorum cum suo rupto, uel ruptis de maiori cum suo rupto, uel ruptis extrahere, seu aliquem ipsorum per alterum diuidere, describe minorem numerum cum suo rupto, uel ruptis in dextera tabule parte. Maiorem uero cum suis ruptis in eadem linea uersus sinistram, sicuti in precedenti parte demonstrauimus: et multiplica minorem numerum per suam uirgulam, sicuti superius docuimus; et summam per omnes numeros, qui fuerint sub uirgula, uel uirgulis maioris numeri multiplica. Et multiplicatio, que euenerit super prescriptum numerum minorem, reserua. Deinde maiorem numerum per suam uirgulam, uel uirgulas, et per omnes numeros qui sunt sub uirgula, uel uirgulis minoris numeri multiplica. Et summam super ipsum maiorem numerum describe. Et tunc si uolueris addere, addes ipsos numeros repertos, et coadunatam summam per omnes ruptos qui fuerint in positione diuide, et habebis additationem ipsorum. Et si maiorem de maiori extrahere uolueris, extrahes repertum numerum, et positum super minorem numerum de reperto numero, et posito super maiorem, residuumque per omnes ruptos similiter diuide, et habebis residuum quod est inter maiorem et minorem. Et si maiorem per minorem diuidere uolueris, maiorem repertum numerum per minorem repertum numerum diuide. Et si minorem per maiorem diuidere uolueris, diuide minorem repertum numerum per maiorem repertum numerum; et sic habebis qualem uolueris ipsorum diuisionem. Et ut hec omnia apertius intelligantur, singulariter ea cum positionibus numerorum presentialiter proponimus demonstrare.

Additio de $\frac{1}{3}$ 12 cum $\frac{3}{4}$ 126.

Si uolueris addere $\frac{1}{3}$ 12 cum $\frac{3}{4}$ 126, describe numeros ut hic ostenditur, et multiplica 12 per suam uirgulam, erunt tertie 37; quas multiplica per 4, que sunt sub uirgula post 126, erunt XIIe 148, quas pone super $\frac{1}{3}$ 12: deinde multiplica 126 per suam uirgulam, erunt quarte 507; quas multiplica per 3, que sunt sub uirgula post 12, erunt duodecime 1521, quas pone super $\frac{3}{4}$ 126: adde itaque duodecimas 148 cum duodecimis 1521, erunt duodecime 1669; quas diuide per utrumque ruptum, uidelicet per 3 et per 4, uel in una diuisione per 12, exibunt $\frac{1}{12}$ 139, ut in questione ostenditur.

* Si uolueris . . . De eodem. * (fol. 29 verso, lin. 31-36, pag. 71, lin. 33-40).

1521	148
$\frac{3}{4}$ 126	$\frac{1}{3}$ 12
Summa iunctionis	
$\frac{1}{12}$ 139	

De eodem.

Potes enim hanc eamdem additationem aliter reperire, ut addas integra cum integris, uidelicet 12 cum 126, erunt 138 : deinde adde ruptos in unum, scilicet $\frac{1}{3}$ cum $\frac{3}{4}$, sicuti superius in prima parte huius capituli demonstrauimus, erit $\frac{1}{12}$ 1; que adde cum 138, erunt $\frac{1}{12}$ 139, ut modo pro suprascripta iunctione inuenimus. |

fol. 30 recto.

« Utrum .... descriptione » (fol. 30 recto, lin. 1-6; pag. 72, lin. 2-9).

1 5 2 1   1 4 8
$\frac{3}{4}$ 1 2 6 $\frac{1}{3}$ 1 2
Residuum extractionis
$\frac{5}{12}$ 1 1 4

Extractio de $\frac{1}{3}$ 12 de $\frac{3}{4}$ 126.

Utrum si $\frac{1}{3}$ 12 de $\frac{3}{4}$ 126 extrahere uolueris, describes questionem ut supra, et reperies prescripta 148 et 1521: et extrahes 148 de 1521, remanebunt duodecime 1373; quas diuide suprascripta ratione per 12, exibunt integre $\frac{5}{12}$ 114 pro residuo dicte extractionis, ut in questione ostenditur.

Uel aliter: extrahe integra de integris, uidelicet 12 de 126, remanent 114: deinde extrahe $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$, remanent $\frac{5}{12}$, quas adde cum 114, erunt $\frac{5}{12}$ 114 similiter. Et si diuidere uolueris $\frac{3}{4}$ 126 per $\frac{1}{3}$ 12, diuides 1521 per regulam de 148, que est $\frac{1\ 0}{4\ 37}$, exibunt $\frac{1\ 10}{4\ 37}$ 10 pro quesita diuisione, ut in sua demonstrabitur descriptione.

« Item .... 3428 » (fol. 30 recto, lin. 7-12; pag. 72, lin. 10-19).

1 5 2 1   1 4 8
$\frac{3}{4}$ 1 2 6 $\frac{1}{3}$ 1 2
descriptio diuisionis
maiorem per minorem

Item si minorem per maiorem diuidere uolueris, scilicet $\frac{1}{3}$ 12 per $\frac{3}{4}$ 126, repertis quidem 148 et 1521, diuides 148 per regulam de 1521, que est $\frac{1\ 0\ 0}{9\ 13\ 13}$, exibit $\frac{4\ 3\ 1}{9\ 13\ 13}$ unius integri pro quesita diuisione.

Addictio de $\frac{3}{4}$ 13 cum $\frac{2}{5}$ 171.

« erunt xx .... pensa de » (fol. 30 recto, lin. 13-20, pag. 72, lin. 19-30).

1 5 2 1   1 4 8
$\frac{3}{4}$ 1 2 6 $\frac{1}{3}$ 1 2
diuisio minoris
per maiorem
$\frac{4\ 3\ 1}{9\ 13\ 13}$

Si uero $\frac{3}{4}$ 13 cum $\frac{2}{5}$ 171 addere uolueris, describe numeros ut prediximus; et multiplica 13 per 4, et adde 3, que sunt super 4, erunt quarte 55; quas multiplica per 5, que sunt sub uirgula post 171, erunt uigesime 275, quas pone super $\frac{3}{4}$ 13: et multiplica 171 per suam uirgulam, scilicet per 5 et adde 2, erunt quinte 857; quas multiplica per 4, que sunt sub uirgula post 13, erunt uigesime 3428, quas pone super $\frac{2}{5}$ 171: deinde adde 275 cum 3428, erunt xx.^{e} 3703; quas diuide per ruptos, scilicet per 4 et per 5, qui sunt sub uirgulis utriusque numeri, exibunt $\frac{1\ 1}{2\ 10}$ 185 pro quesita iunctione.

Probatio suprascripte iunctionis.

« 3428 .... de 275 » (fol. 30 recto, lin. 21-33, pag. 72, lin. 30 — pag. 73, lin. 4).

Descriptio iunctionis
3 4 2 8   2 7 5
$\frac{2}{5}$ 1 7 1 $\frac{3}{4}$ 1 3
$\frac{1\ 1}{2\ 10}$ 1 8 5

Descriptio extractionis
$\frac{2}{5}$ 1 7 1 $\frac{3}{4}$ 1 3

Que iunctio, si recta est, ita per 7 cognoscitur: pensa de 13, que est 6, per 4 multiplica, et de super adde 3, que sunt super 4, erunt 27; quorum pensa que est 6 iterum per 5, que sunt sub uirgula multiplica, erunt 30, quorum pensa que est 2 est pensa de 275. Similiter studeas reperire pensam de 3428 per ipsorum originem sic. Pensam de 171, que est 3, per septenarium multiplica per 5, que sunt sub uirgula, et adde 2 que sunt super 5, erunt 17; quorum pensa que est 3 multiplica per 4, que sunt sub uirgula, erunt 12, quorum pensa que est 5 debet esse pensa de 3428: et quia scimus recte processisse, cum habuimus ipsa 3428 ita est: quam pensam pone super 3428; deinde adde pensam de 275, uidelicet 2 cum pensa de 3428, scilicet cum 5, erunt 7; quorum pensam, que est 0, habeas pro pensa summe iunctionis.

De eorumdem additione.

Potes enim prescriptam iunctionem aliter inuenire, uidelicet ut addas 13 cum 271, erunt 284; et $\frac{3}{4}$ cum $\frac{2}{5}$, erit $\frac{1\ 1}{2\ 10}$ 1; que adde cum 184, erunt $\frac{1\ 1}{2\ 10}$ 185, ut per eorum iunctionem repertum est.

Extractio de $\frac{3}{4}$ 13 de $\frac{2}{5}$ 171.

Et si $\frac{3}{4}$ 13 de $\frac{2}{5}$ 171 extrahere uolueris, extrahe 275 de 3428, remanent 3153; que diuide per ruptos, exibunt $\frac{1\ 6}{2\ 10}$ 157 pro residuo quesite extractionis.

Descriptio utriusque diuisionis
$\frac{2}{5}$ 1 7 1 $\frac{3}{4}$ 1 3

Quod residuum, si rectum sit, ita per 7 cognoscitur: pensam de 275, que est 2, de pensa de 3428, que est 5, extrahe; residuum uero, quod est 3, habeas pro pensa de $\frac{1\ 6}{2\ 10}$ 157.

Possumus enim $\frac{3}{4}$ 13 aliter de $\frac{2}{5}$ 171 extrahere, uidelicet ut extrahas 13 et $\frac{3}{4}$ de 171, remanet $\frac{1}{4}$ 157; cum quibus adde $\frac{2}{5}$, erunt $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ 157, hoc est $\frac{1\ 6}{2\ 10}$ 157.

Diuisio $\frac{2}{5}$ 171 per $\frac{3}{4}$ 13.

Et si $\frac{2}{5}$ 171 per $\frac{3}{4}$ 13 diuidere uolueris, diuide 3428 per regulam de 275, que est $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 5\ 11}$,

exibunt $\frac{5\ 0\ 5}{9\ 3\ 11}$ 12 pro quesita diuisione, quorum pensa debet esse 5 per 7, sicut est de 3428, que diuiduntur. Et si $\frac{3}{4}$ 13 per $\frac{5}{9}$ 171 diuidere uolueris, diuide 275 per regulam de 3428, que est $\frac{1\ 0}{4\ 5\ 5\ 7}$, exibunt $\frac{3\ 67}{4\ 5\ 5\ 7}$ unius integri, quorum ruptorum pensa per septenarium est 2, sicuti fuit de 275.

Addictio de $\frac{5}{6}$ 14 *cum* $\frac{2}{9}$ 231.

Item si uolueris addere $\frac{5}{6}$ 14 cum $\frac{2}{9}$ 231, describe numeros ut hic ostenditur. Et quamuis hanc iunctionem per suprascriptum modum facere possis; tamen propter comitatem quam habent $\frac{5}{6}$ cum $\frac{2}{9}$, qualiter hoc cum euitatione fieri debeat, indicemus. Multiplicabis itaque 14 per 6, et addes 5, erunt sexte 89; quas multiplica per 3, scilicet per tertiam partem de 9 propter comitatem quam habet 6 cum 9, erunt xviiime 267, quas pone super $\frac{5}{6}$ 14, et proba eas per pensam quamlibet: est enim pensa ipsarum 7 per 13, quam pone super 267: deinde multiplica 231 per 9 et adde 2, erunt none 2081; quas multiplica per tertiam de 6, hoc est per 2, erunt similiter xviiime 4162, quas pone super $\frac{2}{9}$ 231, et super eas pone pensam ipsarum inuentam similiter per | 13, que est 2: post hec adde 267 cum 4162, erunt 4429; que diuide per unum ex ruptis qualem uolueris, et per partem comitatis alterius, hoc est aut diuides per 6 et per tertiam de 9, scilicet per 3, aut diuides per 9 et per tertiam de 6, uidelicet per 2, exibunt $\frac{1\ 0}{2\ 9}$ 246 pro quesita iunctione, cuius summe pensa est 9 per 13, que exit ex iunctione pense de 267, que est 7, et de 4162, que est 2. Et ut hec intelligibilius fiant, diuide 6 et 9 per comitatem eorum, scilicet per 3, exibunt 2 et 3: pone itaque 2 sub 6 et 3 sub 9; et multiplica inuenta 89 per 3 posita sub 9, et 2081 per 2 posita sub 6, et habebis numeros suprascriptos, quorum additionem diuide per unum ex numeris, qui sunt sub uirgis, et per numerum positum sub alio, scilicet per 6 et per 3, uel per 9 et per 2. Potes enim aliter $\frac{5}{6}$ 14 cum $\frac{2}{9}$ 231 addere, uidelicet ut addas primum 14 cum 231, erunt 245; deinde adde $\frac{5}{6}$ cum $\frac{2}{9}$ erit $\frac{1}{18}$ 1, que adde cum 245, erunt $\frac{1\ 0}{2\ 9}$ 246, ut superius per priorem modum reperta sunt.

fol. 30 verso.

* 13 que est ... sub alio (fol. 30 verso, lin. 1-6; pag. 73, lin. 14-23).

(2)	(7)
4162	267
$\frac{2}{9}$ 231	$\frac{5}{6}$ 14
3	2
$\frac{1\ 0}{2\ 9}$ 246	

Extractio $\frac{5}{6}$ 14 *de* $\frac{2}{9}$ 231.

Et si $\frac{5}{6}$ 14 de $\frac{2}{9}$ 231 extrahere uolueris, extrahes 267 de 4162, remanebunt 3895, quorum pensa est 8 per 13, que sic reperitur: scilicet cum non possis extrahere 7, que sunt pensa de 267, de pensa de 4162, hoc est de 2, debes addere numerum pense, uidelicet 13 cum 2 prescriptis, faciunt 15; de quibus extrahe predictam 7, remanent 8 pro pensa de 3895, ut prediximus: diuides itaque 3895 per $\frac{1\ 0}{2\ 9}$ suprascripta ratione exibunt $\frac{1\ 3}{2\ 9}$ 216 pro residuo dicte extractionis.

Aliter extrahe 14 de $\frac{2}{9}$ 231, remanent $\frac{2}{9}$ 217, de quibus extrahes $\frac{5}{6}$ 1: cum non possis $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{9}$ extrhare, remanebunt 216; et extrahes $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{9}$ 1, faciens xviii.^{as} ex eis, remanebunt $\frac{7}{18}$; quibus additis cum 216, faciunt $\frac{1\ 3}{2\ 9}$ 216, ut superius reperta sunt.

Diuisio de $\frac{2}{9}$ 231 *per* $\frac{5}{6}$ 14.

Uerum si $\frac{2}{9}$ 231 per $\frac{5}{6}$ 14 diuidere uolueris, diuide 4162 per regulam de 267, exibunt $\frac{1\ 68}{3\ 89}$ 15 pro quesita diuisione.

Diuisio de $\frac{5}{6}$ 14 *per* $\frac{2}{9}$ 231.

Item si $\frac{5}{6}$ 14 diuidere uolueris per $\frac{2}{9}$ 231, diuide 267 per regulam de 4162, exibunt $\frac{1}{2}\ \frac{267}{2081}$ pro quesita diuisione.

Additio de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15 *cum* $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$ 322.

Item si $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15 cum $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$ 322 addere uolueris, describe numeros ut hic ostenditur; et multiplica 15 per suas uirgulas, scilicet per 3, et adde 1; que per 4 et adde multiplicationem de 1, quod est super 4 in 3, erunt XII.ᵉ 187; quas multiplica per numeros qui sunt sub uirgulis post 322, scilicet per 5 et per 7, erunt quadrigentesime uigesime 6545, quas pone super $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15: deinde multiplica 322 per suas uirgulas, erunt trigesime quinte 11296; quas multiplica per numeros qui sunt sub uirgulis post 15, erunt quadrigentesime uigesime 135552, quas pone super $\frac{1}{7}\ \frac{3}{4}$ 322: deinde adde 6545 cum 135552, erunt CCCCXX. 142097; quas diuide per 420, hoc est per omnes numeros qui sunt sub uirgulis, et aptabis ipsos, exibunt $\frac{3\ \ 19}{5\ 7\ 12}$ 338 pro quesita iunctione, cuius pensa est 10 per 11.

Aliter iunge 15 cum 322, erunt 337; et adde $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$, secundum quod docuimus in secunda parte huius capituli, erit $\frac{3\ 1\ 9}{5\ 7\ 10}$1; que adde cum 337, erunt $\frac{9\ 1\ 3}{9\ 7\ 10}$ 338, ut prediximus.

Extractio de $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15 *de* $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$ 322.

Et si $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15 de $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$ 322 extrahere uolueris, extrahe 6545 de 135552, remanebunt 129007, que diuides suprascripta demonstratione per $\frac{1\ 2\ 2}{6\ 7\ 10}$, exibunt $\frac{1\ 4\ 4}{6\ 7\ 10}$ 307 pro residuo quesite extractionis.

Aliter extrahe 15 de 332, remanebunt 307; et extrahe $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ de $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$, remanebunt $\frac{1\ 4\ 4}{6\ 7\ 10}$; que adde cum 307, erunt $\frac{1\ 4\ 4}{9\ 7\ 10}$ 307, ut prediximus. Verum si $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$ 322 per $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15 diuidere uolueris, diuide 135552 per regulam de 6545, exibunt $\frac{2\ \ 60\ \ 12}{3\ 7\ 11\ 17}$ 20 pro quesita diuisione.

Diuisio $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15 *per* $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$ 322.

Item si $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ 15 per $\frac{1}{7}\ \frac{3}{5}$ 322 diuidere uolueris, diuide 6545 per regulam de 135552, exibunt $\frac{5\ 2\ 0\ \ 17}{8\ 3\ 3\ 953}$ pro quesita diuisione: et sic secundum prescriptum modum quoslibet numeros cum duobus ruptis addere, et extrahere, et diuidere potes: tamen alias quasdam questiones, ex quibus euitare possumus comitatem regule ruptorum, ad presens proponimus demonstrare.

Additio $\frac{1}{5}\ \frac{3}{4}$ 16 *cum* $\frac{1}{9}\ \frac{4}{5}$ 422.

Si uolueris addere $\frac{1}{5}\ \frac{2}{4}$ 16 cum $\frac{1}{9}\ \frac{4}{5}$ 422, descriptis numeris, multiplica primum 16 per
fol. 31 recto. suas uirgulas, erunt | XX.ᵉ 339; quas cum debeas multiplicare per 5 et per 9, que sunt sub aliis uirgulis non multiplicabis nisi tantum per 9 propter aliam 5, que sunt sub uirgula post $\frac{3}{4}$ 16, erunt c^e^LXXX^me^ 3051, quas serua super $\frac{1}{9}\ \frac{3}{4}$ 16: deinde multiplica 412 per suas uirgulas, erunt XLV^te^ 19931, quas multiplica tantum per 4, que sunt sub uirgula post 16: quare relinques quod non multiplicare (*sic*) per 5 supradicta ratione, erunt similiter c^e^LXXX^e^ 79724, quas pone super $\frac{1}{9}\ \frac{4}{5}$442: deinde adde 3051 cum 79724, erunt c^e^LXXX^e^ 82775, quas diuide per 180 uel per omnes numeros qui sunt sub uirgis, preter quam per unum ex duobus quinariis: quia sicuti relinquuntur quinque in multiplicatione unius cuiusque duorum numerorum prescriptorum, ita debent relinqui in diuisione summe iunctionis ipsorum: ergo diuide 82775 per $\frac{1\ 2\ 2}{4\ 3\ 3}$, et euitabis inde $\frac{1}{5}$, exibunt $\frac{2\ 7}{4\ 9}$ 459 pro quesita iunctione.

Uel potes addere integra cum integris, et quintam cum quintis, et $\frac{2}{4}$ cum $\frac{1}{9}$, ut in precedentibus docuimus; et habebis similiter summam eiusdem iunctionis.

Extractio $\frac{1}{5}\ \frac{3}{4}$ 16 *de* $\frac{1}{9}\ \frac{4}{5}$ 442.

Iterum si $\frac{1}{5}\ \frac{3}{5}$ 16 de $\frac{1}{9}\ \frac{4}{5}$ 442 extrahere uolueris, extrahes 3051 de 79724, remanebunt 76673: quesita ratione diuides per $\frac{1\ \ 2\ \ 0}{5\ \ 5\ 10}$, exibunt $\frac{1\ \ 5\ \ 9}{9\ \ 9\ 10}$ 425 pro residuo quesite extractionis:

uel extrahe $\frac{1}{5}$ 16 de $\frac{1}{9}\frac{1}{5}$ 442, remanet $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$ 426; et tunc extrahes $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$ de $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$, si possibile esset. Sed quia possibile non est, extrahe $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$1 de $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$426, remanent 425: deinde extrahes $\frac{3}{4}$ de prescripto $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$1, remanebunt $\frac{1\,5\,9}{3\,9\,10}$ amplius de 425 pro eodem residuo.

Rvrsus si $\frac{1}{9}\frac{1}{5}$ 442 per $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 16 diuidere uolueris, diuide 79724 per regulam de 3051, exibunt $\frac{2\,6\,14}{3\,9\,113}$ 25 pro quesita diuisione. Et si $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 15 per $\frac{1}{9}\frac{1}{5}$ 442 diuidere uolueris, diuide 3051 per regulam de 79724, exibunt $\frac{3\,768}{4\,19931}$ pro quesita diuisione.

Additio $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 *cum* $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523.

Si uero $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 cum $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523 addere uolueris, descriptis numeris, multiplica 5 per 6, que sunt sub uirgis, erunt 30; et 9 per 10, que sunt sub aliis uirgis alterius lateris, erunt 90: tene 30 in manu dextera, et 90 in sinistra, et diuide ea per maiorem cumitatem quam habent ad inuicem, scilicet per 30, exibit 1 in manu dextera et 3 in sinistra. Pone ergo 1 sub $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ et 3 sub $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$, ut in questione iacent: et multiplica 17 per suas uirgas, erunt 527 xxx^{e}; quas multiplica per 3 posita sub $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$, erunt 1581 nonagesime, quas pone super $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17: deinde multiplica 523 per suas uirgas, erunt similiter nonagesime 47149; quas multiplica per 1 positum sub $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$, erunt similiter 47149 nonagesime; quas pone super $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523, et adde ea cum 1581, erunt 48730, que diuide per numeros qui sunt sub uirgis unius lateris, et per numerum positum sub uirgis alterius, hoc est per 5, et per 6, et per 3, uel per 9, et per 10, et per 1; et sic cadet diuisio in 90: quia opportet ut summa predicta nonagesimarum reintegretur, exibunt pro quesita iunctione $\frac{4}{9}$ 541: hunc enim modum studeas tenere in omnibus similibus, cum sit precautior ceteris et melior.

Et si $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 de $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523 extrahere uolueris, extrahes quidem 1581 de 47149; residua uero que sunt 45568, diuides suprascripta ratione per $\frac{10}{319}$, exibunt $\frac{12}{39}$ 505 pro residuo quesite extractionis. Vel extrahes 17 de 523, remanebunt 506; et extrahes $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ de $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$, remanebunt $\frac{47}{90}$, ut prediximus.

Diuisio de $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523 *per* $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17.

Nam si $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523 per $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 diuidere uolueris, diuides 47149 per 1581: et si diuiseris 1581 per 47149, habebis diuisionem de $\frac{1}{6}\frac{2}{5}$ 17 in $\frac{1}{10}\frac{7}{9}$ 523, ut in precedentibus singulariter demonstrauimus.

Incipit pars quinta de additatione et extratione seu diuisione partium numerorum integrorum cum ruptis.

Si uolueris addere $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{5}$ 29 cum $\frac{5}{7}$ de $\frac{2}{9}$ 128, describes numeros ut hic ostenditur; et multiplica 29 per 5 et adde 2, erunt 147; que multiplica per 3, que sunt super 4, erunt 441; que multiplica per 7 et per 9, que sunt sub uirgula alterius numeri, erunt 27783, que pone super $\frac{2}{5}$ 29, quorum pensa est 8 per 11, que reperitur secundum quod multiplicauimus: deinde multiplica 128 per 9, et adde 2; que per 5, que sunt super 7, erunt 5770; que multiplica per 5, et per 4 que sunt sub uirgulis alterius primi numeri, erunt 115400, que pone super $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$; et est pensa ipsorum 10 per 11: adde ergo 27783 cum 115400, erunt 143183; que diuide per omnes ruptos, scilicet per $\frac{1\,5\,9\,9}{4\,5\,7\,9}$, exibunt $\frac{1\,2\,3\,8}{2\,7\,9\,10}$ 113 pro quesita | iunctione.

* Si uolueris.....pro quesita ı (fol. 31 recto, lin. 32-39; pag. 75, lin. 31-39).

(10)	(8)
115400	27783
$\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$	$\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$
addictio	
$\frac{1\,2\,3\,8}{2\,7\,9\,10}$113	
extractio	
$\frac{1\,2\,3\,8}{2\,7\,9\,10}$ 50	

fol. 31 verso.

Extratio de $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$ *de* $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$.

Et si $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$ extrahere uis de $\frac{2}{9}$ 128 $\frac{5}{7}$, extrahes 27783 de 115400, remanent 87617; que similiter diuide per $\frac{1\,5\,9\,9}{2\,7\,9\,10}$, exibunt $\frac{1\,2\,3\,8}{2\,7\,9\,10}$ 69 pro residuo quesite extractionis.

Diuisio de $\frac{2}{3}$ 128 $\frac{3}{7}$ *per* $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$.

Rvrsus si $\frac{2}{3}$ 128 $\frac{3}{7}$ per $\frac{2}{5}$ 29 $\frac{3}{4}$ diuidere uolueris, repertis prescriptis numeris, scilicet 27783 et 115400, studeas inuenire regulam de 27783, que est $\frac{4\ 3\ 3\ 3\ 0}{7\ 7\ 7\ 9\ 9}$; et diuide per ipsam 115400, exibunt $\frac{5\ 3\ 3\ 3\ 1}{7\ 7\ 7\ 9\ 9}$ 4 pro quesita diuisione.

Adhuc si $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ 29 per $\frac{3}{7}$ de $\frac{2}{3}$ 128 diuidere uolueris, diuides 27783 per regulam de 115400, exibunt $\frac{1\ 1\ 2\ 1\ 7\ 4}{2\ 10\ 10\ 5\ 7\ 7}$ pro quesita diuisione.

Si autem $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{7}$ $\frac{5}{9}$ 33 cum $\frac{13}{47}$ de $\frac{1}{11}$ $\frac{5}{6}$ 244 addere uolueris, describes numeros, ut hic ostenditur; et multiplica 33 per 9, et adde 5 que sunt super 9; que per 7, et adde 2, erunt L.°xiii° 2116. Item multiplica 3, que sunt super 4 per 5, et 1, quod est super 5, per 4, et adde insimul erunt xx° 19; quas multiplica per Lx^us^iii^us^ 2116 inuentas, erunt ii.°cc.°Lx° 40204, quarum pensa per 13, ut multiplicauimus, accepta est 8; quem numerum, scilicet 40204, cum debeas ipsum multiplicare per omnes ruptos, qui sunt sub uirgulis alterius lateris, scilicet per 7 et per 4, que sunt sub prima uirgula illius lateris, et per 6 et per 11, relinques primum quod non multiplicabis per 7, nec per 4 propter 7 et 4, que sunt sub uirgulis primi lateris. Et relinques iterum quod non multiplicabis per 3, que sunt in regula de dictis 6 propter 3, que sunt in regula de 9, que 9 sunt sub ultima uirgula primi lateris. Ergo multiplicabis 40204 per 2, que remanent de uirgula dictorum 6 et per 11, hoc est in una multiplicatione per 22, erunt xx°vii°.dcc°.xx° 884488; quas pone super $\frac{23}{79}$ 33 $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$, et desuper pone pensam ipsarum que est 7. Deinde multiplica 244 per 6, que sunt sub uirgula, et adde 5 que sunt super 6, erunt sexte 1469; quas multiplica per 11, et super adde multiplicationem de 1, quod est super 11 in 6, erunt Lxx°i° 16165; quarum pensa similiter per 13 est 6. Item multiplica 3, que sunt super 7, per 4, et adde 1, quod est super ipsa 4, erunt xx°.viii° 13; quas multiplica Lx.^us^ vi.^us^ 16165, erunt ii.° dccc.° xL.°viii.°210145. Quas cum debeas multiplicare per omnes numeros, qui sunt sub uirgulis primi lateris, relinques suprascriptis dispositis quod non multiplicabis ex eis, nisi tantum per 3, que remanent de regula de 9, et per 5, hoc est in una multiplicatione per 15, erunt similiter .xx.° vii.° dcc.° xx.° 3152175, sicuti fuerunt ille alterius lateris. Quas pones iterum super $\frac{1}{11}$ $\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$, et desuper pone earum pensam que est 0: deinde adde 884488 cum 3152175, erunt 4036663, que diuides per omnes ruptos unius cuiuslibet lateris, et per ruptos qui accipiuntur in multiplicatione ex altero latere. Vt pote per 4, et per 5, et per 9, et per 7, que sunt in primo latere, et per 2, que sunt in regula de 6, et per 11 alterius lateris, que accipiuntur in multiplicatione primi numeri, uel per 7, et per 4, et per 6, et per 11, que sunt in secundo latere, et per 3, que sunt in regula de 9, et per 5, que sunt in altero latere, exibunt $\frac{3\ 3\ 4\ 2\ 6}{4\ 7\ 9\ 10\ 11}$ 145 pro quesita iunctione.

Extratio de $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{23}{72}$ 33 *de* $\frac{1}{11}$ $\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$.

Nam si de $\frac{13}{47}$ de $\frac{1}{11}$ $\frac{5}{6}$ 244 uolueris extrahere $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ de $\frac{23}{72}$ 33, uel aliquem ipsorum per reliquum diuidere, reperies suprascripto modo et ordine prescripta 884488 et 3152175; et ex ipsis operabis secundum quod superius in hoc capitulo in extractione et diuisione docuimus.

Item si uolueris addere $\frac{2\ 33}{7\ 33}$ de $\frac{4}{13}$ $\frac{3}{11}$ $\frac{3}{5}$ 42 cum $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{2}{7}$ de $\frac{2\ 3\ 3}{3\ 3\ 11}$ 331, describe numeros ut hic ostenditur. Et incipias multiplicare 42 per suas uirgulas, que sunt ei retro, erunt 30644. Et accipe $\frac{2\ 33}{7\ 33}$, et multiplicas 5, que sunt super 9 per 8, et adde 3; que per 7, et adde 2, erunt 303; que multiplica cum 30644, erunt 9285132; que cum debeas multi-

« Rursus .... diuisione » (fol. 31 verso, lin. 4-8; pag. 76, lin. 2-6).

diuisio maioris per minorem

$\frac{5\ 3\ 3\ 3\ 1}{9\ 7\ 7\ 9\ 9}$ 4

diuisio minoris per maiorem

$\frac{1\ 1\ 9\ 1\ 2\ 0}{2\ 10\ 13\ 5\ 7\ 7}$

« 33 per 9 .... 16165 » (fol. 31 verso, lin. 10-18, pag. 76, lin. 8-23).

(0) (7)

3152175 884488

$\frac{1}{11}$ $\frac{5}{6}$ 244 $\frac{13}{47}$ $\frac{23}{72}$ 33 $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$

pensa est per 13 (7)

$\frac{3\ 3\ 4\ 2\ 6}{4\ 7\ 9\ 10\ 11}$ 145

« sunt in regula .... sotto le linee » (fol. 31 verso, lin. 26; pag. 76, lin. 31).

331

42

plicare per omnes numeros, qui sunt sub omnibus uirgulis alterius lateris, scilicet per 7, et per 8, et per 9, que sunt sub tribus uirgulis illius lateris, et per 11, et per 5, et per 3, que sunt sub una uirgula, relinques quod non repetes ea, multiplicando que iterum sunt in hoc primo latere: ergo, relictis illis, restat quod non multiplicabis 9285132 ex prescriptis, nisi tantum per 3; que multiplicatio ascendit in 27855396, quem numerum pone super primum latus : deinde ut inuenias nnmerum alterius lateris, multiplicabis 331 per suam uirgulam, que est ei retro, erunt 54662. Et reperies numerum reliquarum suarum | trium uirgularum, scilicet de $\frac{4}{9}\frac{4}{8}\frac{2}{5}$, fiunt 479; per quem multiplica 54462, erunt 26183098: que cum debeas multiplicare per omnes numeros qui sunt sub omnibus uirgulis primi lateris, scilicet per 13, et per 11, et per 5, que sunt sub tribus nirgulis illius primi lateris, et per 7, et per 8, et per 9, que sunt sub alia uirgula, relinques quod non multiplicabis ex prescriptis , nisi tantum per 13 propter comitatem , quam habent rupti utriusque lateris ad inuicem. Multiplicatio itaque de 26183098 in 13 ascendit in 340380274, que ponas super secundum latus. Et adde ipsa cum uumero posito super primum latus, scilicet cum 27855396, erunt 368235670, que diuide per omnes numcros qui sunt sub nirgulis primi lateris, et per 3 que sunt sub una uirgularum secundi lateris, hoc est sicuti multiplicauimus cum habuimus numerum primi lateris. Vel diuides ea per omnes ruptos qui sunt sub uirgulis secundi lateris, et per 13 que sunt sub una uirgularum primi lateris, hoc est secundum quod multiplicauimus cum babuimus numerum secundi lateris : ergo diuides ipsa per $\frac{4\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 3}{3\ 5\ 7\ 8\ 9\ 11\ 13}$, exibunt post huius uirgule aptationem $\frac{1\ 3\ 3\ 3\ 0\ 3}{2\ 3\ 4\ 9\ 11\ 13}$ 340 pro quesita iunctione, quorum pensa per 17 est 3.

Alia extratio.

Et si $\frac{4}{13}\frac{2}{11}\frac{3}{5}$ 42 $\frac{2\ 3\ 5}{7\ 8\ 9}$ extrahere uolueris de $\frac{2\ 0\ 3}{3\ 5\ 11}$ 331 $\frac{1}{5}\frac{1}{8}\frac{5}{7}$, reperics suprascripto ordine prescripta 27855396 et 340380274, extrahes minorem ipsorum de maiori, remanebunt 312524878; que diuides similiter suprascripte iunctionis ratione per $\frac{1\ 5\ 0\ 3\ 0\ 5\ 5}{2\ 6\ 4\ 9\ 15\ 11\ 13}$, exibunt $\frac{0\ 3\ 4\ 0\ 2\ 4\ 4}{2\ 6\ 4\ 9\ 10\ 11\ 13}$ 289 pro residuo quesite extractionis.

Nam si per regulam 27855396 diuiseris 340380274, habebis dinisionem maioris positi numeri per minorem: contrarium itaque reddit contrarium. Si uis addere $\frac{32}{59}$ cum $\frac{2}{6}$, fac eadem uirgula terminare in circulo ab alia parte; et habebis quesitum, scilicet $\frac{27}{59}$; que rediges ad partes unius numeri per doctrinam supradictam, erunt $\frac{16}{45}$, hoc est $\frac{13}{59}$. Et si $\frac{27}{59}$ de $\frac{2}{9}$ extrahere uis; si de $\frac{22}{59}$, hoc est de $\frac{2}{9}$, extraxeris $\frac{22}{59}$, nimirum $\frac{22}{59}$ remanebunt, hoc est $\frac{4}{45}$: uel accipe $\frac{2}{9}$ de 45, erunt 10; de quibus extrahe $\frac{3}{5}$ ipsorum, remanebunt 4; quibus diuisis per 45, habentur similiter $\frac{4}{45}$ pro residuo dicte extractionis. Similiter si $\frac{30}{46}$ uis extrahere de $\frac{4}{6}$, extrahe $\frac{22}{46}$ de $\frac{40}{49}$, scilicet de $\frac{4}{6}$, remanet $\frac{13}{45}$. Nam de quacumque re extrahuntur $\frac{3}{4}$ eiusdem rei remanere necesse est. Et si ex aliqua re extrahuntur $\frac{2}{5}$, ex eadem remanent $\frac{3}{5}$. Vnde si $\frac{36}{57}$ extraxeris, remanebunt $\frac{24}{57}$: et sic intelligas de omnibus similibus. Similiter si $\frac{42}{97}$ uis de $\frac{5}{4}$ extrahere, remanebunt $\frac{35}{97}$, scilicet $\frac{25}{88}$; quia de quacumque re extrahuntur $\frac{3}{5}$, ex eadem re $\frac{2}{9}$ remanere necesse est; cum $\frac{4}{9}$ et $\frac{3}{5}$ faciunt unum integrum.

Incipit pars sexta septimi capituli de disgregatione partium in singulis partibus.

In prima et in secunda parte huius capituli diuersorum numerorum partes in partes unius numeri aggregare docuimus. In hac uero plures partes unius numeri in singulas partes disgregare docemus, ut intelligibilius rupti cuiuslibet uirgule, que pars uel partes

fol. 22 recto.

sint unius integri cognoscere ualeas. Diuiditur enim hoc opus in septem distinctiones. Quarum prima est quando maior numerus, qui est sub uirgula, diuiditur per minorem, scilicet per ipsum, qui est sub uirgula. Cuius differentie regula est, ut diuidas maiorem per minorem; et habebis partem que minor est de maiori. Verbi gratia: uolumus scire de $\frac{3}{12}$ que pars sint unius integri: diuisis quidem 12 per 3, reddunt 4, pro quibus dicas $\frac{1}{4}$; et talis pars est $\frac{3}{12}$ ex uno integro. Eademque ratione $\frac{1}{20}$ sunt $\frac{1}{5}$ unius integri, $\frac{5}{100}$ sunt $\frac{1}{20}$; quia 100 diuisis per 5 reddunt 20, quod idem intelligas de similibus.

Diuiditur quidem hec differentia in tres partes, quarum prima est simplex, secunda composita, tertia reuoluta composita nominatur. Simplex est illa, de qua modo feci mentionem. Composita est quando simplex refertur ad partes alterius numeri, ut $\frac{2\,0}{3\,9}$: referuntur enim $\frac{2}{3}$ que sunt de prima differentia simplice ad partes de 9: quare pro $\frac{2\,0}{4\,6}$ habetur $\frac{1\,0}{2\,6}$, scilicet $\frac{1}{12}$, et pro $\frac{2\,0}{6\,9}$ habetur $\frac{1\,0}{3\,9}$, et pro $\frac{2\,0}{6\,10}$ habetur $\frac{1\,0}{3\,10}$; cum simpliciter $\frac{2}{6}$ sint $\frac{1}{3}$ composite cum $\frac{1}{10}$, erunt $\frac{1\,0}{3\,10}$, quod idem intelligas de similibus: prima reuoluta composita sunt $\frac{2\,0}{5\,6}$, cum sint ea ad $\frac{2\,0}{6\,5}$, que sunt $\frac{1\,0}{3\,5}$: similiter intelligas de $\frac{4\,0}{7\,8}$, que reuoluuntur in $\frac{4\,0}{8\,7}$, scilicet in $\frac{1\,0}{2\,7}$; et pro $\frac{3\,0}{9\,10}$ habentur $\frac{3\,0}{10\,9}$, scilicet $\frac{1\,0}{3\,9}$.

De secunda differentia. |

fol. 32 verso. Secunda differentia est quando maior numerus non diuiditur per minorem; sed de minori possunt fieri tales partes quod per quamlibet ipsarum maior diuiditur: cuius differentie regula est ut de minori facias partes, per quas maior diuidi possit; et diuidatur maior per unamquamque ipsarum partium, et habebis singulares partes, que minor fuerit ex maiore. Verbi gratia: uolumus disgregare $\frac{5}{6}$ in singulas partes unius integri: quia 6 non diuiduntur per 5, negatur $\frac{5}{6}$ ex prima esse differentia: sed quia 5 diuiduntur in duas partes, scilicet in 3 et in 2, per quamlibet quarum maior, scilicet 6, diuiditur, affirmatur esse $\frac{5}{6}$ de secunda esse differentia. Vnde diuisis 6 per 3 et per 2, reddunt 2 et 3; pro quibus 2 accipitur $\frac{1}{2}$, et pro 3 accipe $\frac{1}{3}$: ergo $\frac{5}{6}$ sunt $\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$ unius integri: uel aliter, disgregatis $\frac{5}{6}$ in $\frac{3}{6}$ et $\frac{2}{6}$, erit una queque illarum duarum uirgularum. De prima differentia, scilicet $\frac{3}{6}$, sunt $\frac{1}{2}$. Et $\frac{2}{6}$ sunt $\frac{1}{3}$ unius $\frac{5}{6}$ sunt $\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$, ut prediximus. Similiter si $\frac{7}{8}$ resolueris in $\frac{4}{8}$, et in $\frac{2}{8}$, et in $\frac{1}{8}$, habebis $\frac{1}{2}$ pro $\frac{4}{8}$ et $\frac{1}{4}$ pro $\frac{2}{8}$ et $\frac{1}{8}$ pro $\frac{1}{8}$, hoc est per $\frac{7}{8}$, habebis $\frac{1}{8}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{2}$: habet enim hec secunda differentia similiter partem compositam et partem reuolutam compositam: de parte quidem composita sunt $\frac{3\,0}{4\,10}$; quia $\frac{3}{4}$ pro secunda differentia sunt $\frac{1}{4}\,\frac{1}{2}$: quare per $\frac{3\,0}{4\,10}$ habentur composite $\frac{1\,0}{2\,10}$ et $\frac{1\,0}{4\,10}$, hoc est $\frac{1}{20}$ et $\frac{1}{40}$: similiter pro $\frac{5\,0}{6\,9}$ habentur $\frac{1\,0}{2\,9}$ et $\frac{1\,0}{3\,9}$; cum $\frac{5}{6}$ sint $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$: sed pro $\frac{5\,0}{8\,10}$, cum sint de prima differentia reuoluta, non resolues in $\frac{1\,0}{2\,10}$ et $\frac{1\,0}{8\,10}$, cum per primam differentiam reuoluantur in $\frac{5\,0}{10\,8}$, que sunt $\frac{1\,0}{2\,8}$: et hoc contingit propter comitatem quam habent 5, que sunt super 8; cum 10 de parte quidem reuoluta composita huius differentie sunt $\frac{3\,0}{5\,10}$, que reuoluuntur in $\frac{3\,0}{10\,5}$, que sunt $\frac{1\,0}{5\,5}$ et $\frac{1\,0}{10\,5}$, hoc est $\frac{1}{25}$ et $\frac{1}{50}$; quia $\frac{3}{10}$ simpliciter rediguntur in $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{10}$: quare $\frac{3\,0}{10\,5}$ composite resoluentur in $\frac{1\,0}{5\,5}$ et in $\frac{1\,0}{5\,10}$: similiter pro $\frac{5\,0}{7\,8}$ habentur $\frac{5\,0}{8\,7}$, scilicet $\frac{1\,0}{2\,7}$ et $\frac{1\,0}{8\,7}$; et sic intelligas in similibus. Sed quia partes prime et secunde differentie pre ceteris in negotiationibus necessarias esse cognoscimus, in quibusdam tabulis disgregationes partium quorumdam numerorum ostendere presentialiter procuramus, quas cordetenus addiscere studeas, ut que in hac parte dicere uolumus, melius intelligas.

TABULA DISGREGATIONIS.

PARTES DE 6

1	de 6 est		$\frac{1}{6}$
2	$\frac{1}{3}$		
3	$\frac{1}{2}$		
4	$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
5	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$

PARTES DE 8

1	de 8 est		$\frac{1}{8}$
2	$\frac{1}{4}$		
3	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{4}$
4	$\frac{1}{2}$		
5	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{2}$
6	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$
7	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 12

1	de 12 est		$\frac{1}{12}$
2			$\frac{1}{6}$
3			$\frac{1}{4}$
4			$\frac{1}{3}$
5	$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{4}$
6			$\frac{1}{2}$
7	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$
8	$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
9	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$
10	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$
11	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 20

1	de 20 est		$\frac{1}{20}$
2			$\frac{1}{10}$
3		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$
4			$\frac{1}{5}$
5			$\frac{1}{4}$
6		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
7		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$
8			$\frac{2}{5}$
9		$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
10			$\frac{1}{2}$
11		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{2}$
12		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$
13	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$
14		$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
15		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
16	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
17	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
18	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
19	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 24

1	de 24 est		$\frac{1}{24}$
2			$\frac{1}{12}$
3			$\frac{1}{8}$
4			$\frac{1}{6}$
5		$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$
6			$\frac{1}{4}$
7		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$
8			$\frac{1}{3}$
9		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
10		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$
11		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$
12			$\frac{1}{2}$
13	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$
14		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
15		$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
16		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
17	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$
18		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
19	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
20		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
21	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
22	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
23	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 60

1	de 60 est		$\frac{1}{60}$
2			$\frac{1}{30}$
3			$\frac{1}{20}$
4			$\frac{1}{15}$
5			$\frac{1}{12}$
6			$\frac{1}{10}$
7		$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{10}$
8		$\frac{1}{10}$ et	$\frac{1}{30}$
9		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$
10			$\frac{1}{6}$
11		$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{6}$
12			$\frac{1}{5}$
13		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{6}$
14		$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{6}$
15			$\frac{1}{4}$
16		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$
17		$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{4}$
18		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$
19		$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{4}$
20			$\frac{1}{3}$
21		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$
22		$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{3}$
23		$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{3}$
24		$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{3}$
25		$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
26		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$
27		$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
28	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$
29	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{3}$
30			$\frac{1}{2}$
31		$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{2}$
35		$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$
40		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$
55		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

PARTES DE 100

1	de 100 est				$\frac{1}{100}$
2					$\frac{1}{50}$
3			$\frac{1}{100}$		$\frac{1}{50}$
4					$\frac{1}{25}$
5					$\frac{1}{20}$
6			$\frac{1}{50}$		$\frac{1}{25}$
7			$\frac{1}{50}$		$\frac{1}{20}$
8					$\frac{2}{25}$
9			$\frac{1}{25}$		$\frac{1}{20}$
10					$\frac{1}{10}$
15			$\frac{1}{20}$		$\frac{1}{10}$
20					$\frac{1}{5}$
25					$\frac{1}{4}$
30			$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{5}$
35			$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{4}$
40					$\frac{2}{5}$
45			$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{4}$
50					$\frac{1}{2}$
60					$\frac{3}{5}$
70			$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{2}$
75					$\frac{3}{4}$
80					$\frac{4}{5}$
85			$\frac{1}{10}$		$\frac{3}{4}$
95			$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
96		$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
97		$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
98	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
99		$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Tertia differentia disgregationum.

Tertia quidem differentia est, cum uno plus maiori numero diuiditur per minorem; cuius differentie regula est, ut numerum qui fuerit plus maiori diuidas per minorem 5, quot ex diuisione exierit, talis pars unius integri erit minor de maiori, et insuper eadem pars partis, que 1 est de minori numero. Verbi gratia: uolumus facere singulares partes de $\frac{2}{11}$, que sunt ex hac differentia cum uno plus de 11, scilicet 12 diuidantur per 2, que sunt super uirgulam; ex qua diuisione cum eueniant 6, reddunt $\frac{1}{6}$, et insuper sextam partem de 11, scilicet $\frac{1\ 0}{6\ 11}$ pro singularibus partibus de $\frac{2}{11}$: eademque ratione pro $\frac{3}{11}$ habebis quartam et $\frac{1\ 0}{4\ 11}$, hoc est $\frac{1}{44}\frac{1}{4}$. Et pro $\frac{4}{11}$ habebis tertiam et $\frac{1\ 0}{3\ 11}$, hoc est $\frac{1}{33}\frac{1}{3}$; et pro $\frac{6}{11}$ habebis dimidium et $\frac{1\ 0}{2\ 11}$, hoc est $\frac{1}{22}\frac{1}{2}$; et pro $\frac{5}{19}$ habebis $\frac{1\ 10}{4\ 4\ 19}$, hoc est $\frac{1}{76}\frac{1}{4}$; cum 5 que sunt super 19 sint $\frac{1}{4}$ de 20, que sunt 1 plus 19: componitur etiam et bis tertia differentia, ut $\frac{20}{57}$, que sunt $\frac{10}{57}$ et $\frac{10}{57}$; cum $\frac{3}{3}$ sint $\frac{1}{3}\frac{1}{2}$: similiter $\frac{10}{73}$ sunt $\frac{10}{39}$ et $\frac{10}{143}$; quia $\frac{4}{7}$ sunt $\frac{1}{14}\frac{1}{2}$, et reuoluitur etiam hec eadem differentia, ut $\frac{3\ 0}{7\ 11}$ uel $\frac{30}{77}$: uam $\frac{3\ 0}{7\ 11}$ sunt $\frac{3\ 0}{11\ 7}$, que $\frac{3}{11}$ per tertiam differentiam sunt $\frac{1}{44}\frac{1}{4}$: quare $\frac{3\ 0}{11\ 7}$ sunt $\frac{1}{28}$ et $\frac{1\ 0}{44\ 7}$: similiter $\frac{20}{78}$ reuoluuntur in $\frac{20}{3\ 7\ 4}$, que sunt ex duabus differentiis compositis, scilicet ex secunda et ex tertia. Secundum quidem secundam differentiam compositam $\frac{20}{57}$ sunt $\frac{1\ 1\ 0}{3\ 4\ 7}$, scilicet $\frac{10}{47}$ et $\frac{10}{67}$, secundum quoque tertiam differentiam compositam $\frac{20}{57}$ sunt $\frac{1\ 1\ 0}{2\ 42\ 7}$; cum pro $\frac{3}{3}$ habeantur $\frac{1}{34}\frac{1}{3}$; et hoc idem intelligas de similibus.

De eadem differentia.

Svnt enim ex hac eadem differentia quando de minori numero, qui est super uirgulam, possunt fieri due partes, per quamlibet quarum uno plus maiori integraliter diuiditur, ut $\frac{8}{11}$ et $\frac{6\ 2}{11\ 11}$: nam de $\frac{8}{11}$ possunt fieri due partes, scilicet $\frac{6}{11}$ et $\frac{2}{11}$: unde pro $\frac{6}{11}$ habemus, secundum hanc rationem, duas singulares partes, scilicet $\frac{1}{22}\frac{1}{2}$; et pro $\frac{2}{11}$ habemus $\frac{1}{66}\frac{1}{6}$: ergo pro $\frac{8}{11}$ habemus $\frac{1}{66}\frac{1}{22}\frac{1}{6}\frac{1}{2}$: similiter pro $\frac{7}{11}$, quare soluuntur in $\frac{4}{11}$ et in $\frac{3}{11}$, habemus $\frac{1}{44}\frac{1}{33}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$; et pro $\frac{10}{11}$ habemus $\frac{1}{33}\frac{1}{22}\frac{1}{3}\frac{1}{2}$; cum 10 que sunt super 11 sint $\frac{1}{3}\frac{1}{2}$ de 12; que 12 sunt uno plus quam 11, que sunt sub uirgula.

De quarta differentia disgregationis.

Qvarta differentia est quando maior est sine regula, et uno plus maiori diuiditur per 1 minus minori, ut $\frac{5}{11}$ et $\frac{7}{11}$: huius differentie regula est ut extrahas 1 de minori, ex qua facies unam singularem partem unius integri, uidelicet talem qualis fuerit numerus, qui est sub uirgula; et tunc remanebunt tibi partes tertie differentie: ut si de $\frac{5}{11}$ extraxeris $\frac{1}{11}$, remanebunt $\frac{4}{11}$; pro quibus $\frac{4}{11}$ habebis singulares partes per tertiam differentiam, | $\frac{1}{33}\frac{1}{3}$; cum quibus addita $\frac{1}{11}$ suprascripta, reddunt $\frac{1}{33}\frac{1}{11}\frac{1}{3}$: eademque ratione pro $\frac{7}{11}$ habebis $\frac{1}{22}\frac{1}{11}\frac{1}{2}$, et pro $\frac{3}{7}$ habebis $\frac{1}{28}\frac{1}{7}\frac{1}{4}$, et pro $\frac{3}{19}$ habebis $\frac{1}{78}\frac{1}{19}\frac{1}{6}$, et pro $\frac{7}{29}$ habebis $\frac{1}{5}\frac{1}{30}\frac{1}{5}$, hoc est $\frac{1}{145}\frac{1}{29}\frac{1}{5}$.

fol. 33 verso.

De quinta differentia.

Qvinta differentia est cum maior numerus fuerit par duo plus maiori diuiduntur per 2 minus maiori: huius differentie regula est, ut de minori numero extrahas 2, que 2 erunt ex prima differentia; residuum uero erit de tertia ut $\frac{11}{26}$: ex quibus si extraxeris $\frac{2}{26}$, que sunt $\frac{1}{13}$ secundum regulam prime differentie, remanent $\frac{9}{26}$, que sunt $\frac{1\ 0}{3\ 26}\frac{1}{3}$, hoc est $\frac{1}{78}\frac{1}{3}$; cum quibus adde $\frac{1}{13}$, erunt $\frac{1}{78}\frac{1}{13}\frac{1}{3}$ pro singularibus partibus de $\frac{11}{26}$: eademque ratione pro $\frac{11}{32}$ habebis $\frac{10}{108}\frac{1}{34}\frac{1}{3}$.

De sexta differentia.

Sexta differentia est quando maior numerus diuiditur integraliter per 3, et uno plus maiori diuiditur per 2 minus minori, ut $\frac{17}{27}$: cuius regula est, ut ex ipsis partibus extrahes tres partes, hoc est quod de minori extrahes 3; que tres partes erunt de prima differentia, reliqua uero erunt de tertia: ut si de $\frac{17}{27}$ extraxeris $\frac{3}{27}$, que sunt $\frac{1}{9}$ secundum primam differentiam rei, et $\frac{14}{27}$ que per tertiam differentiam sunt $\frac{1}{54}\frac{1}{2}$; cum quibus addita $\frac{1}{9}$ suprascripta, erunt $\frac{1}{54}\frac{1}{9}\frac{1}{2}$ pro partibus de $\frac{17}{27}$. Eademque ratione pro $\frac{20}{33}$ habebis $\frac{1}{66}\frac{1}{11}\frac{1}{2}$.

De septima differentia.

Septima differentia est quando nulla suprascriptarum differentiarum contingit, cuius regula est multum utilis: per hanc enim quarundam suprascriptarum differentiarum partes melius quam per ipsarum regulas quandoque inueniuntur, uidelicet partes secunde, et quarte, et quinte, et sexte differentie. Vnde partes ipsarum quattuor differentiarum per hanc septimam regulam semper sunt repetende, ut possis pulchriores partes uel per ipsorum regulas, uel per hanc subtilius reperire: est huius differentie regula, ut diuidas maiorem numerum per minorem; et cum ipsa diuisio integra non fuerit, considera inter quos duos numeros illa diuisio eeciderit: si inter 3 et 4 eeciderit, scies quia minor numerus de maiori est minus quam $\frac{1}{3}$, et plus quam $\frac{1}{4}$ ipsius: et si inter 4 et 5 eeciderit, erit minus $\frac{1}{4}$ et plus quam $\frac{1}{5}$; et sic intelligas de omnibus duobus numeris, inter quos illa diuisio eeciderit: deinde accipe maiorem partem, que minor numerus fuerit de maiori; et residuum quod inde remanebit serua: quod si fuerit ex aliqua suprascriptarum differentiarum, operare per eam; et si illud residuum non fuerit ex aliqua suprascriptarum differentiarum, tunc ex ipso residuo accipies maiorem partem; et hoc facies, donec remanebunt partes alicuius suprascriptarum differentiarum, uel donec habueris omnes singulares partes, que minor fuerit de maiori. Verbi gratia: uolumus singulares partes de $\frac{4}{13}$ facere: diuisio quidem de 13 in 4 cadit inter 3 et 4; quare $\frac{4}{13}$ unius integri sunt minus de $\frac{1}{3}$ unius integri, et plus quam $\frac{1}{4}$: quare cognoscimus quod $\frac{1}{4}$ est maior singularis pars, que de $\frac{4}{13}$ accipi potest. Nam $\frac{13}{13}$ faciunt unum integrum; quare quarta pars eorum, scilicet $\frac{1\ 3}{4\ 13}$, est $\frac{1}{4}$ unius integri: quare extrahe $\frac{1\ 3}{4\ 13}$ de $\frac{4}{13}$, remanebunt $\frac{3\ 0}{4\ 13}$, que per secundam differentiam sunt $\frac{1\ 1\ 0}{4\ 2\ 13}$, hoc est $\frac{1}{52}\frac{1}{26}$: uel quia $\frac{3\ 0}{4\ 13}$ sunt $\frac{3}{52}$, que per secunde differentie regulam sunt similiter $\frac{1}{52}\frac{1}{26}$; ergo pro $\frac{4}{13}$ habemus tres singulares partes, scilicet $\frac{1}{52}\frac{1}{26}\frac{1}{4}$. Aliter partes de $\frac{3}{52}$ per hanc septimam regulam potes reperire. Videlicet ut diuidas per 3, exeunt 17 et plus: quare $\frac{1}{18}$ est maior pars, que in $\frac{3}{52}$ sit. Vnde diuisis 52 per 18, exeunt $\frac{8}{9}2$; quibus extractis de 3, remanet $\frac{1\ 0}{9\ 52}$, scilicet $\frac{1}{468}$: ergo pro $\frac{3}{52}$ habemus $\frac{1}{468}\frac{1}{18}$; quare pro $\frac{4}{13}$ habemus $\frac{1}{468}\frac{1}{18}\frac{1}{4}$.

Item sic facies singulares partes de $\frac{9}{61}$: diuide 61 per 9, exibunt 6 et amplius; quare habebis $\frac{1}{7}$ pro maiori singulari parte de $\frac{9}{61}$: diuides itaque 61 per 7, exibunt $\frac{5}{7}8$, que sunt sexagesime prime; quas extrahe de $\frac{9}{61}$, remanebunt $\frac{2\ 0}{7\ 61}$, hoc est $\frac{2}{427}$, que $\frac{2}{427}$ sunt $\frac{1}{214}$ et $\frac{1\ 0}{214\ 427}$ secundum tertiam differentiam: ergo $\frac{9}{61}$ sunt $\frac{1\ 0}{214\ 427}\frac{1}{214}\frac{1}{7}$ unius integri, ut pro $\frac{2\ 0}{7\ 61}$ habentur per tertiam compositam differentiam $\frac{1\ 0}{4\ 61}$ et $\frac{1\ 0}{28\ 61}$: quare pro $\frac{9}{61}$ habentur $\frac{1}{1708}\frac{1}{244}\frac{1}{7}$.

Item hunc eundem modum de $\frac{17}{29}$ uolumus demonstrare. Diuisis quidem 29 per 17, exiit 1, et amplius; quare cognoscimus $\frac{17}{29}$ magis esse medietate unius integri: et notandum est quia tres tertie, uel quattuor quarte, uel $\frac{5}{5}$, uel $\frac{6}{6}$ faciunt unum integrum: si-

militer $\frac{29}{29}$ faciunt unum integrum; ex quibus si acceperimus medietatem, scilicet $\frac{1\ 14}{2\ 29}$, et extraxerimus eas de $\frac{17}{29}$, remanebunt $\frac{1\ 2}{2\ 29}$, hoc est $\frac{5}{58}$: quare $\frac{17}{29}$ sunt $\frac{5}{58}\frac{1}{2}$, de quibus $\frac{5}{58}$ | fol. 31 *recto*. oportet facere singulares partes, scilicet per hanc eandem differentiam: quare diuide 58 per 5, exibunt 11 et amplius. Vnde cognoscitur quod $\frac{1}{12}$ est maior singularis pars, que sit in $\frac{5}{58}$: unde accipiatur $\frac{1}{12}$ de $\frac{58}{58}$, scilicet de integro, erunt $\frac{5\ 4}{6\ 58}$, a quibus usque in $\frac{5}{58}$ deest $\frac{1\ 0}{6\ 58}$, hoc est $\frac{1}{348}$; et sic habebis pro $\frac{17}{29}$ tres singulares partes, scilicet $\frac{1}{348}\frac{1}{12}\frac{1}{2}$.

Regula uniuersalis in disgregatione partium numerorum.

Est enim in similibus quedam alia uniuersalis regula, scilicet ut inuenias numerum, qui habeat in se multas regulas, ut 12, uel 24, uel 36, uel 48, uel 60, uel quemlibet alium numerum, qui sit maior medietati numeri existenti sub uirgula, uel minor duplo ipsius: ut pro prescriptis $\frac{17}{29}$ accipiamus 24, que sunt plus medietate de 29; et multiplica igitur 17, que sunt super uirgulam per 24, erunt 408; que diuide per 29 et per 24, exibunt $\frac{2\ 14}{29\ 24}$: deinde uide de 14, que partes sunt de 24: sunt enim $\frac{1\ 1}{4\ 3}$ uel $\frac{1\ 1}{12\ 2}$, quas serua pro partibus de $\frac{17}{29}$; et uide iterum de 2 que sunt super 29, que partes sint de 24: sunt enim $\frac{1}{12}$ ipsorum, pro quo habebis $\frac{1\ 0}{12\ 29}$ in eisdem partibus de $\frac{17}{29}$; quia $\frac{2}{29}$ de $\frac{1}{24}$ equantur $\frac{2}{24}$ de $\frac{1}{29}$, que sunt $\frac{1\ 0}{12\ 29}$, scilicet $\frac{1}{348}$: ergo pro $\frac{17}{29}$ habebis $\frac{1}{348}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{348}\frac{1}{12}\frac{1}{2}$, ut superius inuenimus.

Item si multiplicaueris 17, que sunt super 29 per 36, sicuti multiplicasti ea per 24, et diuiseris similiter per 29 et per 36, exibunt $\frac{3\ 21}{29\ 36}$, que 21 sunt $\frac{1\ 1}{4\ 3}$; uel $\frac{1}{12}\frac{1}{2}$ de 36 et 3, que sunt super 29, sunt $\frac{1}{12}$ de 36: et cum ipsa 3 sint super 29, erunt $\frac{1\ 0}{12\ 29}$, hoc est $\frac{1}{348}$; et sic habebis iterum pro partibus singularibus de $\frac{17}{29}$ $\frac{1}{348}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{348}\frac{1}{12}\frac{1}{2}$. Et si uis scire quare multiplicauimus per 24 illa 17, que sunt super 29, et diuisimus summam per 29, scias nos de $\frac{17}{29}$ fecisse $\frac{14}{24}$; quia 24 est numerus ex multis numeris compositus, unde partes eius cadunt ex prima et secunda differentia. Sunt enim $\frac{17}{29}$ ut predicta inuenta sunt $\frac{2\ 14}{29\ 24}$; ex quibus $\frac{14}{24}$, que sunt in capite uirge habentur per secundam differentiam $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, uel $\frac{1}{12}\frac{1}{2}$; et per $\frac{2\ 0}{29\ 24}$, que remanent, habentur per primam differentiam reuolutam $\frac{2\ 0}{24\ 29}$, hoc est $\frac{1\ 0}{12\ 29}$. Similiter cum multiplicasti 17 per 36, et diuisisti per 29, tunc de $\frac{17}{29}$ fecisti trigesimas sextas. Sunt enim $\frac{29}{29}$ equales de $\frac{36}{36}$: quare quam portionem habent 29 ad 36, eamdem proportionem habebunt 17 ad quartum numerum: quare multiplicauimus tertium numerum, scilicet 17 per secundum, scilicet per 36, et diuisimus summam per primum; quia cum .iiii^{or}. numeri sunt proportionales, est multiplicatio secundi in tertium equa multiplicationi primi in quartum, ut ab Euclide demonstratum est.

Item si $\frac{19}{53}$ in singulas partes disgregare uis, quamuis sint ex quarta differentia cum uno plus de $\frac{}{53}$, diuidatur pro uno minus de 19: unde pro $\frac{19}{53}$ habebis $\frac{1\ 1}{159\ 53}\frac{1}{3}$: inde qualiter per septimam regulam fieri debeat, ostendamus: diuisio enim de 53 in 19 cadit inter 2 et 3: quare habemus $\frac{1}{3}$ pro maiori singulari parte, que de $\frac{19}{53}$ accipi potest; et extrahe tertium de 53, scilicet $\frac{2}{3}$ 17 de 19, remanebunt $\frac{1}{3}$ 1, hoc est $\frac{1\ 1}{3\ 53}$: ergo singulares partes de $\frac{19}{53}$ sunt $\frac{1}{159}\frac{1}{53}\frac{1}{3}$, ut per regulam quarte differentie inuenimus.

Per hanc enim regulam non possunt ita leuiter facere singulares partes de $\frac{20}{53}$. Vnde inuenies eas per aliam regulam, uidelicet multiplicando 20 per aliquem numerum, qui multas habeat regulas, ut prediximus: multiplicatis quidem 20 per 48, et diuisis per 53 et per 48, reddunt $\frac{6\ 18}{53\ 48}$; que 18 sunt $\frac{1\ 1}{8\ 4}$ de 48, uel $\frac{1}{24}\frac{1}{3}$ et 6, que sunt super 53 sunt $\frac{1}{8}$ de 48: quare erit $\frac{1\ 0}{8\ 53}$; cum ipsa 6 sint super 53: ergo pro singularibus partibus de $\frac{20}{53}$ habes

$\frac{1\ \ 0}{8\ \ 56}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{4}$ uel $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 52}\ \frac{1}{24}\ \frac{1}{3}$; et sic studeas in omnibus similibus operari: et cum non possis per unam ex prescriptis regulis congruas singulares partes quorumlibet similium habere, studeas eas per aliquam aliarum inuenire: et notandum quia sunt multi rupti, qui aptandi sunt antequam disgregentur in singulares partes, scilicet cum maior numerus non diuidatur per minorem, et habeat ad inuicem aliquam comunem regulam ut $\frac{6}{9}$, quorum unusquisque numerus integraliter per 3 diuiditur: quare diuides utrumque eorum per 3, exibunt 2 super uirgam, et 3 sub ipsa, hoc est $\frac{2}{3}$, que sunt ex tertia differentia; cum uno plus de $\frac{1}{8}$ diuidantur per 2; quare sunt $\frac{1}{8}\ \frac{4}{8}$, similiter est $\frac{6}{8}$; quorum numerorum uterque diuiditur per 2. Vnde reducuntur in $\frac{3}{4}$, et sunt $\frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$ per secundam differentiam; et sic intelligas de similibus. Et si plures | rupti fuerint sub una uirgula, oportet ut reducantur in uno rupto sub uirgula, ut $\frac{1\ 3}{2\ 8}$, que sunt $\frac{7}{16}$. Et reducuntur sic: multiplicantur 3, que sunt super 8 per 2, et additur 1: ponimus, et sic habemus 7; et multiplicabis 2 per 8, que sunt sub uirgula, fiunt 16; que 16 ponimus sub uirgula, et super ipsa ponimus 7. fol. 24 verso.

Item $\frac{2\ \ 2\ \ 4}{3\ \ 5\ \ 9}$ sunt $\frac{71}{135}$, que inueniuntur secundum suprascriptum modum, scilicet multiplicando 4, que sunt super 9 per 5, et addendo 3; que per 3 et addendo 2; et sic habemus 71 super uirgulam; et ex multiplicatione de 3 in 5; que in 9, habemus 135 sub uirgula, que $\frac{71}{135}$ secundum septimam regulam disgregatur in $\frac{1}{270}\ \frac{1}{45}\ \frac{1}{2}$.

Et notandum quia quando per septimam regulam maiorem partem acceperis, que minor numerus fuerit de maiori, et relinques singulares partes, que remanserint minus quam pulcre euenitur: relinques ipsam maiorem partem, et operaberis per aliam sequentem partem, que minor sit ea: ut si maior pars fuerit $\frac{1}{5}$, operaberis cum sexta : et si fuerit $\frac{1}{7}$, operaberis cum $\frac{1}{8}$. Verbi gratia : in $\frac{4}{49}$ maior pars est $\frac{1}{13}$; qua extracta de $\frac{4}{49}$, remanent $\frac{3\ \ 0}{13\ \ 49}$, scilicet $\frac{3}{637}$, que per quartam differentiam sunt $\frac{1\ \ 0}{213\ \ 637}\ \frac{0}{213}$: ergo pro $\frac{4}{49}$ habemus $\frac{1\ \ 0}{213\ \ 637}\ \frac{1}{213}\ \frac{1}{13}$, que minus quam pulcre sunt: quare relinques $\frac{1}{13}$, et operare cum $\frac{1}{14}$; qua extracta de $\frac{4}{49}$, remanent $\frac{7}{686}$, hoc est $\frac{1}{98}$; et sic per $\frac{4}{49}$ habemus $\frac{1}{98}\ \frac{1}{14}$, que partes pulcriores sunt factis partibus; et reperiuntur alio modo: scilicet ut diuidas 4, que sunt super 49 per regulam de 49, exibunt $\frac{4\ 0}{7\ 7}$, que per tertiam compositam differentiam sunt $\frac{1\ 0}{14\ 7}\ \frac{1\ 0}{2\ 7}$; nam $\frac{1\ 0}{2\ 7}$ est $\frac{1}{14}$, et $\frac{1\ 0}{14\ 7}$ est $\frac{1}{98}$; et sic pro $\frac{4}{49}$ habemus similiter $\frac{1}{98}\ \frac{1}{14}$.

Incipit capitulum octauum de reperiendis preciis mercium per maiorem guisam.

In omnibus itaque negotiationibus quattuor numeri proportionales semper reperiuntur, ex quibus tres sunt noti, reliquus uero est ignotus: primus quidem illorum trium notorum numerorum est numerus uenditionis cuiuslibet mercis, siue constet numero, siue pondere, siue mensura. Numero quidem ut centum coria, uel centum beccune et similium: pondera quoque ut cantarum, uel centum, uel libre, aut unce et similium. Mensura quidem ut metra olei, sextaria frumenti, et canne panni et similium. Secundum autem est pretium illius uenditionis, hoc est illius primi numeri, siue sit quantitas quorumlibet denariorum, siue bizantiorum, siue tarenorum, uel alicuius alie currentis monete. Tertius uero quandoque erit aliqua eiusdem uendite mercis quantitas, cuius pretium, scilicet quartus numerus, ignoratur; et quandoque erit aliqua similis quantitas secundi pretii, cuius merces, scilicet quartus ignotus numerus, iterum ignorabitur. Quare, ut ignotus numerus per notos reperiatur, talem in omnibus tradimus regulam uniuersalem, uidelicet ut in capite tabule, in dextera parte scribas primum numerum, scilicet mercem; retro in eadem linea ponas pretium ipsius mercis, uidelicet secundum numerum ; tertium quoque si fuerit mercis,

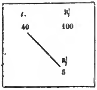
scribe eum sub merce, scilicet sub primo; et si fuerit pretium, scribe eum sub pretio, uidelicet sub secundo; ita tamen, ut sicut fuit ex genere ipsius, sub quo scribendum est, ita etiam sit ex qualitate uel ex quantitate ipsius in numero, uel in pondere, uel in mensura; hoc est si superior numerus, sub quo scribendus est, fuerit numerus ipsorum, et ipse similiter fiat rotulorum; si librarum, librarum; si uncearum, uncearum; si cannarum, cannarum. Et si fuerit numerus soldorum, et ipse sit numerus soldorum; si denariorum, denariorum; si tarenorum, tarenorum; et si bizantiorum, bizantiorum. Quibus ita descriptis, euidentissime apparebit, quod duo illorum positi erunt semper ex aduerso, que insimul multiplicentur; et summa multiplicationis eorum, si per reliquum tertium numerum diuidatur, quartus ignotus nimirum inuenietur: et ut hoc apertius intelligatur, cum diuersis mercibus et pretiis, in sequentibus explanabimus. Sed primum ostendam, vnde hic modus procedit: sunt enim, ut dixi, in negotiationibus un^{or} numeri proportionales, scilicet, ut sicut primus est ad secundum, ita tertius ad quartum, hoc est, sicut numerus alicuius quantitatis mercis est ad numerum quantitatis sui pretii, ita numerus cuiusuis quantitatis eiusdem mercis ad numerum sui pretii: uel sicut aliqua quantitas cuiusuis mercis est ad quamuis quantitatem eiusdem mercis, ea est pretii unius ad pretii alterius: et cum ita un^{or} quantitates proportionales sunt, erit multiplicatio secunde in tertiam equa multiplicacioni prime in quartam, ut in arismetricis, et geometria probatum est: quare si quarta quantitas est ignota tantum, ex multiplicatione quidem secunde quantitatis in tertia diuisa per primam, nimirum ex diuisione, quarta quantitas prouenit: quare cum diuiditur aliquis numerus per aliquem numerum, et ex diuisione aliquid proueniat; si proueniens in diuisorem | multiplicaueris, nimirum diuisus numerus inde proueniet. Similiter si tertia quantitas ignoratur, diuidenda est per tertiam multiplicatio prime in quartam: et ut ea, que ad negotiationes pertinent, perfecte in hoc libro habeantur, hoc capitulum in quattuor partes diuidimus; quarum prima erit in uenditione cantarium, et earum rerum, que ad pondus uel numerum uenduntur; secunda in eis que ad tolonenm seu ad cambium pertinent, ut soldus, libra, uel marca argenti, uncia auri et similia; tertia in uenditione cannarum, ballarum, torselli et similium; quarta pars erit in reductione Rotulorum unius cantaris ad Rotulos cuiuslibet alterius cantarium, secundum eius diuersitatem.

Fol. 35 recto.

De cantare pisano cum queritur precium de Rotulis, pars prima.

Cantare autem pisanum habet in se centum partes, quarum unaqueque uocatur Rotulus; et Rotuli habent uncias 12, quarum unaqueque ponderat denarios $\frac{1}{2}$ 39 de cantare; et denarius est carubbe 6, et carrubba est grana quattuor frumenti. Quod cantare si uendatur pro libris XL; et queratur quantum ualeant Rotuli 5: quia tres noti numeri preponuntur in hac positione, sicuti superius necesse fore prediximus, scilicet Rotuli 100, et libre 40, et Rotuli 5, quorum duo sunt unius generis, scilicet Rotuli 100 et Rotuli 5; que 100 sunt merces. Aliter uero, scilicet 40, est alterius generis, scilicet pretii; et est pretium dictorum 100 Rotulorum: quare, ut prediximus, describantur Rotuli 100, et libre 40 in una linea, retro uidelicet scribendo: deinde Rotuli 5 scribantur sub Rotulis 100, ut hic superius ostenditur; et erunt duo numeri unius generis, unus sub alio, ut prediximus, scilicet Rotuli 5 sub Rotulis 100: tunc, ipsis ita descriptis, multiplicabis numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet 5 per 40, erunt 200; que diuide per 100, exibunt libre 2 pro

« Rotuli 5 .... 2. Nam » (fol 35 recto, lin. 14-19; pag 84, lin. 40 — pag 85, lin. 6).

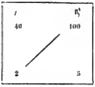


pretio illorum 5 Rotulorum, que 2 describuntur sub 40: quia ille numerus, qui ex diuisione peruenit, semper est ex genere illius solius numeri, qui est in tribus dictis numeris: unde manifestum est, quod ex quattuor numeris qui ponuntur in mercationibus, duo illorum sunt merces, et duo illorum sunt pretia; et sunt ita proportionales, quia sicut 100, scilicet merces, est ad suum pretium, scilicet ad 40; ita 5, scilicet merces, erit ad suum pretium, scilicet ad 2. Nam 100 ad 40 sunt quinque medietates eorum: similiter et 5 ad 2 sunt quinque medietates eorum. Item sicut 40, scilicet pretium, est ad 100, scilicet ad suam mercem; ita 2 erunt ad suam mercem, scilicet ad 5: nam 40 sunt duo quinte de 100, et 2 sunt duo $\frac{2}{5}$ de 5: permutatim quoque, sicut merces est ad mercem, scilicet 5 ad 100, que sunt eius $\frac{1}{20}$; ita pretium est ad pretium, scilicet 2 ad 40: uel, sicut 100 sunt ad 5, que sunt uicuplum eorum, ita 40 sunt ad 2; et per istas proportiones poteris ex arbitrio colligere, si quartus numerus ignotus recte inuentus fuerit, prout demonstrabitur suo loco.

« Item Rotuli .... de Rotulis » (fol. 35 recto, lin. 26-30; pag. 85, lin. 15-21).

De eodem cum queritur merces de libris.

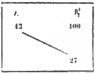
Item Rotuli 100 per libras 40; quot Rotulos habuero per libras 2: quia in his tribus numeris duo sunt ex genere pretii, scilicet libre 40, et libre 2, et alter est ex genere mercis, describantur 40 et 100 in una linea; ideo quia dicitur Rotuli 100 per libras 40: deinde libre 2 describantur sub libris 40, et erunt numeri eiusdem generis, unus sub alio, ut in hac secunda descriptione cernitur: et multiplica numeros qui sunt ex aduerso, scilicet 100 per 2, erunt 200; que diuide per 40, exibunt Rotuli 5 pro merce illarum 2 librarum, quos describe sub Rotulis 100.



« Item cantare .... 2, que » (fol. 35 recto, lin. 31-36; pag. 85, lin. 22-35).

De eodem cum queritur precium de Rotulis.

Item cantare uenditur pro libris 13; quantum ualent Rotuli 27: describantur numeri, ut prediximus, scilicet Rotuli 100 et libre 13 in una linea, et Rotuli 27 sub 100: multiplicentur numeri existentes ex aduerso, scilicet 13 per 27, erunt 351; que diuide per 100, scilicet per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, exibunt $\frac{1}{10}\frac{5}{10}3$, quas describe sub libris 13, ut in hac alia patet descriptione. Nam si de $\frac{1}{10}\frac{5}{10}$ scire uolueris, que partes sint unius libre, multiplica 5 que sunt super 10, per alia 10, et desuper adde 1, erunt 51; que multiplica per summam denariorum unius libre, scilicet per 240, erunt 12240; que diuide per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, exibunt denarii $\frac{0}{10}\frac{4}{10}122$, que sunt soldi 10 et denarii $\frac{2}{5}2$: aliter duplica 5, que sunt super 10, erunt 10, que sunt soldi. Item duplica 1, quod est super alia 10, erunt 2, que habentur pro denariis cum totidem quintis. Ex hoc ergo manifestum est, quod de unaquaque libra denariorum, que diuisa fuerit per 100, perueniunt denarii $\frac{2}{5}2$; et de omni deceno librarum soldi 2, et de singulis 5 peruenit soldus 1.

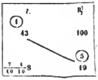


« multiplica numeros .... Item » fol. 35 verso, lin. 1-7; pag. 85, lin. 36 — pag. 86, lin. 5).

De eodem.

Item si Rotuli 100 uendantur pro libris 43; et queratur quot ualeant Rotuli 19: descriptis ipsis secundum prescriptam doctrinam,| multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet 19 per 43, erunt 817; que diuide per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}$, exibunt libre $\frac{7}{10}\frac{1}{10}8$, quas pone sub libris 43. Nam de $\frac{7}{10}\frac{1}{10}$ que partes sunt unius libre, ita ut prediximus, cognoscetur. Videlicet, ut duplices unum, quod est super 10, erunt soldi 2. Item duplicabis 7, que sunt super alia 10, erunt denarii 14 cum totidem quintis; quibus iunctis cum soldis 2, quos modo habuimus, erunt soldi 3 et denarii $\frac{4}{5}4$; et tantum ualent illi Rotuli 19 magis de libris 8: possumus enim ex illis 7 promtius agere, ut accipiantur 5 ex ipsis 7 pro

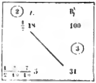
fol. 35 verso.



quibus retineas soldum 1, quem adde cum soldis 2 inuentis, erunt soldi 3. Residuum itaque, quod est a 5 usque in 7 duplica, erunt denarii 4 cum totidem quintis, ut modo inuenti sunt.

De eodem.

« multiplica 18 ... super ipsa » (fol. 35 verso, lin. 8-14, pag. 85, lin. 6-16).

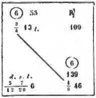


Item Rotuli 100 ualent libras $\frac{1}{2}$ 18; quantum ualent ergo Rotuli 31: descriptis itaque numeris per ordinem, multiplica 18 per 2, que sunt sub uirgula post ipsa, et adde 1, quod est super 2, erunt 37, que pone super $\frac{1}{2}$ 18; et multiplica ea per 31, que sunt ex aduerso, erunt 1147; que diuide per 100, et per 2, que sunt sub uirgula de 18, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 10\ 10}$, exibunt libre $\frac{1\ 0\ 7}{2\ 10\ 10}$ 5 pro pretio quesitorum Rotulorum 31.

Quod si recte constat, ita per pensam de 7 cognoscitur, uidelicet ut diuidas 18 per 7, remanet 4; que multiplica per 2, et desuper adde 1, pro uno quod est super ipsa 2, erunt 9; que diuide per 7, remanent 2 pro pensa de 37. Item accipe pensam de 31 per septenarium, que est 3; et multiplica eam per pensam modo inuentam de 37, scilicet per 2, erunt 6, que seruentur pro pensa pretii Rotulorum 31: deinde multiplica 5 per pensam de 10, que sunt post ipsa in uirgula, scilicet per 3; et desuper adde pensam de 7, que sunt super ipsa 10, scilicet 0, erunt 15; que diuide per 7, remanet 1; quod multiplica per pensam sequentium 10 in uirgula, scilicet per 3, et desuper adde 3, que sunt super ipsa 10, erunt 6; que multiplica per 2, que sunt sub eadem uirgula, et desuper adde 1, quod est super 2, erunt 13; de quibus tolle 7, remanent 6, ut pro pensa seruata sunt. Nam si de $\frac{1\ 3\ 7}{2\ 10\ 10}$, que partes sint unius libre, cognoscere uolueris; multiplica 7, que sunt super 10 per aliam 10, et desuper adde 3, que sunt super ipsa 10; que multiplica per 2 de uirgula, et adde 1, quod est super 2, erunt 147; que multiplica per 240, scilicet per numerum denariorum unius libre, erunt 35280, que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 10\ 10}$: inde cum in ipso multiplicatio sit zephyrum, in ipsius primo gradu diuidatur primum per $\frac{1}{10}$, hoc est tollatur inde ipsum zephyrum, remanent 3528; que diuide per $\frac{1\ 0}{2\ 10}$, exibunt de $\frac{4}{10}$ 176, qui sunt soldi 14, et denarii $\frac{2}{5}$ 8.

De centum cum queritur precium de libris.

« adde 3 ... $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 12\ 20}$ » (fol. 35 verso, lin. 27-33; pag. 86, lin. 31 — pag. 87, lin. 1).



Rvrsus si centum piperis, quod ponderat libras 100 subtiles, quarum unaqueque est uncie 12, et quelibet uncia ponderat denarios 25 de cantera; et libre 158 ex ipsis faciunt cantare 1, hoc est Rotuli 100 pisis uendantur pro libris $\frac{3}{4}$ 13; et queratur quantum ualent libre $\frac{1}{3}$ 46: scribantur numeri, ut prediximus, scilicet libre 100 in una linea, essent libre $\frac{3}{4}$ 13, et libre $\frac{1}{3}$ 46 sub libris 100, scilicet merces sub merce, ut superius in precedentibus fecimus: et multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet $\frac{3}{4}$ 13 cum $\frac{1}{3}$ 46, et diuide per 100, hoc est multiplica 13 per 4, et desuper adde 3, que sunt super 4, erunt 55, que pones super $\frac{3}{4}$ 13. Item multiplica 46 per 3, et adde 1, erunt 139; que pone super $\frac{1}{3}$ 46, et multiplica 55 per 139, erunt 7645; que diuide per 100 et per 3, que sunt sub uirgula de 46, et per 4, que sunt sub uirgula de 13, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 4\ 10\ 10}$; et summa que exierit erit pretium illarum librarum $\frac{1}{3}$ 46: sed cum de fractionibus, que ueniunt super uirgam, non possumus cognoscere que pars, uel partes sint unius libre, donec multiplicemus numerum uirge per denarios, libras scilicet per 240; ideo aliter fractiones uirgule diuisionis, scilicet $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 4\ 10\ 10}$, coaptande sunt; uidelicet de 100, in quibus diuisio peruenit, faciamus $\frac{1\ 0}{5\ 20}$: quia illud idem est quod $\frac{1\ 0}{10\ 10}$, et de $\frac{1}{3}$, et de $\frac{1}{4}$ prescriptis faciamus tantum $\frac{1}{12}$; et ponatur in una uirgula sic $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 12\ 20}$,

quod idem est quod $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 10\ 10}$, in quibus $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 12\ 20}$ diuide 7645; et que super 20 remanserint, erunt soldi: ideo quia libre denariorum est soldi 20; et que super 12 ceciderint, erunt denarii. Ideo quia soldus est denarii 12; et que super reliquas fractiones remanserint, partes tantum unius denarii affirmabunt: quare si 7645 per $\frac{1\ 0\ 0}{5\ 12\ 20}$ diuiseris, exibunt libre $\frac{0\ 5\ 7}{5\ 12\ 20}$ 6 pro pretio dictarum librarum de $\frac{1}{6}$ 46; quod tantum est, quantum si nominatum diceret libras 6, et soldos 7, et denarios 5. Nam si ex numeris, in quibus diuisio peruenit $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ aptari non possint, qualiter tunc fieri debeat in sequentibus questionibus declarabimus: sed qualiter in 12 et in 20 omnes numeri leuiter diuidantur, ostendere procuramus. In 12 enim omnes numeri diuidi possunt, ordine eodem, quo numeros per numeros, qui sunt a binario usque in nonenarium, diuidere docuimus. Vnde adiscende sunt quorumdam numerorum diuisiones facte in 12; ut de 12 diuisi primum 12, reddit 1, de 24 perueniunt 2, de 36 perueniunt 3, de 48 peruenit 4, de 60 peruenit 5, de 72 peruenit 6, de 84 peruenit 7, de 96 peruenit 8, de 108 peruenit 9, ut in tabulis diuisionum continetur. Quod autem de quolibet numero a 120 infra super quemlibet istorum superauerit, est illud quod debemus in diuisionibus numerorum scribere super illum numerum, de quo superauerit, et copulare eum cum antecedente figura, que fiunt in numero diuidendi. Verbi gratia: si uoluerimus diuidere 3479 per 12, describantur 12 sub 79 de 3479, et accipiatur XII. de 34, que est 2, et remanent 10; et hoc est superfluum, quod est a 24 usque in 34: et pone 2 sub 4 de 34, et 10 super eadem 34, cum quibus 10 copula 7, hoc est antecedentem figuram, erunt 107; que diuide per 12, exibunt 8, et remanent 11, hoc est differentia, que est a 96 usque in 107: pones igitur 8 sub 7, et 11 super 107, uidelicet 1 super 0, et 1 super 7, et copulabis ipsum 11 cum 9 eis antecedentibus, erunt 119; que diuide per 12, peruenient 9, et remanent 11: ponas 9 sub 9, et 11 in quadam alia parte super 12, et habebis pro quesita diuisione $\frac{11}{12}$ 289, ut in hac descriptione cernitur. Quare manifestum est, quod denarii 3479 sunt soldi 289 et denarii 11; quia cum aliqua summa denariorum diuiditur per 12, tunc ex ipsa diuisione prouenient soldi: et si hec que de diuisione de 12 dicta sunt crebro studio in tabula scribendo firmaueris, ea cordetenus in manibus, ea leuissime poteris operari.

fol. 36 recto.

Diuisio de 3479 per 12

« de 34 .... in tabula » (fol. 35 recto, lin. 8-14; pag. 87, lin. 18-28).

1
1 0 1 1
3 4 7 9
1 2
2 8 9
$\frac{11}{12}$ 289

Diuisio numerorum per 20.

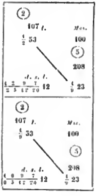
In 20 enim omnes numeros sic diuidere possumus: relinque figuram primi gradus ipsius numeri que diuidere uis et sub sequenti, hoc est sub figura secundi gradus eiusdem numeri ponas 2, in quibus diuide totum numerum, usque ad ipsam figuram sub qua posita sunt 2; et quod ex diuisione euenerit, erit $\frac{1}{20}$ totius numeri, que diuidere uolueris: et si aliquid superfuerit, copula eum cum figura primi gradus, quam relinquere iussimus; et quod ex copulatione exierit, est hoc quod de suprascripta diuisione remanebit: et si super secundam figuram nichil superfuerit, erit tunc residuum prima figura tantum. Verbi gratia: si uoluerimus diuidere 1234 per 20, relinquantur 4, que sunt in primo gradu; et sub sequenti figura, scilicet sub 3, ponantur 2; in quibus diuidantur 123, que remanent de 1234; extractis inde 4, exibunt 61, et remanet 1, quo copulato cum 4, faciunt 14: ergo ueniunt 61 et remanent 14 ex diuisione de 1234 in 20, ut hic ostenditur: ex hoc enim manifestum est quod soldi 1234 sunt libre 61 et soldi 14. Ostensis itaque diuisionibus de 12 et de 20, nunc uero ad prepositam redeamus.

« si aliquid ... Ostensis » (fol. 36 recto, lin. 18-19 e lin. 24-25; pag. 87, lin. 35-43).

1
1 2 3 4
2
6 1
$\frac{14}{20}$ 61

De centenario maximutinorum.

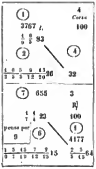
* Massamutini .... per 2 * (fol. 36 *recto*, lin. 26-39; pag. 88, lin. 2-21)



Massamutini 100 ualent libras $\frac{1}{2}53$; quantum ualent ergo massamutini $\frac{1}{9}23$: describe numeros per ordinem, sicuti dictum est superius; et multiplica numeros qui sunt ex aduerso, uidelicet $\frac{1}{2}53$ per $\frac{1}{9}23$, et diuide per 100, hoc est multiplicabis 53 per suam uirgulam, erunt 107, que pone super $\frac{1}{2}53$. Item multiplicabis 23 per 9, et desuper addes 1, erunt 208; que pone super $\frac{1}{9}23$, et multiplica 107 per 208, erunt 22256; que diuide per 100, et per 2, et per 9, que sunt sub uirgis, hoc est per $\frac{1\ 1\ 0\ 0}{2\ 9\ 15\ 19}$, et habebis pretium illorum massamutinorum $\frac{1}{9}23$: uel coapta numeros diuisionis, ita ut possis habere in capite uirgule $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, ut habeas in una multiplicatione libras, et soldos, et denarios, ut in prescripta questione operati fuimus, uidelicet ut de $\frac{1\ 0}{15\ 15}$ facias $\frac{1\ 0}{5\ 20}$; et cum de reliquis minutis diuisionis, scilicet de $\frac{1}{6}$ et de $\frac{1}{9}$ coaptare $\frac{1}{12}$ non possimus; ideo quod ex eis possimus accipere de compositione de 12 accipiamus, hoc est de regula 9 accipere debemus $\frac{1}{9}$, et commiscere ipsam $\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{2}$, faciunt $\frac{1}{6}$. Reliquum uero quod deest nobis de 12, scilicet 2, debemus multiplicare per 22256, erunt 44512; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{3\ 5\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{1\ 0\ 3\ 7}{3\ 3\ 12\ 25}12$ pro pretio de massamutinis $\frac{1}{9}23$: quod si probare per pensam de 7 uolueris, accipe pensam de 53, que est 4; et multiplica ipsam per 2 de uirgula et adde 1, erunt 9; de quibus accipe pensam, que est 2; et tot debet esse pensa de 107, et ita est: deinde accipe pensam de 23 quater 2, et multiplica eam per 9 de uirgula, et adde 1, erunt 19; quorum pensa, scilicet 5, est pensa de 208: quam multiplica per pensam 108, scilicet per 2, erunt 10; que multiplica per 2, que nobis minuerunt de regula de 12, uidelicet per 2, | per que multiplicauimus 22256, erunt 20; de quibus accipe pensam, que est 6, et serua eam pro pensa de $\frac{1\ 2\ 3\ 7}{9\ 9\ 12\ 20}12$: que si totidem fuerit in omnibus, recte processisse cognosce: et accipitur pensa ipsorum sic: multiplicatur pensa 12, que sunt extra uirgulam, per pensam de 20, que sunt sub uirgula, scilicet 5 per 6, sunt 30; quibus super additur pro 7, que sunt super 20, erunt 37; quorum pensa, scilicet 2, multiplicatur per 5, scilicet per pensam de 12, et adduntur 3, que sunt super 12, erunt 13; quorum pensa, scilicet 6, multiplicatur per 5, et super adduntur 2, que sunt super 5, erunt 32; quorum pensa, que est 4, multiplica per 3 de uirgula, et super additur 1, quod est super 3, faciunt 13, quorum pensa est 6, ut pro pensa seruatum est. Et sic semper cum quarumlibet similium questionum pensam accipere uolueris, secundum quod uadis multiplicando, ita studeas ire per quamlibet pensam probando, donec ad ultimam multiplicationem deueneris: et accepta pensa ultime multiplicationis, eam pro pensa summe diuisionis serua; et quod de pensa hoc dictum est, satis in aliis questionibus credimus sufficere.

fol. 36 *verso*.

* 32 ideo quia .... 20 quare * (fol. 36 *verso*, lin. 11-26; pag. 88, lin. 37 — pag. 89, lin. 10).



De centum coriorum.

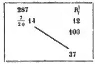
Si coria 100 ualent libras $\frac{1}{9}\frac{9}{5}83$; quantum ualent coria 32: describe numeros, et multiplica $\frac{1}{9}\frac{3}{5}83$ per 32: ideo quia ponuntur ex aduerso, et diuide multiplicationem eorum per 100, hoc est multiplica 83 per suas uirgulas, erunt 3767; que pone super $\frac{1}{9}\frac{9}{5}83$, et proba ea per quamlibet pensarum preter quam per 9: deinde multiplica 3767 per 32, erunt 120544, que diuide per 100 et per $\frac{45}{59}$, et apta eos ut habeas in capite uirgule $\frac{1\ 5}{16\ 20}$: sic de 100 fac $\frac{1\ 0}{5\ 20}$, et de $\frac{1}{3}$ fac $\frac{1\ 0}{5\ 5}$; et accipe unam $\frac{1}{5}$ illorum, et multiplicabis eam per 4; ideo quod faciunt 12, et pone ipsa 12 post 20, ut superius facere demonstrauimus; et apta reliquas fractiones post ipsam $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, et habebis in uirgula

diuisionis $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{0\ 0\ 0\ 12\ 20}$: et quia minuit nobis $\frac{1}{4}$ de ipsis 12, pone 4 super 100, ut habeas ea tenacius memorie commendata, cum acceperis pensam; et multiplica in eam 120544, erunt 482176; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{0\ 5\ 5\ 10\ 20}$, exibunt $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 15}{0\ 0\ 0\ 10\ 20}$ 26 pro pretio illorum 32 coriorum, ut superius in descriptione cernitur. Rursus Rotuli 100 ualent libras $\frac{4}{7}\frac{1}{4}$ 23; quid ergo ualent Rotuli $\frac{2}{5}\frac{2}{12}$ 64: describe questionem, et multiplica 23 per suas uirgulas, erunt 655; que pone super 23, et proba eam per pensam, si recta sint: deinde multiplica 64 per suam uirgulam, erunt 4177; et multiplica ipsa per 655, erunt 2735935, que optime probare non negligas; et diuide ipsum per numerum 100, et per fractiones utrorumque numerorum, qui positi sunt ex aduerso, optime insimul uidelicet aptatas; ita ut habeas in capite uirgule $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, quod sic facias: de 100 facias $\frac{1\ 0}{5\ 20}$; et uide si poteris de reliquis fractionibus diuisionis extrahere, ut habeas in 12, uel aliquam ipsius partem; de quibus tantum $\frac{1}{4}$ potes habere de partibus de 12, hoc est ex illius compositione: ergo minuunt nobis 3, ut habeamus 12 in uirgula post 20: quare pone 3 super 100, ut in questione ostenditur, ut ipsa tenaci memorie reserues, et apta reliquos numeros diuisionis post $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ sic $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{0\ 0\ 1\ 18\ 12\ 20}$; et multiplica 2735935 per 3 seruata super 100, erunt 8207805; que iterum proba per pensam, et diuide ea per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{5\ 5\ 7\ 12\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{0\ 1\ 6\ 10\ 7\ 0}{0\ 5\ 7\ 18\ 12\ 20}$ 15 pro pretio quesitorum Rotulorum; et est pensa illarum per pensam de (*sic*), ut superius in descriptione cernitur.

De cantare.

Item cantare cuiuslibet mercis ualet libras 14 et soldos 7; quantum ualent ergo Rotuli 37 eiusdem mercis: fac de soldis 7 partes unius libre, erunt $\frac{7}{20}$, que pone post 14 sic: $\frac{7}{20}$ 14; et describe questionem, et multiplica $\frac{7}{20}$ 14 per 37, que sunt ex aduerso, et diuide per 100, hoc est multiplica 14 per 20, desuper adde 7, que sunt super 20, erunt soldi 287; quos pone super $\frac{7}{20}$ 14, et multiplica eos per 37, erunt 10619, que debet diuidere per 100 et per 20 de uirgula: sed cum 12 in uirgula diuisionis nos habere oporteat, ut habemus in una multiplicatione libras, et soldos, et denarios, multiplica 10619 per ipsam 12, et diuide per 100 et per $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{10\ 10\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{0\ 0\ 2\ 6}{10\ 10\ 12\ 20}$ 5 pro pretio dictorum Rotulorum 37, quorum pensa est 6 per nouenarium.

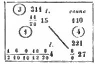
* per 100 .... pone super 3 (fol. 36 verso, lin. 32-37; pag. 89, lin. 23-32).



De centum pannorum.

Item canne 100 pannorum ualent libras $\frac{11}{20}$ 15; quantum ualent ergo canne $\frac{5}{8}$ 27, hoc est canne 27 et brachia $\frac{1}{2}$ 2: descripta itaque questione, multiplica 15 per 20, et adde 11, erunt soldi 311, quos pone super 15. Item multiplica 27 per 8, et adde 5, erunt 221; que pone super 27, et multiplica 311 per 221, erunt 68731, que debemus multiplicare per 12, ut habeamus ea in uirgula, nisi quia habemus in diuisione 8, scilicet ea que sunt sub uirgula post cannas | 27, quorum regula est $\frac{10}{24}$: quare triplicabimus 4, et habebimus 12 in diuisione. Vnde multiplicentur ipsa 68731 per 3; quia cum triplicatur diuisor, triplicandus est numerus diuidendus, erunt 206193; que diuide per 2, que remanent de regula de 8, extractis uidelicet inde 4, et per 100, et per 12, et per 20, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 10\ 10\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ 6\ 9\ 10\ 0}{2\ 10\ 10\ 12\ 20}$ 4, quorum pensa per septenarium est 1, ut in hac descriptione cernitur.

* 15 Item .... canna 3 (fol. 36 verso, lin. 38-39, pag. 89, lin. 33-36).

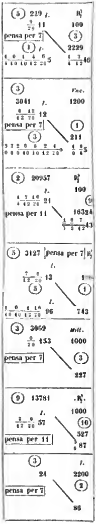


fol. 37 *recto*.

De centum piperis.

Item centum piperis ualet libras $\frac{9}{20}$ 11; quantum ualent ergo libre $\frac{1\ 5}{4\ 12}$ 46, hoc est libre 46, et unce $\frac{1}{4}$ 5: describe questionem, et multiplica 11 per 205, et adde 9, erunt 229,

a de regula .... diuidendi a (fol. 37 recto, lin. 3-39; pag. 89, lin. 38-39 — pag. 91, lin. 5).



que pone super 11. Item multiplica 46 per 12, et adde 3; que per 4, et adde 1, erunt 2229; que pone super 46, et multiplica 229 per 2229, erunt 510441; que diuide per 100 et per 20, et per $\frac{1}{4}\frac{0}{12}$, hoc est per $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{4}{12}\frac{6}{20}$ 5 pro pretio illarum librarum $\frac{1}{4}\frac{3}{12}$ 46, quorum pensa per septenarium est 1.

Item centum ualet libras 12, et soldos 13, et denarios 5, hoc est libras $\frac{5}{12}\frac{13}{20}$ 12; quantum ualet ergo uncia $\frac{4}{9}\frac{3}{4}$ 5: quamuis in hac questione sint ex genere mercis libre 100 et uncia $\frac{4}{9}\frac{3}{4}$ 5, tamen non sint unius ponderis; quia 100 sunt libre, et $\frac{4}{9}\frac{3}{4}$ 5 sunt uncie: quare de libris 100 faciende sunt uncie, erunt 1200; et tunc erunt ambe similes: et erit tunc talis questio, uidelicet quod uncie 1200 ualent libras $\frac{5}{12}\frac{13}{20}$ 12; quid ualent ergo uncie $\frac{4}{9}\frac{3}{4}$ 5: quam questionem, ut docuimus, scribe, et multiplica per suam uirgulam, erunt denarii 3041, quos pone super libras 12. Item multiplica 5 per suas uirgulas, erunt 211, que pone super $\frac{4}{9}\frac{3}{4}$ 5; et multiplica 211 per 3041, erunt 641651; que diuide per 1200, et per 4, et per 9, et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$ optime in una uirgula aptata, exibit $\frac{5}{9}\frac{2}{9}\frac{2}{9}\frac{0}{10}\frac{5}{10}\frac{2}{12}\frac{4}{20}$ pro pretio quesitarum uncearum, ut in hac descriptione cernitur.

De cantare.

Item cantare ualet libras $\frac{1}{4}\frac{7}{12}\frac{10}{20}$ 21; et queratur quantum ualeant Rotuli $\frac{1}{7}\frac{2}{3}\frac{7}{12}$ 43, hoc est Rotuli 43, et uncie $\frac{1}{7}\frac{2}{3}$ 7. Multiplica igitur questionem descripta 21 per suam uirgulam, erunt 20957. Item multiplica Rotulos 43 per 12, et adde 7; que per 3, et adde 2; que per 7, et adde multiplicationem de uno, quod est super 7, in 3, erunt 18324; que multiplica per 20957, erunt 384016068; que diuide per 100 et per fractiones, que sunt sub uirgulis amborum aliorum numerorum, optime scilicet aptatas, exibunt $\frac{0}{3}\frac{2}{7}\frac{7}{9}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{5}{10}\frac{4}{12}\frac{0}{20}$ 9, ut in hac descriptione cernitur, quorum pensa per 11 est 7.

De cantare uendito pro libris et denariis.

Item cantare ualet libras 13, et denarios 7, hoc est libras $\frac{7}{12}\frac{0}{20}$ 13; quantum ualet ergo cantaria 7, et Rotuli 43, hoc est Rotuli 43: describe questionem, et multiplica 13 per 20; que per 12, et adde 7, erunt 3127; que multiplica per 743, erunt 2323361; que diuide per 100, et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, hoc est per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt $\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{1}{12}\frac{16}{20}$ 96 pro pretio illorum Rotulorum 743.

De miliario uendito pro libris et soldis.

Item miliarium uariorum uenditur pro libris 153 et soldis 9, hoc est pro libris $\frac{9}{20}$ 153; quantum ualent ergo uaria 227: describe questionem, et multiplica 153 per suam uirgulam, erunt 3069; que multiplica per 227, erunt 696663; que multiplica per 12 ut habeas ea in uirgula diuisionis, erunt 8359956; que diuide per regulam de 1000 et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, hoc est per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{5}{10}\frac{5}{10}\frac{0}{10}\frac{7}{12}\frac{16}{20}$ 34 pro pretio quesitorum uariorum.

De eodem pro libris et soldis et denariis.

Item Rotuli 1000 uenduntur pro libris $\frac{5}{12}\frac{8}{20}$ 57; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{5}{6}$ 87: descripta itaque questione, multiplica 57 per suam uirgulam, erunt 13781, que pone super 57. Item multiplica 87 per 6, et adde 5, erunt 527; que multiplica per 13781, erunt 7262587; que diuide per 1000, et per fractiones reliquorum numerorum, hoc est per $\frac{1}{6}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{1}{6}\frac{4}{10}\frac{3}{10}\frac{4}{10}\frac{10}{12}\frac{0}{20}$ 6.

De pondere casei pisano.

Pondus casei, quod pensat centum 22, hoc est libras 2200, uenditur pro libris 24; queritur quantum ualent libre 86: describe questionem, et multiplica 24 per 86, erunt 2064;

que diuide per regulam de 2200, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 10\ 10\ 11}$; tamen fac $\frac{1}{20}$ de $\frac{1\ 0}{2\ 10}$, ut habeamus ipsam in uirgula sic $\frac{1\ 0\ 0}{10\ 11\ 20}$: et cum non habeamus 12 in hac diuisione, multiplicetur 2064 per 12, et iungatur 12 sub uirga diuisionis. Quia cum adduntur 12 sub uirga diuisionis, tunc multiplicatur diuisor per 12: quare multiplicandus est similiter diuidendus numerus per 12, ut proportio diuidendi | ad diuisorem fiat eadem, que erat prius ex his $\frac{0\ 1\ 0\ 10}{10\ 11\ 12\ 00}$.

De eodem.

Item pondus casei, hoc est libre 2200, ualent libras $\frac{11}{00}$ 18; quantum ualent ergo libre 100: hanc autem questionem non indiget scribere, ideo quia 100 est $\frac{1}{22}$ de 2200: quare non indiget aliud, nisi ut diuidatur dictum pretium ponderis per regulam de 22, hoc est in $\frac{1\ 0}{2\ 11}$, quod sic facere potes: accipe $\frac{1}{2}$ de libris 18, et soldis 11, erunt libre 0, et soldi $\frac{1}{2}$ 5; de quibus fac soldos, erunt soldi 185 et denarii 6; quos diuide per 11, exibunt soldi 16, et remanent soldi 0, et denarii 6 ad diuidendum in 11; de quibus fac denarios, erunt denarii 114; quos diuide per 11, exibunt denarii $\frac{4}{11}$ 10; et tot ualet centenarium casei, uidelicet soldos 16, et denarios $\frac{4}{11}$ 10.

De eodem pro libris.

Item pondus ualet libras $\frac{12}{20}$ 19; quantum ualent ergo libre 783: describe questionem, et multiplica 10 per 20 et adde 13, erunt soldi 393; quos multiplica per 783, erunt 307719, que diuidere debes per regulam de 2200, et per 20, que sunt sub uirgula, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 10\ 10\ 11\ 20}$: sed ut habeamus 12 in uirgula, multiplica 307719 per 8; que 6 coaptabis cum 2, que sunt in uirgula, et habebis 12 in ipsa uirgula sic $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{10\ 10\ 11\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ 1\ 5\ 10\ 19}{10\ 10\ 11\ 12\ 20}$ 6.

De carica prouincie.

Carica prouincie, que pensat libras 300, uenditur pro libris 15 et soldis 7, hoc est pro libris $\frac{7}{20}$ 15; queritur quantum ualent libre 86: multiplica 15 per 20, et adde 7, erunt 307; que pone super 15, et multiplica ea per 86, erunt 26402; que diuide per 300 et per 20, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 5\ 10\ 20}$, exibunt libre $\frac{2\ 0\ 0\ 8}{5\ 5\ 12\ 20}$ 4 pro pretio quesitarum librarum 86, ut hic ostenditur.

Sic enim debes studere inuenire regulas numerorum, quibus diuisionem peruenit, sicuti modo fecimus de 300: quamuis ipsius regula sit $\frac{1\ 0\ 0}{0\ 10\ 10}$, tamen eam esse $\frac{1\ 0\ 0}{0\ 0\ 10}$ posuimus, ut habemus $\frac{1}{12}$, sicuti habemus $\frac{1}{20}$, illa scilicet, que sunt cum 15.

De eadem carica.

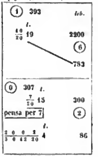
Item carica piperis ualet libras 11, et soldos 7, et denarios 5, hoc est libras $\frac{5\ 7}{12\ 20}$ 11; quantum ualent ergo libre 127, et uncie $\frac{1}{0}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ 5, hoc est $\frac{1\ 1\ 1\ 0}{0\ 4\ 0\ 12}$ 127: describe questionem, et multiplica 11 per suam uirgulam, erunt 2729, que pone super 11. Item multiplica 127 per suas uirgulas, hoc est per 12, et addes 5; que per 3, et adde 1; quod per 4; que per 5, erunt 91760. Item multiplica 1, quod est super 4, per 5; que per 3, erunt 15. Rursus multiplica 1, quod est super 8 per 4; que per 3, erunt 12, que adde cum 15, et cum 01760, erunt 91787; que pone super 127, et multiplica per 2729, erunt 250485723; que diuide per regulam de 300, et per omnes ruptos, exibunt libre $\frac{1\ 0\ 6\ 0\ 6\ 6\ 7\ 10}{5\ 0\ 9\ 10\ 10\ 10\ 12\ 20}$ 4 pro pretio illarum quesitarum librarum.

De Rotulis.

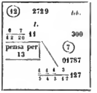
Rotuli 37 ualent libras 11; quantum ualent ergo Rotuli 18: multiplica 11 per 18

fol. 37 verso.

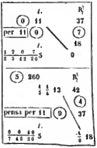
« soldos, erunt .... modo fecimus » (fol. 37 verso, lin. 5-15, pag. 91, lin. 12-30).



« de 300 .... pretio illarum » (fol. 37 verso, lin. 16-23, pag 91, lin. 31-40).



« quesitarum librarum .... in uno » (fol. 37 verso, lin. 24-33, pag 91, lin. 40-42 — pag 92, lin. 12).



erunt 198; que multiplica per 12 et per 20, hoc est per 240 ut habeamus ea in uirgula, erunt 47520; que diuide per $\frac{1}{37}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt $\frac{4}{37}\frac{29}{12}\frac{7}{20}$ 5 pro pretio de Rotulis 18.

De eodem.

Item Rotuli 42 ualent libras $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ 13; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{1}{2}$ 18: multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 269; et multiplica 18 per 2 et adde 1, erunt 37; que multiplica per 269, erunt 9953; que diuide per regulam de 42, scilicet per $\frac{1\ 0}{6\ 7}$, et per 2, et per 4, et per 5, que sunt sub uirgulis amborum numerorum, coaptans eos sic, quod de $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{6}$ facies $\frac{1}{12}$, et de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ facies $\frac{1}{20}$; et habebis in eorum coaptatione $\frac{1}{7}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{2}{7}\frac{5}{12}\frac{18}{20}$ 5 pro pretio illorum Rotulorum $\frac{1}{2}$ 18.

Nunc satis dictum est de uendictionibus cantarium, et aliorum diuersorum ponderum pro libris denariorum, in quibus indigemus habere in uirgulas diuisionum ipsorum $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$, ut habeamus libras, soldos, et denarios in una multiplicatione: nunc de eorum uenditionibus factis a soldis, in quibus indigebimus habere tantum $\frac{1}{12}$ in capite uirgularum diuisionum ipsorum; ut que super 12 ex diuisionibus remanserint, fiant denarii; cum ea, que ex diuisionibus extra uirgulam exierit, sunt soldi.

* diuisionum .... et denarios * (fol. 37 verso, lin. 35-39, pag. 92, lin. 14-21).

(10) 109 s.		℞
$\frac{1}{4}$ 27		100
pensa per 11		(6)
(5)		127
d. s. $\frac{3}{10}\frac{4}{10}\frac{6}{12}$ 11		$\frac{1}{3}$ 42

De cantare uendito pro soldis et ruptis.

Item cantaria ualet soldos $\frac{1}{4}$ 27, hoc est soldos 27 et denarios 3; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{1}{3}$ 42: multiplica 27 per 4, et adde 1, erunt 109. Item multiplica 42 per 3, et adde 1, erunt 127; que multiplica per 109, erunt 13843; que diuide per 100, et per 3, et per 4, hoc est per $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}$, exibunt soldi $\frac{3}{10}\frac{4}{10}\frac{6}{12}$ 11.

De eodem pro soldis et denariis. |

fol. 38 recto.

Item cantaria ualent soldos 26, et denarios 5, hoc est soldos $\frac{5}{12}$ 26; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{5}{8}$ 31: multiplica 26 per 12, et adde 5, erunt denarii 317. Item multiplica 31 per 8, et adde 5, erunt 253; que multiplica per 317, erunt 80201; que diuide per $\frac{1}{8}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}$, exibunt $\frac{4}{8}\frac{9}{10}\frac{1}{10}\frac{4}{12}$ 8.

* Item .... $\frac{0\ 5\ 0\ 5\ 0\ 2}{9\ 7\ 6\ 7\ 9\ 10}$ 1 * (fol. 38 recto, lin. 4-10, pag. 92, lin. 27-36).

(7) 4099		l.
s. $\frac{1}{4}\frac{1}{9}\frac{5}{12}$ 28		158
		(7)
pensa per 11		51
d. s. $\frac{5\ 2\ 5\ 0\ 0}{7\ 6\ 7\ 9\ 12}$ 1		$\frac{2}{7}$ 7

De eodem pro soldis et denariis et ruptis.

Item cantaria, hoc est Rotuli 100, ualent soldos $\frac{1}{4}\frac{1}{9}\frac{5}{12}$ 28, hoc est soldos 28, et denarios $\frac{1}{4}\frac{1}{9}$ 5; quantum ualent ergo libre $\frac{2}{7}$ 7: quamuis Rotuli 100, et libre $\frac{2}{7}$ 7 sunt unius generis, tamen non sunt ex una qualitate uel pondere; quia 100 sunt Rotuli, et $\frac{2}{7}$ 7 sunt libre: quare aut de libris $\frac{2}{7}$ 7 faciendi sunt Rotuli, aut de Rotulis 100 faciende sunt libre; ut sicuti sunt ex uno genere, ita sint unius quantitatis, scilicet unius ponderis: uel Rotuli sint ambo, uel libre faciamus quidem de Rotulis 100 libras; et erunt libre 158 pisis: sed alias sunt libre 150, que ponantur in questione pro uenditione pretii: deinde multiplica 28 per suam uirgulam, erunt 4099. Item multiplica 7 per 7, et adde 2, erunt 51; que multiplica per 4099, erunt 209049; que diuide per 158, et per fractiones, que insimul coaptare faciunt $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 7\ 9}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, exibunt soldi $\frac{0\ 5\ 2\ 0}{2\ 7\ 9\ 10}\frac{0\ 0}{4\ 9}$ 1: uel multiplica tantum tertiam de 51, scilicet 17 per 4099, et tolles 3 de uirgula; quia semper in omnibus questionibus, in quibus multiplicatio et diuisio cadunt, debes obseruare modum euitandi supradictum.

De cantare uendito pro tarenis.

Si cantare cuiuslibet mercis uendatur apud Siciliam pro tarenis 26; queratur quot ualeant Rotuli 47: describe questionem, et multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, uidelicet 26 per 47, erunt 1222; que diuide per regulam de 100, aptans eam ut habeamus

inde $\frac{1}{20}$ in capite uirgule; ideo quia tarenus ponderat grana 20 frumenti; et ea que super 20 remanserint, erunt grana. Regula itaque de 100 est $\frac{1\ 0}{5\ 20}$, in qua si diuiseris 1222, exibunt tareni $\frac{24}{5\ 20}$ 12, hoc est tareni 12, et grana $\frac{2}{5}$ 4: uel aliter quia habes in summa multiplicationis 1222, accipe pro 1200 tarenos 12; ideo quia 1200 sunt centum 12: deinde ea que remanent, scilicet 22, diuide per 5; et que ex diuisione peruenit, idest $\frac{2}{5}$4, sunt grana, ut modo inuenimus.

De eodem.

Item cantare uenditur pro tarenis $\frac{1}{4}$ 57; quantum ualent ergo Rotuli 831, hoc est cantaria 8, et Rotuli 31: multiplica igitur 57 per 4, et adde 1, erunt 229; que multiplica per 831, erunt 190299; que diuide per 100, et per 4, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 5\ 20}$, uel per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 10\ 10}$, quod est pulcrius, exibunt tareni $\frac{1\ 0\ 11}{2\ 10\ 20}$ 475, qui tareni 475, qui sunt ex pondere messane; et uolueris scire quot uncie sunt, diuide ipsos tarenos 475 per 30; ideo quia tareni 30 faciunt ibi unciam 1, exibunt uncie $\frac{3}{6}$ 15. Iterum si ipsi 475 erunt de pondere panormi, diuide 475 per $\frac{1}{5}$ 27; ideo quia uncia panormi est tareni $\frac{1}{6}$ 27.

De eodem.

Item cantare uenditur pro tarenis $\frac{11}{20}$ 127, hoc est tarenis 127 et granis 11; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{1}{4}$ 42: multiplica 127 per 20, et adde 11, erunt 2551. Item multiplica 42 per 4, et adde 1, erunt 169; que multiplica per 25551, erunt 431119; que diuide per 100, et per 4, et per 20, exibunt tareni $\frac{0\ 0\ 7\ 17}{4\ 10\ 10\ 20}$ 53.

Nunc satis de uenditionibus pro tarenis dictum est, nunc uero de uenditionibus rerum pro bizantiis de garbo tractemus, quorum unusquisque est miliarenses 10: quare opus est, ut in ipsis semper habeamus $\frac{1}{10}$ in capite uirge diuisionum, ut que super 10 remanserint, fiant miliarenses.

Si cantare cuiuslibet mercis apud garbum uendatur pro bizantiis 47; quantum ualent Rotuli 29: describe questionem, et multiplica 47 per 39, que sunt ex aduerso, erunt 1833; que diuide per 100, scilicet per $\frac{1\ 0}{10\ 10}$, exibunt bizantii $\frac{0\ 0}{10\ 10}$ 18, hoc est bizantii 18; et multiplica $\frac{2}{10}$ 3, et tantum ualent alii Rotuli 39.

Beccune 100 ualent bizantios $\frac{3}{4}$ 42; quantum ualent ergo becune 21: multiplica 42 per 4, et adde 3, erunt 171; que multiplica per 21, erunt 3591; que diuide per 100, et per 4, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 10\ 10}$, exibunt bizantii $\frac{0\ 7\ 0}{4\ 10\ 10}$ 8 pro pretio illarum beecunarum 21.

De cantare uendito pro bizantiis et miliarensibus.

Item cantare uenditur pro bizantiis 23; et multiplica $\frac{1}{6}$ 4, hoc est pro bizantiis $\frac{1\ 4}{2\ 10}$ 23; quantum ualent ergo Rotuli $\frac{1}{4}$ 31: multiplica 23 per 10, et adde 4; que per 2, et adde 1, erunt 469. Item multiplica 31 per 4, et adde 1, erunt 125; quorum quintam quinte, scilicet | 5 multiplica per 469, et summam diuide per quintam quinte de 100, scilicet per 4, et per omnes numeros, qui sunt sub uirgis, exibunt bizantii $\frac{1}{4}\frac{2\ 0}{6\ 10}$ 7.

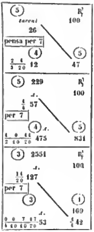
Decena pannellum uendita in garbo.

Pannelli 10 ualent bizantios $\frac{1}{4}$ 34; quantum ualent ergo pannelli 37: multiplica 34 per 4, et adde 1, erunt 137; que multiplica per 37, erunt 5069; que diuide per 10, et per 4 de uirgula, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 10}$, exibunt bizantii $\frac{1\ 7}{4\ 10}$ 126, hoc est bizantii 126, et miliarenses $\frac{1}{4}$ 7.

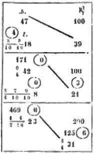
De Rotulo.

Rotulus zaffarani, uel nutium muscatarum, uel aliarum quarumlibet mertium uendi-

« uel multiplica... $\frac{0\ 9\ 7\ 17}{4\ 10\ 10\ 20}$ 32. » (fol. 38 recto, lin. 11-28, pag. 92, lin. 26 — pag. 93, lin. 19)

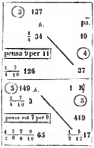


« Nunc satis .... quinte scilicet » (fol. 38 recto, lin. 29-39; pag. 93, lin. 20-33).



fol. 38 verso.

« bizantii ... 1639 » (fol. 38 verso, lin. 2-13; pag. 53, lin. 36 — pag. 94, lin. 12).



tur pro bizantiis 3 et miliarensibus $\frac{1}{4}$ 7, hoc est pro bizantiis $\frac{1\ 7}{4\ 10}$; quantum ualent ergo Rotuli 17, et uncie $\frac{1}{2}$ 5, hoc est Rotuli $\frac{1\ 5}{2\ 12}$ 17: describe questionem ut hic cernitur, et multiplica 3 per 10, et adde 7; que per 4, et adde 1, erunt 149. Item multiplica 17 per 12, et adde 5; que per 2, et adde 1, erunt 419; que multiplica per 149, et diuide summam per fractiones amborum numerorum, exibunt bizantii $\frac{1\ 2\ 2\ 0}{2\ 6\ 9\ 10}$ 65, ut superius in descriptione ostenditur.

De eodem.

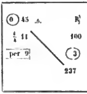
Uerum si eadem ratione quis quereret quantum ualent uncie $\frac{1}{2}$ 5; tantum fac uncias de Rotulo 1, erunt 12: deinde pone in questione, quod uncie 12 zaffarani ualent bizantios 3, et miliarenses $\frac{1}{4}$ 7, hoc est bizantios $\frac{1\ 7}{4\ 10}$ 3; et quantum ualent uncie $\frac{1}{2}$ 5, queritur. Multiplicabis siquidem, ut superius, 3 per suam uirgulam, erunt similiter 149; et multiplicabis 5 per 2, et addes 1, erunt 11; que multiplicabis per 149, erunt 1639; quem diuide per 12, et per reliquas fractiones, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 9\ 2\ 10}$, exibunt bizantii $\frac{1\ 3\ 0\ 7}{2\ 9\ 9\ 10}$ 1.

Nvnc satis de his, que ad bizantios miliarenses pertinent, de prima parte huius capituli dictum est; nunc uero de eis, que pertinent ad bizantios saracenatos uel yperperos dicamus, in quibus indigebimus, ut habeas in capite uirgularum de 24, hoc est $\frac{10}{30}$: ideo quia uunsquisque illorum bizantiorum in se caratos 24 continet; et hec que super $\frac{10}{30}$ ex diuisionibus remanserint, karatos esse non dubitabis.

De cantare lini uel alterius cuiuslibet mercis, que uenditur in Suria uel in alexandria.

Si cantare lini uel alie cuiuslibet mercis apud suriam uel alexandriam uendantur pro bizantiis 4 saracenatis, et uolueris scire quantum ualent Rotuli 37; describe questionem, et multiplica 4 per 37, erunt 148; que diuide per 100, exibunt bizantii $\frac{8\ 4}{10\ 10}$ 1: si autem de $\frac{8\ 4}{10\ 10}$ unius bizantii karatos facere nolueris, multiplica 4, que sunt super 10 per aliam 10, et adde 8, erunt 48; que multiplica per karatos unius bizantii, scilicet per 24, erunt 1152; que diuide per $\frac{1\ 0}{10\ 10}$, exibunt karati $\frac{2\ 5}{10\ 10}$ 11: uel ut habeas summam in una multiplicatione, multiplica 148 per quartam de 24, scilicet per 6, et diuide summam per quartam de 100, et per regulam de 24, exibit similiter bizantius $\frac{3\ 2\ 2\ 2}{9\ 3\ 2\ 2}$ 1, hoc est bizantius 1, et karatus $\frac{2\ 5}{10\ 10}$ 11: quia si multiplicaueris 3, que sunt super 8 per 3, que sunt sub uirgula, et addes 2, erunt karati 11; et $\frac{2\ 2}{5\ 5}$, que sunt in uirgula post $\frac{10}{30}$, sunt partes tantum unius karati; et sic semper faciendum est de omnibus aliis, in quibus pones in capite uirgule $\frac{10}{30}$, uidelicet multiplicare hoc, quod erit super 8 per 3, que erit post ipsa 8 in uirgula, et addere, hoc est quod erit super 3, ubi modo fecimus, et habebis karatos illius uirgule.

« 8 per 3 .... constantinopolis » (fol. 38 verso, lin. 25-31; pag. 94, lin. 30-42).



De eodem.

Item cantare ualet bizantios $\frac{1}{4}$ 11; quantum ualent ergo cantara 2, et Rotuli 37, hoc est Rotuli 237: multiplica 11 per 4, et adde 1, erunt 45, quorum quinta, scilicet 9 multiplica per 237; quod totum etiam multiplica per 3, ut habeamus regulam de 24 sub uirga, erunt 6399; que diuide per quintam de 100, et per 4, que sunt sub uirga, et per 3, que addidimus multiplicationi, que uenient aptata in $\frac{1\ 0\ 0}{10\ 3\ 8}$, exibunt bizantii $\frac{9\ 0\ 9}{10\ 3\ 8}$ 26, ut in hac questione describitur.

De miliario olei constantinopolis.

Miliarium olei apud constantinopolim, quod est metra $\frac{1}{2}$ 33, uenditur pro bizantiis

$\frac{5}{24}$31 ; quantum ualent ergo metra 13 : describe questionem, et multiplica 33 per 3, que sunt post quam in uirgula, et adde 1, erunt 100; que pone super 33, ut inferius in descriptione cernis: deinde multiplica 31 per 24, et adde 5, erunt karati 749; quos pone super 31, et multiplica 749 per 13, erunt 9737; que multiplica per 3, que sunt sub uirgula de 33, erunt 29211; que diuide per 100, que posita sunt super 33, et per 24, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{10\ 10\ 8\ 6}$, exibunt bizantii $\frac{1\ 1\ 1\ 1}{10\ 10\ 6\ 6}$ 12.

De uncia panormi que mutuatur ad persoluendum pisas.

Uncia panormi, que est tareni $\frac{1}{3}$ 27, mutnantur ibi ad persoluendum pisas pro soldis $\frac{5}{12}$107; queritur quantum ualent eadem ratione tareni $\frac{1}{4}$ 7: multiplica 27 per 3, et adde 1, quod est super 3, erunt 82, que serua super $\frac{1}{3}$ 27 : deinde multiplica 107 per 12, et adde 5, erunt denarii 1289, quos pone super 107. Item multiplica 7 per 4 | et adde 1, erunt 29; que pone super $\frac{1}{4}$ 7; et multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet 1289 per 29, erunt 3781; que multiplica per 3, que sunt sub una uirgula de 27, erunt 112143; que diuide per regulam de 82, et per fractiones reliquorum numerorum, scilicet per $\frac{1}{4}$, et per $\frac{1}{12}$, qui insimul coaptati faciunt $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 41\ 12}$, exibunt soldi $\frac{7\ 18\ 5}{8\ 41\ 12}$ 28.

Item eadem uncia, scilicet tareni $\frac{1}{3}$ 27 prestantur pro libris $\frac{17}{20}$ 4, hoc est pro libris 4, et soldis 17; quantum ualent ergo tareni $\frac{1}{2}$ 635: multiplica $\frac{17}{20}$ 4 per $\frac{1}{2}$ 635, et diuide summam eorum per $\frac{1}{3}$ 27, quod sic fieri demonstramus: uidelicet ut multiplices 27 per 3, et adde 1, erunt 82, que serua super 27: deinde multiplica libras 4 per 20, et adde 17, erunt soldi 27, quos pone super $\frac{17}{20}$ 4 : postea multiplica 835 per 2, et adde 1, erunt 1271, que pone super $\frac{1}{2}$ 835. Et multiplica 97 per $\frac{1}{41}$ de 1271, scilicet per 31; que per 3, que sunt sub uirgula post 27, erunt 9021; que diuide per $\frac{1}{41}$ de 82, et per 20, et per 2, que sunt sub uirgis, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 20}$; et non oportet multiplicare per 3, que desnut de $\frac{1}{12}$; cum non remaneant fractiones alique post $\frac{1}{4}$ de $\frac{0}{25}$; et ipsa quarta sit de regula de 12, exibunt $\frac{0\ 13}{4\ 25}$ 112, hoc est libre 112, et soldi 15, et denarii 3.

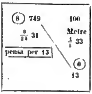
De Rotulis qui uenduntur pro tarenis.

Rotuli $\frac{1}{0}\frac{1}{4}$ 22 uenduntur pro tarenis $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ 14; quantum ualent Rotuli $\frac{13}{26}$ 17: describe questionem, et multiplica 22 per suas uirgulas, erunt 823, que pone super $\frac{1}{0}\frac{0}{4}$ 22: deinde multiplica 14 per suas uirgulas, erunt 581, que pone super $\frac{1}{0}\frac{2}{5}$ 14. Item multiplica 17 per suas uirgulas, erunt 215; que multiplica per 581, erunt 124915, que debes multiplicare per numeros, qui sunt sub uirgulis de 22, scilicet per 4, et per 9, et diuidere summam per 823, et per 5, et per 8, et per 2, et per 6, que sunt sub uirgulis oppositorum numerorum, scilicet de 14 et de 17: Sed ut immittemus subtilitatem euitandi, quam ostendimus in multiplicationibus numerorum, relinquetur quod non multiplicetur 124915 per 4, nec per 3, que sunt de regula de ipsis 9; et relinquetur quod non diuiditur per 2, et per 8, que totidem sunt. Sed multiplicabis 124915 per 3, que remanent de ipsis 9, exibunt 374745, que restant ut diuidenda per $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 81\ 12}$, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 823\ 20}$, uidelicet ut habeamus 20 sub capite uirgule, super que uenient grana, exibunt tareni $\frac{1\ 50\ 17}{20\ 23\ 20}$ 11: potuimus enim dictum euitandi modum in quibusdam de suprascriptis negotiationibus obseruare. Sed cum relinquimus, ne forte impedirentur que in eis demonstrare uolumus, tamen in omnibus hic idem modus obseruandus est.

De Rotulis et eorum partes (sic)

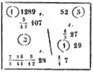
Item Rotuli $\frac{1\ 0\ 2}{2\ 8\ 11}$ 13 uenduntur pro bizantiis $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{6}$ 7; quantum ualent ergo $\frac{1}{7}\frac{0}{5}$ unius Rotuli: multiplica 13 per suam uirgulam, erunt 2327, que pone super 13; deinde multiplica

« Miliarium .... erunt 82 » (fol. 36 verso, lin. 32-38, pag. 94, lin. 43 — pag. 95, lin. 10).

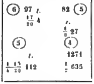


fol. 39 recto.

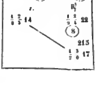
« et adde .... tareni » (fol. 39 recto, lin. 1-4; pag. 95, lin. 11-17).



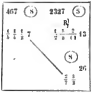
« $\frac{1}{2}$ 635 .... pro tareni » (fol. 39 recto, lin. 5-10, pag. 95, lin. 17-26).



« Rotuli .... que restant » (fol. 39 recto, lin. 11 — 17 e 18 pag. 95, lin. 27-36).



* Item Rotuli... $\frac{2\ 3\ 4}{5\ 8\ 7}$ $\frac{38\ 12}{1\ 9\ 33}$ (fol. 39 *recto*, lin. 22-28; pag. 95, lin. 42 — pag. 96, lin. 8).

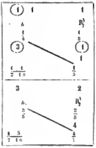


7 per suas uirgulas, erunt 467, que pone super 7: post hec multiplica 3, que sunt super 5 per 7, et 1 quod est super 7 in 5, erunt 26, que pone super $\frac{1}{7}\frac{3}{5}$; et multiplica tertiam decimam de 26 per 467, et per numeros qui sunt sub uirgula de 13, scilicet per 2, et per 8, et per 11, erunt 164384; que diuide per tertiam decimam de 2327, hoc est per 179, per numeros qui sunt sub uirgulis numerorum, qui sunt ex aduerso: tamen cum in eis regulam de 24 accipere non possumus; ideo quia non habemus ex ea in ipsis, nisi tantum $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$, unde minuit nobis $\frac{1}{2}$, addatur 2 in diuisione, et multiplicentur 164384 per 2, erunt 328768; que diuide per $\frac{1\ 3\ 3\ 3\ 0\ 0\ 3}{2\ 5\ 7\ 11\ 13\ 3\ 3}$, exibunt $\frac{33\ 148\ 12}{55\ 71\ 179\ 33}0$.

De parte Rotuli pro parte bizantii.

Item $\frac{1}{5}$ unius Rotuli pro $\frac{1}{4}$ unius bizantii; quantum ualet ergo $\frac{1}{3}$ unius Rotuli: describe questionem, et multiplica numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{5}$, et diuide per $\frac{1}{3}$, quod sic fit: multiplica 1, quod est super 4, per 1, quod est super 5, erit 1; quod multiplica per 3, erunt 3; que diuide per 1, quod est super ipsum 3, et per 4, et per 5, que sunt sub uirgulis, scilicet per $\frac{1\ 0}{2\ 10}$, exibit $\frac{1\ 3}{2\ 10}$ unius bizantii, hoc est $\frac{3}{22}$: ex quibus si Karatos nolueris facere, multiplica 3, que sunt super 20, per quartam de 24, exibunt $\frac{3}{5}3$.

* Item $\frac{1}{5}$.... uirgulis * (fol. 39 *recto*, lin. 29-39; pag. 96, lin. 10-29).



De parte Rotuli pro parte soldi.

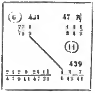
Item $\frac{2}{3}$ unius Rotuli pro $\frac{3}{5}$ unius soldi; quantum ualent ergo $\frac{4}{7}$ unius Rotuli: multiplica 3, que sunt super 5, per 4, que sunt super 7; que per 3, que sunt sub uirgula, erunt 36; que diuide per 2, que sunt super 3, et per 5, et per 7, hoc est per $\frac{10}{110}$, exibit $\frac{1\ 3}{7\ 10}$ unius soldi, hoc est denarii $\frac{11}{35}6$.

De partibus Rotuli pro partibus bizantii.

Item $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ unius Rotuli per $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ unius bizantii; quantum ualent ergo $\frac{13}{29}$ unius Rotuli: multiplica $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ per $\frac{13}{29}$, et diuide per $\frac{12}{43}$, quod sic fit: multiplica 2, que sunt super 3, per 4; et 1 quod est super 4 per 3, et adde insimul, erunt 11, que pone super $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$. Item multiplica 1, quod est super 5, per 6, et 1, quod est super 6 per 5, et adde insimul, erunt 11, que pone super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$. Item multiplica 5, que sunt super 9 per 6, et adde 1, erunt 11; que pone super $\frac{13}{29}$, et multiplica 11, que sunt super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ per 11, que sunt super $\frac{13}{29}$; que per 3, et per 4, que sunt sub uirgulis | et diuide summam per 11, que sunt super $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$, et per alios ruptos. Sed quia debes multiplicare per 11, et per 3, et per 4, et diuidere per 11, et per 2, et per 6, relinquatur quod non multiplicetur 11, que sunt super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, nec per 3, nec per 4, que sunt sub uirgis $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$; nec diuidetur per 11, nec per 6; sed diuides 11, que sunt super $\frac{13}{29}$ per $\frac{12}{29}$, que sunt sub uirgulis, exibunt $\frac{12}{29}$.

fol. 39 *verso*.

* Item .... sed relinquatur * (fol. 39 *verso*, lin. 4-10 e 11; pag. 96, lin. 29-43).

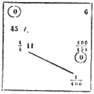


Item $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$ unius Rotuli pro $\frac{2\ 3\ 4}{7\ 8\ 9}$ unius tareni; quantum ualent $\frac{1\ 3\ 7}{6\ 10\ 11}$ unius Rotuli: multiplica 1, quod est super 3, per 4; que per 5, erunt 20; et multiplica 1, quod est super 4, per 5; que per 3, erunt 15; et 1, quod est super 5 per 4; que per 3, erunt 12; et adde 20 cum 15, et cum 12, erunt 47, que pone super $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$: deinde multiplica 4, que sunt super 9, per 8; que per 7, erunt 224; et multiplica 3, que sunt super 8, per 7, et adde 2, erunt 23; que per 9, erunt 207; que adde cum 224, erunt 431, que pone super $\frac{2\ 3\ 4}{7\ 8\ 9}$. Item multiplica 7, que sunt super 11 per 10, et adde 3; que per 6, et adde 1, erunt 439; que pone super $\frac{1\ 3\ 7}{6\ 10\ 11}$, et multiplica 431 per 439, que sunt ex aduerso, erunt 189209, que deberes multiplicare per ruptos, qui sunt sub 47, scilicet per 3, et per 4, et per 5, et diuidere per eadem 47, et per ruptos, qui sunt sub aliis uirgulis: sed relinquatur

multiplicatio de 3 et de 2, que sunt in regula de 4; et multiplicentur 189209 tantum per 2, que remanent de ipsis 4, et per 5, hoc est per 19, erunt 1892090; et relinquatur quod non diuidetur per 6, sunt sub uirgula de $\frac{1}{5}\frac{0}{10}\frac{0}{11}$: ergo diuiditur per $\frac{1}{7}\frac{0}{8}\frac{0}{9}\frac{0}{11}\frac{0}{47}$, hoc est ut habeamus $\frac{1}{20}$ in capite uirgule per $\frac{1}{4}\frac{0}{7}\frac{0}{9}\frac{0}{11}\frac{0}{47}\frac{0}{20}$, exibunt grana $\frac{3}{4}\frac{4}{7}\frac{2}{9}\frac{8}{11}\frac{24}{47}\frac{11}{20}$.

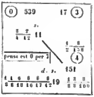
Item libre 100 piperis uenduntur per aliquod pretium, ut ponamus pro libris $\frac{1}{4}$ 11; et queratur quantum ualet Rotulus 1: quia libre 100, et Rotulus 1 sunt unius generis, et non sunt unius quantitatis; ideo quia 100 sunt libre, et 1 est Rotulus, redigendi sunt; ut sicuti sunt unius generis, ita sint unius quantitatis, aut ex quantitate Rotulorum, aut ex quantitate librarum: et cum utraque sit genere, aliud inde facere demostramus: uidelicet ut redigantur ambo ad partes cantarii, hoc est quod uideas de libris 199, que partes sint unius cantarii: omnis enim libra pisana est $\frac{1}{158}$ unius cantarii; quare libre 100 sunt $\frac{100}{158}$ unius cantarii, et Rotulus 1 est $\frac{1}{100}$ eiusdem cantarii: quibus ita redactis in tali questione, redigetur quod $\frac{100}{158}$ unius cantarii, ualent libras $\frac{1}{4}$ 11; et queritur quantum ualet $\frac{1}{100}$ unius cantarii: describe enim questionem sic; et operaueris secundum quod superius demonstrauimus, et habebis pro pretio illius Rotuli $\frac{0}{18}\frac{6}{10}\frac{6}{10}\frac{8}{12}\frac{0}{20}$.

« Item ... questionem » (fol. 39 verso, lin. 14-20; pag. 97, lin. 3-14).



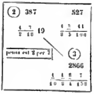
Item libre $\frac{1}{2}$8 pro soldis $\frac{3}{4}\frac{5}{12}$ 11; quantum ueniunt Rotuli $\frac{1}{2}\frac{8}{9}$ 9: fac de libris $\frac{1}{2}$ 8 partes unius cantarii, erunt $\frac{1}{2}\frac{8}{158}$; et de Rotulis $\frac{1}{2}\frac{8}{9}$ 9 fac similiter partes cantarii, eruntque $\frac{1}{2}\frac{8}{9}\frac{9}{100}$; et describe questionem, et multiplica 8, que sunt super 158, per 2, et adde 1, erunt 17; que pone super $\frac{1}{2}\frac{8}{158}$, et multiplica 11 per 12, et adde 2; que per 4, et adde 3, erunt 539, que pone super $\frac{3}{4}\frac{5}{12}$ 11: adhuc multiplica 9, que sunt super 109, per 9, et adde 3; que per 2, et adde 1, erunt 151; que pone super $\frac{1}{2}\frac{8}{9}\frac{9}{100}$, et multiplica 151 per 539, erunt 81389, que deberes multiplicare per 2, et per 158, que sunt sub uirgula sub 17, et diuidere per eadem 17, et per ruptos aliarum uirgularum. Sed relinques multiplicationem de 2, que sunt post 158 in uirgula, et multiplicationem de 2, que sunt in 158; sed multiplica tantum 81389 per medietatem de 158, scilicet per 79, et pro ipsis 2, et 2, per que non multiplicasti, relinques quod non diuides per 4, que sunt in uirgula post 12: multiplicatio enim de 81389 per 79 est 6429731; quibus diuisis in $\frac{1}{2}\frac{0}{9}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{17}\frac{0}{12}$, exibunt soldi $\frac{1}{2}\frac{1}{9}\frac{8}{10}\frac{8}{10}\frac{8}{17}\frac{8}{12}$ 19.

« Item ... medietatem » (fol. 39 verso, lin. 22 — 28 e 29; pag. 97, lin. 16-25).



Item Rotuli $\frac{1}{9}\frac{3}{5}$ 11, hoc est $\frac{1}{9}\frac{3}{5}\frac{11}{100}$ unius cantarii, uenduntur pro denariis $\frac{1}{2}\frac{7}{10}$ 19; quantum ualent libre $\frac{1}{10}\frac{1}{9}\frac{3}{4}$ 7, hoc est $\frac{1}{10}\frac{1}{9}\frac{3}{4}\frac{7}{158}$ unius cantarii: describe questionem, et multiplica 11, que sunt super 100, per 5, et adde 3; que per 9, et adde multiplicationem de 1, quod est super 9 in 5, erunt 527, que pone super $\frac{1}{9}\frac{3}{5}\frac{11}{100}$. Item multiplica 19 per 10, et adde 3; que per 2, et adde 1, erunt 387, que pone super $\frac{1}{2}\frac{7}{10}$ 191 et adhuc multiplica 7, que sunt super 158 per 4, erunt 2866; et multiplica 387 per 2866, erunt 1109142: que cum debeas multiplicare per 6, et per 9, et per 100, que sunt sub uirgula sub 527, et diuidere summam per regulam de 527, que est $\frac{1}{17}\frac{0}{31}$, et per reliquos numeros, qui sunt sub uirgulis reliquorum duorum numerorum, relinquatur quod non multiplicetur per 9, nec per 100; et relinquatur quod non diuidetur per 9, nec per 19, que sunt in uirgula sub 2866, nec per 19, que sunt sub uirgula sub 387: ergo multiplicabis | 1109142 tantum per 5, erunt 5545716; que diuides per $\frac{1}{2}\frac{0}{4}\frac{0}{158}\frac{0}{527}$, hoc est per $\frac{1}{2}\frac{0}{8}\frac{0}{17}\frac{0}{31}\frac{0}{79}$, exibunt denarii $\frac{0}{2}\frac{7}{8}\frac{13}{17}\frac{24}{31}\frac{13}{79}$ 8.

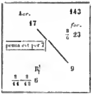
« Item ... reliquorum » (fol. 39 verso, lin. 32-37 e 38; pag. 97, lin. 29-37).



fol. 40 recto.

Item Rotuli 11 gerouini ualent in alexandria karatos 17; quantum ualent Rotuli 9 forforini: quia Rotuli 11, et Rotuli 9 non sunt unius ponderis; uel de Rotulis 11 Gerouinis

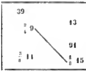
« Item ... Rotuli » (fol. 40 recto, lin. 3-7; pag. 97, lin. 42 — pag. 98, lin. 6).



facies Rotulos forforinos, uel de Rotulis 9 forforinis facies Rotulos Gerouinos, ut fiant ambo uel forforini, uel Gerouini: sed quia de Rotulis Gerouinis 11 leuius potes facere Rotulos forforinos, quam de Rotulis 9 forforinis facere Gerouinos; ideo quia unusquisque Rotulus Gerouinus est Rotulus $\frac{1}{6}$ 2 forforinus: quia si multiplicauerit Rotulos 11 Gerouinos per $\frac{1}{6}$ 2 faciet Rotulos $\frac{5}{6}$ 23 forforinos. Vnde describe quod Rotuli $\frac{5}{6}$ 23 forforini ualent karatos 17; quantum ualent Rotuli 9 forforini: multiplicabis ergo 17 per 9, que sunt ex aduerso, et diuides per $\frac{5}{6}$ 23, exibunt karati $\frac{5}{11}\frac{5}{13}$ 6.

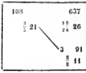
De Rotulis forforinis cum queritur precium. Contrarium.

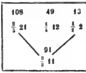
« Item ... karati » (fol. 40 recto, lin. 9-14; pag. 98, lin. 9-17 e 18).



Item Rotuli 13 forforini ualent karatos $\frac{3}{4}$ 9; quantum ualent Rotuli 7 geronini: fac forforinos de Rotulis 7 geroninis, hoc est: multiplicabis Rotulos 7 gerouinos per $\frac{1}{6}$ 2, erunt Rotuli $\frac{1}{6}$ 15 forforini: ergo describes quod Rotuli 13 forforini ualent karatos $\frac{3}{4}$ 9; quantum ualent Rotuli $\frac{1}{6}$ 15 forforini: multiplicabis $\frac{3}{4}$ 9 per $\frac{1}{6}$ 15, et diuides per 13, et euitabis inde $\frac{1}{13}$, cum possibile sit, et $\frac{1}{6}$ similiter, exibunt karati $\frac{3}{8}$ 11.

« $\frac{0}{4}\frac{3}{7}\frac{3}{7}\frac{3}{13}\frac{3}{13}$ ... unimus » (fol. 40 recto, lin. 15-25; pag. 98, lin. 18-33).



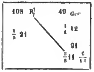


Item Rotuli Gerouini $\frac{1}{4}$ 12 pro karatis $\frac{3}{5}$ 21; quantum ualent Rotuli $\frac{3}{8}$ 11 forforini: fac Rotulos forforinos de Rotulis $\frac{1}{4}$ 12 gerouinis, hoc est multiplica $\frac{1}{4}$ 12 per $\frac{1}{6}$ 2, erunt Rotuli forforini $\frac{13}{24}$ 26: deinde describe quod Rotuli $\frac{13}{24}$ 26 forforini ualent karatos $\frac{3}{5}$ 21; quantum ualent Rotuli $\frac{3}{8}$ 11 forforini: multiplicabis $\frac{3}{5}$ 21 per $\frac{3}{8}$ 11, et diuides per $\frac{13}{24}$ 26, exibunt karati $\frac{0}{4}\frac{0}{7}\frac{5}{7}\frac{4}{13}\frac{3}{13}$ 9, ut in hac descriptione cernitur: possumus enim hoc idem operari, uitando multiplicationem de $\frac{1}{4}$ 12 in $\frac{1}{6}$ 2, quod superius multiplicauimus, uidelicet ut describantur in questione Rotuli $\frac{3}{8}$ 11 forforini sub $\frac{1}{4}$ 12 gerouinis: deinde prouideas de Rotulo 1 gerouino, quot forforini sint, uidelicet $\frac{1}{6}$ 2: pone enim $\frac{1}{6}$ 2 ante $\frac{1}{4}$ 12, ut in hac descriptione cernis; et erit tunc talis quesito, quod $\frac{1}{6}$ 2 uicibus Rotuli $\frac{1}{4}$ 12 forforini ualent karatos $\frac{3}{5}$ 11; quantum ualent ergo $\frac{3}{8}$ 11 forforini: multiplicabis ergo, ut prediximus, $\frac{3}{5}$ 21 per $\frac{3}{8}$ 11, et diuides per $\frac{1}{4}$ 12, et per $\frac{1}{6}$ 2, quod sic fit: uidelicet quod multiplices 2 per 6, et adde 1, quod est super 6, erunt 13; que pone super $\frac{1}{6}$ 2, et multiplica 12 per 4, et adde 1, quod est super 4, erunt 49, que pone super $\frac{1}{4}$ 12. Item multiplica 21 per 5, et adde 3, erunt 108, que pone super $\frac{3}{5}$ 21: et adhuc multiplica 11 per 8, et adde 3, erunt 91; que pone super $\frac{3}{8}$ 11, et multiplica 108 per 91, et per ruptos, qui sunt sub 49, et sub 13, scilicet per 4 et per 6, erunt 235872; que diuide per 13, et per 49, et per numeros, qui sunt sub uirgulis aliorum duorum numerorum, scilicet per 5, et per 8, hoc est per $\frac{1}{4}\frac{3}{7}\frac{3}{7}\frac{3}{10}\frac{0}{13}\frac{3}{13}$, exibunt karati $\frac{3}{4}\frac{0}{7}\frac{3}{7}\frac{3}{13}\frac{3}{13}$ 9, ut superius inuenimus. Vel aliter describe questionem, scilicet Rotulos $\frac{3}{8}$ 11 forforinos sub Rotulis $\frac{1}{4}$ 12 gerouinis; et uideas de 1 Rotulo forforino, que pars sit unius Rotuli Gerouini, uidelicet $\frac{6}{13}$ hac ratione: quia cum Rotulus 1 gerouinus sit Rotulus $\frac{1}{6}$ 2 forforinus; ergo Rotuli 6 Gerouini sunt Rotuli 13 forforini. Vnde Rotulus 1 forforinus est $\frac{6}{13}$ de Rotulo 1 Gerouino, ut prediximus: pone ergo $\frac{6}{13}$, cuius Rotulos $\frac{3}{8}$ 11 forforinos, sicuti superius in precedenti descriptione posuimus $\frac{1}{6}$ ante Rotulos $\frac{1}{4}$ 12 gerouinos, ut in hac descriptione cernitur: et erit tunc talis questio, quod Rotuli $\frac{1}{4}$ 12 gerouini ualent karatos $\frac{3}{5}$ 21; et queritur, quantum ualent $\frac{6}{13}$ de Rotulis $\frac{3}{8}$ 11 gerouinis; quod sic facies: multiplicabis $\frac{3}{5}$ 21 per $\frac{3}{8}$ 11 $\frac{6}{13}$, et diuides per $\frac{1}{4}$ 12 sic: multiplica 12 per 4, et adde 1, erunt 49, que pone super $\frac{1}{4}$ 12; et pone 108 eadem ratione super $\frac{3}{5}$ 21, et 91 super $\frac{3}{8}$ 11, et multiplica 108 per numeros, qui sunt ex aduerso, uidelicet per 91, et per 6, et per 4, que sunt sub

49, erunt similiter 235872; que diuides per regulam de 40, et per ruptos, qui sunt sub uirgulis reliquorum numerorum, scilicet per $\frac{1\ 3\ 6}{5\ 4\ 13}$, qui coaptati cum regula de dictis 49 faciunt similiter $\frac{3\ 3\ 6\ 6\ 0}{4\ 7\ 7\ 10\ 13}$, in quibus diuiseris 235372, exibunt karati $\frac{0\ 3\ 3\ 3\ 3}{4\ 7\ 7\ 13\ 13}$ 9, ut superius bis inuenimus: et ut hoc quod in hac questione demonstrare uolumus non impediretur, non euitauimus laborem multiplicandi et diuidendi, quem euitare potuimus: sed ut non dimittatur magisterium euitandi laborem, in quibus possumus; qualiter in hoc euitandum sit, ostendamus: et est hoc quod numquam debemus multiplicare aliquem numerum; cum summa multiplicationis eorum per similem, uel per similes debeamus postea diuidere, ut in hac quod multiplicauimus 108 per 91; que per 6; que per 4, que sunt sub uirgula de 49; et | diuisimus summam per $\frac{1\ 6\ 6\ 0\ 0}{4\ 7\ 7\ 13\ 13}$: poteramus enim relinquere in dicta multiplicatione quod non multiplicaretur 91, nec aliqua pars ipsius; et relinqueremus diuisionem de 7, et de 13, que sunt in uirgula diuisionis, que equales sunt de 91: ideo quia 7 uicibus 13 faciunt 91; et quia equales sunt, ergo similes: et hoc est quod dicimus, quod non debemus multiplicare 01 in dicta multiplicatione, cum debeamus postea diuidere per $\frac{1\ 0}{7\ 13}$: remanet enim ut multiplicetur 108 per 6; que per 4, et diuidatur tantum per $\frac{1\ 0\ 3}{4\ 7\ 10}$, de quibus possumus etiam euitare, ut non multiplicemus multiplicationem de 6 uicibus 103 per 4, et non diuidimus per 4, que sunt in diuisione. Multiplicabimus ergo tantum 6 per dimidium de 108, erunt 324; que diuides per $\frac{10}{57}$ tantum, exibunt karati $\frac{41}{57}$ 9, que totidem sunt quantum $\frac{0\ 0\ 3\ 3\ 3}{3\ 7\ 7\ 13\ 13}$ 9. Et ut hoc uerum sit, ita cognoscitur: multiplica 3, que sunt super 13 per 10, que sunt post 13 in uirgula, et adde 2, que sunt super 19, erunt 33; que multiplica per 7, et adde 3, que sunt super 7, erunt 234; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{13\ 10\ 7}$, exibunt $\frac{41}{57}$: est enim pulcrius dicere $\frac{41}{57}$, quam $\frac{3\ 3\ 3}{7\ 10\ 13}$: quare semper studendum est, ut euitemus hoc quod euitare potuerimus, ut minor labor sit, et pulcriores atque intelligibiliores babeamus ruptos.

fol. 40 verso

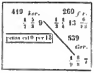
• diuisimus . . . dimidium de • (fol. 40 verso, lin. 1-6; pag. 99, lin. 10-18).



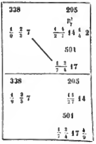
• geronimus . . . Rotulorum • (fol. 40 verso, lin. 14-20; pag. 99, lin. 28-37).

De Rotulis forforinis cum queritur de Gerouinis.

Item Rotuli forforini $\frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ 13 per karatos $\frac{1}{7}\ \frac{5}{6}$ 9; quantum ualent ergo Rotuli Gerouini $\frac{1}{9}\ \frac{3}{3}$ 7: describe questionem tanquam essent Rotuli unius ponderis; deinde pone $\frac{3}{13}$ ante Rotulos forforinos, uel ante Rotulos gerouinos pone $\frac{1}{6}$ 2 ea ratione, qua superius demonstrauimus: ponamus ergo $\frac{6}{13}$ in hac questione ante Rotulos forforinos $\frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$ 13, ut hic ostenditur; et multiplicabis 13 per suas uirgulas, erunt 269; et multiplica 9 per suas, erunt 419. Item multiplica 7 per suas uirgulas, erunt 539; et multiplica 419 per 530, que sunt ex aduerso; quem multiplica per ruptos reliqui numeri, scilicet per 4, et per 5, et per 13; et summam que exierit diuide per 6, que sunt super 13, et per 260, et per ruptos reliquorum numerorum duorum, scilicet per 6, et per 7, et per 8, et per 9; et euitabis hoc quod euitare potes, sicuti in precedenti questione demonstrauimus, et habebis karatos $\frac{0\ 7\ 5\ 2}{7\ 3\ 9\ 8}\ \frac{3}{260}$ 12: et sic potes facere de qualibet simili positione, in qua proponatur uenditio Rotulorum unius ponderis; et quesieris pretium Rotulorum quorumlibet alterius ponderis. Item ut intelligatur melius Rotuli $\frac{11}{27}$ 14 de messana ualent tarenos $\frac{1}{6}\ \frac{2}{5}$ 7; et quantum ualent Rotuli $\frac{1}{7}\ \frac{3}{4}$ 17 de pisis queratur. Primum querendum est de Rotulo messane quot Rotulos pisanos ponderet, uidelicet $\frac{1}{4}$ 2, ut ita ponamus, quos pone ante Rotulos messane, sicuti superius docuimus ponere $\frac{1}{6}$ 2 ante Rotulos gerouinos; uel pone $\frac{4}{3}$ ante Rotulos pisanos; ideo quia Rotulus pisanus est $\frac{4}{9}$ de Rotulis messane. In hac autem ponamus $\frac{1}{4}$ 2 ante Rotulos messane, ut hic ostenditur; et multiplica 2 per



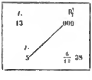
• quorumlibet ... De cantare • (fol. 40, verso, lin. 21-32; pag. 99, lin. 37 e 38 — pag. 100, lin. 11).



4, et adde 1, erunt 9, que pone super $\frac{1}{4}$ 2: deinde multiplica 14 per suam uirgam, erunt 205, que pone super 114. Item multiplica 7 per suas, erunt 338, que pone super 7. Item multiplica 17 per suos ruptos, erunt 501; que pone super 17, et multiplica 338 per 501; que per ruptos, qui sunt superius, scilicet per 2, et per 7, et per 4; et diuides per 9 et per regulam 205, et per reliquos ruptos, uidelicet per $\frac{4\ 0\ 0\ 0}{4\ 8\ 7\ 9}$; et euitabis ea que euitari poteris. Et pro pretio illorum Rotulorum habebis tarenos $\frac{2\ 22\ 23\ 4}{8\ 39\ 41\ 20}$ 4. Explicatis quidem demonstrationibus in uenditionibus mertium, in quibus inueniuntur pretia mertium; nunc uero reuertamus ad easdem uenditiones, in quibus reperiantur merces positorum pretiorum, secundum diuersitates uenditionum ipsarum, reuertentes quidem ad uenditiones cantarium.

De cantare cum uenditur pro libris; et queritur Rotulus de libris.

• libris 5 . . . ideo • (fol. 40 verso, lin. 34-38; pag. 100, lin. 13-20)

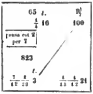


Si cantare cuiuslibet mercis uenditur pro libris 13; et queratur quot Rotulos quis pro libris 5 habuerit, describe, ut prediximus in precedentibus positionibus in prima uenditione, scilicet Rotulos 100; deinde in eadem lineatione retro pone pretium illorum Rotulorum, uidelicet libras 13; deinde pone libras 5 sub 13: ideo quia sunt unius generis et unius quantitatis, scilicet pretii; et descriptis numeris, ut hic ostenditur, multiplicabis numeros, qui sunt ex aduerso, uidelicet 5 per 100, erunt 500; que diuides per 13, exibunt Rotuli $\frac{6}{13}$ 38, ut in hac descriptione cernitur; et tot Rotulos habuerit pro libris 5 descriptis: nam si de $\frac{6}{13}$ unius Rotuli uncias facere uolueris, multiplica 6, que sunt super 13, per 12; ideo quia unusquisque Rotulus ponderat uncias 12, erunt 72; que diuide per 13, exibunt uncie $\frac{7}{13}$ 5; de quibus $\frac{7}{13}$ unius | uncie possumus eodem modo facere partes unius uncie, secundum partes que fuerint ipsius uncie, siue pisani Rotuli, aut libre, uel alicuius alterius Rotuli: et ut melius intelligatur, ponamus quod ipse $\frac{7}{13}$ sint de uncia pisane libre: unde si uoluerimus cognoscere ex eis quot denarii sint de cantare; ideo quia uncia eiusdem libre ponderat denarios 25 de cantare, multiplicabis 7, que sunt super 13 per 25, et diuides per 13; et sic intellige de quibuslibet unciis.

fol. 41 *recto*.

De eodem cum ruptis.

• Item . . . . multiplicatio de • (fol. 41 *recto*, lin. 6-12; pag. 100, lin. 29-36).



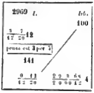
Item cantare ualet libras $\frac{1}{4}$ 16; et queritur quot Rotulos pro libris $\frac{7}{12}\frac{8}{20}$ 3 quis habuerit: describe questionem in hunc modum, et multiplica 16 per 4, et adde 1, erunt 65, que pone super $\frac{1}{4}$ 16: deinde multiplica 3 per suam uirgam, erunt 823; que pone super $\frac{7}{12}\frac{8}{20}$ 3, et multiplica 100 per 823; que per 4, que sunt sub uirgula de 16, et diuides summam per regulam de 65, que est $\frac{1\ 0}{5\ 13}$, et per ruptos inferioris uirgule, scilicet per $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, et aptabis 12 in capite uirgule; ideo quia ea, que fuerint super 12, erunt uncia, uel uncie; erit ergo aptatio illorum $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{5\ 13\ 20\ 12}$: sed ut euitemus laborem multiplicandi et diuidendi, relinquatur multiplicatio de 100, et relinquetur diuisio de $\frac{1\ 0}{5\ 20}$, que sunt in uirgula diuisionis: ergo multiplicabis 823 per 4, et diuides tantum per $\frac{1\ 0}{13\ 12}$, exibunt Rotuli $\frac{3\ 4}{13\ 12}$ 21: probatio autem huius rei et similium eadem est, quam superius demonstrauimus, uidelicet ut sicuti egredieris cum numeris, multiplicando et diuidendo, ita egredieris unam quamlibet pensam operando. Quare pensa huius positionis esse 2 per 7 reperies.

De centenario piperis secundum suprascriptum modum.

Item centenarium piperis pro libris 12, et soldis 7, et denariis 5, hoc est pro libris

$\frac{3}{12}\frac{7}{20}12$, quot libras piperis habuero pro soldis 11, et denariis 9: quia libre $\frac{3}{12}\frac{7}{20}$ 12, et soldi $\frac{9}{12}$ 11, sunt unius generis, scilicet pretii, et non sunt unius quantitatis; cum 12 sint libre, et soldi 11, sunt soldi: ergo uel de libris $\frac{3}{12}\frac{7}{20}$ 12 faciendi sunt soldi, uel de soldis $\frac{9}{12}$ 11 faciende sunt libre, hoc est partes unius libre; ut sicuti sunt unius generis, ita sint unius quantitatis: ergo de soldis $\frac{9}{12}$11 faciamus partes unius libre, que sunt $\frac{9}{12}\frac{11}{20}$; et describantur sub libris $\frac{3}{12}\frac{7}{20}$ 12, ut in hac descriptione ostenditur; et multiplicetur 12 per suam uirgulam, erunt 269. Item multiplica 11 per 12, et adde 9, erunt 141; et multiplica 141 per 100; que per 12 et per 20, que sunt sub uirgula de 12, et diuide summam per 2969, et per $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$: sed ut euites laborem, non multiplicare per 12, nec per 20; et non oportebit diuidere per $\frac{4}{12}\frac{0}{20}$: ergo multiplicabis 141 per 100, erunt 14100; que diuides per 2969, uel ut habeamus uncias super uirgulam, multiplica 14100 per 12, et diuide per $\frac{1}{2969}\frac{0}{12}$, exibunt Rotuli $\frac{2}{2}\frac{9}{9}\frac{0}{6}\frac{0}{9}\frac{0}{12}$ 4.

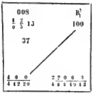
• Item . . . multiplica • (fol. 41 *recto*, lin. 18-24, pag. 100, lin. 43 — pag. 101, lin. 7).



De cantare uenducto per libras, cum queritur merces denariorum.

Item cantare ualet libras $\frac{4}{6}\frac{2}{5}$ 13; et quantum quis pro denariis $\frac{1}{4}$ 9 habuerit queritur, hoc est per $\frac{4}{4}\frac{9}{12}\frac{0}{20}$ unius libre, ut fiant ex eadem quantitate librarum $\frac{4}{9}\frac{2}{5}$ 13: describatur questio ut hic ostenditur; et multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 608. Item multiplica 9, que sunt super 12, per 4, et adde 1, erunt 37; et multiplica 37 per 100; que per 5, et per 9, que sunt sub uirgulis post 13; et diuides summam per regulam de 608, que est $\frac{1}{4}\frac{0}{8}\frac{0}{19}$, et per $\frac{1}{4}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$; qui rupti insimul coaptati sunt $\frac{1}{4}\frac{0}{8}\frac{0}{9}\frac{0}{10}\frac{0}{19}\frac{0}{12}$; et habebis quesitam quantitatem: uel si uolueris euitare, noli multiplicare 37 per totum 100, sed relinques 10 de regula 100, propter quod relinques $\frac{1}{10}$, que est in uirgula diuisionis: ergo multiplicabis 37 per 10, que remanent de 100, et per 5, et per 9 predicta, erunt 16050; que diuide per $\frac{1}{4}\frac{0}{0}\frac{0}{8}\frac{0}{19}\frac{0}{10}$, exibunt $\frac{2}{4}\frac{2}{9}\frac{0}{9}\frac{0}{10}\frac{3}{12}$.

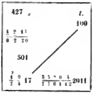
• Item .... relinques • (fol. 41 *recto*, lin. 30-36 e 37; pag. 101, lin. 14-21).



Item si centenarium uendatur pro soldis $\frac{4}{8}\frac{2}{9}$ 17; et queratur quantum quis ex ipsa merce pro libris $\frac{4}{9}\frac{9}{4}$ 17 habuerit, verte soldos $\frac{4}{9}\frac{2}{3}$ 17 ad partes unius libre, erunt $\frac{4}{8}\frac{2}{9}\frac{17}{20}$ unius | habuerit uerte soldos $\frac{4}{9}\frac{2}{9}$ 17 ad partes unius libre, erunt $\frac{4}{9}\frac{2}{9}\frac{17}{20}$ unius libre; et hoc facies ut ambo numeri sint unius nominis: deinde describes questionem in hunc modum; et operaberis secundum quod superius dictum est, et habebis pro quesita quantitate illius mercis libras $\frac{3}{7}\frac{5}{7}\frac{0}{6}\frac{0}{1}\frac{4}{12}$ 2011.

fol. 41 *verso*.

• habuerit .... fractionibus • (fol. 41 *verso*, lin. 1-7 e 8; pag. 101, lin. 26-34).

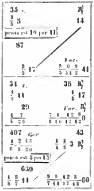


Regula uniuersalis in centenario.

Uolumus enim quandam regulam demonstrare, que procreatur ex euitatione multiplicationum, et diuisionum ipsorum numerorum, qui ponuntur in similibus questionibus; et hec est, ut cum proponatur quod centenarium piperis ualeat libras quotlibet absque fractionibus, ut ponamus pro libris 13; et queratur quantum quis pro denariis quotlibet habuerit, ut ponamus 3; semper multiplica denarios per 5, et diuide per pretium centenarii, ut in hac: multiplica denarios 3 per 5, erunt 15; que diuide per 13, exibunt $\frac{2}{13}$ 1; et tot uncias habueris pro ipsis denariis 7: uerum si eadem ratione queratur, quantum ipse pro soldis 7 haberet, multiplicabis similiter 7 per 5, erunt 35; que diuide similiter per 13, exibunt libre $\frac{9}{13}$ 2; et sic intelligas de omnibus similibus.

Item si e contra quesieris quantum eadem ratione uncie 7 ualeant; multiplicabis 7 per 13, et diuides per 5, exibunt denarii $\frac{4}{5}$ 18. Nam si quesieris, quantum ualent libre 7 eiusdem mercis; multiplicabis similiter 7 per 13, et diuide per 5, exibunt soldi $\frac{1}{5}$ 18, idest soldi 18, et denarii $\frac{2}{5}$ 2; et sic facies de similibus.

• eiusdem ... diuide » (fol. 41 *verso*, lin. 16-31; pag. 101, lin. 42 — pag. 102, lin. 14).

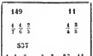


• per 4 ... de Rotulis » (fol. 41 *verso*, lin. 32-34; pag. 102, lin. 14-18).

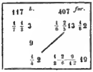


fol. 42 *recto*

• per $\frac{1\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$ .... ruptos » (fol. 41 *verso*, lin. 35-39; pag. 102, lin. 19-23).



• de Rotulis .... 9 per » (fol. 42 *recto*, lin. 6-11; pag. 102, lin. 31-35).



Item Rotuli 14 pro tarenis $\frac{3}{5}$ 5; quot Rotulos habuero pro tarenis $\frac{2}{3}$ 17: describe questionem hoc modo; et multiplica numeros qui sunt ex aduerso, scilicet 14 per $\frac{2}{3}$ 17, et diuide per $\frac{3}{5}$ 5, exibunt $\frac{0\ 0\ 9}{3\ 5\ 12}$ 41.

Item Rotuli $\frac{1}{2}$ 17 pro tarenis $\frac{1}{3}$ 11; quantum habuero ex ipsis pro granis $\frac{1}{4}$ 7, hoc est pro $\frac{1\ 7}{4\ 20}$ unius tareni, ut fiant ex quantitate tarenorum $\frac{1}{3}$ 11 suprascriptorum: describe questionem sic; et multiplicabis $\frac{1}{2}$ 17 per $\frac{1\ 7}{4\ 20}$, et diuide per $\frac{1}{3}$ 11; et fac ut habeas 12 in capite uirgule propter uncias, et exibunt uncie $\frac{7\ 4}{3\ 10}$ $\frac{12}{17}$ $\frac{8}{12}$.

De Rotulis uenditis pro granis, cum queritur merces tarenorum.

Item Rotuli $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ 3 pro granis $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$ 13; quot Rotulos habuero pro tarenis $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$ 11: fac partes unius tareni de granis $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$ 13, erunt $\frac{1\ 2\ 12}{6\ 3\ 20}$; et describe questionem sicut inferius cernitur, et multiplicabis $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ 3 per $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$ 11, et diuides per $\frac{1\ 2\ 12}{6\ 3\ 20}$, exibunt Rotuli $\frac{5\ 7\ 12\ 8}{7\ 11\ 57\ 12}$ 60.

Item $\frac{3}{4}$ unius Rotuli pro $\frac{4}{5}$ unius bizantii; quantum habuero pro $\frac{6}{7}$ unius bizantii: describe questionem, et multiplica 3, que sunt super 4, per 6, que sunt super 7, erunt 18; que per 5, que sunt sub uirgula superiori, erunt 90; que diuide per 4, que sunt super 5, et per 4, et per 7, que sunt sub aliis uirgulis, idest per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 5}$, exibunt $\frac{2\ 6}{7\ 8}$ unius Rotuli.

De ruptis rotulorum.

Item $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ unius Rotuli pro $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$ unius bizantii; quantum habuero de Rotulis per $\frac{1\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$ unius bizantii: describe questionem sic, et multiplica $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ per $\frac{1\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$, et diuide per $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$, quod sic fit: accipe prius $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$, et multiplicabis 2, que sunt super 3, in 4, et 1, quod est super 4, in 3, et adde insimul, erunt 11; que pone super $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$, et inuenies numerum de $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$, erunt 149; que pone super $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$, et inuenies numerum de $\frac{1\ 4\ 7}{8\ 9\ 10}$, erunt 537: et multiplicabis 11 per 537; que per ruptos, | qui sunt sub uirgulis sub 149, scilicet per 5, et per 6, et per 7; et diuides summam per 149, et per ruptos, qui sunt sub 11, et sub 537, hoc est per $\frac{1\ 0\ 3\ 0\ 0}{3\ 4\ 8\ 9\ 10}$, qui insimul coaptati sunt $\frac{1\ 5\ 0\ 0\ 0}{8\ 9\ 10\ 149\ 12}$: euitabis hoc quod euitare poteris, exibunt $\frac{3\ 4\ 83\ 11}{4\ 10\ 149\ 12}$.

De Rotulis Gerouinis et forforinis.

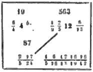
Item Rotuli Gerouini $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$ 13 pro bizantiis $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 3; quot Rotulos forforinos habuero pro bizantiis $\frac{1}{4}$ 2: quia uenditio sit de Rotulis Gerouinis, et quesitio sit de Rotulis forforinis; ideo de Rotulis $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$ 13 gerouinis faciendi sunt Rotuli forforini, hoc est: multiplica eos per $\frac{1}{6}$ 2, et uenientem summam pone in questione pro uenditione. Et ut euitemus laborem dicte multiplicationis, pone $\frac{1}{6}$ 2 ante Rotulos $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{3}$ 13, ut superius in similibus facere demostrauimus; et describe questionem sic: et multiplica 2 per 6, et adde 1, erunt 13, que pone super $\frac{1}{6}$ 2; deinde multiplica 13 per suas uirgulas, erunt 407: et multiplica 3 per suas uirgulas, erunt 117: post hec multiplica 2 per 4, et adde 1, erunt 9; que pone super $\frac{1}{4}$ 2; et multiplica 9 per numeros, qui sunt ei ex aduerso, uidelicet 13, et per 407, erunt 47619; que multiplica per ruptos, qui sunt sub 117, uidelicet per 3, et per 7; et diuide per summam per regulam de 117, que est $\frac{1\ 0}{8\ 12}$, et per numeros, qui sunt sub uirgulis oppositorum numerorum, uidelicet per 6, que sunt sub 13, et per 3, et per 6, que sunt sub 407, et per 4, que sunt sub 9: uerum si laborem multiplicandi et diuidendi euitare uolueris, considera eum diximus: multiplica 9 per 13, et relinque eorum multiplicationem, quod non multiplices ea, et non diuides per 9, et per 13, que sunt in uirgula diuisionis: ergo remanet tantum, ut multiplices 407 per ruptos, qui sunt sub

117, et remanet ut diuides per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 3\ 6\ 6}$; de quibus relinques iterum quod non multiplicabis per 5, que sunt sub uirgula sub 117; et non diuides per 5, que sunt sub uirgula diuisionis: ergo multiplicabis 407 per 7, que sunt sub uirgula sub 117, et diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 3\ 9}$, hoc est per $\frac{4\ 0\ 6}{2\ 6\ 12}$, ut habeamus uncias super 12, exibunt Rotuli $\frac{1\ 2\ 9}{2\ 6\ 12}$ 19 forforini, ut superius in descriptione ostenditur.

De eodem in contrario.

Item si dixerit quod Rotuli $\frac{1}{6}\frac{2}{3}$ 12 forforini ualent bizantios $\frac{3}{4}$ 4; et quot Rotulos gerouinos quis pro karatis $\frac{2}{5}$ 17, hoc est pro $\frac{2\ 17}{5\ 24}$ unius bizantii, habuerit queratur: quia unusquisque Rotulus forforinus est $\frac{6}{13}$ unius Rotuli gerouini, ponende sunt $\frac{6}{13}$ ante Rotulos $\frac{1}{6}\frac{2}{3}$ 12 forforinos, ut in hac descriptione ostenditur. Et accipies $\frac{1}{6}\frac{2}{3}$ 12, et multiplicabis 12 per suas uirgulas, erunt 563: deinde accede ad $\frac{3}{4}$ 4, et multiplicabis 4 per 4, et addes 3, erunt 19: item multiplicabis 17, que sunt super 24, per 5, et adde 2, erunt 87; et multiplicabis 87 per 6, que sunt ei ex aduerso super 13; que per 563; que per 4, que sunt sub uirgula sub 19, et diuides summam per 19, et per numeros qui sunt sub uirgulis oppositorum numerorum, uidelicet per 5, et per 9, et per 13, et per 5, et per 24, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{5\ 6\ 13\ 13\ 18\ 12}$; et euitabis quod euitare poteris, et habebis pro quesita quantitate $\frac{1\ 3\ 2\ 10\ 10}{5\ 10\ 13\ 19\ 12}$ unius Rotuli gerouini.

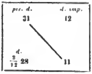
• Item .... multiplicabis 87 • (fol. 42 recto, lin. 24-29; pag. 103, lin. 7-13).



Pars secunda octaui capituli de cambiis monetarum.

Si soldus imperialium, scilicet denarii 12, aut cuiuslibet alie monete uendatur pro denariis 31 pisaninis, uel pro aliis quibuslibet; et queratur quot denarios pisaninos quis pro imperialibus 11 habuerit: describes questionem, uidelicet primo uenditionem, scilicet imperiales 12; deinde in eadem lineatione retro scribes pretium illorum, scilicet denarios 31 pisaninos; et imperiales 11 pones sub imperialibus 12, ut hic ostenditur: et multiplicabis | numeros qui sunt ex aduerso, scilicet 11 per 31, erunt 341; que diuide per 12, exibunt denarii $\frac{5}{12}$ 28.

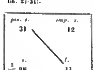
• Si soldus .... multiplicabis (fol. 42 recto, lin. 33-39, pag. 103, lin. 19-24).



fol. 42 verso

Et scias quia quot denarios pisaninos ualet soldus imperialium, scilicet imperiales 12, tot soldos pisaninos ualent soldi 12 imperialium; et tot libras pisane ualent libre 12 imperialium: unde si dixeris, quod soldus imperialium ualet, ut prediximus, pisaninos 31; et queratur quantum ualent soldi 11 imperialium; erit tunc talis questio: quod soldi 12 imperialium ualent soldos 31 pisaninos; queritur quantum ualent soldi 11 imperialium: describe questionem ut superius, et multiplicabis 31 per 11, ut prediximus, et diuides similiter per 12; et sic exibunt soldi $\frac{5}{12}$ 28, hoc est soldi 28, et denarii 5 pisanorum, ut in hac secunda cernitur descriptione.

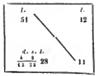
• 12 tot .... et diuides • (fol. 42 verso, lin. 3-7; pag. 103, lin. 27-31).



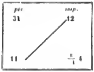
De eodem.

Rursus si eadem ratione quereres, quantum ualeant libre 11 imperialium, erit tunc talis questio. Quod libre 12 imperialium ualent libras 31 pisaninas: quare scribenda est questio ut supra, et multiplicanda 11 per 31, et diuidenda est summa per 12, ut prediximus; et habebis libras $\frac{5}{12}$ 28, ut in hac alia descriptione ostenditur. Nam si de $\frac{5}{12}$ unius libre soldos facere uolueris, multiplica 5, que sunt super 12, per 20, erunt soldi 100; que diuide per 12, que sunt sub uirgula, exibunt soldi 8, et denarii 4: ergo libre 11 imperialium ualent libras 28, et soldos 8, et denarios 4: uel per 5, multiplica 341, que summa multiplicationis de 31 in 11; et diuides postea per 5, et per 12, hoc est per $\frac{1}{5}$ de 20, et habebis soldos, et denarios in prima diuisione. Quia que super 20 ceciderint, erunt soldi; et que uenient super 3, erunt tertie soldi; et tertia soldi est denarii 4.

• tunc talis .... denarii 4 • (fol. 42 verso, lin. 11-15; pag. 103, lin. 35 e 36-40).



« Rursus .... De eodem » (fol. 42 verso, lin. 20-24; pag. 104, lin. 2-7).



De eodem.

Rursus soldus imperialium ualet pisaninos 31, ut prediximus; et queratur quot imperiales quis pro pisaninis 11 habuerit: quia 11 sunt tantum denarii, et sunt pisanini, super notabis denarios super 31, et super 12; et pones 11 sub 31, scilicet pisaninos sub pisaninis, ut in hac descriptione ostenditur: multiplicabis itaque 11 per 12, erunt 132; que diuides per 31, exibunt imperiales $\frac{8}{31}$ 4.

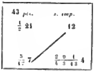
« Item ... coaptati » (fol. 42 verso, lin. 25-30; pag. 104, lin. 8-13).



De eodem.

Item soldus Januinorum ueneditur pro denariis $\frac{1}{2}$ 21 pisaninis; et queratur quantum ualeant soldi 7, et denarios (*sic*) 5 Ianuini, hoc est soldi $\frac{5}{12}$ 7: describe questionem sic: et multiplica 21 per 2, et adde 1, que sunt super 2, erunt 43, que pone super $\frac{1}{2}$21. Item multiplica 7 per 12, et adde 5, que sunt super 12, erunt 89; que pone super $\frac{5}{12}$ 7, et multiplica 43 per 89, erunt 3827; que diuide per soldos, scilicet per 12, et per numeros, qui sunt sub uirgulis, uidelicet per 2, et per 12; qui numeri insimul coaptati faciunt $\frac{1\ 0\ 9}{2\ 8\ 12}$, exibunt soldi $\frac{2\ 3\ 3}{3\ 8\ 12}$.

« monete ... sub uirgula » (fol. 42 verso, lin. 33-37 e 38; pag. 104, lin. 16 e 17 — 21).



De eodem.

Item si econtra eadem ratione queratur quot Ianuinos pro soldis $\frac{5}{12}$ 7 pisane monete habueris, describe $\frac{5}{12}$ 7 sub $\frac{1}{2}$ 21 in descriptione; ideo quia sunt eiusdem generis, uidelicet pisanorum; et multiplicabis $\frac{5}{12}$ 7 per 12, que sunt ex aduersu, et diuides per $\frac{1}{2}$ 21. Quod sic fit: inuenias 43 et 89, et describe eos numeros super ipsos, et multiplicabis 89 per 12, que sunt ei ex aduerso; que per 2, que sunt sub uirgula post 21, erunt 2136; que diuide per 43, et per 12, que sunt sub uirgula post $\frac{5}{12}$ 7, exibunt soldi $\frac{29\ 1}{43\ 12}$ 4, ut in hac descriptione ostenditur.

De eodem.

fol. 43 recto.

Item soldi merguliensium, scilicet denarii 12, ualent apud prouinciam, | denarios $\frac{1}{4}$ 13 regalium; et queratur quantum ualent libre 5, et soldi 13, hoc est $\frac{13}{20}$ 5 merguliensium: ergo cum queratur de libris, talis est questio, quod libre 12 merguliensium ualent libras $\frac{1}{4}$ 13 regalium: describe itaque questionem sic; et accede ad $\frac{1}{4}$ 13, multiplicans 13 per 4, et addens 1, erunt 53: deinde multiplicabis 5 per suam uirgulam, erunt 113; et multiplicabis 53 per 113, erunt 5989; que diuide per 12, et per 4, et per 20, que sunt sub uirgulis, exibunt libre $\frac{1\ 9\ 1}{4\ 12\ 20}$6. Nam si libras 5, et soldos 13 regales esse posueris; et uolueris ex eis emere mergulienses, describe tunc $\frac{13}{20}$ 5, sunt $\frac{1}{4}$ 13, quia sunt unius generis; et multiplicabis $\frac{13}{20}$ 5 per 12, que erunt ex aduerso, et diuides per $\frac{1}{4}$ 13, hoc est multiplicabis 113 per 12; que per 4, que sunt post 13, erunt 5424: que diuides per 53, et per 20 de uirgula; sed prius multiplicabis 5424 per 12, ut habeas ipsa in uirgula post 20, exibunt libre $\frac{1\ 4\ 2}{53\ 12\ 20}$ 5 merguliensium.

Item soldi barcellonensium, scilicet denarii 12, ualent podienses $\frac{2}{3}$ 17; et queratur quot quis de podiensibus pro libris 31, et soldis 14, et denariis 9 barcellonensium habuerit, describe questionem, ut hic cernitur; et multiplicabis $\frac{2}{3}$ 17 per $\frac{9\ 14}{12\ 20}$ 31, que sunt ex aduerso, et diuides per 12, exibunt libre $\frac{1\ 2\ 5\ 11}{2\ 6\ 12\ 20}$ 46 podiensium.

De eodem.

Uerum si ipsas libras $\frac{9\ 14}{12\ 20}$ 31 podienses esse prepones; et uelles ex eis barcellonenses emere, describe itaque podienses sub podiensibus, ut in hac alia questione demonstratur; et multiplicabis 12 per $\frac{9\ 14}{12\ 20}$ 31, et diuides per $\frac{2}{3}$ 17, hoc est multipli-

cabis dicta 12 per 7617, que sunt ex aduerso; que per 3, que sunt sub uirgula post 17, et diuides per 53 et per $\frac{1\ 6}{12\ 22}$, que sunt sub uirgulis post 31, exibunt libre $\frac{4}{5}\frac{3\ 1\ 11}{5\ 12\ 22}$ 21.

Adhuc soldus imperialium ualeat pisaninos $\frac{1}{4}$ 28, et amplius denaros $\frac{1}{2}$ 1 unaqueque libra imperialium; et queratur quot pisanini habeantur pro libris 21, et denariis $\frac{1}{4}$ 5 imperialium, hoc est pro libris $\frac{1\ 5\ 0}{4\ 12\ 20}$ 21: quia soldus est uigesima libre, diuide denarios $\frac{1}{2}$ 1 per 20, exibunt $\frac{1\ 1}{2\ 20}$ unius denarii pisanini; que adde cum pretio soldi, et sic imperiales 12 ualebunt pisaninos $\frac{1\ 2}{2\ 20}$ 28. Quare libre 12 imperialium ualent $\frac{1\ 6}{2\ 20}$ 28; pones itaque $\frac{1\ 2\ 0}{4\ 12\ 20}$ 21 sub libris 12 imperialium, et multiplicabis eas per $\frac{1\ 2}{2\ 20}$ 28, et summam diuides per 12, et habebis propositum. Et si soldus imperialium ualeat pisaninos $\frac{1}{4}$ 28 minus denariis $\frac{1}{2}$ 1 unaqueque libra imperialis, diuides iterum denarios $\frac{1}{2}$ 1 per 20, ueniet $\frac{1\ 1}{2\ 20}$; que extrahe de $\frac{1}{4}$ 28, remanent pisanini $\frac{1\ 2}{2\ 20}$ 28 pro pretio unius soldi imperialium. Vnde si habueris libras $\frac{1\ 5\ 0}{4\ 12\ 20}$ 31 pisaninorum, de quibus uis imperiales, multiplica eas per 12, et diuide per $\frac{1\ 1}{2\ 20}$ 23. Et nota quot denarii dantur per libram, uel plus, uel minus de pretio soldi; tot uigesimas addes, uel extrahes de ipso pretio, et habebis pretium ipsius soldi.

Explicit de cambio monetarum que uenduntur ad soldum.

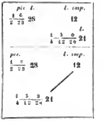
Incipit de cambio earundem cum uenduntur ad libram denariorum.

Libra pisaninorum, scilicet soldi 20, ualet libram 1 bononiorum, et amplius bononinis 54, hoc est soldi 20 pisaninorum ualent soldos $\frac{1}{2}$ 24 bononiorum. Quare pisanini 20 ualent bononinos $\frac{1}{2}$ 24; et libre 20 pisaninorum, | ualent bononiorum libras $\frac{1}{2}$ 24; et queritur quot bononinos (*sic*) habeantur pro pisaninis $\frac{1}{4}$ 11: scribe questionem ut hic cernitur; et multiplica $\frac{1}{4}$ 11 per $\frac{1}{2}$ 24, et diuide per pisaninos 20, exibunt bononini $\frac{1\ 6}{4\ 8}$ 13: et si cambium libre pisane fuerit bononini $\frac{1}{2}$ 58, hoc est soldi 20 pisanini ualeant soldos 24, et denarios $\frac{1}{2}$ 8, hoc est soldos $\frac{1\ 8}{2\ 12}$ 24; et uis scire quot pisaninos ualeant soldi 14, et denarii 5 bononiorum; pones itaque soldos $\frac{5}{12}$ 14 sub soldis $\frac{1\ 8}{2\ 12}$ 24, et multiplica $\frac{5}{12}$ 14 per 20, et diuides $\frac{1\ 8}{2\ 20}$ 24, hoc est multiplicabis 173 per 20; que per 12, et per 2, que sunt sub uirga; et diuides per 593, et per 12, que sunt uirga de 14, exibunt soldi.

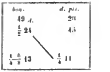
Rursus cambium libre pisanine sit bononini $\frac{3}{4}$ 57, hoc est quod soldi 20 pisanini ualent soldos $\frac{3\ 3}{4\ 20}$ 24; et queratur quot bononinos ualent libre 17, et soldi 11, et denarii 5 pisanini; descripta questione, multiplica $\frac{5\ 11}{12\ 20}$ 17 per libras $\frac{3\ 3}{4\ 20}$ 24, et diuide per libras 20 pisaninas, exibunt bononini. Et si habueris libras $\frac{5\ 11}{12\ 20}$ 17 bononiorum, multiplica eas per 20, et diuide per $\frac{3\ 0}{4\ 20}$ 24, et habebis propositum.

Soldus itaque imperialium ualet pisaninos $\frac{1}{2}$ 28; queritur quot bononinos habeat cambium libre 1 pisanine: quia soldus imperialium est bononini 36; ergo pisanini $\frac{1}{2}$ 28 ualent soldos 36 bononinos; et libre $\frac{1}{2}$ 28 pisanine ualent libras 36 bononiorum. Quare libre $\frac{1}{2}$ 28 pisaninorum habent cambium libre $\frac{1}{2}$ 7 bononiorum, que sunt ad $\frac{1}{2}$ 28 in 36: et quia queris cambium unius, uel pone 1 sub libris $\frac{1}{2}$ 28, ut in hac cernitur descriptione; et multiplica 1 per $\frac{1}{2}$ 7, et diuide per $\frac{1}{2}$ 28, hoc est, multiplica 1 per 15, et diuide per 57: sed ut habeas in uirga $\frac{1\ 2}{12\ 20}$, multiplica dictam multiplicationem de 1 in 15 per 80, erunt 1200; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{19\ 12\ 20}$, exibunt denarii $\frac{2\ 3\ 8}{19\ 12\ 20}$, hoc est denarii $\frac{3}{19}$ 63; et tot est cambium libre pisane. Et si econtra dicatur: cambium unius libre pisane esse soldos 5, et denarios $\frac{8}{19}$ 3, hoc est soldi 20 pisaninorum ualent soldos $\frac{2\ 2}{19\ 12}$ 25 bononiorum; et queratur quot pisaninos ualeat soldus imperialium, pro ipso soldo pones soldos 3 sub

« exibunt .... pisanini » (fol. 43 recto, lin. 21-30; pag. 105, lin. 2-11).

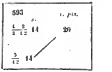


« Explicit .... pisaninorum » (fol. 44 recto, lin. 36-40; pag. 105, lin. 16-20).

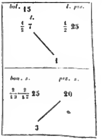


fol. 43 verso.

« diuide .... soldis » (fol. 43 verso, lin. 3-8; pag. 105, lin. 22-27).

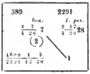


« 36 bononinos .... $\frac{2\ 2}{19\ 12}$ 25 hoc » (fol. 43 verso, lin. 16-26. pag 105, lin. 35 — pag 106, lin. 2).



soldis $\frac{3\ 3}{19\ 12}$25; cum soldus imperialium sit soldorum 3 bononiorum; et multiplicabis ipsa 3 per 20, que sunt eis ex aduerso, et diuides per $\frac{3\ 3}{19\ 12}$25, hoc est per $\frac{5}{19}$25; que idem sunt, cum $\frac{3\ 3}{19\ 12}$ sint $\frac{5}{19}$ tantum, exibunt soldi $\frac{1\ 1}{2\ 12}$2, hoc est denarii $\frac{1}{2}$28 pro pretio unius soldi imperialis.

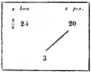
« quamlibet ... a libris » (fol. 43 verso, lin. 30-35; pag. 106, lin. 5-11).



Rursus ualeat soldus imperialium pisauinos $\frac{3}{4}$28 minus denariis $\frac{1}{4}$2 per quamlibet libram imperialium; et queratur quot bononinos habeat cambium libre 1 pisaninorum pro predictis denariis $\frac{1}{4}$2, extrahe $\frac{1\ 2}{4\ 20}$ de pisaninis $\frac{3}{4}$28, scilicet de pisaninis $\frac{15}{20}$28, remanebunt pisanini $\frac{3\ 12}{4\ 20}$28 pro pretio soldi imperialium. Ergo libre $\frac{3\ 12}{4\ 20}$28 pisaninorum, scilicet libre 28, et soldi 12, et denarii 9 pisaninorum ualent libras 36 bononiorum. Quare cambium de libris 28, et soldis 12, et denariis 9, est libre 7, et soldi 7, et denarii 3 bononiorum, que sunt a libris 28, et soldis 12, et denaris 9 usque in libris 36. Quare describes questionem ut hic ostenditur; et multiplicabis 1 per $\frac{1\ 7}{4\ 20}$7, et diuides per $\frac{3\ 12}{4\ 20}$28, exibunt $\frac{1609\ 1\ 3}{2291\ 12\ 20}$. |

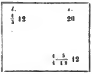
fol. 44 recto.

« pisaninorum .... contingunt » (fol. 44 recto, lin. 2-7; pag. 106, lin. 15-20).



Item cambium libre pisane sit bononini $\frac{1}{2}$64, hoc est soldi $\frac{3}{8}$25 bononiorum ualent soldos 20 pisaninorum; et queratur pretium de soldis 3 bononiorum, scilicet de soldis 1 imperialium: descripta itaque questione, multiplica 25 per suam uirgam, erunt 203: multiplicabis ergo 3 per 20; que per 8, erunt 480, que diuidenda sunt per 203, scilicet per $\frac{1\ 0}{7\ 29}$: sed multiplica ea per 20 et per 12, erunt 115200; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{7\ 29\ 20\ 12}$, exibunt $\frac{1\ 14\ 7\ 1}{7\ 29\ 20\ 12}$2, hoc est denarii $\frac{1\ 14\ 7}{7\ 29\ 20}$28. Et nota, quia ideo aptaui $\frac{1}{20}$ post $\frac{1}{12}$, ut caderent super ea uigesima denariorum, que contingunt soldo; quia quot uigesime contingunt soldo, tot denarii contingunt uni libre: ergo soldus imperialium ualet denarios 28 pisaninorum, et insuper denarios $\frac{3\ 21}{7\ 29}$7 per unamquamque libram imperialium. Sed ex denariis quinque contingentibus libre contingit soldo quarta unius denarii; et pro denariis 10 contingunt $\frac{1}{2}$; et pro denariis 15 contingunt soldo $\frac{3}{4}$ unius denarii. Ergo soldus imperialium ualet $\frac{1}{4}$28, et amplius denarios $\frac{1\ 14}{7\ 29}$2 per libram, hoc est parum minus denariis $\frac{1}{2}$2. Vnde soldus imperialium ualet pisaninos $\frac{1}{2}$28, minus denariis $\frac{1}{2}$2 per unamquamque libram; et sic studeas facere in similibus.

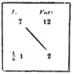
« uenditur ... quantum » (fol. 44, recto, lin. 15-21, pag. 106, lin. 30-36).



De uenetianis cum uenduntur ad libram numeri;
et queritur precium libre ponderis.

Libra uenetianorum, scilicet soldi 20, uenditur pro libris 12, et soldis 4 pisaninorum; et queratur quantum ualeat libra ponderis eorundem, quam ponimus esse soldorum 12 et denariorum $\frac{1}{4}$5: multiplicabis $\frac{1\ 3}{4\ 12}$12 per $\frac{1}{5}$12, et diuides per 20; et si libra ponderis uenetianorum ualeat libras $\frac{1}{2}$8; et uis scire pretium libre numerate, scilicet de soldis 20, multiplica 20 per $\frac{1}{2}$8, et diuide per $\frac{1\ 2}{4\ 12}$12, et sic habebis indubitanter propositum.

« Si libra ... prediximus » (fol. 44 recto, lin. 21-25; pag. 106, lin. 36-40).



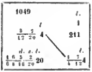
De libra argenti.

Si libra argenti, hoc est uncie 12, uendatur pro libris 7; et queratur quantum ualent uncie 2, describe in questione uncias sub unciis, scilicet 2 sub 12, et multiplicabis 2 per 7, que sunt ex aduerso, erunt 14; et diuide per 12, exibunt libre denariorum $\frac{1}{6}$1, hoc est soldi 23 et denarii 4, ut in hac questione ostenditur. Vel aliter: quia uncie 2 sunt $\frac{1}{6}$ unius libre, accipe $\frac{1}{6}$ de libris 7, quod est soldi 23, et denarii 4, ut prediximus.

Item libra argenti uenditur pro libris 7, et soldis 9, hoc est libris $\frac{9}{20}$7, et queratur quantum ualeant uncie $\frac{1}{4}$2; describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplica $\frac{1}{4}$2 per $\frac{9}{20}$7, et diuide per 12, exibunt libre $\frac{1\ 11\ 7}{4\ 12\ 20}$1.

Item libra ualet libras 7, et soldos 11, hoc est libras $\frac{5\ 11}{16\ 20}7$; et queratur quantum ualeant uncie 7, et denarii 14 ponderis de cantera, hoc est uncie $\frac{15}{25}7$: ideo quia uncie ponderant denarios 25 de cantera; describe questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis $\frac{5\ 11}{12\ 65}7$ per $\frac{14}{65}7$, et diuides per 12, exibunt libre $\frac{0\ 4\ 7\ 4\ 15}{5\ 10\ 16\ 12\ 65}4$.

« Item .... De eodem » (fol. 44 recto, lin. 33-38; pag. 107, lin. 6-11)



De eodem.

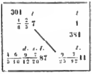
Item libra argenti uenditur pro libris $\frac{5\ 7}{16\ 25}4$ regalium; et queratur quantum ualeant libre 4, et uncie $\frac{1}{4}7$, hoc est libre $\frac{1\ 7}{4\ 12}4$: quia queratur in hac positione pretium librarum, describendum est tantum 1 pro uenditione, scilicet pro libra, ut fiunt ambo unius qualitatis, sicuti sunt unius generis, ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{1\ 7}{4\ 12}4$ per $\frac{5\ 7}{16\ 20}4$, et diuides per 1, scilicet per libras, exibunt libre $\frac{1\ 6\ 5\ 2}{6\ 5\ 16\ 20}20$ regalium.

De eodem. |

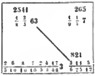
fol. 44 verso.

« Item .... per 25410 » (fol. 44 verso, lin 1-13; pag. 107, lin. 12-23).

Item libra argenti uenditur pro libris $\frac{1}{8}\frac{2}{5}7$; et queratur quantum ualent libre 11, et uncie 7, et denarii 9 de cantera, hoc est libre $\frac{9\ 7}{25\ 12}11$: multiplicabis ergo numeros, qui sunt ex aduerso, uidelicet $\frac{1}{8}\frac{2}{5}7$ per $\frac{9\ 7}{25\ 12}11$, et diuides per uenditionem, uidelicet per 1, exibunt libre $\frac{4\ 6\ 9\ 7}{5\ 10\ 12\ 20}87$.



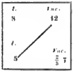
Item libre $\frac{1}{9}\frac{1}{4}7$ argenti pro bizantiis saracenatis $\frac{1}{8}\frac{2}{5}63$; et queratur quantum ualeant uncie 5, et denarii 11 de cantera, et carrube 5, hoc est uncie $\frac{5\ 11}{6\ 25}5$: quia libre $\frac{1}{9}\frac{1}{4}7$, et uncie $\frac{5\ 11}{6\ 65}5$ sunt unius generis, uidelicet argenti, et non sunt unius qualitatis; quia $\frac{1}{9}\frac{1}{4}7$ sunt libre, et $\frac{5\ 11}{6\ 25}5$ sunt uncie; uel de libris $\frac{1}{9}\frac{1}{4}7$ faciende sunt uncie, uel de unciis $\frac{5\ 11}{6\ 25}5$ faciende sunt partes unius libre, que sunt $\frac{5\ 11\ 5}{6\ 65\ 12}$ unius libre; et describe questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis 7 per suas uirgulas, erunt 265. Item multiplicabis 63 per suas uirgulas, erunt 2541; et multiplicabis 5, que sunt super 12, per suam uirgulam, erunt 821; que multiplicabis per 2511, et per 4, et per 9, que sunt sub uirgulis sub 265, et diuides per regulam de 265, et per omnes alios ruptos ordinando, ut habeas $\frac{15}{55}$ in uirgula diuisionis propter karatos, exibunt libre $\frac{2\ 6\ 8\ 7\ 2\ 4\ 17}{5\ 10\ 10\ 10\ 5\ 5\ 26}3$.



De eodem.

« Rursus .... pro libris » (fol. 44 verso, lin. 17-21, pag. 107, lin. 27-32.

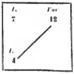
Rursus si proponatur quod libra argenti, hoc est uncie 12, ualent libras 8; et queratur quantum argentum quis habuerit pro libris 5 denariorum; describe 5 sub 8 in questione, et multiplica 5 per 12, erunt 60; que diuide per 8, exibunt uncie $\frac{1}{2}7$, ut in questione ostenditur.



« 4 habuerit .... multiplicabis » (fol. 44 verso, lin. 22-26 e 27; pag. 107, lin 32 e 33-37).

De eodem.

Item libra argenti ualet libras 7; et queratur quantum quis inde pro libris 4 habuerit: descripta itaque questione, multiplicabis 4 per 12, erunt 48; que diuides per 7, exibunt uncie $\frac{6}{7}6$. Nam si de $\frac{6}{7}$ unius uncie, quot denarii sint de cantera scire uolueris; quia uncia ponderat denarios 25, multiplicabis 6, que sunt super 7, per 25, erunt 150; que diuides per 7, exibunt denarii de cantera $\frac{3}{7}21$. Iterum si de $\frac{3}{7}$ unius denarii carrubas facere uolueris, multiplicabis 3, que sunt super 7, per 6: ideo quia denarius est carrube 6, erunt 18; que diuides per 7, exibunt carrube $\frac{4}{7}2$: ergo pro illis 4 libris habebis uncias 6, et denarios 21, et carrubas $\frac{4}{7}2$. Nam si hoc, secundum maiorem magisterium, in una tantum multiplicatione et diuisione habere uolueris, suprascripta 48 multiplica per partes unius uncie, scilicet per numerum denariorum, et carrubbarum, hoc est per 25 et per 6, erunt 7200; que diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{7\ 6\ 25}$, hoc est per $\frac{1\ 5\ 0\ 0}{7\ 6\ 5\ 5}$, quod est leuius, et habebis eandem quantitatem, ut superius in questione describitur: que



uero super 7 deuenient, sunt partes unius carrubbe; et que super 6 sunt carrubbe; et que super $\frac{1\ 0}{3\ 3}$, sunt denarii de cantera; et que extra uirgulam, sunt uncie, sicuti sunt ille 12 ueuditionis, sub quibus describuntur; quia semper qualis fuerit numerus in genere et in qualitate, sub quo summa exiens describitur, talis erit et ille, qui sub fol. 45 recto. ipso describuntur. Et ideo | ex ipso numero, sub quo summa ponenda est, scilicet quartus numerus ignotus comprehendens ea, que in capite uirgule diuisionis habere debeas; ut si fuerint libre denariorum, ea que super uacuum scribuntur, studebis habere $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ propter soldos et denarios: que si fuerint soldi, studebis habere $\frac{1}{12}$ propter denarios. Et si tareni, studebis habere $\frac{1}{20}$ propter grana. Et sunt bizantii saracenati, uel yperperi, studebis habere $\frac{1\ 0}{3\ 6}$; et si bizantii de garbo, studebis habere $\frac{1}{10}$; et si fuerint libre, uel rotuli alicuius mercis non multum care, ut piperis, studebis habere $\frac{1}{12}$ propter uncias: et si fuerint libre pisane alicuius mercis carioris ut zaffarani, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0}{3\ 3\ 12}$ propter uncias et denarios de cantera; et si fuerint libre eiusdem ponderis alterius mercis carioris ut argenti, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{6\ 3\ 3\ 12}$ propter uncias, et denarios, et carrubas: et si fuerint libre carioris rei, ut auri, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 3\ 3\ 12}$ propter uncias, et denarios, et carrubas, et grana: et si fuerint uncie auri pisane libre, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 6\ 3\ 3}$ propter denarios de cantera, et carrubbas, et grana: et si fuerint denarii de cantera auri, studebis habere tantum $\frac{1\ 0}{4\ 6}$ propter carrubbas et grana: et si fuerint carrubbe auri, uel alicuius rei carioris, studebis habere tantum $\frac{1}{4}$ in uirgula propter grana: et si fuerint uncie argenti, sufficit ut habeas tantum $\frac{1\ 0\ 0}{6\ 3\ 3}$ propter denarios et carrubas, ut in prescripta questione ordinabimus. Et si fuerint denarii de cantera argentum, sufficit ut habeas tantum $\frac{1}{6}$ propter carrubas: et si fuerint marce argenti, studebis habere $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{8\ 3\ 3\ 6}$ propter uncias, et denarios, et carrubbas; et sic debet fieri de omnibus aliis rebus, secundum diuersitatem ponderum, et partium eorum, et secundum consuetudinem et ordinem illarum prouinciarum, in quibus hoc operari debueris. Vnde, si hoc quod dictum est optime consideraueris, habebis in una multiplicatione, et in una diuisione hoc quod tibi necessarium fuerit in rebus quesitis: et ne tradas obliuioni seruare ea, que quandoque habueris in diuisione ex parte, uel ex partibus prescriptorum numerorum, quod in capite uirgularum ponere indigebis et commiscere eam, uel eas cum his, que defficient tibi ex illis numeris, et multiplicare eum eisdem. Verbi gratia: ponamus quod oporteat te habere $\frac{1}{12}$ in capite uirgule propter denarios, uel uncias, et habebis ex eo $\frac{1}{4}$ in diuisione; minuit ergo tibi $\frac{1}{3}$, quas commisces insimul, faciens ex eis $\frac{1}{12}$, quam habebis in capite uirgule; et multiplicabis totam summam per 3 propter $\frac{1}{3}$ que minuit tibi. Nam si ex diuisione, in qua diuidere debueris totum hoc, quod in capite uirgule tibi necessarium fuerit, comprehendere poteris, studebis illud comprehendere; et pone illud in capite uirgule. Verbi gratia: oportet nos habere $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ propter soldos et denarios; et debemus diuidere summam per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 8\ 9\ 10}$: commiscemus ergo $\frac{1}{2}$ cum $\frac{1}{10}$, et faciemus ex eis $\frac{1}{20}$: deinde commiscemus $\frac{1}{6}$ cum $\frac{1}{8}$, et faciemus fol. 45 verso. ex eis $\frac{1\ 0}{4\ 12}$ | et sic habebimus in uirgula $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 9\ 12\ 20}$, quod tantum est, quantum $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 6\ 8\ 9\ 10}$.

Rursus si nihil habueris in diuisione ex hoc, quod in capite uirgule tibi necessarium fuerit, multiplicabis totam summam per hoc quod oportuerit te habere in capite uirgule, et super addes diuisioni hoc quod debes habere in capite uirgule. Verbi gratia: ponamus quod debeamus diuidere 321 per $\frac{1\ 0}{7\ 11}$; et oportet nos habere $\frac{1\ 0}{8\ 8}$ in capite uir-

gule propter caratos; multiplicabis 321 per 3, et per 8, hoc est per 24; et hoc est facere caratos de bizantiis 321; et diuides per $\frac{4\ 5\ 5\ 5}{7\ 11\ 8\ 8}$; et sic intelligas de reliquis: et nos in sequentibus singula singulariter explanabimus.

De marcha argenti.

Si marca argenti, hoc est uncie 8, uendatur pro libris 5; et queratur quantum ualeant uncie 2: describe in questione uncias sub unciis, scilicet 2 sub 8, ut hic ostenditur, et multiplicabis 2 per 5, que sunt ex aduerso, erunt 10; que diuides per 8, exibit libre $\frac{1}{4}$1, hoc est soldi 25, ut in questione ostenditur: uel aliter, quia uncie 2 sunt $\frac{1}{4}$ pars unius marce; scilicet de unciis 8 accipe $\frac{1}{4}$ pretii marce, uidelicet de libris 5, erunt soldi 25, ut prediximus.

De eodem.

Et si eadem ratione quereres, quantum argentum habueris pro libris 2, describes pretium sub pretio, uidelicet 2 sub 5; et multiplicabis 2 per 8, erunt 16; et diuides per 5, exibunt uncie $\frac{1}{5}$ 3, hoc est uncie 3, et denarii 5 de cantera; quia eadem est uncia marce et libre.

Item marca pro libris 4, et soldis 13, hoc est pro libris $\frac{13}{20}$ 4; quantum ualent uncie $\frac{3}{4}$ 3: describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplica $\frac{3}{4}$ 3 per $\frac{13}{20}$ 4, et diuides per 8, hoc est 15 per 93, que faciunt 1395; et diuide per $\frac{1\ 5\ 5}{4\ 8\ 20}$: sed ut habeas 12 post 20 in uirgula, comisce $\frac{3}{4}$, que est in uirgula cum $\frac{1}{8}$, et habebis 12; et multiplica 1395 per 3, et diuide summam per $\frac{1\ 5\ 0}{8\ 12\ 20}$, et pone 3 super 8, ut melius memorie commendentur propter probam, exibunt libre $\frac{1\ 7\ 8}{8\ 12\ 20}$ 2.

De eodem.

Item marca argenti uenditur pro libris $\frac{3\ 7}{12\ 20}$ 4; et queratur quantum ualeant uncie 5, et denarii 11 de cantera, hoc est uncie $\frac{11}{25}$ 5: describe questionem sic; et multiplica 4 per suam uirgulam, erunt denarii 1049; quos pone desuper, et multiplicabis uncias 5 per 25, et addes 11, erunt denarii de cantera 136; et multiplicabis 136 per 1049, et diuides per 8, et per omnes ruptos, et ordinabis $\frac{1\ 5}{12\ 20}$ in capite uirgule: ideo quia numerus qui est super uacuum, in quo debemus ponere summam, est numerus librarum, exibunt libre $\frac{3\ 8\ 3\ 18}{10\ 10\ 12\ 20}$ 2.

De eodem.

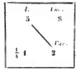
Si marca argenti uenditur pro libris 5, et soldis 7, et denariis 9, hoc est libris $\frac{9\ 7}{12\ 20}$ 5; et queratur quantum ualeant uncie 3, et denarii 13 de cantera, et carrube 5, hoc est uncie $\frac{5\ 13}{8\ 25}$ 3; describes questionem, ut hic cernitur; et multiplicabis $\frac{5\ 13}{8\ 25}$ 3 per $\frac{9\ 7}{12\ 20}$ 5, et diuides per 8, exibunt libre $\frac{3\ 8\ 9\ 10\ 7}{4\ 10\ 10\ 12\ 20}$ 2.

De eodem.

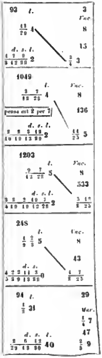
Item marca uenditur pro libris $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{5}$ 5; et queratur quantum ualeant denarii 7 de cantera, et carruba 1, hoc est $\frac{1\ 7}{8\ 25}$ unius uncie, describes questionem sic; et multiplicabis $\frac{1\ 7}{8\ 25}$ per $\frac{1}{9}$ $\frac{2}{5}$ 5, et diuides per 8, exibunt $\frac{4\ 3\ 2\ 11\ 3}{5\ 5\ 9\ 12\ 20}$ unius libre.

Item marce $\frac{1}{4}$ 7 pro libris $\frac{1}{3}$ 31; quantum ualent ergo marce $\frac{2}{5}$ 9: describes questionem sic; et multiplicabis 7 per 4, et addes 1, erunt 29; et multiplicabis 31 per 3, et addes 1, erunt 94; et 9 per 5, et addes 2, erunt 47; et multiplicabis 47 per 94; que per 4, que sunt sub 29, erunt 17572; et diuides per 29, et per alios ruptos, scilicet per 3, et per 5, que sunt sub uirgulis: sed quia scimus quod summam que exierit erit

• Si marca .... prediximus • (fol. 45 recto, lin. 7-10; pag. 109, lin. 5-10).

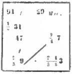


• Et si .... De eodem • (fol. 45 verso, lin. 11-35; pag. 109, lin. 12 — pag. 110, lin. 7).



summa librarum; ideo quia locus, in quo debemus ea describere, est sub libris, uidelicet sub $\frac{1}{2}$ 31: unde oportet nos habere $\frac{1\ \ 0}{12\ 20}$ in capite uirgule ut habeamus soldos, et denarios post libras. Sed quia ex $\frac{1}{12}$ non habemus nisi $\frac{1}{4}$, scimus quia minuit nobis ex ipsa $\frac{1}{4}$: et quia de $\frac{1}{20}$ non habemus nisi $\frac{1}{5}$, scimus quia minuit nobis ex ipsa alia $\frac{1}{5}$: ergo minuit nobis 16 inter utramque; quod pones super 29, et multiplicabis 17672 per 16, et diuides summam per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{29\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{2\ \ 6\ \ 12}{29\ 12\ 20}$ 40.

Nam si ... sub marcis ... fol. 45 verso, lin. 36-39 pag. 110, lin. 8-14

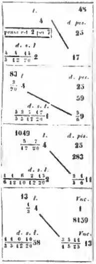


fol. 46 recto

De eodem.

Nam si eadem ratione quereres quantum argentum quis pro libris $\frac{2}{3}$ 9 habuerit; describes questionem sic, et multiplicabis 47 per 29; que per 3, et diuides per regulam de 94; que per $\frac{1\ \ 0}{2\ 12}$, et per alios ruptos, uidelicet per 4, et per 5 tantum relinques quod non multiplicabis 47, nec diuides per 47: ergo multiplicabis tantum 29 per 3, que sunt sub uirgula post 31, erunt 87; que diuides per $\frac{10}{13}$, et per $\frac{1}{2}$, quod remanet de regula 94, hoc est per $\frac{10}{50}$. Sed scimus quia hoc quod exierit ex diuisione erit summa marcarum; ideo quia locus, in quo eam ponere debemus, est sub marcis, uidelicet sub $\frac{3}{4}$ 7: unde oportet nos habere in capite uirgule $\frac{1\ 2\ 3\ 3}{5\ 5\ 5\ 2}$ propter uncias, et denarios, et carrubas, ex quibus habemus in diuisione $\frac{1\ 0}{5\ 6}$: ergo minuit nobis $\frac{1\ 0}{6\ 5}$, hoc est 30, per que debemus multiplicare 87, ut haberemus $\frac{1\ 5\ 0\ 0}{5\ 5\ 5\ 5}$ in diuisione. Sed quia in prescripta diuisione rupti sunt tantum ex partibus marce, uidelicet $\frac{1\ 0}{5\ 5}$, non oportet aliud, nisi ut diuidantur 87 per $\frac{1\ 2}{5\ 2}$, exibunt marce $\frac{2\ 1}{5\ 8}$ 2, hoc est marce 2, et uncia 1, et denarii 10 de cantera.

unc ut ... denarii » (fol. 46 recto, lin. 4-24, pag. 110, lin. 18 — pag. 111, lin. 8)



De uncia auri pisana.

Si uncia pisana auri uel tarenorum, que denarios 25 de cantera ponderat, uendatur pro libris 4; et queratur quantum ualeant denarii 17 de cantera eiusdem auri: describes in questione 17 sub 25; ideo quia sunt unius generis, uidelicet auri, et unius ponderis, scilicet denariorum; et multiplicabis libras 4 per 17; quia sunt ex aduerso, erunt libre 68: multiplica 68 per 48, que minuunt nobis de $\frac{1\ \ 0}{24\ 20}$; ideo quia non habemus ex ipsa nisi tantum $\frac{1}{5}$; et diuides summam per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{5\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{4\ \ 5\ \ 14}{5\ 12\ 20}$ 2, ut in hac questione ostenditur.

De eodem.

Item eadem uncia uenditur pro libris $\frac{3}{20}$ 4; et queritur quantum ualent denarii 9, et carrubbe 5, hoc est denarii $\frac{3}{8}$ 9: describe questionem, et multiplica $\frac{3}{22}$ 4 per $\frac{5}{6}$ 9, et diuides per 25, hoc est multiplica 83 per 59, erunt 4897; que diuides per 25, et per ruptos, hoc est per 6, et per 20: sed ut habeas $\frac{1\ \ 0}{12\ 20}$ in uirgula, multiplica 4897 per 2, que minuunt nobis de $\frac{1}{12}$; ideo quia nos habemus $\frac{1}{2}$ ex ipsa diuisione, erunt 9794; que diuides per $\frac{1\ 5\ \ 0\ \ 0}{5\ 3\ 12\ 20}$, exibit libra $\frac{4\ 2\ \ 7\ \ 12}{2\ 5\ 12\ 22}$ 1, hoc est soldi 32, et denarii $\frac{4\ 2}{2\ 5}$ 7, ut in questione ostenditur.

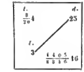
Item eadem uncia uenditur pro libris $\frac{5\ \ \ 7}{12\ 20}$ 4; quantum ualent ergo denarii 11, et carrubbe 4, et grana 3, hoc est denarii $\frac{24}{40}$ 11: describes questionem, ut hic ostenditur, et multiplicabis $\frac{5\ \ \ 7}{12\ 20}$ 4 per $\frac{3\ 4}{4\ 8}$ 11, et diuides per 25, exibunt libre $\frac{1\ \ 1\ \ \ 6\ \ \ 9\ \ 13}{2\ 15\ 12\ 12\ 20}$ 2, ut in questione ostenditur.

De eodem.

Item eadem uncia uenditur pro libris $\frac{1}{2}$ 4; et queratur quantum ualent uncie 13, et denarii 14, et carrubbe 5, et grana 3, hoc est uncie $\frac{3\ 3\ 11}{4\ 5\ 23}$ 13: quia queritur in hac pretium unciarum, debemus describere 1 pro uncea uenditionis, ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{1}{2}$ 4 per $\frac{3\ 3\ 13}{4\ 5\ 23}$ 13, et diuides per 1, exibunt libre $\frac{1\ 1\ \ 7\ \ 10}{3\ 5\ 12\ 22}$ 58.

Item uncia ueuditur pro libris $\frac{8}{20}4$; et queratur quantum quis pro libris 3 ex ipsa uncia habuerit: describes questionem sic, et multiplicabis 3 per 25, erunt 75; que diuides per $\frac{8}{20}4$, hoc est multiplicabis 75 per 20 de uirgula, que faciunt 1500; et diuides per 89, exibunt denarii de cantera $\frac{76}{89}16$; de quibus $\frac{76}{89}$, si carrubbas facere uolueris, multiplica 76 per numerum carrubbarum unius denarii, scilicet per 6, erunt 456; que diuide per 89, exibunt carrubbe $\frac{11}{89}5$. Nam si secundum maiorem magisterium hoc facere uolueris, multiplica 1500 per 6 propter carrubbas; que per 4 propter grana, erunt 36000; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{89\ 4\ 6}$, exibunt denarii de cantera $\frac{44\ 0\ 5}{89\ 4\ 6}16$, ut in questione ostenditur.

(de cantera .... nesciret (fol. 46 recto, lin. 25-29, pag. 111, lin. 8-16).

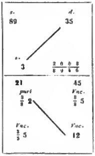


De eodem.

Nam si eadem ratione quereres quantum pro soldis 3 habueris, fac soldos de libris $\frac{8}{20}4$, erunt soldi 89; sub quibus pone soldos 3 in questione; et multiplicabis 3 per 25, erunt 75; que multiplicabis per 24 ut habeas carrubbas, et grana in uirgula; et diuides summam per $\frac{1\ 0\ 0}{89\ 4\ 6}$, exibunt $\frac{20\ 0\ 5}{89\ 4\ 6}$, hoc est carrubbe 5 et $\frac{20}{89}$ unius grani, ut in questione ostenditur.

Qvidam uoluit emere argentum commixtum cum stagno, quod uulgariter argentum falsum appellatur. Quod cum nesciret, quantum argentum purum esset in libris illius commixti argenti, cepit ex eo granulum unum, cuius pondus fuit carrubbe 5, et grana $\frac{1}{2}2$, hoc est carrubbe $\frac{5}{8}5$; et posuit super ignem, ut a stagno purgaretur argentum: et cum hoc factum esset, inuenit ibi ex argento puro carrubas 2, et grana $\frac{1}{2}2$, hoc est carrubbas $\frac{5}{8}2$; queritur quantum argentum purum erat in libris illius comixti argenti. Primum quidem notandum est, quia cum carrubbe $\frac{5}{8}5$ sunt ex eodem pondere cum carrubbis $\frac{5}{8}2$; ergo sicut in carrubbis $\frac{5}{8}5$ illius comixti argenti sunt carrubbe $\frac{5}{8}2$ puri argenti, ita in denariis $\frac{5}{8}5$ commixti argenti, erunt denarii $\frac{5}{8}2$ puri. Et in uncis $\frac{5}{8}5$ commixti, erunt uncie $\frac{5}{8}2$ puri: similiter et in libris $\frac{5}{8}5$ commixti argenti erunt libre $\frac{5}{8}2$ puri argenti. Quare cum in hac questione queratur de libris, hoc est de unciis 12, pones in questione quod in unciis $\frac{5}{8}5$ commixti argenti sint uncie $\frac{5}{8}2$ puri: deinde describes uncias 12 sub unciis $\frac{5}{8}5$, hoc est commixtum argentum sub commixto, ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{5}{8}2$ per 12, et diuide per $\frac{5}{8}5$; et euitabis hoc, quod inde euitari poteris, exibunt uncie $\frac{3}{5}5$; et tantum argentum purum fuit in suprascripta libra. Et scias quia per hanc materiam potes cognoscere quantum argentum purum fuerit in qualibet quantitate cuiuslibet bolsonalie; cum sciueris quantum argentum fuerit in solo eiusdem bolsonalie, uel per unciam, uel in libris, uel in alia qualibet quantitate.|

(quantum .... cum sciueris (fol. 46 recto, lin. 30-39; pag. 111, lin. 16-31).



Incipit pars tertia octaui capituli de uenditione cannarum,
et primum de canna pisana.

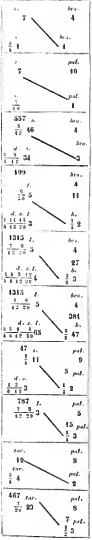
Fol. 46 verso.

Canna pisana est palmorum 10, uel brachiorum 4: canna autem lanue, ut dictum est, palmorum 9. Canna itaque prouincie, et sicilie, et surie, et constantinopolis sunt unius mensure, scilicet palmorum 8; et nos prius de uenditione pisane canne dicamus.

De canna.

Si canna pisana, que est brachia 4 cuiuslibet panni, uendatur pro soldis 7; et queratur quantum ualet brachium 1, describe questionem ut hic ostenditur: multiplica ergo 7 per 1, et diuide per 4, exibunt soldi $\frac{3}{4}1$, hoc est denarii 21. Nam si quereres pretium unius palmi, eadem ratione describe in questione palmos canne, uidelicet 10, sicuti modo descripsimus, brachia 4 pro canna; et hoc semper debes considerare, ut

* Canna . . . $\frac{10\ 0}{44\ 6}$ ualent (fol. 45 ver o, lin. 2-10, pag. 111, lin. 35 — pag. 112, lin. 13).



sicuti scribes in questione similem mercem sub simili merce, sic describas similes mensuras sub simili mensura, et simile pondus sub simili pondere, hoc est cannas sub cannis, et brachia sub brachiis, et palmos sub palmis, et cantaria sub cautariis, et Rotulos sub Rotulis; et sic intelligas de ceteris.

Item canna uenditur pro soldis 46, et denariis 5, hoc est soldis $\frac{5}{12}$ 46; quantum ualent ergo brachia 3: multiplicabis 46 per 12, et addes 5, erunt denarii 557; quod multiplicabis per 3, et diuides per 4, et per 12, que sunt sub uirgula, hoc est per $\frac{1\ 0}{4\ 12}$, exibunt soldi $\frac{3\ 9}{4\ 12}$ 34.

De eodem.

Item canna uenditur pro libris $\frac{9}{20}$ 5; et queratur quantum ualeant brachia $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$ 2, hoc est brachia $\frac{3}{4}$ 2: describes questionem ut hic ostenditur; et multiplica $\frac{3}{4}$ 2 per $\frac{9}{20}$ 5, et diuide per 4, hoc est multiplicabis 11 per 109, erunt 1199; que diuides per 4 uenditionis, et per ruptos duorum reliquorum numerorum, scilicet per 4, et per 20: sed cum debeas habere $\frac{1}{12}$ post $\frac{1}{20}$ sub uirgula diuisionis, multiplicabis 1199 per 3, erunt 3597; que diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ 11\ 41}{4\ 12\ 20}$ 3.

De eodem.

Item eadem canna uenditur pro libris $\frac{2\ 9}{12\ 20}$ 5; et queratur quantum ualeant brachia $\frac{1}{3}\frac{1}{4}$ 3, hoc est brachia $\frac{3}{8}$ 3: describes questionem, et multiplicabis 5 per suam uirgulam, erunt 1315. Item multiplicabis 3 per suam uirgulam, erunt 27; que multiplicabis per 1315, et diuides per uenditionem, uidelicet per 4, et per omnes ruptos, exibunt libre $\frac{1\ 4\ 5\ 13}{4\ 8\ 12\ 20}$ 4.

Item canna uenditur pro libris $\frac{2\ 9}{12\ 20}$ 5; et queratur quantum ualeant canne 11, et brachia $\frac{1}{3}\frac{1}{2}$ 3, hoc est canne $\frac{3\ 3}{8\ 4}$ 11: et ut dicamus pulcrius, describemus cannas $\frac{20}{32}$ 11; quia in hac questione queritur pretium cannarum; uel de ipsis cannis facies brachia, uel de brachiis 4 facies unam cannam 1. In hac autem describamus brachia 4 pro uenditione canne, ut hic ostenditur; et de cannis 11, et brachiis $\frac{1}{8}\frac{1}{2}$ 3 facies brachia; eruntque brachia $\frac{3}{8}$ 47; que pones in questione sub brachiis 4; et multiplicabis $\frac{3}{8}$ 47 per $\frac{2\ 9}{12\ 20}$ 5, et diuides per 4, exibunt libre $\frac{3\ 3\ 8\ 4}{4\ 8\ 12\ 20}$ 65, ut in questione ostenditur.

De canna Ianue.

Item canna ianue, que est palmi 9, uenditur pro soldis 11, et denariis 9, hoc est soldis $\frac{3}{4}$ 11; et queratur quantum ualeant palmi $\frac{1}{2}$ 2: describes questionem, ut hic ostenditur, et multiplicabis $\frac{1}{2}$ 2 per $\frac{3}{4}$ 11, que sunt ex aduerso, et diuides per 9, exibunt soldi $\frac{1\ 3}{6\ 12}$ 3. Et scias quia quot soldos ualet canna ipsa, tot denarios cum totidem tertiis ualet palmus.

De canna prouincie.

Canna prouincie, que est palmi 8, uenditur pro libris $\frac{7\ 3}{12\ 20}$ 3; et queratur quantum ualeant palmi $\frac{1}{9}\frac{3}{4}$ 3: describes questionem, et multiplicabis $\frac{1}{3}\frac{3}{4}$ 3 per $\frac{7\ 3}{12\ 20}$ 3, et diuides per 8, ordinans $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ in capite uirgule diuisionis: ideo quia locus, in quo ponenda est summa, est sub libris, scilicet sub $\frac{7\ 3}{12\ 20}$ 3, exibunt libre $\frac{1\ 4\ 7\ 7\ 11}{4\ 8\ 9\ 12\ 20}$ 1. Et scias quia quot soldos ualuerit ipsa canna, tot denarios cum totidem modus denariis ualebit palmus. Verbi gratia: cum canna ualet soldos 14, palmus ualet denarios 14 cum totidem obulis, hoc est denarios 21.

De canna Sicilie.

Canna Sicilie, cuius longitudo est palmi 8, uenditur pro tarenis 19; et queratur quantum

ualeant palmi 2: describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplicabis 2 per 19, erunt 38; que diuides per 8, exibunt tareni $\frac{3}{4}$4. Vel aliter: quia palmi 2 sunt quarta pars unius canne, scilicet de palmis 8 accipe quartum de tarenis 19, exibunt tareni $\frac{3}{4}$4, ut prediximus.

De eodem.

Rvrsum eadem canna uenditur pro tarenis 23, et granis 7, hoc est pro tarenis $\frac{7}{20}$23; et queratur quantum ualeant palmi $\frac{1}{2}$3: describes questionem, et multiplicabis $\frac{1}{2}$3 per $\frac{7}{20}$23, et diuides summam per 8, exibunt tareni $\frac{1\ 2\ 4}{6\ 8\ 10}$10, hoc est tareni 10, et grana $\frac{1\ 2}{2\ 6}$4.

De eodem.

Item eadem canna uenditur pro tarenis $\frac{1}{4}$25; et queratur quantum ualeant canne 9, et palmi $\frac{1}{4}$5, hoc est canne $\frac{1\ 5}{4\ 8}$9: describe questionem sic, et multiplica 25 per suam uirgulam, erunt 101; et 9 per suam uirgulam, erunt 309: deinde multiplica 101 per 309, erunt 31209; que diuide per 1, et per ruptos, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 4\ 8}$. Sed quia locus, in quo ponenda est summa diuisionis, est sub tarenis, uidelicet $\frac{1}{4}$25, debemus habere $\frac{1}{20}$ in capite uirgule propter grana; quod $\frac{1}{20}$ non possumus in prescripta diuisione habere, scilicet in $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 4\ 2}$; ideo | quia minuit nobis $\frac{1}{8}$ ex ipsa $\frac{1}{20}$: unde describe in questione 5 super 1, ut melius habeatur memorie cum probaueris; et multiplicabis 31209 per 5, et diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 8\ 20}$, exibunt tareni $\frac{1\ 3\ 16}{4\ 8\ 20}$243, hoc tareni 243, et grana $\frac{1\ 6}{4\ 8}$16.

De canna garbi.

Canna garbi, que est similiter palmi 8, uenditur pro bizantiis 4, et miliarensibus 7, hoc est pro bizantiis $\frac{7}{10}$4; et queratur quantum ualeant palmi $\frac{1}{4}$2: describes questionem sic, et multiplicabis $\frac{1}{4}$2 per $\frac{7}{10}$4, et diuides per 8, exibunt bizantii $\frac{0\ 1\ 3}{4\ 8\ 10}$1, ut in questione ostenditur, hoc est bizantius 1, et miliarenses $\frac{0\ 1}{4\ 8}$3.

De eodem.

Item eadem canna uenditur pro bizantiis $\frac{3}{4}$5; et queratur quantum ualeant canne $\frac{1}{2}$11: describe questionem sic, et multiplica 5 per 4, et adde 3, erunt 23, que pone super $\frac{3}{4}$5; et multiplicabis iterum 11 per suam uirgulam, erunt 23; et multiplicabis 23 per 23, erunt 529; que diuide per ruptos, uidelicet per $\frac{1\ 0}{2\ 4}$, hoc est per 8, et per 1; cuius diuisio cum nichil operetur, computanda non est, exibunt bizantii $\frac{1}{8}$66: de qua $\frac{1}{8}$, si miliarenses facere uis, multiplica 1, quod est super 8, per 10; ideo quia bizantius 1 est miliarenses 10, erunt 10; que diuide per 8, exibit miliarensis $\frac{1}{4}$1: uel aliter; quia locus, in quo ponenda est summa, est sub bizantiis garbi, oportet nos habere $\frac{1}{10}$ in capite uirgule propter miliarenses: quare multiplica 529 per 10, hoc est quod ante pones eis 0, erunt 5290; que diuide per $\frac{4\ 0}{8\ 1\ 10}$, exibunt bizantii $\frac{1\ 1}{4\ 10}$66, ut superius, ut ita in questione demonstratur. Et secundum hec que diximus de canna garbi potes intelligere de omnibus rebus, que in eadem regione uenduntur per eosdem bizantios.

De eodem.

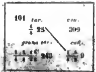
Item eadem canna uenditur pro bizantiis 4, et karatis 13, hoc est pro bizantiis $\frac{1\ 2}{6\ 4}$4; et queratur quantum ualeant canne 7, et palmi 3, hoc est canne $\frac{3}{8}$7: describe questionem sic, et multiplica $\frac{1\ 2}{6\ 4}$4 per $\frac{3}{8}$7, et diuides per 1, exibunt bizantii $\frac{7\ 2\ 3}{8\ 3\ 6}$33.

De balla fustaneorum.

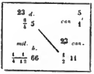
Balla fustaneorum, que est petiarum 40, uenditur pro libris 37; et queratur quantum ualeat petia una: describe questionem sic, et multiplica 1 per 37, erunt 37; que diuide

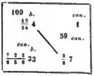
fol. 47 recto.

« quia minuit . . . bizantis » [fol. 47 recto, lin. 1-15; pag. 113, lin. 16-40].

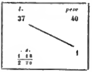






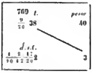


* De balla....petia una » (fol. 47 recto, lin. 16-20; pag. 113, lin. 41 — pag. 114, lin. 4).



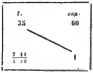
per regulam de 40, scilicet per $\frac{1\ 0}{4\ 10}$, uel per $\frac{1\ 0}{2\ 20}$; quod est melius hic; ideo quia locus, in quo ponenda est summa, est sub libris, uidelicet sub 37, exibunt $\frac{1\ 18}{2\ 20}$, hoc est soldi $\frac{1}{2}$ 18: et ex hoc quidem manifestum est, quod quot libre fueriut in medietate pretii balle, tot soldos ualet petia una.

* Item balla .... torsello » (fol. 47 recto, lin. 21-24; pag. 114, lin. 5-11).



Item balla uenditur pro libris $\frac{9}{20}$ 38; et queratur quantum ualeant petia 3: describe questiouem sic, et multiplica 38 per suam uirgulam, erunt 769; que multiplica per 3, que sunt eis ex aduerso, erunt 2307; que diuide per regulam de 40, et per 20, que sunt sub uirgula, hoc est $\frac{1\ 0\ 0}{4\ 10\ 20}$. Sed prius multiplica 2307 per 3, que minuunt nobis de $\frac{1}{12}$, quam debemus habere in uirgula post 20, erunt 6921; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{10\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ 8\ 17}{10\ 12\ 20}$ 2.

* Si torsellus .... De eodem » (fol. 47 recto, lin. 25-28; pag. 114, lin. 12-18).

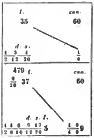


De torsello.

Si torscellus, qui est canne 60 prouincie, hoc est de palmis 8, uenditur pro libris 35; et queratur quantum ualeat canna una: describe questiouem, et multiplica 1 per 35, et diuide per regulam de 60, que est $\frac{1\ 0}{6\ 10}$, uel $\frac{1\ 0}{3\ 20}$, quod est melius hic; ideo quia indigemus babere $\frac{1}{20}$ in capite uirgule, exibunt $\frac{2\ 11}{3\ 20}$, hoc est soldi 11, et denarii 8. Et ex hoc manifestum est, quod quot fuerint libre pretii torscelli, tot tertias unius soldi ualet canna una.

De eodem.

* Item si .... itaque » (fol. 47 recto, lin. 29-36; pag. 114, lin. 19-31).



Item si eadem ratione queres quantum ualeat palmus, facies de palmo partem unius canne, eruntque $\frac{1}{8}$: describe ergo questiouem sic, et multiplica 1, quod est super 8, per 35; que diuide per 60, et per 8, que sunt sub uirgula, coaptaus ea sic $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 12\ 20}$, exibit $\frac{1\ 0\ 1}{8\ 10\ 60}$, hoc est denarii $\frac{1}{2}$ 17. Ex hoc ergo manifestum est, quia quot libras ualet torscellus, tot obulos ualet palmus.

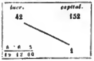
Item torscellus uenditur pro libris $\frac{9}{20}$ 37; et queratur quantum ualeant canne 9, et palmi $\frac{1}{4}$ 3, hoc est canne $\frac{1\ 3}{4\ 8}$ 9: describe questionem sic, et multiplicabis $\frac{1\ 0}{4\ 8}$ 9 per $\frac{9}{20}$ 37, et diuides per 60, exibunt libre $\frac{1\ 4\ 0\ 5\ 17}{2\ 8\ 10\ 12\ 60}$ 5, ut in questione ostenditur.

De societatibus.

Qvamuis in decimo buius libri capitulo, qualiter lucrum enticarum inter socios diuidendum sit, debeamus ostendere; tamen qualiter hoc idem, secundum suprascriptum negotiandi modum, fieri debeat, ad presens uolumus demonstrare: ut hoc dupliciter demonstrato, promptiores audientium animos reddat. Preponimus hoc itaque de quodam, qui habuerit in sua hentica libras 152, cum quibus lucratus fuit libras 56; et queritur quot ex ipso lucro unicuique sociorum suorum per libram reddere debeat. Primum quidem, secundum pisanam consuetudinem, de suprascripto lucro quartam partem debemus auferre; cum ipsa sit tractatoris, remanent libre 42. Quare describe in questione, quod libre 152 capitalis lucrate fuerunt libras 42; et pones 1, uidelicet libras sub 152, ut in hac questione demonstratur; et multiplicabis numeros, qui sunt ex aduerso, scilicet 1 per 42, erunt 42, que debes diuidere per regulam de 152, que est $\frac{1\ 0}{8\ 19}$: sed ut habeas $\frac{1\ 0}{12\ 20}$ in capite uirgule, multiplica summam, scilicet 42 per 30 propter trigesimam, que minuit nobis de ipso $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, erunt 1260; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{19\ 12\ 60}$, exibunt $\frac{6\ 0\ 5}{19\ 12\ 20}$, hoc est soldi 5, et denarii 6, et fere tertiam unius denarii partem: uel aliter secundum uulgarem modum: reperta regula de 152, que est $\frac{1\ 0}{8\ 19}$, diuides lucrum, uidelicet libras 42 per 8, exibunt libre 5, et soldi 5, qui sunt soldi 105; quos diuide per 19, exibunt soldi 5, et denarii $\frac{9}{19}$ 6, ut prediximus. Nam si suprascripta ratione inuenire uolueris quod euenerit

fol. 47 verso.

* de quodam .... que est » (fol. 47 recto, lin. 37-41; pag. 114, lin. 31-38).



de ipso lucro ei, qui libras 13 in ipsa habuerit, enticam sic facies: multiplica 13 per portionem lucri unius libre, scilicet per soldos 5, et denarios $\frac{6}{10}$ 6; que multiplicatio secundum uulgarem modum sic fit: multiplica primum 13 per soldos 5, erunt soldi 65; cum quibus adde multiplicationem de denariis 6 in 13, hoc est soldos 6, et denarios 6, erunt libre 3, et soldi 11, et denarii 6. Cum quibus iterum adde multiplicationem de $\frac{6}{10}$ in 13, hoc est denarios $\frac{2}{10}$ 4, erunt libre 3, et soldi 11, et denarii $\frac{2}{10}$ 10.

Uerum si hoc idem secundum artem reperire desideras, describes questionem, ut hic ostenditur; et multiplica 13 per 42, que sunt ex aduerso, erunt 546; que diuide per $\frac{1\ 6}{6\ 10}$. Sed ut habeas $\frac{4\ 0}{12\ 20}$ in capite uirgule, multiplica 546 per 30, et diuides summam per $\frac{4\ 0\ 0}{19\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{2\ 10\ 11}{10\ 12\ 20}$ 3, ut superius per uulgarem modum inuenimus.

De eodem.

Item quidam habuit in hentica libras $\frac{1}{2}$ 253, cum quibus lucratus fuit ultra suum quartum proficuum, libras $\frac{3}{20}$ 63; queritur quid per libram unicuique sociorum suorum reddere debeat: describe questionem, et multiplica 1 per $\frac{11}{20}$ 63, et diuide per $\frac{1}{2}$ 253, hoc est multiplicabis 1 per 1271, que per 2, que sunt sub uirgula post 253, erunt 2542; que diuide per 50, et per 20: tamen multiplica prius 2542 per 4, ut habeas $\frac{4}{17}$ post $\frac{1}{20}$ in diuisione, exibunt $\frac{2\ 2\ 0\ 5}{10\ 10\ 12\ 20}$, hoc est soldi 5, et parum minus de $\frac{1}{6}$ unius denarii.

De eodem.

Et si hoc quod accidit de suprascripto proficuo cuidam, qui in suprascripta hentica habuerit bizantios $\frac{6\ 7}{12\ 20}$ 13, scire uolueris; describe questionem, et multiplicabis libras 13 per suam uirgulam, erunt 3209; que multiplicabis per 1271; que per 2, que sunt sub uirgula; et diuide summam per 507, et per omnes ruptos reliquorum duorum numerorum: tamen euitabis inde quod non multiplicabis per 2, ut non diuidas per 2, que sunt in regula de 20, exibunt libre $\frac{1\ 5\ 0\ 6\ 6\ 7}{6\ 10\ 13\ 16\ 16\ 20}$ 3.

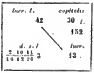
De eodem.

Item quidam habuit in hentica libras $\frac{11}{20}$ 713, cum quibus lucratus fuit ultra suum quartum proficuum libras $\frac{7\ 12}{12\ 20}$ 217; et queratur iterum quid de ipso lucro per unamquamque libram contigerit: describe questionem, et multiplica 1 per 52231; que per 20, que sunt sub uirgula post 713; et diuide summam per regulam de 14271, que est $\frac{1\ 6\ 6}{2\ 6\ 174}$, et per 12, et per 20, que sunt sub uirgula lucri, exibunt $\frac{2\ 7\ 14\ 4\ 6}{6\ 6\ 77\ 12\ 20}$, hoc est soldi 8, et fere denarii $\frac{1}{6}$ 1: et sic poteris facere de quolibet lucro, siue tarenorum sit, siue quorumlibet bizantiorum. Etiam et si proponeretur quidam babuisse de quantislibet bizantiis libras quantaslibet denariorum, uel econtra; et quereret quot ex denariis cadit unicuique bizantio.

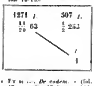
Incipit pars quarta octaui capituli in reuersione unius generis ad Rotulos alterius.

Si uis scire de quotuis Rotulis pisani cantarii, quot libre subtiles sint, ut dicamus de Rotulo .1.; adiscas prius ex eis, in qua proportione sint: sunt enim in tali proportione, uidelicet quot Rotuli 100, scilicet cantarii, sunt libre 158: unde describe in questione Rotulos 100 pro uenditione, et libras 158 pro pretio, et Rotulum 1, de quo uis facere libras, describes sub Rotulis, uidelicet sub 100, ut in hac questione ostenditur; et multiplica 1 per 158, et diuide per 100, hoc est triplum de 158, diuide per triplum de 100; et hoc facies ut habeas $\frac{4}{12}$ in capite uirge propter uncias, exibit libra $\frac{1\ 4\ 6}{6\ 5\ 12}$ 1, hoc est libra 1, et uncie 7 minus $\frac{4}{25}$.

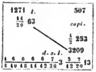
« sic facies . . . De eodem. » (fol. 47 verso, lin. 6-11, pag. 112, lin. 1-11).



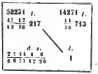
« Item .... De eodem » (fol. 47 verso, lin. 12-16, pag. 115, lin. 12-18).



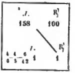
« Et si .... De eodem. » (fol. 47 verso, lin. 17-20; pag. 115, lin. 19-25).



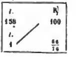
« Item .... quot » (fol. 47 verso, lin. 21-26; pag. 112, lin. 26-33).



« Si uis .... diuide per » (fol. 47 verso, lin. 28-32; pag. 115, lin. 37-42).



« 100 hoc est .... uolueris » (fol. 47 verso, lin. 33-36 e 37; pag. 115, lin. 42 — pag. 116, lin. 4).

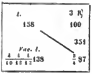


De reuersione libre pisane in partes unius Rotuli.

Rvrsum si de libra una partes unius Rotuli facere uolueris; describes 1 sub 158, ut in hac alia questione describitur, et multiplicabis 1 per 100, erunt 100; que diuides per 158, erunt $\frac{50}{79}$ unius Rotuli : de quibus si unceas Rotuli facere uolueris, multiplica 50 per unceas unius Rotuli, uidelicet per 12; quia sicut libra est uncie 12, ita Rotulus est uncie 12 tantum sunt maiores, erunt 600; que diuide per 79, exibunt uncie $\frac{47}{79}$ 7 de Rotulis.

Item si de Rotulis $\frac{3}{4}$ 87 libras facere uolueris; describe itaque Rotulos sub Rotulis, hoc est $\frac{3}{4}$ 87 sub 100, et multiplica 87 per 4, et adde 3, erunt 351; que multiplica per 158, erunt 55458; que diuides per 100, et per 4, hoc est per $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$, uel $\frac{1}{4}$ ut habeas $\frac{1}{12}$ in uirgula diuisionis propter unceas, multiplica 55458 per 3, et diuides per $\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{12}$, exibunt libre $\frac{4}{12}\frac{7}{12}\frac{7}{12}$ 138, ut in questione ostenditur.

• uolueris .... $\frac{1}{4}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$ uel • (fol. 47 *verso*, lin. 36 a 37-40; pag. 116, lin. 2-10).

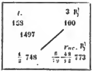


fol. 48 *recto*.

De libris ad Rotulos.

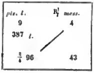
Item si de libris $\frac{1}{2}$ 748 Rotulos facere uolueris; describes libras sub libris, hoc est $\frac{1}{2}$ 748 sub 158, et multiplica $\frac{1}{2}$ 748 per 100, et diuide per 158, tantum multiplica summam dictam per 3, ut habeas $\frac{1}{12}$ in uirgula diuisionis propter unceas, exibunt Rotuli $\frac{6}{79}\frac{48}{12}$473, ut in questione ostenditur.

• Item .... questionem ut • (fol. 48 *recto*, lin. 3-8; pag. 116, lin. 14-21).



Item si de Rotulis 43 de cantare messane libras pisanas facere uolueris, addiscas prius in qua portione sunt Rotuli messane ad libras pisanas. Sunt enim in tali proportione ut credo, quod Rotulus 1 messane est libre $\frac{1}{4}$ 2 pisane: ergo quattuor Rotuli messane sunt libre 9 pisane : deinde describe questionem ut hic ostenditur, et multiplica 9 per 43, que sunt ex aduerso, et diuide per 4, exibunt libre.

• hic ostenditur .... addiscas • (fol. 48 *recto*, lin. 9-13; pag. 116, lin. 21-30).



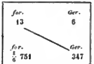
De libris pisanis ad Rotulos messane.

Item si econtra de libris $\frac{3}{4}$ 96 Rotulos messane facere uolueris; describes libras sub libris, uidelicet $\frac{3}{4}$ 96 sub 9, ut in hac alia cernitur descriptione, et multiplica $\frac{3}{4}$ 96 per 4, que sunt ex aduerso, et diuide per 9, exibunt Rotuli 43: et sic poteris de omnibus similibus facere.

De Rotulis gerouinis ad forforinos.

Rvrsum si apud Alexandriam de Rotulis 347 Gerouinis, Rotulos forforinos facere uolueris; addiscas prius, in qua proportione sunt Rotuli Gerouini ad Rotulos forforinos. Sunt enim in tali proportione, quod Rotulus 1 Gerouinus est Rotulus $\frac{1}{6}$ 2 forforinus: ergo Rotuli 6 Gerouini sunt Rotuli 13 forforini; et sic eos describes in questione; et pones Rotulos 347 Gerouinos sub Rotulis 6 Gerouinis, ut hic ostenditur; et multiplica 13 per 347, et diuide per 6, exibunt Rotuli forforini $\frac{5}{6}$ 751, ut in questione ostenditur. Hoc autem cantaria 7 forforini, et de Rotulis 51 et unciis 10; quia Rotulus forforinus est uncie 12, quarum unaqueque ponderat miliarenses 12 de Alexandria ; et unusquisque Rotulus Gerouinus est similiter uncie 12, quarum unaqueque ponderat miliarenses 26 ex dictis miliarensibus; qui miliarenses ponderant karatos 6, qui karatus ponderat abbas 3, scilicet grana.

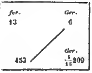
• prius .... quinque • (fol. 48 *recto*, lin. 14-18; pag. 116, lin. 30-36).



De forforis ad Gerouinos.

Item si de Rotulis forforinis 453 Rotulos Gerouinos facere uolueris; describes furfurinos sub furforinis, hoc est 453 sub 13; et multiplica 6 per 453, que sunt ex aduerso, et diuide per 13, exibunt Rotuli $\frac{1}{13}$ 209, ut in hac descriptione ostenditur.

• Rotulus .... ostenditur • (fol. 48 *recto*, lin. 19-24; pag. 116, lin. 37-43).



Rvrsum si de Rotulis Gerouinis $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}23$ forforinos facere uolueris; describe Gerouinos snb Gerouinis, hoc est $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{2}23$ sub 6, et multiplica 23 per suas uirgulas, erunt 1427; que multiplica per 13, et diuide per 6, et per ruptos: tamen, si uis, multiplica summam per 2, nt habeas $\frac{1\ 0}{12\ 13}$ in uirgula propter uncias, et miliarenses, exibunt Rotuli Forforini $\frac{2\ 4\ 6}{5\ 12\ 12}51$, hoc est Rotuli 51, et uncie 6, et miliarenses $\frac{2}{5}4$.

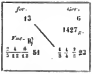
De forforinis a Gerouinis.

Irerum si prescriptos Rotulos $\frac{1}{5}\frac{1}{5}\frac{1}{3}23$ forforinos fore proposueris, et ex eis Rotulos Gerouinos facere uolueris; describes $\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{2}23$ sub 13, et multiplica numerum ipsorum, scilicet 1427 per 6, et diuide summam per 13, et per ruptos, hoc est per $\frac{2\ 0\ 0}{5\ 13\ 12}$, et habebis propositum: Tamen si uis habere miliarenses post unceas in uirgula, multiplica summam per 2, et diuides per $\frac{1\ 0\ 0\ 5}{5\ 5\ 13\ 12}$; et que super 12 euenerint, erunt uncie; et que super $\frac{1\ 0}{2\ 13}$; et que snperuenerint, erunt miliarenses: ideo quia uncie, ut diximus, est miliarenses 26, quorum regula est $\frac{1\ 0}{2\ 13}$, exibunt Rotuli $\frac{3\ 0\ 9\ 11}{5\ 3\ 12\ 12}10$, ut in questione ostenditur, hoc est Rotuli 10, et uncie 11, et miliarenses $\frac{3}{5}18$, quia multiplicanda sunt 9, que sunt snper 13 per 2, que sunt post 13, et addendum zephyro, quod est super 2; et sic habentur miliarenses 16, ut modo diximus: et sic secundum prescriptam materiam poteris quoslibet Rotulos, uel cantaria in quilibet (*sic*) Rotulis, uel cantariis redigere, si habueris notitiam proportiouum illorum, hoc est qualiter se habeant ad inuicem. Et hic modus est utilis mnltum in honeratione nauium, cum honerentur diuersis mercibus, que habent modum secundum diuersi|tatem ponderis, et leuitatem uel grauitatem illarum, ut naues, que honerantur in garbo, que honerantur ad cantaria coriorum. Vnde cum in ipsis ponderentur diuerse merces grauiores et leuiores quam coria; et habeant minorem globum et maiorem: unde ab antiquis talis fuit ordinatio, quod de alnme, quod ponunt in fnndo nauis, ponunt duo cantaria pro uno coriorum; de beccunis uero, quia sunt leuiores coriis, ponunt dno cantaria pro tribus; de coniliis, uel de succaro, ponunt nnum cantare pro duabus de eoriis. Similiter naues, que honerantur in sicilia, honerantur ad pondus colli; qui collus potest habere in se Rotulos 100; et ponunt de rame tria cantaria in nno collo; de cotone ponunt cantare $\frac{1}{2}1$ in collo: et naues que honerantur apud alexandriam, honerantur asportatas piperis, que sporta ponitur similiter Rotulos 100; ad quam sportatam reducuntur merces secundum diuersitatem illarum ad quasdam ordinationes, quas dicere necesse non est; quia unusquisque, cum ei necessarium fuerit, poterit inde interrogare. Nam qualiter hee reductiones ponderum, secundum diuersitatem mercium prescriptarum, per premissam doctrinam fiant, quasdam in hoc opere positiones proponamus.

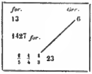
De cotonis reuersione ad collum sicilie carici in garbo.

Si quis apud siciliam habeat in quadam naui honeratum cantaria 11, et Rotulos 47 cotonis; et uoluerit eos ad colla redigere; quia cantare $\frac{1}{3}1$ cotonis, ut diximus, est collum unum; ergo quattuor cantaria cotonis sunt colla 3; et quattuor Rotuli cotonis sunt Rotuli 3 de collo: describes in questione cantaria 11, et Rotulos 47, hoc est Rotulos 1147 sub Rotulis 4 cotonis; et multiplicabis 1147 per 3, et diuides per 4, exibunt Rotuli $\frac{1}{4}860$ de collo, ut in descriptione ostenditur, hoc autem colla 8 et Rotuli $\frac{1}{4}60$ de collo.

« Rursum .... scilicet » (fol. 48 recto, lin. 25-30; pag. 117, lin. 1-5).

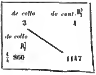


« Iterum .... quod » (fol. 48 recto, lin. 29-26; pag. 117, lin. 7-15).



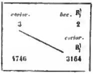
fol. 48 verso

« Si quis .... colla » (fol. 48 verso, lin. 17-22; pag. 117, lin. 36-41).



De becunarum redutione ad cantaria carici in garbo.

¹ Rvrsum . . . . beccunarum » (fol. 48 verso, lin. 24-28 e 29; pag. 116, lin. 2-6).



Rvrsum si apud bugeam uel septim quis in quadam naui habuerit cantaria beccunarum 31, et Rotuli (*sic*) 64; et uoluerit eos redigere ad coriorum cantaria; quia cantaria duo beccunarum, ut diximus, sunt cantaria 3 coriorum; ergo et Rotuli 2 beccunarum sunt Rotuli 3 coriorum. Quare describes cantaria 31, et Rotuli (*sic*) 64, hoc est Rotuli 3164 sub Rotulis 2 beccunarum; et multiplicabis 3 per 3164, que sunt ex aduerso, et diuides per 2, exibunt Rotuli 4746, ut in descriptione ostenditur, hoc est cantaria 47, et Rotuli 46. Vel aliter adde medietatem de cantariis 31, et Rotuli 64 super eosdem (*sic*) cantaria 47; et Rotuli 46 erunt similiter cantaria 47, et Rotuli 46, ut modo inuenimus: et sic poteris intelligere de quibuslibet similibus. Vnde nos huic octauo capitulo finem imponimus, ut ad nonum facimus transitionem.

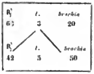
Incipit capitulum nonum de baractis mercium atque earum similium.

Hoc itaque capitulum in tres partes diuidere decreui, ut quicquid lector in hoc audire desiderat, citius reperire ualeat. Quarum prima pars est de baractis rerum uenalium; secunda de emptione bolsonalie secundum modum baracte; tertia de regulis equorum ordeum comedentium in constitutis diebus.

Regula uniuersalis in baractis mercium primum de pipere ad linum.

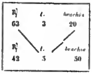
Cvm autem uolueris quamlibet mercem cum qualibet alia merce cambiare, hoc est baractare, addiscas pretium uniuscuiusque mercis; quod pretium semper debet esse unius monete. Et describas illarum mercium unam in capite tabule, et pretium illius mercis scribas in tabula retro uersus sinistra in eadem lineatione, sicuti in negotiationibus in antecedenti capitulo describere docuimus. Deinde sub pretio illius mercis in aliam lineam describes pretium alterius mercis; et retro describes mercem illius pretii. Et si merces, quam aliam mercem baractare uolueris, fuerit ex superiori merce de prima uidelicet descripta in tabula, pones quantitatem illius mercis, quam habueris sub eadem merce. Et si fuerit ex alia merce, describere quantitatem illius super ipsam mercem, ut sicuti modo diximus describendum esse pretium unius mercis sub pretio alterius, ita describantur similes merces sub simili merce. Et descriptis itaque ipsis quinque numeris, tunc ultimum eorum per numerum pretii oppositis multiplica; et quot inde prouenerit, in alium numerum eidem pretio oppositum ducere studeas: quorum numerorum summam per reliquos duos numeros diuide, et habebis optatum. Verbi gratia brachia 20 panni ualeant libras 3 pisaninorum; et Rotuli 42 cotonis ualeant 5 similiter pisaninorum; queritur pro brachiis 50 panni quot Rotuli cotonis habebuntur. Pone itaque brachia 20 in tabula; post que pone libras 3, scilicet eorum pretium, sub quibus pone libras 5; post quas 5 pone Rotulos 42; deinde brachia 50 pone sub brachiis 20, et multiplica 50 per 3, que sunt eis ex aduerso, erunt 150; que multiplica per 42, cum sint ex aduerso eisdem tribus; et quot prouenerit diuide per reliquos numeros, scilicet per 20 et per 5, hoc est per 100, uenient 63; et tot Rotuli bombicis habebuntur pro brachiis 50 panni. Procedit enim hic modus ex proportione, quam habet prima mercium ad aliam; quam ostendam esse compositam ex duabus proportionibus, scilicet ex proportione, quam habet numerus uenditionis prime mercis ad numerum sui pretii, et ex proportione, quam habet numerus pretii alterius mercis ad numerum uenditionis sue mercis, hoc est quod in hac questione dico; quod proportio brachiorum panni ad Ro-

² 2, scilicet . . . mercis » (fol. 49 recto, lin. 19-24; pag. 118, lin. 24-42;



tulos cotonis componitur ex proportione, quam habet 20 ad 3, et 5 ad 42: nam sicut 20 est ad 3, ita quincuplum de 20 est ad quincuplum de 3: quincuplum dico propter 5, que sunt pretium Rotulorum 42 predictorum, hoc est quod brachia 100 ualent libras 15: rursus sicut 5 sunt ad 42, ita triplum de 5 sunt ad triplum de 42: triplum dico propter 3, que sunt pretium dictorum 20 brachiorum, hoc est quod plus 15 habentur Rotuli 126 bombicis: et quia brachia 100 ualent libras 15, et plus 15, habentur Rotuli 126: ergo pro brachiis 100 habentur Rotuli 126; et sic est proportio composita prime mercis ad secundam ex duabus proportionibus predictis. Et quia sicut 100 sunt ad 126 brachia 50 ad cambium quod habentur ad Rotulos, multiplicanda sunt 50 per 126, hoc est 50 per 3; que per 42, ut superius fecimus; et summa multiplicationis eorum est diuidenda per 100, per 20, et per 5, exibunt Rotuli 63, quos pone super Rotulos 42: est enim hec talis propositio proportionum ea que ostenditur in figura cata, scilicet sectoris, per quam Tholomeus docuit in almagesti reperire demonstrationem circulorum a circulo recto, et multa alia; et Ametus filius ponat decem et octo combinationes ex ea in libro, quem de proportionibus composuit.

• triplum .... cata scilicet (fol. 49 recto, lin. 29-34, pag. 119, lin. 4-12).



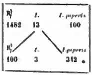
Item proponantur Rotuli 63 bombicis ad baractandum cum pannis; quorum proportio inuenies per supradictam esse composita ex proportione, quam habet 42 ad 5, et 3 ad 20; que proportio est de 126 ad 100, hoc est quod pro rotulis 126 habentur brachia 100 suprascriptorum pannorum: quare multiplicanda sunt 63 per 100, et diuiden|da per 126, hoc est multiplica 63 per 5, que sunt eis ex aduerso; quorum summam duc in 20, que sunt eisdem 5 tantum ex aduerso; quod totum diuide per reliquos duos numeros, scilicet per 3, et per 42, uenient brachia 50, que pone sub brachiis 20.

fol. 49 verso.

De pipere ad ciminum.

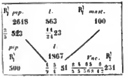
Centum piperis ualet libras 13, et cantare cimini ualet libras 3; queritur quot Rotuli cimini habebuntur pro libris 342: descripta questione per supradicta, inuenies numerum prime mercis esse ad numerum secunde, sicut centuplum trium ad centuplum de 13: et quia est sicut totum ad totum, ita pars ad partem: erit ergo sicut centesima centupli trium ad centesimam centupli de 13, hoc est sicut 3 sunt 13, ita numerus prime est ad numerum secunde. Et ex hoc quidem manifestum est, quod quando duarum mertium diuisarum numerus ueditionis est idem, tunc est sicut numerus pretii secunde ad numerum pretii prime; ita numerus prime mercis est ad numerum secunde. Quare multiplicabis 342 in hac questione per 13, et diuidas per 3, exibunt Rotuli 1482 cimini, quos pone in questione super Rotulos 100: uel secundum modum huius artis multiplicanda sunt 342 per 13, que sunt eis ex aduerso; quod totum per 100 cimini; quorum trium multiplicatorum numerorum summa est per 3, et per 100 diuidenda. Vnde si relinquerentur 100 ab utraque parte, remanebit tantum multiplicatio de 342 in 13 diuidenda per 3, ut superius operati fnimus. Et si de Rotulis 342 cimini piperis habere uis, pone 342 super 100 cimini, et multiplica ea per 3; quod totum per 100 piperis, et diuides summam per 100 cimini, et per 13: tamen euita 100 ex his, hoc est, multiplica 342 per 3, et diuide per 13, exibunt piperis libre $\frac{12}{13}$ 78, quos pone sub libris 100 piperis.

• descripta .... multiplicabis • (fol. 49 verso, lin. 5-9; pag. 119, lin. 23-32).



Rvrsum cantare Gerouinum Masticis uenditur alexandrie berzi $\frac{11}{24}$ 23; et carica piperis, que est Rotuli 500 forforini, ualet ibidem berzi $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ 51; et quidam habet Rotulos $\frac{3}{5}$ 323 piperis, hoc est caricam unam, et Rotulos $\frac{3}{5}$ 23 forforinos, quos ipse uult baractare ad

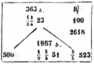
* describe .... diuides per * (fol. 49 verso, lin. 20-25; pag. 120, lin. 1-9).



masticem; et quesierit quot Rotulos Gerouinos inde de ipso pipere habuerit; describe questionem sic, et multiplicabis $\frac{3}{5}$ 523 per $\frac{4}{9}\frac{3}{4}$ 51; que per 100, et diuide summam eorum per reliquos duos numeros, scilicet per $\frac{11}{24}$ 23, et per 500; que omnia sic fiunt. Multiplica bizantios 23 per suam uirgulam, uidelicet per 24, et adde 11, erunt 563; et multiplica 523 per suam uirgulam, erunt 2618. Item 51 per suas uirgulas, erunt 1867, que pone super $\frac{4}{9}\frac{3}{4}$ 51: deinde multiplica 2618 per 1867; que per 100; que per ruptum qui est sub uirgula de 23, uidelicet per 24, et diuide per 563, et per regulam de 500, et per ruptos, qui sunt sub uirgula de 523, et de 51, hoc est per 5, et per 4, et per 9; et euitabis quod multiplicabis per 100, quod diximus in multiplicatione; nec diuides per 100, que sunt in regula de 500; et remanebit 5 de ipsis 500, in quibus debemus diuidere. Item potes adhuc relinquere $\frac{1}{3}$ ex diuisione, que est in uirgula, si relinqueres totidem de regula de 24, que debes multiplicare: ergo multiplicabis 2618 per 1867; que per 8, que remanent de 24, et diuides summam per $\frac{4\ 0\ 0\ 0}{55\ 5\ 64\ 12}$, exibunt Rotuli $\frac{3\ 4\ 52\ 6}{5\ 5\ 563\ 12}$ 231, ut in questione demonstratur.

Qvod si per pensam 13 probare uolueris; quia multiplicasti 2618 per 1867; que per 8; ideo debes accipere pensam de 2618 per 13, hoc est quod debes diuidere 2618 per 13; et sic remanent 5; que multiplica per pensam de 1867; accepta similiter per 13, que est 8, et erunt 40; de quo accipe pensam, que est 1; quod multiplica per 8, erunt 8, que seruentur pro pensa summe multiplicationis, ut uideas si pensa exeuntis summe diuisionis, scilicet de $\frac{3\ 4\ 52\ 6}{5\ 5\ 563\ 12}$ 231, erit similiter 8, tunc erit recta.

* $\frac{3}{5}$ 523 ... euitare * (fol. 49 verso, lin. 36-39; pag. 120, lin. 23-28).



De pipere ad masticha.

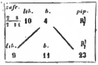
Item si eadem ratione quis quereret quantum piper de Rotulis $\frac{3}{5}$ 523 Masticis habuerit; describes in questione $\frac{3}{5}$ 523 sub uenditione masticis, scilicet sub 100, ut in hac alia demonstratione describitur; et reperies omnes numeros, sicuti superius fecisti in precedenti questione: et multiplicabis 2618 per 563; que per 500, et summam eorum multiplica per ruptos, qui sunt cum 51, scilicet per 4, et per 9, hoc est per 36; et summam diuide per 100, et per 1867, et per ruptos, qui sunt post 523, et post 23, hoc est per 5 et per 24. Nam si euitare | uolueris hoc quod inde euitare poteris, relinquet quod non multiplices per 500. Nam diuides per 100 supradictos, nec per 5, que sunt sub uirgula post 523, relinques adhuc quod non multiplicabis per 2, que sunt in regula de 4, que sunt sub uirgula post 51; et non diuides per 2, que sunt in regula de 24; et seruabis 12, que remanent de ipsis 24 ad ponenda ea in capite uirgule propter uncias: ergo multiplicabis 2618 per 563; que per 2, que remanent de 4, que sunt post 51 sub uirgula; que per 9, que sunt sub uirgula post eadem 51; eritque multiplicatio eorum in summa 26530812; que diuide per 1867, et per 2, que remanserunt de 24, exibunt Rotuli $\frac{712}{1867}\frac{2}{12}$ 1184 piperis, hoc est carice 2, et Rotuli 184, et uncie $\frac{712}{1867}$ 2: et est pensa istius questionis 9 per 13, que reperitur secundum prescriptum modum.

fol. 50 recto.

De pipere ad zafranum.

Item si proponatur, quod Rotuli 7 piperis ualeant berzi 4, et libre 9 zaffarani ualent berzi 11; et queratur quantum zaffranum quis de Rotulis 23 piperis habuerit; describe questionem secundum suprascriptum modum, et multiplicabis 23 per 4, quia sunt eis ex aduerso; quod totum multiplica per 9, cum 9 sint eisdem 4 ex aduerso: uel possumus hoc alio modo demonstrare, per quem modum amplius poteris cognoscere quos

* et multiplicabis .... per eis * (fol. 50 recto, lin. 10-13; pag. 120, lin. 41 — pag. 121, lin. 6).

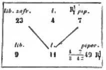


tres numeros multiplicare debueris. In huiusmodi enim questionibus quinque describuntur numeri noti, cum quibus sextum numerum ignotum reperiri necesse est. Vnde hic modus uocatur regula sexte proportionis, ex quibus quinque numeris quandoque inueneris tres in superiori linea, et duos in inferiori; et quandoque tres in inferiori, et duos in superiori linea. Illi duo numeri, qui sunt in extremitatibus ipsius linee, in qua tres numeri positi fuerint, per eis oppositum numerum alterius linee insimul multiplica, et per reliquos duos numeros eorum summam diuide; et quod ex diuisione exierit, erit quantitas sexti numeri, ut in hac, in qua sunt duo numeri, uidelicet berzi 4, et rotuli 7 in superiori linea, et inferiori sunt tres numeri, uidelicet 9, et 11, et 23; de quibus 9, et 23 snnt in extremitate ipsius linee; quos multiplicare debes per eis oppositum numerum, qui est in alia linea, scilicet inferiori, hoc est per 4. Multiplicatio enim de 23 in 4 facit 92; que si per 9 multiplicaueris, faciunt 928; que diuide per reliquos duos numeros, scilicet per 7, per 11, exibunt libre $\frac{3\ \ 8}{7\ 11}10$, ut in questione scripta ostenditur.

De zafarano ad pipere.

Nam si eadem ratione de libris 23 zaffarani piper habere uolneris; describes questionem, ut docet, hoc est similem mercem sub simili merce, et pretium unius mercis sub pretio alterius, ut hic in qua sunt tres numeri in superiori linea, scilicet 23, et 4, et 7, de quibus sunt in extremitate 23, et 7; quos multiplica per eis oppositum numerum, scilicet per 11, faciunt 1771; que diuide per reliquos duos numeros, scilicet per 4, et per 9, hoc est $\frac{1\ \ 2}{3\ 12}$, exibunt Rotuli $\frac{1\ \ 2}{3\ 12}49$ piperis, hoc est Rotuli 49, et uncie $\frac{1}{3}2$.

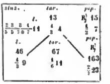
« per eis .... erunt » (fol. 50 recto, lin. 25-30; pag. 121, lin. 18-27).



De pipere ad zinziberim.

Item Rotuli $\frac{1}{2}7$ piperis ualent tarenos $\frac{1}{3}4$, et libre $\frac{1}{5}9$ zinziberis ualent tarenos $\frac{1}{6}11$; et queratur quantum zinziberis quis de Rotulis $\frac{1}{7}23$ piperis habuerit; describe questionem secundum suprascriptum modum, ut hic; et multiplicabis suprascripta ratione $\frac{1}{7}23$ per $\frac{1}{3}4$; et dinides summam eorum per reliquos duos numeros, scilicet per $\frac{1}{2}7$, et per $\frac{1}{6}11$, quod sic fit: multiplica 7 per suam uirgulam, crunt 15, que pone super $\frac{1}{2}7$; et multiplica 4 per suam uirgulam, erunt 13, que pone super $\frac{1}{3}4$; ct 9 per suam uirgulam, erunt 46; que pone super $\frac{1}{5}9$; et 11 per suam uirgulam, erunt 67, que pone super $\frac{1}{6}11$; et 23 per suam uirgulam, erunt 162, que pone super $\frac{1}{7}23$; et multiplica 162 per 13, que sunt ex aduerso, que per 46; et summam eorum multiplica per ruptos reliquorum duorum numerorum, scilicet per 2, que sunt sub uirgula post 7; que per 6, que sunt in uirgula post 11; et diuide totam summam per regulam de 13, et per 67, hoc est per $\frac{1\ 0\ \ 2}{3\ 2\ 67}$, et per ruptos reliquorum trinm numerorum, nidclicet per 3, que sunt sub uirgula post 4, et per 5, que sunt sub uirgula post 9, et per 7, quc sunt sub uirgula post 23, exibunt libre $\frac{2\ 2\ \ 1}{5\ 3\ 67}11$.

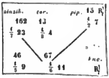
« 13 que pone .... $\frac{2\ 2\ \ 1}{5\ 3\ 67}$ 11 De » (fol. 50 recto, lin. 24-36; pag 121, lin. 27-35 e 36).



De zinzibro ad pipere.

Item si eadem ratione queratur quot Rotuli piperis quis pro libris $\frac{1}{7}23$ zinziberis habuerit; describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplica 163 per 67; que per 15; que per ruptos, qui sunt sub 13, et sub 46, hoc est per 3, et per 5, erunt 2443850; que diuide per 13, et per 40, et per ruptos, qui sunt reliquorum trium numerorum, scilicet per | 7, et per 6, et per 2, et coacta eos, ut habeas $\frac{1}{12}$ in capite uirgule propter uncias, exibunt Rotuli $\frac{0\ 3\ \ 5\ \ \ 9\ \ \ 7}{2\ 7\ 13\ 23\ 12}48$.

« questionem .... scilicet per » (fol. 50 recto, lin. 38 e 39; pag. 121, lin. 28-40).

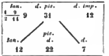


fol.[1] 50 verso.

De imperialibus ad ianuinos.

Item si proponitur, quod soldus imperialium ualeat pisaninos 31; et soldus ianuinorum ualeat pisauinos 22; et queratur quot ianuinos ualeant imperiales 7; describe questionem, et multiplicabis 7 per 31; que per ianuinos 12; et diuide summam eorum per 12, et per regulam de 22; sed reliuques multiplicare per ianuinos 12, et non diuidas per 12 imperiales: ergo multiplicabis 7 per 31, et diuide per regulam de 22, exibunt ianuini $\frac{1\ \ 9}{2\ 11}9$, ut in questione ostenditur.

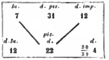
• 7 et per 6 .... multiplicare • (fol. 50 *verso*, lin. 1-4, pag. 121, lin. 41 — pag. 122, lin. 5).



De eodem.

Item econtra queritur de ianuinis 7 quot imperiales ualent; describe ianninos 7 super ianuinos 12, ut hic ostenditur, et multiplica 7 per 22; que per imperiales 12, et diuide per 31. et per ianuinos 12; sed relinques quod non multiplices per 12, nec diuides 12, exibunt imperiales $\frac{20}{31}4$, ut in questione ostenditur.

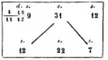
• per ianuinos .... de soldis • (fol. 50 *verso*, lin. 6-10, pag. 122, lin. 5-15).



De eodem.

Item si eadem ratione queratur, quot ianuinos quis pro soldis 7 imperialium habuerit; quia queritur de soldis, omnes numeri, qui sunt in questione, sunt soldi: unde talis oritur questio: uidelicet quod soldi 12 imperialium ualent soldos pisanorum, et soldi 31 ianuinorum ualent soldos 12 pisaninorum. Vnde descripta questione, pones soldos 7 imperialium sub soldis 12 imperialium, ut hic ostenditur; et multiplicabis 7 per 31; que per Ianuinos 12, et diuide summam eorum per 12 imperialium, et per regulam de 22: sed euitabis $\frac{1}{2}$, ex bis exibunt soldi $\frac{4\ 10}{11\ 12}9$, ut in questione ostenditur. Meminiscaris (*sic*) itaque semper supernotare qualitatem omnium numerorum, qui proponuntur in similibus questionibus, etiam et in omnibus questionibus negotiationum, secundum petitionem querentis; hoc est quod super denarios pone denarios, et super soldos pone soldos, et super libras pone libras, et super cantaria pone cantaria, et super Rotulos pone Rotulos, et super uncias pone uncias, et super denarios de cantera pone denarios, et super carrubbas pone carrubbas, ut possit cognoscere, cuius qualitatis sit summa factura: etiam et scias scribere similes sub similibus, ut in hac alia questione, in qua queritur, quot imperiales quis pro libris 7 ianuinorum babuerit: ergo quia queritur de libris, omnes numeri sunt libre: quare talis est questio, quod libre 12 imperialium ualent libras 31 pisaninorum; et libre 12 ianuinorum ualent libras 22 pisaninorum: describes questionem, et notabis super unumquemque numerum qualitatem ipsius, scilicet libras; et pone libras 7 Ianuinorum super libras 12 eiusdem monete, ut hic ostenditur; et multiplicabis 7 per 22; quem pro 12 imperialium; et diuides per 31, et per 12 Ianuinorum, exibunt libre $\frac{8\ \ 4\ \ 20}{31\ 12\ 20}4$.

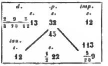
• omnes numeri .... cantaria • (fol. 50 *verso*, lin. 11-17; pag. 122, lin. 15-24).



De eodem.

Item soldus imperialium ualet pisaninos $\frac{1}{4}32$, et soldus Ianuinorum ualet pisaninos $\frac{1}{2}22$; quot soldos Ianuinorum ergo ualent soldi 9, et denarii 5, hoc est soldi $\frac{5}{12}9$ imperialium: describes questionem, ut hic ostenditur; et descripta ea, talis est questio, quod soldi 12 imperialium ualent soldos $\frac{1}{4}32$ pisanorum, et soldi 12 ianuinorum ualent soldos $\frac{1}{2}22$ pisanorum: quare supernotentur soldi super unumquemque numerum, ut in questione ostenditur; et multiplica $\frac{5}{12}9$ per $\frac{1}{4}32$; que per 12 Ianuinos, et diuides summam per $\frac{1}{2}22$, et per 12 imperialium. Sed relinquet multiplicationem de 12 Ianuinis, ut relinquas diuisionem de 12 imperialium; et multiplica tantum $\frac{5}{12}9$ per $\frac{1}{4}32$, et diuide

• 31 pisaninorum .... ostenditur • (fol. 50 *verso*, lin. 22-27; pag. 122, lin. 29 e 20-28).



per $\frac{1}{2}$ 22, quod sic fit: multiplica 32 per 4, et adde 1, erunt 129; que pone super $\frac{1}{4}$ 32. Item multiplica 22 per suam uirgulam, erunt 45, que pone super $\frac{1}{2}$ 22; et multiplica 9 per suam uirgulam, erunt denarii 113: deinde multiplica 113 per 129; que per 2, que sunt sub uirgula post 22, et diuide summam eorum per regulam de 45, que est $\frac{1\ 0}{5\ 9}$, et per ruptos, qui sunt post 32; et post 9, scilicet per 4, et per 12; qui si insimul coaptati fuerint in una uirgula, ita ut $\frac{1}{12}$ sit in capite uirgule propter denarios, in $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{5\ 9\ 12\ 12}$ transmutabuntur. Vnde de dicta multiplicatione potes relinquere multiplicationem de 2 supradictis; et relinques quod non diuides per 2, que sunt sub uirgula: ergo multiplicabis 113 per 129, et diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{9\ 12\ 12}$, et habebis summam: uel si uis de predictis, potes adhuc euitare, uidelicet ut accipias tertiam de 129, scilicet 43; in quibus multiplica 113, erunt 4859; que diuide | per $\frac{1\ 0\ 0}{3\ 12\ 12}$, exibunt soldi $\frac{2\ 9\ 3}{3\ 12\ 12}$ 13 lanuinorum, ut in questione ostenditur. fol. 51 *recto*.

De eodem.

Rvrsum soldus imperialium ualet pisaninos $\frac{3}{4}$ 33, et soldus Ianuinorum ualet pisaninos $\frac{2}{3}$ 22: quesieris quot imperiales habueris pro libris $\frac{9}{20}$ 13 Ianuinorum: describes $\frac{9}{20}$ 13 super libras 12 lanuinorum, ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{9}{20}$ 13 per $\frac{1}{3}$ 21; que per imperiales 12, et diuide summam eorum per $\frac{3}{4}$ 33, et per lanuinos 12., hoc est, quod multiplicabis 269 per 65, et per imperiales 12, et per 4, que sunt sub uirgula post 33, et diuide summam eorum per regulam de 135, que est $\frac{1\ 0\ 0}{3\ 5\ 9}$, et per 12 gerouinos, et per ruptos aliorum duorum numerorum, uidelicet per 3, que sunt sub uirgula post 21, et per 20, que sunt sub uirgula post 13: de quibus si euitationem obseruaueris, reperies quod non oportuerit te multiplicare 269, nisi tantum per quintam de 65, hoc est per 13; que per tertiam de 12, hoc est per 4; que per 4, que sunt sub uirgula post 33, ut prediximus. Quorum omnium summa est 55952; quam non oportuerit te diuidere propter predictam euitationem, nisi tantum per quintam de 135, hoc est per $\frac{12}{39}$, et per $\frac{1\ 0}{12\ 23}$, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{9\ 3\ 12\ 20}$, exibunt libre $\frac{23\ 8\ 12}{39\ 12\ 20}$ 8.

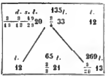
De imperialibus ad Gerouinos.

Iterum soldus imperialium uenditur pro pisaninis $\frac{1}{2}$ 31, et soldus Ienuinorum ualet pisaninos $\frac{3}{4}$ 19; et queratur quot libras Ienuinorum habuerit quidam pro libris 17, et soldis 11, et denariis 5, hoc est pro libris $\frac{5\ 11}{12\ 20}$ 17 ipsius: describes questionem, ut hic ostenditur, et multiplicabis $\frac{5\ 11}{12\ 20}$ 17 per $\frac{1}{2}$ 31; que per 12 gerouinos, et diuides summam eorum per $\frac{3}{4}$ 19, et per 12 imperiales; et euitabis hoc quod inde euitare poteris secundum suprascriptum modum, exibunt libre $\frac{67\ 5\ 0}{79\ 12\ 20}$ 28 Ienuinorum, ut in questione ostenditur.

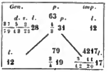
De imperialibus ad Gerouinos.

Item imperiales $\frac{1}{2}$ 11 ualent pisaninos $\frac{3}{4}$ 31, et Ieñuini $\frac{1}{3}$ 13 ualent pisaninos $\frac{3}{5}$ 23: queratur quot Ianuinos habueris pro imperialibus $\frac{1}{6}$ 8: describes questionem, ut hic ostenditur: et quia questio est de denariis, supernotentur denarii super quemquem (*sic*) numerum, et multiplicabis $\frac{1}{6}$ 8 per $\frac{3}{4}$ 31; que per $\frac{1}{3}$ 13, et diuides summam eorum per $\frac{1}{2}$ 11, et per $\frac{3}{5}$ 23, quod sic fit: multiplica 11 per suam uirgulam, erunt 23, que pone super $\frac{1}{2}$ 11; et sic facies de omnibus aliis numeris, et habebis 127 super $\frac{3}{4}$ 31, et 40 super $\frac{1}{3}$ 13, et 118 super $\frac{3}{5}$ 23, et 49 super $\frac{1}{6}$ 8. Vnde multiplicabis 49 per 127; que per 40; que per ruptos aliorum duorum numerorum, scilicet per 5, et per 2; et diuides totam summam

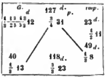
« et per ianuinos .... euitationem » (fol. 51 *recto*, lin. 5-10, pag. 121, lin. 17-25).



« Iterum .... ad Gerouinos » (fol. 51 *recto*, lin. 12-16; pag. 122, lin. 28-35).



« Item .... numeris » (fol. 51 *recto*, lin. 17-23; pag. 123, lin. 36 — pag. 124, lin. 2).

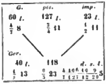


eorum per 23, et per regulam de 118, que est $\frac{1\ 0}{2\ 33}$, et per ruptos, qui sunt sub aliis tribus numeris, uidelicet per 6, et per 4, et per 3, que sunt sub uirgulis illorum; qui omnes si insimul coaptati fuerint in $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 2\ 3\ 2\ 339}$; et si habebis lanuinos, qui contingerit de prescriptis imperialibus $\frac{1}{6}$ 8: nam si euitare cupis hec, que inde euitare potueris, relinquet quod non multiplices per 2, que sunt sub uirgula post 11, ut non diuidas per 2, que sunt sub fine uirgule diuisionis. Item relinques multiplicare per 40; sed diuides ea per 8, exibunt 5; per que 5 multiplicabis, et relinques quod non diuides per 8, que sunt in uirgula diuisionis: ergo multiplicabis 49 per 127; que per 5, scilicet per octauam de 40; quam summam multiplicabis per 5, que sunt sub uirgula post 23, erunt 155575; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{9\ 22\ 39}$, exibunt denarii $\frac{1\ 13\ 42}{9\ 22\ 39}$ 12.

De ienuinis ad imperiales.

Rvrsum si econtra quesieris, quot imperiales habuerit pro libris $\frac{4}{7}$ 8 lanuinis; describes questionem, ut hic ostenditur: et multiplicabis $\frac{4}{7}$ 8 per $\frac{2}{5}$ 23; que per $\frac{1}{2}$ 11, et diuides per $\frac{1}{3}$ 13, et per $\frac{2}{4}$ 31, hoc est quod multiplicabis 60 per 118; que per 23; que per 4, que sunt sub uirgula post 31; que per 3, que sunt sub uirgula post 13; et diuide summam eorum per regulam de 40, que est $\frac{1\ 0}{4\ 10}$, et per 127, et per ruptos aliorum trium numerorum, uidelicet per 7, et per 5, et per 2, scilicet per $\frac{0\ 0\ 0\ 0\ 0}{5\ 7\ 127\ 4\ 20}$; et ideo posuimus $\frac{1\ 0}{4\ 20}$ in capite uirgule, quia ibi debemus habere $\frac{1\ 0}{12\ 20}$; ideo quia questio est de libris: unde scimus quia minuit nobis 3, ut habeamus $\frac{1\ 0}{12\ 20}$: quare pones 3 super $\frac{1}{3}$ 13, ne tradatur obliuioni cum acceperis pensam; et multiplicabis per ipsa 3 totam summam; quam diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{5\ 7\ 127\ 12\ 20}$, et euitabis, scilicet multiplica 118 per quintam de 60, hoc est per 12; que per 23, erunt 32568; que per 3; que per 4, que sunt sub uirgulis, erunt 390816; que multiplicabis per 3, que posita sunt super $\frac{1}{3}$ 13, et diuides summam per $\frac{1\ 0\ 2\ 0}{7\ 127\ 12\ 20}$, exibunt | libre $\frac{4\ 106\ 10\ 9}{7\ 127\ 12\ 20}$ 5.

« 4 que sunt .... exibunt » (fol. 51 recto, lin. 33-39; pag. 124, lin. 15-24).

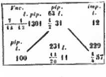


fol. 51 verso.

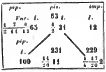
De imperialibus ad piperem.

Rvrsum soldus imperialium ualet pisaninos $\frac{1}{2}$ 31, et centum piperis ualet libras $\frac{11}{20}$ 11, et habueris libras $\frac{1}{4}$ 57 imperialium, de quibus uolueris habere piperem. Queritur quantum babueris de ipso pipere pro illis libris $\frac{1}{4}$ 57 imperialium: describes questionem, ut hic ostenditur: et quia pretium piperis, scilicet $\frac{11}{20}$ 11, est de genere librarum; et libre $\frac{1}{4}$ 57, de quibus uolumus piperem emere, sunt ex eodem genere, necessarium est, ut numeri qui sunt in superiori linea, uidelicet 12 et $\frac{1}{2}$ 31, fiant similiter libre: vnde supernotabis libras super unumquemque ipsorum, ut fiat talis questio, quod libre 12 imperialium ualeant libras $\frac{1}{2}$ 31 pisanorum; et sic habebis libras imperialium, scilicet $\frac{1}{4}$ 57 sub libris 12, et libras pisanorum sub libris pisaninis, uidelicet $\frac{11}{20}$ 11 sub $\frac{1}{2}$ 31: deinde, hoc facto, multiplica $\frac{1}{4}$ 57 per $\frac{1}{2}$ 31, que sunt ex aduerso; que per 100, que eisdem $\frac{1}{2}$ 31 sunt ex aduerso; et summa diuidatur per alios duos numeros, qui remanent in questione, scilicet per 12, et per $\frac{11}{20}$ 11, exibunt libre piperis $\frac{2\ 1}{11\ 12}$ 1301, ut in questione ostenditur, hoc est centenaria 13, et libra 1, et uncje $\frac{2}{11}$ 1.

« $\frac{1}{4}$ 57 imperialium .... 12 et per » (fol. 51 verso, lin. 4-10; pag. 124, lin. 28-37).



« hoc est .... libris $\frac{1}{4}$ 57 » (fol. 51 verso, lin. 14-20; pag. 124, lin. 42 — pag. 125, lin. 7).



De eodem.

Nam si prescripta ratione quereres, quot piperis haberes pro soldis $\frac{1}{4}$ 57, tunc in hac questione scias berzi $\frac{1}{4}$ 57 aliter esse describenda, uidelicet ut de soldis $\frac{1}{4}$ 57 facias libras; eruntque libre 2, et soldi $\frac{1}{4}$ 17, hoc est libre $\frac{1\ 17}{4\ 20}$ 2; que pone sub imperialibus 12 in questione, et supernotabis libras super 12 ut similiter super notes, uel super pretium

prescriptorum 12, scilicet super $\frac{1}{2}$ 31, que ponenda sunt in questione super pretium centenarii piperis, uidelicet super libras $\frac{11}{20}$ 11; et erunt ibidem libre pisanorum sub libris pisanorum, scilicet libre $\frac{11}{20}$ 11 sub libris $\frac{1}{2}$ 31, et libras imperialium erunt similiter sub libris imperialium, hoc est libre $\frac{17}{20}$ 2 sub libris 12, ut in hac questione ostenditur: quare multiplicabis $\frac{1\ 17}{4\ 20}$ 2 per $\frac{1}{2}$ 31; que per 100, et diuides summam per $\frac{11}{20}$ 11, et per 12, et per $\frac{1}{4}$, exibunt libre piperis $\frac{1\ 7\ 0}{2\ 11\ 12}$ 65, ut in questione ostenditur, que sunt uigesima pars de libris $\frac{7\ 1}{11\ 11}$ 1301, sicuti soldi $\frac{1}{4}$ 57 sunt $\frac{1}{22}$ de libris $\frac{1}{4}$ 57.

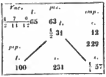
Possumus enim hanc eandem questionem aliter describere, uidelicet ut ponamus soldos $\frac{1}{4}$ 57 imperialium sub imperialibus 12; et notentur soldi super eos: et quia sunt soldi imperiales $\frac{1}{4}$ 57, necessarium est ut 12, que super eos sunt, fiant similiter soldi: ergo et $\frac{1}{2}$ 31 erunt similiter soldi: quare notabis soldos super $\frac{1}{2}$ 31, et super 12: et quia pretium centenarii piperis, scilicet libre $\frac{11}{20}$ 11, ponendum est sub pretio imperialium, uidelicet sub $\frac{1}{2}$ 31; ergo necessarium est ut, sicuti ipsi $\frac{1}{2}$ 31 sunt soldi, ita de libris $\frac{11}{20}$ 11 faciamus soldos, eruntque soldi 231: quem numerum describes in questione sub $\frac{1}{2}$ 31; et notabis soldos super eum, ut in hac alia cernitur descriptione; in qua talis est questio, quod soldi 12 imperialium ualent soldos $\frac{1}{2}$ 31 pisaninorum; et centenarium piperis ualet soldos 231; et queritur quantum piperis quis habuerit pro soldis $\frac{1}{4}$ 57. Multiplicabis itaque 229, que sunt super $\frac{1}{4}$ 57, per 63, que sunt super $\frac{1}{2}$ 31; que per centenarium piperis, et diuides summam eorum per regulam de 231, que est $\frac{1\ 3\ 0}{3\ 7\ 11}$, et per $\frac{1}{12}$, et per $\frac{1}{2}$, que sunt sub uirgula post 31, et per 4, que sunt sub uirgula post 57, hoc est per $\frac{1\ 0\ 0\ 3\ 3}{3\ 7\ 3\ 11\ 12}$; et euitabis inde hoc quod euitare potes, exibunt similiter libre $\frac{1\ 7\ 0}{2\ 11\ 12}$ 65, ut in precedenti questione ostenditur.

De eodem.

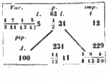
Rvrsum si eadem ratione quesieris quantum piperis habueris pro imperialibus $\frac{1}{4}$ 57; scias quod habneris inde tot uncias, quot habuisti libras de soldis $\frac{1}{4}$ 57, hoc est uncias $\frac{1\ 7\ 3}{2\ 11\ 12}$ 65: ideo quia, sicut dicitur $\frac{1}{4}$ 57 sunt $\frac{1}{12}$ de soldis $\frac{1}{4}$ 57, ita et uncie $\frac{1\ 7\ 0}{2\ 11\ 12}$ 65 sunt $\frac{1}{12}$ de libris $\frac{1\ 7\ 0}{2\ 11\ 12}$ 65: et quamuis hoc sit, qualiter per artem ipse uncie reperiantur indicabimus: possumus enim hanc questionem duplici modo describere: primum quidem, ut sicuti pretium centenarii piperis, scilicet $\frac{11}{20}$ 11, sunt libre, ita pretium imperialium, uidelicet $\frac{1}{2}$ 31, sint similiter libre; que aliter esse libre non possunt, nisi imperiales 12 fuerint similiter libre. Vnde notabis libras super 12, et super $\frac{1}{2}$ 31: deinde, quia oportet describere imperiales $\frac{1}{4}$ 57 sub dictis libris 12 imperialium, necessarium est ut de ipsis imperialibus $\frac{1}{4}$ 57 facies partes unius libre, | ut sint libre sub libris, eruntque $\frac{1\ 9\ 4}{4\ 12\ 20}$ unius libre; quam uirgulam pones sub 12, ut hic in questione ostenditur. Et est talis questio, quod libre 12 imperialium ualent libras $\frac{1}{2}$ 31 pisanorum, et centenarium piperis ualet libras $\frac{11}{20}$ 11 pisanorum; et queritur quantum piperis quis habuerit pro $\frac{1\ 9\ 4}{4\ 12\ 20}$ unius libre: multiplicabis 4, que sunt super 20 per 12, et addes 9, que sunt super 12; que per 4, et addes 1, erunt 229; que multiplicabis per 63, et per 100; que per 20, que sunt sub uirgula post 11; et diuides summam eorum per regulam de 231, que est $\frac{1\ 6\ 0}{3\ 7\ 11}$, et per 12, et per alios ruptos, uidelicet per 2, et per $\frac{4\ 3\ 0}{4\ 12\ 20}$, hoc est per $\frac{1\ 3\ 6\ 3\ 0\ 3\ 3}{3\ 7\ 6\ 11\ 12\ 22\ 12}$; et euitabis hoc quod euitare potes, exibunt libre $\frac{1\ 7\ 1\ 5}{2\ 11\ 12\ 12}$ 5, ut in questione ostenditur; quod tantum est quantum uncie $\frac{1\ 7\ 1}{2\ 11\ 12}$ 65, ut prediximus.

Item alius modus scribendi hanc questionem est: ut ponas dictos imperiales $\frac{1}{4}$ 57 sub

* super eos .... de 231 que est * (fol. 51 verso, lin. 28-29; pag. 125, lin. 10-19).

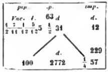


* $\frac{1}{4}$ 57 .... libre * (fol. 51 verso, lin. 34-39; pag. 123, lin. 26-33).



fol. 52 recto.

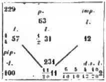
« Item … in antecedenti » (fol. 52 recto, lin. 9-15 e 16; pag. 125, lin. 43 — pag. 126, lin. 8).



imperialibus 12; et erunt denarii $\frac{1}{4}$ 57, et 12, et $\frac{1}{2}$ 31. Quare notentur denarii super unumquemque ipsorum numerorum; et quia pretium centenarii piperis, uidelicet libre $\frac{11}{20}$ 11, scribendum est sub denariis $\frac{1}{2}$ 31, necessarium est, ut de ipsis libris $\frac{11}{20}$ 11 facies denarios, qui sunt 2772; et pones eos sub $\frac{1}{2}$ 31, ut sint denarii sub denariis, ut in hac alia questione ostenditur; et multiplicabis 229 per 63; que per 100, quorum summam diuides per regulam de 2772, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 7\ 9\ 11}$, et per imperiales 12, et per ruptos, scilicet per $\frac{1}{2}$ et per $\frac{1}{4}$; et euitabis hoc quod euitare potes, exibunt similiter libre piperis $\frac{1\ 7\ 1\ 5}{2\ 11\ 12\ 12}$ 5, ut in antecedenti questione inuenimus.

De pipere ad imperiales.

« Et si … piperis » (fol. 52 recto, lin. 17-22; pag. 126, lin. 10-17).



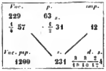
Et si econtra quesieris, quot imperiales quis suprascripta ratione de libris $\frac{1}{4}$ 57 piperis habuerit; describes siquidem libras $\frac{1}{4}$ 57 super centenarium piperis, ut in hac alia cernitur descriptione.

Et multiplicabis $\frac{1}{4}$ 57 per $\frac{11}{20}$ 11; que per imperiales 12, et diuides summam per 100 et per $\frac{1}{2}$ 31: quod sit secundum quod superius in similibus demonstrauimus; et euitabis $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}$ que sunt in regula de 63, propter $\frac{10}{37}$, que sunt in regula de 231; et aptabis uirgulam diuisionis sic, ut sub capite ipsius sit $\frac{1\ 0}{12\ 20}$: ideo quia summa debet poni sub libris 12 imperialium, exibunt libre $\frac{6\ 5\ 4\ 10}{10\ 10\ 12\ 20}$ 2 pro pretio dictarum librarum $\frac{1}{4}$ 57 piperis.

De eodem.

Item si queratur, quot imperiales pro unciis $\frac{1}{4}$ 57 habueris: aut de unciis $\frac{1}{4}$ 57 facies libras, que sunt libre $\frac{1\ 9}{4\ 12}$ 4; et pones eas super centenarium piperis; aut de centenario facies uncias, quod est uncie 1200; super quas pones uncias $\frac{1}{4}$ 57. Et nota quod pulcrius est facere uncias de libris, in hac et in similibus questionibus, quam de unciis facere libras: ideo quia cum de unciis facies libras, augebuntur quandoque rupti in questione. Vnde questio uidetur esse impeditior. Propter quod, cum soldos uel denarios, sub libris uel super libras denariorum, in aliqua alia questione ponere oportuerit; pulcrius est facere soldos, et denarios de libris, quam de soldis et denariis facere libras, uel partes ipsius; et pulcrius est facere grana de tarenis, quam de granis facere tarenos. Hoc idem intelligatur de bizantiis, et de omnibus monetis; quamuis aliter in quibusdam questionibus huius antecedentis capituli superius demonstrauerimus: descriptis itaque unciis $\frac{1}{4}$ 57 super uncias 1200, fac soldos de pretio centenarii piperis, scilicet de libris $\frac{11}{20}$ 11, erunt soldi 231; quos pones sub $\frac{1}{2}$ 31: et erit tunc talis questio, quod soldi 12 imperialium ualent soldos $\frac{1}{2}$ 31; et uncie 1200 piperis ualent soldos 231, ut in hac alia questione demonstratur. Et scias quia ideo fecimus soldos de libris $\frac{11}{20}$ 11, ut centum soldi ipsi cum imperialibus 12, sub quibus ponenda est summa, scilicet pretium de unciis $\frac{1}{4}$ 57; quod pretium cum non surgat in magna quantitate, liquidius demonstrabitur, cum questio fuerit ad soldos, quam cum fuerit ad libras: et multiplicabis 229 per 231; que per 12; que per 2, que sunt sub uirgula; et diuides summam per 63, et per 1200, et per 4; et euita|bis hoc quod euitare poteris, et ordinabis $\frac{1}{12}$ in capite uirgule propter denarios, exibunt pro pretio illarum unciarum soldi $\frac{8\ 3\ 2}{10\ 10\ 12}$ 4: uel aliter sint 100 in loco de 1200; et erunt ipsa 100 uncie propter uncias $\frac{1}{4}$ 57, et que sunt super ea, et reliqui numeri erunt denarii, scilicet 231, et $\frac{1}{2}$ 31 et 12; et operaberis ut supra.

« nouem … centum » (fol. 32 recto, lin. 33-39, pag. 126, lin. 30-38).



fol. 52 verso.

De baractis monetarum cum plures monete inter similes.

Imperiales 12 ualent pisaninos 31, et soldus lanuinorum ualet pisaninos 23, et soldus

turnensium ualet Ianuinos 13, et soldus Barcellonensium ualet turnenses 11; queritur de imperialibus 15 quot barcellonenses ualeant. Secundum quidem uulgarem modum consideratur primum de imperialibus 15 quot pisaninos ualeant; ualent enim pisaninos $\frac{3}{4}$ 38 : ex quibus consideratur quot Ianuinos ualeant; ualent enim Ianuinos $\frac{5}{23}$ 20 : ex quibus consideratur quot turnenses ualeant; ualent enim turnenses $\frac{3}{13}\frac{13}{23}$ 18, scilicet parum minus de turnensibus $\frac{2}{3}$ 18: ex quibus etiam consideratur iterum quot barcellonenses ualeant; ualent enim parum amplius de barcellonensibus $\frac{2}{5}$ 20, qui sunt pretium de imperialibus 15 prescriptis. Sed secundum artem pones omnes prescriptas monetas in duabus lineis per ordinem, scilicet in superiori linea imperiales 12; et pisaninos 31, retro scribendo, et in inferiori Ianuinos 12, et pisaninos 23; ita ut sint pisanini sub pisaninis, et in superiori linea turnenses 12, et Ianuini 13; ita ut sint Ianuini 13 super Ianuinos 12 : deinde sub turnensibus 12 pones turnenses 11; et retro in eadem linea pones barcellonenses 12; et sic habes in superiori linea imperiales 12, et pisaninos 31, et Ianuinos 13, et turnenses 12: in inferiori pisaninos 23, et Ianuinos 12, et turnenses 11, et barcellonenses 12: et quando habet imperiales ad cambiandum, scilicet 15, pones ipsos sub imperialibus 12, ut hic ostenditur; et multiplicabis ipsos 15 per pisaninos 31, cum sint ex aduerso; quorum summam multiplicabis per ianuinos 12, qui sunt ex aduerso eisdem 31; cuius multiplicationis summam multiplicabis iterum per turnenses 12; cum sint ex aduerso dictis Ianuinis 12; quorum multiplicationis summam multiplicabis iterum per barcellonenses 12; cum sint similiter ex aduerso dictis turnensibus 12; quam totam summam diuides per imperiales 12, et per pisaninos 23, et per ianuinos 13, et per turnenses 11; et euitabis quod euitare poteris, exibunt barcellonenses $\frac{3}{11}\frac{3}{13}\frac{8}{23}$ 20 pro pretio de imperialibus 15, scilicet parum plus de barcellonensibus $\frac{1}{3}$ 20, ut prediximus.

1 pisaninos .... turnensibus 12 (fol. 52 verso, lin. 14 e 15-22; pag. 127, lin. 10 e 11-20).

barcellon.	turn.	Ian.	pisan.	imp.
d. $\frac{2}{11}\frac{3}{13}\frac{8}{13}$ 20	12	13	31	12
barcellon.	turn.	Ian.	pisan.	imp.
12	11	12	23	15

Nam si habueris barcellonenses 15 ad cambiandum cum imperialibus, pones barcellonenses 15 super barcellonenses 12, ut in hac alia questione ostendetur; et tunc multiplicabis barcellonenses 15 per turnenses 11, quorum summam per Ianuinos 13: deinde per pisaninos 23, et per imperiales 12; et dicte multiplicationis summam diuide per barcellonenses 12, et per turnenses 12, et per Ianuinos 12, et per pisaninos 31; et habebis imperiales $\frac{5}{5}\frac{4}{8}\frac{4}{31}$ 11 pro dictis barcellonensibus 15 : et sic secundum hunc modum de pluribus monetis poteris operari. Est enim proportio imperialium ad barcellonenses composita ex IIII^{or} proportionibus sub suprascriptis, scilicet ex ea quam habet numerus imperialium ad eorum pretium, scilicet 12 ad 31; et ex ea quam habet 23 ad numerum suorum Ianuinorum, scilicet ad 12; et ex ea quam habet numerus Ianuinorum ad suos turnenses, scilicet 13 ad 12; et ex ea quam habet numerus turnensium ad numeros suos barcellonensium, scilicet 11 ad 12, hoc est ex proportionibus antecedentium ad consequentes; et hinc procedit modus supradictus multiplicandi et diuidendi.

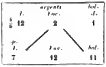
Incipit pars secunda noni capituli de entione (sic) *bolsonalie secundum modum.*

Ille siquidem monete bolsonalie appellantur, que non emuntur nisi quantum ualet argentum, quod est in ipsis; ut dissolutis ipsis in uase super ignem, alie monete inde informentur. Quare nos, qualiter inueniri debeat pretium illarum ad modum baracte, siue sit ad pondus libre, siue ad numerum, ostendemus.

De emptione cuiusdam bolsonalie ad pondus libre. |

Qvidam habet libras 11 cuiusdam bolsonalie, que est ad uncias 2 argenti, hoc est quod fol. 53 recto.

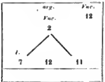
« pisa|ninos .... secundum modum » (fol. 53 recto, lin. 2 e 3-8; pag. 128, lin. 2-9).

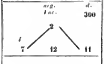


« baracte .... De eodem » (fol. 53 recto, lin. 9-13; pag. 128, lin. 9-16).

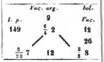


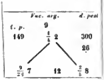
« Item .... uncie $\frac{7}{25}$ 3 » (fol. 53 recto, lin. 14-39; pag. 128, lin. 17 — pag. 129, lin. 8).











continentur uncie 2 argenti in libra ipsius. Et libra argenti ualet pisis libras 7 pisanorum. Et queratur quot pisanioos de ipsis libris 11 habere debeas. Pones itaque in capite tabule 1 pro libra una bolsonalie. Et argentum quod est in ipsa libra, scilicet uncias 2, ponas retro in eadem linea; et sub ipsos 2 pones 12, scilicet uncias uoius libre argenti; in quorum linea retro pones pretium ipsius libre, scilicet libras 7 pisanorum; et sub uno posito plus bolsonalie pones libras 11 predicte bolsonalie, ut sit bolsonalia sub bolsonalia, sicuti est argentum sub argento, scilicet uncie 12 sub unciis 2, ut in hac questione describitur: et multiplicabis ipsos tres numeros; quia ad inuicem positi sunt ex aduerso, secundum modum baracte, hoc est 11 per 2; quorum summa per 7, erunt 154; que diuides per reliquos duos numeros, scilicet per 1, et per 12, exibunt libre $\frac{5}{6}$ 12, hoc est libre 12, et soldi 16, et denarii 8 pro pretio dictarum librarum 11 bolsonalie. Aliter hoc idem per modum negotiationis operatur, uidelicet ut uideas quantum argentum est in illis libris 11 bolsonalie, cum in libra una sint uncie 2 argenti; et inuenies esse uncias 22 in ipsis libris 8 bolsonalie; quarum pretium queras, cum libra argenti ualet libras 7; cuius rei descriptio hec est.

De eodem.

Item si queratur quot pisaninos de unciis 11 dicte bolsonalie suprascripta ratiooe habueris: cum in hac questione queratur pretium unciarum bolsonalie, debes poοere uncias 12 pro libra bolsonalie, ut sint uncie 11 sub unciis 12, ut in hac alia descriptione ostenditur: et multiplicabis 11 per 2; que per 7, erunt 154; que diuide per 12, et per 12, hoc est $\frac{4\ 3\ 8}{5\ 4\ 12}$. Sed quia locus, in quo ponenda est summa diuisionis, est super libras, scilicet super 7, oportet nos multiplicare 154 per 5; et pone 5 sub uirgula diuisionis, et apta ea cum 4, que sunt sub ipsa uirgula, facies ex eis $\frac{4}{23}$, exibunt libre $\frac{7\ 4\ 4}{8\ 12\ 23}$ 1 pro pretio illarum unciarum 11.

Item si queratur quantum ualeant denarii 11 de cantera ipsius bolsonalie; describe pondus denariorum unius libre, scilicet 300 super denarios 11, ut sint denarii de cantera sub deoariis de cantera, ut io hac alia patet descriptione; et multiplicabis 11 per 2; que per 7, erunt 254; que diuide per 12, et per 300, hoc est per $\frac{1\ 0\ 3\ 3}{6\ 5\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{1\ 1\ 10\ 0}{3\ 3\ 12\ 20}$, hoc est denarii $\frac{1\ 1}{3\ 5}$ 10 pro pretio illorum denariorum 11 de cantera.

Rursum quidam habet libras $\frac{2}{3}$ 8 cuiusdam bolsonalie, que est ad uncias $\frac{1}{4}$ 2 argenti; et libra argenti ualet libras $\frac{9}{20}$ 7 pisaninorum; et queratur quot pisaninos habuerit pro ipsis libris $\frac{2}{3}$ 8 bolsonalie: describe questionem ut hic ostenditur; et multiplicabis $\frac{2}{3}$ 8 per $\frac{1}{4}$ 2, quia sunt ex aduerso; et eorum summam multiplicabis per $\frac{9}{20}$ 7, cum sint $\frac{1}{4}$ 2 ex aduerso; et diuides summam per reliquos duos numeros, scilicet per 1, et per 12; et euitabis hoc quod euitare poteris, exibunt libre $\frac{1\ 1\ 2}{3\ 12\ 20}$ 12 pro pretio illarum librarum $\frac{2}{3}$ 8.

Nam si suprascriptas libras $\frac{2}{3}$ 8 dicte bolsooalie uncias esse proposueris; describes uncias unius libre bolsonalie, scilicet 12, super uncias $\frac{2}{3}$ 8, ut in questione ostenditur; et multiplicabis 26, que sunt super $\frac{2}{3}$ 8 per 9, que sunt super $\frac{1}{4}$ 2; que per 149 uigesimas; et diuides summam per 12, et per 12, et per omnes ruptos, scilicet per 3, et per 4, et per 20; et euitabis hoc quod euitare poteris, exibunt libre $\frac{1\ 2\ 3}{3\ 12\ 23}$ 1, hoc est soldi 20, et denarii $\frac{1}{3}$ 2 pro pretio illarum unciarum $\frac{2}{3}$ 8 bolsonalie.

De eodem.

Rursus si prescriptas uncias $\frac{2}{3}$ 8 denarios de pondere cantere esse proposueris; de-

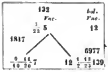
scribe denarios cantare unius libre, scilicet 300, super denarios $\frac{2}{6}$ 8, ut in hac questione ostenditur; et multiplicabis 26 per 9; que per 149, et diuides per 300, et per 12, et per omnes ruptos; et euitabis hoc quod euitare poteris, exibunt $\frac{1\ 9\ 6\ 9\ 9}{2\ 10\ 10\ 12\ 20}$, hoc est denarii $\frac{1\ 9\ 8}{9\ 10\ 10}$ 9, parum uidelicet amplius de denariis $\frac{2}{6}$ 9.

De eodem.

Item quidam habet libras 11, et uncias 7, et denarios ponderis de cantera $\frac{1}{2}$ 13, hoc est libras $\frac{1\ 10\ 7}{2\ 20\ 12}$ 11 cuiusdam bolsonalie, in cuius libra sunt uncie 5, et denarii ponderis de cantera 7, hoc est uncie $\frac{7}{20}$ 5; | et libra argenti ualet libras $\frac{5\ 11}{10\ 20}$ 7 pisaninorum; fac itaque uncias de libris $\frac{1\ 10\ 7}{2\ 20\ 12}$ 11, erunt uncie $\frac{1\ 13}{2\ 25}$ 139; quas describe sub unciis libre bolsonalie, scilicet sub 12, ut sint uncie sub unciis, ut in descriptione ostenditur: et multiplicabis uncias 139 bolsonalie per suam uirgulam, hoc est per 25, et adde 13; que per 2, et adde 1, erunt 6977; super que pone pensam ipsarum, que est 5, per septenarium; deinde multiplica uncias 5 argenti per suam uirgulam, hoc est per 25, et adde 7, erunt 132, que pone super $\frac{7}{20}$ 5; et desuper pone pensam, que est 6: similiter facies de libris $\frac{9\ 11}{12\ 20}$ 7; et habebis super ipsa 1817, quorum pensa est 4: deinde multiplica 6977 per 132; quorum summam multiplica per 1817, et diuides totam summam per 12 bolsonalie, et per 12 argenti, et per omnes numeros, qui sunt sub uirgulis; et euitabis hoc quod euitare poteris, et aptabis ruptos, et probabis multiplicationes et diuisiones, secundum quod superius demonstrauimus; et habebis libras $\frac{2\ 4\ 9\ 4\ 6\ 9\ 10}{6\ 5\ 10\ 10\ 10\ 12\ 20}$ 38 pro pretio suprascriptarum unciarum $\frac{1\ 10}{2\ 20}$ 139; et est pensa summe suprascripti pretii 3 per septenarium post euitationem.

fol. 53 verso.

« Et libra .... 12 bolsonalie » (fol. 53 verso, lin. 1-7; pag. 129, lin. 8-16 e 17).

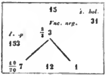


De bolsonalia cum uenditur ad numerum.

Qvidam habet libras 13, et soldos 7 cuiusdam bolsonalie, de qua intrant in libra soldi 31; et in libra ipsius continentur uncie $\frac{3}{4}$ 3; et libra argenti ualet libram $\frac{13}{20}$ 7 pisanorum; queritur quot pisaninos de suprascripta bolsonalia habuerit: facies soldos de libris $\frac{7}{20}$ 13, erunt soldi 267; quos pones sub soldis 31, ut sint soldi sub soldis, ut in hac questione ostenditur: et multiplicabis 267 per numerum de $\frac{3}{4}$ 3, scilicet per 15; que per numerum de $\frac{13}{20}$ 7, hoc est per 153; et diuides summam per 31, et per 12, et per omnes ruptos, uidelicet per 4, et per 20, exibunt libre $\frac{1\ 29\ 9\ 11}{4\ 31\ 12\ 20}$ 20 pisanorum pro pretio de libris 13, et soldis 7 predicte bolsonalie. Et si uis scire quot pisaninos ualeat soldus 1 dicte bolsonalie, describe 1 pro ipso soldo sub soldis 31, ut hic ostenditur, et multiplicabis ipsum 1 per $\frac{3}{4}$ 3; que per $\frac{13}{20}$ 7, et diuides per 12 et per 31, hoc est multiplicabis dictum 1 per 15; que per 153, erunt 2295; que diuides per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 31\ 12\ 20}$, exibunt $\frac{3\ 15\ 6\ 0}{4\ 31\ 12\ 20}$, hoc est denarii $\frac{3\ 15}{4\ 31}$ 18, qui sunt denarii $\frac{1}{2}$ 18, et amplius $\frac{1}{124}$ unius denarii. Ergo habito pretio unius soldi predicte bolsonalie, possumus per eum reperire pretium quarumlibet librarum, uel soldorum, uel denariorum, secundum quod superius in antecedenti capitulo demonstrauimus.

« libra .... De eodem » (fol. 53 verso, lin. 13-23; pag. 129, lin. 24-38).





De eodem.

Et si de suprascripta bolsonalia habueris tantum denarios 9 ad cambiandum; aut de soldis 31 facies denarios, qui sunt 372; et pones eos super denarios 9 suprascriptos, ut in hac descriptione ostenditur. Aut de denariis 9 facies partes unius soldi, scilicet $\frac{9}{12}$, et pones eos sub 31, ut inferius in alia descriptione ostenditur. Nam in superiori descriptione multiplicabis denarios 9 per 15; que per 153; et diuides per regulam de 372,

que est $\frac{1\,0\,0}{6\,5\,31}$, et per 12, et per ruptos, hoc est per $\frac{1\,0\,0\,0\,0\,0}{2\,4\,4\,31\,12\,20}$; euitabis inde $\frac{1}{3}$ de 15, hoc est quod multiplicabis 9 per tertiam partem de 15, scilicet per 5; que per 153, erunt 6885; que diuides per $\frac{1\,0\,0\,0\,0}{4\,4\,31\,12\,20}$, exibit $\frac{1\,3\,3\,7\,11}{2\,8\,31\,12\,20}$. In alia uero descriptione multiplicabis 3, que sunt super 4 per 15; que per 153, erunt similiter 6885; que diuides per 31, et per 12, et per omnes ruptos, hoc est per $\frac{1\,0\,0\,0\,0}{4\,4\,31\,12\,20}$, exibunt $\frac{1\,0\,27\,1\,1}{2\,8\,31\,12\,20}$, hoc est denarii $\frac{1\,3\,27}{6\,8\,31}$ 13.

De eodem.

Item sint libre $\frac{3\,9}{12\,20}$13 cuiusdam bolsonalie, que sit ad uncias $\frac{1}{8}$ 5 argenti; et in libra ipsius sint soldi 31, et denarii 3, hoc est soldi $\frac{1}{4}$ 31; et libra argenti ualent libras 8, et soldos 7, et denarios 6, hoc est libras $\frac{6}{8}$ 8: fac soldos de libris $\frac{9\,9}{12\,20}$ 13, erunt soldi $\frac{9}{12}$ 269; quos pones sub soldis $\frac{1}{4}$ 31, ut hic ostenditur; et multiplicabis 269 per suam uirgulam, erunt 3233; que pone super $\frac{5}{12}$ 269, et super ipsa pone pensam ipsorum, que est 10, per 11: similiter facies de $\frac{1}{8}$ 5, et habebis 41 super ipsa, quorum pensa est 8: hoc idem facies de $\frac{3}{8}$ 8, et habebis 67; et pro pensa 1, et super $\frac{1}{4}$ 31 habebis 125: deinde multiplicabis 3233 per 41, et per 67. et per 4, que sunt super uirgula de 31; et diuides summam per regulam de 125, que est $\frac{1\,0\,0}{5\,5\,5}$, et per 12, et per ruptos trium reliquorum numerorum, scilicet per 12, et per 8, et per 8, et aptabis ruptos, et euitabis, | et probabis, semper exibunt libre $\frac{1\,3\,7\,3\,0\,16}{2\,6\,11\,11\,12\,20}$ 30 pro pretio dictarum librarum 13, et soldi 9, et denarii 5.

De eodem.

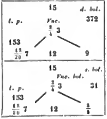
Et si pretium unius soldi eiusdem bolsonalie reperire uolueris, describes 1 sub $\frac{1}{4}$ 31, et multiplicabis ipsum 1 per 41, erunt 41; que multiplicabis per 67, erunt 2747; que relinques multiplicare per 4, que sunt sub uirgula post 31, et non diuides per 4, que sunt in regula de 8, que sunt sub 41: ergo diuides 2747 per 125, et per 12, et per 2, que remanent de 8, que sunt sub uirgula sub 41, et per 8, que sunt sub uirgula sub 67; et aptabis ruptos, exibunt $\frac{7\,4\,3\,2}{10\,10\,12\,20}$, ut in hac descriptione ostenditur; hoc est parum minus de denariis $\frac{1}{2}$ 27, uidelicet $\frac{3}{5}$ unius denarii, minus per unamquamque libram; et hoc cognoscitur ita: quod pretium soldi est denariorum $\frac{7\,4}{10\,10}$ 27, hoc est denarii $\frac{47}{100}$ 27; a quibus usque in denariis $\frac{1}{2}$ 27 desunt $\frac{3}{100}$ unius denarii: ergo si unicuique soldi defuerint $\frac{3}{100}$ unius denarii et libre, scilicet soldi 20, deerunt $\frac{60}{100}$, hoc est $\frac{3}{5}$ unius denarii, ut prediximus.

De eodem.

Item si queratur pretium de denariis $\frac{1}{2}$ 8 eiusdem bolsonalie; aut de soldis $\frac{1}{4}$ 31 facies denarios, qui sunt 375; et pones sub eis dictos denarios $\frac{1}{2}$ 8; uel de ipsis denariis $\frac{1}{2}$8 facies partes unius soldi, scilicet $\frac{1\,8}{2\,12}$; et pones ipsas sub soldis $\frac{1}{4}$ 31, ut sint soldi sub soldis, ut in hac descriptione ostenditur; et multiplicabis denarios 8 per suam uirgulam, erunt 17; que multiplicabis per 41; que per 67; que per 4, que sunt sub uirgula post 31; et diuides per 125, et per 12, et per ruptos, scilicet per $\frac{1\,0}{2\,12}$, et per 8, et per 8; et euitabis, et coaptabis, et exibunt $\frac{1\,0\,3\,3\,7\,1}{8\,8\,10\,10\,10\,20}$, hoc est denarii $\frac{1\,6\,3\,4}{2\,3\,10\,12}$19.

Item quidam habet soldos 11, et denarios 7, hoc est soldos $\frac{7}{12}$ 11 cuiusdam bolsonalie, que est ad uncias $\frac{1}{4}$ 3; et intrant in libra ipsius bolsonalie soldi 28, et denarii $\frac{1}{2}$ 5, hoc est soldi $\frac{1\,5}{2\,12}$ 28; et libra argenti ualet libras $\frac{7}{20}$ 6; describes questionem, ut hic ostenditur, et multiplica 28 per suam uirgulam, erunt 683: similiter multiplica omnes numeros per suas uirgulas; et habebis 13 super $\frac{1}{4}$ 3, et 167 super $\frac{7}{20}$ 8, et 139 super $\frac{7}{12}$ 11.

• 372 et .... pone » (fol. 53 verso, lin. 23-35; pag. 129, lin. 30 — pag. 130, lin. 12).

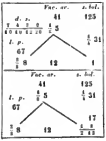


• pensam .... euitabis » (fol. 53 verso, lin. 36-39; pag. 130, lin. 12-17).

Vnc. ar.		s. bol.
l. p.	41	
67	$\frac{1}{8}$ 5	$\frac{1}{4}$ 31
		3233
$\frac{6}{8}$ 8	12	$\frac{5}{12}$ 269

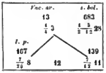
fol. 54 recto.

• Et probabis .... pones ipsas » (fol. 54 recto, lin. 1-13; pag. 130, lin. 17-34).



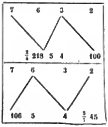
Et tunc multiplicabis 139 per 13; que per 167; que per ruptos, qui sunt cum 28, scilicet per 2, et per 12; et diuides summam per 683, et per 12, et per ruptos trium numerorum multiplicatorum, scilicet per 11, et per 4, et per 20; et euitabis, et coaptabis; et sic habebis $\frac{1}{2}\frac{224}{683}\frac{1}{12}\frac{12}{20}$ pro pretio de soldis $\frac{7}{12}$ 11 dicte bolsonalie. Et sic poteris quarumlibet bolsonaliarum pretia per demonstratum modum sexte proportionis reperire; que proportio est composita ex duabus datis proportionibus. Et cum proportio aliqua est composita ex quotcumque proportionibus; tunc proportio proportionum ipsa appellatur: que compositio qualiter fiat, lucidius demonstrabo. Sit summa aliqua, de qua efficitur summa secunda per datam duorum numerorum proportionem; et de secunda summa fit tertia per proportionem duorum quorumlibet numerorum; et de tertia eodem modo efficitur quarta, et sic deinceps; tunc prime summe proportio ad ultimam dicitur esse composita ex omnibus datis proportionibus, scilicet que proportio est facti numeri ex omnibus antecedentibus ad factum numerum ex consequentibus, eadem est prime summe ad ultimam. Verbi gratia: quidam habuit bizantios 100, de quibus in primo foro de duobus fecit tria; in secunda de quattuor quinque; in tertio ex sex fecit septem: pone has proportiones in una uirga sic $\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{6}{7}$; et sunt omnes antecedentes super uirga, et consequentes sub ipsis; et quia in primo foro de duobus fecit tria, prima summa ad secundam est sicut 2 ad 3: quare prima summa est $\frac{2}{3}$ secunde; de qua cum de 4 fecit 5, est proportio secunde summe ad tertiam, sicut 4 est ad 5: quare secunda summa est $\frac{4}{5}$ tertie summe; et sic prima summa est $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ tertie $\frac{2}{7}$ summe; de qua tertia summa cum de 6 fuerit 7, est tertia summa $\frac{6}{7}$ quarte summe. Quare prima summa est $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ ex ultima quesite summe; quarum duarum summarum proportio est sicut facti numeri ex antecedentibus ad factum ex consequentibus. Et est factum ex antecedentibus 48, que est similiter prime summe, qui procreatur ex multiplicatione antecedentium in se, scilicet de 2 in 4; que in 6: factum | quidem ex consequentibus est 105; quia ter quinque ductis in 7 faciunt 105; et asimilantur ultime summe. Ergo si a principio pro prima summa habeantur 48; pro quarta habebuntur 105; quia si de 105 acceperis $\frac{6}{7}$, ueniunt 90 pro tertia summa; de quibus si acceperis $\frac{4}{5}$, uenient 72 pro secunda summa; de quibus si acceperis $\frac{2}{3}$, uenient 48 pro prima summa. Vel aliter: si de 48 de 2 feceris tria, ueniunt 72; de quibus si de 4 feceris 5, ueniunt 90; de quibus etiam si de 6 fient 7, hoc est quod $\frac{1}{6}$ de 90 multiplices per 7, ueniunt 105. Ergo proportio de 48 ad 105 est composita ex tribus datis proportionibus, scilicet ex ea, quam 2 habent ad 3; et ex ea, quam 4 habent ad 6; et ex ea, quam 6 habent ad 7. Et quia est sicut 48 ad 105, ita prima est ad quesitam summam. Quare si prima summa fuerit 100, multiplicanda sunt per 105, et diuidenda per 48. Vel si hoc, secundum modum baracti, operari uis, pone primam proportionem in una linea, scilicet 2 et 3; et sub 3 pone antecedentem secunde proportionis, scilicet 4; post quam pone 5, et super 6 in superiori linea pone antecedentem tertie proportionis, scilicet 6; post quam pone 7, et 100 pone sub 2; quibus multiplicatis per 3; quibus per 5; quibus per 7, reddent summam multiplicationis facti ex consequentibus in 100; quam diuides per antecedentes, scilicet per $\frac{4\,2\,0}{2\,4\,6}$, hoc est per $\frac{40}{68}$, exibunt $\frac{3}{4}$ 218 pro ultima summa. Et si proponatur, quod ultima summa fuerit 100; et uis inuenire primam, pones 100 sub 7, ut in hac alia patet descriptione; et multiplica 100 per factum ex antecedentibus, hoc est per 6; que per 4; que per 2, et diuides per conse-

« ipsius .... proportio » (fol. 54 *recto*, lin. 18-24, pag. 130, lin. 40 — pag. 131, lin. 7).



fol. 54 *verso*.

« per 48 .... cum proportione » (fol. 54 *verso*, lin. 9-22 e 23; pag. 131, lin. 35 — pag. 132, lin. 9 e 10).



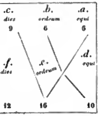
quentes, scilicet per $\frac{400}{357}$, exibunt $\frac{2}{7}$ 45 pro prima summa: ex hoc quidem manifestum est, quod composita proportio ex datis quantiscumque proportionibus, numerus factus ex omnibus antecedentibus ad numerum factum ex consequentibus. Nam si proportionem de proportione extrahere uis, multiplica antecedentem illius proportionis, de qua aliam extrahere uis, per consequentem alterius; et habebis antecedentem residue proportionis; et ex multiplicatione duorum residuorum numerorum habebis consequentem. Verbi gratia: proportionem de 3 ad 4 uolumus extrahere ex proportione de 2 ad 5: pro prima proportione pone $\frac{3}{4}$, et pro secunda pone $\frac{2}{5}$; et multiplica 2 per 4, erunt 8; et 3 per 5, erunt 15; que pone sub 8, et habebis residuam proportionem: quam si addideris cum proportione, quam 3 habent ad 4, nimirum proportio, quam 24 habent ad 60, scilicet quam 2 habent ad 5, proueniet.

Explicit pars secunda noni capituli.

Incipit tertia de equis qui comedunt ordeum in propositis diebus.

Qvinque equi comedunt sextaria 6 ordei in diebus 9; queritur in quot dies eadem ratione decem equi comedent sextaria 16: pone inferiori linea 5 pro equis, et 6 pro ordeo, et 9 pro diebus, retro uidelicet scribendo; et sub 5 pones 10 equos, et 16 sextaria pone sub 6; et multiplica 5 per 16; que per 9, erunt 720; que diuide per 6, et per 10, exibunt dies 12: uel aliter quia equi 5 comedunt sextaria 6 in diebus 9; ergo decem equi comedent duplum de sextariis 6 in totidem diebus, cum 10 equi sint duplum equorum 5. Rursus quia 10 equi comedunt sextaria 12 in diebus 9; ergo ipsi comedent sextaria 16 in diebus 12, qui proueniunt ex multiplicatione de 16 in 9 diuisa per 12. Possumus enim in hac questione 18 combinationes proportionum ostendere, quas in sex lineis in figura data prima monstrantur. Sit itaque numerus .e. linea prima, et .f. sit secunda, et .d. sit tertia, et .a. sit quarta, et .b. quinta, numerus quoque .c. sit linea sexta; et sit numerus .a. e. c. quedam coniunctio, que uocetur prima: numeri uero .d. b. f. sit coniunctio secunda. Proportio quidem uniuscuiusque numeri prime coniunctionis ad unumquemque numerum secunde est composita ex quattuor reliquis numeris; et sunt duo illorum antecedentes, et duo consequentes. Quare unaqueque proportio illarum compositarum proportionum, que sunt 9, componitur secundum unam combinationem proportionum: quia cum proportio aliqua componitur ex primo antecedente, et primo consequente, et ex secundo antecedente, et secundo consequente, componetur etiam permutatim eadem proportio, quam habet | primum antecedens ad secundum consequens; et ex proportione, quam habet secundum antecedens ad primum consequens. Non enim mutantur facti ex antecedentibus, neque ex consequentibus; cum ipsi facti numeri faciant compositam proportionem, que componitur ex duobus antecedentibus, et ex duobus consequentibus predictis. Similiter proportio uniuscuiusque numeri secunde coniunctionis ad unumquemque numerum prime est composita ex quattuor reliquis numeris, quorum duo sunt antecedentes, et duo consequentes. Vnde fiunt alie 9 combinationes. Et nos ostendamus compositionem proportionis primi numeri .e. ad secundum .f. esse compositam ex quattuor reliquis numeris; ex quibus numeri .d. b. sunt antecedentes; reliqui uero .a. c. sunt consequentes; quod probabitur ita: quia ex multiplicatione numeri .e. in factum ex numeris .a. c., scilicet de 16 uicibus 9, uicibus 5, diuisa per factum ex numeris .d. b., prouenit numerus .f. Ergo si multiplicatur

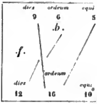
* 10 exibunt .... consequente 2 (fol. 54 verso, lin. 28-38 e 39; pag. 132, lin. 15-31).



fol. 55 recto

factus ex numeris .d. b. per .f. equabitur multiplicationi .e. in factum ex numeris .a. c. : quare proportionaliter est sicut factus ex numeris .d. b. ad factum ex numeris .a. c., ita .e. ad .f.; ergo nnmeri .d. b., ut dixi, sunt antecedentes, et .a. c. sunt consequentes. Componitur ergo proportio .e. ad .f. ex proportione .d. antecedentis ad .a. consequentem, et ex proportione .b. similiter antecedentis ad .c. consequentem; uel proportio .e. ad .f. componitur ex permntatis proportionibus, scilicet ex ea, quam habet numerus .d. ad numerum .c., et ex ea quam habet .b. ad .a.; quod etiam demonstrabo in numeris alio modo. Quoniam est sicut 10 ad 5, hoc est, sicut numerus .d. ad numerum .a., ita factus ex numeris .b. d. ad factum ex numeris .b. a.; hoc est sicut equi 10 sunt ad equos 5, ita equi 60 sunt ad equos 30; et sicut equi 60 sunt ad equos 30, ita sextaria 60 sunt ad sextaria 30. Rursus sicut 6 sextaria sunt ad 9 dies, hoc est, sicut .b. est ad .c., ita factus ex numeris .a. b. ad factnm ex numeris .a. c.; hoc est sicut 6 sextaria sunt ad dies 6, ita sextaria 30 sunt ad dies 45 : ergo est sicut .d. ad a., ita sextaria 60 ad sextaria 30; et sicut .b. est ad .e., ita sextaria 30 ad dies 45 : ergo proportio ordei ad dies est sicut 60 ad 45; que proportio ostensa est esse composita ex ea, quam habet .d. ad .a., et .b. ad .c.: ergo est sicut 60 sextaria ad dies 45, ita sextaria 16 sunt ad quesitos dies, scilicet numerus .e. ad numerum .f.; et sic proportio .c. ad .f. ostensa est esse composita ex .d. ad .a., et ex .b. ad c., ut oportet. Similiter ostenderem .e. ad .f. compositam esse ex .a. ad .c., et ex .b. ad .a.; et sic habemus unam combinationem. Similiter* potest ostendi, quod .c. ad .f. componitur ex reliquis quattuor nnmeris. Ex quibus rursus numeri .d. b. snnt antecedentes, reliqui autem .e. a. sunt consequentes; et est multiplicatio facti ex numeris .a. e. in numerum c, scilicet 720 equalis multiplicationi facti ex numeris .d. b. antecedentibus in numerum .f.; et sic habetur combinatio secunda. Eodemque modo ostendetur .a., qui restat ex prima coniunctione, componi ad .f. ex quattuor reliquis numeris; quorum iterum numeri .d. b. sunt antecedentes, et reliqui, scilicet .e. c., sunt consequentes; et sic habetur combinatio tertia. Et sic ostensum est, quod proportio uniuscuiusque trium numerorum prime coniunctionis ad numerum .f. , qui est unus ex tribus numeris secunde coniunctionis, componitur ex duabus proportionibus reliquorum quattuor numerorum. Rursus supradicta ratione queratur, quot equi comedant sextaria 16 in diebus 12: describe in questione ordeum sub ordeo, et dies sub diebus; et diuides numerum factum ex tribus numeris prime compositionis, scilicet 720, per reliquos duos numeros, scilicet per 12, et per 6, exibunt 10 pro quesitis eqnis. In hac autem questione supradicto modo potest ostendi, quod proportio quam habet unusquisque numerorum prime coniunctionis ad 10, qui est alius numerus secunde, componitnr ex duabus proportionibus reliquorum quattuor numerorum, qnorum antecedentes snnt 12 ad 6, scilicet uumeri .f. b.; et sic habentur tres alie combinationes in hac questione.

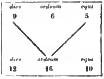
* c. ad f. .... proportionibus » (fol. 55 recto, lin. 23 31 e 32; pag. 133. lin. 18 29).



Et si proponatnr, quod equi 16 comedant sextaria 16 in diebus 12; et queratur quot sextaria | comedent equi 5 in diebus 6; modo in hac questione deficit tertius numerus secunde coninnctionis; quare reliqui duo nnmeri eiusdem coniunctionis, scilicet 10 et 12, erunt diuisores; in quibus diuides 720, qui procreantur ex 5 uicibus 16, exibunt sextaria ordei 6, ut in hac tertia descriptione ostenditur; in qua certissime potest cognosci, quod proportio uniuscuiusque numeri prime coniunctionis ad 6, qui est tertius ex

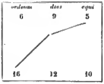
fol. 55 verso.

« comedent .... antecedentes » (fol. 55 verso, lin. 1-9 e 10; pag. 133, lin. 39 — pag. 134, lin. 7).



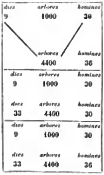
numeris secunde, est composita ex duabus proportionibus quattuor reliquorum numerorum, ex quibus antecedentes sunt 19 et 12; reliqui duo sunt consequentes; et sic habentur nouem combinationes. Reliquas uero 9 combinationes inuenies ex compositione proportionis uniuscuiusque trium numerorum secunde coniunctionis ad unumquemque trium numerorum prime : que compositiones fiunt ex duabus proportionibus , que fiunt a reliquis quattuor numeris, ex quibus semper in unaquaque combinatione erunt antecedentes duo ex numeris prime coniunctionis. Et notandum, quod nullus ex predictis sex numeris habent proportionem compositam ad aliquem numerum sue coniunctionis ex duabus proportionibus reliquorum; et sunt ille proportiones duodecim.

« secunde .... multiplicatione » (fol. 55 verso, lin. 15-23 e 24 ; pag. 134, lin. 12-23).



Et si in questionibus supradictis ponerentur dies in medio equorum, et ordei, ut in hac alia questione cernitur; tunc numeri prime coniunctionis erunt 5, et 9, et 16; reliqui essent numeri coniunctionis secunde; quod cognosces ita: ponatur ut sit ignotus numerus inferioris linee ; et quia equi 5 comedunt aliquam datam mensuram ordei , scilicet sextaria 6 in datis diebus, scilicet in 9; ergo equi 10 totidem ordeum comedent in diebus $\frac{1}{2}$ 4, qui proueniunt ex multiplicatione 0 in 9, diuisa per 10. Rursus cum in diebus $\frac{1}{2}$ 4 equi 10 comedent sextaria 6; queritur quot sextaria comedent in diebus 12: est ergo sicut $\frac{1}{2}$ 4 sunt ad 6, ita 12 ad quesitum numerum ordei. Quare multiplicanda sunt 12 per 0, et diuidenda per $\frac{1}{2}$ 4; et quia est sicut numerus ad numerum, ita decuplus unius ad decuplum alterius. Si multiplicauerimus ergo per 10 multiplicationem de 12 in 6, hoc est quod multiplicemus 10 uicibus 12, uicibus 6; et summam, que est 720, diuiserimus per decuplum de $\frac{1}{2}$ 4, scilicet per 5 et 9, que sunt in superiori linea, ueniunt 00 pro numero ignoto ordei : quare si multiplicauerimus 5 per 9 uicibus 10 , equabitur multiplicationi de 10 uicibus 12, uicibus 6; et sic 5 et 9 et 10 faciunt primam coniunctionem. Reliqui uero, scilicet 10 et 12 et 6, faciunt secundam. Vnde cum aliquis ex predictis sex numeris fuerit ignotus, quem uolueris inuenire, uide ex ipso numero de quali fuerit coniunctione; quia in reliquis duobus numeris sue coniunctionis diuides factum ex tribus numeris relique coniunctionis; et inuenies quesitum numerum.

« inuenire .... frumentum » (fol. 55 verso, lin. 26-39 ; pag. 134, lin. 25 — pag. 135, lin. 1).



De hominibus qui plantant arbores in positis diebus.

In quadam planitie quidam rex misit homines 30 ut plantarent arbores in ea, qui plantauerunt ibi arbores 1000 in diebus 9; et queratur de hominibus 36 in quot diebus plantauerunt arbores 4400 : descriptis siquidem hominibus 36 sub hominibus 30, et arboribus 4400 sub arboribus 1000, ut in hac descriptione cernitur; multiplicabis homines 30 pro arbores 4400, et eorum summam per dies 9, et diuides totam summam per homines 36, et per arbores 1000, exibunt 33 ; et in tot diebus ipsi homines plantabunt arbores 4400.

De eodem.

Rursus si econtra queratur de hominibus 36 quot arbores suprascripta ratione plantauerunt in diebus 33; descripta questione, ut hic ostenditur, multiplicabis homines 00, et arbores 1000, et dies 33 in unum, et diuides per homines 36, et per dies 9, exibunt arbores 4400.

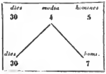
Item si queratur, quot homines plantauerunt suprascripta ratione arbores 4400 in diebus 33; describes questionem ut hic ostenditur, et multiplicabis homines 30, et arbores 4400, et dies 9 in unum, et diuides summam per 1100 et per 33, exibunt homines 36, ut oportet. |

De hominibus qui comedunt frumentum.

fol. 56 *recto*.

Homines 5 comedunt modia 4 frumenti in uno mense, scilicet in diebus 30. Vnde alii homines 7 querunt scire, quot modia sufficient eis eadem ratione in eisdem diebus 30: describes siquidem questionem ut hic ostenditur; et multiplicabis homines 7 per modia 4, et per dies 30, qui sunt in inferiori linea, et diuides summam per homines 5, et per dies 30, qui sunt in superiori linea. Vnde relinquet quod non multiplicabis per 30, nec diuides per 30: ergo multiplicabis tantum 7 per 4, et diuides per 5, exibunt modia $\frac{3}{5}$ 5. Et scias quia ideo posuimus hanc questionem; quia inde etiam, et de uino quod bibitur sepe inter mercatores oritur questio; quare eam tenaci memorie commenda, ut scias in similibus questionibus operari.

« querunt .... societatibus » (fol. 56 *recto*, lin. 2-8, pag. 135, lin. 3-11.



Incipit capitulum decimum de societatibus factis inter consocios.

Cvm autem prepositum fuerit de quibusdam consociis qui insimul societatem fecerunt, quorum unusquisque inequaliter suam portionem in ipsa societate habuerit, et cum ipsa societate aliquam quantitatem lucrati fuerint; quam quantitatem inter se secundum portiones eorum diuidere uoluerint. Et uoluerit scire quot unicuique de ipso lucro continget; pone portionem primi socii in capite tabule in dextera parte; deinde in eadem linea uersus sinistram portiones aliorum per ordinem ponere studeas; et lucrum quod fecerint, in alio capite tabule in eadem linea depingas, in sinistra uidelicet parte. Tunc aggregabis portiones omnium sociorum in unum, et aggregatam summam seruabis. In qua singulariter diuides multiplicationes portionis uniuscuiusque socii in totum lucrum; et sic habebis hoc quod unicuique de ipso lucro contigerit. Et ut hoc apertius declaretur, primum in societate duorum hominum in prima parte; et trium in secunda; et quattuor in tertia cum uariis positionum portionibus demonstrabimus: deinde in quinta parte diuisiones quorumdam numerorum in portionibus ruptorum ad modum societatum terminabimus.

De societate duorum hominum.

« Si proponatur .... lucrum » (fol. 56 *recto*, lin. 22-29; pag. 135, lin. 27-36).

1680 (7) (7)
240 (3)
l. l.
lucr. 7 port. sec. 25 port. pri. 18
(10) (5)
l. l.
penes per 11 $\frac{3}{43}$ 4 $\frac{40}{43}$ 2

Si proponatur de duobus hominibus, qui societatem insimul fecerunt, quorum unus misit in prescripta societate libras 18 alicuius monete; et alter misit in eadem libras 25; et lucrati fuerunt inde libras 7; et queratur quot unicuique de ipsis libris 7 contingerit, sic facies: describes portionem primi socii, hoc est libras 18, in capite tabule in dextera parte; deinde uersus sinistram in eadem linea libras 25, describe lucrum, idest libras 7; iterum uersus sinistram separatim ab ipsis ad libitum pone, ut hic inferius ostenditur. Et iunge insimul portiones utriusque socii, idest 18 cum 25, erunt 43; que pone in questione sub 18, et protrahe uirgulam super ipsa 43, et alia 43 cum uirgula pone sub 25, ut in questione ostenditur. Deinde multiplica portionem primi socii, scilicet 18, per lucrum, uidelicet per 7, erunt 126; que diuide per 43, que posita sunt sub 18, exibunt libre $\frac{40}{43}$ 2; et tantum contingit primo socio de ipso lucro, hoc est libre 2, et soldi 18, et denarii $\frac{11}{43}$ 11. Residuum uero lucri contingit alteri: tamen ut secundum hanc artem operetur, multiplica portionem alterius socii per lucrum, scilicet 25 per 7, erunt 175; que diuide per 43, que posita sunt sub 25, exibunt libre $\frac{3}{43}$ 4; et tantum contingit secundo, scilicet libre 4, et denarii $\frac{32}{43}$ 16; cum quibus si iunxeris libras 2, et soldos 18, et denarios $\frac{11}{43}$ 7, que contingunt primo, in eisdem libris 7 deuenies.

« secundo .... que 7 » (fol. 56 *recto*, lin. 34-39; pag. 135, lin. 41 — pag. 136, lin. 6)

lucr.
l. l. l.
7 port. sec. 25 port. pri. 18
penes est per 11
d. s. l. d. s. l.
$\frac{3\ 2\ 4\ 1}{4\ 8\ 12\ 20}$ 4 $\frac{11\ 7\ 18}{43\ 12\ 20}$ 2

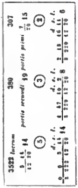
De eodem.

Aliter hoc totum facere possumus, uidelicet ut soldos et denarios, qui contingunt unicuique in proportione sui lucri, habeas in una multiplicatione, et in una diuisione, sicuti in precedentibus negotiationibus facere docuimus; et est hoc, quod cum debes multiplicare lucrum per portionem uniuscuiusque, et diuidere per 43; multiplica primum

fol. 56 verso.

lucrum, scilicet 7 per 12; que per 20, hoc est per 240; iden quia 7 | sunt libre denariorum; et sic facimus inde denarios, erunt denarii 1680; quos pone super 7, ut in hac alia ceruitur descriptione. Et multiplica ipsos denarios, scilicet 1680 per 18, et diuide summam eorum per $\frac{1\ 3\ 0}{43\ 12\ 22}$, exibunt pro portione primi hominis libre $\frac{11\ 7\ 12}{43\ 12\ 20}2$, quas pone in questione sub 18, ut ibidem ostenditur: deinde multiplica 1680 per 25, et diuide summam per $\frac{1\ 2\ 2}{43\ 12\ 22}$, exibunt libre $\frac{32\ 4\ 1}{43\ 12\ 22}4$; et tantum contingunt secundo, quas pone in questione sub 25: et ut hoc uerum sit, duplici modo cognoscitur. Quorum primus modus est illud idem, quod in precedentibus negotiationibus demonstrauimus: uidelicet ut accipies pensam illius multiplicationis, que multiplicatur in primo socio, et seruabis eam; et cognosces per eam, si portio lucri ipsius steterit; et illud idem facies de alio consocio. Modus alius est, ut iungas portionem lucri uniuscuiusque in unum; que si fecerint totum lucrum, recte in utroque processisse cognosces. Nam qualiter in unum iungi debeant, per optimam et subtilem regulam addisce: uidelicet ut protrahas sub lucro in questionem unam uirgulam, sub qua pone ruptos, qui sub aliis sint $\frac{1\ 0\ 6}{43\ 12\ 22}$; deinde accipe 11, que sunt super 43 de uirgula primi socii, et adde eum cum 32, que sunt super 43 secundi socii, erunt 43; que diuide per 43, exibit 1, et remanet zephyrum: pone itaque zephyrum super 43, que sunt in uirgula posita sub lucro, et retineas in manu 1; quod adde cum 7, que sunt super 12 de uirgula primi, et cum 4, que sunt super 12 de uirgula secundi, erunt denarii 12; quos diuide per 12, exibit soldus 1, et remanet 0: pones 0 super 12, et retineas in manu 1; quod adde cum soldis 18, qui sunt super 20 de uirgula primi, et cum 1, quod est super 20 de uirgula secundi, erunt soldi 20; quos diuide per 20, exibit libra 1, et remanet 0: pone 0 super 20, et in manu retineas 1; quod adde cum libris 2, que sunt ante uirgulam primi, et cum 4, que sunt ante uirgulam secundi, erunt libre 7; quas pone desuper uirgulam lucri; et hoc uolumus ut habeamus libras 7, et nihil super uirgulam remaneat. :

1 cum soldis . . . contingit de 1 (fol. 56 verso, lin. 17-30; pag. 136, lin. 25 — pag. 137, lin. 1).



De eodem.

Item duo homines societatem fecerunt, quorum unus misit libras 15, et soldos 7, hoc est libras $\frac{7}{20}15$; et alter misit libras 19; et lucrati fuerunt insimul libras 14, et soldos 14, et denarios 5, hoc est libras $\frac{5\ 14}{12\ 20}14$. Queritur quantum unicuique de prescripto lucro contingit: describe questionem ut hic ostenditur, et multiplica 15 per 20, que sunt sub uirgula, et adde 7, que sunt super 20, erunt soldi 307, quos pone super $\frac{7}{20}15$ in questione. Item multiplica libras 19 alterius socii per 20; ideo ut de ipsis libris 19 facias soldos, sicuti fecisti de libris $\frac{7}{20}15$, erunt soldi 380, quos pone super 19 in questione. Tunc apparebit, quod primus misit soldos 307 in predicta societate; et alter misit similiter soldos 380. Vnde addes 307 cum 380, erunt 687. Item multiplica libras 11, scilicet lucrum per eorum uirgulam, erunt denarii 3533; quos pone super ipsum lucrum, et multiplica 307 per 3533, et diuide summam per regulam de 687, que est $\frac{1\ \ 1}{3\ 229}$, et per ruptos, qui sunt sub uirgula lucri, scilicet per $\frac{1\ \ 1}{12\ 20}$, exibunt libre $\frac{2\ 181\ 6\ 11}{3\ 229\ 12\ 20}6$, pro

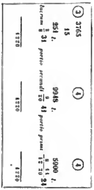
hoc quod contingit de lucro primo socio, que pone in questione sub eodem. Item multiplica 380 per 3533, et diuide summam eorum per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{8\ 229\ 12\ 20}$, exibunt pro portione lucri alterius secundi libre $\frac{1\ 17\ 10\ 7}{8\ 229\ 12\ 20}$ 8, quas pone sub eodem socio.

De eodem.

Item duo homines societatem fecerunt, quorum unus misit libras 24, et soldos 11, et denarios 8, hoc est libras $\frac{8\ 11}{12\ 20}$ 24; et alter misit libras 41, et soldos 9, hoc est libras $\frac{9}{20}$ 41; et lucrati fuerunt libras $\frac{3}{8}$ 31; queritur quantum unicuique de suprascripto lucro contingit: describe questionem, ut hic ostenditur, et multiplica 24 per suam uirgulam, erunt denarii 5900, quos pone super $\frac{8\ 11}{12\ 20}$ 24. Item fac denarios de libris $\frac{9}{20}$ 41 sic: multiplica 41 per suam uirgulam, hoc est per 20, et adde 9, erunt soldi 829; de quibus fac denarios, hoc est multiplica eos per 12, que sunt sub uirgula alterius socii. Amplius quam in sua uirgula erunt denarii 9948, quos pone | in questione super $\frac{9}{20}$ 41: unde apparebit, quod primus misit denarios 5900, et alter misit denarios 9948; et sic studeas semper portionem sociorum reducere ad similia: deinde multiplica 31 per 8, et adde 3, erunt 251; que pone super $\frac{3}{8}$ 31, et adde 5900 cum 9948, erunt 15848: quibus reperias regulam, que est $\frac{1\ 0\ 0}{7\ 8\ 283}$, cum qua comisce ruptum, qui est in lucro, scilicet $\frac{1}{8}$, facient $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{7\ 8\ 8\ 283}$; quam uirgulam studeas aptare, ut habeas in capite ipsius $\frac{1\ 0}{12\ 20}$; ideo quia in lucro ponuntur libre, in quo si ponerentur soldi, deberemus habere tantum $\frac{1}{12}$ in capite: et si ponerentur bizantii Iperperi, uel saracenati, deberemus habere $\frac{1\ 0}{6\ 8}$; si tareni $\frac{1}{20}$: et si in eodem lucro ponerentur bizantii Garbi, deberemus habere $\frac{1}{10}$ in capite uirgule, ut sepe in negotiationibus prediximus. Vnde cum non habeas in prescripta uirgula de $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, nisi tantum $\frac{1}{4}$ de ipsa $\frac{1}{12}$, et alia $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{20}$; quas duas quartas accepimus de duobus octauis, qui sunt sub uirgula, et remanet nobis ex eis alia $\frac{1}{4}$ in uirgula; et sic minuit nobis $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{12}$, et $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{20}$, hoc est $\frac{1}{16}$ inter utrumque. Vnde pone 15 super 251, et multiplica 251 per 15, erunt 3765; que pone super 251, et deinceps habebis in aptatione uirgule diuisionis $\frac{1\ 0\ 1\ 0\ 0}{4\ 7\ 283\ 12\ 20}$: deinde multiplica 3765 per 5900, et diuide summam per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{4\ 7\ 283\ 12\ 20}$, et habebis portionem lucri primi socii. Item multiplica 3765 per 9948, et diuide per eandem uirgulam, et habebis portionem lucri alterius socii, ut superius in questione ostenditur.

fol. 57 recto.

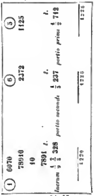
* in questione .... Media que * (fol. 57 recto, lin. 1-17; pag. 137, lin. 12-34).



De eodem.

Rvrsum duo homines societatem fecerunt, in qua primus misit libras $\frac{1}{2}$ 112, et alter libras $\frac{1}{5}$ 237; et lucrati fuerunt libras $\frac{1\ 6}{3\ 8}$ 328: queritur quantum unicuique de prescripto lucro contingat: describe questionem ut hic ostenditur; deinde multiplica 112 per 2, et adde 1, erunt 225 media; que multiplica per 5, que sunt sub uirgula alterius socii, erunt decime 1125; et hec est ars, quam in adictionibus numerorum cum ruptis docuimus: pone ergo 1125 super $\frac{1}{2}$ 112. Item fac decimas de alio socio sic, quod multiplicabis 227 per 5, et addes 1, quod est super 5, erunt quinte 1166; quas multiplica per 2, que sunt sub uirgula primi socii, erunt similiter decime 2372, quod pone super $\frac{1}{5}$ 537: ergo unus misit decimas 1125 unius rei, scilicet libre; et alter misit decimas 2372 eiusdem rei. Postea multiplica lucrum, scilicet 328 per suas uirgulas, erunt uigesime quarte 7891: deinde iunge 1125 cum 2372, erunt 3497; in quorum regula, que est $\frac{1\ 0}{13\ 269}$, et in ruptis qui sunt in lucro, scilicet per $\frac{1\ 0}{3\ 8}$, diuides multiplicationem de 7891 in 1125, et habebis portionem lucri, que contingit primo socio: inde coapta partes uirgulam diuisionis, ut

« multiplica per 5 .... 6070 per » (fol. 57 recto, lin. 18-21; pag. 137, lin. 34 — pag. 138, lin. 7).



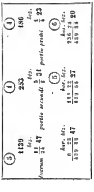
fol. 57 verso.

habeas in capite ipsius $\frac{1\ 0}{12\ 20}$; sed cum ibi non habeas ex ipsis $\frac{1\ 0}{12\ 20}$, nisi tantum $\frac{1\ 0}{9\ 8}$, hoc est $\frac{1\ 0}{8\ 92}$, scimus quod minuit nobis inde $\frac{1}{10}$; quare multiplicabis 7891 per 10, erunt 78910; que multiplicabis, ut diximus, per 1125, et diuides per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{10\ 269\ 12\ 20}$; cum ante quam multiplices, potes euitare $\frac{1}{10}$ in multiplicatione et diuisione; ideo quia 78910 integraliter possunt diuidi per 13: unde si diuiserimus 78910 per 13, exibunt 6070; que 6070 si multiplicauerimus per 1125, et diuiserimus per $\frac{1\ 0\ 0}{269\ 12\ 20}$, ad eandem quantitatem perueneremus: quare multiplicabis iterum 6070 per 2372, et diuides per $\frac{1\ 0\ 0}{269\ 12\ 20}$, et habebis portionem lucri alterius socii, que est $\frac{84\ 4\ 5}{269\ 12\ 20}$ 223, ut in questione ostenditur.

Probatio eiusdem.

Nam si per iunctionem portiones lucri utriusque cognoscere uoluerimus, utrum rectum sit quod fecimus an non; uide de $\frac{1}{3}\frac{6}{8}$ unius libre quot denarii sint: sunt enim soldi 15, et denarii 10; quos redige in partibus unius libre, erunt $\frac{10\ 15}{12\ 20}$, quos serua: deinde protrahe uirgulam sub lucro, sub qua pone $\frac{1\ 5\ 0}{269\ 12\ 20}$, et collige 185, que sunt super 269; de uirgula primi socii; cum 84, que sunt super 269 de uirgula secundi socii, erunt 269 que diuide per 269, exibit 1, et remanet 0: pone 0 super 269, que sunt sub uirgula posita sub lucro, et retineas 1; quod adde cum denariis 6, qui sunt super 12 de uirgula | primi cum denariis 4, qui sunt super 12 de uirgula secundi, erunt denarii 10; quos pone super 12; et adde soldos 15, qui sunt super 20 de uirgula primi cum 0, quod est super 20 de uirgula secundi, erunt soldi 15, quos pone super 20, qui sunt in capite uirgule posite sub uirgula lucri: deinde adde libras 105 cum libris 223, erunt libre 328; quas pone ante uirgulam sub lucro, et sic habebis pro eorum collectione libras $\frac{10\ 15}{12\ 20}$ 328, hoc est libras $\frac{1}{3}\frac{6}{8}$ 328, ut in eorum locro prepositum fuit.

« bizantios $\frac{5}{8}$ 31 ... in questione » (fol. 57 verso, lin. 7-22; pag. 138, lin. 24-42).

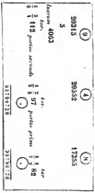


Item duo homines societatem fecerunt, quorum unus misit bizantios $\frac{1}{4}$ 23, alter uero misit bizantios $\frac{5}{8}$ 31; et lucrati fuerunt bizantios 47, et karatos 11, hoc est bizantios $\frac{11}{24}$ 47; queritur quantum unicuique de prescripto lucro contingat: describe questionem ut hic ostenditur, et multiplica bizantios 23 per suam uirgulam, erunt quarte 93; quos deberes multiplicare per ruptum uirgule alterius socii, scilicet per 8: sed quia uterque ruptus utriusque socii reperitur in octo, non oportet multiplicare 93, nisi tantum per quartam de octo, scilicet per 2, erunt octaue unius bizantii 186, quas pone in questione super $\frac{1}{4}$ 23. Item multiplica 31 per suam uirgulam, erunt octaue 253, similiter unius bizantii: que cum sint octaue, sicuti 186 alterius socii, non oportet eas multiplicare per ruptum primi socii, uel per aliquam partem ipsius. Vnde pone 253 super $\frac{5}{8}$ 31; et erit tunc talis questio, quod unus illorum misit 186, et alter misit 253: possumus enim aliter reperire 186 et 253, uidelicet ut uideas de $\frac{1}{4}$ et de $\frac{5}{8}$ in quali minori numero reperiantur, scilicet in octo; in quibus multiplica $\frac{1}{4}$ 23, erunt, ut prediximus, 186. Item multiplica $\frac{5}{8}$ 31 per 8, erunt ut diximus 253: quare addes 186 cum 253, erunt 439; in quibus cum careant regula, diuides multiplicationem de 186 in toto lucro, et habebis portionem lucri primi socii, quod sic fit: multiplica bizantios lucri, scilicet 47 per suam uirgulam, hoc est per 24, et adde 11, erunt karati 1139; quos multiplica per 186, erunt 211854; que diuide per 439, et per 24, hoc est per $\frac{1\ 0}{439\ 24}$, exibunt $\frac{256\ 2}{439\ 24}$ 20, ut in questione ostenditur. Item eodem modo multiplica 253 per 1139, et diuide summam eorum per $\frac{1\ 0}{439\ 24}$, et habebis portionem lucri alterius socii, ut in questione sub eodem ostenditur.

De eodem.

Item fuerunt duo homines, quorum unus misit tarenos $\frac{1}{7}\,\frac{1}{2}$ 82, et alter misit tarenos $\frac{1}{5}\,\frac{2}{3}$ 97; et lucrati fuerunt tarenos $\frac{1}{9}\,\frac{3}{4}$ 112 : describe questionem, ut hic ostenditur; et multiplicabis lucrum, scilicet 112, per suas uirgulas, erunt 4063; que pone super ipsum lucrum : deinde multiplica portionem primi socii per suas uirgulas, erunt quattuor decime 1157; quas multiplica per ruptos, qui sunt sub uirgulis alterius socii, hoc est per 3, et per 5, uel per 15, erunt ducentesime decime 17355. Eademque uia multiplica portionem secundi socii, scilicet 97 per suas uirgulas, erunt quindecime 1467 ; quas multiplica per ruptos, qui sunt sub uirgulis primi socii, hoc est per 2, et per 7, uel per 14, erunt similiter ducentesime decime 20552, quas pone super $\frac{1}{5}\,\frac{2}{3}$ 97: et scias quia ideo fecimus ducentesimas decimas de portionibus arborum ; quia in 210 reperiuntur omnes rupti eorum; et non possunt inueniri in aliquo minori numero, quia rupti non habent ad inuicem aliquam comunem regulam. Ergo primus misit 17355, et alter misit 20552. Quare addes 17355 cum 20552, erunt 37907; in quo numero, et in ruptis, qui sunt in lucro, debes diuidere; qui omnes si ponantur in una uirgula, facient $\frac{1\ \ 0\ \ \ 0}{4\ \ 9\ \ 37907}$. Sed quia cum lucro est ex conditione tarenorum, necessarium est, ut habeas $\frac{1}{20}$ in capite uirgule diuisionis. Quare cum habere totam de ipsa uirgula non possis; quia in ea non habes ex ea, nisi tantum $\frac{1}{4}$, multiplicabis numerum lucri, scilicet 4063 per 5, erunt 20315; que pone super 4063, et addes $\frac{1}{5}$ in uirgula diuisionis, et facies $\frac{1}{20}$ de eis, et de $\frac{1}{4}$, que est in uirgula. Et pone ipsam $\frac{1}{20}$ in capite uirgule; et sic habebis in ipsa uirgula $\frac{1\ \ \ 0\ \ \ \ 0}{9\ \ 37907\ \ 20}$; quam uirgulam pone sub primo socio, et aliam similiter sub secundo: deinde multiplicabis 20315 per 17355, et diuides per regulam positam sub primo ; et habebis portionem lucri primi socii. Item multiplicabis eadem 20315 per numerum secundi socii, scilicet per 20552, et diuide per regulam positam sub eodem portionem lucri illius, ut in questione ostenditur.

« multiplicabis ... $\frac{1}{20}$ de eis » (fol. 57 verso, lin. 26-39; pag. 139, lin. 4-19).

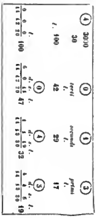


fol. 58 recto

De societate trium hominum.

Tres homines societatem fecerunt, quorum primus misit libras 17, secundus libras 29, tertius libras 42; et lucrati fuerunt libras 100: primum describes questionem, ut hic ostenditur : deinde adde portiones illorum in unum, scilicet libras 17 cum 29, et cum libris 42, erunt libre 88; quibus 88 reperies regulam , que est $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 11}$; et multiplicabis portionem illius cuiusque socii in lucro , et diuides per $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 11}$, et habebis portionem lucri contingentem unicuique. Nam si libras, et soldos, et denarios unicuique de lucro contingentes in una multiplicatione, et in una diuisione reperire uolueris, inuenies illud quod tibi minuit de $\frac{1\ \ 0}{12\ \ 20}$ in uirgula diuisionis predicte, scilicet in $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 11}$: in qua cum non habeas nisi tantum $\frac{1}{8}$ de prescriptis $\frac{1\ \ 0}{12\ \ 20}$, minuit tibi $\frac{1}{30}$ inter utrumque. Vel quia $\frac{1\ \ 0}{12\ \ 20}$, est regula denariorum unius libre, scilicet de 240, diuide 240 per 8, exibunt 30, quod est pro hiis, qui minuunt tibi de $\frac{1\ \ 0}{12\ \ 20}$, ut prediximus: que si commiserimus cum $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 11}$, habebimus $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{11\ \ 12\ \ 20}$. Quare multiplicabis lucrum, scilicet 100 per 30, ut sicuti augentur 30 in diuisione, ita augeantur in multiplicatione, erunt 3000; quem pone super 100 in questione, et multiplicabis libras 17 primi socii per 3000, et diuides per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{11\ \ 12\ \ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ \ 1\ \ 0}{11\ \ 12\ \ 20}$ 19. Item multiplica libras 29 secundi socii per 3000 , et diuide per $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{11\ \ 12\ \ 20}$, exibunt libre $\frac{1\ \ 1\ \ 19}{11\ \ 12\ \ 20}$ 32 ; quas pone in questione sub secundo, scilicet sub 29 : deinde multiplica 42, scilicet portionem tertii socii per 3000, erunt 126000; que

« et in una .... prescriptis » (fol. 58 recto, lin. 11-30, pag. 139, lin. 33 — pag. 140, lin. 14)



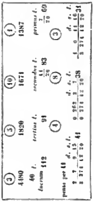
diuide per $\frac{1}{11}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{0}{11}\frac{0}{12}\frac{11}{20}$ 47, quas pone in questione sub 42, scilicet sub tertio socio. Nam si portionem lucri uniuscuiusque in unum per regulam colligere uolueris, facies secundum quod superius demonstrauimus in societatibus duorum sociorum, uidelicet, ut ponas $\frac{1}{11}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$ sub 100, scilicet sub lucro: deinde collige 6, que sunt super 11, in uirgula lucri tertii socii cum uno, quod est super 11, in uirgula lucri secundi, et cum 4, que sunt super 11, in uirgula lucri primi, erunt 11; que diuide per 11, que sunt sub uirgula posita sub 100, exibit inde 1, et remanet 0: pone 0 super 11, et 1 serua in manu; cum quo iunge 6, et 1, et 4, que sunt super 12 omnium trium uirgularum, facient denarios 12; quos diuide per 12, que sunt sub uirgula posita sub 100, exibit soldus 1, et remanet 0: pone 0 super 12, et retineas in manu soldum 1; cum quo iunge soldos 4, et 19, et 6, qui sunt super 20 earumdem trium uirgularum, erunt 40; que diuide per 20, exibunt libre 2, et remanet 0: pone 0 super 20, et libras 2 retineas in manu; cum quibus iunges libras 47, et libras 32, et libras 19, que sunt ante prescriptas tres uirgulas, erunt libre 100, ut oportet.

De eodem.

Item sunt tres homines, quorum unus misit libras $\frac{7}{20}$ 69, et alter misit libras $\frac{11}{20}$ 83, tertius quoque misit libras 91; et lucrati fuerunt libras 112: describe questionem ut hic ostenditur, et tunc facies soldos de portione uniuscuiusque socii sic: multiplices 69, scilicet portionem primi socii per suam uirgulam, hoc est per 20, et super addes 7, erunt soldi 1387, quos pones super libras $\frac{7}{20}$ 69. Quod idem si feceris de portione secundi habebis super ipsam soldos 1671. Similiter multiplica libras 91 per 20, ut facias soldos ex eis, erunt soldi 1820, quos pones super libras 91. Et nota, quod si in portionibus capitalis ipsorum, uel etiam in aliqua ipsarum ponerentur denarii, cum ipsis libris oporteret facere denarios ex portione uniuscuiusque socii, sicuti in hac quod fecimus soldos ex una quaque portione, preter soldos, qui sunt | cum libris ipsorum. Ergo unus misit soldos 1387, alter soldos 1671, tertius soldos 1820. Quare addes prescriptos soldos in unum, erunt soldi 4878; cuius numeri regula hec est $\frac{10}{30}\frac{0}{271}$. Nam cum oporteat habere in capite uirgule diuisionis $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$; et ex eis non habeamus in ipsa uirgula nisi tantum $\frac{1}{6}$, scimus quia minuit nobis $\frac{1}{2}\frac{0}{20}$, hoc est 40, ex ipsis $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$: pones ergo 40 super lucrum; et multiplicabis 40 per ipsum lucrum, scilicet per 112, erunt 4480; que pone super 40, et coaptabis $\frac{1}{2}\frac{0}{20}$ in uirgula diuisionis sic $\frac{1}{2}\frac{0}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$: quam uirgulam pones sub unoquoque consocio, et multiplicabis 4480 per 1387, et diuides per $\frac{1}{9}\frac{0}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt pro portione lucri primi socii libre $\frac{1}{3}\frac{0}{271}\frac{11}{12}\frac{16}{20}$ 31. Item multiplica 4480 per 1681, et diuide per $\frac{1}{3}\frac{0}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{0}{9}\frac{209}{271}\frac{8}{12}\frac{7}{20}$ 38 pro portione lucri secundi socii. Similiter si multiplicaueris 4480 per 1820, et diuiseris per $\frac{1}{9}\frac{0}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, habebis portionem lucri tertii socii. Possumus enim aliter portionem lucri tertii hominis ex repertis portionibus reliquorum reperire, uidelicet, ut addas 1, quod est super 3, in uirgula primi socii cum 0, quod est super 3 de uirgula secundi socii, erit 1; a quo usque in 3, que sunt sub uirgula tertii, desunt 2, que pone super ipsum 3, et pro expleto semel ternario, retineas in manu 1, quod 1 est $\frac{1}{271}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$ unius libre: ergo addes ipsum 1 cum 0, quod est super 271 in uirgula primi socii, et cum 263, que sunt super 271 in uirgula secundi, erunt 264; a quibus usque in 271 desunt 7, que pone super 271 de uirgula tertii socii: et quia semel explenisti 271, retinebis semel unitatem

fol. 58 verso.

* cum libris ... cum soldis 7 a (fol. 58 verso, lin. 1 20, pag. 140, lin. 25 — pag. 141, lin. 6).

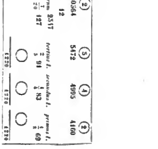


in manu; que unitas est $\frac{1}{12}\frac{0}{20}$ unius libre 1; que adde cum denariis 11, qui sunt super 12 de uirgula primi socii, et cum denariis 3, qui sunt super 12 secundi, erunt denarii 15; a quibus usque in duplum 12, scilicet in 24, desunt denarii 9; quos pone super 12 de uirgula tertii socii; et pro expleto duplo de 12, retinebis in manu 2, que sunt $\frac{2}{20}$ unius libre, hoc est soldi 2; cum quibus adde soldos 16, qui sunt super 20, de uirgula primi socii, et cum soldis 7, qui sunt super 20 de uirgula secundi, erunt soldi 25; a quibus usque in soldos 40, scilicet in duplum de 20, desunt soldi 15. Et nota, quia ideo dicimus a 25 usque in 40, quia 25 sunt plus 20: unde si essent plus quam 40, quereremus differentiam, que esset ab ipsis usque in triplum de 20; et sic intelligas de omnibus aliis similibus. Pones ergo soldos 15 super 20 de uirgula tertii socii; et pro expleto duplo de 20 retinebis in manu libras 2; cum quibus addes libras 31 primi socii, et libras 38 secundi, erunt libre 71; a quibus usque in summam lucri, scilicet in libras 112, desunt libre 41; quas pone aute uirgulam tertii socii, et habebis in portionem lucri ipsius libras $\frac{2}{8}\frac{7}{271}\frac{0}{12}\frac{15}{20}$ 41, ut in questione ostenditur. Nam si suprascripta omnia probare nolueris, probabis ea per modum prioris pense; quia cum portionem lucri ultimi socii per portioues lucri reliquorum inueneris, nequaquam per reliquum modum similes questiones probare poteris. Est enim pensa lucri primi socii 3 per 11, secundi 8, tertii 4, ut super ipsis portionibus in questione reperitur.

De eodem.

Et si proponatur, quod primus illorum misisset libras $\frac{1}{3}$ 69, secundus libras $\frac{1}{4}$ 83, tertius libras $\frac{1}{5}$ 91; et lucrati essent libras $\frac{7}{20}$ 127: descripta questione, ut hic ostenditur, potes duobus modis procedere. Per primum quidem reperiatur numerus, in quo sint rupti, qui positi sunt in portionibus capitalis ipsorum, scilicet $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$; qui numerus est 60, per quem multiplica unamquamque portionem, scilicet $\frac{1}{3}$ 69, et habebis super ea 4160; et $\frac{1}{4}$ 83 habebis super ea 4995; et $\frac{1}{5}$ 91, et habebis super ea 5472. Vel per alium modum: multiplica 69 per suam uirgulam, hoc est per 3, et adde 1, erunt 208; que multiplica per 4; que per 5, que sunt sub uirgulis, erunt similiter 4160. Item multiplica 83 per 4, et adde 1, erunt 333; que multiplica per 5, que sunt sub uirgula tertii socii, erunt 1665; que multiplica per 3, que sunt sub uirgula primi, erunt similiter | 4995. fol. 59 recto.
Rursum multiplica 91 per 5, et adde 1, erunt 456; que multiplica per 4; que per 3, que sunt sub reliquis uirgulis, erunt similiter 5472; que addes cum 4995, et cum 4160, erunt 14627. In quibus diuides multiplicationem lucri in prescriptis tribus numeris, quod sic fit: multiplicabis libras 127 per eorum uirgulam, erunt soldi 2547; quos pones super libras $\frac{7}{20}$ 20, et multiplicabis eos per 12, ut habeas ipsam sub uirgulis diuisionum post 20, que sunt sub uirgula lucri, erunt 30564; que multiplicabis per 4160, et diuides per $\frac{1}{14627}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt $\frac{883}{14627}\frac{04}{12}\frac{4}{20}$ 36 pro portione lucri primi socii. Item multiplicabis 30564 per 4995, et diuides similiter per $\frac{1}{14627}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, exibunt libre $\frac{5191}{14627}\frac{9}{12}\frac{9}{20}$ 43 pro portione lucri secundi socii. Item si multiplicaueris 30564 per 5472, et diuiseris per $\frac{1}{14627}\frac{0}{12}\frac{0}{20}$, habebis portionem tertii socii. Nam si ex repertis portionibus lucri reliquorum sociorum ipsam portionem inuenire desideras, adde 8356, que sunt super 14627 de uirgula primi socii cum 5191, que sunt super 14627 secunde uirgule, erunt 13537; a quibus usque in 14627, desunt 1090, que pone super 14627 in uirgula tertii socii; et pro semel expletis 14627, retinebis 1; cum quo addes 4, que sunt super 12 prime uirgule, et

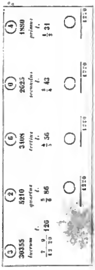
· 4995 .... $\frac{1090}{14627}\frac{10}{12}\frac{12}{20}$ 47 ·
(fol. 59 recto, lin. 1-20; pag. 141, lin. 29 — pag. 142, lin. 9).



9, que sunt super 12 secunde, erunt denarii 14; a quibus usque in duplo 12, scilicet in 24, desunt denarii 10, quos pone super 12 de uirgula tertii socii; et pro expletis denariis 24 retinebis in manu soldos 2; cum quibus addes soldos 4, qui sunt super 20 prime uirgule, et soldos 9 secunde, erunt soldi 15; a quibus usque in soldis 27, hoc est ut expleatur una libra cum ipsis soldis 7, qui sunt super uirgulam lucri, desunt soldi 12; quos pones super 20 in uirgula tertii socii, et retinebis 1 pro ipsa expleta libra. Cum qua addes libras 36 primi socii, et libras 43 secundi, erunt libre 80; a quibus usque in libris 127, scilicet in lucro, desunt libre 47. Quas pone ante uirgulam tertii socii, et habebis pro portione lucri ipsius libras $\frac{1090\ \ 10\ \ 12}{14627\ \ 12\ \ 20}$ 47, ut superius in questione ostenditur.

De societate inter IIIIor homines.

(... ut superius .... numerum : fol. 59 recto, lin. 21-39, pag. 142, lin. 9-34)



fol. 59 recto.

Qvattuor homines fecerunt societatem, ex quibus primus misit libras $\frac{1}{3}$ 31, secundus libras $\frac{1}{4}$ 43, tertius libras $\frac{4}{5}$ 56, quartus libras $\frac{5}{6}$ 86; et lucrati fuerunt libras $\frac{7\ \ 9}{12\ \ 20}$ 126: descripta questione, ut hic ostenditur, multiplica lucrum per suam uirgulam, erunt denarii 30355, quos pone super lucrum: deinde ut inueniantur numeri sociorum, quos multiplicare debes in prescriptis denariis 30355, potes dupliciter procedere. Primum quidem ut inuenias numerum, in quo reperiantur rupti, qui sunt in portionibus ipsorum; quem numerum, secundum modum euitationis, 60 esse reperies. Quem multiplica per unamquamque portionem ipsorum; et habebis super primum socium 1880, super secundum 2625, super tertium 3408, super quartum 5210. Vel aliter, secundum huius artis magisterium, multiplica 31 per suam uirgulam, erunt 94; que multiplica per 4; que per 5, que sunt sub uirgulis secundi et tertii socii, erunt sexagesime 1880, ut superius super primum socium per alium modum inuenimus: quem numerum non oportet multiplicare per 6, que sunt sub uirgula quarti socii propter $\frac{1\ \ 1}{4\ \ 3}$, que sunt sub uirgulis primi et secundi, in quibus totam 6 esse cognoscimus. Item multiplica 43 secundi socii per suam uirgulam, erunt quarte 175; quas multiplica per 5; que per 3, que sunt sub uirgulis tertii, et primi socii, erunt similiter sexagesime 2625, ut super secundum socium inuenimus; quas non oportet multiplicare per 6 de uirgula quarti socii suprascripta ratione. Item ut habeas numerum tertii hominis, multiplica 56 per suam uirgulam, erunt quinte 284; quas multiplica per 6, que sunt sub uirgula quarti socii, erunt trigesime 1704; quas multiplica per 2, que sunt in regula de 4, que sunt sub uirgula secundi, erunt sexagesime 3408; quas non oportet multiplicare, cum sint sexagesime per 2, que remanent in regula de eisdem 4, neque per 3, que sunt sub uirgula primi socii. Rursum, ut habeas numerum | quarti socii, multiplica 86 per 6, et adde 5, erunt sexte 521; quas multiplica per 5, et per 2 suprascripta demonstratione, erunt sexagesime 5210, ut per alium modum repertum fuit: deinde adde quattuor repertos numeros in unum, et operaberis secundum quod superius docuimus; et sic habebis portiones que contingunt eis de lucro, ut in questione ostenditur.

De eodem.

Qvattuor homines fuerunt, ex quibus primus misit $\frac{1}{3}$ unius integri, alter misit $\frac{1}{4}$, tertius $\frac{1}{5}$, quartus uero misit $\frac{1}{6}$; et habuerunt insimul soldos 60; queritur quot unicuique ex eis contingerit. Eadem uero questio est, cum dicitur de quattuor hominibus, qui emerunt porcum pro soldis 60; ex quibus primus uoluit babere tertium illius porci, secundus

quartum, tertius quintam, quartus sextam. Vnde quidam imperiti cum primus pro tertia parte porci persoluat soldos 20, et secundus pro quarta parte soldos 15, et tertius pro quinta parte soldos 12, et quartus pro sexta parte soldos 10; et omnes insimul iuncti non faciunt nisi soldos 57, mirantur quomodo remanent ad persoluendum soldos 3 ex ipsis soldis 60; et querunt quis eorum ipsos soldos 3 soluere debeat. Non enim considerant, quod ipsi quattuor homines non emerunt totum porcum; cum $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ unius integri non faciant unum integrum, immo remanet ex eo $\frac{1}{20}$. Quare de soldis 60 remanet similiter uigesima eorum pars, scilicet soldi 3. Vnde si essent tres homines, ex quibus primus emeret dimidium illius porci, et persolueret soldos 30; et alter emeret tertiam, et persolueret soldos 20; et tertius emeret quartam, et persolueret soldos 15; et sic haberentur in summa soldi 65, hoc est soldi 5 magis de soldis 60; qui soldi 5 sunt duodecima pars de soldis 60. Et hic contingit quia $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ faciunt $\frac{1}{12}$ magis integro. Vnde non persoluatur plus uel minus de soldis 60, oportet ut emptores quanticumque fuerint, emant tales portiones que, cum in unum redacte fuerint, faciant unum integrum. Verbi gratia: si emptores fuerint duo, unus emat dimidium, et alius aliud dimidium; uel unus $\frac{2}{3}$ alius $\frac{1}{3}$, et sic deinceps. Et si fuerint tres, unusquisque emat tertiam partem, uel primus emat $\frac{1}{3}$, secundus $\frac{1}{3}$, tertius $\frac{1}{3}$. Et si fuerint quattuor, emat unusquisque quartam partem; uel primus eorum emat $\frac{1}{2}$, secundus $\frac{1}{4}$, tertius $\frac{1}{5}$, quartus $\frac{1}{20}$; et sic potes intelligere de pluribus. Nam ut prescripti soldi 60 diuidantur inter quattuor suprascriptos homines, ita ut nichil inde remaneat; describe questionem, ut hic ostenditur; et uide de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ in quali numero reperiantur. Reperiuntur enim in 60, quorum $\frac{1}{3}$, que est 20, pone super $\frac{1}{3}$ in questione; et quartam, scilicet 15, pone super $\frac{1}{4}$; et quintam, scilicet 12, pone super $\frac{1}{5}$; et sextam, scilicet 10, pone super $\frac{1}{6}$. Vnde dices, quod primus misit 20, secundus 15, tertius 12, quartus 10. Vnde adde eos in unum, erunt 57; in quibus diuide multiplicationem uniuscuiusque suprascriptorum quattuor numerorum in soldis 60; et sic habebis pro portione primi hominis soldos $\frac{1}{19}$ 21, hoc est soldos 21 et $\frac{18}{19}$ unius denarii; et pro secundi portione soldos $\frac{18}{19}$ 15, hoc est soldos 15, et denarios $\frac{9}{19}$ 9; et pro tertii portione soldos $\frac{12}{19}$ 12, hoc est soldos 12, et denarios $\frac{11}{19}$ 7. Similiter et pro quarti portione habebis soldos $\frac{10}{19}$ 10, ut superius in questione ostenditur, qui sunt soldi 10, et denarii $\frac{6}{19}$ 0. Quibus quattuor portionibus repertis, si eas in unum coniunxeris, in suprascriptos soldos 60 deuenies.

« Vnde quidam .... et persolueret » (fol. 59 verso, lin. 9-15 e 16; pag. 143, lin. 1-9).

	10	12	15	20
s.	quart.	tert.	secund.	prim.
60	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
s. $\frac{0}{19}$ 60	s. $\frac{10}{19}$ 10	s. $\frac{12}{19}$ 12	s. $\frac{18}{19}$ 15	s. $\frac{1}{19}$ 21

Incipit capitulum undecimum de consolamine monetarum.

Moneta quidem dicitur quelibet denariorum quantitas; et efficitur ex quauis argenti, et eris commixtione. Maior autem moneta dicitur, in cuius libra fuerit plus argenti, quam in ea, que fieri desideratur. Minor uero, in qua minus. Moneta consolari dicitur, quando ponitur in libra ipsius aliqua data argenti quantitas. Et cum dicimus: habeo monetam ad uncias quantaslibet, ut dica|mus ad 2, intelligimus quod in libra ipsius monete habeantur uncie 2 argenti. Consolatur enim moneta tribus modis. Primus modus est, quando consolatur ex data quantitate argenti uel eris. Secundus cum consolatur ex quibuslibet datis monetis cum argenti, uel eris, uel utriusque additione tertius: quando tantum ex datis monetis consolatur; que omnia, ut in hoc capitulo perfecte contineantur, ipsum in differentiis septem diuidimus; quarum prima erit de consolamine monete ex data argenti, uel eris quantitate: secunda erit de consolamine, in quo mo-

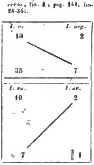
fol 60 recto.

nete ponuntur quantitatiue, ex quibus alia moneta informatur, in cuius libra minus argenti habeatur, quam in prepositis monetis. Quod consolamen sine aditione cupri esse non potest. Tertia cum monete similiter ponuntur quantitatiue; et uolueris ex eis facere monetam; in cuius libra sit plus argenti, quam in ipsa, que sine aditione argenti esse non potest. Quarta cum monete ponuntur sine quantitate, ex quibus uolueris facere aliquam positam quantitatem cuiuslibet minoris monete cum additione eris. Quinta cum monete ponuntur similiter sine quantitate, ex quibus uolueris facere aliquam positam quantitatem cuiuslibet maioris monete cum additione argenti. Sexta quidem differentia est de ipsis monetis, que sunt minores et maiores illa moneta, quam uolueris facere; quod consolamen sit sine eris, uel argenti additione. Septima uero differentia erit de regulis ad consolamen pertinentibus.

Differentia prima.

Qvidam habet libras 7 argenti, ex quibus uult facere monetam ad uncias 2 argenti in libra; et uult scire quantitatem totius consolaminis, nec non et eris iunctionem. Ex libris quidem 7 argenti fac uncias, erunt uncie 84; quas diuide per uncias 2 suprascriptas, exibunt 42; et tot libre monete erunt in summa prescripti consolaminis. Verbi gratia: cum in qualibet libra monete oporteat uncias 2 esse argenti, quotiens uncie 2 fuerint in unciis 84, totiens libra una monete potest consolari ex illis unciis 84 argenti. Sunt enim uncie 2 in illis unciis 84 quadragies bis. Vnde summa consolaminis est libre 42, ut prediximus. Ex quibus, extractis prescriptis libris 7 argenti, remanent pro iunctione cupri libre 35. Aliter quia in qualibet libra debent esse uncie 2 argenti, residuum quod est ab illis unciis 12 usque in libra, scilicet uncie 10, erit in eadem libra de cupro, hoc est de rame. Vnde pro quibuslibet unciis 2 argenti, quas habet, oportet ponere in consolamine uncias 10 eris; propter quod et in libris 2 argenti pones libras 10 ramis. Vnde redigitur hec questio ad modum negotiationum, uidelicet ut ponas libras 2 argenti, et libras 10 ramis in una linea; et libras 7 argenti, quas ipse habet, pones sub libris 2 argenti, ut sit argentum sub argento, ut hic ostenditur: et multiplicabis 7 per 10, que sunt ex aduerso, et diuide per 2, exibunt libre 35 eris; cum quibus adde libras 7 argenti, reddunt libras 42 pro summa totius consolaminis. Nam si suprascripte libre 7 essent de rame, poneres ipsas libras 7 sub libris 10, scilicet rame sub rame, ut in hac alia patet descriptione; et multiplicares 7 per 2, et diuides per 10, et exiret libra $\frac{2}{5}$ 1 argenti; cum qua, additis libris 7 ramis, redderent pro summa totius consolaminis libras $\frac{2}{5}$ 8. Aliter quia in qualibet libra dicte monete sunt uncie 10 ramis, quotiens uncie 10 fuerunt in libris 7, scilicet in unciis 84, totiens libra una exiet in summa ipsius consolaminis: quare diuides 84 per 10, exibunt libre $\frac{2}{5}$ 8, ut prediximus; ex quibus extractis libris 7 ramis, re|manet argenti libra $\frac{2}{5}$ 1.

« libras 10 .... re|manet » (fol. 60 *recto*, lin. 29 — fol. 60 *verso*, lin. 4; pag. 144, lin. 24-36).



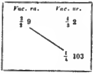
fol. 60 *verso*.

De eodem.

Item si proponatur, quod quidam habeat libras 8, et uncias $\frac{1}{4}$ 7 argenti, ex quibus uult facere monetam ad uncias $\frac{1}{3}$ 2 in libra; et queritur summa consolaminis, nec non et eris adiunctio, fac suprascripta ratione uncias de libris 8, et uncias $\frac{1}{4}$ 7, erunt uncie $\frac{1}{4}$ 103; quas diuide per uncias $\frac{1}{3}$ 2, hoc est multiplica $\frac{1}{4}$ 103 per 12; quia in 12 reperiuntur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, erunt 1239: et multiplicabis iterum $\frac{1}{3}$ 2 per 12, erunt 28; in quibus diuide 1239, exibunt libre $\frac{1}{4}$ 44, scilicet libre 44, et uncie 3 pro summa dicti consolaminis: ex quibus

extrahe libras 8, et uncias $\frac{1}{4}$ 7 argenti, remanebunt ex ere libre 35, et uncie $\frac{3}{4}$ 7. Aliter: extrahe uncias $\frac{1}{3}$ 2 argenti ex nnciis unius libre, scilicet de 12, remanebunt uncie $\frac{2}{3}$ 9: et describes quod in unciis $\frac{1}{3}$ 2 argenti sunt uncie $\frac{2}{3}$ 9 eris; et sub unciis $\frac{1}{3}$ 2 pone nncias $\frac{1}{4}$ 103, scilicet argenti sub argento; et multiplicabis $\frac{2}{3}$ 9 per $\frac{1}{4}$ 103, et diuides per $\frac{1}{3}$ 2, exibunt uncie eris $\frac{3}{4}$ 427, que sunt libre 35, et uncie $\frac{3}{4}$ 7, ut per alium modum inuenimus: cum quibus adde libras 8, et uncias $\frac{1}{4}$ 7 argenti, erunt in summa totius consolaminis libre 44, et uncie 3.

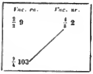
« $\frac{3}{4}$ 7. Aliter ....uncie » (fol. 60 verso, lin. 8-14; pag. 145, lin. 1-11).



De eodem.

Nam si prescripte libre 8, et uncie $\frac{1}{4}$ 7 fuerint ex ere; et uolueris scire summam consolaminis, et argenti iunctionem, multiplicabis $\frac{1}{4}$ 103 per $\frac{1}{3}$ 2, et diuides per $\frac{2}{3}$ 9, exibunt argenti uncie $\frac{3}{4}\frac{26}{29}$ 24; cum quibus adde uncias $\frac{1}{4}$ 103 eris, erunt uncie $\frac{5}{29}$ 128, hoc est libre 10, et uncie $\frac{5}{29}$ 8, que sunt summa totius consolaminis. Vel aliter: diuide $\frac{1}{4}$ 103 per $\frac{2}{3}$ 9, exibunt libre $\frac{3}{4}\frac{19}{29}$ 10; de quibus $\frac{3}{4}\frac{19}{29}$ si uncias facere uis, multiplica 19 per 4, et adde 3, erunt 79; que multiplica per 3, et diuide per 29, exibunt uncie $\frac{5}{29}$ 8; et sic habebimus pro summa dicti consolaminis libras 10, et uncias $\frac{5}{29}$ 8, ut prediximus.

« $\frac{3}{4}\frac{26}{29}$ 24 .... secunda » (fol. 60 verso, lin. 15-19; pag. 145, lin. 11-16).



Incipit differentia secunda.

Qvidam habet libras 7 monete, que est ad uncias, ex quibus uult facere monetam ad uncias 2; et quare consolaminis summa, et eris adiunctio. Scribes quidem sub libris 7 uncias 5 argenti, que sunt in unaquaque libra; et inuenies uncias argenti, que sunt in illis libris 7: scilicet multiplicabis 5 per 7, erunt uncie 35; et tantum argentum est in prescriptis libris 7: quas uncias 35 pones super libras 7; ex quibus uero uncie 35 argenti possunt consolari, totiens libra 1 monete ad uncias 2, quoties uncie 2 sunt in unciis 35: quare diuide 35 per 2, exibunt libre $\frac{1}{2}$ 17 pro summa dicti consolaminis; ex quibus extrahe libras 7 suprascriptas, remanebunt libre $\frac{1}{2}$ 10 pro cupri iunctione.

« quare consolaminis .... libre » (fol. 60 verso, lin. 21-32, pag. 145, lin. 19-32).

Unc. ar.	Unc. ar.
$\frac{1}{2}$ 19	35
Summa consol.	l.
$\frac{1}{2}$ 17	7
Unc.	Unc.
2	5

De eadem differentia.

Item si habueris libras 7 ad uncias 5 unius monete, et libras 9 ad uncias 4 alterius; et uolueris ex eis monetam ad uncias 3, cuprum addendo, conformare; et quesieris iunctionem cupri, nec non et totius consolaminis quantitatem, sic facies: ordina questionem dictam in hunc modum; et multiplica libras 7 per 5, erunt 35; et libras 9 per 4, erunt 36; que adde cum 35, erunt 71; et hec est summa uncie argenti, que est in libris dictis utriusque monete; qua diuisa per uncias 3 ipsius monete, quam uis facere, exibunt libre $\frac{2}{3}$ 23, que sunt summa totius consolaminis; de quibus extrahes libris 7, et 9 suprascriptis (*sic*), remanent libre $\frac{2}{3}$ 7, que sunt summa iunctionis cupri.

Unc. eris	Unc.	Unc. ar.
$\frac{2}{3}$ 7	36	35
Summa consol. l.		l.
$\frac{2}{3}$ 23	9	7
Unc.	Unc.	Unc.
3	4	5

De eodem regula uniuersalis.

Si uero in consimili consolamine tres, uel quattuor, uel plures diuerse monete proponantur, argenti uncias, que fuerint in omnibus prepositis monetis, addiscas; quibus diuisis per uncias argenti, que sunt iu libra ipsius monete, quam uis facere, summam totius consolaminis, tantum inuenies. De qua snmma extractis libris monete, que in consolamine proponuntur, cupri adiunctio relinquitur. Verbi gratia: habeantur in consolamine quattuor monete, ex una quarum sint libre 8 ad uncias $\frac{1}{2}$ 7; et ex altera libre 6 ad ancias $\frac{1}{3}$ 6; Ex tertia uero libra $\frac{1}{3}$ 5 ad uncias $\frac{1}{4}$ 5; Ex quar|ta uero sint libre $\frac{1}{4}$ 11 ad uncias $\frac{1}{5}$ 4; et uolueris ex eis facere monetas ad uncias $\frac{1}{3}$ 3; et quesieris totius cousolaminis summam, nec non et cupri iunctionem; scribe questionem, ut supra docui- fol. 61 recto.

• ex quarta uero.... que sunt ad • (fol. 60 *verso*, lin. 39, fol. 61 *recto*, lin. 1-18; pag. 145, lin. 41 — pag. 146, lin. 21).

Fac. ar. 60	*Fac.* 38	*Fac.* 28	*Fac.* $\frac{1}{4}$ 47	quantitas cupri $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 6\ 19}$ 24
l. 8	*l.* 6	*l.* $\frac{1}{6}$ 5	*l.* $\frac{1}{4}$ 11	Summa consol. $\frac{0\ 12}{2\ 19}$ 54
Fac. $\frac{1}{2}$ 7	*Fac.* $\frac{1}{3}$ 6	*Fac.* $\frac{1}{2}$ 5	*Fac.* $\frac{1}{6}$ 4	*Fac.* $\frac{1}{6}$ 3

• uncias $\frac{1}{7}$ 3 .... positarum • (fol. 61 *recto*, lin. 19-35 e 36; pag. 146, lin. 21-41).

32760	29750	24200	iunctio cupri $\frac{6\ 18\ 4\ 0}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 23
45	50	55	Summa consolaminis $\frac{6\ 12\ 4\ 6}{7\ 17\ 5\ 6\ 12}$ 48
l. $\frac{1}{2}$ 7	*l.* $\frac{1}{3}$ 8	*l.* $\frac{1}{6}$ 9	M. quam uis
728	595	440	17
Fac. $\frac{1}{5}$ 5	*Fac.* $\frac{1}{4}$ 4	*Fac.* $\frac{1}{7}$ 3	$\frac{1}{8}$ 2

mus, et multiplica libras uniuscuiusque monete per uncias argenti, que ponuntur in libra ipsius monete; que multiplicatio sic fit: scilicet ut multiplices libras 8 per uncias $\frac{1}{2}$ 7, erunt uncie 60. Item multiplica libras 6 alterius monete per uncias $\frac{1}{3}$ 6, erunt uncie 38. Item multiplica libras $\frac{1}{6}$ 5 tertie monete per uncias $\frac{1}{2}$ 5, erunt uncie 28. Item multiplica uncias $\frac{1}{4}$ 11 per $\frac{1}{6}$ 4, erunt $\frac{1}{4}$ 47: addes igitur prescriptas multiplicationes, scilicet 60, et 38, et 28, et $\frac{1}{4}$ 47, erunt $\frac{1}{4}$ 173; que sunt summa uncie argenti, que est in dictis quattuor monetis: quas uncias diuide per uncias $\frac{1}{6}$ 3 ipsius monete, quam uis consolare, exibunt libre $\frac{6\ 12}{12\ 19}$ 54, que sunt summa totius consolaminis: de qua summa extrahe iunctionem positarum librarum, scilicet 8, et 6, et $\frac{1}{6}$ 5, et $\frac{1}{4}$ 11, que sunt libre $\frac{7}{12}$ 30, remanebunt pro cupri quantitate libre $\frac{10\ 1}{12\ 19}$ 24, hoc est libre 24, et uncie $\frac{10}{19}$ 1. Et si de dicto consolamine libras 60 facere uis, multiplica 60 per $\frac{1}{6}$ 3, erunt uncie argenti 190, que debent esse in prescriptis libris 60 fiende monete: de quibus extrahe uncias argenti $\frac{1}{4}$ 173, que sunt in prescriptis quattuor monetis, remanent uncie $\frac{3}{4}$ 16 argenti, quas addes in prescripto consolamine; quibus additis cum summa prescriptarum monetarum, scilicet cum libris $\frac{7}{12}$ 30, erunt libre 32, minus quarta unius uncie. Residuum quoque, quod est usque in libris 60, scilicet libras 28, et quartam unius uncie addes de ere. Et hic est modus, quo utuntur magis monetarii.

Item aliud consolamen eiusdem manierci proponatur, quod ostenditur cum demostratione artis figurarum, ut apertius que dicta sunt intelligantur: ut si habeantur libre $\frac{1}{2}$ 7 unius monete, que sunt ad uncias $\frac{1}{5}$ 5; et libre $\frac{1}{3}$ 8 alterius, que sint ad uncias $\frac{1}{4}$ 4, et libre $\frac{1}{6}$ 9 alterius, que sint ad uncias $\frac{1}{7}$ 3; et uolucris ex eis monetam ad uncias $\frac{1}{8}$ 2, cuprum addendo, conformare, scribe questionem in hunc modum. Et inuenias numerum, in quo reperiatur $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; que sunt cum libris trium monetarum, eritque 6. In quibus multiplica libras $\frac{1}{2}$ 7, et $\frac{1}{3}$ 8, et $\frac{1}{6}$ 9, erunt sexte 45 super $\frac{1}{2}$ 7, et 50 super $\frac{1}{3}$ 8, et 55 super $\frac{1}{6}$ 9. Post hec redige ad similia similiter uncias argenti predictarum trium monetarum, scilicet multiplica uncias 5 per suam uirgulam, erunt 26; que per 4; que per 7, que sunt sub aliis duabus uirgis, erunt centesime quadragesime 728; quas pone super uncias $\frac{1}{5}$ 5. Item multiplica uncias 4 per suam uirgam, erunt 17; que per 7; que per 5, que sunt sub aliis uirgis, erunt 595, que pone super $\frac{1}{4}$ 4. Similiter multiplica uncias 3 per eorum uirgam, erunt 22; que per 4; que per 5, erunt 440, que pone super $\frac{1}{7}$ 3. Et multiplica 728 per 45, et 595 per 50, et 440 per 55, erunt octigentesime quadragesime 32760, et 29750, et 24200; quas adde insimul, erunt octigesime quadragentesime 86710, que debes diuidere per $\frac{1}{8}$ 2, et per fractiones unciarum, et per 6. In quibus multiplicasti libras predictarum monetarum, hoc est, multiplicabis uncias 2 per suam uirgam, scilicet per 8, et addes 1, erunt 17. In quibus 17, et in $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 5\ 6\ 7}$ diuides octuplum de 86710: sed ut habeas uncias, et denarios ponderis, que cadunt in prescripta diuisione, apta $\frac{10}{46}$ in $\frac{1\ 0}{6\ 10}$, et adde $\frac{1}{8}$ in uirga, et habebis in aptatione eius $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{8\ 7\ 17\ 6\ 6\ 10}$, in qua diuides multiplicationem octupli de 86710 in 5, propter $\frac{1}{8}$, que addita fuit in uirga: tamen euitabis inde $\frac{1}{8}$, scilicet multiplica dimidium de 5 uicibus 8, scilicet 20 per 86710, erunt 1734200; quod diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$, exibunt libre $\frac{6\ 12\ 4\ 5}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 48 pro summa totius consolaminis; de quibus extrahe libras omnium trium monetarum positarum, scilicet $\frac{1}{2}$ 7, et $\frac{1}{3}$ 8, et $\frac{1}{6}$ 9, hoc est libras 25, remanent pro cupri iunctione libre $\frac{61\ 3\ 1\ 5}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 23. Et si cum prescriptis libris essent alie fractiones, que de facili extrahi non possent,

ex dicta summa consolaminis, tunc accipe sextas 45 et 55, quas superius inuenimus, erunt sexte 150: que ut redigantur ad similia cum uirga fractionum summe predicte, multiplica 150 per 2, erunt duodecime 300; quas | multiplica per reliquos numeros, qui sunt sub uirga, scilicet per 5; que per 5; que per 17; que per 7, erunt 892500; que extrahe de 1734200, remanent 841700; que diuide per $\frac{6\ 8\ 8\ 8\ 8}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$, exibunt pro cupri iunctione libre $\frac{6\ 0\ 0\ 4\ 6}{7\ 17\ 5\ 5\ 12}$ 23, ut supra. Verum si de predicto consolamine libras 60 cum additione argenti, et eris consolare uolueris. Multiplica 60 per $\frac{1}{8}$ 2, ut habeas argentum, quod erit necessarium in ipsis libris 60, erunt octaue ipsius uncie 1020; quas multiplica per octauam de 840, scilicet per 105, erunt octigentesime quadragesime 107100; de quibus extrahe octigentesimas quadragesimas ex unciis 86710, que sunt argenti in prescriptis, scilicet predictarum monetarum, remanent argenti octigentesime quadragesime ex unciis 20390, que deberent diuidi per 840, ut reintegrentur. Sed ut habeas denarios ponderis, que sunt in eis, multiplica 107100 per 6, erunt 101950; que diuide per 840, et per 6, hoc est per $\frac{4\ 0\ 0\ 0\ 0}{7\ 4\ 0\ 0\ 0}$; et que exierunt, erunt uncie: de quibus, ut fiant libre, addes 12 sub uirga, exibunt libre $\frac{2\ 0\ 0\ 4\ 4\ 0}{7\ 4\ 0\ 0\ 0\ 12}$ 2, hoc est libre 2, et denarius 1 ponderis, et carrube 5, et $\frac{2}{7}$ unius grani; et tantum debet addi de argento; que adde cum prescriptis monetis, erunt libre $\frac{2\ 0\ 0\ 4\ 0\ 6}{7\ 4\ 0\ 0\ 0\ 12}$ 27; residuum quod est usque in 60 addes de cupro; quod residuum inuenies esse $\frac{0\ 3\ 0\ 3\ 4\ 11}{7\ 4\ 0\ 0\ 5\ 12}$ 32 per modum demonstratum in societatibus; cum per portionem lucri unius socii portio alterius inuenitur.

fol. 61 verso.

* in 60 .... consolaminis * (fol. 61 verso, lin. 13-31; pag. 147, lin. 17-28).

iunctio arg.	Unc. er.
$\frac{6}{7}$ 3	90
.s. consol.	.l.
$\frac{6}{7}$ 12	9
Unc. er.	Unc. ra.
7	10

Incipit differentia tertia.

Qvidam habet libras 9 monete, que est ad uncias 2, ex quibus uult facere monetam ad uncias 5: et quare summa consolaminis, et argenti adiunctio. In hac autem differentia rame, quod est in moneta posita, est considerandum: quare extrahe uncias 2 de libris, remanebunt uncie 10; et tot uncie eris sunt in qualibet libra dicte monete: quare pones 10 sub libris 9, et multiplicabis 10 per 9, erunt 90: et tot uncie eris sunt in illis libris 9; quas uncias diuide per uncias cupri, que sunt in libris monete, quam consolare uis, scilicet per 7; quia quotiens uncie 7 sunt in unciis 90, totiens una libra ex ipsis unciis 90 consolari potest, exibunt libre $\frac{6}{7}$ 12 pro summa totius consolaminis; ex quibus extrahes libras 9, remanent $\frac{6}{7}$ 3 pro argenti iunctione.

De eodem.

Item si habueris libras 8 alicuius monete, que sit ad uncias 6, et libras 9 alterius, que sit ad uncias 7; et uolueris ex eis consolare monetam ad uncias 8 argenti addendo; et quesieris totius consolaminis summam, nec non et argenti addiscere iunctionem, accipe uncias cupri, que sunt in unaquaque moneta, et eas insimul iunge; quorum summa per uncias cupri fiende monete diuide; et quod ex diuisione peruenerit, erit summa totius consolaminis; que sic facienda sunt. Vide ab unciis 6 argenti, que continentur in libra prioris posite monete, usque in unciis 12, scilicet in libris, quot desint: desunt enim uncie 6; et tot uncie cupri continentur in libra ipsius dicte monete; quas multiplica per libras 8, erunt uncie 48; et tot uncias cupri in prescriptis libris 8 esse cognoscas. Item illud idem fac de alia moneta; et reperies esse in ea uncias 45 cupri: que si iuncte cum unciis 48 fuerint, erunt uncie 93; quas diuide per uncias 4 cupri, que sunt in moneta, quam tu uis facere, exibunt libre $\frac{1}{4}$ 23, que sunt summa totius consolaminis; de qua summa extractis libris 8 et 9, scilicet 17 pro argenti iunctione, libre $\frac{1}{4}$ 6 remanebunt.

* uncias 7 .... que sunt in * (fol. 61 verso, lin. 24-33; pag. 147, lin. 38-48).

Unc. ar.	Unc.	Unc. ra.
$\frac{1}{4}$ 6	45	48
s. consol.	.l.	.l.
$\frac{1}{4}$ 23	9	8
Unc.	Unc.	Un. eris
4	5	6

De eodem.

Item habes libras $\frac{1}{2}$ 5 unius monete, que est ad uncias $\frac{2}{3}$ 3 argenti, et libras $\frac{1}{3}$ 6 ad uncias $\frac{1}{2}$ 4, et libras $\frac{1}{3}$ 7, que est ad uncias $\frac{1}{4}$ 5; et uis facere ex eis monetam ad uncias $\frac{2}{3}$ 6, argentum addendo, conformare; uide cuprum, quod est in libra uniuscuiusque monete: in libra namque prime monete sunt uncie $\frac{1}{3}$ 8; secunde uero uncie $\frac{1}{2}$ 7, et tertie $\frac{3}{4}$ 6. Multiplica itaque libras $\frac{1}{2}$ 5 per uncias $\frac{1}{3}$ 8, erunt $\frac{5}{6}$ 45. Item multiplica libras $\frac{1}{3}$ 6 secunde monete per uncias $\frac{1}{2}$ 7, erunt $\frac{1}{2}$ 47. Item | multiplica libras $\frac{1}{3}$ 7 tertie monete per uncias $\frac{3}{4}$ 6, erunt uncie $\frac{1}{2}$ 49; et adde tres prescriptas multiplicationes insimul, erunt uncie $\frac{5}{6}$ 142; quas diuide per uncias cupri, que sunt in libris ipsius monete, quam uis facere, scilicet per $\frac{1}{3}$ 5, exibunt pro summa totius consolaminis libre $\frac{1\ 3\ 4}{2\ 8\ 9}$ 26. A quibus extractis libris $\frac{1}{2}$ 5, et $\frac{1}{3}$ 6, et $\frac{1}{2}$ 7, remanebunt pro argenti iunctione libre $\frac{8\ 2}{9\ 9}$ 7.

fol. 62 *recto*.

• Item habes .... $\frac{1}{2}$ 47 Item » (fol. 61 *verso*, *margine inferiore*; pag. 148, lin. 2-7).

Iunctio *argenti*			
$\frac{5\ 5}{9\ 9}$ 7	$\frac{1}{2}$ 49	$\frac{1}{2}$ 47	$\frac{5}{6}$ 45
l. consol.	*l*.	*l*.	*l*.
$\frac{1\ 0\ 1}{2\ 9\ 9}$	$\frac{1}{3}$ 7	$\frac{1}{3}$ 6	$\frac{1}{2}$ 5
	Vnc.	*Vnc*.	*Vnc*.
$\frac{2}{3}$ 5	$\frac{3}{4}$ 6	$\frac{1}{2}$ 7	$\frac{1}{3}$ 8

Cognitio utrum argentum uel rame iungi debeat in quouis consolamine.

Item si trium uel plurium quantitates libre, uel uncie aliquarum monetarum, in consolamine proponantur, in quibus sunt maiores et minores ex ea moneta, quam uolueris facere; et utrum argentum, uel es addere debeas, scire uolueris, argenti uncias cunctarum monetarum accipe, et diuide eas per uncias argenti unius libre ipsius monete, quam uis consolare: et si summa, que exierit, maior libris omnium monetarum erit, cuprum oportet adiungi; et si minor erit, addendum est argentum; et si minor, nec maior fuerit, nec cuprum, nec argentum debet adiungi. Verbi gratia: habeo libras 7 monete ad uncias 2, et libras 8 ad uncias 3, et libras 10 ad uncias 6, et libras 13, que sunt ad uncias 9; et uolo ex eis facere monetam ad uncias 5. In istis namque quattuor monetis sunt uncie argenti 215; quas diuide per uncias 5, que sunt in libra ipsius monete, quam tu uolueris consolare, exibunt libre 43: iunge itaque libras 7 cum libris 8, et cum 10, et cum 13, erunt 38, que sunt minus de 43: quare in dicto consolamine addes cuprum; et si plus fuissent, addendum esset itaque argentum; et si 38 equarentur ad 43, tunc nec cuprum, nec argentum esset addendum, ut supra diximus.

• uolueris .... cum libris 8 » (fol. 62 *recto*, lin. 6 a 7-14; pag. 148, lin. 14-24).

l.	*l*.	*l*.	*l*.
13	10	8	7
Vnc.	*Vnc*.	*Vnc*.	*Vnc*.
Vnc. 9	6	3	2
5			

• et cum 10 .... reddunt » (fol. 62 *recto*, lin. 15-22; pag. 148, lin. 24-33).

60	
l.	
30	
Vnc.	*Vnc*.
2	5
l. *eris*	*l*. *mo*.
18	12

Differentia quarta.

Si habueris monetam ad uncias 5, ex qua uolueris facere libras 30 monete ad uncias 2, cuprum uidelicet addendo; et uolueris scire quantum mittes de ipsa moneta, et quantum de cupro, Vides quantum argentum debet esse in illis libris 30 fiende monete, scilicet uncie 60: quia in unaquaque libra debent esse uncie 2 argenti, et bis triginta faciunt 60; que uncie 60 argenti sunt in libre (*sic*) 12 illius monete, quam habes ad uncias 5; quia diuisis 60 per 5, reddunt 12; et tot mittes ex dicta moneta. Residuum uero, quod est usque in libris 30, mittes de cupro, scilicet 18.

• 12 et tot .... Vnde si in » (fol. 62 *recto*, lin. 23-29; pag. 148, lin. 33-41).

48	*Vnc*.	*Vnc*.
Vnc.		
12	$\frac{9}{13}$ 3	$\frac{9}{13}$ 3
Vnc.	*Vnc*.	*Vnc*.
4	6	7
	Iunctio *eris*	
	$\frac{8}{13}$ 4	

De eodem.

Et si habueris duas monetas maiores, ex ea quam facere uis, quarum una sit ad uncias 7, et alia ad uncias 6, ex quibus uis facere unam libram monete, in qua sint uncie 4 argenti; et uolueris scire quot uncias ex unaquaque miseris, nec non et eris adiunctionem. Hec autem et sequentium differentiarum consolamina tripliciter preponi possunt. Primus quidem est, ut mittatur equaliter ex unaquaque positarum monetarum. Secundus inequaliter. Tertius proportionaliter. Vnde si in prescripto consolamine equaliter mittere uis; ex unaquaque positarum monete addes uncias argenti, que sunt in utraque moneta, scilicet 7 cum 6, erunt 13; et multiplica argentum ipsius monete,

quam uis per uncias 12, scilicet per libram unam, quam uis consolare, erunt uncie 48; quas diuide per dicta 13, exibunt uncie $\frac{9}{13}$ 3; et tantum pones de unaquaque moneta. Residuum uero, quod est usque in unciis 12, scilicet in libra, mittes de rame, scilicet uncias $\frac{8}{13}$ 4.

De eodem mittendo inequaliter de unaquaque.

Nam si equaliter de unaquaque moneta in consolamine prescripto mittere uis, pone ut habeas ad libitum unam libram ex ipsa moneta, que est ad 6 uncias, et libras 2 ex alia, que est ad uncias 7; et describe in questione unum super 6, et 2 super 7, secundum modum secunde differentie; et multiplicabis 1 per 6, erunt 6; et 2 et 7, erunt 14; et pones 6 super 1, et 14 super 2; et adde ea insimul, erunt 20: deinde multiplica 4 per 12, scilicet uncias argenti, quas ponere uis in libra, per unciam quam | consolare uis, erunt 48; que per 1, quod positum est super 6, multiplica, erunt 48; que diuide per 20 suprascripta, exibunt uncie $\frac{2}{5}$ 2; et tot mittes de moneta, que est ad uncias 6. Item multiplica 48 per 2, que sunt super 7, et diuide per 20, exibunt uncie $\frac{4}{5}$ 4; et tot mittes ex ea, que est ad 7: quibus addes cum unciis $\frac{2}{5}$ 2 suprascriptis, erunt uncie $\frac{1}{5}$ 7; a quibus usque in unciis 12, scilicet in libram, quam uis consolare, sunt uncie $\frac{4}{5}$ 4, quas mittes. Et si suprascriptum consolamen proportionaliter facere uis, scilicet ut sicut quilibet datus numerus est ad alium datum numerum, ita hoc quod mittes ex una moneta sit ad hoc quod mittes ex alia: ut dicamus: sicut 3 est ad 4, ita hoc quod mittes ex moneta, que est ad 6, sit ad hoc quod mittes ex moneta, que est ad 7: et ponamus, quod uis inde consolare libras 23, ad uncias 5. Pone igitur 3 super 6, et 4 super 7, qui sunt numeri date proportionis; et multiplicabis 3 per 6, erunt 18; et 4 per 7, erunt 28; pones 18 super 3, et 28 super 4; et addes eos insimul, erunt 46: et multiplica 5 per 23, erunt 115; que multiplica per 3, que sunt super 6, et diuide per 46, exibunt libre $\frac{1}{2}$ 7 de moneta, que est ad 6: similiter multiplica 115 per 4, et diuides per 46, exibunt libre 10 de moneta, que est ad 7; quibus libris $\frac{1}{2}$ 7, et libris 10, scilicet libris $\frac{1}{2}$ 17 extractis de summa consolaminis, scilicet de libris 23, remanent libre $\frac{1}{2}$ 5 pro eris iunctione.

De tribus monetis cum mittatur equaliter de unaquaque.

Et si habueris tres monetas, quarum una sit ad uncias $\frac{1}{2}$ 3, alia ad uncias $\frac{1}{4}$ 4, alia ad uncias $\frac{2}{3}$ 5; et uolueris ex unaquaque equaliter mittere, et consolare libras 16 monetarum ad uncias $\frac{1}{5}$ 2, adde argentum, quod est in unaquaque moneta, erunt uncie $\frac{5}{12}$ 13; et multiplica argentum ipsius monete, quam uis facere, scilicet uncias $\frac{1}{5}$ 2 per libras 10, erunt 22; que diuide per $\frac{5}{12}$ 13, exibit $\frac{104}{163}$ 1; et tantum mittes de unaquaque moneta. Residuum uero, quod est usque in libris 16, mittes de cupro, quod est libre $\frac{2}{16}\frac{3}{3}$ 5.

De eodem cum mittatur inequaliter uel proportionaliter de unaquaque.

Nam si inequaliter, et proportionaliter ex unaquaque moneta mittere uis, ut dicamus: sicut est ad 3, ita hoc quod mittes ex moneta, que est ad $\frac{1}{2}$ 3, sit ad hoc, quod mittes de ea, que est ad uncias $\frac{1}{4}$ 4; et sicut 4 est ad 5, ita hoc, quod mittes ex eadem $\frac{1}{4}$ 4, sit ad hoc, quod mittes ex ea de $\frac{2}{3}$ 5. Inuenies quidem tres numeros, quorum primus ad secundum sit sicut 2 ad 3; Et secundus ad tertium sicut 4 ad 6; quorum inueniendi modus est, ut ponas in una linea 2, et 3: pone 4 super 3; et post 3 pone 5; et multiplica 4 per 2, que est ex aduerso, erunt 8 pro primo numero; Et 4 per

• quod est .... unciam quam • (fol. 62 recto, lin. 24-39; pag. 149, lin. 3-11 e 12).

48	14	6
unc.	℔.	℔.
12	2	1
unc.	unc.	unc.
4	7	6
unc. eris	unc.	unc. M.
$\frac{1}{3}$ 7	$\frac{1}{5}$ 4	$\frac{2}{5}$ 2

fol. 62 verso.

• de moneta .... modus est • (fol. 62 verso, lin. 11 e 12-24; pag. 149, lin. 25-42).

unc. ar. 22	℔. 10	
unc. $\frac{1}{5}$ 2	eris $\frac{2}{16}\frac{3}{3}$ 5	
unc. $\frac{2}{3}$ 5	℔. $\frac{104}{163}$ 1	
unc. $\frac{1}{4}$ 4	℔. $\frac{104}{163}$ 1	
unc. $\frac{1}{2}$ 3	℔. $\frac{104}{163}$ 1	

3, erunt 12 pro secundo; Et 3 per 5, que sunt ex aduerso, erunt 15 pro tertio numero. Vel aliter quia 2 de 3 erunt $\frac{2}{3}$, et 4 de 5 sunt $\frac{4}{5}$, uides in quali numero reperiuntur $\frac{4}{5}\frac{2}{3}$, scilicet in 15, que babeautur pro termino, quorum $\frac{4}{5}$, scilicet 12, habeantur pro secundo, quorum $\frac{2}{3}$, scilicet 8, habeantur pro primo. Sunt enim 8 ad 12, sicut 2 ad 3; et 12 ad 15, sicut 4 ad 5: deinde pones 8 super $\frac{1}{2}$ 3, et 12 super $\frac{1}{3}$ 4, et 15 super $\frac{3}{4}$ 5, ut in questione ostenditur: et uide si ruptus, qui est in unaquaque moneta, reperiatur in suo superposito numero. Nam $\frac{1}{2}$ reperitur in 8, et $\frac{1}{3}$ in 12; sed $\frac{3}{4}$ non reperitur in 15, neque alia pars ipsius. Vnde ut habeas sanius hoc quod uis, oportet, ut multiplicetur unusquisque superpositorum numerorum per 4, erunt 32, et 48, et 60; et multiplicabis $\frac{1}{2}$ 3 per 32, erunt 112, que pone super 32. Et $\frac{1}{3}$ 4 per 48, erunt 208, que pone super 48; et $\frac{3}{4}$ 5 per 60, erunt 345; que poue super 60; et addes 112 cum 208, et cum 345, erunt 665. Et multiplica libras 10, quas uis consolare, per uncias $\frac{1}{5}$ 2, erunt 22; que multiplica per 32, et diuides per 665, exibunt libre $\frac{4\ 0\ 1}{5\ 7\ 19}$ 1 de moneta, que est ad $\frac{1}{2}$ 3. Item multiplicabis 22 per 48, et diuides per 665, exibit de moneta, que est ad $\frac{1}{3}$ 4, libra $\frac{1\ 1\ 11}{5\ 7\ 19}$ 1. Item multiplicabis eadem 22 per 60, et diuides per 665, exibunt de ea, que est ad $\frac{3}{4}$ 5, libre $\frac{0\ 5\ 18}{5\ 7\ 19}$ 1. Residuum uero mittes de cupro, quod est $\frac{0\ 0\ 7}{5\ 7\ 19}$ 5 de residuo reperire per modum inueniendi portionem lucri ultimi socii per inuentas | portioues reliquorum. Nam ex suprascriptis fractionibus uncias, et partes unciarum facere poteris secundum quod in negotiationibus demonstrauimus.

Differentia quinta.

Si autem monete minores proposueris, ut monete ad 4, et monete ad 3 argenti in libra; et uolueris ex ipsis monetis libram 1 ad uncias 7, argentum addendo, conformare; et quesieris uniuscuiusque, nec non et argenti addiscere quantitatem. In hoc autem consolamine, et in similibus operaberis cum cupro, quod est in positis monetis, sicut operatus es in precedenti differentia cum argento. Verbi gratia: adde insimul 8 uncias cupri, que sunt in unaquaque moneta. Nam in moneta, que est ad 4, sunt cupri uncie 8, que sunt ad 4 in 12; et in moneta, que est ad 3, sunt cupri unce 9, erunt 17. Et multiplica uncias cupri fiende monete, scilicet 5, per summam consolaminis, scilicet per uncias 12, erunt 60; que diuide per 17, exibunt uncie $\frac{9}{17}$ 3; et tot mittes de unaquaque moneta. Residuum quod est usque in 12 uncias, mittes de argento, quod est uncie $\frac{16}{17}$ 4.

Si autem de predicto consolamine libras 7 facere uolueris; rame quod est in libra mouete quam uis facere, scilicet 5, multiplica 5 per libras 7, erunt libre 35; quas diuide per 17, exibuut libre $\frac{1}{17}$ 2; et tot mittes de unaquaque moneta. Residuum uero quod est usque in libris, pones de argento, quod est libre $\frac{15}{17}$ 2. Si probare uolueris omnia predicta, si bene recteque constiterint, uideas uncias de rame, uel de argento, que in quolibet dictorum consolaminum fuerint; et diuide eas per summam totius consolaminis: si enim ex diuisione uncie eris, uel argenti, que in libra illius consolaminis esse proponuntur, inueneris, recte processisse absque omni dubitatione cognoscas.

De eodem.

Item si proponatur moneta ad uncias $\frac{1}{2}$ 2, et moneta ad uncias $\frac{2}{3}$ 3, et moneta ad uncias $\frac{3}{4}$ 4, et moneta ad uncias $\frac{4}{5}$ 5; et nolueris ex eis libras 19 ad uncias $\frac{5}{6}$ 6, argentum addendo, consolare. Extrahe de unciis libras, scilicet de 12, uncias predictas argenti,

• Vel aliter .... in suo » (fol. 62 verso, lin. 27-30; pag. 150, lin. 2-7).

tert.	secund.	pr.
15	12	8
5	4	
	3	2

• superposito .... inuentas » (fol. 62 verso, lin. 31-39; pag. 150, lin. 7-18).

112	32	f.	8	unc. $\frac{1}{2}$ 3	f. $\frac{4\ 0\ 1}{5\ 7\ 19}$ 1
208	48	f.	12	unc. $\frac{1}{3}$ 4	f. $\frac{1\ 1\ 11}{5\ 7\ 19}$ 1
345	60	f.	15	unc. $\frac{3}{4}$ 5	f. $\frac{0\ 5\ 18}{5\ 7\ 19}$ 1
			22	unc. $\frac{1}{5}$ 2	f. eris $\frac{0\ 0\ 7}{5\ 7\ 19}$ 5

fol. 63 recto.

• quod in .... fiende » (fol. 63 recto, lin. 2-8, pag. 150, lin. 19-28).

unc. eris	unc. eris	unc. eris
5	9	8
unc. arg.	unc. M.	unc. M.
$\frac{16}{17}$ 4	$\frac{9}{17}$ 3	$\frac{9}{17}$ 3

• facere .... de $\frac{841}{1877}$ 6 » (fol. 63 recto, lin. 12-26; pag. 150, lin. 32 — pag. 151, lin. 9).

		unc. $\frac{1}{2}$ 9	f. m. $\frac{259}{1877}$ 3
		unc. $\frac{1}{3}$ 8	f. m. $\frac{259}{1877}$ 3
		unc. $\frac{1}{4}$ 7	f. m. $\frac{259}{1877}$ 3
		unc. $\frac{1}{5}$ 6	f. m. $\frac{259}{1877}$ 3
unc. $\frac{1}{6}$ 98	19	unc. $\frac{1}{6}$ 5	f. arg. $\frac{841}{1877}$ 6

remanebunt pro cupro libre $\frac{1}{2}$ 9, et $\frac{1}{3}$ 8, et $\frac{1}{4}$ 7, et $\frac{1}{5}$ 6: quibus iosimul iunctis, faciunt $\frac{17}{60}$ 31; in quibus diuide multiplicationem eris fiende monete in summa consolaminis, scilicet de $\frac{1}{5}$ 6 in 19, exibunt libre $\frac{2\ 3\ 9}{18\ 7\ 7}$ 3; et tot mittes de unaquaque moneta. Residuum uero, quod est usque in libris 19, mittes de argento, quod est, scilicet libre $\frac{8\ 4\ 4}{18\ 7\ 7}$ 6. Si autem scire uolueris de $\frac{2\ 3\ 9}{18\ 7\ 7}$, que partes sint unius libre. Multiplica 259 per 12, scilicet per uncias unius libre, erunt 3108; que diuide per $\frac{1}{1877}$, exibunt uncie $\frac{1\ 2\ 3\ 1}{1\ 8\ 7\ 7}$ 1. Et si scire uolueris de $\frac{1\ 2\ 3\ 1}{1\ 8\ 7\ 7}$, que partes sint uoius uncie, multiplica 1231 per 25, scilicet per summam ponderis denarii unius uncie, erunt 30775; que diuide per $\frac{1}{1877}$, exibuot deoarii $\frac{7\ 4\ 8}{18\ 7\ 7}$ 16. Illud eoim idem, quod de $\frac{2\ 3\ 9}{18\ 7\ 7}$ fecisti, potes facere de $\frac{8\ 4\ 4}{18\ 7\ 7}$; sed hoc aliter expeditius fieri potest: multiplica 841 per 300, scilicet per summam ponderis denarii unius libre, erunt 252300; que diuide per 1877, exibuot denarii $\frac{7\ 8\ 2}{18\ 7\ 7}$ 134, que sunt uncie 5, et denarii $\frac{7\ 8\ 2}{18\ 7\ 7}$ 9. Potes enim de prescripto consolamine inequaliter etiam, et proportionaliter mittere ex prescriptis monetis, si feceris secundum quod in precedenti differentia fecimus.

* Potes enim .... unaquaque » (fol. 63 recto, lin. 29-39; pag. 151, lin. 12-26).

Differentia sexta xi^mi capituli.

Si quis habuerit duas monetas, quarum una sit maior, et altera mioor de moneta, quam facere uult, poterit illud facere sine eris, uel argeoti adictione: si ex ipsis dualus mooetis posuerit permutatim secundum numerum differentiarum, que sunt ad uncias argenti fiende monete iu unceis argenti ipsarum duarum monetarum. Verbi gratia: habeat monetam ad uncias 2, et monetam ad uncias 9, de quibus uult facere monetam ad uncias 5. Pone itaque 2 et 9 in uoam lineam, et sub ipsis inter utrumque 5 describe, ut in margine cernitur: deinde differentiam, que est ad 2 in 5, scilicet 3 super 9 pone; et econtra differentiam, que est ad 5 in 9, scilicet 4 super 2 mitte; et habebis propositum, hoc est quod de mioori moneta mittes partes 4, et de maiori 3. Quia quantum habundat de argeoto in libris 3 maioris monete, tantum deficit ex ipso in libris 4 minoris. Verbi gratia: si habundaot quidem in unaquaque | libra maioris monete uncie 4, scilicet differeotia, que est ad 5 io 9; quare in libris 3 superhabundat de argento triplum de unceis 4, scilicet uncie 12; que 12 proueniunt ex 3 positis super 9 ductis in 4 positis super 2; Et io libra quidem minoris monete deficiunt uncie 3 argenti, scilicet differeotia, que est ad 2 in 5: Quare io libris 4 minoris deficit de argeoto quadruplum unciarum trium, scilicet 12, que etiam proueniunt ex ductis 4, que sunt super 2 in 3, que sunt super 9. Ergo quotiens miseris libras 4 de minori moneta, totiens libras 3 de maiori mittes. Similiter quam partem, uel partes miseris ex libris 4 minoris monete, eandem partem, uel partes librarum trium mittes de maiori. Proportionaliter quidem est sicut 4 ad 3, ita id, quod mittitur ex mioori moneta, erit ad id, quod erit mitteodum de maiori. Vnde si ex ipso consolamine taotum uncias 12 coosolare uolueris, addes insimul uumeros proportionis, scilicet 4 com 3, erunt 7; io quibus diuide multiplicatiooem de 4 in 12, et de 3 in 12, exibont de minori moneta uncie $\frac{6}{7}$ 6, et de minori uncie $\frac{1}{7}$ 5. Rursus si de mioori moneta haboeris libras 10, multiplica eas per 3, que sunt supra 9, et diuide per 4, que sunt super 2, exibunt libre $\frac{1}{2}$ 7 de maiori moneta: uel si de maiori habueris libras 10, multiplica eas per 4 posita super 2, et diuide per 3 posita super 9, exibuot de minori moneta libre $\frac{1}{3}$ 13. Et si in consimili consolamine fractiones cum unceis fuerint, rediges omnia ad integra; et cum ipsis inte-

3		4
9		2
	5	
$\frac{1}{7}$ 5		$\frac{6}{7}$ 6
$\frac{1}{2}$ 7		10

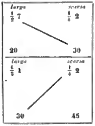
fol. 63 verso.

gris hoc eodem ordine operare. Vt si habes monetam ad $\frac{1}{2}$ 4, et ad $\frac{1}{4}$ 6, de quibus uis facere monetam ad $\frac{1}{8}$ 5; multiplica hec omnia per 8, ut reintegrentur, et habebis monetam ad 36 et ad 50, de quibus uis facere monetam ad 41. Descripta quidem questione, ut cernitur, extrahe 36 de 41, remanent 5, que pone super 50; quia tot libre ponende sunt de maiori moneta. Eodemque Modo differentiam, que est ad 41 usque in 50, pone super 36, scilicet 9; quia tot libre mittende sunt de minori: quibus libris 9 additis cum libris 5 inuentis, reddunt libras 14 pro summa totius consolaminis. Cuius rei probatio est, ut multiplices 9 per $\frac{1}{2}$ 4, et 5 per $\frac{1}{4}$ 6; et habebis pro argento, quod est in ipsis libris 9, uncias $\frac{1}{2}$ 40; et pro eo, quod est in libris 5 maioris monete, habebis uncias $\frac{1}{4}$ 31: quibus unceis insimul additis, reddunt uncias $\frac{3}{4}$ 71 pro argento, quod est in illis libris 14: quare si diuidantur $\frac{3}{4}$ 71 per 14, exibunt uncie $\frac{1}{8}$ 5, ut opportet. Et si de consolamine uis facere libras 10 tantum, multiplicabis 10 per 9, et 10 per 5; et diuides ipsas multiplicationes per 14, et habebis de minori moneta libras $\frac{3}{7}$ 6, et de maiori, libras $\frac{4}{7}$ 3. Et si habueris de minori moneta libras 10, multiplica eas per 5, et diuide per 9, exibunt de maiori libra $\frac{5}{9}$ 5. Vel si habueris de maiori libras 10, multiplica eas per 9, et diuide per 5; quia est sicut 5 ad 9, ita 10 ad quesitam, exibunt libre 18, ut in questione ostenditur. Ex hac enim regula procedit quoddam documentum ualde et sepe utile monetariis in hunc modum. Moneta enim, quam faciunt, quandoque exit cis aliquantulum larga, quandoque aliquantulum scarsa, idest quod quandoque super habundat in ipsa aliquantulum argenti, quandoque deficit; quod accidit uel propter ignorantiam consolidandi, ut est pro nimia, uel pauca eris ebulitione. Vnde ante quam cugnentur, hoc est signentur, oportet ut date quantitati unius addatur tantum ex alia, ut redigantur ad debitum modum; et ex hoc talem proponimus questionem.

«36 de 41 .... ignorantiam» (fol. 63 verso, lin. 18-31; pag. 152, lin. 4-22).

$\frac{5}{50}$		$\frac{9}{36}$
$\frac{1}{4}$ 6		$\frac{1}{2}$ 4
	41	
	$\frac{1}{8}$ 5	
$\frac{4}{7}$ 3		$\frac{3}{7}$ 6
$\frac{5}{9}$ 5		10
10		18

«Signentur .... scarsitas» (fol. 63 verso, lin. 33-39, pag. 152, lin. 22-31).



De equiparanda scharsa moneta cum larga.

Qvidam habet libras 30 monete, in cuius aliqua quantitate, ut dicamus in uncia 1, deficit argenti granum $\frac{1}{2}$ 1; et alius habet monetam, in cuius uncia superhabundant argenti grana $\frac{1}{4}$ 2; queritur quantum ex hac largâ cum illis libris 30 de scarsa commisceri oporteat, ut redigantur ad debitum modum. Pone $\frac{1}{2}$ 1 super $\frac{1}{4}$ 2 in una linea, et super largitatem scribe scarsitatem, et econuerso: quia ideo scarsa est minor moneta, que ponitur in consolamine, et larga est maior. Vnde scarsitas, | scilicet $\frac{1}{4}$ 2, est differentia, que est a minori moneta usque in monetam, quam uult facere: que differentia ponenda est, ut superius ostendimus, super maiorem monetam; et largitas, scilicet $\frac{1}{4}$ 2, est differentia, que est a minori usque in monetam, quam uult facere; que differentia ponenda est super minorem monetam. Et tunc erit sicut $\frac{1}{2}$ 1 ad $\frac{1}{4}$ 2, ita quam uolueris quantitatem largioris monete ad quantitatem scarsioris, et econtra. Quare pones libras 30 sub $\frac{1}{4}$ 2, scilicet scarsitatem sub scarsitate, ut hic ostenditur; et multiplica 30 per $\frac{1}{2}$ 1, et diuides per $\frac{1}{4}$ 2, exibunt libre 20; et tantum commisceas de larga cum illis libris scarse. Si autem predicte libre 30 erunt de larga, pones ipsas sub $\frac{1}{2}$ 1, scilicet largitatem sub largitate; et multiplica 30 per $\frac{1}{4}$ 2, et diuides per $\frac{1}{2}$ 1, exibunt de scarsa libre 45.

fol. 64 recto.

De consolamine trium monetarum inter se.

Si autem tres monete proponantur, quarum due sint minores, et altera maior; uel

due sint maiores, et altera minor de moneta fienda, fac ex ipsis duabus monetis unam; et sic habebis duas monetas ad consolandum, quarum una erit maior, et altera minor de moneta fienda. Nam de duabus monetis fit una tribus modis: scilicet commiscendo eas equaliter, uel inequaliter, seu proportionaliter, secundum aliquam datam proportionem: que omnia, qualiter fiant, indicabimus in hoc consolamine, in quo proponitur quidam habere monetam ad uncias 3, aliam ad 4, aliam ad 6; ex quibus uult facere monetam ad 5. Describe itaque tres predictas monetas in una linea: deinde, ut ex duabus minoribus faciamus unam monetam, adde 3 cum 4, erunt 7; et tot uncie argenti sunt in libris 2 predicte commixtionis. Quare diuide 7 per 2, et habebis uncias $\frac{1}{2}$ 3 pro argento, quod est in libra illius commistionis. Quare dices: habeo monetam ad $\frac{1}{2}$ 3, et ad 6; et uolo facere monetam ad 5. Vel integris dicas: babeo monetam ad 7 et ad 12, ex quibus uolo facere monetam ad 10. Quare differentiam, que est ad 7 in 10, scilicet 3, mittes de maiori moneta; et differentiam, que est ad 10 in 12, scilicet 2, mittes de minoribus; que 2 diuide in duo equa, cum equaliter iunxisti eas ad faciendum ex eis unam monetam, exibit libra 1 super unamquamque ipsarum monetarum; et sic erunt in summa libre 5 consolare ex ipsis tribus monetis, in quibus sunt uncie 25 argenti, ut oportet. Et si ex ipsis duabus monetis unam facere uis, commiscendo eas inequaliter, uel secundum aliquam datam proportionem, ut dicamus: sicut 2 sunt ad 5, ita id quod mittitur de moneta, que est ad 3, sit ad illud, quod mittitur de moneta, que est ad 4. Commisceas itaque libras 2 de moneta, que est ad 3 cum libris 5 de moneta, que est ad 4, et uncias argenti, que sunt in ipsis, scilicet 26, diuide per summam ipsarum librarum, scilicet per 7, exibunt uncie $\frac{5}{7}$ 3; et tot argentum erit in libris illius commistionis. Quare dices: babeo monetam ad $\frac{5}{7}$3, et ad 6; et uolo facere monetam ad 5, hoc est: habeo monetam ad 26, et ad 42; et uolo facere monetam ad 35: pone itaque 9 super 6, scilicet differentiam, que est ad 26 in 35; et differentiam, que est ad 35 in 42, scilicet 7, diuide inter alias duas monetas, secundum proportionem librarum commixtarum ex ipsis, hoc est: ex ipsis 7 mittes partes 5 de moneta, que est ad 4; et partes 2 mittes de moneta, que est ad 3, hoc est $\frac{5}{7}$ ex predictis 7, scilicet libras 5 mittes de moneta, que est ad 4, et $\frac{2}{7}$ eorundem, scilicet libras 2, mittes de moneta, que est ad 3. Quare pones 5 super 4, et 2 super 3 in questione; et erunt in summa huius consolaminis libre 16 ex ipsis tribus monetis, in quibus sunt uncie argenti 80; ex quibus contingunt unicuique libre uncie 5, ut oportet. Et si ex hoc consolamine libras 20 facere uolueris, rediges hanc questionem ad modum societatis, in qua primus misit 2, secundus 5, tertius 9; et lucrati sunt libras 20. Multiplicabis ergo 20 per 2, et 20 per 5, et diuides unamquamque multiplicationem per 16; et sic inuenies te mittere debere de moneta, que est 3, libras $\frac{1}{2}$ 2, et libras $\frac{1}{4}$ 6 de moneta, que est ad 4. Residuum quod est usque in 20, scilicet libras $\frac{1}{4}$ 11, mittes de moneta, que est ad 6; que etiam habebis, si multiplicaueris 20 per 9, et diuiseris per 16. Et si habueris libras 10 de moneta, que est ad 3; et uis scire ||, quot de reliquis monetis cum ipsis commiscere debeas, ut facias monetam ad 5, ut diximus; multiplicabis ipsa 10 per 5, que posita sunt super 4, et per 9, que posita sunt super 6; et diuides utramque multiplicationem per 2 posita super 3. Vel quia 10 sunt quincuplum de 2, accipe quincuplum de libris 5, et de 9, et habebis libras 25 de moneta, que est ad 4; et libras 45 de moneta, que est ad 6, ut in questione

« et altera .... diuide » (fol. 64 recto, lin. 10-29; pag. 153, lin. 1-26).

3	4	1
6	4	3
	5	
12		7
	10	

9	5	2
6	4	3
42		26
	35	

fol. 64 verso.

ostenditur. Est enim alius modus consolandi, quem in libro minoris guise docuimus, per quem sanius possumus habere summas quaslibet consolamiuum in consolamine trium, uel plurium monetarum huius maneriei. Vt si de predicto consolamine uolueris facere libras 20, fac monetas ad 5 ex ea, que est ad 3; et ex ea, que est ad 6, exibunt libre 3, in quibus sunt libre 2 de moneta, que est ad 6; et libra 1 de moneta, que est ad 3. Item de moneta, que est ad 4, et de ea, que est ad 6, fac aliam consolationem ad 5; et erunt in summa libre 2, scilicet libra 1 ex ea, que est ad 4; et libra 1 ex ea, que est ad 6 : deinde ad faciendum libras 20, pones in eis primam consolationem semel, aut bis, aut pluries, donec ex ipsis 20 remaneat numerus, qui integraliter, si possibile fuerit, diuidatur per summam secunde consolationis; et quotiens 1 ex ipsa diuisione peruenerit, totiens mittes ipsam secundam consolationem; et habebis propositum. Verbi gratia: mittamus primam consolationem bis, in quibus erunt libre 2 ex moneta, que est ad 3; et libre 4 ex ea, que est ad 6; quibus extractis de 23, remanent 14; quibus diuisis per summam secunde consolationis, scilicet per 2, ueniunt 7. Quare mittes secundam consolationem septies, in quibus erunt libre 7 de moneta, que est ad 4; et libre 7 de moneta, que est ad 6; et sic de prescriptis libris 20 erunt libre 2 de moneta, que est ad 3; et libre 7 de moneta, que est ad 4; et libre 11 de moneta, que est ad 6; in quibus libris 20 sunt argenti uncie 100, ut oportet; et uocatur iste modus consolationum.

De consolamine trium monetarum cum minutis.

* fractiones .... remanent 1 (fol. 64 *verso*, lin. 21 e 22-39; pag. 154, lin. 21-41).

102	102	311
$\frac{1}{4}7$	$\frac{1}{6}6$	$\frac{1}{2}2$
	$\frac{1}{5}4$	
$\frac{1\ 57\ 8\ 11}{5\ 103\ 25\ 12}9$		$\frac{2\ 22\ 2\ 8}{5\ 103\ 25\ 12}3$
618		300
	504	

Qvidam habet monetam ad $\frac{1}{2}2$, et ad $\frac{1}{6}6$, et ad $\frac{1}{4}7$, de quibus uult facere monetam ad $\frac{1}{5}4$; multiplica primum prescriptos quattuor numeros per 60; cum in ipsis reperiantur prescripte fractiones, et habebis pro prima moneta 150; pro secunda 380; pro tertia 435; et pro moneta fienda 252: deinde adde duas minores monetas in unum, scilicet 380 et 435, erunt 615, que deberes diuidere per 2, ut in duabus monetis faceres unam: sed quia illa diuisio esset fracta, duplica numerum minoris monete, et numerum fiende, scilicet 150 et 252; et sic habebis monetam ad 300, et ad 615, de quibus uult facere monetam ad 504 per unitas differentias; et habebis de minori moneta partes 311, et de maioribus partes 204, scilicet partes 102 ex unaquaque; quas pone super ipsas monetas, ut in questione ostenditur. Et si de ipso consolamine libras 16, et uncias 5, et denarios 9 de cantera, hoc est libras $\frac{5\ 5}{25\ 12}16$, uis consolare, facies ut in societatibus docuimus, uidelicet addes 311 cum 102, et cum 102, erunt 515; et multiplica 16 per suam uirgam, erunt denarii ponderis 4934; que multiplicabis per 311, et per 102, et diuides ipsas multiplicationes per 515, et per $\frac{1\ 0}{25\ 12}$, exibunt de moneta, que est ad $\frac{1}{2}2$, libre $\frac{1\ 57\ 1\ 11}{5\ 103\ 25\ 12}9$; et de unaquaque reliquarum libre $\frac{2\ 22\ 2\ 8}{5\ 103\ 25\ 12}3$: possumus etiam per inuentionem portionis prime monete inuenire portionem reliquarum in hunc modum: extrahe 4, que sunt super 5 de 5, remanet 1; quod cum sit indiuisibile per 2, extrahe ipsa 4 de duplicato quinario, remanent 6; quorum dimidium, scilicet 3, pone super 5 alterius uirge, sub qua sint $\frac{}{5\ 103\ 25\ 12}$; et pro duplicato quinario serua 2; que adde cum 57, que sunt super 103, erunt 59; que extrahe de 103, remanent 44; quorum dimidium, scilicet 22, pone super 103, et serua 1; cum semel expleatur 103. Ex additis 59 cum 44, quod 1 adde cum 4, que sunt super 25, erunt denarii ponderis 5; quos extrahe de denariis, qui sunt in summa dicti consolaminis, remanent 4; quorum dimidium, scilicet 2, pone super 25; et extrahe 11, que sunt super 12 de 12, remanet | ; quod adde cum unceis 5, que sunt in summa consolaminis, erunt 6; quorum

fol. 65 *recto*.

dimidium, scilicet 3, pone super 12, et serua 1; quod adde cum libris 9, que sunt extra uirgam, erunt 10; quas extrahe de libris 16, remanent libre 6; quorum dimidium, scilicet libras 3, pone ante uirgam, et habebis similiter $\frac{2\ 2\ 2\ 2\ 2}{5\ 10\ 2\ 23\ 12}3$. Et nota, quia cum ita fecimus, tunc accepimus dimidium differentie, que est a libris $\frac{1\ 37\ 4\ 11}{2\ 102\ 23\ 12}9$ usque in summa consolaminis, scilicet in libris $\frac{2\ 5}{23\ 12}$ 16: potes etiam secundum suprascriptum modum mittere de duabus maioribus monetis inequaliter, et proportionaliter in quacumque uolueris proportione.

De quattuor monetis per modum consolationum.

Item habeo monetam ad uncias 2, et ad 3, et ad 6, et ad 7, ex quibus uolo facere monetam ad 4: secundum quidem priorem modum fac de duabus minoribus monetis unam, et de duabus maioribus aliam, addendo eas equaliter, uel proportionaliter; et operare postea ordine suprascripto. Et si per modum consolationum facere uis, fac ex una de minoribus, et ex alia de maioribus unam consolationem, et de reliquis duabus fac aliam: faciamus ergo de ea, que est ad 2, et de ea, que est ad 7, unam consolationem; et erunt in summa ipsius libre 5, scilicet libre 3 de ea, que est ad 2; et libre 2 ex ea, que est ad 7. Similiter de reliquis fac consolationem aliam; et erunt in summa ipsius libre 3, scilicet libre 2 et ex ea, que est ad 3; et una ex ea, que est ad 6; et sic sunt consolate libre 8 ad uncias 4: quam summam si uis in aliam reducere, ut dicamus in 19, multiplica 19 per unumquemque de predictis numeris, et diuide unamquamque multiplicationem per 8, exibunt de moneta, que est ad 2, libre $\frac{1}{8}$ 7; et de ea, que est ad 3, libre $\frac{3}{4}$ 4; et de ea, que est ad 6, libre $\frac{3}{8}$ 2; et de ea, que est ad 7, libre $\frac{3}{4}$ 4. Sed si hoc sine fractione librarum habere uis, mittes primam consolationem bis, et secundam ter; et habebis de moneta, que est ad 2, libras 6; et de ea, que est ad 7, libras 4; et de ea, que est ad 3, libras 6; et de ea, que est ad 6, libras 3; et sic erunt consolate libre 19. Nam si tantum libras 12 consolare uis sine aliqua fractione; cum per has consolationes hoc non facere possis, muta consolationes; scilicet de moneta, que est ad 2, et de ea, que est ad 6, fac tertiam consolationem; et erunt in summa libre 2, scilicet libra 1 de qualibet ipsarum; et de reliquis duabus fac quartam; et erunt in summa ipsius libre 4, scilicet libre 3; et ex ea, que est ad 3; et libra 1 ex ea, que est ad 7: deinde in prescriptis libris 12 cadent semel prima consolatio, et secunda, et quarta; et sic erunt de moneta, que est ad 2, libre 3; et de ea, que est ad 3 libre 5; et de ea, que est ad 6 libra 1; et de ea, que est ad 7 libre 3; uel in ipsis libris 12 pones bis tertiam consolationem, et quartam; et sic erunt libre 16 de ea, que est ad 3, et libre 2 de unaquaque reliquarum; et sic per hunc modum possumus diuersas summas librarum integraliter consolare.

« secundum .... de ea, que est » (fol. 65 *recto*, lin. 8-24; pag. 155, lin. 10-32).

prima	2		3
	7		2
		4	
secunda	1		2
	6		3
		4	
tertia	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
	6		2
		4	
quarta	1		3
	7		3
		4	

De quattuor monetis quando minores tres sunt, et altera maior de moneta fienda.

Et si ex quattuor monetis tres essent ab una parte consolaminis, scilicet quod sint maiores, uel minores de moneta fienda: ut si dicatur: habeo monetam ad uncias 3, et ad 4, et ad 5, et ad 7; ex quibus uolo facere monetam ad 6: si per modum consolationum procedere uis, fac ex unaquaque trium minorum monetarum cum maiore, scilicet cum ea, que est ad 7, unam consolationem; et erunt in summa prime consolationis libre 4, scilicet libra 1 ex ea, que est ad 3; et libre 3 ex ea, que est ad 7. Item in summa secunde consolationis erunt libre 3, scilicet libra 1 ex ea, que est ad 4; et libre 2 ex

« ad 7 .... sunt in » (fol. 65 *recto*, lin. 25-39; pag. 155, lin. 32 — pag. 156, lin. 10).

		111	
	7	543	
	6		
prima	3		1
	7		3
		6	
secunda	2		1
	7		4
		6	
tertia	1		1
	7		5
		6	

ea, que est ad 7. Similiter in summa tertie consolationis erunt libre 2, scilicet libra 1 ex ea, que est ad 5; et libra 1 ex ea, que est ad 7. Adde ergo has tres summas trium consolationum, erunt 9 in summa totius consolaminis; ex quibus libre 6 sunt de moneta, que est ad 7; et libra 1 est de unaquaque reliquarum trium monetarum. Et si de unaquaque minorum monetarum inequaliter mittere uis, mittes primam consolationem semel, et secundam bis, et tertiam ter; et habebis in summa prescripti consolaminis libram 1 de moneta, que est ad 3; et libras 2 de ea, que est ad 4; et libras 3 de ea, que est ad 5; et libras 10 ex ea, que est ad 7. Rursus si uis quod multiplicatio eius, quod miseris ex ea, que est ad 3, in unciis, quod miseris ex ea, que est ad 5, fiat equali multiplicationi eius, quod miseris ex ea, que est ad 4 in se; et sunt in | summa totius consolaminis libre 20: pones primam consolationem semel, et secundam bis, et tertiam quater; et habebis proportionem rei quesite; in cuius proportionis sunt libre 18; ex quibus libre 11 sunt ex ea, que est ad 7; et libre 4 ex ea, que est ad 5; et libre 2 ex ea, que est ad 4 in libra 1 ex ea, que est ad 3; et sunt libre predicte trium minorum monetarum in proportione continua; quia sicut 4 sunt ad 2, ita 2 ad 1; uel sicut 1 ad 2, ita 2 ad 4. Quare multiplicatio de 1 in 4 equatur multiplicationi de 2 in se. Vnde ut summa huius consolaminis redigatur in libris 20; in hac eadem proportione multiplica 20 ad modum societatum per 1, et per 2, et per 4, et per 11; et unamquamque multiplicationem diuide per 18, exibunt de moneta, que est ad 3, libre $\frac{1}{9}$ 1; de ea, que est ad 4, libre $\frac{2}{9}$ 2; et de ea, que est ad 5, libre $\frac{4}{9}$ 4; et de ea, que est ad 7, libre $\frac{2}{9}$ 12.

fol. 65 *verso*.

De consolamine septem monetarum.

Et si in aliquo consolamine ponantur septem monete, quarum tres sint minores, et quattuor maiores de moneta fienda; ut moneta ad 1, et ad 2, et ad 3; et moneta ad 5, et ad 6, et ad 7, et ad 8; et uis ex ipsis facere monetam ad 4; et cupis per modum consolationum procedere, facies ex eis quattuor consolationes. Cum monete, que plures sunt ab una parte, sint quattuor; tres enim ex ipsis consolationibus facies ad libitum ex tribus maioribus, et ex tribus minoribus; quartam uero facies ex maiori moneta superhabundante cum una de minoribus qualem uolueris; et summas quattuor consolationum in unum redige, et habebis summam totius consolaminis: deinde poteris procedere secundum quod dictum est superius in his, que proponi possunt in consolamine monetarum. Sed ut modus primus melius intelligatur, qualiter secundum ipsum operari debeas, indicabo. Accipe quidem libram 1 ex unaquaque minorum monetarum, et commisce eas insimul, erunt libre 3; de quibus fac monetam unam, scilicet diuide unceas argenti, que sunt in ipsis per 3, ueniet moneta ad uncias 2: serua ea, et fac ex quattuor monetis maioribus monetam aliam, commiscendo eas equaliter, sicuti fecisti minores, exibit moneta ad uncias $\frac{1}{2}$ 6, que proueniunt ex summa de 5, et 6, et 7, et 8 diuisa per 4, scilicet per numerum multitudinis maiorum monetarum. Ergo dicas: habeo monetam ad 2, et ad $\frac{1}{2}$ 6; et uolo facere monetam ad 4, hoc est habeo monetam ad 4, et ad 13; et uolo facere ad 8: extrahe quidem 4 de 8, remanent 4; et tot mittes de maioribus monetis: extrahe 8 de 13, remanent 5; et tot mittes de minoribus, scilicet tertiam partem earum de unaquaque. Sed quia 5 non diuiduntur integraliter per 3, mittes libras 5 ex unaquaque minorum monetarum, scilicet triplum tertie partis de 5; et triplicabis 4, que

* maiori ..., unaquaque * (fol. 65 *verso*, lin. 14-21; pag. 156, lin. 28 — pag. 157, lin. 2).

8765		321
	4	

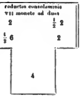
8765		321
	4	
4		5
13		4
	8	

debebant mitti ex maioribus, erunt 12; quorum quartam partem, scilicet 3 mittes de unaquaque maiorum monetarum, ut in questione ostenditur; et erunt in summa dicti consolaminis libre 27. Si uero ex eis libris aliquantas monetas consolare uolueris, facies ut superius in ceteris secundum regulam, quam in societate ostendimus.

Aliter cum ponatur inequaliter uel proportionaliter de monetis.

Item si predictarum monetarum consolamen aliter facere uolueris, ut de nulla ipsarum aliqua ponatur equalitas, sic facies: scribe questionem, ut hic ostenditur. Post hoc scribe super unamquamque monetam numeros ad libitum quales uolueris inequales; tamen tales numeros supra minores monetas adscribas, ut cum insimul iuncti fuerint, reddant aliquem sanum, et compositum numerum, ut per eum id, quod partiri debueris, leuius diuidas. Pone igitur super eas 12 in tres inequales partes diuisas, ut pote in 3, et 4, et 5, ut superius in questione posita cernis; quia duodenarius numerus 12 in monetarum consolamine necessarius, atque integer reperitur propter libram, que est uncie 12. Vnde cum aliquis librarum numeris in 12 diuiditur; que super 12 remanserint, erunt uncie. Illud uero idem, quod de minoribus monetis docuimus, fac de maioribus. Pones etiam super prefatas IIII.or maiores monetas 12 in quattuor | inequales partes diuisa, scilicet in 1, et 2, et 3, et 6, ut super ea in questione posita sunt. Post hec multiplica numerum super minorem monetam positum per ipsam minorem monetam, scilicet 3 per 1, erunt 3, que serua. Item multiplica sequentem positum numerum per sequentem monetam, scilicet 4 per 2, erunt 8, que serua. Item multiplica tertium positum numerum per tertiam minorem monetam, scilicet 5 per 3, erunt 15; que adde cum 8, et cum 3 superius seruatis, erunt uncie argenti 26. Adde itaque tres super positos numeros, uidelicet 3, et 4, et 5, erunt 12; in quibus diuide 26, exibunt uncie $\frac{1}{6}$ 2, quas habebis ab una parte consolaminis. Item positum numerum super minorem numerum maiorum monetarum multiplica per ipsam monetam, scilicet 1 per 5, erunt 5, que serua. Item multiplica sequentem positum numerum per sequentem monetam, scilicet 2 per 6, erunt 12, que serua. Item multiplica 3 per 7, erunt 21, que serua. Item multiplica posteriorem positum numerum, scilicet 6, per posteriorem maiorem monetam, scilicet per 8, erunt 48; que adde cum 5, et cum 12, et cum 21, erunt 86; que diuide per iunctionem super positorum numerorum, qui sunt super maiores monetas, scilicet per 12, exibunt uncie $\frac{1}{6}$ 7, quas habebis ab alia parte consolaminis. Post hec redige dictarum omnium 7 monetarum consolamen. Ad consolamen duarum monetarum, uidelicet ut si dicas: habeo monetam ad uncias $\frac{1}{6}$ 2, et monetam ad unceas $\frac{1}{6}$ 7; et uolo inde facere monetam ad uncias 4 a minori: itaque moneta usque in monetam, quam uis facere, scilicet a $\frac{1}{6}$ 2 usque in 4 desunt $\frac{5}{6}$ 1; et tantum mittes de maioribus monetis inequaliter, secundum proportionem numerorum positorum super ipsas; scilicet de moneta, que est ad 5, mittes unam partem ex ipsis $\frac{5}{6}$ 1; et de ea que est ad 6, mittes duas partes. Et de ea, que est ad 7, mittes tres partes; et de ea, que est ad 8, mittes sex partes: ergo addes ad modum societatum 1, et 2, et 3, et 6, erunt 12. Et multiplicabis $\frac{5}{6}$ 1 per 1, et diuides per 12, exibunt $\frac{11}{72}$; quas pone super ipsam monetam, que est ad uncias 5; quia talis portio de ipsa moneta erit ponenda in consolamine. Similiter multiplicabis singulariter 2, et 3, et 6 per $\frac{5}{6}$ 1; et diuides singulariter per 12, exibunt $\frac{22}{72}$, et $\frac{33}{72}$, et $\frac{66}{72}$; quas pone per ordinem super reliquas tres monetas, ut superius in que-

« numeros .... in quattuor » (fol. 65 *verso*, lin. 33-39; pag. 157, lin. 8-16).

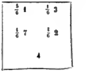


fol. 66 *recto*.

« in equales .... erunt 12 » (fol. 66 *recto*, lin. 1-18; pag. 157, lin. 16-39).



« singulariter .... monete » (fol. 66 *recto*, lin. 20 e 21-27 e 28; pag. 157, lin. 42 — pag. 158, lin. 6).



stione ostenditur. Rursum accipe differentiam, que est ad 4, usque in $\frac{1}{6}$ 7, que est $\frac{1}{6}$ 3; et habeat eam proportionem, que ponenda erit de tribus minoribus monetis in prescripto consolamine; et diuides ipsa $\frac{1}{6}$ 3 in xii^{am} partes, dando tres partes minori monete, et iiii.^{or} partes alie, et v partes tertie: et ut hoc facias, multiplica 3, que posita sunt super minorem monetam, per $\frac{1}{6}$ 3; et diuide per 12, exibunt $\frac{57}{72}$, quas pone super minorem monetam; quia talis portio erit ponenda in consolamine de ipsa minori moneta. Similiter multiplica 4, que posita sunt super monetam, que est ad uncias 2, per $\frac{1}{6}$ 3; et diuide per 12, exibunt $\frac{76}{72}$, quas pone super ipsam monetam. Iterum multiplica 5, que posita sunt super monetam, que est ad 3, per $\frac{1}{6}$ 3, exibunt $\frac{95}{72}$, quas pone super ipsam monetam, ut in questione ostenditur superius.

Et nota: quia ideo fecimus septuagesimas secundas de .vii. portionibus, que ponende sunt ex predictis 7 monetis; ut cum ipse portiones sint ex eisdem ruptis, scilicet ex septuagesimis secundis, possunt esse integre libre in eisdem numeris, hoc est quod de minori moneta mittes libras 57; cum de ea mittere debeamus $\frac{57}{72}$: et eadem ratione de moneta, que est ad uncias 2, mittes libras 76; et de ea, que est ad uncias 3, mittes libras 95; et de moneta, que est ad uncias 5, mittes libras 11; et de ea, que est ad uncias 6, mittes libras 22; et de ea, que est ad uncias 7, mittes libras 33; et de maiori moneta mittas libras 66; et sic habebis propositum. Nam si de prenominato consolamine tantum libras 30 consolare nolueris, adde prescriptas libras, quas de prescriptis monetis mittere debes, scilicet 57, et 76, et 95, et 11, et 22, et 33, et 66, erunt libre
f. 4. 66 v. o. 360; in quibus diuide multiplica|tionem de 30, quas consolare affectas in prenominatis libris 57, et in 76, et in 95, et in 11, et in 22, et in 33, et in 66; et inuenies, quod de minori moneta mittes libras 4, et uncias 9; et de ipsa, que est ad uncias duas, mittes libras 6, et uncias 4; et de ipsa, que est ad uncias 3, mittes libras 7, et uncias 11; et de moneta, que est ad uncias 5, mittes uncias 11; et de moneta, que est ad uncias 6, mittes libram 1, et uncias 10; et ex ea, que est ad 7, libras 2, et uncias 0; et ex ea, que est ad 8, libras 5, et uncias 6.

Qvidam habuit monetas ducentas quadraginta, quarum prima erat ad $\frac{1}{20}$ unius uncie argenti in libra; secunda ad $\frac{2}{20}$, scilicet ad $\frac{1}{10}$; tertia ad $\frac{3}{20}$; Quarta ad $\frac{4}{20}$, scilicet ad $\frac{1}{5}$; et sic in reliquis per ordinem semper erat $\frac{1}{20}$ plus, usque quod ultima moneta erat ad $\frac{240}{20}$, scilicet uncie 12 argenti; hoc est quod tota ipsa moneta erat argenti; ex quibus uoluit facere monetam ad uncias $\frac{1}{2}$ 2: queritur, quantum mittet ex unaquaque moneta: quamuis superius dictum sit, quod minores monete in unam partem poni debeant, et maiores in aliam; tamen qualiter aliter quandoque fieri doceat, indicabimus: quia in hoc consolamine multe monete posite sunt, summatur ex eis ad libitum per ordinem a minori, usque quod ex summa earum egrediatur moneta, que non sit minor de unciis $\frac{1}{2}$ 2. Summanturque octuaginta monete ex eis, in ultima quarum sunt $\frac{80}{20}$ unius uncie argenti; et colligatur argentum, quod est in illis 80 monetis per ordinem, scilicet iungemus uigesimn 1 prime monete, et uigesimas 2 secunde, et 3 tertie, et 4, et 5; et deinceps per ordinem usque in 80: quarum uigesimarum summa reperitur ex multiplicatione de 40 in 81, ut in prima parte duodecimi capituli demonstrabitur: multiplicatio enim de uigesimis 40 in 81, scilicet de unciis 2 in 81, faciunt uncie 162; et tantum argentum est in ipsis libris 80: quare diuisis unciis 162 in monetis 80, ueniunt

uncie $\frac{1}{40}$ 2 argenti per unamquamque libram ipsarum 80 monetarum: quas uncias $\frac{1}{40}$ 2 pone ab una parte consolaminis; et uideas quantum argentum est in reliquis centum sexaginta monetis: quod uides cum multiplicaueris 1 plus de uigesimis 240, scilicet 241 per medietatem de 240, scilicet per 120; et ex multiplicatione extrahes uncias 162 inuentas, que sunt in monetis 80 minoribus : multiplicatio de uigesimis 120, scilicet de unciis 6 in 241, faciunt uncias 1446; et tot uncie argenti sunt in moneta 240 positis: ex quibus unciis extrahe 162, remanent uncie 1284; et tantum argentum est in libris 160 maioribus : quare diuisis 1284 per 160, reddunt uncias $\frac{1}{40}$ 8; et tantum argentum uenit in libra uniuscuiusque maiorum monetarum. Quare pones $\frac{1}{40}$ 8 ab alia parte consolaminis; et $\frac{1}{2}$ 2 pones inter $\frac{1}{40}$ 2, et $\frac{1}{40}$ 8, ut in margine ostenditur. Et pone super $\frac{1}{40}$ 8 differentiam, que est a $\frac{1}{40}$2, usque in $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{19}{40}$. Et super $\frac{1}{40}$ 2 pone differentiam, que est ab $\frac{1}{40}$ 8 in $\frac{1}{2}$ 2, scilicet $\frac{21}{40}$ 5; que cum sint quadragesime 221, pone 221 super $\frac{1}{40}$ 2 : ergo de minoribus monetis mittes 221, hoc est $\frac{221}{80}$ ex unaquaque, cum ipse monete sint 80; et de maioribus monetis mittes 19, hoc est $\frac{19}{160}$ ex unaquaque, cum ipse monete sint 160 : deinde ut habeas hoc, quod de unaquaque mitti debet, in integrum redige $\frac{221}{80}$, et $\frac{19}{160}$ in eisdem partibus: dupplicatis quidem 221, faciunt 442; quibus positis super dupplicata 80, faciunt $\frac{442}{160}$: ergo de unaquaque minorum monetarum mittes 442; et de unaquaque minorum mittes 19.

• differentiam … ergo • (fol 66 verso, lin. 29-33; pag. 159, lin. 10-17)

19	221
$\frac{1}{40}$ 8	$\frac{1}{40}$ 2
$\frac{1}{2}$ 2	

• ex quibus .... demonstratum est • (fol 66 verso, lin. 36-39, pag. 159, lin. 20-25).

6	11
b.	b.
67	50.
b.	
56	

Incipit differentia septima de regulis a consolamine pertinentibus.

Qvidam minuit petia duo auri, quarum pondus erat libra una ; ex quibus uendit unum petium ad rationem libre de bizantiis 67 ; aliud uero ad rationem de bizantiis 50: habuit autem ipsam ex utroque petio bizantios 56; queritur, quantum fuit pondus uniuscuiusque petii. Cuius regula ad monetarum doctrinam redigimus. Vt si diceretur: habeo monetam ad uncias 67, et ad 50; et uolo ex eis libris monete ad 56; in qua regula sic fieri demonstratum est: | uidelicet ut differentia, que est a 50 usque in 56, hoc est 6, ponatur super 67; et differentia, que est a 56 usque in 67, scilicet 11, ponatur super 50; et addantur 6 cum 11, erunt 17; et multiplicentur 6, et 11 per 12, scilicet per quantitatem uncearum utriusque petii; et diuidantur utreque multiplicationes per 17, exibunt pro quantitate ponderis carioris petii uncie $\frac{4}{17}$ 4; et pro quantitate uilioris petii uncie $\frac{13}{17}$ 7.

fol. 67 recto.

• quantitate .... 67 et ad • (fol 67 recto, lin. 4-8; pag. 159, lin. 29-36).

$\frac{1}{11}$ 11	$\frac{10}{11}$ 5
b.	b.
67	50
$\frac{9}{11}$ 61	

Item de homine qui inuenerunt (sic) *duo petia auri.*

Si autem diceretur, quod illa duo petia ponderarent uncias 11; et uenderentur similiter pro bizantiis 56, sic erit faciendum: uidelicet, ut dicatur: cum 11 uncie ualeant bizantios 56 ; quantum ualent ergo uncie 12, scilicet libra: multiplicentur 12 per 56, erunt 672; que diuidantur per 11, exibunt bizantii $\frac{1}{11}$ 61. Modo dicatur. Habeo monetam ad uncias 67, et ad 50; et uis facere monetam ad $\frac{1}{11}$ 61; et operetur postea secundum dictam doctrinam.

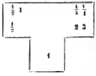
• per 13 exibunt .... 50 et 67 • (fol. 67 recto, lin. 11-15; pag. 159, lin. 39-44).

$\frac{9}{10}$ 1	$\frac{4}{10}$ 15
b.	b.
67	50
$\frac{9}{13}$ 51	

Item si petia illa ponderarent uncias 13; multiplicentur similiter 12 per 56, et diuidantur per 13, exibunt $\frac{9}{13}$ 51; et dicetur tunc: habeo monetam ad 50, et ad 67 ; et uolo facere monetam ad uncias $\frac{9}{13}$ 51; et sic de tribus, uel pluribus petiis facere potes. Tamen semper prouideas, ut pretium omnium petiorum redigatur ad eiusdem uenditionis quantitatem, sicuti in precedentibus petiis fecimus. Videlicet cum posuimus, quod illa duo petia essent uncie 11, uel 13; et redigamus eam ad quantitatem pretii unius libre; quia de libra dictum fuit, quod ualebat bizantios 50 et 67.

De homine qui emit libras 7 trium carnium per denarios 7.

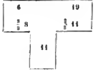
7 queritur .... $\frac{7}{8}$ unius (fol. 67 recto, lin. 18-24; pag. 160, lin. 3 e 4-12).



Qvidam emit libram carnis porcine pro denariis 3, et uaccine pro denariis 2; yrcine uero pro denario $\frac{1}{2}$; et ex illis tribus carnibus habuit libras 7 pro denariis 7; queritur, quantum de unaquaque habuit : cum pro denariis 7 habuit libras 7 carnium; ergo libra ualuit denarium 1 : ergo habeo monetam ad 3, et ad 2, et ad $\frac{1}{2}$; et uolo facere monetam ad 1: quod fiat secundum supradictam doctrinam, uidelicet ut addas 2 cum 3, erunt 5: pone differentiam, que est ab uno usque in dimidium de ipsis 5 super $\frac{1}{2}$; et differentiam, que est a $\frac{1}{2}$ usque in 1, scilicet $\frac{1}{2}$, diuide per 2, exibunt $\frac{1}{4}$, quam pone super 2; et aliam $\frac{1}{4}$ pone super 3, et adde ipsas duas quartas cum $\frac{1}{2}$ 1 suprascripta, erunt 2: et multiplica 7 per $\frac{1}{2}$ 1, erunt $\frac{1}{2}$ 16; que diuide per 2, exibunt $\frac{1}{4}$ 5; et tot libras emit de yrcina carne. Item $\frac{1}{4}$, que est posita super 2; uel ipsa, que posita est super 3, multiplica per 7, et diuide per 2, exibunt $\frac{7}{8}$ unius libre; et tot emit ex unaquaque reliquarum carnium. Nam si inequaliter de unaquaque carne in prescripta compera habere uolueris, pone ut emeret ad libitum de porcina carne libram 1 pro denariis 3, remanent libre 6 de reliquis duabus carnibus pro denariis 4; quarum unaqueque ualet $\frac{2}{3}$ unius denarii. Quare dicas: habeo monetam ad 2 et ad $\frac{1}{2}$; et uolo facere libras 6 monete ad $\frac{2}{3}$: quam si per premissum magisterium facere sciueris, inuenies, quod de bouina carne emit $\frac{2}{3}$ unius libre pro denariis $\frac{1}{3}$ 1; et de yrcina libras $\frac{1}{3}$ 5 pro denariis $\frac{2}{3}$ 2; et sic habet libras 7 carnium pro denariis 7, ut quesitum est.

De muliere mercatrice que emit mala et pira.

denario 1 .... adiunctionem (fol. 67 recto, lin. 32-37; pag. 160, lin. 22-28).

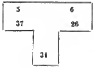


Item mulier mercatris emit mala 7 pro denario 1; et uendidit 6 pro denario 1; et emit pira 8 pro denario 1; et uendidit 9, et inuestiuit denarios 16; et lucrata fuit denarium 1; queritur quot inuestiuit in malis, et quot in piris: sic faciendum est, ut ponatur, ut illa inuestiret in malis illos denarios 10, scilicet ut multiplica 7 per 10, erunt mala 76; quos cum uenderet sex pro 1 denario, diuide ea per 6, exibunt denarii $\frac{2}{3}$ 11: similiter facies de piris, quod pones ut inuestiret in eis denarios 10; et uidebis quot inde habueris de pira : multiplicabis igitur 8 per 16, et diuide per 9, exibunt denarii $\frac{8}{9}$ 8; et dicas: habeo monetam ad $\frac{2}{3}$ 11, et ad $\frac{8}{9}$ 8; et uolueris facere ad 11, hoc est adiunctionem lucri, et capitalis, pone super $\frac{2}{3}$ 11, secundum suprascriptam doctrinam, differentiam, que est a $\frac{8}{9}$ 8 in 11, scilicet nonas 19. Et econtra pone super $\frac{8}{9}$ 8 differentiam, que est inter 11, et in $\frac{2}{3}$ 11, scilicet $\frac{2}{3}$ | 6, et adde 6 cum 19, erunt 25; et multiplica 10 per 19, et diuide per 25, exibunt denarii $\frac{3}{5}$ 7; et tot inuestiuit in piris.

fol. 67 verso.

De laboratore laborante in quodam opere.

erat .... doctrinam (fol. 67 verso, lin. 4-9; pag. 160, lin. 35-42).



Qvidam erat recepturus in mense causa sui laboris bizantios 7; et si aliquo tempore a labore cessaret, erat redditurus ad rationem mensis bizantios 4: stetit per mensem, ex quo quandoque laborauit, quandoque non; sic quod habuit de eo, quod laborauit, bizantium 1, discomputato eo, quod non laborauit. Queritur quantum laborauit, et quantum non ex ipso mense: sic facies. Addes dies mensis, qui sunt 30, cum bizantiis 7, quos lucrabatur, erunt 37; et de ipsis 30 tolle 4, quos erat redditurus, si non laboraret, remanent 26. Item cum 30 adde lucrum quod fecit, scilicet 1, erunt 31; et dicas: habeo monetam ad 26 et ad 37; et nolo facere ex eis libras 36, scilicet pro diebus mensis, qui sunt 30 ad 31: quod faciendum est per supradictam doctrinam, uidelicet ut differentia, que est a 37 usque in 31, scilicet 6, pones super 26; et differentia, que est a

26 usque in 31, scilicet 5, ponas super 37: ergo euidenter apparet, quod quinque partes illius mensis laborauit, et sex partes a labore cessauit. Vnde diuidendi sunt dies mensis, scilicet 30, in his partibus secundum modum societatum, hoc est ut addes 5 cum 6, erunt 11; in quibus diuides multiplicationem de 5 in 30, exibunt dies $\frac{7}{11}$ 13; et tot diebus laborauit homo ille: similiter multiplicabis 6 per 30, et diuides per 11, exibunt dies $\frac{4}{11}$ 16, in quibus non laborauit memoratus homo.

Diuisi 20 in duas partes, et accepi $\frac{1}{3}$ unius, et $\frac{1}{8}$ alterius, et addidi super 20; et de concreta summa extraxi quinta, et remanserunt 20; quia de quacumque summa extrahitur $\frac{1}{5}$ eius, remanent $\frac{4}{5}$ eiusdem: ergo $\frac{4}{5}$ concrete summe sunt 20: et quia $\frac{1}{5}$ cuiusuis summe est qnarta de $\frac{4}{5}$ eiusdem; ergo $\frac{1}{5}$ concrete summe est $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{5}$: que $\frac{1}{4}$ fuit $\frac{1}{3}$ prime partis, et $\frac{1}{8}$ secunde: hoc itaque intellecto, pone 20 esse diuisa in 20 et in 0; quare si acceperis $\frac{1}{3}$ prime partis, et $\frac{1}{8}$ secunde, ueniet utique $\frac{1}{3}$ de 20 tantummodo. Rursns si acceperis $\frac{1}{8}$ secunde partis, scilicet de 0, et $\frac{1}{3}$ prime, ueniet $\frac{1}{8}$ de 20: sed cum acceperis $\frac{1}{3}$ unius ex quesitis duabus partibus, et $\frac{1}{8}$ alterius, prouenit $\frac{1}{4}$ de 20: ergo habeo monetam ad $\frac{1}{3}$ de 20, et ad $\frac{1}{8}$ de 20; et uolo facere monetam ad $\frac{1}{4}$ de 20; que cum sint partes unius, et eiusdem numeri, scilicet de 20, indifferenter possumns dicere: habeo monetam ad $\frac{1}{3}$, et ad $\frac{1}{8}$; et uolo facere monetam ad $\frac{1}{4}$, hoc est: habeo monetam ad 8, et ad 3; et uolo facere libras 20 ad 6 per mutata differentias (*sic*); et innenies primam partem esse $\frac{3}{5}$ de 20, scilicet 12; secundam $\frac{2}{5}$, scilicet 8. Et si proponatur remanere 19; cum de concreta summa extrahitur $\frac{1}{5}$, adde super 19 quartam eorum, erunt $\frac{3}{4}$ 23, que sunt summa concreta: de quibus extrahe 20, remanent $\frac{3}{4}$ 3; que denomina a 20, scilicet diuide ea per 20, exibunt $\frac{3}{16}$; et sic habes monetam ad $\frac{1}{3}$, et ad $\frac{1}{8}$; et uis facere libras 20 ad $\frac{3}{16}$, hoc est: habeo monetam ad 16, et ad 6; et uolo facere libras 20 ad 9: permutatis quidem differentiis, inuenies primam partem esse $\frac{3}{10}$ de 20, scilicet 6; secundam $\frac{7}{10}$, scilicet 14.

Item diuisi 20 in tres partes, et super ea addidi $\frac{1}{6}$ prime partis, et $\frac{1}{7}$ secunde, et $\frac{1}{8}$ tertie; et de concreta summa extraxi sextam eius, et remanserunt 20: supradictis itaque demonstrationibus inuenitur, qnod $\frac{1}{6}$ concrete summe est $\frac{1}{5}$ de $\frac{5}{6}$ eiusdem, scilicet de 20: ergo habeo monetam ad $\frac{1}{6}$, et ad $\frac{1}{7}$, et ad $\frac{1}{8}$; et uis facere monetam ad $\frac{1}{5}$: posita questione, poteris per predictam doctrinam inueuire prescriptas partes; et erit secunda pars cum tertia in quacumque uolueris proportione.

De homine qui emit modia 90 quinque bladarum.

Qvidam emit constantinopolim modia 90 inter frumentum, et milium, et fabas, et ordeum, et lenticulas pro bizantiis $\frac{1}{4}$ 21. Ea uidelicet ratione, quod modia centum frumenti uendebantur pro bizantiis 29; ordei uero pro bizantiis 25; Milii autem pro bizantiis 22; fabarum namque bizantiis 18. Et lenticulas bizantiis 16. Queritur quantnm emit de unaquaque blada; sic facies. Vide quantum ualeant modia 100 commixtarum | bladarum cum modiis 90 ex eis: ualeant bizantios $\frac{1}{4}$ 21. Vt hoc scias; multiplica modia 100 per bizantios $\frac{1}{4}$ 21, et diuide per 90, exibunt bizantii $\frac{11}{18}$ 23 pro pretio centum modiorum. Vnde ut redigatur hec questio ad monetarum consolamen, dicendum est: habeo monetam ad uncias 29, et ad 25, et ad 22, et ad 18, et ad 16; et ex eis uolo facere monetam ad uncias $\frac{11}{18}$ 23, et consolare ex eis libras 90: quare describe questionem in hunc modum, et adde insimul pretium de carioribus bladis, scilicet bizantios 29 cum

fol. 68 recto.

« concrete ... dicere » (fol. 67 verso, lin. 18-23; pag. 161, lin. 9-17).

7		3
6		9
	9	

« habeo .... scilicet 14 » (fol. 67 verso, lin. 24-30; pag. 161, lin. 17-23).

2		3
3		8
	6	
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{5}$	

• Bladarum .... bladarum » (fol. 68 recto, lin. 1-20; pag. 161, lin. 37 e 38 — pag. 162, lin. 20).

267	$\frac{17}{36}2$	29	Moneta	$\frac{7}{10}26$
267	$\frac{17}{36}2$	25	Moneta	$\frac{7}{10}26$
		$\frac{11}{18}23$		
122	$\frac{7}{54}1$	22	Moneta	$\frac{2}{10}12$
122	$\frac{7}{54}1$	18	Moneta	$\frac{2}{10}12$
122	$\frac{7}{54}1$	16	Moneta	$\frac{2}{10}12$

bizantiis 25, erunt 54: et quia duas bladas insimul iunxisti, diuide 54 per 2, exibunt 27; de quibus extrahe bizantios $\frac{11}{18}23$, remanent bizantii $\frac{7}{18}3$; qui numerus est proportio trium milium bladarum: quare diuides $\frac{7}{18}3$ per ipsas tres bladas, exibit $\frac{7}{54}1$; que pone super bizantios 22, et super 18, et super 16, ut in descriptione ostenditur; et adde insimul pretium aliarum trium bladarum, scilicet 22, et 18, et 18, erunt 56; que diuide per 3, exibunt $\frac{2}{3}18$: a quibus usque in $\frac{11}{18}23$ desunt $\frac{17}{18}4$, qui sunt proportio cariorum bladarum: quare diuide $\frac{17}{18}4$ per 2, exibunt $\frac{17}{36}2$; que pone super 29, et super 25: quibus ita descriptis, redigitur hec questio ad societatum questiones; uidelicet quod unus misit $\frac{17}{36}2$, et alter totidem, et tertius $\frac{7}{54}1$, et quartus, et quintus totidem; et lucrati sunt modia 90. Vnde oportet, ut facias de unoquoque numero centesimas octauas; quia in 108 reperiuntur predicti rupti: et describe unumquemque ipsorum super suum numerum; et sic habebis 267 super 29, et super 25, et 122 super 22, et super 18, et super 16: quibus insimul additis, scilicet 267, et 267, et 122, et 22, et 122, erunt 900; in quorum regula diuide multiplicationem de modiis 90 in unumquemque prescriptorum numerorum. Vel quia 90 sunt $\frac{1}{10}$ de 900, accipe $\frac{1}{10}$ de suprascriptis numeris, exibunt de frumento modia $\frac{7}{10}26$ pro bizantiis $\frac{3}{10}\frac{4}{10}\frac{7}{10}7$; et de ordeo modia $\frac{7}{10}26$ pro bizantiis $\frac{3}{10}\frac{7}{10}\frac{3}{10}6$; et de milio modia $\frac{2}{10}12$ pro bizantiis $\frac{4}{10}\frac{3}{10}\frac{6}{10}2$; et de fabis modia $\frac{2}{10}12$ pro bizantiis $\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{4}{10}2$; et de lenticulis modia $\frac{2}{10}12$ pro bizantiis $\frac{3}{10}\frac{5}{10}\frac{9}{10}1$.

Aliter de emptione bladarum.

• 60 ad consolandum .... in $\frac{2}{5}$ 28 scilicet » (fol. 68 recto, lin. 28-35; pag. 162, lin. 29-36).

22		29
	$\frac{2}{5}28$	

Uerum si inequaliter de unaquaque predictarum bladarum se habuisse proposueris; aliter quam superius in inequalitate monetarum diximus, hoc dicere uolumus: ut tripliciter similes questiones soluere ualeas, pone ut emisset ex una ipsarum quantum uis. Nam ut magis ueniat expeditum, pone ut emisset ex ea, que ualet bizantios 25, modia 5: ideo quia ipsa modia 5 ualent bizantios $\frac{1}{4}1$; que modia 5 extrahe de 90, remanent modia 85; et $\frac{1}{4}1$ extrahe de $\frac{1}{4}21$, remanent bizantii 20. Modo restant consolare nobis modia 85 pro bizantiis 20 inter reliquas quattuor bladas. Vnde ad libitum pones, ut ex ea, que ualent bizantios 16, emisset modia 25, que ualent bizantios 4; remanet modia 60 ad consolandum pro bizantiis 16 cum reliquis tribus bladis. Iterum summes ad libitum, ut emisset modia 10 de ea, que ualet centenarium bizantios 18; que modia 10 ualent bizantios $\frac{4}{5}1$: unde discomputatis modiis 10 de 60, et bizantiis $\frac{4}{5}1$ de 16, remanent modia 50 ad consolandum pro bizantiis $\frac{1}{5}14$ inter ipsam; cuius centenarium ualet bizantios 22, et eam, que ualet bizantios 29: quare dicendum est: si modia 56 duarum commixtarum bladarum ualent bizantios $\frac{1}{5}14$; quantum ualent modia 100. Multiplicabis siquidem 100 per $\frac{1}{5}14$, et diuides per 50, hoc est duplicabis ea, exibunt bizantii $\frac{2}{5}28$: dices itaque: habeo monetam ad 29, et ad 22; et uolo ex eis facere libras 50 monete ad $\frac{2}{5}28$: descripto siquidem prescripto consolamine, ut superius edocetur, accipe differentiam, que est a 22 usque in $\frac{2}{5}28$, scilicet $\frac{2}{5}6$; et scribe ea super 29; et a $\frac{2}{5}28$ usque in 29 desunt $\frac{3}{5}$, quas pone super 22, et fac societatem de $\frac{2}{5}6$, et de $\frac{3}{5}$, qui faciunt 7: in quibus diuide multiplicationem de $\frac{2}{5}6$ in 50, exibunt modia $\frac{5}{7}45$; et tantum emit de illa de 29: et iterum diuides in eadem 7 multiplicationem de $\frac{3}{5}$ in 50, exibunt modia $\frac{2}{7}4$; et tantum emit de illa, que ualent bizantios 22.

Aliter de eisdem bradis. (sic) |

Uerum si proposuerit, se emisse ex illa de 29 tantum quantum emit; et de illa de 25 quartam partem ipsius; et de illa de 22 tantum quantum emit; et de ipsa de 18 quartam partem ex eadem 22 ; et de illa de 16 quantum ex ipsa de 18 ; et sic habuit, prescriptis conditionibus, ex ipsis quinque bladis modia 96 pro bizantiis $\frac{1}{4}$ 21; sic est faciendum: ut describatur questio, sicut inferius cernitur: et quia de ipsa de 25 emit quartam partem de ipsa de 29; ergo quater tantum emit de ipsa de 29, quam ex ipsa de 25. Vnde ponenda sunt 4 super 29, et 1 super 25; et multiplicanda 4 per 29, erunt 116; et 1 per 25, erunt 25; que iunge cum 116, erunt 141; que diuide per iunctionem de 4 cum 1, scilicet per 5, exibunt bizantii $\frac{1}{5}$ 28; et tantum ualuit centum modiorum illarum predictarum bladarum ita uidelicet commixtarum. Item eadem rationem (*sic*) quia cum de ipsa de 22 emerit quantum emit; et ex ipsa de 18 quartam partem ipsius; et ex ipsa de 16 quintam, quam ex ipsa de 18; querendum est de $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$, in quali reperiantur numero: scilicet in 20, que describantur super 22; et accipias quartam partem ipsorum, que est 5; et describas ea super 18; et iterum accipias $\frac{1}{5}$ ipsorum, que est 1; et ponas eum super 16: et multiplica 20 per 22, erunt 440; et 5 per 18, erunt 90; et uunm per 16, erunt 16; que adde cum 90, et cum 440, erunt 546; que diuide per iunctionem de 20 cum 5, et cum 1, scilicet per 26, exibunt 21; et tantum ualet centum illarum trium reliquarum bladarum in dicta proportione commixtarum. Quapropter ut redigatur hec questio ad monetarum consolamen dices : habeo monetam ad $\frac{1}{5}$ 28, et ad 21; et uolo inde facere libras 90 monete ad uncias $\frac{1\ 5}{2\ 9}$ 23 : quod consolamen, si magistraliter secundum artem facere cupis; descripto ipso consolamine, multiplica 28 per 5, et addes 1, erunt 141; que multiplica per 9, et per 2, que sunt sub uirgula de 23, erunt 2538, que pone super 28. Item multiplica 21 per 2, et per 9 de uirgula de 23, et per 5 de uirgula de 28, erunt 1890, que pone super 21. Item multiplica 23 per 9, et adde 5; que per 2, et adde 1, erunt 425; que per 5, que sunt sub uirgula, que est cum 28, erunt 2125, que pone super $\frac{1\ 5}{2\ 9}$ 23; et iterum dices: habeo monetam ad 2538, et ad 1890; et uolo facere inde libras 90 ad uncias 2125: unde differentia, que est a 1890 usque in 2125, scilicet 235, ponenda est super $\frac{1}{5}$ 28; et differentia, que est a 2125 usque in 2538, scilicet 413, ponenda est super 21, ut est inferius. Iunge siquidem 413 cum 235, erunt 648; in quorum regula, que est $\frac{1\ 0\ 0}{8\ 9\ 9}$, que diuidenda esset multiplicatio de modiis 90 supradictis in 235; et summa que exiret esset summa duarum illarum modiorum bladarum superius coniunctarum, scilicet de 29, et 25 : sed ut diuidatur pars unius ab altera, multiplica prescriptam multiplicationem, scilicet de 235 in 90, per 4, que sunt super 29 in descriptione; et diuide per coniunctionem eiusdem 4 cum 1, quod positum est super 25, idest per 5, et prescriptam uirgulam, scilicet per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{4\ 9\ 9\ 10}$. Nam cum euidentissime uidetur, regulam de 90 in prescripta uirgula esse idem $\frac{1\ 0}{9\ 10}$, non oportet multiplicare 235 per 90; sed relinques laborem multiplicationis, ut iterum relinquas laborem diuisionis eorundem 90; et remanebunt tantum 235 per 4 multiplicanda. Et per $\frac{1\ 0}{4\ 9}$ diuidenda: de quibus etiam, si euitaueris $\frac{4}{4}$, remanebunt 235 diuidenda per 9, exibunt modia $\frac{1}{9}$ 26; et tantum emit de ipsa de 29. Item eodem modo et ordine multiplica 235 per 1, quod est super 25, erunt 235 ; que diuide similiter per $\frac{1\ 0}{4\ 9}$, exibunt $\frac{2\ 4}{4\ 9}$ 6; et tantum emit de ipsa de 25. Rursum ut haberetur quantitas reliquarum trium

fol. 68 verso.

* in dicta .... ab altera * (fol. 68 verso, lin. 12, 14-25; pag. 163, lin. 19-34).

differentia		differentia
413		235
1890		2538
21		$\frac{1}{5}$ 28
	2125	
	$\frac{1\ 5}{2\ 9}$ 23	

bladarum insimul coniunctarum, multiplicanda essent 413 in modia 90, et in $\frac{100}{899}$ diuidenda : sed ut separentur ad inuicem, multiplicanda est illa multiplicatio, scilicet de 413 in 90 per 20, que posita sunt super 22; et diuidenda per eandem regulam, scilicet per $\frac{100}{899}$, et per 26, que sunt summa eorundem 20 ; et de 5, que sunt super 18, et de 1, quod est super 10, optime in uirgula omnia coaptata sic $\frac{1\;0\;0\;0\;0}{2\;5\;2\;9\;10}$; et sic habebitur quantitas de ea, quam emerit ad rationem de 22: sed cum rursus euidentissime uidetur de prescriptis 90 erunt $\frac{1}{9}$ sub uirgula diuisionis, $\frac{1}{9}$ de 90 accipe, que est 10; et multiplica ea per | 413, erunt 4130; que multiplica iterum per medietatem de 20; ideo quia potes relinquere $\frac{1}{2}$, quod est in uirgula, erunt 41300: que diuide per $\frac{1\;3\;0}{9\;9\;13}$ tantum, exibunt modia $\frac{4\;3\;4}{9\;9\;10}$ 44; et tantum emit de illa de 22. Iterum ut habeas illud quod emit de 18, multiplica 413 per 5, scilicet per octauam decimam partem de 90; ideo quia possibile est relinquere de dicta diuisione, scilicet de $\frac{1\;0\;3\;0}{2\;5\;9\;13}$ regulam de 18 , que est $\frac{1\;0}{2\;9}$; qua extracta de uirgula , remanebit ut diuidatur tantum in $\frac{1\;3\;0}{9\;9\;13}$ multiplicatio 413 in 5, et adhuc in alia 5, que sunt posita super 18; que tota multiplicatio est 10325: que diuide per $\frac{1\;0\;0}{9\;9\;13}$, exibunt modia $\frac{3\;8\;0}{9\;9\;13}$ 11; et tantum emit de ipsa de 18. Item ut habeatur quantitas de ea, que emit de 16: multiplica 413 per 5, scilicet per octauam decimam de 90, erunt 2065; que multiplica per 1, que est per 16, erunt similiter 2065; que diuide per $\frac{1\;3\;3}{9\;9\;13}$, exibunt modia $\frac{1\;6\;2}{9\;9\;13}$ 2; et tantum emit de illa de 10, ut in descriptione ostenditur.

fol. 69 recto.

• 413 erunt .... misit de • (fol. 69 recto, lin. 1-13; pag. 164, lin. 8-24).

1.	5.	20.	1.	4
16.	18.	22.	25.	29.
$\frac{1\;6\;8}{8\;9\;13}$ 2.	$\frac{8\;8\;0}{8\;9\;13}$ 11.	$\frac{4\;5\;8}{8\;9\;13}$ 44.	$\frac{58}{10}$ 6.	$\frac{1}{10}$ 26

De Campana ex quinque metallis.

Qvidam uolens facere campanam de quinque metallis , ex quibus cantare unius ualet libras 16; Alterius uero libras 18; Alterius namque libras 20; Alterius uero libras 27; Alterius libras siquidem 31 : fecit itaque ex eis campanam, que ponderat rotulos 775, que constitit libris $\frac{2}{4}$ 102 : queritur quantum misit de unoquoque metallo : que omnia facere potes per predictam regulam bladarum. Sed ut clarius intelligantur, uideamus cum rotuli : 775 commixtorum metallorum, ualent libras $\frac{2}{4}$ 102 ; quid naleant Rotuli 100, scilicet cantare; quod sic uidendum est: ut multiplices $\frac{2}{4}$ 162 per 100, erunt 10275; que diuide per regulam de 775, que est $\frac{10\;\;0}{35\;\;31}$, exibunt 21. Vnde dicendum est, ut redigatur hec questio ad monetarum consolamen: habeo monetam ad 31, et ad 27, et ad 20, et ad 18, et ad 16; et uolo ex eis facere libras 775 monete ad libras 21 : quod consolamen, si omnium demonstrationum similium non immemor extiteris, inuenies, quod misit in prescripta campana ex eodem 10 rotulos $\frac{2\;\;9}{8\;\;11}$ 187 pro libris 30, et denarios $\frac{9}{11}$ 14; et ex eodem 18 rotulos $\frac{2\;\;9}{8\;\;11}$ 187 pro libris 33, et soldis 16, et denariis $\frac{4}{11}$ 4 ; et ex eodem 20 rotulos $\frac{2\;\;9}{8\;\;11}$ 187 pro libris 37, et soldis 2, et denariis $\frac{2}{11}$ 6; et ex eodem 27 Rotulos $\frac{4\;\;7}{8\;\;11}$ 105 pro libris 28, et soldis 10, et denariis $\frac{9}{11}$ 8; et ex eodem 31 Rotulos $\frac{4\;\;7}{8\;\;11}$ 105 pro libris 32, et soldis 15, et denariis $\frac{0}{11}$ 2. Et si inequaliter in prescripta campana de unoquoque metallo mittere uolueris, facies secundum quod in emptione modiorum 90 quinque bladarum superius demonstrauimus. Sed si in integris Rotulis hec omnia habere uis, operare per modum consolationum ; et habebis de uiliori metallo Rotulos 60; de secundo 155; de tertio 400; de quarto 125; de cariori 40: et hec etiam possunt uariari per consolationes cum diuersis integris numeris; et est pretium primi metalli libre 9, et soldi 12; secundi libre 27; tertii libre 80; quarti libre 33, et soldi 15; carioris libre 12, et soldi 8.

• unoquoque .... denariis 30 • (fol. 69 recto, lin. 14-29; pag. 164, lin. 24 — pag 165, lin. 1).

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
16	18	20	27	31
		21		
$\frac{2\;\;9}{8\;\;11}$ 187	$\frac{2\;\;9}{8\;\;11}$ 187	$\frac{2\;\;9}{8\;\;11}$ 187	$\frac{4\;\;7}{8\;\;11}$ 105	$\frac{4\;\;7}{8\;\;11}$ 105

De homine qui emit aues triginta trium generum pro denariis 30.

Qvidam emit aues 30 pro denariis 30. In quibus fuerunt perdices, columbe, et passeres: perdices uero emit denariis 3; columba denariis 2, et passeres 2 pro denario 1, scilicet passer 1 pro denariis $\frac{1}{2}$. Queritur quot aues emit de unoquoque genere: diuide denarios 30 per aues 30, exibit denarius 1. Dic ergo: habeo monetam ad $\frac{1}{2}$, et ad 2, et ad 3; et uolo facere monetam ad 1. In similibus enim questionibus procedendum est per modum consolationum, ut habeamus integros numeros auium. Quare ut species uiliorum auium equetur spetiebus cariorum multitudinem dicas: habeo monetam ad $\frac{1}{2}$, et ad $\frac{1}{2}$, et ad 2, et ad 3; et uolo facere monetam ad 1, hoc est: habeo monetam ad 1, et ad 1, et ad 4, et ad 6; et uolo facere monetam ad 2: fac ex passeribus, et perdicibus primam consolationem; et erunt aues 5 pro denariis 5, scilicet passeres 4, et perdix 1; et de passeribus, et columbis fac secundam; et habebis 3 pro denariis 3, scilicet passeres 2, et columba 1: deinde ut habeas aues 30 consolatas, mittes primam consolationem ter, in quibus erunt passeres 12, et perdices 3; et remanebunt | aues 15 consolate; pro quibus mittes secundam consolationem quinquies, et habebis passeres 10, et columbas 5; et sic in predictis auibus 30 erunt passeres 22, et columbe 5, et perdices 3, ut in questione ostenditur. Et scias quia de suprascriptis potes habere aues sanas quantas uolueris pro totidem denariis ultra 15; sed infra 15 non possunt haberi aues, nisi 13, et 11, et 8. Nam in auibus 13 cadit prima consolatio bis, et secunda semel; et in auibus 11 cadit secunda consolatio bis, et prima semel; et in auibus 8 cadit unaqueque consolatio semel.

De eodem.

Rvrsus perdix ualeat denarios 2; et columbe 2 dentur pro denario 1; et passeres 4 pro denario 1; et uolo aues 12 pro denariis 12: ergo habes monetam ad $\frac{1}{4}$, et ad $\frac{1}{2}$, et ad 2; et nolo facere monetam ad 1: fac de perdicibus et passeribus consolationem primam; et erunt aues 7 pro denariis 7, scilicet passeres 4, et perdices 3: et de perdicibus, et columbis fac secundam; et erunt aues 3 pro denariis 3, scilicet columbe 2, et perdix 1. Et quia cum ipsis duabus consolationibus non possumus aues 12 in integrum pro denariis 12 consolare, consolabimus cum eis aues 24, scilicet duplum de auibus 12, in quibus cadit prima consolatio ter, et secunda semel. Quare ex ipsis auibus 24 erunt perdices 10, et columbe 2, et passeres 12: qui numeri, cum sint pares, possunt integraliter dimidiare. Quare dimidia eos, et habebis perdices 5, et columbam 1, et passeres 6, hoc est aues 12 pro denariis 12. Et si proponeretur, quod columba ualeat tantum denarium 1, tunc non indigeres nisi primam consolationem, in qua sunt perdices 3, et passares 4 pro denariis 7. Residue aues 5 erunt columbe: et si ex ipsis uis consolare aues 100 pro denariis 100, potes mittere primam consolationem quotiens nolueris, donec 100 excedant summam consolationum; et que de 100 remanserint, erunt columbe.

De eodem cum genera auium sint quattuor.

Item perdix ualeat denarios 3, columba 2, turtur denarium $\frac{1}{2}$, passer denarium $\frac{1}{4}$; et uolo ex eis aues 30 pro denariis 30: fac primam consolationem ex perdicibus, et passeribus; et habebis aues 11, scilicet perdices 3, et passeres 8: et in secunda consolatione erunt turtures 2, et columba 1, hoc est aues 3. Et quia ex his duabus consolationibus non possunt aues 30 consolari; cum extracta prima consolatione de 30 semel,

« Qvidam .... remanebunt » (fol. 69 *recto*, lin. 30-39; pag. 165, lin. 2-14).

3	5	2	2
perd.	*columba.*	*pass.*	*passeres*
6	4	1	1
	2		

perdix 3		12
Consolatio prima		
1	4	
6	1	
	2	

fol. 69 *verso*.

« consolatio .... duodecimum » (fol. 69 *verso*, lin. 5 e 6-39; pag. 165, lin. 21 — pag. 166, lin. 19).

Columbe 6	*passeres* 10	
Consolatio secunda		
1	2	
4	1	
	2	

2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	1	

perdix 3	*passer* 4
consolatio prima	
2	$\frac{1}{4}$
1	

Secunda perdices	*columbe*
1	2
2	$\frac{1}{2}$
1	

perdix	*columba*	*turtur*	*passer*
7	1	6	16
3	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	1		

perdix 3	8
consolatio prima	
3	$\frac{1}{4}$
1	

columba 1	*turtures*
secunda	2
2	$\frac{1}{2}$
1	

Columbe	*passeres*
2	4
2	$\frac{1}{4}$
tertia	
1	

Consolatio quarta	*perdix*	*turtures*
	1	4
	3	$\frac{1}{2}$
	1	

et bis, non remaneat numcrus diuisibilis per 3, scilicet per summam secunde consolationis. Ideo oportet mutare consolationes: fiat itaque consolatio tertia ex columbis, et passeribus; et habebis aues 7, scilicet columbas 3, et passeres 4: remanebunt pro quarta consolatione aues 5, scilicet turtures 4, et perdix 1 : deinde in omnibus similibus questionibus debes mittere primam consolationem, et secundam uel tertiam, et quartam semel ; et tunc studeas supplere summam quesitam, secundum quod fors ceciderit cum aliqua, uel aliquibus ex ipsis. Verbi gratia : ponamus summam prime consolationis, et secunde semel, erunt aues 14; quibus extractis de 30, remanent 16 ad consolandum, in quibus cadit semel prima consolatio, et quarta, seu ter secunda consolatio, et tertia semel : ergo in ipsis 30 auibus cadit prima consolatio bis; bis et secundam, et quartam semel; et sic habebis perdices 7, et columba 1 , et turtures 6, et passeres 16. Vel mittamus semel in ipsis 30 auibus tertiam et quartam consolationem; et erunt aues 12: quibus extractis de 30, remanent aues 18, in quibus cadit semel prima consolatio et tertia , uel quarta consolatio ter, et secunda semel; et sic habebis perdices 4 , columbas 6 , turtures 4, passeres 16 : et sic possunt consolari diuersis modis; cum genera sint 4, uel plura. Et nota, cum ex aliquo genere auium ponatur auis 1 pro denario 1, tunc leuissima est questio; quia relinques ipsum genus; et de reliquis facies consolationes, quas mittes supplendo summam quesitam de genere relicto.

Incipit Capitulum duodecimum. |

fol. 70 recto.

Capitulum itaque duodecimum de questionibus abbaci in partes nouem diuidimus.

Quarum prima est de collectionibus numerorum, et quarundam aliarum similium questionum 70.

Secunda de proportionibus numerorum 71 § per regulam quarte proportionis 73.

Tertia de questionibus arborum, atque aliarum similium, quarum solutiones fiunt.

Quarta de inuentione bursarum 89.

Quinta de emptione equorum inter consocios, secundum datam proportionem 96.

Sexta de uiagiis, atque eorum questionum, que habent similitudinem uiagiorum questionibus 110.

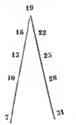
Septima de reliquis erraticis, que ad inuicem in eorum regulis uariautur 119.

Octaua de quibusdam in diuinationibus 133.

Nona de Duplicatione scacherii, et quibusdam aliis questionibus 136.

* Incipit .... et quibus * (fol. 70 recto, lin. 11-18; pag. 166, lin. 32-41).

Expliciunt partes XII^mi capituli. Incipit pars prima de collectionibus numerorum.



Cvm autem uis super aliquem datum numerum colligere numeros quotcumque ascendentes ab ipso dato numero equaliter, ut per ascensionem unitatis, uel binarii , uel ternarii, uel alterius cuiuslibet numeri, dimidium multitudinis cunctorum numerorum in collectione positorum per coniunctum extremis multiplica ; uel dimidium summe extremorum , scilicet primi et ultimi numeri, per numerum multitudinis numerorum ducas, et habebis propositum. Verbi gratia : uolo colligere super 7 numeros, qui ascendunt per ternarium ab ipso septenario usque in 31, ut 7, et 10, et 13, et deinceps usque in 31. Multitudo quidem numerorum predictorum est 9 , hoc est quod nouem numeri sunt in predicta collectione ; ex quibus unus est septenarius. Reliqui autem sunt octo, qui habentur ex tertia de 24, que remanent de 31, extractis in 7. Coniunctum itaque ex extremis, scilicet de 7, et 31, et 38: quare si multiplicaueris dimidium de

9 per 38, uel dimidium de 38 per 9, reddunt 171 pro summa collectionis nouem positorum numerorum: per hanc quidem regulam possunt inneniri collectiones subscripte; quas etiam demonstrabimus alio modo.

De eodem alio modo.

Si uis colligere aliquot numeros, qui ordinate ascendunt aut per ascensionem unitatis, incipiendo ab uno; uel per ascensionem binarii, incipiendo a 2; aut per ascensionem alicuius alterius numeri, incipiendo ab ipso, ultimum numerum per primum diuide, et exeunti ex diuisione unum adde; et quod prouenerit serua; ipsumque per dimidium ultimi numeri, uel ultimum numerum per dimidinm seruati multiplica. Verbi gratia: uolo colligere omnes numeros, qui sunt ab uno usque in 60: diuidam ergo 60 per 1, et exeunti super addam 1, erunt 61; que multiplicabo per dimidium de 60; uel 60 multiplicabo per dimidium de 61, uenient 1830 pro summa dicte collectionis. Similiter si a binario colligere uis numeros, qui ascendunt per binarium usque in 60, hoc est pares numeros, diuide 60 per 2, et super adde 1, erunt 31, que multiplica per dimidium de 60. Similiter si uis colligere a 3 usque in 60, ascendendo per ternarium, ut 3, et 6, et 9, unum plus tertia parte de 60, scilicet 21, per dimidium de 60 multiplica, erunt 630; et intelligas in reliquis similibus.

Nam si in partes numeros tantum, incipiendo ab 1 usque in alium quemlibet numerum colligere uis, potes per regulam priorem procedere. Vel quod idem est, dimidium summe extremorum in se multiplica, et habebis propositum. Verbi gratia: ut si uis colligere impares numeros, qui sunt ab 1 usque in 19; dimidium summe coniunctionis extremorum, scilicet 10, in se mnltiplica, scilicet in numerum multitudinis ipsorum numerorum. Nam inpares numeri, qui sunt ab 1 usque in 19, sunt decem; exibunt 100 pro dicta collectione. |

Si autem uis habere summam quadratorum omnium numerorum per ordinem, qui sunt a quadrato unitatis, scilicet ab uno usque in quadratum alicuius numeri, nt dicamus usque in quadratum decenarii, cuius quadratum est 100; pone 10 ex parte, et ante ea pone numerum sequentem, scilicet 11; et coniunctum ex eis, scilicet 21, pone sub ipsis: et multiplica 10 per 11; que per 21, et diuides summam per 6, et per 1, quod est differentia inter 10, et 11; et habebis 385 pro dicta summa; et erit semper possibile euitare in his 6, in quibus sit diuisio. Et si summa quadratorum, qui fiunt per ordinem ab imparibus numeris, habere uis usque iu quadratum nouenarium ante 9, pones sequentem in partem, hoc est 11; et coniunctum ex eis, scilicet 20, pone sub eis; et hos tres numeros insimnl multiplica; et summam diuides per 12, hoc est per 6, et per 2, que sunt differentia inter 9 et 11, et euitabis; scilicet tertiam de 9 multiplica per quartam de 20, erunt 15; que multiplica per 11, erunt 165; et hec est summa. Et si collectionem quadratorum, qui fiunt a numeris paribus, per ordinem habere uis, a quadrato binarii, qui est 4, usque in quadratum decenarii, qui est 100, pone 10; et sequentem parem, scilicet 12; et coniunctum ex eis, scilicet 22, ex parte. Et ex supradicta ratione duodecimam partem de summa multiplicationis eorum accipe, que erit summa quesita: sed euitabis $\frac{1}{12}$, et habebis 220. Similiter potes habere summam omnium quadratorum, qui fiunt a numeris ascendentibus ordinate per ternarinm, uel quaternarium, uel per alium quemlibet numerum. Vt si uis habere summam quadra-

fol. 70 recto.

torum, qui fiunt a numeris ascendentibus per quaternarium, incipiendo a quadrato quaternarii, qui est 16, usque quadratum alicuius numeri, ut dicamus usque in quadratum de 20, que est 400; pones primum 20, et eum ipsum scribes sequentem numerum per quaternarium ascendentem, scilicet 24: sub ipsis quidem pones 44, scilicet numerum coniunctum ex eis; et multiplicabis 20 per 24; quod totum per 44, et diuides summam per 6, et per numerum ascendentem per 4, hoc est: multiplicabis 20 per quartam sexte de 24, scilicet per 1, et per 44, exibunt 880 pro eorum summa; et sic fiet in ceteris. Probaui enim geometrice, que hic sunt dicta de collectionibus quadratorum in libro, quem de quadratis composui.

De duobus uiatoribus, quorum unus inmitatur alterum per ascentionem numerorum per ordinem.

Ostensis quidem regulis de collectionibus numerorum; Nunc uero que ad eas pertinent ostendantur, uidelicet ut cum dictum fuerit. Sunt duo homines, qui longum iter agere proposuerunt, quorum unus ibat cotidie milia 20. Alter uero primo die miliarium 1, in secundo 2, in tertio 3; et sicut semper unum miliarium cotidie addendo iter suum perficere conabatur; Queritur in quot diebus alter alterum consequetur; quod sic inueniendum est: uidelicet ut duplicentur 20, erunt 40; de quibus extrahas 1, remanent 39; et in tot diebus eum consecutus est: quia ipse, qui cotidie ibat miliaria 20, perexit in illis 39 diebus 20 uices 39 miliaria, que fuerunt in summa 780. Alter uero in eisdem 39 diebus perexit tot miliaria, quot sunt in summa numerorum, qui sunt ab uno usque in 39; que summa reperitur similiter ex multiplicatione de 20 in 39.

« Item si .. ascendendo » (fol. 70 verso, lin. 31-33 e 34; pag. 168, lin. 24-28).

Aliter de duobus uiatoribus, quorum unus sequitur alterum per ipsos numeros ascendendo.

dies
21

Item si propositum fuerit, quod unus iret cotidie miliaria 21; Alter uero iret per impares numeros ordinate, ab uno uidelicet incipiendo, donec eum esset consecutus; Eritque manifestum, quod in diebus 21 eum consecutus. Quia si numeri 21 impares per ordinem accipiamus, erit collectio eorum ab uno usque in 41. Vnde collectio imparium numerorum, qui sunt ab uno usque in 41, ascendit in multiplicatione de 21 in se ipsa.

« Verum si .... usque in » (fol. 70 verso, lin. 36-38; pag. 168, lin. 30-33).

De duobus uiatoribus, quorum alter alterum per pares numeros inmittatur.

dies
29

Uerum si proponatur, quod unus cotidie iret miliaria 30; Alter uero per pares numeros augendo iter suum faceret, donec eum esset consecutus, sic faciendum est. Tolle 1 de 30, remanent 29; et in tot diebus eum consecutus est. Ideo quia 29 pares numeri a binario usque in 58 ascendunt. Et quia collectionis summa parium numerorum usque in 58 exiit ex multiplicatione | de 29 in 30, ipsum esse consecutum non dubitatur. fol. 71 *recto*.

Aliter cum unus immitatur alterum per ternarii ascensionem uel alicuius alii numeri.

Uerum si propositum fuerit, quod unus eat cotidie miliaria quelibet, que diuidi possint integraliter per ascensionem cotidianam miliariorum alterius, qui eat per ascensionem numerorum, qui ascendunt per ternarium, uel quaternarium, uel quinarium, seu per ascensionem alicuius alterius numeri, donec eum consequatur; Sic est faciendum: numerum miliariorum, que primus cotidie uadit, per ascensionem alterius diuide; et quod inde exierit duplica; et de duplicata summa 1 abice; residuum erit quantitas dierum, in quibus eum consecutus erit. Verbi gratia: ponatur, quod unus eat cotidie

miliaria 60; alter uero uadat ascendendo per ternarium, hoc est in primo 3; in secundo 6; in tertio 9: et deinceps diuide 60 per 3, exibunt 20; que duplica, erunt 40; de quibus abice unum, remanent 39; et in tot diebus eum consecutus erit; ideo quia 39 numeri, qui ascendunt per ternarium, ueniunt usque in triplum de 39, hoc est in 117. Collectio enim numerorum, qui ascendunt per ternarium a 3 usque in 117, ascendit in multiplicatione de 39 in 60, ut per primam regulam inuenitur. Et ipse, qui cotidie ibat miliaria 60, perrexit similiter in illis 39 diebus per 39 uices miliaria 60.

De eodem per quinarii ascensionem.

Item si per ascensionem quinarii alter alterum imitaretur, quinta de 60 duplicata, et uno inde dempto, 23 pro numero dierum iunctionis ipsorum reperies: et sic potest facere per quamlibet numerorum aliorum ascensionem.

Aliter cum numerus aliorum miliariorum illius qui cotidie uadit equaliter per ascensionem alterius integraliter non diuidatur.

Nam si numerus ipsius, qui semper equaliter uadit, minime per ascensionem alterius numeros equaliter diuidi possit; Aliter quam predictum sit, erit faciendum: uidelicet ut si ponatur, quod ipse qui equaliter uadit, eat cotidie miliaria 10; Alter uero per ascensionem ternarii ipsum imitetur; Accipias tertia de 10, que est $\frac{1}{3}$ 3; et duplica ea, erunt $\frac{2}{3}$ 6; de quibus abice 1, remanent $\frac{2}{3}$ 5: de quibus etiam abiice fractiones, scilicet $\frac{2}{3}$, remanent 5; et in tot diebus eum fere consecutus est. Sed ut ueritatem coniunctionem eorum adiscas, uide quot ipse qui equaliter uadit, in diebus 5 uadat. Vadit enim miliaria 50. Alter uero uadit in ipsis diebus 5 quantitatem ascensionis numerorum, qui sunt a 3 usque in 15, uidelicet per ternarium ascendendo, unus habetur in ipsa ascensione numerus 45; a quo usque in 50 desunt 5, que serua. Et quia manifestum est, in ipsis 5 diebus eum consecutum non esse, de itinere sex diei erit sumendum. In quo sexto die ipse, qui ascendit per ternarium, uadit miliaria 18, alter uero miliaria 10 equaliter ire consueuerat; a quibus 10 usque in 18 desunt 8; in quibus diuide 5 seruata, exibunt $\frac{5}{8}$; quas iunge cum diebus 5 superius inuentis, erunt $\frac{5}{8}$ 5; et in tot diebus eum consecutus est.

Aliter summa miliariorum ipsius qui uadit ascendendo per ternarium in diebus 5 predictis, scilicet 45, diuide per 8 modo inuenta, exibunt similiter $\frac{5}{8}$ 5, ut prediximus: et sic de omnibus similibus facere potest.

Incipit pars secunda de proportionibus numerorum.

Numerus ad numerum proportionem habet equalem, uel maiorem, uel minorem. Equalem quando numeri sunt ad inuicem equales, ut 3, et 3. Numeri, qui ad inuicem in maiori proportione sunt, habent proportionem, secundum quod exiit ex diuisione maioris numeri in minorem, ut 8 ad 4, que sunt in dupla proportione; ideo quia 8 diuisis in 4, exeunt 2; uel quia 8 dupla sunt de 4. Item 9 ad 3 sunt in tripla proportione; quia 9 tripla sunt de 3. Et 16 ad 5 sunt in tripla proportione, et quinta; ideo quia, diuisis 16 per 5, exeunt $\frac{1}{5}$ 3. Et sic intelligatur de reliquis maiorem habentibus proportionem. Numeri, qui minorem habent proportionem, sunt in ea proportione, que exiit ex diuisione minoris in maiorem, ut 4 ad 8, que sunt in dimidia unius proportionis: quia 4 diuisis in 8 dimidium redunt unius; uel quia 4 dimidium sunt de 8.

ᵃ Alter uero .... collectio ᵃ (fol. 71 recto, lin. 8-10 e 11; pag. 169, lin. 1-5).

dies
39

ᵃ 39 diebus .... aliorum ᵃ (fol. 71 recto, lin. 13-15 e 16; pag. 169, lin. 7-11).

dies
23

ᵃ fractiones .... uidelicet ᵃ (fol. 71 recto, lin. 21-21; pag. 169, lin. 18-22).

dies
$\frac{5}{8}$ 5

ᵃ Aliter .... de proportionibus ᵃ (fol. 71 recto, lin. 29-31; pag. 169, lin. 29-12).

dies
$\frac{5}{8}$ 5

fol. 71 verso.

Item 3 ad | sunt in tertia unius proportionis; quia 3 sunt tertia de 9, et 6 ad 16 sunt in $\frac{6}{16}$ unius integre proportionis; quia 6 diuisis in 16, nimirum $\frac{6}{16}$ unius integri reddunt.

« proportionis .... 6 sunt » (fol. 71 verso, lin. 1 e 2-4; pag. 170, lin. 2-5).

proportio
10

Si queratur de 6, ad quem numerum eandem habeat proportionem, quam 3 ad 5, sic facies. Multiplica 5 per 6, erunt 30; que diuide per 3, exibunt 10, que sunt quesitus numerus; quia sicut 3 sunt ad 6, ita 6 sunt ad 10. Solent enim ex usu nostri uulgaris hanc eandem questionem aliter proponere: uidelicet ut si 3 essent 5; quid nam essent 6: et cum ita proponitur, multiplicantur similiter 5 per 6, et diuiditur summa per 3.

« Item .... $\frac{4}{5}$ 19 » (fol. 71 verso, lin. 7-8; pag. 170, lin. 9-11).

proportio
$\frac{4}{5}$ 19

Item queritur de 11 ad quem numerum habeat eandem proportionem, quam 5 ad 9: hoc est secundum modum uulgarem, si 5 essent 9, quantum essent 11. Multiplicabis ergo 9 per 11, et diuides per 5, exibunt $\frac{4}{5}$ 19 pro quesito numerum (*sic*).

Modus alius de proportionibus sic.

« intelligitur .... $\frac{5}{6}$ 5 » (fol. 71 verso, lin. 12-14; pag. 170, lin. 15-18).

proportio
$\frac{5}{6}$ 5

Si propositum fuerit tibi, quod si 7 essent dimidium de 12, quantum esset dimidium de 10: hec enim positio dupplici Modo potest intelligi, uidelicet cum dicitur: si 7 essent dimidium de 12; aut intelligitur quod medietas de 12, que est 6, crescit in 7; aut 7 diminuuntur in dimidium de 12, hoc est in 6. Vnde si 6, que sunt dimidium de 12, crescunt in 7; ergo et dimidium de 10 crescet: et tunc tali regula indigebis: multiplicabis 7 per 10, et diuides per 12, exibunt $\frac{5}{6}$ 5 pro dimidio de 10; et si intelligere uolumus, quod 7 minuantur in 6, hoc est in medietate de 12. Ergo et medietas de 10 minuetur; et tunc multiplicabis prescriptum 6 per dimidium de 10, scilicet per 5, erunt 30; que diuides per 7, exibunt $\frac{2}{7}$ 4; et tantum essent tunc dimidium de 10. Et sic similes questiones, per qualem uolueris modum, ex duobus prescriptis modis soluere poteris. Tamen nos semper utimur per primum modum interrogantibus respondere.

« de 12 . .. Tamen nos » (fol. 71 verso, lin. 16-18, pag. 170, lin. 19-23).

proportio
$\frac{2}{7}$ 4

Si $\frac{1}{2}$ esset $\frac{1}{4}$, quantum esset $\frac{1}{3}$: hec questio talis est, qualis si diceretur: $\frac{1}{2}$ unius Rotuli pro $\frac{1}{4}$ unius bizantii; quantum ualent $\frac{1}{3}$ unius Rotuli. Quare scribenda est hec questio ad modum negotiationis, et operandum secundum quod in similibus in octauo capitulo docuimus.

« Si $\frac{1}{3}$ esset ... ut tertius » (fol. 71 verso, lin. 20-24; pag. 170, lin. 24-30).

℞	℞
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$

Si queratur inuenire quattuor integros numeros proportionales, quorum primus sit ad secundum, sicut tertius ad quartum; hoc est que pars, uel partes erit primus numerus de secundo, eadem pars, uel partes sit tertius numerus de quarto: uel quam multiplex fuerit primus de secundo, tam multiplex sit tertius de quarto numero: pones pro primo et secundo numero duos numeros ad libitum, quales uis. Sitque primus 3; secundus 7; et pro tertio numero pone numerum, qui possit diuidi integraliter per primum numerum. Sitque 6; et diuide 6 per primum numerum, scilicet per 3, exibunt 2; per que 2 multiplica ipsum numerum, scilicet 7, erunt 14, que est quartus numerus. Verbi gratia: sunt enim 3 de 7 tres septime. Similiter et 6 de 14 sunt $\frac{3}{7}$: potes etiam 14 habere pro primo numero; 6 pro secundo; 7 pro tertio; 3 pro quarto: quare quam multiplicia sunt 14 de 6, tam multiplicia sunt 7 de 3: sunt enim 14 bis tantum, et tertia 16; et tam multiplicia sunt 7 de 3: et notandum cum quattuor numeri predicto Modo proportionales fiunt, permutatim erit primus ad tertium, sicut secundus ad quartum: est enim primus 3 ad tertium 6, sicut secundus 7 ad quartum 14: dimidium est enim unusquisque antecedentis uniuscuiusque numerus sui consequentis: et notandum iterum, quod in quattuor proportionalibus numeris semper sit multiplicatio primi numeri in

quartum, quantum multiplicatio secundi in tertium. Vt hec in qua multiplicatio de 3 in 14 facit quantum multiplicatio de 6 in 7.

Item sit sicut primus numerus ad secundum, et tertius ad quartum, ita quintus ad sextum. Inuentis primum quattuor numeris proportionalibus, ut supra, pones quintum numerum ad libitum, qui diuidatur integraliter per primum numerum. Sit 15, quo diuiso per 3, reddunt 5; per que multiplica secundum | numerum 7, erunt 35, que sunt sextus numerus. fol. 72 recto

Et si proponatur diuidere 10 in quattuor inequales partes proportionales, scilicet quod multiplicata prima in quartam, faciat multiplicationem secunde in tertiam; inuenies primum quattuor numeros proportionales; sitque 3, et 7, et 6, et 14; et adde eos insimul, erunt 30; ex quibus 10 sunt tertia pars. Quare accipies tertiam partem de quattuor positis numeris; et habebis pro prima parte 1; pro secunda $\frac{1}{3}$ 2; pro tertia 2; pro quarta $\frac{2}{3}$ 4: et scias, quod talis proportio proportionalitas appellatur. Est enim quedam alia proportio, que nocatur continua, in qua omnes nnmeri sunt in una, et eadem per ordinem ad inuicem proportione; uidelicet sicut primus numerus est ad secundum, ita secundus ad tertium, et tertius ad quartum, et quartus ad quintum; et deinceps per ordinem est unusquisque ad unumquemque.

Si uolueris inuenire numeros quotcumque in continua proportione, pone primum numerum qualem uis, secundum aliquem multiplicem primi, ut duplum, uel triplum, aut alium quemuis multiplicem; et pones tertium tam multiplicem secundi, quam multiplex fuerit secundus ex primo numero. Similiter quam multiplex fuerit tertius secundo, tam multiplicem pone quartum tertio, et quintum quarto, et unumquemque de unoquoque suo antecedente. Verbi gratia: Volumus quinque numeros in continua proportionalitate reperire. Sit quidem primus eorum 1; secundus 2, scilicet duplus primi; tertius duplus secundi, scilicet 4; quartus duplus tertii, scilicet 8; quintus duplus quarti, scilicet 16: est enim 1 de 2 dimidium; quod idem sunt 2 de 4, et 4 de 8, et 8 de 16. Similiter sicut 16 sunt duplum de 8, ita 8 sunt duplum de 4; et 4 de 2; et 2 de 1: et sic potes ponere unumquemque numerorum triplum, uel alium quem uis multiplicem sui antecedentis inuenires. Et notandum, quod cum tres numeri continue proportionales fuerint, erit multiplicatio primi in tertium, quantum multiplicatio secundi in se ipsum. Verbi gratia: sint in continua proportione 3, et 9, et 27: est enim multiplicatio de 3 in 27, quantum multiplicatio de 9 in se ipsa, scilicet 81: et cum quattuor numeri continue proportionales sunt, facit multiplicatio primi in quartum, quantum multiplicatio secundi in tertium; et multiplicatio primi in tertium, quantum multiplicatio secundi in se ipsum; et multiplicatio secundi in quartum, quantum multiplicatio tertii in se ipsum. Vt si primus numerus fuerit 1; secundus 2; tertius 4; quartus 8, poteris cognoscere in ipsis que diximus. Similiter, cum plures numeri continue proportionales sint, est semper multiplicatio extremorum equalis multiplicationi reliquorum extremorum; et hoc usque quod non remanserit numerus in medio proportionalium numerorum. Verbi gratia: Si nouem numeri proportionales fuerint, erit multiplicatio primi numeri in nonum, quantum multiplicatio secundi in octauum; et tertii in septimum; et quarti in sextum; et quinti, qui est in medio proportionis in se ipsum. Ad cuius rei euidentiam, sint nouem numeri in continua proportione 1, et

2, et 4, et 8, et 16, et 32, et 64, et 128, et 256: est enim multiplicatio de 1 in 256, quantum multiplicatio de 2 128, et de 4 in 64, et de 8 in 32, et de 16 in se. Ex hoc enim procedit materia multiplicandi figuras, quam docuimus in secundo capitulo, ut in eodem capitulo continetur.

Si queratur inuenire duos numeros, quorum 2/7 unius sit 3/8 alterius, multiplicabis in cruce 7 per 3, et 8 per 2, et habebis pro primo numero 21; pro secundo 16: sunt 6 enim 2/7 de 21, et 3/8 de 16: procedit enim hec regula ex his que secuntur; quia 2/7 de 3/8 cuiuslibet numeri sunt quantum 3/8 de 2/7 eiusdem numeri. Vnde cum multiplicamus 7 per 3, tunc accepimus 3/8 de 56; que 56 surgunt ex multiplicatione eorumdem 7 in 8, que sunt sub uirgulis: quia que proportio est de 3 ad 8, eadem proportione ex se-
fol. 12 verso. pties 3 ad septies 8; | et quando multiplicamus 8 per 2, tunc accepimus 2/7 de eisdem 56. Vnde 2/7 de 21, scilicet de 3/8 de 56, sunt quantum 3/8 de 16, scilicet de 2/7 de 56.

Item 1/4 1/3 unius numeri sint 1/5 1/4 alterius, redige 1/4 1/3 in partes unius numeri, erunt 7/12: quod idem facies de 1/5 1/4, erunt 9/20. Ergo 7/12 primi numeri sunt 9/20 secundi. Idcirco ordine suprascripto multiplicabis 12 per 9, et 20 per 7, et habebis primum numerum 108; secundum 140: quos etiam possumus habere in minoribus numeris; cum uterque ipsorum numerorum possit diuidi integraliter per 4. Quare si quartam partem uniuscuiusque acceperimus, et habebimus primum numerum 27; secundum 35: uel aliter quia in unaquaque duarum multiplicationum suprascriptarum Multiplicatur numerus, cuius quarta pars est integra, in prima quarum est 12; in secunda 20. Quare multiplica tantum quartam partem de 12 per 9, et quartam partem 20 per 7, et habebis similiter 27 et 35.

Rursum 1/3 1/4 1/5 primi, sint 1/6 1/5 1/4 secundi; redige similiter 1/5 1/4 1/3 in partes unius numeri, erunt 47/60. Similiter fac de 1/6 1/5 1/4, erunt 37/60; et multiplicabis 60, que sunt sub 47 per 37; et 60, que sunt sub 37 per 47: uel ut habeas minores numeros; Multiplicabis tantum sexagesima de 60 per numerum eis existentem ex aduerso, et habebis primum numerum 37; secundum 47: et sic potes procedere in similibus.

Iterum sunt tres numeri, quorum 2/5 primi sunt 3/7 secundi, et 4/9 tertii: pone partes prescriptas in ordinem sic 4/9 3/7 2/5. Et multiplicabis unumquemque numerorum existentem sub uirgula per numerum existentem super unam de duabus uirgulis reliquis; et summam multiplicabis per alium numerum, qui est super aliam uirgulam, et habebis quesitos numeros. Verbi gratia: multiplicatis 5, que sunt sub prima uirgula, per 3, que sunt super 7; quibus per 4, que sunt super 9, habebimus primum numerum 60. Item multiplicabis 7 per 4; quibus per 2, reddent pro secundo numero 56. Rursum multiplicatis 9, que sunt sub tertia uirgula, per 3, et per 2, reddunt pro tertio numero 54.

Nam si, unde hec regula procedat, noscere uis; considera qualiter 2/5 de 3/7 de 4/9 cuiuslibet numeri sunt quantum 3/7 de 4/9 de 2/5 eiusdem numeri; et quantum 4/9 de 3/7 de 2/5 eiusdem numeri: quibus consideratis cognosces, nos superius accepisse 4/9 de 3/7 ex numero, quod ex multiplicatione exiit de 9 in 7 ducta in 5, scilicet de 315: cum multiplicauimus 5 per 3; que per 4, unde habuimus 60: similiter cum habuimus 56, accepimus 4/9 de 2/5 de 315: et adhuc cum habuimus 54, accepimus 3/7 de 2/5 de 315. Vnde 2/5 de 60, que sunt 3/7 de 4/9 de 315, sunt quantum 3/7 de 56, que sunt 4/9 de 2/5 de 315; et quantum 4/9 de 54, que sunt 3/7 de 2/5 ex eisdem 315. Est enim quelibet predictarum sumptionum

24, que proueniunt ex multiplicatione de 2 in 13 ducta in 4: possunt enim reperiri in minoribus numeris, si inuenti tres numeri, scilicet 60, et 56, et 54 diuiseris per 2, que sunt comunis regula eorum: et erit primus numerus 32; secundus 28; tertius 27.

Et si proponatur, quod $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{7}{12}$ primi numeri sint $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{9}{20}$ secundi, et $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{30}$ tertii; pone in ordinem $\frac{11}{30}$ $\frac{9}{20}$ $\frac{7}{12}$, et multiplicabis 12 per 9; que per 11; et 20 per 11; que per 7; et 30 per 9; que per 7; et euitabis $\frac{1}{2}$ ex unaquaque multiplicatione, et habebis primum numerum 594; secundum 770; tertium 945.

Item sunt tres numeri, quorum $\frac{1}{3}$ primi est quantum $\frac{1}{4}$ secundi; et $\frac{1}{5}$ secundi est quantum $\frac{1}{6}$ tertii numeri: inuenias primum duos numeros, quorum $\frac{1}{3}$ unius sit $\frac{1}{4}$ alterius: erunt 3, et 4: post hec inuenies alios duos numeros, ex quibus $\frac{1}{5}$ unius sit $\frac{1}{6}$ alterius; eruntque 5, et 6: ergo primus numerus est ad secundum, sicut 3 est ad 4; et secundus ad tertium, sicut 5 est 6: quare pones 3, et 4 in unam lineam; et 5, et 6 in aliam; ita quod 5 sit super 4, ut hic ostenditur: et multiplicabis 5 per 3, et 5 per 4, et 4 per 6, et habebis primum numerum 15; secundum 20; tertium 24. Verbi gratia: sicut 3 est ad 4, ita aliquod multiplex de 3 est ad idem multiplex de 4: ergo sicut 3 sunt ad 4, ita quinquies 3, scilicet 15, sunt ad quinquies 4, scilicet ad 20. Item sicut 5 sunt ad 6, ita aliquod multiplex de 5 est ad idem multiplex de 6: ergo sicut| 5 sunt ad 6, ita quadruplum de 5, scilicet 20, sunt ad quadruplum de 6, scilicet ad 24: inuentus est enim primus numerus 15 ad secundum 20, sicut 3 est ad 4; et secundus 20 ad tertium 24, sicut 5 ad 6, ut querebamus.

« duos numeros .... de 3 » (fol. 72 verso, lin. 34-37; pag. 173, lin. 9-15).

15	20	24
	5	6
3	4	

fol. 73 recto.

Et si proponatur, quod numeri sint quattuor; et primus, et secundus, et tertius illorum sint ad inuicem in proportionibus suprascriptis; et $\frac{2}{5}$ tertii numeri sint $\frac{3}{7}$ quarti numeri; inuenies primum tres numeros suprascriptos, scilicet 15, et 20, et 24: deinde inuenies duos numeros, quorum $\frac{2}{5}$ unius sint $\frac{3}{7}$ alterius; eruntque 15, et 14: et scribes eos super alios tres numeros, ut hic ostenditur; et multiplicabis 15, que sunt super 24 per 15, et per 20, et per 24; que per 24: multiplicabis 14, et habebis primum numerum 225; secundum 300; tertium 360; quartum 336: et est tertius numerus ad quartum sicut 15 sunt ad 14; cum $\frac{2}{5}$ tertii numeri sint $\frac{3}{7}$ quarti: et sic potes plurimos numeros in quibuslibet proportionibus inuenire.

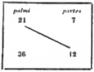
« Et si .... quibuslibet » (fol. 73 recto, lin. 3-8; pag. 173, lin. 21-29).

primus	*secund.*	*tertius*	*quart.*
225	300	360	336
		15	14
15	20	24	

Incipit pars tertia de questionibus arborum et similium quare soluctiones fiunt.

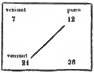
Est arbor, cuius $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ latet sub terra; et sunt palmi 21: queritur quanta sit arboris illius longitudo: quia $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ reperiuntur in 12, intellige ipsam arborem esse in partes 12 equales diuisam; quarum tertia, et quarta, scilicet partes 7, sunt palmi 21: quare proportionaliter est sicut 7 ad 21, ita partes 12 ad longitudinem arboris. Et quia cum quattuor numeri sunt proportionales, est equa multiplicatio primi in quartum multiplicationi secundi in tertium: quare si multiplicaueris secundum 21 per tertium 12 notos, et diuides per primum numerum similiter, scilicet per 7, exibunt 36 pro quarto ignoto numero, scilicet pro illius arboris longitudine: uel quia 21 tripla sunt de 7, accipe triplum de 12, et habebis similiter 36.

« Est arbor .... longitudine » (fol. 73 recto, lin. 10-13 e 16; pag. 173, lin. 31-38).



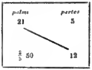
Est enim alius modus quo utimur, uidelicet ut ponas pro re ignota aliquem numerum notum ad libitum, qui integraliter diuidatur per fractiones, que ponuntur in ipsa questione: et secundum positionem illius questionis, cum ipso posito numero studeas inuenire proportionem cadentem in solutione illius questionis. Verbi gratia: nu-

« Est enim .... quia 7 non » (fol. 73 recto, lin. 17-22; pag. 173, lin. 40 — pag. 174, lin. 4).



merus quesitus huius questionis est longitudo arboris: quare pone ipsum esse 12, cum integraliter diuidantur per 3, et per 4, que sunt sub uirgis: et quia dicitur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ arboris sunt 21, accipe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 12 positis, erunt 7; que si essent 21 fortuitu utique haberemus propositum, uidelicet quod illa arbor esset palmorum 12. Sed quia 7 non sunt 21; cadunt ergo proportionaliter sicut 7 ad 21, ita posita arbor ad quesitam, scilicet 12 ad 36: quare consueuit dicere: pro 12, que pono, ueniunt 7; quid ponam, ut ueniant 21: et cum ita dicitur, multiplicandi sunt insimul numeri extremi, scilicet 12 per 21; et summa diuidenda est per reliquum numerum.

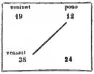
« Residuum .... extrema » (fol. 73 recto, lin. 27-32; pag. 174, lin. 10-17).



De arbore, de qua cum extrahitur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, *remanent* 12.

Item est arbor, cuius $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ latet sub terra. Residuum uero, quod est super terram, est palmi 21: fac duodecimas ex ipsa arbore, erunt partes equales 12; ex quibus abice $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsarum, scilicet partes septem, remanebunt partes 5, que ponuntur esse palmis 21: quare sicut partes 5 sunt ad 21, ita partes 12 erunt ad longitudinem arboris: quare multiplicationem de 12 in 21 diuides per 5, exibunt palmi $\frac{2}{5}$ 50. Vel per secundum modum pone ipsam arborem esse palmorum 12; de quibus eiectis $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ earum, scilicet 7, remanebunt palmi 5 super terram: quare dices: pro 12, que pono, ueniunt 5; quid ponam, ut ueniant 21: multiplica itaque extrema, scilicet 12 per 21, et diuide per numerum medium, ueniet similiter $\frac{2}{5}$ 50: que si probare uis; quia extractis $\frac{7}{12}$ ex quacumque remanent $\frac{5}{12}$ eiusdem rei; quare accipe $\frac{5}{12}$ de $\frac{2}{5}$ 50, quas dupliciter accipere potes; accipe primum $\frac{1}{12}$ de 48, scilicet $\frac{1}{12}$ de 48, que sunt 4; quincupla, erunt 20: post hec extrahe 48 de $\frac{2}{5}$ 50, remanent $\frac{2}{5}$ 2: de quibus fac quintas, erunt quinte 12; de quibus adde iterum $\frac{5}{12}$, erunt quinte 5, scilicet 1; quod adde cum 20 inuentis, erunt 21; et hoc uolumus, ut extractis $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de $\frac{2}{5}$ 50, remaneant 21: uel aliter: multiplica $\frac{2}{5}$ 50 per 5, que sunt super 12, erunt 252; quibus diuisis per 12, ueniunt 21: uel de $\frac{2}{5}$ 50 fac quintas, erunt quinte 252; de quibus abice $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ earum, scilicet 84 et 63, remanent quinte 105 unius |
fol. 73 verso. palmi, que sunt super terram, hoc est palmi 21.

« demonstratione .... fient 38 » (fol. 73 verso, lin. 2 e 3-8; pag. 174, lin. 29-36).



De arbore uel numero, super quem si additum fuerit $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, *erunt* 38.

Item si dixeris, quod addita $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius arboris super arborem, erunt 38: pones etiam supradicta demonstratione secunde regule, ut illa arbor sit 12; de quibus accipe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, scilicet 7, et adde super 12, erunt 19: que cum uellent esse 38, dices: pro 12, que pono pro quantitate arboris, ueniunt in summa 19; quid ponam, ut uenient in eadem summa 38: multiplicabis enim 12 per 38, scilicet primum numerum per ultimum, et diuide per 19, scilicet per secundum: sed prius diuide 38 per 19, exibunt 2; que multiplica per 12, exibunt 24 pro ipsius arboris longitudine. Verbi gratia: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 24 sunt 14; quibus additis cum 24, faciunt 38; et hoc uolumus. Illud enim idem esset, si dixeris: est numerus, super quem, si addideris $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius, fient 38.

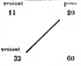
De arbore uel de numero, super quem si addatur residuum de $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ *ipsius, surgit in* 51.

Rursus est arbor, de qua extracta $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, si residuum addatur super ipsam arborem, surgit in 51: queritur illius arboris quantitas: quare cum de ipsius queratur quantitate, ponatur ut ipsa sit 12; et extrahatur inde $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, scilicet 7, remanent 5; quibus additis cum 12, fiunt 17; que cum uellent esse 51, dices: pro 12, que pono, ueniunt 17; quid ponam, ut ueniant 51: multiplica 12 per 51, et diuide per 17; uel diuide 51 per 17, exibunt

3; que multiplica per 12, reddent pro quantitate arboris 36. Verbi gratia: extracta $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 36, que sunt 21, remauent 15; quibus additis cum 36, reddunt 51, ut querebatur. Illud enim idem est si diceres: est numerus, super quem si addideris residuum de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ ipsius, surget in 51.

De arbore uel numero, cuius $\frac{3}{4}\frac{4}{5}$ sunt 33 plus arbore uel numero.

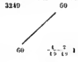
« illius arboris .... remanebunt » (fol. 73 verso, lin. 19-25; pag. 175, lin. 7-15).



Iterum est arbor, de quo acceptis $\frac{3}{4}\frac{4}{5}$; et de collecta quantitate si extraxeris quantitatem illius arboris, remanent 33: queritur rursum quanta sit illius arboris longitudo: et cum de ipsa queratur longitudine, poue ut ipsa sit 20; ideo quia in 20 reperiuntur $\frac{3}{4}\frac{4}{5}$: de quibus 20, accipe $\frac{3}{4}\frac{4}{5}$, erunt 31; de quibus extrahe positum numerum pro quantitate arboris, scilicet 20, remanent 11: que cum uelint esse 33, dices: per 20, que pono in quantitate arboris, perueniunt 11; quid ponam ut perueniant 33: multiplicabis 20 per 33, et diuides per 11: quare diuide 33 per 11, exibunt 3; que multiplica per 20, exibunt 60; et tot palmorum est arbor illa. Verbi gratia: $\frac{3}{4}$ de 60 suut 45, et $\frac{4}{5}$ de 60 sunt 48; quibus insimul iunctis, faciunt 93; de quibus si extraxeris quantitatem arboris, id est 60, remanebunt 33, ut quesitum est. Est enim illud idem si diceret: est numerus, de quo si acceperis $\frac{3}{4}\frac{4}{5}$, facient ultra ipsum numerum 33; qui numerus est similiter 60. Explicatis quidem arborum regulis, nunc uero ad earum consimiles accedamus.

De inuentione cuiusdam numeri, de quo $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ ipsius, sit radix eiusdem numeri.

« eundem .... que sunt » (fol. 73 verso, lin 30-34; pag. 175, lin. 21-29).

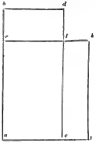


Est numerus, de quo si acceperis $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$; et summam, que exierit, si in se ipsam multiplicaueris, faciet eundem numerum; hoc est quod erit radix illius numeri: queritur, quis sit numerus ille. Quare pones iterum, ut sit 60; de quibus accipe $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, que sunt 57; et multiplica ea in semetipsa, erunt 3249; que uellent esse 60: dic ergo: pro 60, que pono pro quantitate numeri, ueniunt 3249; quid ponam, ut perueniant tantum 60: multiplicabis itaque 60 per 60, facient 3600; que diuides per regulam de 3249, que est $\frac{1\ \ 8\ \ 0}{9\ 19\ 19}$, exibunt $\frac{1\ \ 2}{19\ 19}1$; et tot est numerus ille. Verbi gratia: multiplica 1 per 19, et super adde 2, que sunt super 19; que multiplica per alium 19, et super adde 1, erunt 400, que sunt $\frac{400\ \ 0}{19\ 19}$, hoc est trigentesime sexagesime prime: que ad maiorem intelligentiam scribantur sic $\frac{400}{361}$: de quibus accipe $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, que sunt $\frac{380}{361}$, hoc est $\frac{20}{19}$; quibus in se ipsis multiplicatis, reddunt eadem $\frac{400}{361}$, hoc est $\frac{1\ \ 2}{19\ 19}1$, ut querebamus. Aliter quia $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{19}{20}$ ipsius numeri in se multiplicatis, faciunt ipsum numerum; inuenias numerum, quo multiplicato per $\frac{19}{20}$, faciat 1: que inuenies, si diuiseris 1 per $\frac{19}{20}$, scilicet 20 per 19; ex qua diui|sione, perueniunt $\frac{20}{19}$, que sunt radix quesiti numeri, ut diximus: quibus in se multiplicatis, faciunt $\frac{400}{361}$ pro quesito numero: quod etiam demonstrabo cum figura geometrica. Adiaceat quidem linea .*a. b.* pro quesito numero, super quam constituatur superficies rectiangula .*a. d.*, latitudinem faciens lineam .*a. t.*, que sit .1: quare superficies .*a. d.* est numerus quesitus; quia ex .*t. a.* in .*a. b.* prouenit numerus .*a. b.*, qui est numerus quesitus: et summatur ex numero .*a. b.* numerus .*a. c.*, qui sint $\frac{19}{20}$ numeri .*a. b.* Et quia ex ductu .*a. e.* in se proponitur prouenire numerum .*a.b.*; Manifestum est, quod numerus .*a. e.* maior est unitate; cum maior sit numerus .*a. b.* numero .*a. e*: quare maior est .*a. c.* unitate .*a. e.*; et constituatur super recta .*a. c.* tetragonum .*e. z.* Et quoniam ex ductis $\frac{19}{20}$ numeri quesiti in se prouenit numerus quesitus; ergo ex ductu .*a. e.* in se prouenit numerus .*a. d.* Sed ex ductu

fol. 74 recto

.*a*. *e*. in se prouenit tetragonum .*e*. *z*. ; ergo .*e*. *z*. equalis est numero .*a*. *d*. : ergo numerus .*e*. *z*. est numerus quesitus: communiter auferatur numerus .*a*. *I*., remanebit numerus .*I*. *b*. equalis numero .*t*. *k*. Sed .*b*. *I*. fit ex ductu .*e*. 1. in .*I*. *d*.; quia rectiangula est superficies .*b*. *I*. Et ex ductu quidem .*t*. *I*. in .*I*. *k*. prouenit superficies rectiangula .*t*. *k*. : proportionales ergo sunt numeri .*t*. *I*. *I*. *d*. *e*. *I*. *I*. *k*.; et est .*e*. *I*. unum; cum sit equalis unitati .*a*. *t*.: et est sicut numerus .*t*. 1. primus ad secundum .*I*. *d*., ita tertius .*e*. *I*. ad quartum .*I*. *k*: quare erit sicut .*t*. *I*. ad .*t*. *d*., hoc est sicut .*a*. *e*. ad .*a*. *b*., ita unitatis .*e*. 1. ad numerum .*e*. *k*., hoc est ad numerum .*a*. *e*. Sed .*a*. *e*. ad .*a*. *b*. est sicut 19 ad 20. Quare et .*e*. *I*. ad .*e*. *k*. est sicut 19 ad 20: quare multiplicanda est unitas .*e*. *I*. per 20, et summa est diuidenda per 19; et uenient $\frac{20}{19}$ pro numero .*e*. *k*., hoc est pro numero .*e*. *a*., ut oportebat ostendere.

manet est .... ad .*a*. *b*. » (fol. 74 *recto*, lin. 7-16; pag. 175, lin. 40 — pag. 176, lin. 9).



De inuentione numeri, cuius radix est residuum de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius.

Est numerus, de quo si extraxeris $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et residuum in se ipsum multiplicaueris, faciet eundem numerum, hoc est quod erit radix illius numeri. Queritur quantum sit numerus ille : pone ergo ut sit 60. Ideo quia in 60 reperiuntur $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$: deinde accipe $\frac{1}{3}$ de 60, scilicet 20, et $\frac{1}{4}$ de 60, scilicet 15, et $\frac{1}{5}$ de 60, scilicet 12, et $\frac{1}{6}$ de 60, scilicet 10; et adde ea insimul, erunt 57; que extrahe de 60, remanent 3; que multiplica in se, faciunt 9, que 9 uellent esse 60. Quare dices : pro 60, que pono, ueniunt 9 ; quid ponam, ut ueniant 60 : multiplicabis ergo 60 per 60, et diuides per 9, exibunt 400 : sed cum regula de 9 sit $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$, diuide unum de illis 60 per 3, exibunt 20. Iterum diuides alia 60 per alia 3, que in regula remanent de 9, exibunt similiter 20: quibus insimul multiplicatis, reddunt similiter 400. Et tot est numerus ille. Verbi gratia : extrahe $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 400, scilicet 380, remanebunt 20: que si in se multiplicaueris, facient eadem 440, ut oportet. Aliter quia extractis de quesito numero $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ eiusdem, remanet $\frac{1}{20}$, que est radix ipsius numeri. Quare ex ducta $\frac{1}{20}$ in se peruenit idem numerus. Quare inuenias numerum, qui cum multiplicatus fuerit per $\frac{1}{20}$ unius integri, ueniat 1 : quem inuenias, si diuiseris 1 per $\frac{1}{20}$; ex qua diuisione proueniunt 20, que sunt radix predicti numeri: quibus in se multiplicatis , reddunt 400 pro toto numero : que etiam monstrantur per figuram supradictam geometricam.

de 9 sit .... de quesito » (fol. 74 *recto* , lin. 26-29 e 30 ; pag. 176, lin. 21-25).

numerus
400

Inuentio alterius numeri, cui cum superadditur $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$
ipsius, est radix numeri.

Item si dictum fuerit: est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et summam collectam in se ipsam multiplicaueris, faciet eundem numerum. Hoc est quod erit radix illius. Pone itaque, ut ipse numerus sit 60; super que adde $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius, id est 57, erunt 117; que multiplica in se, erunt 13689, que uellent esse 60: quare dicas: pro 60, que pono in quantitate numeri, ueniunt 13689; quid ponam ut ueniant 60. Multiplicabis 60 per 60, erunt 3600; que diuide per regulam de 13689, exibunt $\frac{400}{1521}$; et tot | erit numerus ille; cuius radicem, que $\frac{400}{1521}$ inuenies, si diuiseris 1 per $\frac{19}{20}$ 1 : unde prouenient $\frac{20}{39}$ pro radice quesiti numeri; quibus in se multiplicatis, reddunt $\frac{400}{1521}$, ut supra.

multiplicaueris .... et tot » (fol. 74 *recto*, lin. 36-39; pag. 176, lin. 34-38).

numerus
$\frac{400}{1521}$

fol. 74 *verso*.

De numero, cum super additur ei residuum de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$,
est radix ipsius numeri.

Adhuc si dictum fuerit: est numerus, super quem si addideris residuum de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius,

et summam in se ipsam multiplicaueris, iterum eundem faciet numerum, hoc est quod erit radix illius : pone itaque, ut ipse sit 60, de quo extrahe $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, remanent 3; que adde cum 60, erunt 63; que in se multiplica, erunt 3969, que uelint esse 60: quare multiplica 60 per 60, erunt 3600; que diuide per 3969, exibunt $\frac{400}{441}$; et talis erit numerus ille. Vel adde $\frac{1}{20}$ super 1, scilicet residuum de $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, erunt $\frac{1}{20}$ 1; in quibus diuide 1, uenient $\frac{20}{21}$, que sunt radix predicti numeri $\frac{3}{6}$; quibus in se multiplicatis, reddunt pro quesito numero similiter $\frac{400}{441}$.

Rvrsum est numerus, de quo si acceperis $\frac{4}{5}\frac{3}{4}\frac{2}{3}$; et de collecta quantitate extraxeris ipsum numerum; residuumque si in se ipsum multiplicaueris, nimirum eundem faciet numerum, hoc est quod erit radix illius numeri : pone ut ipse sit 60, de quo accipe $\frac{2}{3}$, que sunt 40, et $\frac{3}{4}$, que sunt 45, et $\frac{4}{5}$, que sunt 48, et $\frac{5}{6}$, que sunt 50; et adde insimul, erunt 183; de quibus extrahe 60, remanent 123; que multiplica in se, erunt 15129. Quare dices: pro 60, que pono, ueniunt 15129; quid ponam, ut ueniant 60. Multiplicabis ergo 60 per 60, et diuide per regulam de 15129, exibunt $\frac{219}{1111}$; et tot erit numerus ille.

« 50 et adde ... uita » (fol. 74 verso, lin. 13-15; pag. 177, lin. 11-15).

numerus
$\frac{24}{41}$ $\frac{9}{41}$

De iuuenis uita reperienda.

Qvidam inueuis uixit per aliquot tempus; qui si uixisset quantum uixit, et iterum tantum, et $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ ex eo quod uixerat, et amplius unum annum, 100 annos uixisset. Queritur quantum uixerat. Hec enim positio similis est regule arboris, super quam si addideris bis longitudinem eiusdem arboris, et insuper $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ et 1, fient 100 : quod sic faciendum est: extrahe 1 de 100, scilicet ipsum, qui superadditur annis, remanent 99: postea pone, iuueuis uixisset annos 12; qui si uixisset tantum quantum uixit, et iterum tantum, et $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ tanti, haberet annos 43. Ergo dices: pro annis 12, quos pono ut iuuenis uixisset, ueniunt in summa anni 43: quid ponam, ut ueniant in summa anni 99 : multiplica 12 per 99, erunt 1188; que diuide per 43, exibunt anni $\frac{27}{43}$27; et tantum uixit iuuenis ille. Illud idem est diuidere 99 per $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$3.

« et iterum .... tanti » (fol. 74 verso, lin. 21-23; pag. 177, lin. 21-24).

anni
$\frac{27}{43}$ 27

De leone qui erat in puteo.

Qvidam leo est in quodam puteo, cuius profunditas est palmis 50; et ascendit cotidie $\frac{1}{7}$ unius palmi, et descendit $\frac{1}{9}$. Queritur in quot diebus exierit de puteo. Pone, ut exiret extra puteum in diebus 63; ideo quia in 63 inuenitur et $\frac{1}{9}\frac{1}{7}$: et uide quantum ascenderit leo ille, si descendendo in illis 63 diebus, ascendit enim septimas 63 unius palmi, que sunt palmi 9; et descendit nouenas 63, que sunt palmi 7: quos extrahe de 9, remanent palmi 2; et tot ascendit amplius quam descendat in diebus 63. Vnde dices: pro diebus 63, quos pono, ascendit palmos 2; quid ponam, ut ascendat palmos 50: multiplica 63 per 50, et diuide per 2, exibunt dies 1575; et in tot diebus leo exiet de puteo.

« tot ascendit [illegible] [illegible] » (fol. 74 verso, lin. 30-32; pag. 177, lin. 32-35).

Dies
1575

De duobus serpentibus.

Item est serpens in plano cuiusdam turris, que est alta palmis 100; et ascendat cotidie $\frac{1}{3}$ unius palmi, et descendit cotidie $\frac{1}{4}$. In summitate uero turris est aliud serpens, qui descendit cotidie $\frac{1}{5}$, et ascendit $\frac{1}{6}$: queritur in quot diebus infra turrim coniungentur: pone ut coniungantur in diebus 60. Ideo quia in 60 reperiuntur $\frac{1}{6}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{3}$: uide ergo quantum se serpentes appropinquant in illis diebus 60. Inferior uero serpens ascendit in illis diebus 60 magis quam descendit palmis 5 . Superior uero descendit magis quam ascendit palmis 2. Ergo appropinquantur palmi 7. Quare dicendum est: pro diebus 60, quos pono, appropinquantur serpentes palmi 7 | quid ponam, ut appro- fol. 75 recto.

• quod ponam .... emit $\frac{2}{3}$ » (fol. 75 *recto*, lin. 1-7; pag. 177, lin. 43 — pag. 178, lin. 10).

dies iunctionis
$\frac{1}{7}$ 857
Ascensus inferioris
$\frac{3}{7}$ 71
Descensus inferioris
$\frac{4}{7}$ 28

pinquantur palmi 100: multiplica 60 per 100, erunt 6000; que diuide per 7, exibunt dies $\frac{1}{7}$ 857; et in tantum temporis coniungentur se. Nam si quesieris, in qua parte turris se coniungerint, sic facies: multiplica 5, scilicet ascensionem inferioris serpentis, per 100, erunt 500; que diuide per 7, exibunt palmi $\frac{3}{7}$ 71; et tot ascendit inferior serpens. Et si descensionem superioris serpentis, scilicet 2, per eundem 100 multiplicaueris, et summam per 7 diuiseris, exibunt palmi $\frac{4}{7}$ 28 pro loco coniunctionis ipsorum a superiori parte.

De petiis quatuor panni.

• pretii illius .... in $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$ » (fol. 75 recto, lin. 8-18; pag. 178, lin. 10-23).

precium prime
$\frac{6\ 1}{7\ 11}$ 31
precium secunde
$\frac{4\ 8}{7\ 11}$ 20
Tertie
$\frac{3\ 6}{7\ 11}$ 15
Quarte
$\frac{1\ 3}{7\ 11}$ 12

Qvidam emit panni petias 4 pro bizantiis 80. Quarum primam emit aliquid; alteram emit $\frac{2}{3}$ pretii illius prime. Tertiam uero emit $\frac{3}{4}$ pretii secunde. Quartam autem emit $\frac{4}{5}$ pretii tertie. Queritur quantum ualuit unaqueque petia. Pone, ut prima ualeret bizantios 60; ideo quia in 60 reperiuntur $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$. Ergo si prima ualuit 60; secunda, cum ualeret $\frac{2}{3}$ ipsius, ualuit bizantios 40; et tertia ualuit bizantios 30, hoc est $\frac{3}{4}$ pretii secunde. Quarta uero ualuit bizantios 24, cum sint $\frac{4}{5}$ de 30. Postea adde 60, et 40, et 30, et 24, scilicet posita pretii supradictarum quattuor petiarum, erunt 154; que cum uelint esse 80, dic: pro 60, que pono pro pretio prime petie, ueniunt in summa emptionis quattuor petiarum bizantii 154; quid ponam, ut ueniant tantum in earundem summam 80. Multiplica 60 per 80, erunt 4800; que diuide per regulam de 154, que est $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, exibunt bizantii $\frac{6\ 1}{7\ 11}$ 31. Et tot ualuit prima petia. Item ut habeas pretium secunde, Multiplica 40 per 80, et diuide iterum per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, exibunt bizantii $\frac{4\ 8}{7\ 11}$ 20 pro pretio secunde petie. Item ut scias pretium tertie, multiplica 30 per 80, et diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, exibunt pro ipsius pretio bizantii $\frac{3\ 6}{7\ 11}$ 15: demum ut scias pretium quarte, multiplica 24 per 80, et diuide in $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, exibunt pro pretio ipsius bizantii $\frac{1\ 3}{7\ 11}$ 15: et scias quod in unaquaque suprascriptarum quattuor multiplicatio ei euitanda est $\frac{1}{2}$.

Aliter de eodem.

• et multiplica .... erunt 154 » (fol. 75 recto, lin. 22-25; pag. 178, lin. 27-33).

24	30	40	60
	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$ 1

Aliter ut redigatur hec questio ad regulam societatum, describe minuta per ordinem sic $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ 1, et multiplica per 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 60, que serua. Item multiplica 2, que sunt super 3, per 4, que sunt sub 3, erunt 8; que per 5, erunt 40, que serua. Rursus multiplica 2, que sunt super 3 per 3, que sunt super 4, erunt 6; que per 5, erunt 30, que serua. Et adhuc multiplica 2, que sunt super 3, per 3, que sunt super 4, erunt 6; que multiplica per 4, que sunt super 5, erunt 24: adde itaque quattuor seruantes numeros insimul, scilicet 60, et 40, et 30, et 24, erunt 154. Et inuenias regulam ipsorum, que est $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$; et multiplica singulariter unumquemque prescriptorum quattuor numerorum; et diuide unamquamque multiplicationem per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 7\ 11}$, et habebis pretium uniuscuiusque petie, hoc est per medietatem de 154.

De tertia unius numeri ex quarta, cuius numeri sit quinta.

• Si queratur .... numero illo » (fol. 75 recto, lin. 29-31; pag. 178, lin. 37-40).

numerus
$\frac{2}{3}$ 6

Si queratur de tertio unius integri, de cuius numeri quarta sit quinta pars; pone igitur ut numerus ille sit 60; de quibus summe $\frac{1}{4}$, que est 15; de quibus accipe $\frac{1}{5}$, que est 3; que cum uellent esse tantum $\frac{1}{3}$, Multiplica 60 per $\frac{1}{3}$, erunt 20; que diuide per 3, exibunt $\frac{2}{3}$ 6 pro numero illo.

• Aliter .... De ouis » (fol. 75 recto, lin. 32-34; pag. 178, lin. 42 — pag. 179, lin. 1).

numerus
$\frac{2}{3}$ 6

Aliter describe per ordinem: sit $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$; deinde multiplica unum, quod est super 3 per 4; que per 5, erunt 20; que diuide per multiplicationem de 1, quod est super 5 in 1, quod est super 4; que in 3; que multiplicatio est 3, exibunt similiter $\frac{2}{3}$ 6.

De ouis.

Qvidam emit oua 7 pro numero uno, et uendidit oua 5 pro denario; et lucratus fuit denarios 19: queritur quot ipse in ouis inuestiuerat: pone ut inuestiret denarios 5, pro quibus habuit oua 35, que uendidit denarios 7: ergo lucratus fuit denarios 2 in illis denariis 5: qui denarii 2 uellent esse 19 denarii. Multiplica 19 per 5, et diuide per 2, exibunt denarii $\frac{1}{2}$ 47; et tot inuestiuit homo ille. Nam materiam inueniendi hanc regulam est hec. Vt discas a 5 usque in 7, desunt | 2; in quibus diuide multiplicationem de 5 in 19, ut supra diximus.

* 35 que ... desunt (fol. 75 recto, lin. 37-39; pag. 179, lin. 4-7).

Inuestita
$\frac{1}{2}$ 47

fol. 75 verso.

De eisdem ouis.

Item si dixerit, quod emit oua 7 pro denariis 2, et uendidit oua 19 pro denariis 6; et lucratus est denarii 21; queritur quot inuestiuit: scribe questionem sic; et multiplica 7 per 6, erunt 42, que pone super 7; et multiplica 19 per 2, erunt 38, que pone super 19: post hec extrahe 38 de 42, remanent 4; multiplica 38 per 21, erunt 798; que diuide per 4, exibunt denarii $\frac{1}{2}$ 199; et tot inuestiuit. Et si proponatur, quod inuestiret denarios $\frac{1}{2}$ 199, et queratur lucrum ipsius; multiplicabis $\frac{1}{2}$ 199 per 4, et diuides per 38; et habebis pro lucro 21.

* 2 in quibus .... regula ouorum (fol. 75 verso, lin. 1-7; pag. 179, lin. 7-17).

38	42
6	2
19	7
$\frac{1}{2}$ 199	

De rotulis secundum regula ouorum.

Uerum si proposuerit, quod pro denariis $\frac{1}{7}\frac{1}{2}$ 4 rotulos $\frac{1\;3}{2\;8}$ 11 haberet, uenderet rotulos $\frac{2}{9}\frac{1}{5}$ 17 pro denariis $\frac{7}{10}$ 7; et esset lucratus denarios 27: describe questionem secundum quod in hac pagina descriptam cerneris; et multiplica Rotulos 11 per 8 de sua uirgula, et desuper adde 3, erunt 91; que per 2, et adde unum, erunt 183, que pone super $\frac{1\;3}{2\;8}$ 11. Item multiplica denarios 4, per 2, et adde 1, erunt 9; que per 7 de altera sua uirgula, erunt 63: super que adde multiplicationem de 1, quod est super 7 in 2, erunt 65, que pone super $\frac{1}{7}\frac{1}{2}$ 4. Rursus multiplica Rotulos 17 per 5, et super adde 1; que per 9, et adde multiplicationem de 2, que sunt super 9 in 5, erunt 784, que pone super $\frac{2}{9}\frac{1}{5}$ 17. Iterum multiplica denarios 7 per 10, et adde 7, erunt 77, que pone super $\frac{7}{10}$ 7: post hec multiplica numerum positum super $\frac{2}{9}\frac{1}{5}$ 17, scilicet 784 per numerum positum super $\frac{1}{7}\frac{1}{2}$ 4, idest per 65, erunt 50960, que pone super 784. Item multiplica positum numerum super $\frac{1\;3}{2\;8}$ 11, scilicet 183 per positum numerum super $\frac{7}{10}$ 7, idest per 77, erunt 14091, que pone super 183: postea oportet multiplicari 50960 per minuta, que sunt sub uirgulis de 11, et de 7, scilicet per 2, et per 8, et per 10: et adhuc oportet multiplicari 14091 per minuta, que sunt sub uirgulis de 17, de 4, scilicet per 5, et per 9, et per 2, et per 7; unde multiplicentur tantum 5960 per 2, et per 8, idest per 16, erunt 815360; et relinquantur quod non multiplicentur per 10; quia relinquemus multiplicare 14091 per 5, et per 2, in quibus ipsa multiplicare oportuerat; et multiplicabitur tantum per 7, et per 9, idest per 63, erunt 877733; de quibus extrahe 815360, remanent 72373; quibus studeas reperire regulam, que est $\frac{1\;0\;0\;0}{7\;7\;7\;211}$; in qua diuide per multiplicationem de 815360 in 27, scilicet in lucrum; que multiplicatio est 22014720, exibunt denarii $\frac{0\;0\;0\;2\;8}{7\;7\;7\;9\;11}$ 304; et tot inuestiuit in illis Rotulis.

* et multiplica .... multiplicentur tantum (fol. 75 verso, lin. 10-19; pag. 179, lin. 20-33).

888733	815360
14091	50960
183	784
R	
$\frac{1\;3}{2\;8}$ 11	$\frac{2}{9}\frac{1}{5}$ 17
65	pro denariis
pro denariis	77
$\frac{1}{7}\frac{1}{2}$ 4	$\frac{7}{10}$ 7

* relinquemus .... et tot inuestiuit (fol. 75 verso, lin. 20 e 21 — 24 e 25; pag. 179, lin. 34-39).

Inuestita
$\frac{0\;2\;6}{7\;9\;11}$ 304

Aliter diuide $\frac{1\;3}{2\;8}$ 11 per $\frac{1}{7}\frac{1}{2}$ 4, exibunt $\frac{1\;0\;0}{3\;10\;13}$ 2. Item diuide $\frac{21}{93}$ 17 per $\frac{7}{10}$ 7, exibunt $\frac{8\;2}{9\;11}$ 2; que extrahe de $\frac{1\;0\;0}{4\;10\;13}$ 2; et in hoc remanserit, diuide multiplicationes de $\frac{8\;2}{9\;11}$ 2 in 27; et habebis propositum.

De cane et uulpe.

Item si queratur de uulpe, que est ante canem pasus 50, et pasus 9 fugientis uulpis,

« uulpis .... in Alexadriam » (fol. 75 verso, lin. 29-33; pag. 179, lin. 44 — pag. 180, lin. 6).

Dies
100
Distantia
50

sunt passus 6 sequentis canis; queritur in quantum ea consequetur. Hec enim questio eandem retinet regulam ouorum: uidelicet ut extrahas 6 de 9, remanent 3; in quibus diuide multiplicationem de 6 in 50, exibunt passus 100; et in tot diebus canis fuit cum uulpe in uno puncto. Verum si distantiam eorum ignoraueris; et preponatur, quod canis uulpem adiungat in passibus 100; multiplicabis 3 per 100, et diuides per predicta 6.

De eo qui misit filium in Alexadriam.

Qvidam misit filium suum in alexandriam; deditque ei bizantios 100, precipiens, ut emeret ex eis piper, atque berzi. Cantare quidem piperis pro bizantiis 50, et cantare berzi pro bizantiis 30; et pondus quod ponderat piper esset $\frac{5}{9}\frac{4}{7}$ ponderis berzi. Queritur, quot emit de pipere, et quantum de berzi. Pone ut emeret de berzi cantaria 63; ideo quia in 63 reperiuntur $\frac{5}{9}\frac{4}{7}$; et uide quantum ualent cantaria illa 63: ualent enim bizantios 1890: quo facto accipe $\frac{5}{9}\frac{4}{7}$ de 63, que sunt 41; et tot cantaria pone, quod emisset ex pipere, que ualent bizantios 2050; cum quibus adde bizantios 1890, erunt bizantii 3940. Quare dices: pro can|tariis 63, que posui ut emeret de berzi, ueniunt in summa bizantii 3940; quid ponam ut ueniat in summa bizantii 100: multiplica 63 per 100, et diuide per 3940; quorum regula est $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 10\ 197}$: multiplicatio autem de cantariis 63 in 100 surgit in cantariis 6300, que sunt Rotuli 630000; quos diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 10\ 197}$, exibunt Rotuli $\frac{177}{197}$ 159; et tot emit ipse de berzi. Item multiplica cantaria 41 per 100, erunt Rotuli 410000; quos diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 10\ 197}$, exibunt Rotuli $\frac{0\ 0\ 12}{2\ 10\ 197}$ 104; et tantum emit de pipere. Si autem scire uolueris, quot bizantios ualeat piper, et quot berzi; multiplica 2050 per 100, et diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 10\ 197}$, et habebis pro pretio piperis bizantios $\frac{6}{197}$ 52. Item multiplica 1890 per 100, et diuide per $\frac{1\ 0\ 0}{2\ 10\ 197}$, exibunt pro pretio berzi $\frac{191}{197}$ 47.

fol. 76 recto.

« in summa .... diuide per » (fol. 76 recto, lin. 2-7; pag. 180, lin. 15-22).

berzi	
$\frac{177}{197}$	159
piper	
$\frac{0\ 0\ 12}{2\ 10\ 197}$	104

Et si suprascriptus pater precepisset filio, ut $\frac{3}{7}$ ex pondere piperis esset $\frac{2}{9}$ ex pondere berzi; inuenies primum duos numeros, ex quibus $\frac{3}{7}$ unius sint $\frac{2}{9}$ alterius, erunt 14 et 27. Nam $\frac{3}{7}$ de 14 faciunt quantum $\frac{2}{9}$ de 27 : quare pones, ut ipse emeret de pipere cantaria 14, et de berzi cantaria 27; et operaberis secundum quod superius fecimus; et inuenies quantitates utriusque mercis.

« Et si .... operaberis » (fol. 76 recto, lin. 9-11; pag. 180, lin. 23-26).

14	27
$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{9}$

Item $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ ex pondere piperis sit $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ ex pondere berzi, inuenies quod duos numeros, ex quibus $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius sint $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius, erunt 27, et 35. Nam $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 27 sunt $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{4}$ de 36: quare pones, ut ipse emeret de pipere cantaria 27, de berzi cantaria 35; et operaberis secundum suprascriptum modum.

« $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius .... ad rationem » (fol. 76 recto, lin. 14-16; pag. 180, lin. 29-32 e 33).

35	27
$\frac{9}{20}$	$\frac{7}{12}$

Rvrsus si proponatur, quod ipse emisset ex suprascriptis bizantiis 100 piper ad rationem de bizantiis 50; et lac ad rationem de bizantiis 40; et de berzi ad rationem de bizantiis 30; et linum ad rationem de bizantiis 20. Et $\frac{2}{3}$ ex pondere piperis esset $\frac{4}{5}$ ex pondere lacce. Et $\frac{6}{7}$ ex pondere berzi, et $\frac{8}{9}$ ex pondere lini. Inueniendi sunt primum quattuor numeri, ex quibus $\frac{2}{3}$ primi numeri sint $\frac{4}{5}$ secundi, et $\frac{6}{7}$ tertii, et $\frac{8}{9}$ quarti; et habebis pro primo numero 36; pro secundo 30; pro tertio 28; pro quarto 27: quare pones, ut ipse emeret ex pipere cantaria 36, que ualeret bizantios 1800. Et de lacca cantaria 30, que ualent bizantios 1200; et de berzi cantaria 28, que ualent bizantios 840; et de lino cantaria 27, que ualent bizantios 540: quibus bizantiis quattuor mertium in unum coniunctis, faciunt bizantios 4380, que uellent esse bizantios 100: quare singulariter cantaria 36 piperis, scilicet Rotuli 3600. Et cantaria 30 lacca, scilicet Rotuli 3000. Et cantaria 28 berzi, scilicet Rotuli 2800; et cantaria 27 lini, scilicet Ro-

« piperis .... cantaria 36 » (fol. 76 recto, lin. 18-23; pag. 180, lin. 34-42).

27	28	30	36
432.	448.	480.	576
$\frac{8}{9}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$

tulos 2700 multiplicabis per bizantios 100, et diuides summam uniuscuiusque multiplicationis per regulam de 4380, que est $\frac{1}{6}\frac{0}{10}\frac{0}{73}$; et habebis pro pondere piperis Rotulos $\frac{14}{73}$ 82; et pro pondere lacce Rotulos $\frac{28}{73}$ 68; et pro pondere berzi Rotulos $\frac{462}{876}$ 63; et pro pondere lini Rotulos $\frac{47}{73}$ 81; et sic possemus huiusmodi uarias proponere questiones, que soluentur suprascripto ordine.

De diuisione de 10 in tribus partibus inequales
secundum continuam proportionem.

Si opponatur ut diuides 10 in tres inequales partes, quarum multiplicata minorem in maiorem, faciat quantum secunda multiplicata in se ipsam; sic facies: pone ut prima pars sit aliquis, numerus, ut 1; deinde pone, ut secunda pars sit alius quislibet numerus, ut dicamus 2; que multiplica in se, faciunt 4; que diuide per 1, uenient 4. Modo habes tres numeros, scilicet 1, et 2, et 4; ex quibus multiplicatis primo per tertium, scilicet 1 per 4, facit tantum quantum secundus in se ipsum, scilicet 2 per 2. Vnde colligas 1, et 2, et 4, faciunt 7; que cum uellent esse 10, dices: pro 1, quod pono pro prima illarum trium partium, peruenit 7 in earum summa: quid ponam pro eadem, ut perueniat in summam 10. Multiplicabis itaque 1 per 10; que diuides per 7, exibit pro quantitate prime partis $\frac{3}{7}$ 1. Item multiplicabis eademque ratione secundam partem, scilicet 2 per 10, erunt 20: que diuides iterum per 7, exibunt $\frac{6}{7}$ 2; et tantum est secunda pars. Rursum multiplicabis 4, que sunt tertia pars, per 10, erunt 40; que diuides per 7, exibunt pro tertia parte $\frac{5}{7}$ 5. Multiplicatio igitur de $\frac{3}{7}$ 1 in $\frac{5}{7}$ 5, est quantum | Multiplicatio de $\frac{6}{7}$ 2 in se; et $\frac{3}{7}$ 1, et $\frac{6}{7}$ 2, et $\frac{5}{7}$ 5 insimul iunctis, faciunt 10, ut querebatur. Potest enim 10, secundum prescriptam conditionem, in infinitas tres et uariis partes diuidere: quare si alios in principio in continua proportione poneremus numeros preter quod 1, et 2, et 4 in alias partes 10, redderent diuisa; quarum semper prima multiplicata in tertiam, faciet quantum secunda multiplicata in se.

« quantum .... quantum » (fol. 76 recto, lin. 34-39; pag. 181, lin. 13-21).

Prima
$\frac{3}{7}$ 1
Secunda
$\frac{6}{7}$ 2
Tertia
$\frac{5}{7}$ 5

fol. 76 verso.

De eodem in IIII^or partes.

Item si 10 in quattuor partes diuidere uolueris, ita quod multiplicata prima in quartam faciat quantum secunda in tertiam. Et rursum multiplicata prima in tertiam faciat quantum secunda in se ipsam. Et iterum multiplicata secunda in quartam faciat quantum tertia in se ipsam. Hanc enim diuisionem in infinitas uariasque partes possumus inuenire. Quare unam demonstrationem pro multis ostendamus: ponas ut prima pars sit unum. Secunda bis tantum, scilicet 2. Tertia bis tantum secunde, scilicet 4. Quarta bis tantum tertie, scilicet 8: Hii quattuor numeri sunt in continua proportione. Vnde coadunatis his quatuor partibus, scilicet 1, et 2, et 4, et 8, faciunt 15, que uellent esse 10. Vnde dices: pro 1, quod pono prima parte, perueniunt 15 in summa eorum quattuor partium; quid ponam pro eadem parte, ut ueniant in 10 in earum summa. Multiplicabis enim unum per 10, et diuides per 15, exibunt $\frac{2}{3}$ unius integri pro prima parte. Item multiplicabis singulariter 2, et 4, et 8 per 10; et singulariter diuides per 15, et habebis pro secunda parte $\frac{1}{3}$ 1; pro tertia $\frac{2}{3}$ 2, et pro quarta $\frac{1}{3}$ 5: uel habita prima parte, duplicabis eam, et habebis secundam; qua duplicata, habebis tertiam; qua duplicata, habebis quartam. Vel quia 10 sunt $\frac{2}{3}$ de 15, accipe $\frac{2}{3}$ prescriptorum quattuor numerorum, et habebis quesitas.

« diuisionem ... et habebis » (fol. 76 verso, lin. 7 e 8-15; pag. 181, lin. 30-40).

Prima
$\frac{2}{3}$
Secunda
$\frac{1}{3}$ 1
Tertia
$\frac{2}{3}$ 2
Quarta
$\frac{1}{3}$ 5

De eodem in quinque.

Rursum si 10 in plures partes quam quattuor, ut in 5, secundum continuam proportio-

nalitatem, diuidere nolueris;hoc est, quod multiplicata prima in quinta, faciat quantum secunda in quartam, et quantum tertia in se ipsam. Et iterum prime in quartam faciat quantum secunda in tertiam. Et iterum prima in tertiam, quantum secunda in se ipsam. Et iterum secunda in quintam, quantum tertia in quartam. Et adhuc tertia in quintam, quantum quarta in se ipsam. Pones itaque secundum quod superius fecisti pro prima parte 1; pro secunda 2; pro tertia 4; pro quarta 8; pro quinta 16 : adde ergo 1, et 2, et 4, et 8, et 16, erunt 31; que cum uelint esse 10, Multiplicabis 1 per 10, et diuides per 31, exibunt $\frac{10}{31}$ pro quantitate prime partis : deinde multiplicabis 2 per 10, et diuides per 31, exibunt $\frac{20}{31}$ pro secunda parte; et sic facies de reliquis tribus partibus pro tertia $\frac{40}{31}$, hoc est $\frac{9}{31}$ 1. Et pro quarta $\frac{80}{31}$, hoc est $\frac{18}{31}$ 2; et pro quinta $\frac{160}{31}$, hoc est $\frac{5}{31}$ 5; quibus insimul iunctis, faciunt 10, ut querebatur.

(Secundum que ... diuides per 31 » (fol. 76 verso, lin. 16-24; pag. 181, lin. 40 — pag. 182, lin. 8).)

prima $\frac{10}{31}$
Secunda $\frac{20}{31}$
Tertia $\frac{9}{31}$ 1
Quarta $\frac{18}{31}$ 2
Quinta $\frac{5}{31}$ 5

De Leone et leopardo et urso.

Qvidam leo comedabat unam ouem in horis IIII^or; et leopardus in horis 5; Et ursus in horis 6: queritur, si inter eos ouis una eiecta fuerit, in quantis horis eam deuorauerunt. Sic facies: pro quattuor horis, in quibus leo ouem comedit. Pone $\frac{1}{4}$; et pro horis 5 leopardi pone $\frac{1}{5}$; et pro horis 6 ursi, pone $\frac{1}{6}$: et quin $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ reperiuntur in 60. Pone ut in horis 60 ipsi deuorarent ouem illam. Considera itaque, quot oues leo comederet in illis horis 60: cum in quattuor oris unam deuoret ouem, est manifestum, quod ipse deuoraret oues 15 in illis 60 horis; et leopardus deuoraret oues 12 per quintum de 60, que est 12. Similiter et ursus deuoraret oues 10; cum 10 sint $\frac{1}{6}$ de 60. Ergo in horis 60 comederent ipsi oues 15, et 12, et 10, hoc est 37. Quare dices: pro horis 60, quas pono, comedunt ipsi oues 37. Quid ponam ut tantum comedent ouem unam. Multiplica itaque unum per 60, et diuide 37, exibit hora $\frac{23}{37}$ 1. Et in tot ipsi ipsam ouem deuorauerunt.

(« deuoraret ... ab eam » (fol. 76 verso, lin. 34-37; pag. 182, lin. 20-21).)

hora coniunctionis
$\frac{23}{37}$ 1

De duabus formicis quarum una imittatur aliam.

Formice 2 distabant in plano passibus 100; et tendebant ad unum locum: prima quarum ibat cotidie $\frac{1}{3}$ passus, reuertebat retro $\frac{1}{4}$; alia ibat $\frac{1}{5}$, et reuertebatur $\frac{1}{6}$: queritur, in quot diebus | (fol. 77 recto.) erunt coniuncte : pone dies 60, in quibus prima iret tertiis 60 unius passus, scilicet passibus 20; et reuerteretur retro passibus 15, scilicet $\frac{1}{4}$ de 60; et sic in diebus 60 iret plus de sua reuersione passibus 5; et aliam eisdem diebus 60 iret $\frac{1}{5}$ de 60, scilicet 12; et reuerteretur retro $\frac{1}{6}$, scilicet passibus 10; et sic iret passibus 2 magis de sua reuersione: quibus extractis de passibus 5, remanent passus 3; et tot appropinquantur ipse in dies 60: que cum uelint esse 100, Multiplicabis $\frac{1}{3}$ de 60 per 100; et habebis dies 2000 pro eorum coniunctione.

De duabus nauibus se se inuicem coniungentibus.

Naues due distabant ad inuicem per aliquod spatium; quod iter prima nauis explebat in diebus 5; alia in diebus 7: queritur si ceperint iter in eadem hora, in quot diebus erunt coniuncte. Multiplica 5 per 7, erunt 35; et tot dies pone, in quibus prima nauis faciet iter suum septies. Alia uero quinquies: quare adde 7 cum 5, erunt 12; et quia inter utramque nauem debebant facere tantum semel illud iter. Multiplica 1 per 35; et diuide per 12, exibunt $\frac{11}{12}$ 2; et in tot diebus erunt coniuncte: et si uis scire, in qua parte; diuide 7, et 5 per 12, uenient $\frac{7}{12}$ totius itineris ex parte prime nauis, et $\frac{5}{12}$ ex parte secunde. Et si proponeretur primam nauem ire septies ad locum alterius nauis, et aliam redire quinquies in una die, diuide semel 1 per 12, exibit hora una pro earum coniunctione; que coniunctio erit in parte predicta.

De tina que habet quatuor foramina in fundo.

Est tina, que habet quattuor foramina, per primum quorum euacuatur in die 1; per secundum in 2; per tertium in 3; per quartum in 4; queritur quot horis euacuabitur, si dicta quattuor foramina simul aperiantur: pone dies 12 pro ipsius euacuatione. In quibus per primum foramen tina euacuaretur duodecies; cum dies 12 sint duodecuplum unius diei: similiter in illis positis 12 diebus per secundum foramen euacuaretur tina septies; per tertium quater; per quartum ter; et sic in diebus 12 tina euacuaretur uigies quinquies; hoc est, quod in diebus 12 euacuantur tine 25: et queritur, in quot euacuabitur tina 1. Multiplica ergo extremos, scilicet 12 per 1, et diuide prr medium, exibunt $\frac{12}{25}$ unius diei: de quibus si uis horas facere, Multiplica 12, que sunt super uirgam, per horas unius diei, scilicet per 12, erunt 144; que diuide per 25, exibunt hore $\frac{19}{25}$ 5 pro tine euacuatione.

De eadem tina cum super ipsam sint canales IIII.or

Et si proponatur, quod super ipsa tina erunt canales 4 euacuantes aquam; per primum quorum tina impleatur in horis 6; per secundum in 9; per tertium in 24; per quartum in 27; queritur si tina fuerit uacua, et per ipsas canales simul fluat aqua uicina, et foramina sint aperta; in quot horis implebitur tina: pone etiam, ut impleatur in dies 12, in quibus per ipsa foramina euacuantur tine 25: deinde fac horas ex ipsis diebus 12, erunt hore 144; quas diuide per horas primi canalis, scilicet per 6, exibunt 24; et tot tine implentur per primum canalem: quia quam multiplices sunt hore 144 ex horis 6, tam multiplices sunt tine 24 ex tina 1: quare eadem ratione diuides horas 144 per horas reliquorum canalium, scilicet 9, et per 24, et per 27, exibunt tine 16, et 6, et $\frac{1}{3}$ 5: quibus additis cum tinis 24 primi canalis tine $\frac{1}{3}$ 51; et tot tine impleutur ab ipsis canalibus 4 in positis diebus 12: a quibus eiectis tinis 25, que euacuantur per foramina, remanent tine $\frac{1}{3}$ 26, que uellent esse tina 1. Quare multiplica horas 12 diei, scilicet 144 per 1; et diuide per secundum numerum, scilicet per $\frac{1}{3}$ 26, exibunt hore $\frac{37}{79}$ 5; et in tot implebitur tina illa.

De bute que habet IIII.or foramina unum super aliud.

Item buctis habens 4 foramina unum super aliud in quarto retenimento buctis constituta; ex quibus si aperiens primum foramen .1. superius, euacuatur quarta pars buctis in 1 die; qua euacuata, si aperieris secundum, euacuabitur buctis a primo usque ad secundum, scilicet alia quarta pars in duobus diebus. Rursum, euacuatis duabus quartis, si aperieris tertium, euacuatur de bucte alia quarta pars | a secundo foramine fol. 78 recto
usque ad se in tribus diebus. Iterum si aperieris quartum euacuatur de bucte alia quarta pars in diebus 4. Queritur si omnia quattuor foramina pariter aperta fuerint, in quantum tota buctis euacuabitur. Quia euacuato aliquo ipsorum nullum iuuamen aliis prebere posse prepouitur. Necessarium est ut euacuationem uniuscuiusque foraminis singulariter reperiamus. Primum quidem ponamus, quod buctis teneat bariles quotlibet, ut dicamus 48. Quarum quarta pars accepta, que est 12, habeatur pro tenimento uniuscuiusque foraminis: deinde accedamus ad euacuationem primi, id est superioris foraminis: ponamus, ut inter omnia 4 illa foramina euacuetur de bucte usque ad superius foramen in una die, scilicet in horis 12: deinde uideamus quot bariles in illis 12 horis per unumquodque foramen euacuarentur: per primum quidem euacuarentur

in duobus ... euacuatur » (fol. 77 verso, lin. 12-22; pag. 184, lin. 2-14 e 15).

hore euacuantur primus
$\frac{4\ 3}{5\ 5}$ 5
Secunda
$\frac{1}{13}$ 11
Tertia
$\frac{4}{7}$ 20
Euacuatio totius buctis
$\frac{4\ 0\ 2\ 5}{5\ 5\ 7\ 13}$ 1

bariles 12 in illis horis 12. Ideo quia preponitur in positione, quod per ipsum euacuatur quarta pars totius buctis in una die. Et quia per secundum alia quarta pars in duobus diebus euacuatur. Ergo in illis 12 horis euacuarentur per ipsum bariles 6: eademque rationem per tertium foramen euaeuabitur bariles 4 in illis 12 horis. Et per quartum euacuarentur bariles 3. Iunctis itaque barilibus 12, et 6, et 4, et 3 faciunt 25; et tot bariles euacuarentur per ipsa quattuor foramina in illis 12 horis. Quare multiplica 12 per 12, faciunt 144; que diuide per 25, exibunt hore $\frac{4\ 3}{5\ 5}$ 5; et in tot horis euacuabitur buctis usque ad superius foramen : deinde accedamus ad euacuationem secunde, quarte : et pone iterum, ut euacuetur ipsa similiter in aliis 12 horis. In quibus, ut prediximus, per secundum euacuantur bariles 6; per tertium quoque bariles 4; per quartum uero bariles 3. Quare per ipsa tria foramina euacuantur bariles 13; pro quibus multiplicabis 12 per 12, et diuide per 13, exibunt hore $\frac{1}{13}$ 11 pro euacuatione eiusdem secunde partis : deinde pone, ut tertia quarta euacuetur iterum in horis 12, in quibus per tertium foramen euaeuantur bariles 4; per quartum 3, hoc est per utrumque euacuantur bariles 7. Quare multiplica 12 iterum per 12, et diuides per 7, exibunt hore $\frac{4}{7}$ 20 pro euacuatione tertie quarte; per quartum uero foramen euacuatur reliqua quarta in quattuor diebus. Quare adde dies 4, et horas $\frac{4\ 3}{5\ 5}$ 5, et horas $\frac{1}{13}$ 11, nec non et horas $\frac{4}{7}$ 20, erunt dies 7, et horas $\frac{4\ 0\ 2\ 5}{5\ 5\ 7\ 13}$ 1; et in tantum euacuabitur buctis illa.

« dies 4 ... in prepositis » (fol. 77 verso, lin. 25-27; pag. 184, lin. 17-21).

Dies 7 et hore $\frac{4\ 0\ 2\ 5}{5\ 5\ 7\ 13}$ 1

Aliter de bute.

Et si dixeris, quod per unum quodque foramen tota buctis euaeuetur usque ad se ipsam in prepositis diebus; pone similiter, ut buctis teneat bariles 48: deinde uide in quantum euacuabitur buctis usque ad primum foramen. Apertis uidelicet omnibus foraminibus. Pone ergo ut euacuetur in horis 12, in quibus per primum euacuantur bariles 12: per secundum uero totidem euacuantur; cum in duobus diebus bariles 24 euacuentur in horis 12: per tertium quoque in positis horis 12 euacuarentur alios bariles 12; cum in tribus diebus per ipsam euaeuarentur bariles 36: per quartum autem in illis 12 horis alios bariles 12 euacuantur: quibus iunctis cum barilibus euacuationum trium reliquorum foraminum, erunt 48, que uellent esse 12. Ergo multiplica 12 per 12, et diuide per 48, exibunt hore 3; et in tot euacuatur usque ad primum foramen. Item si posueris pro euacuatione secunde quarte alias horas 12, reperies quod per reliqua tria foramina euacuabuntur bariles 36 : quare multiplicabis 12 per 12, et diuides per 36, exibunt hore 4; et in tantum euacuabitur secunda quarta. Item si posueris horas 12 pro euacuatione tertii quarte, quod reperies utrumque foramen euaeuarentur bariles 24. Quare multiplica 12 per 12, et diuide per 24, exibunt hore 6 pro tertie quarte euaeu|atione. De quarto foramine nil dicendum est; cum manifestum sit, quod per ipsum in horis 12 euaeuetur totum residuum, scilicet bariles 12. Quare addas horas euacuationum quattuor dietorum quartarum, scilicet 3, et 4, et 6, et 12, erunt hore 25; et in tantum euacuabitur buctis illa.

in horis 12 .... euacu|atione » (fol. 77 verso, lin. 30-32; fol. 78 recto, lin. 1; pag. 184, lin. 23-34).

Euacuatur primi foraminis hore
3
hore
secundi 4
hore
Tertii 6
hore
Quarti 12

fol. 78 recto

Aliter de bute.

Et si proponatur, quod a summo buctis usque ad superius foramen sit $\frac{1}{2}$ totius tenimenti buctis: ab ipso foramine usque ad secundum, sit $\frac{1}{4}$ eiusdem tenimenti. Et ab ipso usque ad tertium sit $\frac{1}{5}$. Ab ipso usque ad inferius foramen sit residuum tenimenti buctis; et per superius foramen euacuetur buctis usque ad ipsum in 1 die. Per

secundum ab ipso superiori usque ad ipsum secundum in 2. Per tertium a secundo usque ad ipsum tertium in 3. Per ioferius euacuetur buctis a tertio usque ad ipsum in dies 4. Pone, ut buctis teneat bariles 60; quare usque ad superius foramen sunt bariles 20, scilicet tertium de 60. Et a secundo foramine usque ad superius sunt bariles 15, scilicet quartam de 60. Et a tertio usque ad secundum sunt bariles 12, scilicet quintam de 20. Quibus barilibus 12 et 15, et 20 in unum coniunctis, reddunt bariles 47 pro tenimento buctis usque ad tertium foramen: a quibus 47 usque in 60 sunt bariles 13 ab inferiori foramine usque ad tertium: deinde pone diem 1 in euacuatione buctis usque ad superius foramen, in quo posito die per primum foramen euacuantur bariles 20; per secundum $\frac{1}{2}$ 7, scilicet $\frac{1}{2}$ de 15; per tertium 4, scilicet tertia de 12; per quartum $\frac{1}{4}$ 3, scilicet quartam de 13: ergo per quattuor foramina euacuantur in 1 die bariles 20, et $\frac{1}{2}$ 7, et 4, et $\frac{1}{4}$ 3, hoc est in summa bariles $\frac{3}{4}$ 34, que uellent esse 20, scilicet tenimentum superioris foraminis: quare moltiplicabis diem 1 per bariles 20, et dioides per $\frac{3}{4}$ 34, exibunt $\frac{80}{139}$ unius diei pro euacuatione superius foraminis. Item pone unum diem in euacuatione barilium 15 secundi foraminis, in quo per secundum euacuantur, ut prediximus, bariles $\frac{1}{2}$ 7; per tertium 4; per inferius $\frac{1}{4}$ 3, hoc est in summa $\frac{3}{4}$ 14, que uellent esse 15: quare multiplicabis 1 per 15, et diuides per $\frac{3}{4}$ 14, exibit dies $\frac{1}{59}$ 1 pro euacuatione barilium 15. Rursum pone unum diem in euacuatione barilium 12 tertii foraminis, in quo die per ipsum foramen euacuantur bariles 4; per inferius $\frac{1}{4}$ 3, hoc est per utrumque $\frac{1}{4}$ 7, qui uellent esse 12: quare multiplica 1 per 12, et diuide per $\frac{1}{4}$ 7, exibit dies $\frac{19}{29}$ 1 pro euacuatione tertii foraminis. Per inferius uero foramen euacuatur residuum in dies 4, ut propositum est. Quare addes dies 4, et $\frac{19}{29}$ 1, et $\frac{1}{59}$ 1, et $\frac{80}{139}$, et habebis dies 7, et horas $\frac{24\ \ 5\ \ 125}{29\ 59\ 139}$ 2 pro euacuatione totius buctis.

« pro tenimento .... *de bucte* » (fol. 78 *recto*, lin. 12-24, pag. 185, lin. 7-24).

Euacuatio superioris
Vnius
diei
$\frac{80}{139}$
Secundi
$\frac{1}{59}$ 1
Tertii
$\frac{19}{29}$ 1
Quarti
4
Summa
dies 7 et horas
$\frac{24\ \ 5\ \ 125}{29\ 59\ 139}$ 2

Modus alius de bucte.

Et si per unumquodque foramen usque ad ipsum, totam buctem euacuare proponatur in prepositis diebus, pones similiter, ut buctis teneat bariles 60: quare per primum euacuantur bariles 20 in uno die. Per secundum 20 et 15, scilicet 35 in duobus diebus. Per tertium 20, et 15, et 12, scilicet 47 in diebus 3. Per inferius euacuantur bariles 60, scilicet tota buctis in diebus 4. Quare pones in euacuatione barilium 20 superioris foraminis diem 1. In quo per primum euacuantur bariles 20; per secundum $\frac{1}{2}$ 17, scilicet dimidium de 35; Per tertium $\frac{2}{3}$ 15, scilicet $\frac{1}{3}$ de 47. Per inferius 15, scilicet quartam de 60; et sic sunt in summa bariles $\frac{1}{6}$ 68, qui uellent esse 20: quare multiplica 1 per 20, et diuide per $\frac{1}{6}$ 68, exibunt $\frac{120}{409}$ unius diei. Item pro euacuatione barilium 15 secundi foraminis pone diem 1, in quo per secundum euacuantur bariles $\frac{1}{2}$ 17; per tertium $\frac{2}{3}$ 15; per quartum 15, hoc est in summa bariles $\frac{1}{6}$ 48, qui uellent esse 15: quare multiplicabis 1 per 15, et diuide per $\frac{1}{6}$ 48, exibunt $\frac{90}{289}$ unius diei. Rursum pro euacuatione barilium 12 tertii foraminis pone 1 diem, in quo per ipsum euacuantur bariles $\frac{2}{3}$ 15; per ultimum 15, hoc est per utrumque $\frac{2}{3}$ 30, qui uellent esse 12: quare multiplica 1 per 12, et diuide per $\frac{2}{3}$ 30, exibunt $\frac{9}{23}$ unius diei. Item pone in euacuatione bariles 13 inferioris foraminis diem 1, in quo euacuantur bariles 15, qui uellent esse 13: quare multiplica 1 per 13, et diuide per 15, exibunt $\frac{13}{15}$ unius diei; quibus iunctis cum $\frac{9}{23}$, et cum $\frac{120}{409}$, reddunt pro summa diem 1, et horas $\frac{1\ 13\ 19\ 19\ 144}{5\ 17\ 17\ 23\ 409}$ 10 pro euacuatione totius buctis.

« Et si per .... totius buctis » (fol. 78 *recto*, lin. 25-33, pag. 185, lin. 25-42).

Euacuatio primi
$\frac{120}{409}$ dies
Secundi
$\frac{90}{289}$
Tertii
$\frac{9}{23}$
Inferioris
$\frac{13}{15}$
Summa
horas
dies
$\frac{1\ 13\ 19\ 12\ 144\ 13}{5\ 17\ 17\ 23\ 409\ 19}$ 1

fol. 78 verso.

* buctis in .... collectione * (fol. 78 verso, lin. 2-6, pag. 186, lin. 3-9).

Euacuatur buctis
die
$\frac{1}{55}$ unius

Item est buctis habens inferius foramina 10, que per primum euacuatur in 1 die; per secundum in $\frac{1}{2}$ unius diei. | Per tertium in $\frac{1}{3}$; per quartum in $\frac{1}{4}$, et sic deinceps per ordinem, usque quod per decimum foramen euacuatur buctis in $\frac{1}{10}$ unius diei. Queritur: si foramina insimul aperta fuerint, in quanta diei parte buctis tota erit euacuata. Pone, ut buctis euacuetur in una die, in quo per primum foramen euacuatur buctis semel; per secundum bis, cum in dimidio diei euacuetur ipsa: quare per tertium euacuatur ter; per quartum quater; per quintum quinquies, hoc est buctes 5; per sextum euacuantur buctes 6; per septimum 7; per octauum 8; per nonum 9; per decimum 10: ergo in die 1 per omnia foramina euacuantur tot buctes, quot sunt in collectione numerorum, qui sunt ab 1 usque in 10, scilicet 55 : quare dices: pro die 1, qui pono, euacuantur buctes 55; quid ponam, ut euacuetur buctis 1 : multiplica 1 per 1, et diuide per 55, exibit $\frac{1}{55}$ unius diei pro euacuatione totius buctis.

De quatuor hominibus nauem locantibus.

* a quibus .... exibunt modia * (fol. 78 verso, lin. 12-19, pag. 186, lin. 16-27).

Caricum nauis
$\frac{10}{19}$ 4210

Caricum nauis
$\frac{29}{61}$ 1311

Qvattuor homines naulegiauerunt nauem ad honerandum de frumento; et unusquisque eorum quartam honerauit : et primus erat daturus domino nauis pro naulo $\frac{1}{3}$ sui frumenti; secundus $\frac{1}{4}$; tertius $\frac{1}{5}$; Quartus $\frac{1}{6}$; a quibus habuit dominus nauis pro eorum naulo modia 1000: quare quantitas totius carici nauis : pone ut caricum 4te partis totius nauis , scilicet portio uniuscuiusque , sit modia 60 ; quare caricum totius nauis erit modia 240. Et quia primus dedit $\frac{1}{3}$ sui carici; et secundus $\frac{1}{4}$; tertius $\frac{1}{5}$; quartus $\frac{1}{6}$, accipe $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 60, erunt modia 57, que uellent esse 1000. Quare dices : pro modiis 240, que pono in carico totius nauis, ueniunt Nauclerio modia 57; quid ponam, ut ueniant ei modia 1000: multiplica 240 per 1000, et diuide per 57, exibunt modia $\frac{10}{19}$ 4210 pro carico totius nauis.

De eodem.

Et si proponatur, quod dato naulo domino nauis, remansisset ei modia 1000. Extrahes 57 de 240, remanent ei modia 183, que uellent esse 1000: quare multiplica 240 per 1000, et diuide per 183, exibunt modia $\frac{29}{61}$ 1311 pro carico totius nauis.

De homine retento in obsequio.

Qvidam retinuit quendam hominem in obsequium. Cui erat daturus in mense numeros tres, quorum secundus erat denariis 2 maior primo; et tertius denariis 2 maior secundo, hoc est denariis 4 maior primo. Et insuper erat ei daturus denarios 10. Contingit autem, quod ipse laborauit dies 6, pro quibus dominus operis dedit ei medietatem primi numeri. Et tertiam secundi. Et quartam tertii numeri; et fuit persolutus secundum quod ei contingit pro hoc, quod laborauerat. Queritur qui fuerunt numeri illi. Quia dies 6, in quibus laborauit, sunt quinta mensis; scilicet ex diebus 30 debuit ipse pro suo labore recipere $\frac{1}{5}$ omnium trium numerorum dictorum; et de denariis 10, pro qua $\frac{1}{5}$ dedit eius dominus medietatem primi numeri. Et tertiam secundi. Et quartam tertii. Et manifestum est, quod si de secundo numero extrahantur 2, et de tertio 4, uterque eorum erunt equales primo numero. Vnde extractis 2 de secundo, et 4 de tertio; si acceperimus medietatem primi, et tertiam secundi, et quartam tertii; ideo accepimus $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ tantum de primo numero : ergo ut accipiamus $\frac{1}{3}$ de denariis 2, in quibus secundus excedit primum; et $\frac{1}{4}$ de 4, in quibus tertius excedit primum, erunt $\frac{2}{3}$ 1 : ergo dedit ei dominus $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ primi numeri, et insuper denarium $\frac{2}{3}$ 1; et fuit tamquam si de-

disset ei $\frac{1}{2}$ omnium trium numerorum, et de 16: nam extractis iterum 2 de secundo numero, et 4 de tertio; et accepto $\frac{1}{5}$ primi numeri, et secundi, et tertii; tantum est quantum si acceperimus tantum $\frac{3}{5}$ de primi numeri : deinde remanet, ut accipiatur $\frac{1}{5}$ de denariis 2 prescriptis, qui extracti fuerunt de secundo numero; et de 4, qui extracti fuerunt de tertio; et de 10, hoc est de 16, erunt $\frac{1}{5}$ 3 : ergo operarius erat recepturus $\frac{3}{5}$ primi numeri, et insuper denarios $\frac{1}{5}$ 3; pro quibus recepit $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ eiusdem primi numeri, et insuper denarium $\frac{2}{3}$ 1 : quare extrahas $\frac{2}{3}$ 1 de $\frac{1}{5}$ 3, remanent $\frac{8}{15}$ 1: ergo $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ ipsius numeri primi sunt plus $\frac{8}{15}$ 1 de $\frac{3}{5}$ eiusdem numeri. Vnde inueniendum est numerus, cuius $\frac{3}{5}$ extractis de $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ eiusdem numeri, remaneat $\frac{8}{15}$ 1. Pone, ut numerus ille sit 60, cuius $\frac{3}{5}$ acceptis, que sunt 36; et extractis de $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ de 60, scilicet de 65, remanent 29, que uellent esse $\frac{8}{15}$ 1 : multiplicabis itaque | 60 per $\frac{8}{15}$ 1, erunt 92; que diuide per 29, exibunt $\frac{5}{29}$ 3 pro quantitate primi numeri: quibus additis 2, habebis $\frac{5}{29}$ 5 pro secundo numero; quibus iterum additis 2, habebis $\frac{5}{29}$ 7 pro tertio numero.

* « si dedisset .... $\frac{3}{5}$ acceptis » (fol. 78 verso, lin. 32-38 e 39; pag. 186, lin. 43 — pag. 187, lin. 10).

primus
$\frac{5}{29}$ 3
Secundus
$\frac{5}{29}$ 5
Tertius
$\frac{5}{29}$ 7

fol. 79 recto

De numero cui super additur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ et 12, et a quo extrahitur $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$ et 12, et nil remanet.

Est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ et 12; et de collecta quantitate abstuleris $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$ et 12, nichil remanebit. Queritur quid sit numerus ille : primum querendum est, quis sit numerus, de quo si extraxeris $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$ et 12, nichil remaneat. Pro quo pone 30, de quibus extrahe $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$, scilicet 17, remanent 13. Que cum uelint esse 12 ; Multiplica 12 per 30, erunt 360; que diuide per 13, exibunt $\frac{9}{13}$ 27: pro quibus iterum dices : est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ et 12, facient $\frac{9}{13}$ 27: quare extrahe 12 de $\frac{9}{13}$ 27, remanebunt $\frac{9}{13}$ 15 : deinde pone, ut ipse numerus sit 12, super quem adde $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsius, erunt 19; que cum uellent esse $\frac{9}{13}$ 15, Multiplicabis itaque 12 per $\frac{9}{13}$ 15, et diuides per 19, exibunt $\frac{4\ 17}{13\ 19}$ 9 ; et tot erit numerus ille. Verbi gratia : Accipe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de $\frac{4\ 17}{13\ 19}$ 9; quas sic accipere eas demonstramus: uidelicet ut multiplices 9 per 19, et adde 17; que per 13, et adde 4, erunt 2448; super que adde $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsorum, que sunt 1428, erunt 3876; que diuide per $\frac{1\ 1}{19\ 13}$. Et ideo primus per 19, quam per 13; quia 3876 integraliter diuidantur per 19, exibunt $\frac{9}{13}$ 15 ; super que adde 12, erunt $\frac{9}{13}$ 27 ; de quibus extrahe $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$, que sunt $\frac{9}{13}$ 15, remanent 12; que non abieceris, nichil remanebit, ut prepositum est.

* « querendum est .... adde $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ » (fol. 79 recto, lin. 5-8 ; pag. 187, lin. 17-22).

Numerus
$\frac{4\ 17}{13\ 19}$ 9

De numero cui super additur $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{7}$ et 60.

Item est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{7}$, et denarios 60; et de collecta summa extraxeris $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{8}$, et denarios 60, nichil remanebit : inuenies numerum, de quo extracta $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{5}$, remaneat 60: erit numerus ille $\frac{25}{41}$ 175; de quibus extrahe 60, remanent $\frac{25}{41}$ 115; pro quibus inueniendus est numerus, super quem si addatur $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{7}$, faciant $\frac{25}{41}$ 115, quem sic inuenies. Pone igitur, ut ipse sit 63; de quibus accipe $\frac{3}{7}$, que sunt 27. Et $\frac{1}{9}$, que est 7, erunt 34; que adde cum 63, erunt 97, que uellent esse $\frac{25}{41}$ 115. Vnde multiplicanda sunt 63 per $\frac{25}{41}$ 115, et diuidenda per 97, exibunt $\frac{17\ 8}{41\ 97}$ 75 pro quesiti numeri quantitate.

* « faciant $\frac{25}{41}$ 115 .... quoscumque » (fol. 79 recto, lin. 17 e 18-21; pag. 187, lin. 34-40).

Numerus
$\frac{17\ 8}{41\ 97}$ 75

Item alia cum similis.

Item est numerus, super quem si addideris $\frac{1}{9}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{2}{5}$ ipsius numeri, et insuper alios duos numeros equales quoscumque uolueris, et $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ unius ipsorum numerorum; et de collecta quantitate extraxeris $\frac{2}{11}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{7}$, et tres numeros tales, quales fuerint ipsi duo, quos primum iunxeris, et $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{5}$ unius ipsorum numerorum, nichil remanebit: primum quidem inueniendi sunt, qui sunt numeri illi, qui debent addi in principio, et extrahi in

fine; quos sic inuenies: uidebis quis sit numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{5}\ \frac{1}{3}$, et $\frac{1}{9}\ \frac{1}{5}$: qui numerus est 45; et tot pone pro numero illo. Et quia proponitur in finem, quod extractis tribus numeris illis, et $\frac{1}{9}\ \frac{1}{5}$ unius illorum, multiplicabis 45 per 3, erunt 135; super que adde $\frac{1}{9}\ \frac{1}{5}$ de 45, scilicet 14, erunt 149: deinde inuenias per regulam secundi arboris, quis sit numerus, de quo extractis $\frac{3}{11}\ \frac{2}{9}\ \frac{0}{7}$, remanent 149: que si secundum considerationem ipsius arboris regulam inuenire scieris, ipsum esse $\frac{10}{819}$ 679 inuenies: de quibus extrahe duplum de 45, et insuper $\frac{1}{5}\ \frac{1}{9}$ de 45, hoc est 114, remanebunt $\frac{16}{819}$ 565: pro quibus uide per regulam tertie arboris, qualis est numerus, super quem si addideris $\frac{4}{9}\ \frac{3}{7}\ \frac{2}{5}$; et fiant $\frac{16}{819}$ 165; eritque numerus ille $\frac{0}{4}\ \frac{4}{8}\ \frac{2}{19}\ \frac{27}{179}$ 248: et sic omnes regulas huiusmodi operaberis.

* quos extractis . . . sic omnes » (fol. 79 recto, lin. 28-31; pag. 188, lin. 3-9).

Numerus
$\frac{0}{4}\ \frac{4}{8}\ \frac{2}{19}\ \frac{27}{179}$ 248

Questio proposita a quodam constantinopolitano magistro $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$.

Svmme $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$ unius numeri, et inde extrahe $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$; et quod remanet diuide in duas tales partes, ut multiplices unam partem per $\frac{1}{7}\ \frac{1}{2}$, et aliam per $\frac{4}{9}\ \frac{1}{2}$, et fiant equales. Sic facies: pone numerum talem, quod de $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$ ipsius possis $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$ integraliter extrahere; eritque numerus ille 81: de quo accipe $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$, scilicet 36; et extrahe inde $\frac{1}{9}\ \frac{1}{3}$, scilicet 16, remanebunt 20; que oportet diuidere in duas tales partes, quod multiplicata una illarum per $\frac{4}{9}\ \frac{1}{2}$, faciat tantum, quantum multiplicata alia per $\frac{1}{7}\ \frac{1}{8}$. Quare ut in hac positione regulam arborum immitetur, pone quod una partium sit 18; que multiplica per $\frac{4}{9}\ \frac{1}{2}$, faciunt 17: deinde uideas per regulam primi arboris qualis est numerus, de quo 17 sit $\frac{1}{7}\ \frac{1}{2}$; eritque numerus ille $\frac{1}{9}$ 26; que adde cum 18, erunt $\frac{4}{9}$ 44, | qui numerus uellet esse 20. Multiplicabis igitur 18 per 20, et diuides per $\frac{4}{9}$ 44, exibunt $\frac{1}{10}$ 8 pro quantitate unius partis; a quibus usque in 20 desunt $\frac{9}{10}$ 11, que sunt alia pars.

* Svmme $\frac{1}{9}\ \frac{1}{2}$ .... arborum » (fol. 79 recto, lin. 33-37, pag. 188, lin. 12-18).

pars prima	numerus
$\frac{1}{10}$ 8	81
Secunda	
$\frac{9}{10}$ 11	

fol. 79 verso.

De cuppa cuius fundus est tertia pars totius cuppe Cupercrum est quarta.

Qvendam cuppa est, de qua fundus ponderat tertiam totius cuppe; cuperclium uero ponderat quartum; residuum uero ponderat libras 15: queritur pondus totius cuppe: que positio similis est arboris, de quo $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ latet sub terra; et super terram est palmi 15. Verbi gratia: cum fundus cuppe sit $\frac{1}{3}$; et cuperclium sit $\frac{1}{4}$ totius cuppe. Ergo inter fundum, et cuperclium sunt $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ totius cuppe. Et hoc quod remanet ponderat libre 15. Quare cum de quantitate totius cuppe queratur; ponendum est, secundum eiusdem arboris regulam, ut ipsa ponderat aliquem numerum talem, uidelicet ut in ipso reperiantur minuta positionis, scilicet $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$; qui numerus erit 12. Quare pone, ut cuppa ponderat libre 12; qua ratione, fundus cum sit tertiam, cuppa ponderat libre 4; et cuperclium, cum sit $\frac{1}{4}$, ponderat libre 3. Ergo inter fundum, et cuperclium ponderat libre 7: a quibus usque in 12 de sunt libre 5 pro quantitate residui cuppe, que uellent esse libre 15: que cum non sint. Multiplicabis 12 per 15, et diuides per 5; et sic perueniunt 36 pro pondere totius cuppe.

* uero ponderat . . . . minuta » (fol. 79 verso, lin. 4-8; pag. 188, lin. 24 e 25-31).

fundus
12
cuperclium
9

* positionis .... uellent esse » (fol. 79 verso, lin. 9-11; pag. 188, lin. 31-34).

pondus cuppe
36

Aliter de cuppa.

Nam si dixeris, quod fundus ponderet $\frac{1}{8}$ tantum medii et cuperclii. Et coperclium ponderet quantum medii, et fundi; medium uero ponderet 15: quam positionem, si ad regulam eiusdem arboris redigere uolueris, sic facies: cum fundus ponderet $\frac{1}{2}$ medii, et coperclii. Et si inter coperclium, et medium ponderat 3, fundus ponderat 1; ergo fundus est $\frac{1}{4}$ totius cuppe. Eademque ratione cum coperclium est $\frac{1}{4}$ medii, et fundi; si inter medium, et fundum ponderant 4, coperclium ponderat 1: ergo coperclium est $\frac{1}{5}$ totius

* redigere .... cuppe summe » (fol. 79 verso, lin. 15-21; pag. 188, lin. 40 — pag. 189, lin. 3).

Cuppa
$\frac{3}{11}$ 27
fundus
$\frac{9}{11}$ 6
Coperclium
$\frac{3}{11}$ 5

cuppe; et ita inter fundum et coperclium sunt $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ totius cuppe: quare inueniendus est numerus, de quo reperiatur $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$, eritque 20, qui exiit ex multiplicatione de 4 in 5: de quibus extrahes $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$, scilicet 9, remanent 11. Quare multiplica 20 per 15, erunt 300; que diuide per 11, exibunt $\frac{3}{11}$ 27 pro pondere totius cuppe. Verum si unamquamque ipsarum partium reperire uolueris, cum fundus sit $\frac{1}{4}$ totius cuppe, sume $\frac{1}{4}$ de 20, quod est 5; que multiplica per 15, erunt 75; que diuide per 11, exibunt pro pondere fundi libre $\frac{9}{11}$ 6. Item cum coperclium sit $\frac{1}{5}$ totius cuppe. Accipe $\frac{1}{5}$ de 20, que est 4; que multiplica per 15, erunt 60; que diuide per 11, exibunt pro pondere coperclii libre $\frac{5}{11}$ 5.

Item de cuppa.

Item est cuppa, cuius fundus est $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ coperclii, et medii. Coperclium uero est $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ medii et fundi. Medianus cuppe ponderat libre 6. Queritur pondus fundi, et coperclii; quia fundus est $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ residui: ergo si residuum ponderat libre 12, et fundus ponderat libre 7; ergo tota cuppa ponderet libre 19: quare fundus ponderat $\frac{7}{19}$ totius cuppe; propter eandem rationem coperclium cum sit residui $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, erit $\frac{11}{41}$ totius cuppe. Vnde describe in ordinem $\frac{11}{41}\frac{7}{19}$; et multiplicabis 7, que sunt super 19, per 41, erunt 287. Item multiplicabis 11, que sunt super 41, per 19, erunt 209; que adde cum 287, erunt 496: et multiplicabis 19 per 41, erunt 779; de quibus extrahe 496, remanent 283: multiplica 779 per 6, erunt 4674; que diuide per 283, exibunt $\frac{146}{283}$ 16 pro quantitate ponderis totius cuppe: et si multiplicaueris 287 per 6, et diuiseris per 283, reperies $\frac{24}{283}$ 6 pro quantitate fundi. Iterum si multiplicaueris 209 per 6, et diuiseris per 283, reperies libras $\frac{128}{283}$ 4 pro pondere coperclii.

De IIII^{or} hominibus denarios habentibus.

Qvattuor homines habent denarios. Denarii autem primi erant $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ denariorum aliorum trium: denarii autem secundi erant $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ aliorum trium: tertii autem erant $\frac{1}{8}\frac{1}{7}$ aliorum trium. Denarii autem quarti erant 27. Queritur quot denarios unusquisque reliquorum habebat: hec questio eandem retinent regulam cuppe sic: quod cum denarii primi hominis sint $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ denariorum reliquorum trium hominum; ergo habet ipse $\frac{7}{19}$ totius summe eorum quattuor. Propter eadem et secundus habet $\frac{11}{41}$ eiusdem summe. Et cum tertius habeat $\frac{1}{8}\frac{1}{7}$ reliquorum: | ergo si ipsi tres habent denarios 56, et ipse habet $\frac{1}{8}\frac{1}{7}$ illorum, hoc est 15; ergo inter omnes habent denarios 71; de quibus ipse habet $\frac{15}{71}$: ergo assimilatur hec questio arboris, uel numero; de quo, extractis $\frac{15}{71}\frac{11}{41}\frac{7}{19}$, remanent 27: quod sic facias: multiplica 7, que sunt super 19, per 41; que per 71, erunt 20377, que pone super $\frac{7}{19}$. Iterum multiplica 11, que sunt super 41, per 71; que per 19, erunt 14839, que pone super $\frac{11}{41}$. Rursus multiplica 15, que sunt super 71, per 41; que per 19, erunt 11685, que pone super $\frac{15}{71}$: adde itaque 20377 cum 14839, et cum 11685, erunt 46901; que extrahe ex multiplicatione de 19 in 41, et in 71, scilicet de 55309, remanebunt 8408; quibus reperies regulam que est $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 1051}$. Et multiplica 20377 per 27, erunt 550179; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 1051}$. Et multiplica 20377 per 27, erunt 550179; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 1051}$, exibunt denarii $\frac{3\ \ 4\ \ 57}{8\ \ 10\ \ 51}$ 65; et tot habuit primus homo. Item multiplica 14839 per 27, erunt 400653; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 1051}$, exibunt denarii $\frac{5\ \ 684}{8\ \ 1051}$ 47; et tot habuit secundus. Item multiplica 11685 per 27, erunt 315495; que diuide per $\frac{1\ \ 0}{8\ \ 1051}$, exibunt denarii $\frac{7\ \ 6\ \ 49}{8\ \ 10\ \ 51}$ 37; et tot habuit tertius.

« $\frac{11}{41}$ totius . . . . habentibus » (fol. 79 verso, lin. 29-34; pag. 189, lin. 15-23).

$\frac{146}{283}$ 16
$\frac{24}{283}$ 6
$\frac{128}{283}$ 4

fol. 80 recto

« remanent 27 ... diuide per » (fol. 80 recto, lin. 2 e 3-9; pag. 189, lin. 33-42).

Primus
$\frac{3\ \ 457}{8\ \ 1051}$ 65
Secundus
$\frac{5\ \ 684}{8\ \ 1051}$ 47
Tertius
$\frac{7\ \ 549}{8\ \ 1051}$ 37

De duobus hominibus qui habent denarios, ex quibus unus petit alteri aliquam quantitatem et proponit excedere eum in aliqua proportione.

Dvo homines denarios habent, quorum unus dixit alteri : Si dares mihi unum ex tuis denariis, essem tibi equalis. Alter Respondit : et si tu dares mihi unum ex tuis denariis, haberem decies tantum, quam tu. Queritur, quot unusquisque habebat. Quod, ut ad regulam arboris redigatur, sic uidendum est: quia primus, habito numero ex denariis alterius, proponit se ei esse equalem; ergo medietatem totius summe denariorum arborum eum habere, habito ipso 1 denario, non dubitatur. Quare describes $\frac{1}{2}$. Item quia alter habito 1 ex denariis primi, decies tantum quam ipse se habere pronuntiat : ergo si ipse tunc habuit 10, et primus babuit 1 : ergo inter ambos habent 11; ex quibus cum secundus habeat 10, nimirum de tota summa utriusque ipsum habere $\frac{10}{11}$ affirmatur. Ergo unus habet $\frac{1}{2}$ totius summe, et alter $\frac{10}{11}$, habito uidelicet quesito denario. Quare dices: est arbor, cuius $\frac{1}{2}$, et $\frac{10}{11}$ superat longitudinem arboris palmi 2, uidelicet illis, quos ipsi adinuicem querunt. Secundum illius arboris regulam oportet multiplicare 1, quod est super 2, per 11, erunt 11; et 10, que sunt super 11, per 2, erunt 20: que adde cum 11, erunt 31; et 2 per 11, faciunt 22; que extrahe de 31, remanet 9, que uellent essent 2 : quare multiplica 2, scilicet iunctionem utriusque denarii, per 11, erunt 22; que diuide per 9, exibunt $\frac{4}{9}$ 2; et tot babuit primus, accepto denario ab altero homine. Ergo primus habet denarium $\frac{4}{9}$ 1. Iterum multiplica eadem 2 per 20, erunt 49; que diuide per 9, exibunt denarii $\frac{4}{9}$ 4; et tot habuit alter, habito denario ab alio : ergo habuit ipse denarios $\frac{4}{9}$ 3.

Primus
$\frac{4}{9}$ 1
Secundus
$\frac{4}{9}$ 3

• pronuntiat .... eadem 2 per • (fol. 80 recto, lin. 17-24, pag. 190, lin. 9 e 10-19 e 20).

De eadem re.

Aliter secundum quorumdam inuentionem. Cum secundus, habito 1 ex denariis primi, preponit se habere decies tantum primo; extrahe 1 de 10, remanent 9 : unus habet $\frac{4}{9}$ 1, et alter $\frac{4}{9}$ 3 : et si diceres, quod ipse haberet duodecies tantum primi. Similiter extrahes 1 de 12, remaucut 11; et sic unus habet $\frac{4}{11}$ 1, et alter $\frac{4}{11}$ 3. Et sic posses facere de qualibet simili interrogatione.

Questio de eadem re nobis apud constantinopoli a quodam magistro proposita.

Item si propouatur, quod unus illorum petat alteri denarios 7; et habeat quincuplum eius. Et secundus petat primo 5 denarios; et habeat septuplum eius. Vt solutio huius questionis redigatur ad regulam secunde arboris, etiam et ad oculum clarius uideatur; sit summa denariorum ipsorum linea .*a*. *b*., ex qua .*a*. *g*. sit portio primi: quare .*g*. *b*. erit portio secundi: et signetur in .*g*. *b*. punctus .*d*.; sitque .*g*. *d*. 7., et in .*a*. *g*. signetur punctus .*e*.; sitque .*e*. *g*. 5. Et quoniam primus petit secundo septem, scilicet numerum .*g*. *d*.; et portio eius est numerus .*a*. *g*.; si addantur ei ipsa 7, habebit numerum .*a*. *d*., qui proponitur esse quincuplum residui denariorum secundi hominis, scilicet ex numero .*d*. *b*. : ergo si numerus .*a*. *d*. diuidatur in quinque partes equales, erit unaqueque pars equalis numero .*d*. *b*. : quare .*d*. *b*. est sexta pars totius numeri .*a*. *b*., scilicet de summa denariorum utriusque hominis. Rursus si super denarios | secundi hominis, scilicet super numerum .*b*. *g*. addantur denarii 5 de denariis primi hominis, scilicet numerus .*g*. *e*., habebit ipse secundus homo numerum .*b*. *e*.; et primo remanebit numerus .*e*. *a*. Et quia secundus, habitis 5 de denariis primi, habet septuplvm eius, erit numerus .*b*. *e*. septuplum numeri .*e*. *a*.: quare .*e*. *a*. est $\frac{1}{8}$ totius

• habebat .... .*d*. *b*. ergo • (fol. 80 recto, lin. 37; pag. 159, lin. 35 e 36 37).



fol. 80 verso.

numeri .*a*. *b*.: ostensus etiam et numerus .*b*. *d*. esse $\frac{1}{6}$ numeri .*a*. *b*. : ergo numeri .*b*. *d*., et .*e*. *a*. sunt $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ totius numeri .*a*. *b*.: quare si de numero .*a*. *b*. auferantur $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ ipsius, scilicet numeri .*b*. *d*. et .*e*. *a*., remanebit numerus .*e*. *d*., qui est 12; cum .*e*. *g*. sit 5, et .*g*. *d*. sit 7: et quare, secundum regulam ipsius arboris, pone pro numero .*a*. *b*. 24, quorum $\frac{1}{6}$, scilicet 4, erit pro numero .*b*. *d*.: cuius etiam $\frac{1}{8}$, scilicet 3, erit pro numero .*e*. *a*.: quare si de numero posito per .*b*. *a*., scilicet de 24, auferantur numeri positi pro numeris .*b*. *d*. et .*e*. *a*., scilicet 4 et 3, remanebunt 17 pro numero .*e*. *d*. qui est 12: quare est sicut 17 ad .*d*. *e*., scilicet ad 12, ita 24 ad numerum .*a*. *b*., et ita 4 ad numerum .*b*. *d*., et 3 ad numerum .*e*. *a*.: quare si multiplicauerimus 24 per 12, et diuiserimus per 17, habebimus numerum .*a*. *b*.: similiter si multiplicauimus 4 per 12, et diuiserimus per 17, uenient $\frac{14}{17}$ 2 pro numero .*b*. *d*. : quibus additis 7, scilicet .*d*. *g*., erit .*b*. *g*., scilicet denarii secundi hominis $\frac{14}{17}$ 9. Item diuisa multiplicatione de 12 in 3 per 17, ueniunt $\frac{2}{17}$ 2 pro numero .*a*. *e*.: quibus additis 5, scilicet .*e*. *g*., reddunt pro numero .*a*. *g*. $\frac{2}{17}$ 7; et tot habuit primus.

De eodem secundum regulam rectam.

In soluendis itaque questionibus est regula quedam, que recta dicitur, qua arabes utuntur: et est illius regule modus ualde laudabilis, eum per ipsam infinite questiones solui ualeant: quam regulam, si in hac questione imitari uis, pone secundum hominem habere rem, et denarios 7, quos petit ei primus: et intellige pro re summam aliquam ignotam, quam inuenire uis: et quia primus habet quincuplum eius, habitis ipsis denariis 7, sequitur necessario, illum habere quinque res minus denariis 7: quia cum ipse habuerit 7 de denariis secundi, tunc habebit quinque res integras; et secundo remanebit res una; et sic primus habebit quincuplum eius: quare si de portione primi hominis addantur 5 secundo, que petit ei; et habebit utique secundus rem, et denarios 12; et primo remanebunt quinque res minus denariis 12: et sic secundus habet septuplum primi, hoc est quod una res, et denarii 12 sunt septuplum quinque rerum, et de denariis 12: quare multiplicatis quinque rebus minus denariis 12 per 7, uenient 35 res minus soldis 7, que equantur uni rei, et soldo uno: quare si utraque parti addantur soldi 7, erunt triginta quinque res equales de re una, et soldi 8: quia si super equalia equalia addantur, tota erunt equalia. Rursus cum de equalibus equalia dempseris, que remanebunt equalia erunt: si de suprascriptis duarum partium tollatur res una, remanebunt 34 res equales de soldis 8: quare si diuiseris soldos 8 per 34, habebis $\frac{14}{17}$ 2 pro summa uniuscuiusque rei : ergo secundus habet $\frac{14}{17}$ 9, cum habeat rem, et denarios 7. Similiter si de quinque rebus, scilicet ex multiplicatione de $\frac{14}{17}$ 2 in 5, auferantur denarii 7, remanebunt denarii $\frac{2}{17}$ 7 pro denariis secundi hominis, ut superius inuenimus: per hunc tertium modum potes soluere omnes sequentes duorum hominum questiones.

De eadem re.

Item si proponatur, quod unus petat alteri 6; et dicat se habere quinquies tantum et quartam, quam alter; et alius petat primo denarios 4, et habeat septies tantum, et duas tertias quam primus: quia primus preponit se habere quinquies tantum, et quartam alterius; ergo si ipse habuerit $\frac{1}{4}$ 5, et alter habuit 1; ergo inter utrumque dant $\frac{1}{4}$ 6; de quibus habet unam partem ipse secundus habet : fac quartas de $\frac{1}{4}$ 6,

erunt $\frac{25}{4}$: similiter fac quartas de 1, erunt 4 : ergo remanent secundo homini, datis 6 denariis primo, $\frac{4}{25}$ cunctorum denariorum ipsorum. Similiter eadem ratione, primo, datis 4 denariis secundo, remanent $\frac{3}{26}$: quare dices: est arbor, de qua si extraxeris $\frac{3}{26}$ $\frac{4}{25}$, remanebunt 6, et 4, idest 10. Multiplica igitur 4 per 26, erunt 104; et 3 per 25, erunt 75; que adde cum 104, erunt 179; que extrahe ex multiplicatione de 25 in 26, idest de 650, remanent 471: in quorum regula diuide multiplicationem de 104 in 10, et habebis denarios $\frac{2}{3}\frac{82}{157}2$; et tot remansit secundo homini, datis 6 denariis primo: quibus insimul iunctis fiunt $\frac{2}{3}\frac{82}{157}8$; et tot habuit secundus homo. Item multiplica
fol. 81 recto. 10 per 75, et diuide per $\frac{4}{6}\frac{0}{157}$, | exibunt $\frac{0}{3}\frac{93}{157}1$; cui super additis 4 denariis, quos secundus homo petit primo, erunt $\frac{93}{157}5$; et tot habuit primus.

Modus alius de duobus hominibus.

Rvrsus primus, habitis 7 ex denariis secundi, habeat quinquies tantum quam secundus, et insuper denarium 1. Et secundus, habitis 5 ex denariis primi, habeat septies tantum quantum primus, et amplius denarium 1: summam omnium denariorum amborum hominum uocabis maiorem; de qua, extracto denario, qui super habundat unicuique, residuum uocabis minorem: et quoniam primus, habitis 7 ex denariis secundi, habet unum plus quam quinquies tantum quam secundus; dempto itaque ipso denario ex ipsis 7 denariis, et seruato ipso ex parte, habebit primus homo cum reliquis denariis 6, quinquies tantum quam secundus: habent enim inter utrumque, dempto denario suprascripto, dictam minorem summam; de qua primus habet quinquies tantum quam secundus, habitis denariis 6 suprascriptis, hoc est quod primus habet quinque partes eiusdem minoris summe; et secundus habet unam : ergo primus habet $\frac{5}{6}$ ipsius minoris summe, minus ipsis denariis 6; et secundus habet $\frac{1}{6}$ ipsius minoris summe, et insuper denarios 7, quos dat primo: similiter, si operaberis cum petitione secundi, inuenies habere secundum hominem $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 4; et primum denarios 5 plusquam $\frac{1}{8}$ eiusdem summe : habet enim primus denarios minus quam $\frac{5}{6}$ eiusdem minoris summe. Quare inter utrumque habent $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 6 et 4, scilicet minus denariis 10: habent etiam et ipsi maiorem summam; ergo $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 10 sunt quantum maior summa. Vnde si extrahatur 1 ex utraque dictarum equalium portionum, quarum una est $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 10; et alia est maior summa, remanebunt $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ minus denariis 11 equales minori summe; cum minor summa sit 1 minus maiori : ergo minor summa cum denariis 11 est quantum $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ eiusdem summe. Quare inueniendа est summa, de cuius $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$ extracta ipsa summa, remaneant 11 : pone ut ipsa sit 24; de cuius $\frac{7}{8}$ $\frac{5}{6}$, que sunt 20 et 21, scilicet 41, extractis ipsis 24, remanent 17; que 17, cum uelint esse 11, multiplicabis $\frac{5}{6}$ de 24, scilicet 20 per 11, et diuides per 17, exibunt pro $\frac{5}{6}$ minoris summe $\frac{16}{17}12$: de quibus extrahe 6, que primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ minoris summe, remanent $\frac{16}{17}6$; et tot habet primus. Item multiplica $\frac{7}{8}$ de 24, scilicet 21 per 11, et diuide per 17, et habebis $\frac{10}{17}13$ pro $\frac{7}{8}$ minoris summe : de quibus, extractis 4, que secundus habet, minus de dictis $\frac{7}{8}$, remanebunt $\frac{10}{17}9$; et tot habuit secundus.

De eodem.

Aliter inuenimus superius, primum hominem habere $\frac{1}{8}$ minoris summe, et plus denarios 5; secundum denarios 7 plus quam $\frac{1}{6}$ eiusdem: ergo habent inter utrumque $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$

minoris summe, et amplius denarios 12: habent etiam et maiorem summam: quare $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis 11 faciunt maiorem summam; et $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis 11 faciunt minorem summam. Vnde extractis $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe de eadem, remanebunt 11. Quare ponas ipsam summam esse 24; de quibus extractis $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ remanent 17: que cum uelint esse 11, multiplicabis $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3 per 11, et diuides per 17, exibunt $\frac{16}{17}1$ pro $\frac{1}{8}$ minoris summe: quia quam partem de 24 multiplica scilicet per 11, et diuides per 17, talem partem minoris summe inuenies: super que $\frac{16}{17}1$ iunctis denariis 5, quos primus habet plus dicte octaue, reddent $\frac{16}{17}6$ pro denariis primi, ut superius per aliam regulam inuenimus. Similiter multiplicabis 3, scilicet $\frac{1}{8}$ de 24 per 11, et diuides per 17, et super addes 7 diuisioni, et habebis $\frac{12}{17}9$, scilicet denarios secundi.

De eodem.

Item aliter inuentum est superius, quod primus habet $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 6; uel $\frac{1}{8}$ eiusdem summe, et plus denariis 5: unde $\frac{5}{6}$ minoris summe unius denarii 6 sunt quantum $\frac{1}{8}$ eiusdem summe cum denariis 5. Quare si addantur unicuique portioni denarii 6, erunt $\frac{5}{6}$ minoris summe quantum $\frac{1}{8}$ eiusdem summe cum denariis 11: ergo extracta $\frac{1}{8}$ de $\frac{5}{6}$ minoris summe, remanent 11: pones itaque, ut ipsa summa sit 24; de cuius $\frac{5}{6}$, scilicet de 21, extrahe $\frac{1}{8}$, scilicet 3, remanent 17: que cum uelint esse 11; aut multiplicabis $\frac{5}{6}$ de 24, scilicet 20, per 11, et diuides per 17, et extrahes 6; uel $\frac{1}{8}$ de 24 multiplicabis per 11, et diuides per 17, et addes 5, et habebis denarios primi hominis. Similiter quia secundus habet $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 4; uel denarios 7, plusquam $\frac{1}{8}$ eiusdem summe; si comuniter utrique portioni addantur 4, erunt $\frac{7}{8}$ minoris summe denarii 11 plus de $\frac{1}{6}$ eiusdem summe. Quare extracta $\frac{1}{8}$ de $\frac{7}{8}$ minoris summe, | remanent 11: pone similiter, ut ipsa summa sit 24; de cuius $\frac{7}{8}$, scilicet de 21, extracta $\frac{1}{6}$, scilicet 4, remanent 17: que cum uelint esse 11, aut multiplica 21 per 11, et diuides per 17, et extrahes inde 4, que secundus habet minus; aut multiplicabis 4, scilicet $\frac{1}{6}$ de 24 per 11, et diuides per 17, et super addes 7, et habebis denarios secundi hominis: possunt enim per ea que diximus reperiri, que ex similibus questionibus solubiles sunt, et que insolubiles: secundum predictas multiplicitates possunt solui, cum unicuique dictorum hominum equaliter superauerit super suam multiplicitatem ab uno predicto denario usque in denarios 11: ab undecim uero superius ipsas insolubiles esse probabimus. A cuius exemplum primus petat secundo denarios 7, et habeat 12 plusquam quinquies tantum ipso. Secundus similiter querat primo 6, et habeat septies tantum quam primus, et plus denariis 12. Vt diximus superius: denarii namque omnes ipsorum uocantur maior summa. Duodecim uero minus ea uocabitur minor; cum 12 super habundet unicuique. Et quoniam primus, habitis 7 a secundo, habet quinquies tantum quam ipse, et insuper denarios 12, necessarium est, ipsum primum habere $\frac{5}{6}$ minoris summe, et denarios 12 plus; ex quibus 12 cum 7 fuit ex denariis secundi, remanet portio primi hominis de 5 plus de $\frac{5}{6}$ minoris summe. Similiter inuenies portionem secundi esse denarios 7 plus de $\frac{7}{8}$ minoris summe: ergo inter utrumque habent $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ minoris summe, et denarios 12: habent etiam et ipsi similiter denarios 12 plus minoris summe: ergo $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ minoris summe cum denariis 12 sunt quantum maior summa: et quoniam cum de equalibus equalia tollantur, que remanent equalia sunt,

fol. 81 ...

si ab utraque portione tollantur 12, remanebunt $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ minoris summe equales eidem minori summe, quod est impossibile: uel aliter, cum secundus dat 7 primo, et remanet ei $\frac{4}{6}$ minoris summe; ergo portio eius est denarii 7 plus quam $\frac{4}{6}$ minoris summe. Inuenimus enim superius, portionem ipsius esse denarios 7 plus de $\frac{7}{8}$ minoris summe. Quare $\frac{4}{6}$ minoris summe cum denariis 7 est quantum $\frac{7}{8}$ eiusdem summe cum denariis 7: sunt enim utrique 7 equales: remanet ergo $\frac{4}{6}$ minoris summe equalis de $\frac{7}{8}$ eiusdem summe; quod est iterum inpossibile. In portione autem primi hominis inuenies $\frac{4}{8}$ minoris summe esse equale de $\frac{5}{6}$ eiusdem summe; quod est inconueniens. Similiter multum inconuenientius ostenduntur, non posse superare alicui ipsorum ultra denarios 12.

Modus tertius in questione duorum hominum.

Rvrsus primus querat secundo 7, et habeat 1 plus quam quinquies ipso. Secundus petat primo 5, et habeat 2 plus quam septies ipso. In hac questione tres summe considerande sunt. Quarum maior est quantitas omnium denariorum ipsorum duorum hominum; media est 1 minus ea. Minor quoque est 2, minus maiori summe, uel 1 minus media. Et quoniam primus cum 7 denariis secundi habet quinquies tantum quam secundus, et 1 plus ipsum; primum $\frac{5}{6}$ mediane summe minus denariis 6; et secundum hominem $\frac{1}{6}$ eiusdem summe, et plus denariis 7 habere necesse est. Similiter quia secundus cum 5 denariis primi habet septies tantum quam primus, et 2 plus: extractis ipsis 2 de maiori summa, remanet minor summa; de qua secundus cum 3 ex denariis primi habet septies tantum quam primus, hoc est $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 3: quare primus habet $\frac{1}{8}$ eiusdem minoris summe, et insuper denarios 5 plus ipsos, uidelicet quos dat secundo: quibus omnibus peractis, possunt redigi portiones utriusque in partes uniuscuiuslibet trium dictarum summarum: redigamus ergo eas primum in partes minoris summe. Quoniam mediana summa est plus 1 minori $\frac{5}{6}$ mediane summe, est $\frac{5}{6}$ unius denarii plus de $\frac{5}{6}$ minoris summe: ergo $\frac{5}{6}$ minoris summe cum $\frac{5}{6}$ unius denarii est quantum $\frac{5}{6}$ mediane summe; et primus habet $\frac{5}{6}$ mediane summe minus denariis 6: ergo habet $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 6, et plus $\frac{5}{6}$ unius denarii. Quare extractis $\frac{5}{6}$ unius denarii de 6, remanent $\frac{1}{6}$ 5: ergo primus habet $\frac{5}{6}$ minoris summe minus denariis $\frac{1}{6}$ 5; de qua secundus habet, ut inuentum est, $\frac{7}{8}$ minus denariis 3: quare inter utrumque habent $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ eiusdem minoris summe minus denariis $\frac{1}{6}$ 8.

Habent etiam et ipsi maiorem summam, scilicet 2 plus minoris summe. Vnde manifestum est, quod $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis $\frac{1}{6}$ 8, sunt quantum minor summa cum denariis 2. Quare extractis ipsis 2 de utraque portione, remanet minor summa equalis de $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ ipsius, minus denariis $\frac{1}{6}$ 10: quare inuenienda est summa, de qua $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ superhabundent $\frac{1}{6}$ 10 ipsam summam. Pones itaque, ut ipsa summa sit 24, cuius $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$, scilicet 41, superhabundant 17 ipsa 24: que 17 cum uelint esse $\frac{1}{6}$ 10, Multiplicabis $\frac{1}{6}$ 10 per $\frac{5}{6}$ de 24, scilicet per 20, et diuides per 17, exibunt $\frac{4}{6}\frac{8}{17}$ 11 pro $\frac{5}{6}$ minoris summe: de quibus extrahe $\frac{1}{6}$ 5, quas primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ minoris summe, remanebunt $\frac{27}{34}$ 6; et tantum habet primus. Item multiplica $\frac{1}{6}$ 10 per $\frac{7}{8}$ de 24, scilicet per 21, et diuides per 17; et de exeunte summa extrahe 3, que secundus habet, minus de $\frac{7}{8}$ minoris summe, exibunt $\frac{19}{34}$ 9.

Item si uis eos redigere in portione mediane summe, de qua primus habet $\frac{5}{6}$ minus denariis 6; et secundus cum habeat $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 3, habebit ex me-

fol. 82 recto.

diana summa $\frac{7}{8}$ minus denariis 3, et minus $\frac{7}{8}$ ipsius denarii; quia est inter medianam summam et minorem: quia cum minor summa sit 1, minus mediana $\frac{7}{8}$ minoris, sunt $\frac{7}{8}$ unius denarii minus de $\frac{7}{8}$ mediane: ergo cum primus habeat $\frac{5}{6}$ mediane summe minus 6; et secundus $\frac{7}{8}$ eiusdem minus denariis $\frac{7}{8}$ 3, inter utrumque habebunt $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ eiusdem mediane summe, minus denariis $\frac{7}{8}$ 9: et quoniam ipsi habent 1 plus mediane summe, scilicet maiorem summam $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ mediane summe, minus denariis $\frac{7}{8}$ 9, sunt quantum mediana summa cum denario 1: quo denario extracto ex utraque portione, remanet mediana summa equalis de $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ ipsius, minus denariis $\frac{7}{8}$ 10. Quare multiplicanda sunt $\frac{5}{6}$ 16 per 20, et diuidenda per 17; et de summa extrahenda 6, que primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ mediane summe, et habebis denarios primi $\frac{27}{34}$ 6. Similiter multiplicanda sunt iterum $\frac{5}{6}$ 16 per 21, et diuidenda per 17, et extrahenda $\frac{7}{8}$ 3, et habebis denarios $\frac{19}{34}$ 9. Rvrsum aliter rediges denarios eorum in portionem maioris summe: quia primus habet $\frac{5}{6}$ mediane summe, minus denariis 6, habebis utique $\frac{5}{6}$ maioris summe minus 6, et minus $\frac{5}{6}$ de ipso denario, qui super est a mediana summa in maiorem: ergo $\frac{5}{6}$ maioris summe sunt $\frac{5}{6}$ unius denarii, plus de $\frac{5}{6}$ mediane summe. Quare primus habet $\frac{5}{6}$ maioris summe, minus denariis $\frac{5}{6}$ 6. Similiter cum secundus habeat $\frac{7}{8}$ minoris summe minus denariis 3, habebis utique de maiori summa $\frac{7}{8}$ minus denariis 3, et minus $\frac{7}{8}$ de denariis 2; in quibus maior summa excedit minorem: nam $\frac{7}{8}$ de 2 est $\frac{3}{4}$ 1: ergo secundus habet $\frac{7}{8}$ maioris summe minus denariis 3, et $\frac{3}{4}$ 1, hoc est minus $\frac{3}{4}$ 4: habet enim primus, ut diximus, $\frac{5}{6}$ maioris summe, minus $\frac{5}{6}$ 6: ergo inter utrumque habent $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ maioris summe, minus denariis $\frac{5}{6}$ 6, et $\frac{3}{4}$ 4, scilicet minus $\frac{7}{12}$ 11: habent enim et ipsi maiorem summam tantum. Quare $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ maioris summe sunt plus de ipsa summa $\frac{7}{12}$11. Multiplicabis ergo $\frac{7}{12}$11 per 20, et per 21, et diuides utramque multiplicationem per 17; et de prima diuisione extrahes $\frac{5}{6}$ 6; et de secunda extrahes $\frac{3}{4}$ 4, et habebis denarios ipsorum. Paocessimus enim superius tripliciter; cum $\frac{7}{8}\frac{5}{6}$ possumus iterum tripliciter cum $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ procedere sic. Inuentum est superius, quod primus habet $\frac{1}{8}$ minoris summe, et plus denarios 5; et secundus habet $\frac{1}{6}$ mediane summe, et plus 7: unde potes redigere secundum hoc denarios ipsorum in portione cuiuslibet dictarum trium summarum; et nos redigamus eos primum in portione minoris summe, de qua primus habet $\frac{1}{8}$, et plus denarios 5: et quoniam secundus habet $\frac{1}{6}$ mediane summe, et plus 7, habebit de minori summa similiter $\frac{1}{6}$, et denarios 7, et insuper $\frac{1}{6}$ ex ipso denario, qui est a minori summa usque ad medianam: ergo secundus habet denarios $\frac{1}{6}$ 7 plus de $\frac{1}{6}$ minoris summe. Quare inter utrumque habent $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe, et denarios $\frac{1}{6}$ 12: que quantitas, cum sit summa eorum tota, scilicet maior; et ipsa maior summa sit 2 plus minori summa; ergo $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis $\frac{1}{6}$ 12, sunt quantum minor summa cum denariis 2. Quare extractis 2 ex utraque portione, remanebunt $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe cum denariis $\frac{1}{6}$ 10, quantum minor summa. Quare extractis $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ de minori summa, remanent $\frac{1}{6}$ 10: quam si posuerimus esse 24, et extraxerimus inde $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$, remanebunt 17; que 17 cum uelint esse $\frac{1}{6}$ 10, Multiplicabis $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3, per $\frac{1}{6}$ 10, et diuides per 17, exibit pro $\frac{1}{8}$ minoris summe $\frac{27}{34}$ 1: cum quo aditis 5, quos primus habet plus de $\frac{1}{8}$ minoris summe, erunt $\frac{27}{34}$ 6; et tot superius inuentum est habere primum. Eademque ratione multiplicabis $\frac{1}{6}$ de 24, scilicet 4, per $\frac{1}{6}$ 10, et diuides per 17, et super addes postea super numerum, qui ex diuisione exierit, $\frac{1}{6}$ 7, quo ssecundus habet, plus de $\frac{1}{6}$ minoris summe; et habebis $\frac{19}{34}$ 9 pro denariis secundi, ut supra.

fol. 82 verso. Si autem in portione mediane summe denarios ipsorum reducere scieris, inuenies primum habere $\frac{1}{8}$ eiusdem mediane summe, et plus denariis $\frac{7}{8}4$: secundum quoque eiusdem summe $\frac{1}{6}$, et plus denariis 7, hoc est, inter utrumque habent $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe, et denarios $\frac{7}{8}11$. Et quoniam inter utrumque habent denarios 1 plus mediana summa, scilicet maiorem summam; si utraque portione extrahatur 1, remanebunt $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis $\frac{7}{8}10$ equales de mediana summa: operaberis secundum quod in minori summa fecimus, et inuenies denarios ipsorum. Similiter potes inuenire denarios ipsorum, si reduxeris ipsos in portione maioris summe; de qua primus habet $\frac{1}{8}$, et plus denariis $\frac{3}{4}4$; secundus $\frac{1}{6}$, et plus denarios $\frac{5}{6}6$. Redactis quoque denariis ipsorum in portione alicuius dictarum trium summarum, possumus quantitates ipsorum aliter inuenire: uidelicet quia superius inuentum est, primum habere $\frac{1}{8}$ minoris summe, et plus denariis 5; uel $\frac{5}{6}$ eiusdem summe, minus denariis $\frac{1}{6}5$; ergo $\frac{1}{8}$ minoris summe cum denariis 5 quantum $\frac{5}{6}$ eiusdem summe minus $\frac{1}{6}5$. Quare si communiter addiderimus $\frac{1}{6}5$, erit $\frac{1}{8}$ minoris summe cum denariis $\frac{1}{6}10$ quantum $\frac{5}{6}$ eiusdem summe: unde si de 20, que sunt $\frac{5}{6}$ de 24, extraxeris $\frac{1}{8}$ eorum, remanebunt 17. Multiplicabis $\frac{1}{6}10$ per 3, et diuides per 17, et addes 5, quos primus habet plus de $\frac{1}{8}$ minoris summe. Aut multiplicabis $\frac{1}{6}10$ per 20, et diuides per 17; et extrahes inde $\frac{1}{6}5$, quos idem primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ eiusdem summe; et sic habebis denarios primi hominis. Similiter si secundum hoc consideraueris per duas portiones, quas habet primus in qualibet reliquarum duarum summarum, poterit denarios primi reperire: quod idem intelligas de denariis secundi. Et notandum, quia quedam ex similibus questionibus sunt insolubiles: ad quarum notitiam habendam, quedam insolubilis questio proponatur.

Modus quartus in consimilibus questionibus duorum hominum.

Sint iterum duo homines; et primus petat secundo 7; et habeat similiter quinquies tantum quam ipse, et unum plus. Secundus quoque petat 5 primo; et habeat septies tantum quam ipse, et 15 plus. In hac questione maior summa est quantitas duorum ipsorum mediana 1 minus. Minor 15 minus eiusdem maioris summe: et quoniam primus, habitis 7 ex denariis secundi, habet quinquies tantum quam secundus, et 1 plus; necesse est, secundum hominem habere $\frac{1}{6}$ mediane summe, et 7 plus. Similiter, ut supra diximus, primus habet $\frac{1}{8}$ minoris summe, et 5 plus. Et quoniam secundus habet $\frac{1}{6}$ mediane summe, et 7 plus; necesse est, ut pro $\frac{1}{6}$ mediane summe habeat $\frac{1}{6}$ minoris, et insuper sextam partem de denariis 14, in quibus mediana summa excedit minorem: ergo secundus habet $\frac{1}{6}$ minoris summe, et sextam partem de 14, scilicet $\frac{1}{3}2$, et 7 plus: est hoc $\frac{1}{3}9$, plus de $\frac{1}{6}$ minoris summe: ex qua summa. cum primus habeat $\frac{1}{8}$ et 5 plus; inter utrumque habebunt $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ minoris summe, et denariis $\frac{1}{3}14$: habent etiam et ipsi minorem summam, et denarios 15, scilicet maiorem summam. Si ex utraque portione extrahantur denarii $\frac{1}{3}14$, remanebit minor summa cum $\frac{2}{3}$ unius denarii equalis de $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ ipsius summe; quod est impossibile. Similiter si reduxeris portiones eorum in portione mediane summe, inuenies, primum habere $\frac{1}{8}$ mediane summe, minus octaua parte de denariis 14, que sunt a minori summa usque ad medianam, et plus denariis 5: ex quibus 5, extracta $\frac{1}{8}$ de 14, scilicet $\frac{3}{4}1$, remanent $\frac{1}{4}3$: ergo primus habet $\frac{1}{8}$ mediane summe, et $\frac{1}{4}3$ plus: ergo inter utrumque habent denarios $\frac{1}{4}10$, plus de $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe: habent enim ipsi 1 plus mediane summe, scilicet maiorem summam: quo 1 extracto ex utraque

portione, remanent $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis $\frac{1}{4}$ 9 equales ipsius mediane summe. Quarē supradictis demonstrationibus, ad habendum denarios primi, multiplicanda est $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3 per $\frac{1}{4}$ 9, et diuidenda est summa multiplicationis per 17; et postea super addendi sunt denarii $\frac{1}{4}$ 3, quos primus habet plus de $\frac{1}{8}$ mediane summe; et habebis pro denariis primi $\frac{15}{17}$ 4; quod est inconueniens; cum sint minus de 5, quos petit secundus ipsi primo homini: hoc idem inuenies, si reduxeris portiones eorum in portione maioris summe.

Item de duobus hominibus modus quintus.

Item primus petat secundo 7, et habeat quinquies tantum quam ipse, et 1 minus. Secundus petat primo 5, et habeat septies tantum quam ipse, et 3 minus. Hec autem questiones in infinitum tendunt solubiles; et soluuntur hoc or|dine: quantitas denariorum ipsorum fol. 83 recto uocatur minor summa; uno plus uocatur mediana; duo plus mediana, scilicet 3 plus minori; que 3 deficiunt secundo, uocatur maior: et quoniam primus, habitis 7 ex denariis secundi, habet 1 minus quam quinquies tantum ipso; si ipse denarius addatur super denarios primi, et super denarios 7, quos querit secundo; habebit ipse primus $\frac{5}{6}$ mediane summe. Quare portio primi hominis est $\frac{5}{6}$ mediane summe minus denariis 7, quos dat ei secundus; et minus denario 1, qui super additur ei, scilicet minus denariis 8: secundi uero est $\frac{1}{6}$ eiusdem mediane summe, et plus denariis 7 predictis. Similiter inuenies ex petitione secundi, primum habere $\frac{1}{8}$ maioris summe, et denarios 5, quos dat secundo. Et secundum $\frac{7}{8}$ eiusdem maioris summe, minus ipsis 5, et minus 3, qui minuunt ei ad habendum septuplum primi: quibus itaque si daretis, potes reducere portiones ipsorum in portionibus cuiuslibet trium dictarum summarum; et deinceps in ipsis tripliciter operari, secundum quod superius fecimus. Sed ut hoc liquidius ostendatur, reducamus eos in portione mediane summe, secundum unum modum ex tribus modis: habet enim secundus $\frac{1}{6}$ mediane summe, et plus denariis 7: primus autem habet $\frac{1}{8}$ maioris summe, et denarios 5. Et quoniam maior summa est 2 plus mediane summe, erit $\frac{1}{8}$ maioris summe $\frac{1}{8}$ pars de denariis 2, scilicet $\frac{1}{4}$ unius denarii plus de $\frac{1}{8}$ mediane summe. Quare $\frac{1}{8}$ mediane summe cum $\frac{1}{4}$ unius denarii est quantum $\frac{1}{8}$ maioris summe. Et quoniam primus habet $\frac{1}{8}$ maioris summe, et denarios 5; habebis $\frac{1}{8}$ mediane summe, et denarios $\frac{1}{4}$ 5: ergo inter utrumque habent $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ mediane summe, et denarios 7, et 5, et $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{1}{4}$ 12: habent etiam et ipsi minorem summam tantum: ergo $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis $\frac{1}{4}$ 12 sunt quantum minor summa. Quare si utrique portioni addatur 1, erunt $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis $\frac{1}{4}$ 13 quantum ipsa mediana summa; cum ipsa sit 1 plus minore. Ergo extractis $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ mediane summe ex ipsa summa, remanent $\frac{1}{4}$ 13: et queritur quantitas de $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{6}$ eiusdem summe: quare multiplicabis $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3, per $\frac{1}{4}$ 13, et diuide summam per 17, et habebis pro $\frac{1}{8}$ mediane summe $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{17}$ 2: cum quibus additis denariis $\frac{1}{4}$ 5, reddunt pro denariis primi hominis $\frac{10}{17}$ 7. Item multiplicabis $\frac{1}{6}$ de 24, scilicet 4, per $\frac{1}{4}$ 13, et diuides per 17, exibunt pro $\frac{1}{6}$ mediane summe $\frac{2}{17}$ 3; cum quibus additis 7, quos secundus habet plus de $\frac{1}{6}$ mediane summe, reddent proportione ipsius $\frac{2}{17}$ 10.

Ex is autem que dicta sunt satis potes perpendi si proponatur, ut uni ipsorum super suam multiplicitatem superet; et alteri uero minuat: tamen ut melius comprehendantur, quedam similis questio proponatur, in qua primus, habitis 7 ex denariis secundi, habeat plus quam quinquies ipso; et secundus, habitis 5 ex denariis primi, habeat septuplum eius, minus denariis 8. In hac autem questione minor summa est 6, minus quantitate

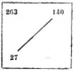
omnium denariorum ipsorum; de qua, si de supradictis immemor non extiteris, inuenies primum habere $\frac{5}{6}$ minus denario 1; secundum $\frac{1}{6}$ eiusdem summe plus denariis 7: mediana quoque summa est quantitas denariorum ipsorum. Maior quoque est 8 plus mediana, de qua primus habet $\frac{1}{8}$, et insuper denarios 5; secundus ex eadem maioris summa habet $\frac{7}{8}$, minus ipsis dictis 5 denariis, et minus adhuc ipsis 8, quos minuunt ei, ut habeat septuplum primi hominis: quibus cognitis, reducamus eos in partes mediane summe; quamuis possunt redigi in portiones reliquarum summarum. Et hoc faciamus secundum unum modum ex tribus modis, quibus hoc fieri potest. Quoniam maior summa est 8 plus mediana; octaua pars maioris summe erit $\frac{1}{8}$ de denariis 8, scilicet 1 plus de octaua parte mediane summe. Vnde cum primus habeat $\frac{1}{8}$ maioris summe, et denariis 5, habebis similiter $\frac{1}{8}$ mediane summe, et denarios 6. Item quia minor summa est 6, minus mediana, erit $\frac{1}{6}$ minoris summe sexta pars de denariis 6, scilicet 1 minus de $\frac{1}{6}$ mediane summe: unde cum secundus habeat $\frac{1}{6}$ minoris summe, et denarios 7, habebit similiter $\frac{1}{6}$ mediane summe, minus denario 1, et plus denariis 7, hoc est denarios 6 plus: ergo inter secundum et primum habent $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe; et de 12 habent etiam et ipsius medianam summam. Quare $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe cum denariis 12 est quantum ipsa mediana summa: ergo extractis $\frac{1}{8}\frac{1}{6}$ mediane summe ex ipsa remanent 12. Vnde ut habeas $\frac{1}{8}$ eiusdem mediane summe, multiplicabis $\frac{1}{8}$ de 24, scilicet 3 per 12, et
fol. 83 recto diuides per 17, exibunt $\frac{2}{17}$ 2: cum quibus adde 6, quos primus habet, plus de $\frac{1}{8}$ mediane summe; erunt $\frac{2}{17}$ 8; et tot habet primus. Item ut habeat $\frac{1}{6}$ mediane summe, multiplicabis 4 per 12, et diuides per 17, et addes 6, quos secundus habet, plus de $\frac{1}{6}$ mediane summe, exibunt $\frac{14}{17}$ 8 pro denariis secundi hominis. Quod etiam per regulam rectam potes inuenire, si ponas, secundum habere rem et denarios 7. Secundum quinque res minus denario 1: quia cum primus habeat 7 a secundo, remanebit secundo res una; et primus habebit res quinque, minus denario 1: discomputatis 6 denariis, quos habet, plus quincuplo eius de illis denariis 7, quos dat ei secundus. Similiter si secundus habuerit 5 a primo, remanebunt ipsi primo quinque res, minus denariis 6; et secundus habebit rem unam, et denarios 12: que cum denariis 8 equantur septuplo denariorum secundi, scilicet triginta quinque rebus, minus denariis 42: quibus denariis 42 aditis ab utraque parte, erunt 35 res, que equantur uni rei, et denariis 62: quare diminuta ab utroque parte, erunt 35 res, que equantur uni rei et denariis 62: quare diminuta ab utraque parte remanebunt 34 res, que equantur denariis 62, hoc est, 17 res sunt denarii 31: quare diuide 31 per 17, ueniet denarios $\frac{14}{17}$ 1 pro re una. Et quia secundus habet rem cum denariis 7, ergo habet denarii $\frac{14}{17}$ 8: similiter quia secundus habet quinque res, minus denario 1, multiplica $\frac{14}{17}$ 1 per 5, erunt $\frac{2}{17}$ 9; de quibus tolle 1, remanebunt denarii $\frac{2}{17}$ 8; et tot habuit primus. Per hunc itaque modum possunt solui omnes suprascripte duorum hominum questiones: sunt enim ex similibus questionibus infinite, que solui non possunt; quas cognosces secundum suprascriptum modum.

Questio consimilis inter tres homines.

Item tres homines habent denarios, quorum unus dixit ceteris duobus: si daretis mihi 7 utrorum denariorum, haberem quinquies tantum quam uos. Secundus dixit ceteris: si daretis mihi 9 utrorum denariorum, haberem septies tantum quam uos: tertius petit denarios 11; et preponit se habere septies tantum quam ipsi: queritur quot unusquisque habebat: hec enim regula per regulam quinti arboris facienda est sic:

uidebis de unoquoque, quam partem habebat totius summe denariorum eorum, habitis ipsis denariis, quos ipse petit ceteris : quod sic uidendum est: cum primus, acceptis 7 denariis ab aliis, preponit se habere quinquies tantum quam ipsi ; si tunc habuit quinque quaslibet quantitates; et reliqui duo habebunt unam ex eisdem quantitatibus: quare primus habet $\frac{5}{6}$ cunctorum denariorum, minus ipsis 7 denariis, quos erit eadem ratione ; secundus habet $\frac{6}{7}$ totius summe 9 denariis , quos petit reliquis. Similiter et tertius habet $\frac{7}{8}$ totius summe eorum, minus ipsis 11 denariis, quos petit reliquis: ergo inter omnes habent $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ totius summe, minus denariis 7, et 9, et 11 ; hoc est denarios 27 : ergo $\frac{2}{6}\,\frac{8}{7}\,\frac{3}{6}$ cunctorum denariorum ipsorum superbabundant summe eorum in denariis 27 : unde assimilatur hec questio arbori: illi $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{8}$ superant longitudinem arboris palmis 27: quare inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{6}\,\frac{1}{7}\,\frac{1}{8}$, scilicet in 168 : de quo accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 140; et $\frac{6}{7}$, que sunt 144; et $\frac{7}{8}$, que sunt 147, et addes insimul, erunt 431; de quibus extrahe 168, remanebunt 263, que uellent esse 27: quare multiplicabis 140 per 27, et diuide per 263, exibunt denarii $\frac{98}{263}$ 14; et tot habuit primus homo, habitis 7 denariis, quos petit reliquis: quare extrahe 7 de $\frac{98}{263}$ 14 , remanebunt $\frac{98}{263}$ 7; et tot habuit primus. Iterum ut habeas denarios secundi , multiplica 144 per 27, et diuide per 263, exibunt $\frac{206}{263}$ 14: de quibus extrahe denarios 9, quos secundus petit reliquis, remanebunt denarii $\frac{206}{263}$ 5; et tot habuit secundus. Item ut habeas tertii hominis, multiplica 147 per 27, et diuide iterum per 263, exibunt $\frac{24}{263}$ 15: de quibus extrahe denarios 11, quos tertius petit, remanebunt denarii $\frac{24}{263}$ 4; et tot habuit tertius, cum uero petat secundo. Secundus tertio, et tertius primo; inuenies modum solutionis in quarta parte huius capituli, etiam et in secunda parte elchatain.

* hec questio … (fol. 83 verso, lin. 23-26, pag. 199, lin. 10-15)



De eodem secundum alium modum.

Item homines sint tres; et primus, habitis 7 ex denariis aliorum, habeat quinquies tantum quam ipsi, et unum plus. Secundus, habitis ab aliis, habeat septies tantum quam ipsi, et unum plus : tertius, habitis 11 ab aliis , habeat septies tantum quam ipsi, et unum similiter plus. In hac autem due summe considerande sunt , quarum maior est quantitas illorum trium; minor est 1 minus maiori. Et quoniam primus cum 7 ex denariis aliorum habet quinquies tantum quam ipsi, et 1 plus ; ipsum $\frac{5}{6}$ minoris summe minus denariis 6 habere necesse est: propter eadem ergo, secundum cum denariis 9 reliquorum, $\frac{6}{7}$ eiusdem minoris summe, minus denariis 8 babere inuenies; cum ipse cum 9 denariis habeat septies tantum quam reliqui, et 1 plus. Rursum cum tertius, habitis 11 ex denariis aliorum, babeat septies tantum quam ipsi, et 1 plus | ipsum habere $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 10, non dubitatur: ergo inter omnes habent $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 6, et 8, et 10, scilicet minus 24: habent etiam et ipsi maiorem summam: ergo $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 24, faciunt maiorem summam. Quare si extrahatur inde 1, in quo maior summa superbabundat minorem, remanebunt $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis 25 equales eiusdem minoris summe. Quare $\frac{7}{8}\,\frac{6}{7}\,\frac{5}{6}$ minoris summe superhabundant ipsam summam in 25: quare ut in antecedente questione fecimus, multiplicabis 104 per 25, et diuides per 263, et habebis pro $\frac{5}{6}$ minoris summe $\frac{81}{263}$ 13: de quibus extrahe 6, quos primus habet, minus de $\frac{5}{6}$ minoris summe, remanebunt $\frac{81}{263}$ 7; et tot babuit primus. Item multiplicabis 144 per 25, et diuides per 263; et pro $\frac{6}{7}$ minoris summe habebis $\frac{181}{263}$ 13: de quibus extrahe 8, quos secundus habet,

fol. 84 recto.

minus $\frac{6}{7}$ minoris summe, remanebunt $\frac{181}{263}$ 5; et tot habet secundus. Item multiplicabis 147 per 25, et diuides per 263, et habebis pro $\frac{7}{8}$ minoris summe $\frac{256}{263}$ 13 : de quibus extractis 10, quos tertius habet, minus de $\frac{7}{8}$ minoris summe, remanebunt $\frac{256}{263}$ 3; et tot habuit tertius. Item primus petat reliquis 7; et habeat 1 plus quam quinquies ipsi; secundus petat 9; et habeat 2 plus quam septies ipsi. Tertius petat reliquis 11; et habeat 3 plus quam septies ipsi. In hac autem quattuor summe sunt considerande, quarum prima, et maior est quantitas denariorum ipsorum. Secunda 1 minus. Tertia 2 minus prima, uel 1 minus secunda. Quarta et minor, et 3 minus prima, uel 2 minus secunda, uel 1 minus tertia. Et quoniam primus, habitis 7 ex denariis reliquorum hominum, habet quinquies tantum quam ipsi, et 1 plus; necesse est ipsum habere $\frac{5}{6}$ secunde summe minus de 6; quia 1 remanet ei ex 7 predictis, sine quo efficitur ipsa secunda summa. Ex hoc autem comprehendere poteris, quod secundus habet $\frac{6}{7}$ tertie summe minus 7; cum superhabundent ei 2, ex 9, quos petit reliquis. Et tertius habet 3, demptis de 11, scilicet 8, minus de $\frac{7}{8}$ minoris summe: his itaque intellectis, potes redigere denarios uniuscuiusque in portione cuiuslibet quattuor dictarum summarum: rediguntur enim in minori summa sic. Quoniam secunda summa est 2 plus minori, erunt $\frac{5}{6}$ secunde summe $\frac{5}{6}$ de denariis 2, scilicet $\frac{2}{3}$ 1 plus de $\frac{5}{6}$ minoris summe. Vnde cum primus habeat $\frac{5}{6}$ secunde summe, minus 6, habebis $\frac{5}{6}$ minoris, minus $\frac{1}{3}$ 4: quia extractis $\frac{2}{3}$ 1 de 6, remanent $\frac{1}{3}$ 4. Item quia tertia summa est 1 plus minore, erunt $\frac{6}{7}$ tertie summe $\frac{6}{7}$ ipsius denarii, plus de $\frac{6}{7}$ minoris summe. Vnde cum secundus habeat $\frac{6}{7}$ tertie summe, minus 7, habebit $\frac{6}{7}$ minoris, minus denariis $\frac{1}{7}$ 6 : habet etiam et tertius homo $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis 8 : ergo inter omnes habent $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{7}{8}$ minoris summe, minus denariis $\frac{1}{3}$ 4, et $\frac{1}{7}$ 6, et 8, scilicet minus $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 18 : habent etiam et ipsi 3 plus minoris summe, scilicet maiorem summam. Quare extractis ipsi 3 ex utraque equali portione, remanebunt $\frac{7}{8}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{5}{6}$ minoris summe, minus denariis $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 21 equales minori summa : quare secundum hoc quod superius diximus, multiplicabis $\frac{5}{6}$ de 168, scilicet 140 per $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 21, et diuide summam per 263, et extrahes inde $\frac{1}{3}$4; et inuenies, primum habere $\frac{26}{263}$7. Rursum multiplicabis $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$21 per 144, que sunt $\frac{6}{7}$ de 168, et diuide summam per 263; et extrahes inde $\frac{1}{7}$ 6, et habebis denarios secundi $\frac{162}{263}$ 5. Item multiplicabis $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{3}$ 21 per 147, que sunt $\frac{7}{8}$ de 168, et diuides per 263; et extrahes inde 8, et habebis denarios tertii $\frac{4}{263}$4: potes enim ex predictis satis aperte comprehendere, si de multiplicitatibus ipsorum aliquid minuerit, etiam et de pluribus hominibus operari; cum unus eorum petat reliquis omnibus.

Modus alius inter tres homines.

Sint iterum tres homines, quorum primus, et secundus petat tertio homini denarios 7; et habeant quinquies quam ipse. Secundus quoque, et tertius petat primo denarios 9; et habeant septies quam ipse. Tertius, et primus petant secundo 11; et habeant septies quam ipse. Quia primus, et secundus, habitis 7 ex denariis tertii, habent quinquies quam ipse; tertium hominem $\frac{1}{6}$ totius summe, et insuper denarios 7 habere necesse est. Similiter ex petitionibus ex proportionibus reliquorum hominum comprehenditur, primum habere $\frac{1}{7}$ totius summe, et denarios 9; secundum $\frac{1}{8}$ eiusdem summe, et denarios 11 : ergo inter omnes habent $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$, et denarios 27. Quare pones, ut inter omnes habeant 168; quorum $\frac{1}{6}$, scilicet 28 et $\frac{1}{7}$, scilicet 21, et $\frac{1}{8}$, scilicet 21, in unum coniunctis, faciunt 73: a quibus usque in 168 sunt 95; que 95 cum uelint esse 27, ut habeat $\frac{1}{8}$ totius summe eorum

multiplicabis 27 per 28, et diuides per 95, exibunt $\frac{91}{95}$ 7; cum quibus adde 7, quos tertius homo habet plus de $\frac{1}{6}$ | totius summe, erunt $\frac{91}{95}$ 14; et tot habuit tertius. Item fol. 84 verso multiplica 27 per 24, et diuide per 95, et super adde 9, erunt $\frac{78}{95}$ 15; et tot habuit primus. Rursum multiplicabis 27 per 21, et diuides per 95, et super addes 11, erunt $\frac{92}{95}$ 16; et tot habuit secundus: potes enim secundum hoc operari de pluribus hominibus, cum reliqui petant uni eorum per ordinem aliquem numerum, et excedant eum in aliqua multiplicitate. Etiam si de supradictis non immemor extiteris, poteris operari cum superatione, uel diminutione multiplicitatum ipsorum.

De eodem inter quattuor homines questio insolubilis.

Qvattuor homines habent denarios, ex quibus primus et secundus petunt reliquis 7; et proponunt habere ter tantum quam ipsi. Secundus et tertius petunt reliquis 8, ut habeant quater tantum quam ipsi. Tertius et quartus petunt reliquis 9; et habent quinquies tantum quam ipsi. Quartus et primus petunt 11, et excedunt eos in sesquiplum: queritur quot unusquisque habeat. Hec questio insolubilis est; et cognoscitur sic. Cum primus et secundus cum 7 ex denariis reliquorum habuerit ter tantum quam ipsi; tunc $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum eorum habebunt ipsi; et tertio, et quarto homini remanebit $\frac{1}{4}$ eiusdem summe: ergo inter tertium, et quartum hominem habent $\frac{1}{4}$ totius summe, et amplius 7, quos dant primo et secundo homini. Similiter ex petitionibus, et ex propositionibus reliquorum inuenies, inter quartum et primum hominem habere $\frac{1}{5}$ totius summe, et denarios 8; et inter primum et secundum $\frac{1}{6}$ dicte summe, et denarios 9; et inter secundum et tertium $\frac{1}{7}$ eiusdem summe, et insuper denarios 11. Et quoniam inter primum et secundum habent $\frac{1}{6}$ totius summe, et denarios 9; et inter tertium et quartum $\frac{1}{4}$ eiusdem summe, et denarios 7; ergo inter omnes quattuor habent $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$ dicte summe, et denarios 16. Quare summa eorum est numerus, de quo extracto $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$, remanent 16: quem numerum per regulam secundi arboris inuenies esse $\frac{3}{7}$ 27. Item quia inter quartum et primum habent $\frac{1}{5}$ totius summe eorum, et denarios 8; et inter secundum et tertium habent $\frac{1}{7}$, et denarios 11; ergo erit summa eorumdem quattuor hominum quantum $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$ eiusdem summe cum denariis 19. Quare summa eorum est numerus, de quo extracto $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$, remanent 19: quem numerum per regulam eiusdem arboris inuenies esse $\frac{21}{23}$ 82; quod est inconueniens, cum per primam inuestigationem inuenimus, summam eorum esse aliter, scilicet $\frac{3}{7}$ 27: unde hec questio insolubilis est. Nam si eam solubilem proponere uolumus, petant primus et secundus reliquis denarios 100; Secundus et tertius denarios 106; tertius et quartus 145; Quartus et primus 170; et inuenies per utramque inuestigationem, summam eorum esse 420; de qua inter primum et secundum habent $\frac{1}{6}$ et 145, scilicet 215; inter secundum et tertium habent $\frac{1}{7}$ de eodem 420 et 170, scilicet 230; et inter tertium et quartum habent $\frac{1}{4}$ de 420, et 100 plus, scilicet 205; et inter quartum et primum habent $\frac{1}{5}$ de 420, et denarios 106, hoc est 190: quos diuide inter eos ad libitum, hoc est: cum primus et secundus habent 215, habeat inde primus 100, et secundus 115: qui secundus, cum habeat cum tertio homine 230, extrahe inde 115, quos habet secundus, remanebunt tertio denarii 115: qui tertius, cum habeat cum quarto homine 205, extrahe inde 115, quos habet tertius, remanebunt quarto homini denarii 90.

De quinque hominibus questio consimilis.

Item homines sint quinque; et primus, et secundus, et tertius petant quarto et quinto homini denarios 7; et habeant bis tantum quam ipsi. Secundus, et tertius, et quartus petant quinto et primo denarios 8; et habeant ter tantum quam ipsi. Tertius, et quartus, et quintus petant primo et secundo denarios 9; et habeant quater tantum quam ipsi. Quartus, et quintus, et primus petant secundo et tertio denarios 10; et habeant quinquies tantum quam ipsi. Quintus, et primus, et secundus petant tertio et quarto 11; et habeant septies tantum quam ipsi. Quoniam primus et secundus, et tertius cum 7 ex denariis quarti et quinti habeant bis tantum quam ipsi, necesse est, ut primus, et secundus, et tertius habeant $\frac{2}{3}$ totius summe, minus ipsis 7; et quartus, et quintus habeant $\frac{1}{3}$ eiusdem summe, et ipsis 7 plus. Similiter ex petitionibus, et ex propositionibus aliorum cognoscitur, quod inter quintum et primum habent $\frac{1}{4}$ totius summe eorum, et denarios 8. Et inter primum, et secundum habent $\frac{1}{5}$ totius summe, et denarios 9. Et inter primum, et tertium habent $\frac{1}{6}$ totius summe, et denarios 10. Et inter tertium, et quartum habent $\frac{1}{7}$ totius summe, et denarios 11: unde inter omnes habent dimidium $\frac{1}{7}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ summe, et dimidium de denariis 7, et 8, et 9, et 10, et 11, hoc est denarios 45; cum unusquisque in prescriptis partibus, et numeris bis computatus sit. Quare inuenias numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{7}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$, erit 420; que dupplica propter binam computationem eorum, erunt 840: et accipe $\frac{1}{7}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ de 420, et extrahe eos de 840, remanent 381, que uellent esse 45. Quare multiplicabis 45 per 420, et diuides per 381, et habebis summam eorum $\frac{77}{127}$ 49: de qua inter quartum et quintum [b. 1. 85 recto] | habent tertiam partem, et 7 plus, hoc est $\frac{68}{127}$ 23. Et inter quintum et primum quartam partem, et 8 plus, scilicet $\frac{31}{127}$ 20. Et inter primum, et secundum habent quintam partem, et 0 plus, scilicet $\frac{117}{127}$ 18. Et inter secundum, et tertium habent sextam partem, et 10 plus, scilicet $\frac{24}{127}$ 18. Et inter tertium, et quartum eiusdem summe habent septimam partem, et 11 plus, scilicet $\frac{41}{127}$ 18. Deinde ut separentur denarii unius a denariis alterius, adde denariis (*sic*) primi et secundi, scilicet $\frac{117}{127}$ 18, cum denariis tertii, et quarti, scilicet cum $\frac{41}{127}$ 18, erunt $\frac{1}{127}$ 37: residuum uero, quod est usque in summam eorum omnium, scilicet in $\frac{77}{127}$ 49, habet quintus homo; quod residuum est $\frac{76}{127}$ 12: quibus extractis de denariis quinti et primi, remanebunt primo $\frac{82}{127}$ 7; quibus extractis de denariis primi et secundi, remanebunt secundo $\frac{35}{127}$ 11; quibus extractis de denariis secundi et tertii, remanebunt tertio homini $\frac{19}{127}$ 7; quibus extractis de denariis tertii et quarti $\frac{119}{127}$ 10, remanebunt quarto homini.

Aliter quoniam inter secundum, et tertium, ut ostensum est superius, habent $\frac{1}{6}$ totius summe quinque hominum, et denarios 10; et inter quartum et quintum habent $\frac{1}{3}$ eiusdem summe, et denarios 7; ergo inter ipsos quattuor habent $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{2}$ summe, et denarios 17. Quare primo remanet $\frac{1}{2}$ eiusdem summe, minus ipsis 17. Similiter quia inter $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{4}$ habent $\frac{1}{7}$ summe, et denarios 11; et inter quintum et primum habent $\frac{1}{4}$ summe, et denarios 8; ergo ipsi quattuor habent $\frac{1}{7}\ \frac{1}{4}$, scilicet $\frac{11}{28}$ summe, et denarios 19: quare secundo homini remanet residuum summe, scilicet $\frac{17}{28}$ minus ipsis 19. Similiter si addideris portionem quarti et quinti cum portione primi et secundi, scilicet $\frac{1}{3}$ summe, et denarios 7 cum $\frac{1}{5}$, et denarios 9, erunt $\frac{8}{15}$ summe, et denarii 16: quibus extractis de summa, remanent tertio homini $\frac{7}{15}$ summe minus ipsis 16. Item addita

portione quinti et primi cum portione secundi et tertii, scilicet $\frac{1}{4}$ summe, et denariis 8 cum $\frac{1}{6}$ summe, et denariis 10, faciunt $\frac{5}{12}$ summe, et denarios 18. Quare remanent quarto homini $\frac{7}{12}$ summe, minus ipsis 18. Rursum addita portione primi et secundi cum portione tertii et quarti, scilicet $\frac{1}{5}$ summe, et 9 cum $\frac{1}{7}$ summe, et 11 faciunt $\frac{12}{35}$ summe, et denarios 20: quare remanent quinto homini $\frac{23}{35}$, minus ipsis 20. Inuenta autem portione uniuscuiusque per ordinem, potes per regulam primam trium hominum operari.

De homine qui ad uendendas tres margaritas constantinopoli properauit.

Qvidam mercator duxit constantinopolim tres margaritas ad uendendum. Quarum una ualebat aliquid. Secunda duplum prime. Tertia siquidem duplum secunde, minus tertia unius bizantii. Commerciarius quippe constantinopolitanus exigebat decimam predictarum margaritarum pro curie dirictum. Mercator quidem uendidit prima (*sic*) margaritarum, scilicet uiliorem; et persoluit exigenti decimam predictarum margaritarum omnium; et hoc quod superfuit ei fuit $\frac{1}{8}$ pretii secunde margarite, et amplius bizantii $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{3}$ 21. Queritur pretium uniuscuiusque margarite: sic enim faciendum est: ut ponamus numerum quemlibet pro pretio prime margarite, ut dicamus 10; pro secunda quidem 20; pro tertia quoque $\frac{2}{3}$ 39, hoc est duplum pretii secunde margarite, minus $\frac{1}{3}$ unius bizantii: quibus insimul coniunctis, $\frac{2}{3}$ 60 coadunabunt: de quibus accipe $\frac{1}{10}$, que est $\frac{2\ 9}{3\ 10}$ 6; a quibus usque in 10, scilicet in pretium prime margarite, desunt $\frac{1\ 1}{3\ 10}$ 3; de quibus extrahe $\frac{1}{8}$ de 20, scilicet pretii secunde margarite, que est $\frac{1}{2}$ 2, remanent $\frac{2\ 6}{3\ 9}$; quas extrahes de $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{3}$ 21, remanent $\frac{9}{10}$ 20, que serua. Et talem questionem oppone, ut prima margaritarum ualeat aliquid. Secunda bis tantum. Tertia ualeat quadruplum prime. Et extracto commertio ipsarum de pretio prime margarite, remaneat $\frac{1}{8}$ pretii secunde, et insuper bizantii $\frac{9}{10}$ 20. Deinde pone ad libitum pro tertio prime margarite 20; et pro secunda 40; et pro tertia 80: quibus insimul additis, faciunt 140; quorum $\frac{1}{10}$, scilicet 14 extrahe de 20, scilicet de pretio prime margarite, remanent 6; de quibus extrahe $\frac{1}{8}$ pretii secunde margarite, scilicet de 40, scilicet 5, remanet 1: quod cum uellent esse $\frac{9}{10}$ 20, multiplica $\frac{9}{10}$ 20 per 20, et diuide per 1, exibunt 418; quibus adde bizantios 10, quos posuimus pro prima margarita, erunt bizantii 428 pro pretio prime margarite. Quare pretium secunde est 856; tertie $\frac{2}{3}$ 1711.

De eodem per regulam rectam.

Pone pro pretio margarite rem. Quare pretium secunde erit due res; tertie quattuor, minus $\frac{1}{3}$ unius bizantii; quibus insimul iunctis sunt septem res, minus $\frac{1}{3}$ unius bizantii; quorum $\frac{1}{10}$, scilicet $\frac{7}{10}$ rei, minus $\frac{1}{30}$ bizantii, abice de re una, scilicet de pretio prime margarite, remanebunt $\frac{3}{10}$ rei, et $\frac{1}{30}$ unius bizantii, que equantur $\frac{1}{8}$ pretii secunde margarite, et bizantii $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{3}$ 21, hoc est $\frac{1}{4}$ prime margarite, et bizantii $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{3}$ 21. Comuniter auferatur $\frac{1}{30}$ unius bizantii, remanebunt $\frac{3}{10}$ rei, que equantur | $\frac{1}{4}$ rei, et bizantiis $\frac{2}{5}$ 21. Iterum comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ rei, remanebit $\frac{1}{20}$ rei equalis de bizantiis $\frac{2}{5}$ 21. Quare xx cuplum (*sic*) de $\frac{1}{20}$ rei, scilicet res, equabitur xx cuplo de bizantiis $\frac{2}{5}$ 21, scilicet bizantiis 428; ergo pretium prime margarite 428, ut prediximus. Est enim alius modus, qui regula uersa dicitur; per quem etiam possunt solui multe questiones: nam per regulam rectam tendimus de principio ad finem questionis; per uersam faciamus contrarium; quod uolumus in hac questione demostrare: in qua proponitur super $\frac{1}{10}$ pretii fol. 85 recto.

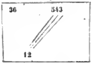
trium margaritarum de pretio prime margarite remansisse $\frac{1}{8}$ pretii secunde, et insuper bizantios $\frac{1}{10}\frac{1}{2}21$; a quibus summamus initium: quoniam pretium secunde margarite est duplum pretii prime, ergo $\frac{1}{8}$ pretii secunde est quantum $\frac{1}{4}$ pretii prime. Ergo de pretio prime margarite, quos ponas esse rem, remansit $\frac{1}{4}$ ipsius, et in super bizantii $\frac{1}{18}\frac{1}{3}21$ post solutionem $\frac{1}{12}$ predicte; que $\frac{1}{12}$, ut supradictum est, fuit $\frac{7}{10}$ rei, minus $\frac{1}{20}$ unius bizantii. Sed cum de re extrahitur $\frac{1}{4}$ ipsius, et bizantii $\frac{1}{12}\frac{1}{2}21$, remanent $\frac{1}{4}$ rei, minus bizantiis $\frac{1}{18}\frac{1}{2}21$, que equantur $\frac{7}{10}$ rei, minus $\frac{1}{20}$ unius bizantii. Si comuniter addatur bizantii $\frac{1}{10}\frac{1}{5}21$, erunt $\frac{3}{4}$ rei, que equantur $\frac{7}{10}$ eiusdem, et bizantiis $\frac{2}{5}21$. Quare si comuniter auferantur $\frac{7}{10}$ rei, remanebit $\frac{1}{20}$ rei equalis de bizantiis $\frac{2}{5}21$, ut per regulam rectam inuenimus.

Aliter de tribus margaritis.

Ualeat quidem secunda margarita quarta unius bizantii, plus duplo pretii prime. Tertia quoque ualeat duplum secunde, minus tertia unius bizantii. Cuius questionis solutionem, si per regulam rectam inuenire uis, pone primam ualere rem. Quare secunda ualebit duas res, addita quarta bizantii. Et tertia ualebit IIII.^{or} res, sexta bizantii addita: quibus insimul additis, erunt septem res, et quarta, et sexta bizantii; quarum decima, que est $\frac{7}{10}$ rei, et $\frac{1}{24}$ unius bizantii, extracta de re, scilicet de pretio prime, remanent $\frac{3}{10}$ rei, minus $\frac{1}{24}$ unius bizantii, que equantur $\frac{1}{2}$ secunde, et bizantiis $\frac{1}{10}\frac{1}{2}21$. Sed $\frac{1}{8}$ secunde equatur $\frac{1}{4}$ prime, et $\frac{1}{32}$ bizantii; ergo $\frac{3}{10}$ rei, minus $\frac{1}{24}$ bizantii, equatur $\frac{1}{4}$ rei, et bizantiis $\frac{1}{32}\frac{1}{10}\frac{1}{2}21$. Si communiter addatur $\frac{1}{24}$ bizantii, erunt $\frac{3}{10}$ rei, que equantur $\frac{1}{4}$ rei, et bizantiis $\frac{1}{32}\frac{1}{24}\frac{1}{10}\frac{1}{2}21$: communiter auferatur $\frac{1}{4}$ rei, remanet $\frac{1}{20}$ rei, que equantur $\frac{1}{32}\frac{1}{24}\frac{1}{10}\frac{1}{2}21$: reintegra ergo rem tuam, scilicet multiplica $\frac{1}{32}\frac{1}{24}\frac{1}{10}\frac{1}{2}21$ per 20; que multiplicatio uulgariter sic fit: multiplicautur primum 20 per 21, faciunt 420; et 20 per $\frac{1}{3}$, faciunt $\frac{2}{3}6$; et 20 per $\frac{1}{10}$, faciunt 2; et 20 per $\frac{1}{24}$, faciunt $\frac{5}{6}$; et 20 per $\frac{1}{32}$, faciunt $\frac{5}{8}$: quibus insimul iunctis faciunt bizantios $\frac{1}{14}30$ pro pretio prime. Quare pretium secunde est $\frac{1}{2}860$; tertie $\frac{2}{3}1720$: soluitur quidem hec questio, et eius similes, per primum modum, etiam et per regulam uersam.

De tribus hominibus qui inequaliter colligerunt bursas.

a primi in tertiam .... multiplicatio atque a (fol. 83 verso, lin. 23 e 21-30; pag. 204, lin. 20-40).



a 3. Scilicet ... Bursam » (fol. 83 verso, lin. 31-36 e 37; pag. 204, lin. 40 — pag. 205, lin. 6).

Primus
1
Secundus
$\frac{1}{5}1$
Tertius
$\frac{2}{3}1$

Tres homines inuenerunt bizantios, ex quibus unusquisque sumpsit inequaliter, sic quod multiplicatio bizantiorum primi in tertiam summe facit quantum multiplicatio bizantiorum secundi in quartam summe; et quantum multiplicatio bizantiorum tertii in quintam eiusdem summe. Et hee tres multiplicationes equales in unum redacte faciunt eandem summam bizantiorum, quam ipsi tres homines inuenerant. Queritur, que fuit illa summa; et quot unusquisque ex ea assumpserat. Pone itaque, ut primus sumeret bizantios 3; et secundus 4; et tertius 5: iden quia multiplicatio cuiuslibet numeri in tertiam partem de 3 est quantum multiplicatio eiusdem numeri in quartam partem de 4, uel in quintam partem de 5; ergo et multiplicatio cuiuslibet numeri in 3 est quantum multiplicatio quarte eiusdem numeri in 4, et quantum multiplicatio quinte eiusdem numeri in 5: adde 3, et 4, et 5, erunt 12 pro summa bizantiorum inuentorum : multiplica itaque 3, scilicet bizantios primi per tertiam summe, scilicet per 4, erunt 12, que serua; et multiplica bizantios secundi, scilicet 4, per quartam partem summe, scilicet per 3, erunt similiter 12, que serua; et multiplica iterum bizantios tertii, uidelicet 5, per quintam summe, scilicet per $\frac{2}{5}2$, erunt similiter 12. Adde ergo has tres

multiplicationes, erunt 36, que uellent esse 12: quare dices: per 3, que pono in quantitate bizantiorum primi, ueniunt 36; quid ponam ut ueniant tantum 12: multiplicabis ergo 3 per 12, et diuides per 36, exibit bizantius 1; et tot sumpsit primus homo ex repertis bizantiis. Item eadem ratione multiplica 4, scilicet bizantios secundi, per 12, et diuides per 36, exibit bizantius $\frac{1}{3}$ 1; et tot sumpsit secundus homo ex ipsis bizantiis. Rursum suprascripta ratione multiplica bizantios 5 tertii hominis per 12, et diuides iterum per 36, exibit bizantius $\frac{2}{3}$ 1 pro quantitate inuentione tertii hominis.

a inuentione... hominibus. (fol. 85 verso, lin. 38-41, pag. 205, lin. 7-12).

primus
1
Secundus
$\frac{1}{3}$ 1
tertius
$\frac{2}{3}$ 1

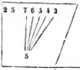
Aliter pro prescriptis $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ pone 3, et 4, et 5, et adde eos insimul, erunt 12; que diuide per numerum hominum, scilicet per 3, exibunt 4; et tot bizantios reperierunt ipsi; ex quibus primus sumpsit $\frac{3}{3}$, hoc est bizantium 1; Secundus $\frac{4}{3}$, hoc est bizantium $\frac{1}{3}$ 1. Tertius sumpsit $\frac{5}{3}$ unius bizantii, hoc est bizantium $\frac{2}{3}$ 1, ut prediximus.

De eodem de quinque hominibus.|

fol. 86 recto.

Item quinque homines bizantios reperierunt, ex quibus iterum sumpsit unusquisque inequaliter; sic quod multiplicatio bizantiorum primi in tertiam summe facit quantum multiplicatio bizantiorum secundi in quartam summe; et quantum multiplicatio bizantiorum tertii in quintam eiusdem summe; et quantum multiplicatio bizantiorum quarti hominis in sextam summe. Etiam et quantum multiplicatio bizantiorum quinti hominis in septimam eiusdem summe: et hee quinque multiplicationes insimul iuncte faciunt eandem inuentam summam. Cum itaque hec positio per primam regulam, hoc est per modum arborum, solui possit; tamen qualiter aliter soluatur, demonstrare cupimus. Pro predictis $\frac{1}{3}$, et $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{5}$, et $\frac{1}{6}$, et $\frac{1}{7}$ pone in ordinem 3, et 4, et 5, et 6, et 7; et adde eos insimul, erunt 25; et tot quinte reperierunt ipsi; ideo quia equales multiplicationes fuerunt 5, ex quibus quintis primus sumpsit $\frac{3}{5}$ unius bizantii. Secundus $\frac{4}{5}$; tertius $\frac{5}{5}$, hoc est bizantium 1. Quartus $\frac{6}{5}$, hoc est $\frac{1}{5}$ 1. Quintus $\frac{7}{5}$, hoc est bizantium $\frac{2}{5}$ 1.

a Item quinque ... faciunt eandem a (fol. 86 recto, lin. 1-18, pag. 205, lin. 13-38).



Summa
5
portione primi
$\frac{3}{5}$
Secundi
$\frac{4}{5}$
Tertii
1
Quarti
$\frac{1}{5}$ 1
Quinti
$\frac{2}{5}$ 1

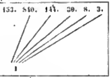
Aliter de quinque hominibus.

Rursus quinque homines bizantios inuenerunt, ex quibus unusquisque collegit inequaliter; sic quod multiplicatio bizantiorum primi in tertiam summe, hoc est multiplicatio totius summe in tertiam partem bizantiorum ipsius primi, facit aliquem numerum. Et multiplicatio quarte partis totius summe in bizantiis secundi hominis, uel econuerso, facit duplum multiplicationis predicte primi hominis. Et multiplicatio bizantiorum tertii in quintam partem summe, et econuerso, facit triplum multiplicationis secundi hominis, hoc est sexuplum multiplicationis primi. Et multiplicatio bizantiorum quarti in sextam partem summe, uel econuerso, facit quadruplum multiplicationis tertii hominis, hoc est uicuplum quadruplum multiplicationis primi hominis. Item et multiplicatio bizantiorum quinti hominis in septimam partem summe, uel septimam partem bizantiorum ipsius quinti hominis in totam summam, facit quincuplum multiplicationis quarti hominis, hoc est centuplum uicuplum multiplicationis primi hominis. Et hee quinque multiplicationes in unam coniuncte faciunt eandem repertam summam. Queritur que fuit illa summa; et quot unusquisque ex ea collegit. Quia preponitur, quod multiplicatio totius summe in tertiam partem bizantiorum primi facit aliquem numerum; ponendum est, quod primus homo colligeret aliquem numerum bizantiorum, qui habeat $\frac{1}{3}$. Ponatur ergo, ut ipse colligeret bizantios 3. Quarum tertia pars est bizantius 1; quo multiplicato in summa cunctorum bizantiorum facit aliquem numerum, scilicet ipsam

eandem summam. Et quia preponitur, quod multiplicatio quarte partis bizantiorum secundi hominis in totam summam facit duplum multiplicationis tertie partis bizantiorum primi in ipsam eandem summam; ponendum est, quod secundus colligeret talem numerum bizantiorum, quorum quarta pars sit duplum tertie partis bizantiorum primi; eritque numerus ille 8. Cuius quarta pars est 2, que sunt duplum tertie partis bizantiorum primi, scilicet de 1. Item quia multiplicatio quinte partis bizantiorum tertii hominis in totam summam preponitur facere triplum multiplicationis quarte partis bizantiorum secundi in eandem summam; opportet ergo, ut tertius homo colligeret tot bizantios, ex quibus quinta pars sit triplum quarte partis bizantiorum secundi: ergo pones, ut ipse colligeret bizantios 30, quorum quinta pars, scilicet bizantii 6, est triplum quarte partis bizantiorum secundi, scilicet de 2. Adhuc quia multiplicatio sexte partis bizantiorum quarti hominis in suprascripta summa proponitur facere quadruplum multiplicationis quinte partis bizantiorum tertii, in ipsa summa ponendum est, ut ipse quartus homo colligeret tot bizantios, ex quibus sexta pars fiat quadruplum quinte partis bizantiorum tertii hominis; erunt bizantii 144, quorum sexta pars sunt bizantii 24, qui sunt quadruplum quinte partis bizantiorum tertii hominis, scilicet de 6. Rursus quia multiplicatio septime partis bizantiorum quinti hominis in totam summam preponitur facere quincuplum multiplicationis sexte partis bizantiorum quarti hominis in ipsam summam, opportet quod ponatur. quod quintus homo colligeret bizantios 840. Ideo quia septima pars ipsorum sunt bizantii 120, qui sunt quincuplum de bizantiis 24, sexte uidelicet partis bizantiorum quarti hominis. Quo facto, colliges prescriptas bizantiorum positiones in unum, scilicet bizantios 3 primi hominis, et bizantios 8 secundi, et bizantios 30 tertii, et bizantios 144 quarti, et bizantios 840 quinti, erunt bizantii 1025, qui est numerus positus pro reperta summa: deinde uideas, in quot ascenderint quinque suprascriptas (*sic*) multiplicationes in ipsam summam. Multiplicatio quidem tertie partis bizantiorum primi in ipsa summa, scilicet 1 in 1025, facit semel 1025: quare seruabis 1 ex parte. Item multiplicatio quarte partis bizantiorum secundi, scilicet 2, in totam summam, nidelicet in | 1025, facit bis 1025: quare seruabis 2. Iterum quinta pars bizantiorum tertii hominis, scilicet 6, multiplicata in prescriptis 1025, faciet sexies 1025: quare seruabis iterum 6. Rursus sexta pars quarti hominis, scilicet 24, multiplicata in 1025, facit uigies quater 1025: quare seruabis 24: adhuc septima pars bizantiorum quinti hominis, scilicet bizantii 120, multiplicata in prescriptam summam, scilicet in 1025, facit centies uigies 1025: quare seruabis 120; que addes cum 24, et cum 6, et cum 2, et cum 1 seruatis, erunt 153: ergo in prescriptis quinque multiplicationibus exeunt centies quinquagies ter 1025: et cum ipse quinque multiplicationes non debeant facere nisi tantum semel ipsam summam, dices: pro 3, que pono in collectione bizantiorum, ueniet centies quinquagies ter ipsa summa; quid ponam, ut tantum ipsa perueniat semel: multiplicabis ergo 3 per 1, et diuides per 153, exibunt $\frac{3}{153}$ unius bizantii; et tot reperit primus homo de reperta summa. Similiter si hoc feceris de positionibus bizantiorum reliquorum quattuor hominum, scilicet de bizantiis 8 secundi hominis; et de bizantiis 30 tertii hominis; et de bizantiis 144 quarti; et de bizantiis 840 quinti hominis. Reperies, quod secundus homo collegit ex reperta summa $\frac{8}{153}$ unius bizantii; et tertius homo colligit $\frac{30}{153}$; et quartus $\frac{144}{153}$; et quintus $\frac{840}{153}$, hoc est bizantii $\frac{75}{153}$ 5: collige ergo hec quinque collectiones in unum faciunt $\frac{1025}{153}$, hoc est bizantii $\frac{107}{153}$ 6; et tot reperierunt ipsi.

fol. 86 *verso*.

1025 facit ... 12 multiplica (fol. 86 *verso*, lin. 1-19; pag. 206, lin. 27 — pag. 201, lin. 8).



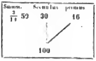
primus $\frac{3}{153}$
Secundus $\frac{8}{153}$
Tertius $\frac{30}{153}$
Quartus $\frac{144}{153}$
Quintus $\frac{75}{153}$ 5
Summa $\frac{107}{153}$ 6

portio primi $\frac{5}{6}$ $\frac{99}{109}$ 26
Secundi $\frac{65}{109}$ 65

De duobus hominibus qui inuenerunt bizantios.

Dvo homines inuenerunt bizantios, ex quibus unusquisque colligit inequaliter; et id, quod colligit primus, fuit $\frac{1}{12}\frac{1}{3}$ ex hoc quod colligit secundus; et primus lucrando cum sua portione, de bizantiis 11 fecit bizantios 12. Alter uero de bizantiis 13 fecit 14; et sic inter utrumque habuerunt bizantios 100. Queritur, quot sit summa inuenta; et quot unusquisque ex ea collegit. Primum quidem inuenias numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{12}\frac{1}{3}$, eritque 39; et tot pone secundum collige (*sic*): de quibus accipe $\frac{1}{12}\frac{1}{3}$, scilicet 16; et tot bizantios pone pro collectione primi; qui cum de 11 fecisset 12, multiplica bizantios 16 per 12, et diuide per 11, exibunt bizantii $\frac{5}{11}17$, quos serua: deinde quia secundus de 13 fecit 14, multiplica 39 per 14, et diuide per 13, exibunt bizantii 42; quos adde cum bizantiis $\frac{5}{11}17$, erunt bizantii $\frac{5}{11}59$, qui uellent esse bizantii 100: quare multiplicabis 16 per 100, et diuides per $\frac{5}{11}59$, exibunt pro portione primi hominis bizantii $\frac{1}{3}\frac{9}{10}\frac{9}{9}26$. Item eadem ratione multiplica 39 bizantios per 100, et diuide per $\frac{5}{11}59$, exibunt pro portione secundi hominis $\frac{68}{109}65$ bizantii; quibus iunctis cum bizantiis $\frac{1}{3}\frac{9}{10}\frac{9}{9}26$ primi hominis, reddunt pro tota summa bizantios $\frac{1}{3}\frac{55}{109}92$.

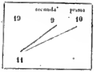
• bizantios 16 . . $\frac{1}{3}\frac{55}{109}92$ • (fol. 86 verso, lin. 20-25; pag. 207, lin. 9-15).



Diuisio de 11 in duas partes.

Diuide 11 in duas partes, quarum una multiplicata per 9 faciat quantum alia multiplicata per 10: accipiendum est primum, quod multiplicatio cuiuslibet partis cuiuslibet numeri in numerum, ex quo ipsa pars ducit originem, facit quantum multiplicatio alie cuiuslibet partis eiusdem numeri in numero. Vnde ipsa pars deriuatur. Verbi gratia: multiplicatio quidem tertie cuiuslibet numeri in 3, ex quibus $\frac{1}{3}$ ducit orriginem, facit quantum multiplicatio quarti eiusdem numeri in 4. A quibus $\frac{1}{4}$ ducit orrigiuem: quare nona unius numeri multiplicata per 9 facit quantum $\frac{1}{10}$ eiusdem numeri multiplicata per 10. Vnde quam proportionem habet decima unius numeri ad nonam eiusdem numeri, eandem proportionem habebit una pars de 11 ad aliam. Vnde inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{10}\frac{1}{9}$, eritque 90, cuius $\frac{1}{9}$, et $\frac{1}{10}$ sunt 10 et 9: multiplicatio ergo de 9, scilicet decime de 90 in 10, facit quantum multiplicatio de 10, scilicet $\frac{1}{9}$ de 90 in 9: unde iunge 9 et 10, erunt 19, que uellent esse 11: multiplica ergo 10 per 11, et diuide per 19, exibunt $\frac{15}{19}5$; et tot erit una pars: residuum uero, quod est usque in 11, scilicet $\frac{4}{19}5$, erit alia pars; qui numerus exiit ex multiplicatione de 9 in 11 diuisa per 19. Aliter quia multiplicatio prime partis in 9 est equa multiplicationi secunde partis in 10; proportionaliter est sicut 10 ad 9 est prima pars ad secundam. Vnde erit sicut 9 iunctum ex 10, et 9, scilicet 19 ad 9 iunctum ex partibus, scilicet ad 11, ita 10 ad primam partem, et 9 ad secundam. Quare multiplicanda sunt 11 per 10, et per 9; et diuidenda utraque multiplicatio per 19. Si uero per regulam rectam uis procedere, pone pro prima parte rem; quare secunda erit 11 minus re: et multiplica rem, scilicet primam partem, per 9, egredientur nouem res. Item multiplica 11 | minus re, scilicet secundam partem per 10, erunt 110, minus decem rebus, que equantur nouem rebus: quare si comuniter addantur decem res, erunt 19 res, que equantur 110: diuide itaque 110 per 19, erunt pro prima parte $\frac{15}{19}5$; quibus extractis de 11, super erunt pro secunda parte $\frac{4}{19}5$, ut superius inuenimus.

• quarti eiusdem . . . multiplicatione • (fol. 86 verso, lin. 29-36; pag. 207, lin. 22-32).



• secunda partes . . multiplica 11 • (fol. 86 verso, lin. 37-40; pag. 207, lin. 32-37 e 38).



fol. 87 recto.

Diuisio de 11 in tres partes.

Item si 11 in tres partes diuidere uolueris, quarum prima multiplicata per 4 faciet

quantum alia multiplicata per 5, et quantum alia multiplicata per 6: quia multiplicatio quarte unius numeri per 4 facit quantum multiplicatio quinte eiusdem numeri in 5, et quantum multiplicatio sexte eiusdem numeri in 6, inuenies numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}$; eritque 60, cuius quarta est 15; quinta est 12; sexta est 10: adde ergo 15, et 12, et 10, eruntque 37, que uellent esse 11: quare multiplicabis 15, et 12, et 10 singulariter per 11, et diuides unamquamque multiplicationem per 37; et sic habebis pro prima parte $\frac{17}{37}4$; pro secunda $\frac{21}{37}2$; pro tertia $\frac{36}{37}2$; et sic possemus diuidere 11, etiam et quemlibet alium numerum in plures partes.

a quolibet alium ... usque in 11 » (fol. 87 recto, lin. 10-15; pag. 208, lin. 8-15).

pars prima
$\frac{59}{72}3$
Secunda
$\frac{13}{72}7$

Diuisio de 11 in duas partes secundum alium modum.

Item si proponatur diuidere 11 in duas partes, quarum una multiplica (*sic*) per 9 faciet $\frac{1}{4}30$, plus alia multiplicata similiter per 9; quia maior pars multiplicata per 9 facit $\frac{1}{4}30$, magis alia multiplicatione, diuides $\frac{1}{4}30$ per 9, exibunt $\frac{13}{36}3$; et in tot excedit maior pars minorem: ideo quia multiplicatis $\frac{13}{36}3$ per 9, faciunt $\frac{1}{4}30$; ergo extrahes $\frac{13}{36}3$ de 11, remanebunt $\frac{23}{36}7$, hoc est $\frac{29}{36}7$; que diuide in duo equa, exibunt $\frac{59}{72}3$ pro qualibet parte; et tot fuit minor pars: residuum uero, quod est usque in 11, scilicet $\frac{13}{72}7$, fuit alia.

Aliter de eodem.

a duas partes .... desunt 4 » (fol. 87 recto, lin. 20-25; pag. 208, lin. 21-29).

pars prima
$\frac{3\ \ 7\ \ 14}{4\ 10\ 19}3$
Secunda
$\frac{1\ \ 2\ \ 4}{4\ 10\ 19}7$

Nam si proponatur diuidere 11 in duas partes, quarum secunda multiplicata per 10 faciet $\frac{1}{4}30$, plus multiplicatione prime partis in 9; extrahe de 11 numerum, qui cum multiplicetur per 10, faciat $\frac{1}{4}30$: qui numerus reperitur, cum $\frac{1}{4}30$ diuiduntur per 10; eritque numerus ille $\frac{1}{40}3$: quod extracto de 11, remanent $\frac{39}{40}7$; que diuide in duas partes per suprascriptam regulam; ita quod multiplicatio prime partis per 9 faciat quantum alia multiplicata per 10; eritque prima pars $\frac{3\ \ 7\ \ 14}{4\ 10\ 19}3$; qua inuenta, extrahatur de 11: quod facies per modum, quem in decimo capitulo demonstraui: scilicet accipe 3, que sunt super 4, et extrahe ea ex ipsis 4, et remanens pone super 4 cuiusdam protracte uirge, sub qua sint per ordinem suprascripti rupti, scilicet $\frac{1\ \ 0\ \ 0}{4\ 10\ 19}$; et pro expretis (*sic*) 4, retinet in manu 1; que adde cum 7, que sunt super 10, erunt 8: a quibus usque in 10 desunt 2, que pone super 10; et pro expretis decem retine 1; que adde cum 14, que sunt super 19, erunt 15: a quibus usque in 19 desunt 4, que pone super 19 protracte uirgule; et pro expletis 19 retine 1, quod adde cum 3, que sunt ante uirgulam 7; et extrahe de 11, remanebunt 7, que pone ante protractam uirgulam; et sic habebis pro secunda parte $\frac{1\ \ 2\ \ 4}{4\ 10\ 19}7$. Item si 11 in tres partes diuidere proponatur, quarum secunda multiplicata per 5 faciat 10, plus multiplicationi prime in 4; et multiplicatio tertie per 6 faciat 11, plus multiplicatione secunde in 5, hoc est 21, plus multiplicatione prime partis per 4. Cum itaque ultima pars multiplicata per 6 faciat 21, plus quam prima pars multiplicata per 4; ergo si ex ipsa ultima parte extrahatur numerus, quo multiplicato per 6, faciet 21, scilicet $\frac{1}{2}3$, que exeunt ex diuisione 21 per 6, remanent ex ipsa ultima parte numerus, qui, cum multiplicatus fuerit per 6, facit quantum prima pars multiplicata per 4. Item quia secunda pars multiplicata per 5 facit 10, plusquam prima multiplicata per 4; si ex secunda parte extrahatur numerus, qui multiplicatus per 5 faciat 10, scilicet 2, remanebit ex ipsa secunda parte numerus, quo multiplicato per 5, faciet quantum prima multiplicata per 4: ergo extrahantur 2, et $\frac{1}{2}3$ de 11, remanebunt $\frac{1}{2}5$; que diuide per suprascriptam regulam in

a per 6 facit .... proportionem » (fol. 87 recto, lin. 33-39; pag. 208, lin. 33 e 39 — pag. 209, lin. 5).

prima
$\frac{1\ \ 9}{2\ 37}2$
Secunda
$\frac{0\ \ 29}{2\ 37}3$
Tertia
$\frac{1\ \ 36}{2\ 37}4$

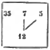
tres partes, quarum secunda multiplicata per 5, et tertia multiplicata per 6 faciunt quantum prima multiplicata per 4; eritque prima pars $\frac{1\ 4}{2\ 87}2$; secunda $\frac{0\ 29}{2\ 87}1$; tertia $\frac{0\ 14}{2\ 87}1$: adde ergo 2 cum secunda parte, erunt $\frac{29}{87}3$: similiter adde $\frac{1}{2}3$ cum tertia parte, erunt $\frac{1\ 80}{2\ 87}4$; et sic potes facere de similibus.

De duobus numeris reperiendis secundum datam quandam proportionem.|

fol. 87 verso

Svnt duo numeri, quorum $\frac{1}{5}$ unius est $\frac{1}{7}$ alterius; et eorum multiplicatio est quantum eorum aditio. Inuenias primum duos numeros, quorum $\frac{1}{5}$ unius sit $\frac{1}{7}$ alterius; eruntque 5 et 7. Que pone pro quesitis numeris, et adde 5 cum 7, erunt 12. Sed multiplicatio de 5 in 7 facit 35; que cum uelint esse 12, et multiplica 12 per 5, et 12 per 7, et diuides utramque multiplicationem per 35; et habebis primum numerum $\frac{5}{7}1$; secundum $\frac{2}{5}2$: uel aliter suprascripta 12 diuide per 7, et per 5.

« Svnt duo .... diuide » (fol. 87 verso, lin. 1-4; pag. 209, lin. 6-11).



Aliter.

Et si proponatur, quod addita quinta parte unius cum septima alterius faciat quantum multiplicatio numerorum ad inuicem; addes quintam de 5, scilicet 1, cum $\frac{1}{7}$ de 7, erunt 2; que multiplica per 5, et per 7, et diuide utramque multiplicationem per 35; uel ipsa 2 diuide per 7, et per 5; et habebis primum numerum $\frac{2}{7}$; secundum $\frac{2}{5}$.

« per 5 et per 7 ... primum numerum » (fol. 87 verso, lin. 7-11; pag. 209, lin. 15-22)



Aliter.

Rvrsum si proponatur, quod multiplicata quinta parte unius per septimam alterius faciat quantum aditio unius numeri cum alio; multiplicabis quintam de 5 per $\frac{1}{7}$ de 7, scilicet 1 per 1, erit unum; et adde 5 cum 7, ut supra, erunt 12; que multiplicabis per 5, et per 7, et diuides utramque multiplicationem per unum, quod fuit summa multiplicationis de uno in uno supradictis; et habebis primum numerum 60, quorum quinta est 12; secundum est 84, quorum septima est 12 similiter, ut opportet: nam multiplicato 12 per 12 facit quantum aditio de 60 cum 84.

Modus alius de duobus numeris reperiendis.

Item quinta unius numerorum sit septima alterius; et multiplicata quinta parte unius per septimam alterius facit quantum adita quinta parte unius cum septima alterius: multiplicabis 1 per 1, ut supra, erit unum; et addes ipsas unitates insimul, erunt 2: per que multiplicabis 5 et 7, et diuides utramque multiplicationem per unum, et habebis primum numerum 10; secundum 14.

Questio alia de duobus numeris.

Adhuc si proponatur, quod multiplicato uno numero per alium faciat aliquod multiplex eorumdem adictionis, ut dicamus duplum: addes tunc 5 cum 7, erunt 12; que duplicabis, erunt 24: multiplicabis ergo 24 per 5, et 24 per 7; et diuides utramque multiplicationem per multiplicationem de 5 in 7, scilicet per 35, et habebis primum numerum $\frac{3}{7}3$; secundum $\frac{4}{5}4$: et nota quia in omnibus suprascriptis, etiam et in sequentibus, semper damus diuisionem numero, qui ex multiplicatione duorum numerorum colligitur multiplicatorum.

Questio alia de duobus numeris.

« Iterum si .... multiplicatio » (fol. 87 verso, lin. 23-27 e 28; pag. 209, lin. 40 — pag. 210, lin. 3).

Iterum si proponatur, quod aditio numerorum faciat aliquam multiplicitatem multiplicationis eorumdem, ut dicamus triplum: multiplicabis 12, que sunt aditio de 5, et 7 per eosdem numeros, erunt 60, et 84; que diuide per dictam multiplicitatem multiplicationis de 5 in 7, scilicet per triplum de 35, idest per 105, et habebis primum numerum $\frac{4}{7}$; secundum $\frac{4}{5}$.



Aliter secundum aliam questionem.

« partis .... numeris » (fol. 87 *verso*, lin. 29-32; pag. 210, lin. 4-10).



Rvrsum multiplicatio numerorum in se ipsos faciat aliquod multiplex, ut dicamus, quadruplum aditionis quinte partis unius numeri cum septima parte alterius: quadruplum de 2, que sunt aditio quinte partis de 5, et septime partis de 7, scilicet 8, multiplica per 5 et per 7, erunt 40, et 56; que diuide per multiplicationem de 5 in 7, scilicet per 35, et habebis primum numerum $\frac{1}{7}$ 1; secundum $\frac{3}{5}$ 1. Item aditio quinte partis unius cum septima alterius faciat quincuplúm multiplicationis unius numeri in alium: multiplicabis 2 suprascripta per 5, et per 7, erunt 10, et 14; que diuide per quincuplum de 35, scilicet per 175, et habebis primum numerum $\frac{2}{35}$; secundum $\frac{2}{25}$.

« sexcuplum .... *diuisionem* » (fol. 87 *verso*, lin. 34-36; pag. 210, lin. 11-16).



Item questio alia de duobus numeris.

Adhuc multiplicatio quinte partis unius in septimam alterius sit sexcuplum aditionis earumdem partium: addes $\frac{1}{5}$ de 5 cum $\frac{1}{7}$ de 7, erunt 12;.quorum sexcuplum, scilicet 12, multiplica per 5, et per 7, erunt 60, et 84; que diuide per multiplicationem quinte partis de 5 in septimam partem de 7, scilicet per unum; et habebis primum numerum 60; secundum 84.

« Iterum .... numerum » (fol. 87 *verso*, lin. 37-39; pag. 210, lin. 17-20).

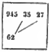


fol. 88 *recto*.

De eodem secundum aliam diuisionem.

Iterum aditio quinte partis unius cum septima parte alterius faciat septuplum multiplicationis earumdem partium in se: multiplicabis 2 per 5, et per 7, erunt 10, et 14; que diuides per septuplum multiplicationis quinte partis de 5 in septimam partem de 7, scilicet per 7; et habebis primum numerum | $\frac{3}{7}$ 1; secundum 2: possumus enim multas alias questiones uarias ex suprascriptis proponere; quorum solutiones per suprascriptas satis competenter reperiri possunt.

« Item .... primum » (fol. 88 *recto*, lin. 3-6; pag. 210, lin. 24-28).



Diuisio alia inter duos numeros.

Item sunt duo numeri, ex quibus $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ unius sunt $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ alterius; et multiplicatis insimul faciunt iunctionem eorumdem: primum quidem suprascriptorum inuenies duos numeros, quorum $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ unius sit $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ alterius; eruntque 27, et 35; et addes 27 cum 35, erunt 62: per que multiplica 27, et 35, et diuides utramque multiplicationem per summam multiplicationis de 27 in 35; uel diuide 62 per 35, et per 27, et habebis primum numerum $\frac{27}{35}$ 1; secundum $\frac{8}{27}$ 2.

« Et si .... diuides per » (fol. 88 *recto*, lin. 8-12; pag. 210, lin. 21-27).



De eodem.

Et si propositum fuerit, quod multiplicatio unius dictorum numerorum in alium sit duplum aditionis eorumdem; duplum de 62, scilicet 124, multiplica per 27, et per 35, et diuide utramque multiplicationem per summam multiplicationis de 27 in 35; uel 124 diuide per 35, et per 27, et habebis primum numerum $\frac{19}{35}$ 3; secundum $\frac{16}{27}$ 4.

De eodem.

Et si aditio sit duplum multiplicationis eorumdem; multiplicatio de 62 in 27, et in 35 diuides per duplum multiplicationis de 27 in 35; uel diuide 62 pèr duplum de 35, et de 27, et habebis primum numerum $\frac{31}{35}$; secundum $\frac{4}{27}$ 1.

« Item $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ .... multiplicabis » (fol. 88 *recto*, lin. 15-18; pag. 210, lin. 40 — pag. 211, lin. 1)



De eodem.

Item $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ primi numeri sit $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ secundi; et multiplicatio primi in secundum faciat quantum aditio cuiuslibet partis; uel quarumlibet partium primi in quamlibet partem, uel partes secundi, ut dicamus, quod aditione (*sic*) $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ unius cum $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ alterius sit quantum multiplicatio unius numeri in alium: accipe $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ de 27, que sunt $\frac{3}{4}$ 15; et adde ea cum

$\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ de 35, scilicet cum $\frac{3}{4}$ 15, erunt $\frac{1}{2}$ 31 : multiplicabis $\frac{1}{2}$ 31 per 27, et $\frac{1}{2}$ 31 per 35; et diuides utramque multiplicationem per summam multiplicationis de 27 in 35 : uel $\frac{1}{2}$ 31 diuides per 35, et per 27, et habebis pro primo numero $\frac{9}{10}$; pro secundo $\frac{4}{5}$ 1.

De eodem.

Et si multiplicatio numerorum sit quadruplum aditionis de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius ; quadruplum $\frac{1}{2}$ 31, scilicet 126, multiplica per 27, et per 35; et diuide utramque multiplicationem per summam multiplicationis de 27 in 35: uel 126 diuide per 35, et per 27, et habebis pro primo numero $\frac{3}{5}$ 3; pro secundo $\frac{2}{3}$ 4. Et si multiplicatio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ primi numeri in $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi sit quantum aditio primi numeri cum secundo: quia $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 27, et $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ de 35 non cadunt in integrum, cum sint $\frac{3}{4}$ 15; oportet ut multiplicentur 27 et 35 per 4, erunt 108, et 140: et accipe $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 108, que sunt 63; et multiplica ea per 63, que sunt $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ de 140, erunt 3969: et adde 108 cum 140, erunt 248; que multiplica per 108, et per 140; et diuide utramque multiplicationem per regulam de 3969; et euitabis hoc quod euitare poteris, et habebis primum numerum $\frac{248}{877}$ 0; secundum $\frac{403}{799}$ 8.

De eodem.

Et si multiplicatio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ primi in $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi sit quincuplum aditionis numerorum; quincuplum de 248, scilicet 1240, multiplica per 108, et per 140; et diuides utramque multiplicationem per regulam de 3969; et euitabis, et habebis primum numerum $\frac{111}{877}$ 33; secundum $\frac{658}{799}$ 43.

Rursus $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, ut diximus, primi numeri sit $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi; et multiplicatio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ primi in $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi faciat aditionem de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ secundi ; adde 63 cum 63 , scilicet $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 108 cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ de 140, erunt 126; per que multiplica 108 et 140; et diuide utramque multiplicationem per 3969; et euitabis, et habebis primum numerum $\frac{3}{7}$ 3; secundum $\frac{4}{9}$ 4.

De eodem.

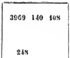
Et si multiplicatio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius in $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius sit sexcuplum additionis de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius; sexcuplum de 126 multiplicabis per 108 , et per 140 ; et diuides utramque multiplicationem per 3969; et euitabis hoc quod poteris, et habebis primum numerum | $\frac{4}{7}$ 20; secundum $\frac{2}{3}$ 26.

Et si aditio de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius cum $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius sit septuplum multiplicationis de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius per $\frac{1}{5}\frac{1}{4}$ alterius; multiplicationes de 126 in 108 , et in 140 diuides per septuplum de 3969; et euitabis, et habebis pro primo numero $\frac{32}{77}$; pro secundo $\frac{38}{79}$.

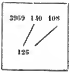
De duobus numeris reperiendis, qui sint ad inuicem in data proportione.

Accepi $\frac{1}{6}\frac{1}{3}$ unius numeri extracxi de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ alterius sit, et quod remansit multiplicaui per $\frac{1}{4}$ 9, et habui 100: diuides itaque 100 per $\frac{1}{4}$ 9, exibunt $\frac{30}{37}$ 10. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ unius excedant $\frac{1}{6}\frac{1}{3}$ alterius in $\frac{30}{37}$ 10 : pone pro primo numero 30, et pro secundo 24: extrahe $\frac{1}{6}\frac{1}{3}$ de 30, scilicet 11, de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 24, scilicet de 14, remanent 3: que cum uellent esse $\frac{30}{37}$ 10, Multiplicabis $\frac{30}{37}$ 10 per 30, et per 24, et diuides utramque multiplicationem per 3, exibunt pro primo numero $\frac{4}{37}$ 108; pro secundo $\frac{18}{37}$ 86: uel habeas pro primo numero 30; et super $\frac{1}{6}\frac{1}{3}$ eorum adde $\frac{30}{37}$ 10, erunt $\frac{30}{37}$ 21, que sunt $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ secundi numeri. Quare multiplica 12 per $\frac{10}{37}$ 21, et diuide per 7. Et si uis, sit secundus numerus 24; de quorum $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ deme $\frac{30}{37}$ 10, remanebunt $\frac{7}{37}$ 3, que sunt $\frac{1}{6}\frac{1}{3}$ primi numeri. Et si proponatur, quod $\frac{2}{3}$ primi sint $\frac{3}{5}$ secundi; et ex ipsis proueniant supradicta. Inuenies duos numeros, quorum $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{3}{5}$ alterius, erunt 9, et 10: quos

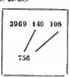
« $\frac{1}{2}$ 31 .... ea per » (fol. 88 *recto*, lin. 22-26 ; pag. 211 , lin. 6-11 e 12).



« per regulam .... eodem » (fol. 88 *recto*, lin. 31 e 32-36, pag. 211, lin. 18-21).



« Et si .... numerum » (fol. 88 *recto*, lin. 37-39 ; pag. 211 , lin. 25-28).



fol. 88 *verso*.

« Et si .... proportionem » (fol. 88 *verso*, lin. 2-4 e 5 ; pag. 211, lin. 29 32).



multiplica per 30; ut que necessaria sunt, habeantur in integra; eruntque pro primo numero 270; pro secundo 300: extrahe ergo $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ de 270, scilicet 99 de $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ de 300, scilicet de 175, remanent 76; que cum uelint esse $\frac{20}{37}10$, multiplicabis $\frac{20}{37}10$ per 270, et per 300, et diuides unamquamque multiplicationem per 76, exibunt pro primo numero $\frac{1\ \ 13}{12\ \ 37}38$; pro secundo $\frac{18\ \ 24}{19\ \ 37}42$. Et si uis, ut multiplicato residuo in se, quod est inter $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ primi numeri, et $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ secundi, faciant unum ex ipsis duobus numeris, qualem uis, ut dicamus primum; pones pro ipso primo numero numerum habentem radicem, cuius $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ sint integre; sitque 900 super $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$, quorum adde radicem eorum, scilicet 30, erunt 360: quare inuenias numerum, cuius $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ sit 360, scilicet multiplicationem de 12 in 360 diuide per 7, exibunt pro secundo numero $\frac{1}{7}617$. Rursus si uis, ut multiplicatio predicti residui in se faciat secundum numerum; pone ipsum secundum numerum esse 144; de quorum $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, scilicet de 84, abice radicem eorum, que est 12, remanebunt 72. Inuenies ergo numerum, cuius $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ sint 72; eritque $\frac{4}{11}196$ pro secundo numero. Item multiplicaui $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ primi numeri per $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$ secundi; et fuit illud quod prouenit 100. Inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciant 100: sint 5, et 20: quare pro primo numero habebis numerum, cuius $\frac{1}{6}\frac{1}{5}$ sunt 5; et pro secundo habebis ipsum numerum, cuius $\frac{1}{4}\frac{1}{3}$, et $\frac{1}{4}$ sunt 20. Quare multiplica 30 per 5, et diuide per 11; et 12 per 20; et diuide per 7, et habebis primum numerum $\frac{7}{11}13$; secundum $\frac{2}{7}34$. Aliter quia ex ductis 10 in se proueniunt 100; inuenias pro primo numero numerum, cuius $\frac{1}{5}\frac{1}{6}$ sint 10; eritque $\frac{3}{11}27$: et pro secundo inuenias numerum, ex quo 10 sint $\frac{1}{3}\frac{1}{4}$; eritque $\frac{1}{7}17$: et sic possumus infinitas questiones per regulas arborum soluere.

Incipit pars quarta duodecimi Capituli de inuentione bursarum. |

fol. 89 recto Dvo homines, qui habebant denarios, inuenerunt bursam unam denariorum; qua inuenta, primus dixit secundo: Si hos denarios burse cum denariis, quos habeo, haberem, haberem utique ter tantum quam tu. Cui econtra alter Respondit: Et si ego haberem denarios burse cum denariis meis, haberem quater tantum quam tu. Queritur quot unusquisque habebat; et quot ipsi reperierunt in bursa. Notandum est quidem, quod quia cum primus, habita bursa, habeat ter tantum secundo; si ipse cum bursa habet 3, et secundus habet 1; ergo inter utrumque cum bursa habent 4; ex quibus primus cum bursa habet 3: ergo habet $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum illorum, et burse. Propter eadem et secundus, cum habeat cum bursa quater tantum primo, eiusdem summe $\frac{4}{5}$ eum habere necesse est. Quare inuenias numerum, in quo reperiantur $\frac{4}{5}\frac{3}{4}$; eritque 20. Pone ergo, ut summa denariorum illorum sit 20; de quibus primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$, scilicet 15. Et secundus cum bursa habet $\frac{4}{5}$, scilicet 16: ergo inter utrumque cum bursa bis computata habent 31: Superfluum uero, quod est a 20 usque in 31, scilicet 11, est summa denariorum burse. Ideo quia bursa computata est bis, cum non debeat computari nisi tantum semel; quare cumputatio burse fuit semel magis quam debuit. Vnde denarij superflui, qui sunt a 20 usque in 31, uidelicet 11, sunt semel id quod in bursa repertum fuit. Quare extrahes 11 de 15, remanent 4; et tot habuit primus: deinde extrahe 11 de 16, remanent 5; et tot habuit secundus: ergo primus habet 4, et secundus 5; quibus additis cum 11 de bursa faciunt 20, ut pro eorum summa posuimus.

Aliter quia primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ totius summe denariorum ipsorum, et burse;

ergo secundus habet $\frac{1}{4}$ totius summe. Et primus habet $\frac{1}{5}$ totius summe; ideo quia secundus cum bursa habet $\frac{4}{5}$ summe. Quare accipe $\frac{1}{5}$ de 20, que est 4; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{1}{4}$ de 20, que est 5; et tot habuit secundus: ergo inter utrumque habent 9; a quibus usque in 20 remanent 11 pro burse quantitate, ut prediximus. Item aliter. Pone primum habere rem; quare cum bursa habet rem et bursam, que sunt triplum denariorum secundi: ergo secundus habet tertiam rei et burse. Quare si habuerit bursam, habebit bursam et tertiam burse, et insuper tertiam rei, que equantur IIII^{or} rebus, scilicet quadruplo denariorum primi; cum secundus cum bursa habeat quater tantum quam primus. Extrahe ergo ab utraque parte tertiam rei, remanebunt bursa, et tertia burse, que equantur IIII^{or} rebus, minus tertia rei. Quare triplum unius burse, et tercie, scilicet burse 4, equatur triplo .IIII.^{or} rerum, minus tercia, scilicet rebus 11: et quia quater 11 equantur undecies .IIII^{or}, erit proportio denariorum burse ad denarios primi hominis, sicut 11 est ad 4. Vnde si in bursa sunt denarii 11, primus homo habet 4, quorum omnium tercia, scilicet 5, necessario habet secundus; cum primus cum bursa habeat triplum eius.

¹ Aliter .... equantur 11 (fol. 89 recto, lin. 15-21; pag. 212, lin. 43 — pag. 213, lin. 7).

primus
4
Secundus
5
Bursa
11

De bursa a tribus hominibus reperta.

Item tres homines denarios habentes, qui bursam denariorum inuenerunt; quorum primus dixit ceteris. Si daretis mihi bursam denariorum cum denariis, quos habeo, haberem bis tantum quam uos. Secundus, habitis denarijs burse, prepouit se habere ter tantum reliquis. Tercius, si bursam habuerit, quater tantum duobus reliquis se habere affirmat. Queritur, quot unusquisque habebat; et quot in bursa reperierunt. Quia primus, habita bursa, prepouit bis tantum aliis habere; ergo si primus habet 2 cum bursa, alij habent 1: ergo inter omnes habent 3: ergo primus, habita bursa, habet $\frac{2}{3}$ totius summe cunctorum trium hominum denariorum et burse. Eademque ratione secundus homo eiusdem summe habet $\frac{3}{4}$, et tertius habet $\frac{4}{5}$, quare uidendum est de $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$, in quo reperiantur numero, uidelicet in 60: accipe | ergo $\frac{2}{3}$ de 60, que sunt 40, et $\frac{3}{4}$, que sunt 45, et $\frac{4}{5}$, que sunt 48; et adde insimul, erunt 133; qui numerus magis est in integro, scilicet de 60: et hoc contigit propter denarios burse, qui ter computantur in prescripta summa, uidelicet cum unoquoque ipsorum. Et cum non sit computanda nisi tantum semel; manifestum est, quod computatur bis plus quam debeat: ergo illud superfluum, quod est a 60 usque in 133, quod est 73, est duplum denariorum burse. Quare diuidenda sunt 73 per 2; aut 60 per 2 multiplicanda. Sed melius est, ut multiplicetur 60 per 2, quam diuidere 73 per 2. Ideo quia 73 non potest diuidi per 2 absque fractione; ascendit enim multiplicatio de 2 in 60, in 120, que erunt summa cunctorum denariorum, et burse. Et 73 erunt pro quantitate denariorum burse. Et quia primus $\frac{2}{3}$ totius summe cum bursa amplectitur, scilicet de 120, ipsum denarios 80 habere non dubitatur: de quibus extractis denarijs burse, scilicet 73, remanent 7; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{3}{4}$ de 120, erunt 90; de quibus extrahe 73, remanent 17; et tot habuit alter. Rursus sume $\frac{4}{5}$ de 120, que sunt 96, et extrahe inde 73, remanent 23; et tot habuit tercius.

Fol. 89 verso.

¹ per 2 .... remanent 17 (fol. 89 verso, lin. 6-14, 15; pag. 213 lin. 32-42).

primus
7
Secundus
73
tertius
17
bursa
73

Aliter quia primus cum bursa habet $\frac{2}{3}$ totius summe; reliquis duobus $\frac{1}{3}$ eiusdem summe remanere necesse est. Iterum cum secundus cum bursa $\frac{3}{4}$ totius summe detineat; reliquis $\frac{1}{4}$ eiusdem summe remanere non dubitatur. Rursus cum tertius homo habeat

$\frac{4}{5}$, et reliqui habent $\frac{1}{5}$. Quare inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, hoc est 60. Pone igitur, ut summa denariorum trium hominum, et burse sit 60; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 20, habent inter secundum et tertium. Et $\frac{1}{4}$, acilicet 15, habent inter tercium et primum. Et $\frac{1}{5}$ eiusdem summe, scilicet 12, habent inter primum et secundum; et sic, unoquoque bis computato, habent inter omnes denarios 47. Quare sit summa ipsorum, et burse duplum de 60; et eorum summa erit 47. Et quia secundus et tercius homo habent $\frac{1}{3}$ ex ipsis 120, scilicet 40, et inter omnes habent 47; residuum quod est a 40 in 47. scilicet 7, habet primus homo. Similiter. Si auferatur $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ de 120 a 47, remanebunt 17 pro denariis secundi, et 23 pro denariis tercii, ut superius inuenimus. Nam additis 7, et 17, et 23 reddunt 47, ut pro eorum summa inuenimus.

De bursa, cum in ipsa reperiatur aliqua denominata quantitas.

bursa.	tertius.	secundus.	primus.
73	23	17	7
	23		

Nam si dixerit, quod in bursa inuenta sit aliqua quelibet denariorum quantitas, ut dicamus 23; quia denarii burse inuenti sunt esse 73, quos esse uis 73 (*sic*); pone 23 sub 73, acilicet bursa sub bursa; et post 73 pone denarios trium hominum, ut in margine cernitur; et multiplicabis 23, scilicet bursam per 7 de bursa, et diuide per 73; et habebis denarios primi. Item multiplica 17 per 23, et diuide per 73; et habebis denarios secundi. Rursus multiplica 23 per 23, et diuide per 73; et habebis denarios tercii hominis.

De bursa a quatuor hominibus inuenta.

Item si proponantur homines esse 4; et primus, habita bursa, preponat habere ter tantum reliquis. Secundus quater tantum; tercius quinquies tantum. Et quartus, habita uidelicet bursa, sex tantum reliquis habere affirmet: per superiorem regulam inuenies; quia primus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ totius summe, et reliquis remanent $\frac{1}{4}$; et secundus habet $\frac{4}{5}$, et reliquis remanet $\frac{1}{5}$; et tercius habet $\frac{5}{6}$, et reliquis remanet $\frac{1}{6}$; et quartus habet cum eadem bursa $\frac{6}{7}$, et aliis remanet $\frac{1}{7}$. Vnde, secundum prime regule considerationem, uidendum est de $\frac{6}{7}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$, in quo reperiantur numero, scilicet in 420; que pone pro summa denariorum ipsorum, et | burse: de quibus accipe $\frac{3}{4}$, scilicet 315, et $\frac{4}{5}$, que sunt 336, et $\frac{5}{6}$, que sunt 350, et $\frac{6}{7}$, que sunt 360. Et adde insimul erunt 1361; de quibus extrahe 420, remanent 941. Et quia homines sunt 4, et semper cum unoquoque ipsorum computatur bursa; ergo bursa computatur quater in prescriptis 1361; cum non sit nisi semel computanda: ergo computatur ter amplius quam debeat. Vnde multiplica 420 per 3, erunt 1260, que sunt summa denariorum .iiij.^{or} hominum, et burse; et 941 erunt denarij burse: accipe ergo $\frac{3}{4}$ de 1260, erunt 945; et tot habet primus homo cum bursa: de quo accipe $\frac{3}{4}$, que sunt 945; et extrahe inde 941, remanent 4; et tantum habuit primus. Item accipe $\frac{4}{5}$ de 1260, que sunt 1008; et extrahe inde 941, remanent 67; et tot habuit alter. Rursus extrahe $\frac{5}{6}$ de 1260, que sunt 1050: extrahe inde 941, remanent 109; et tot habuit tercius. Et adhuc accipe $\frac{6}{7}$ de 1260, que sunt 1080; et extrahe inde 941, remanent 139; et tot habuit quartus. Illud idem reperies, si feceris secundum aliam regulam, uidelicet ut $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$, que remanent tribus hominibus per ordinem accipias de 420, erunt 319, que sunt summa denariorum iiij.^{or} hominum: quam extrahe de 1260 superius reperta, remanent 941, que sunt bursa. Et accipe quartam de 1260, que est 315; et extrahe de 319, remanent 4; et tot habuit primus. Item accipe $\frac{1}{5}$ de 1260, que est 252, et extrahe de 319, remanent 67; et tot habuit secundus.

Bursa 941
primus 4
Secundus 67
tercius 109
quartus 139

fol. 90 recto.

¹ « Nam si .... inuenta » (fol 89 verso, lin. 27-32; pag. 214, lin. 12-19).

² « $\frac{6}{7}$ que .... Illud » (fol 90 recto, lin. 2-12; pag. 214, lin. 28-38).

Iterum summe $\frac{1}{6}$ de 1260, que est 210, et extrahe de 319, remanent 109; et tot habuit tercius. Rursus sume $\frac{1}{7}$ de 1260, et extrahe de 319, remanent 139; et tot habuit quartus, ut superius per primam regulam inuenisti.

De bursa quinque hominibus reperta.

Item si proponatur, quod homines sint 5; et primus, habita bursa, proponat se habere bis tantum, et dimidium reliquis; et alter, si habuerit bursam, proponat se habere ter tantum, et terciam reliquis. Tercius quoque quater tantum et quartam; quartus uero quinquies tantum et quintam; quintus autem cum eadem bursa sexies tantum, et sextam habere affirmat. Secundum suprascriptam materiam, cum primus cum bursa habeat bis tantum, et dimidium reliquis; ergo si ipse cum bursa habuerit $\frac{1}{2}$ 2; et omnes reliqui habebunt 1: ergo si ipse habuerit 5, et reliqui habebunt 2; ergo inter omnes habent 7: de quibus cum primus cum bursa habeat 5, nimirum $\frac{5}{7}$ totius summe inter ipsum, et bursam habere demonstratur. Quare reliquis IIII.^{or} hominibus $\frac{2}{7}$ eiusdem summe remanere non dubitatur. Eadem itaque ratione, si de secundo homine prospexeris, ipsum cum bursa $\frac{10}{13}$ totius summe habere; et reliquis $\frac{3}{13}$ remanere reperies. Quod idem, si de tercio cerneris, ipsum cum bursa $\frac{17}{21}$ totius summe habere; et reliquis $\frac{4}{31}$ eiusdem summe remanere cognosces. Et si de quarto inspexeris, ipsum cum bursa habere $\frac{26}{31}$; et reliquis $\frac{5}{31}$ remanere non dubitatis. Nam si eodem modo de quinto homine inspicere procuraueris, ipsum cum bursa $\frac{37}{43}$ totius summe habere; et reliquis IIII.^{or} hominibus $\frac{6}{43}$ eiusdem summe remanere inuenies. Quare uidendum est de $\frac{37}{43}$ $\frac{26}{31}$ $\frac{17}{21}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{5}{7}$, in quo numero reperiantur. Quod si secundum nostrum magisterium, scilicet nostrarum figurarum inuenire uolueris, multiplica 7, que sunt sub 5 per 13, erunt 91; que cum debeas multiplicare per 21, relinque 7, que sunt in regula de 21 propter ipsa 7, que modo multiplicasti per 13; et multiplicabis 91 per 3, que remanent in regula de 21, erunt 273; | que per 31, et per 43, erunt 363909; de quibus accipe $\frac{5}{7}$, et $\frac{10}{13}$, et $\frac{17}{21}$, et $\frac{26}{31}$, et $\frac{37}{43}$. Quas si iterum magistraliter secundum eandem artem accipere uolueris, describe minuta prescripta per ordinem sic fol. 90 verso

313131	305214	294593	279930	259935
$\frac{37}{43}$	$\frac{26}{31}$	$\frac{17}{21}$	$\frac{10}{13}$	$\frac{5}{7}$

; et multiplica 5, que sunt super 7 per 13, erunt 65; que multiplica tantum per 3, que sunt in regula de 21; quia non oportet repetere 7, que sunt in regula de 21 propter ipsa 7, que sunt sub 5, a quibus incepisti modo multiplicare: et sic 5 per 3 multiplicata reddunt 195; que per 31, et per 43, erunt 259935, que sunt $\frac{5}{7}$ ipsius prescripti numeri; que ponantur super $\frac{5}{7}$, sicuti superius cernuntur esse descripti. Iterum multiplica 10, que sunt super 13, per 21; que per 31, et per 43, erunt 279930, que relinquuntur, ut non multiplicentur per 7, que sunt sub 5 propter ipsa 7, que sunt in regula de 21; et describantur 279930 super $\frac{10}{13}$. Rursus multiplica 17, que sunt super 21, per 31, et per 43, et per 13. Et relinquitur quod non multiplicabuntur per 7, que sunt sub 5, erunt 294593, que pone super $\frac{17}{21}$. Item multiplica 26, que sunt super 31, per 43, et per 21, et per 13, erunt 305214, que pone super $\frac{26}{31}$. Adhuc multiplica 37, que sunt super 43, per 31, et per 21, et per 13, erunt 313131; que pone super $\frac{37}{43}$, et adde 259935 cum 279930, et cum 294593, et cum 305214, et cum 313131, erunt 1452803; de quibus extrahe 363909, remanent 1088894, que sunt quantitas denariorum burse. Et quia homines sunt 5, bursa computatur quater magis quam oportet. Quare multiplicanda sunt 363909 per 4, erunt 1455636,

(primum et .... Queritur quot (fol. 10 verso, lin. 23-37, pag. 216, lin. 2-18).)

Bursa
1088894
debitum primi hominis
49154
Bizantii secundi
30826
Tertii
89478
quarti
131962
quinti
163630

que sunt summa burse, et denariorum quinque hominum: et quia primus habet $\frac{5}{7}$ totius summe, accipe $\frac{5}{7}$ de 1455638, que sunt 1039740; et tot habent inter primum, et bursam. Sed quia superius magis in bursa repertum est, quam id quod inter bursam, et primum hominem habent: aut positio huius questionis indissolubilis erit; aut primus homo debitum habebit, illud uidelicet quod deest a summa denariorum ipsius, et burse usque ad summam denariorum burse, scilicet id quod est a 1039740 usque in 1088894, quod est 49154. Item accipe $\frac{10}{13}$ de 14555636, que sunt 1119720; et tot habuit inter secundum hominem, et bursam: de quibus extractis denariis burse, scilicet 1088894, remanent 30826; et tot habuit secundus. Iterum accipe $\frac{17}{21}$ de 1455636, que sunt 1178372; de quibus extrahe denarios burse, remanent 89478; et tot habuit tertius. Rursus accipe $\frac{26}{31}$ de 1455636, que sunt 1220856; de quibus extrahe denarios burse, scilicet 1088894, remanent 131962; et tot habuit quartus. Et adhuc accipe $\frac{37}{43}$ de 1455636, que sunt 1252524; de quibus extrahe 1088894, remanent 163630; et tot habuit quintus.

Modus alius ad inuentionem burse inter tres homines.

(fol. 11 recto.)

(erunt 6 .... et per 5 (fol. 11 recto, lin. 2-6, pag. 216, lin. 21-27).)

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

Tres homines denarios habentes bursam denariorum inuenerunt. Quorum primus dixit secundo. Si haberem denarios burse, te in duplo excederem. Secundus dixit tercio: quod si habuerit bursam, excedet illum in triplo. Tercius si haberet bursam, proponit se habere quater tantum primo. Queritur, quot in bursa reperierunt; et quot unusquisque habeat. Pro duplo dicas $\frac{1}{2}$. Ideo quia denarii secundi sunt $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et burse; cum primus cum bursa habeat duplum eius, et de triplo | $\frac{1}{3}$, et de quadruplo $\frac{1}{4}$; et describe in ordinem sic: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; et multiplica 2 per 3, erunt 6; que per 4, erunt 24; de quibus extrahe multiplicationem de 1, quod est super 2, in 1, quod est super 3 ductam in 1, quod est super 4; que multiplicatio tantum ascendit in 1, remanent 23; et tot denarii inuenti sunt in bursa. Post hec descende $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{3}$; quia secundus habet $\frac{1}{3}$ summe denariorum suorum, et primi, et burse. Similiter eadem ratione descende $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{5}$; et pone eas ex parte sic $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et multiplica 3 per 4, et per 5, erunt 60; quibus super adde 1, quod exijt ex multiplicatione de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4; quam in 1, quod est super 5, erunt 61; que sunt summa denariorum trium hominum, et burse. Post hec extrahe 1, quod est super 3, de eisdem 3, remanent 2; que multiplica per 4, erunt 8; quibus super adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, eruntque 9: que multiplica per 1, quod est super 5, erunt 9; et tot habuit primus. Item extrahe 1, quod est super 4, de eisdem 4, remanent 3; que multiplica per 5, et adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in uno, quod est super 5, erunt 16: que multiplica per 1, quod est super 3, et erunt 16; et tot habuit alter. Iterum extrahe 1, quod est super 5, de 5, remanet 4; que multiplica per 3, erunt 12: et multiplica 1, quod est super 5, per 1, quod est super 3, et adde cum 12, erunt 13: que multiplica per 1, quod est super 4, erunt similiter 13; et tot habuit tercius. Potes enim promtius denarios uniuscuiusque reperire: pones $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ in ordinem, ut supra; et de suprascriptis 24 retine quartum, scilicet 6; cum quibus 6 iunge tercium ipsorum, scilicet 2, erunt 8; super quem 8 adde dimidium de 2, que modo addisti, cum 6, erunt 9; et tot habet primus. Cum quibus 9 adde bursam, scilicet 23, erunt 32; quorum dimidium, scilicet 16, habet secundus. Cum quibus, addita bursa, erunt 39; quorum terciam partem habet tercius.

(Extrahe 1 .... partem habet (fol. 11 recto, lin. 11-20, pag. 216, lin. 32-42).)

Bursa
23
primus
9
Secundus
16
tertius
13

De bursa inter homines inuenta secundum istum modum.

Rvrsus si proponatur, quod unus illorum, babita bursa, habeat bis tantum, et dimidium secundo. Et secundus ter tantum, et terciam tercio. Et tercius habeat quater tantum, et quartam primi. Quia primus, habita bjrsa, babet bis tantum et dimidium secundo; ergo si primus habet tunc $\frac{1}{2}$ 2; et secundus habet 1 : ergo si primus habet 5, et secundus habet 2; ergo secundus habet $\frac{2}{5}$ primi, et burse; et habet $\frac{2}{7}$ sui, et primi, et burse. Pone ergo $\frac{2}{5}$ in unam partem, et $\frac{2}{7}$ in aliam. Item quia secundus, habita bursa, habet ter tantum, et terciam tercio; ergo si secundus tunc habet 10, et tercius habet 3; ergo tercius habet $\frac{3}{10}$ secundi, et burse; et habet $\frac{3}{13}$ sui, et secundi, et burse. Poue $\frac{3}{10}$ cum $\frac{2}{5}$ superius inuentis; et $\frac{3}{13}$ pone cum $\frac{2}{7}$. Item quia tercius, habita bursa, habet quater tantum, et quartam primo; ergo primus habet $\frac{4}{17}$ tercij, et burse; et habet $\frac{4}{21}$ sui, et tercij, et burse. Pone $\frac{4}{17}$ cum $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$; et $\frac{4}{21}$ cum $\frac{3}{13}$ $\frac{2}{7}$, sicut in margine ostenditur; et operare ut supra.

(Rvrsus si . . . et terciam . , fol. 91 recto, lin. 22-26, pag. 217, lin. 2 8).)

$\frac{4}{17}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{4}{21}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{7}$

Tres homines habent denarios, et inuenerunt bursam denariorum; quorum primus cum bursa excedit secundum in duplo. Secundus tercium in triplo; tercius primum in quadruplo. Queritur quot unusquisque habuit, et quot reperierunt in bursa : pro duplo pone $\frac{1}{2}$, scilicet partem, quam habet secundus ex denarijs primi, et burse. Et pro triplo pone $\frac{1}{3}$, quam partem habet tercius homo ex denarijs secundi, et burse. Similiter pro quadruplo pone $\frac{1}{4}$ post $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ sic $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$. Nam $\frac{1}{4}$ est pars, quam primus homo habet ex denarijs tercij hominis, et burse. Deiude multiplica 2 per 3; que per 4, erunt 24; de quibus tolle 1, quod oritur ex multiplicatione de 1, quod est super 2, in 1, quod est super 3 ducta in 1, quod est super 4, remanebunt 23 pro denarijs burse. Deinde accipe $\frac{1}{4}$ de 24, que est | 6; cum quibus adde terciam eorum, scilicet 2, erunt 8; cum quibus adde $\frac{1}{2}$ ipsorum, scilicet 1; et tot denarios habet primus : quos adde cum denarijs burse, scilicet cum 23, erunt 32; quorum $\frac{1}{2}$, scilicet denarios 16, habet secundus; cum quibus, addita bursa, erunt 39; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 13, habet tercius.

(fol. 91 verso.)

Aliter, positis $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, multiplica 1, quod est super 4 per 3, que sunt sub uirga; que per 2, erunt 6; et hoc est accipere quartam de 24. Item 1, quod est super 4, multiplica per 1, quod est super 3; quod per 2, que sunt sub uirga, erunt 2; que sunt $\frac{1}{3}$, quam accepimus superius de 6, que fuerunt $\frac{1}{4}$ de 24. Rursus multiplica 1, quod est super 4, per 1, quod est super 3; quod per 1, quod est super 2, erit 1; et hoc est accipere $\frac{1}{2}$ de 2, que fuerunt $\frac{1}{3}$ de 6 : adde ergo 6, et 2, et 1, erunt 9, scilicet denarij primi hominis. Possumus etiam hec promtius inuenire; uidelicet 1, quod est super 4, multiplica per 3, et superadde multiplicationem eiusdem 1 in 1, quod est super 3, hoc est multiplica 1, quod est super 4, per 3, et adde 1, erunt 4 : que multiplica per 2, que sunt sub uirga, erunt 8; quibus adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 3, ductam in 1, quod est super 2, erunt similiter 9: deinde, ut secundum hunc modnm inuenias denarios aliorum, redige $\frac{1}{2}$ ad sinistram sic: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et multiplica 1, quod est super 2, per 5, scilicet per coniunctionem de 4 cum 1, quod est super ipsa 4, erunt 5; que multiplica per 3, erunt 15; quibus super adde 1, quod prouenit ex ducto 1, quod est super 2, in 1, quod est super 4; quod in 1, quod est super 3, erunt 16, ut pro denarijs secundi hominis inuenimus. Vel accipe $\frac{1}{2}$ de 24, et $\frac{1}{4}$ ipsius medietatis, et $\frac{1}{3}$ ipsius quarte; et habebis similiter 16. Item redige $\frac{1}{2}$ ab alio

capite sic: $\frac{1}{2}\ \frac{4}{5}\ \frac{1}{4}$; et fac ut fecisti in inuentione denariorum reliquorum hominum; et habebis 13 pro denarijs tertij hominis.

Et si primus cum bursa excedat secundum in duplo, et in dimidio eius; et secundus cum bursa excedat tercium hominem in triplo, et in tercia eius; et tercius homo cum bursa excedat primum in quadruplo, et eius quarta. Quia cum primus cum bursa excedit secundum in duplo eius, et dimidio; ergo si primus cum bursa habet $\frac{1}{2}2$; secundus quidem habet 1: quare si primus cum bursa habet duplum de $\frac{1}{2}2$, scilicet 5; secundus habebit 2: ergo denarij secundi sunt $\frac{2}{5}$ denariorum primi, et burse. Similiter inuenies, tercium hominem habere $\frac{3}{10}$ denariorum secundi, et burse. Et primum habere $\frac{4}{17}$ denariorum tercii hominis, et burse. Quare pones in ordinem $\frac{4}{17}\ \frac{3}{10}\ \frac{2}{5}$; et multiplicabis 5 per 10; que per 17, erunt 850; et 2 per 3; que per 4, erunt 24; que extrahes de 850, remanent 826 pro denarijs burse: post hec multiplica 4 per 10, et per 3, hoc est per 13, in una multiplicatione, erunt 52; que multiplica per 5, et adde multiplicationem de 4 in 3 ductam in 2, erunt 284; et tot habuit primus. Deinde redige $\frac{2}{5}$ post $\frac{4}{17}$ sic: $\frac{2}{5}\ \frac{4}{17}\ \frac{3}{10}$; et multiplica 2 per 21, scilicet per coniuncta de 17 cum 4, erunt 42; que multiplica per 10, et adde 24, scilicet bis 4 ter, pro 2, et 4, et 3, que sunt super uirgas, erunt 444; et tot habuit secundus. Vel accipe $\frac{2}{5}$ de denarijs primi, et burse: deinde redige $\frac{3}{10}$ post $\frac{2}{5}$ sic: $\frac{3}{10}\ \frac{2}{5}\ \frac{4}{17}$, et operare ut supra, et habebis 381 pro denarijs tercij hominis. Vel de denarijs secundi, et burse accipe $\frac{3}{10}$.

Item homines sint .IIII.^{or}; et denarij primi, et burse sint duplum denariorum secundi: denarij quoque secundi, et burse sint triplum denariorum tertij hominis: denarij autem tertij hominis, et burse sint quadruplum denariorum quarti hominis: denarij quidem quarti hominis, et burse sint quincuplum denariorum primi: quia primus cum bursa excedit secundum in duplo, erunt denarij secundi hominis $\frac{1}{2}$ denariorum primi et burse. Similiter ex hijs, que posita sunt, denarij tertij hominis sunt $\frac{1}{3}$ denariorum secundi | et burse. Et denarij quarti hominis sunt $\frac{1}{4}$ denariorum tercij hominis, et burse. Nam et denarij primi hominis sunt $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis, et burse. Quare pone in ordinem $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; et multiplica numeros, qui sunt sub uirgis in se, erunt 120: de quibus tolle 1, quod prouenit ex multiplicatione unitatum, que sunt super uirgas in se, erunt 119 pro denarijs burse. Post hec accipe $\frac{1}{5}$ de 120, erunt 24; de quibus accipe $\frac{1}{4}$, erunt 6; de quibus accipe $\frac{1}{3}$, erunt 2; de quibus accipe $\frac{1}{2}$, erit 1: quos .IIII.^{or} numeros insimul iunge, reddent 33 pro denarijs primi hominis. Vel multiplica 1, quod est super 5, per 4; que per 3; que per 2, erunt 24; quod idem est accipere quintam de dictis 120. Item multiplicabis 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 3; que per 2, erunt 6; quod idem est accipere quartam de dictis 24. Rursus 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 3; quod per 2, erunt 2: quod idem est accipere $\frac{1}{3}$ de dictis 6. Et adhuc 1, quod est super 5, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 3; quod per 1, quod est super 2; et erit; quod idem est accipere $\frac{1}{2}$ de dictis 2, que fuerunt $\frac{1}{3}$ de 6. Adde 24 cum 6, et cum 2, et cum 1, erunt similiter 33; que potes promtius reperire: uidelicet multiplica 1, quod est super 5, per 4, et adde multiplicationem eiusdem 1 in 1, quod est super 4. Et hoc est sicut multiplicare 1, quod est super 5, in 4, et in 1, scilicet in 5 in una multiplicatione, erunt 5; que multiplica per 3; et adde mul-

fol. 92 recto.

tiplicationem de 1, quod est super 5, in 1, quod est super 4; quod in 1, quod est super 3, erunt 16: que multiplica per 2, et adde multiplicationem IIII.^{or} unitatum, que sunt super uirgas, erunt similiter 33: deinde redige $\frac{1}{2}$ in capite linee ruptorum sic: $\frac{1}{3}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{2}$; et operaberis cum ruptis, incipiendo a $\frac{1}{2}$, sicuti superius fecisti, incipiendo a $\frac{1}{2}$: uidelicet accipies $\frac{1}{2}$ de 120, scilicet 60; de quibus accipies $\frac{1}{5}$, uidelicet 12; de quibus accipe $\frac{1}{4}$, scilicet 3; de quibus accipe $\frac{1}{3}$, uidelicet 1, et iunge insimul, erunt 76; et tot habet secundus. Vel aliter: denarios primi, scilicet 33, cum denarijs burse iunge, scilicet cum 119, erunt 152; quorum medietatem, scilicet 76, habet secundus. Rursus pone $\frac{1}{3}$ in principio linee sic: $\frac{1}{6}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}$, et operaberis ut supra, incipiendo a $\frac{1}{3}$ de 120; et habebis 65 pro denarijs tercij hominis: uel ex denarijs secundi et burse, accipe terciam partem. Iterum pone in principio linee $\frac{1}{4}$ sic: $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{5}$; et inuenies denarios quarti ordine suprascripto esse 46, qui sunt quarta de denarijs tercie, et burse: procedit enim suprascripta inuentio denariorum primi, et burse ex proportione, quam habent ad inuicem; que proportio inuenitur sic. Quoniam primus cum bursa habet bis tantum quam secundus; medietas primi et burse est quantum denarij secundi. Secundum hanc consimilem considerationem inuenies $\frac{1}{3}$ denariorum secundi et burse esse quantum denarij tercij hominis; et $\frac{1}{4}$ denariorum tercij hominis, et burse esse quantum denarij quarti hominis. Et $\frac{1}{5}$ denariorum quarti et burse esse quantum denarij primi hominis. Et quoniam medietas denariorum primi, et burse est quantum denarij secundi. Tercia pars medietatis denariorum primi, et burse, scilicet $\frac{1}{6}$ eorum, sunt $\frac{1}{3}$ denariorum secundi. Comuniter adiungatur $\frac{1}{3}$ burse, erit $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$, scilicet cum $\frac{1}{2}$ burse, quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{3}$ denariorum burse; que $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{3}$ denariorum burse sunt quantum denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{2}$ denariorum burse sunt quantum denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{4}$ sexte partis denariorum primi, scilicet $\frac{1}{24}$, cum $\frac{1}{4}$ medietatis burse, uidelicet $\frac{1}{8}$, sunt quantum quartum denariorum tercii hominis. Comuniter adiungatur $\frac{1}{4}$ denariorum burse, erit $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{4}$, scilicet cum $\frac{3}{8}$ denariorum burse, quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum $\frac{1}{4}$ denariorum burse; que $\frac{1}{4}$ denariorum tercij, et burse sunt quantum denarij quarti hominis: ergo $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{3}{8}$ denariorum burse sunt quantum denarij quarti hominis. Quare $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{24}$, scilicet $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{8}$, uidelicet cum $\frac{3}{40}$ denariorum burse, sunt quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti. Comuniter adiungatur $\frac{1}{5}$ denariorum burse, erit $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{3}{40}$ et $\frac{1}{5}$, uidelicet cum $\frac{11}{40}$ denariorum | burse, quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et burse: fol. 12 verso.
que $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et burse est quantum denarij primi hominis. Quare $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{11}{40}$ burse sunt quantum denarij primi hominis. Comuniter auferatur $\frac{1}{120}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{11}{40}$ denariorum burse, quantum $\frac{119}{120}$ denariorum primi. Quare reperti sunt superius duo numeri, scilicet 119 et 33, ex quibus $\frac{11}{40}$ de 119, sunt $\frac{119}{120}$ de 33. Nam modus reperiendi duos numeros, ex quibus $\frac{11}{40}$ unius sint $\frac{119}{120}$ alterius; hoc est inuenitur numerus, qui diuidatur integraliter per 40, et per 120; qui numerus est 120, de quo accipitur $\frac{11}{40}$, que sunt 33, et $\frac{119}{120}$, que sunt 119; et sunt postea $\frac{119}{120}$ de 33, quantum $\frac{11}{40}$ de 119; quia $\frac{11}{40}$ de $\frac{119}{120}$ unius numeri est quantum $\frac{119}{120}$ de $\frac{11}{40}$ eiusdem numeri. Accepimus enim superius $\frac{119}{120}$ de 120, cum ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis de $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ extraximus multiplicationem uni-

tatum, que sunt super uirgulas. Similiter accepimus $\frac{11}{40}$ de 120 coniunximus 24, que sunt $\frac{1}{5}$ de 120 cum 6, que sunt $\frac{1}{20}$ eiusdem, et cum 2, que sunt $\frac{1}{60}$ de (*sic*), et cum 1 quod est $\frac{1}{120}$. Nam $\frac{1}{120}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{5}$ insimul iunctis faciunt $\frac{11}{40}$. Et si denarij primi hominis et burse excedant denarios secundi in duplo, et eorum dimidio. Et denarij secundi et burse excedant denarios tertij in triplo, et eorum tercia. Et denarij similiter tercij hominis, et burse excedant denarios quarti in quadruplo, et quarta. Et denarij quarti, et burse excedant denarios primi in quincuplo, et eorum quinta. Inuenies siquidem per ea, que supradiximus, denarios secundi esse $\frac{2}{5}$ denariorum primi, et burse; et denarios tercij hominis esse $\frac{9}{10}$ denariorum secundi, et burse; et denarios quarti hominis esse $\frac{4}{17}$ denariorum tercij hominis, et burse. Et adhuc reperies denarios primi esse $\frac{5}{26}$ denariorum quarti hominis, et burse. Quare pone $\frac{5}{26}$ $\frac{4}{17}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{2}{5}$ ex parte, et multiplica 26 per 17; que per 10; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 22100; de quibus extrahe multiplicationem de 5 in 4; quam in 9; quam in 2, que sunt super uirgas, erunt scilicet 120, remanebunt 21980 pro denarijs burse: post hec multiplica 5, que sunt super 26 per 17, et per 4, hoc est per 21, erunt 105: que multiplica per 10; et adde 5 uicibus 4, uicibus 3, scilicet 60; erunt 1110; que multiplica per 5, que sunt sub prima uirga, et super adde multiplicationem de 5, que sunt super 26, in 4; quam in 3; quam in 2, scilicet 120, erunt denarij 5670; et tot habuit primus homo: deinde redige $\frac{2}{5}$ post $\frac{9}{26}$ sic: $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{26}$ $\frac{4}{17}$ $\frac{9}{10}$; et incipias a $\frac{2}{5}$, procedens ordine suprascripto; et inuenies denarios secundi hominis 11060: postea redige $\frac{9}{10}$ post $\frac{2}{5}$ sic: $\frac{9}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{26}$ $\frac{4}{17}$, et operare ut supra; et pro denarijs tertij hominis habebis 9912: ad ultimum quidem redige $\frac{4}{17}$ post $\frac{9}{10}$ sic: $\frac{4}{17}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{26}$; et fac ut supra, scilicet multiplica 4, que sunt super 17, per 13; que per 5, et adde 4 uicibus 3, uicibus 2; que omnia per 26, et adde 120 suprascripta, erunt 7501; et tot habuit quartus homo: et sic secundum hunc modum procedas, si homines fuerint plures quam 4.

Item IIII.^{or} homines IIII.^{or} inuenerunt bursas denariorum. In secunda quarum erant denarij 3 plusquam in prima. In tercia 7. In quarta 13; et primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus. Secundus cum secunda ter tantum quam tercius; tercius cum tercia quater tantum quam quartus; quartus cum quarta quinquies tantum quam primus. Queritur quot unusquisque habuit; et quot in unaquaque bursa repertum fuit; et fiant omnes numeri in integrum: pones ratione suprascripta $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; et super $\frac{1}{2}$ pones 0, in quo prima bursa excedit seipsam. Super $\frac{1}{3}$ pones 3; super $\frac{1}{4}$ pone 7; super $\frac{1}{5}$ pone 13; in quibus relique burse excedunt primam. Deinde super medietatem de 0 adde 3, que sunt super $\frac{1}{3}$, erunt 3; quorum terciam partem iunge cum 7, que sunt super $\frac{1}{4}$, erunt 8; quorum $\frac{1}{4}$ iunge cum 13, que sunt super $\frac{1}{5}$, erunt 15; quorum quinta, scilicet 3, serua ex parte; et inuenias 120, et 119, et 33 suprascripta, ut in alia
fol. 93 recto. antece|dente questione fecimus; et diuide 119, et 33 per 120, exibunt $\frac{119}{120}$, et $\frac{11}{40}$. Tunc inuenias duos numeros, ex quibus $\frac{119}{120}$ unius sint 3 plus $\frac{11}{40}$ alterius, scilicet ipsa 3, que seruata sunt superius: quos duos numeros si inueneris in integrum, habebis in integrum denarios hominum, et bursarum, que in integrum reperiuntur sic: pone ut primus numerus sit 120; de quibus $\frac{119}{120}$, scilicet de 119, extrahe 3, remanent 116; de quibus considera, si sint $\frac{11}{40}$ alicuius numeri integri: que cum non sint propter 116, que non diuiduntur integraliter per 11, que sunt super 40. Nam 110 sunt $\frac{11}{40}$ ex numero, qui exit ex multi-

plicatione de 40 in 116 diuisa per 11. Quare pone pro primo duplum de 120, uel triplum uel aliud quodlibet multiplex, ex quibus $\frac{119}{120}$ extractis 3 suprascriptis, remaneat numerus, qui diuidatur integraliter per 11. Quare pone pro primo 480, scilicet quadruplum de 120, quorum $\frac{119}{120}$ sunt quadruplum de 119, scilicet 476: de quibus extractis 3, remanent 473; quorum $\frac{1}{11}$, scilicet 43, multiplica per 40, erunt 1720, qui est alius numerus: ergo primus habet 480; et in prima bursa reperierunt 1720. Quare in secunda fuerunt 1723. In tercia 1727. In quarta 1733, cum quibus bursis, et cum denarijs primi inuenies, secundum hominem habere 1100; tercium 941; quartum 667. Procedit enim hec regula ex inuentione proportionis, quam habent denarij primi ad denarios prime burse sic. Quia primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus. Medietas denariorum primi, et prime burse sunt quantum denarij secundi. Similiter inuenies $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et secunde burse esse quantum denarij tercij hominis; et $\frac{1}{4}$ tercij, et tercie burse esse quantum denarij quarti hominis; et $\frac{1}{5}$ quarti hominis, et quarte burse esse quantum denarij primi. Et quoniam $\frac{1}{2}$ primi, et prime burse est quantum denarij secundi; $\frac{1}{3}$ medietatis, scilicet primi, et prime burse est quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi. Comuniter addatur $\frac{1}{3}$ secunde burse, que est denarius 1, plus tercia parte prime burse; quod 1 est illud, quod habuimus superius, cum accepimus $\frac{1}{3}$ de 39, que sunt super $\frac{1}{3}$ in questione; erit tunc $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{2}$ prime burse, et cum denario 1, quantum est $\frac{1}{3}$ secundi, et secunde burse. Nam $\frac{1}{3}$ secundi, et secunde burse est quantum sunt denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{2}$ prime burse, et cum denario 1 sunt quantum sunt denarij tercij hominis. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{24}$ denariorum primi, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{8}$ prime burse cum $\frac{1}{4}$ unius denarij, sunt quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij hominis. Comuniter adiungatur $\frac{1}{4}$ tercie burse, que est denarius $\frac{3}{4}$ 1, plus quarta parte prime burse; tunc $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{1}{8}$, et $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{8}$ prime burse cum $\frac{1}{4}$ unius denarij, et cum denarij (*sic*) $\frac{3}{4}$ 1, scilicet cum denarijs 2, erunt quantum est $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et tercie burse. Nam $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et tercie burse est quantum sunt denarij quarti hominis: ergo $\frac{1}{24}$ denariorum primi, et $\frac{3}{8}$ prime burse cum denarijs 2 sunt quantum denarij quarti hominis. Sunt quidem suprascripti denarij 2 illi, quos habuimus superius: cum accepimus 4 de 818, habuimus ex coniunctione de 1, quod fuit $\frac{1}{3}$ de 3 cum 7, in quibus tercia bursa excedit primam. Et quoniam $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{3}{8}$ prime burse cum denarijs 2 sunt quantum denarij quarti hominis, erit $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{24}$, scilicet $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum $\frac{1}{5}$ de $\frac{3}{8}$, scilicet cum $\frac{3}{40}$ prime burse, et cum $\frac{1}{5}$ de denarijs 2, scilicet cum $\frac{2}{5}$ unius denarij, quantum $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti hominis. Comuniter addatur $\frac{1}{5}$ quarte burse, que est $\frac{1}{5}$ de denarijs 13, scilicet $\frac{3}{5}$ 2, plus de $\frac{1}{5}$ prime burse; tunc $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{3}{40}$, et $\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{40}$ prime burse, et $\frac{2}{5}$ unius denarij, et denarij $\frac{3}{5}$ 2, erunt quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et quarte burse. Nam $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis, et quarte burse est quantum denarij primi: ergo $\frac{1}{120}$ denariorum primi, et $\frac{11}{40}$ prime burse cum denarijs 3 sunt quantum denarij primi hominis. Comuniter extrahatur $\frac{1}{120}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{11}{40}$ prime burse cum denarijs 3, quantum $\frac{119}{120}$ denariorum primi. Vnde inuenimus superius duos numeros, quorum $\frac{119}{120}$ primi sunt 3 plus de $\frac{11}{40}$ alterius. Et notandum, si in secunda bursa inuenti essent denarij 3, in tertia denarij 7. Et in quarta denarij 13, minus quam in prima, sicut in hac questione inuenti sunt, plus de eisdem demonstrationibus; inuenires quod oportet inuenire

duos numeros, ex quibus $\frac{119}{120}$ unius essent 3 | minus $\frac{11}{10}$ alterius; et sic haberet primus denarijs (*sic*) 849, qui sunt septies 120; et in prima bursa essent 3400. In secunda 3037. In tercia 3033. In quarta 3027; et secundus homo baberet 1040; tercius 1659; quartus 1173: hee et similes questiones per elchataym solui non possunt in integrum, nisi fortuitu accideret, quod positiones, que ponuntur in ipso elchataym essent nnmeri, in quibus in integrum caderent. Et si proponatur, quod in prima bursa reperissent denarios 26. In secunda 29. In tercia 34. In quarta 30: pones 26 super $\frac{1}{2}$, et 29 super $\frac{1}{3}$, et 34 super $\frac{1}{4}$, et 30 super $\frac{1}{5}$; et adde $\frac{1}{2}$ de 26 cum 29, erunt 42; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 14, adde cnm 34, erunt 48; quorum $\frac{1}{4}$, scilicet 12, adde cum 30; quorum $\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{1}{5}$ 19, multiplica per 120, et diuide per 119 superius inuentos, exibunt $\frac{2}{7}$ 10; et tot habuit primus: quibus iunctis cum 26 prime burse, faciunt $\frac{2}{7}$ 36: quorum $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{7}$ 18, habet secundus: cum quibus iunctis 29 secunde burse, erunt $\frac{1}{7}$ 47; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{5}{7}$ 15, habet tercius: cum quibus iunctis 34 tercie burse, faciunt $\frac{5}{7}$ 40; quorum $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{5}{7}$ 12, habet quartus homo: procedit cuim hec regula ex inuentione proportionis denariorum burse ad denarios primi hominis sic: manifestum quidem est, quod medietas denariorum primi cum denarijs 13, qui sunt $\frac{1}{2}$ prime burse, sunt quantum denarij secundi. Similiter $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum $\frac{1}{3}$ secunde burse, scilicet cum $\frac{2}{3}$ 9, sunt quantum denarij tercij. Rursus $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum denarijs $\frac{1}{2}$ 8, scilicet cum $\frac{1}{4}$ tercie burse, sunt quantum denarij quarti hominis. Item $\frac{1}{5}$ denariorum quarti hominis cum denarijs $\frac{1}{5}$ 7, scilicet cum $\frac{1}{5}$ quarte burse, sunt quantum denarij primi. Et quoniam $\frac{1}{2}$ denariorum primi cum denarijs 13 sunt quantum denarij secundi; $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum $\frac{1}{3}$ denarijs 13, scilicet cum $\frac{1}{3}$ 4, sunt quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi. Comuniter adiungantur denarij $\frac{2}{3}$ 9, erit $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{1}{3}$ 4, et $\frac{2}{3}$ 9, scilicet cum 14, quantum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum denarijs $\frac{2}{3}$ 9. Verum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi cum denarijs $\frac{2}{3}$ 9 sunt quantum denarij tercij hominis; ergo $\frac{1}{6}$ denariorum primi cum denarijs 14 sunt quantum denarij tercij. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum $\frac{1}{4}$ de denarijs 14, scilicet cum $\frac{1}{2}$ 3, sunt quantum denarij tercij. Comuniter adiungantur denarij $\frac{1}{2}$ 8, erit $\frac{1}{24}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{1}{2}$ 3, et $\frac{1}{2}$ 8, scilicet cum denarijs 12, quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum denarijs $\frac{1}{2}$ 8. Verum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij cum denarijs $\frac{1}{2}$ 8 sunt quantum denarij quarti. Comuniter adiungantur denarij $\frac{4}{5}$ 7, erit $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{2}{5}$ 2, et $\frac{4}{5}$ 7, scilicet cum denarijs $\frac{1}{5}$ 10, quantum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti cum denarijs $\frac{4}{5}$ 7. Verum $\frac{1}{5}$ denariorum quarti cum denarijs $\frac{4}{5}$ 7 sunt quantum denarij primi. Similiter et $\frac{1}{120}$ denariorum primi cum denarijs $\frac{1}{5}$ 19 sunt quantum denarij primi. Comuniter auferatur $\frac{1}{120}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{119}{120}$ denariorum ipsius primi quantum $\frac{1}{5}$ 10 denariorum primi, remanebunt $\frac{119}{120}$ ipsius primi, quantum $\frac{1}{5}$ 19. Quare reperiendus est numerus, ex quo $\frac{1}{5}$ 10 sint $\frac{119}{120}$; qui reperitur ex multiplicatione de $\frac{1}{5}$ 10 in 120, diuisa per 119, ut superius fecimus. Et si proponatur, quod denarijs prime burse multiplicatis per denarios quarte burse, faciant multiplicationem denariorum secunde in terciam; et multiplicatis denarijs prime iu denarijs tercie, faciant multiplicationem denariorum secunde in se ipsos: et adhuc multiplicatis denarijs secunde cum quarte (*sic*) faciant multiplicationem denariorum tercie in se ipsis. Pro denarijs .III.^{or} bursarum pone .III.^{or} numeros in continua proportionalitate; ex quibus pro prima bursa sit 6 pro secunda 12; pro tercia 24; pro quarta 48, ut hic ostenditur; et operaberis ut supra,

et habebis pro quantitate primi hominis $\frac{4}{7}$ 11: quos si in integrum habere uis, multiplica eos per 7, erunt 78. Quare multiplicabis denarios prime burse, scilicet 6 per 7, erunt 42. Nam cum 78, et 42 diuidantur integraliter, diuide ipsos, ut habeas minores numeros; et habebit primus 13; et in prima bursa erunt denarij 7. Quare in secunda erunt 14. In tercia 28. In quarta 56. Cum quibus inuenies, secundum hominem habere denarios 18; tercium 8; quartum 9.|

De duobus hominibus qui duas bursas bizantiorum inuenerunt. fol. 24 recto.

Item duo homines bizanthios habentes, qui duas bursas cum bizantijs inuenerunt. In secunda quorum (*sic*) erant bizantij 13 plus quam in prima. Vnde primus dixit secundo: Si haberem primam bursam, haberem bis tantum quam tu. Cui alter Respondit: Et si ego baberem secundam bursam, haberem siquidem ter tantum quam tu. Queritur, que sit quantitas bizantiorum illorum, et bursarum. Quia primus cum prima bursa habet bis tantum quam secundus; ergo habet ipse $\frac{2}{3}$ cunctorum bizantiorum illorum, et eiusdem prime burse: propter eandem ergo et secundus cum secunda bursa habet $\frac{3}{4}$ bizantiorum illorum duorum bominum, et maioris burse: et quia in prima bursa sunt bizantij 13, minus quam in maiori; ergo summa bizantiorum illorum duorum hominum, et minoris burse est minor similiter bizanthij 13 summa bizanthiorum eorundem duorum hominum, et maioris burse. Quare reperies duos numeros, quorum unus sit 13 maior altero. Et minor illorum diuidatur per 3 integraliter. Et maior diuidatur per 4; sintque 15, et 28: quare pone 15 pro summa bizantiorum illorum, et minoris burse: et 28 pone pro eorundem summa, et maioris burse. Et quia primus cum minori bursa habet $\frac{2}{3}$ summe illorum, et minoris burse. Accipe $\frac{2}{3}$ de 15, que sunt 10, et extrahe de 15, remanent 5; et tot habuit secundus. Eademque ratione accipe $\frac{3}{4}$ de 28, que sunt 21, et extrahe de 28, remanent 7; et tot habuit primus: a quibus usque in 10 prescriptis desunt 3; et tot inuenerunt in minori bursa: super que adde 13, erunt 18 in maiori bursa. Vel aliter adde 10 cum 21 prescriptis, erunt 31; de quibus extrahe 28 et 15 prescriptis remanent 3 et 18 pro earundem bursarum quantitate.

De tribus hominibus et tribus bursis ab eis repertis.

Item homines sint tres; et reperierunt tres bursas bizantiorum. In secunda quarum erant bizanthi 10, magis quam in prima. Et in tercia erant bizanthi 13, magis quam in secunda, hoc est 23, magis quam in prima. Et primus illorum cum in minori bursa habeat bis tantum reliquis. Et secundus cum secunda bursa habeat ter tantum reliquis; et tercius cum maiori bursa habeat quater tantum. Et queratur similiter, quot unusquisque habuerit; et quot in unaquaque bursarum reperierunt: quia primus cum minori bursa habet bis tantum reliquis; ergo habet cum eadem bursa $\frac{2}{3}$ summe bizanthiorum eorum, et eiusdem burse: propter eandem ergo et secundus cum bursa habet $\frac{3}{4}$ bizanthiorum illorum, et secunde burse. Et tercius cum maiori bursa habet $\frac{4}{5}$ bizanthiorum eorundem trium hominum, et maioris burse. Quare pones in ordinem $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$; et reperias tres numeros, quorum secundus sit 10 maior primo; et tercius sit 13 maior secundo: et diuidatur minor ipsorum integraliter per 3; et secundus per 4; et tercius per 5; eruntque 42, et 52, et 65; ex quibus minor, scilicet 42, habeatur pro summa bizantiorum eorum, et minoris burse. Alter, scilicet 52, pro eorundem summa, et secunde burse habeatur. Maior uero, scilicet 65, habeatur pro eorundem summa, et maioris burse: deinde ac-

cipe $\frac{2}{3}$ de 42, erunt 28, que sunt summa bizanthiorum primi hominis, et prime burse. Item accipe $\frac{3}{4}$ de 52, erunt 39, que sunt summa bizanthiorum secundi hominis, et secunde burse. Rursum accipe $\frac{4}{5}$ de 65, erunt 52, que sunt summa bizanthiorum tercij hominis, et maioris burse. Adde ergo insimul bizanthios 28, et bizantios 39, et bizantios 52, erunt bizanthij 119, que sunt summa omnium bizanthiorum illorum, etiam et trium bursarum. Vnde ut separantur ad inuicem, adde iterum tres primos positos numeros, uidelicet 42, et 52, et 65, erunt 159, que sunt summa eorundem trium hominum, et bursarum. In qua unusquisque ter computatus existit; cum non debeat computari nisi tantum semel: ergo
Fol. 55 ver. computatur unusquisque ipsorum bis magis | quam oporteat; et ideo 159 prescripta magis sunt de 119. Vnde extrahas 119 de 159, remanent 40, que sunt duplum bizanthiorum illorum trium hominum propter binam superfluam computationem illorum: quare diuisis 40 per 2, exeunt 20, que sunt summa bizanthiorum illorum trium hominum. Quibus extractis de 119, remanent bizantij 99 pro summa trium bursarum; de quibus extrahe bizantios 10, et bizantios 23, qui inuenti fuerunt in secunda, et tercia bursa magis quam in prima, remanent bizantij 66; quos diuide per numerum bursarum, scilicet per 3, exibunt bizontij 22 pro quantitate minoris burse. Quibus superadditis bizantijs 10, erunt bizantij 32; et tot inuenerunt in secunda bursa. Cum quibus superadde bizantios 13, quos in maiori bursa reperierunt magis quam in secunda, erunt bizantij 45, qui sunt bizantij maioris burse. Deinde, ut habeas bizantios uniuscuiusque hominis, extrahe bizantios minoris burse, scilicet 22, de summa bizanthiorum primi hominis, et prime burse, scilicet de 28, remanent bizantij 6; et tot bizanthios habet primus. Iterum extrahe secundam bursam, uidelicet bizantios 32, de summa bizanthiorum secundi hominis, et secunde burse, scilicet de bizantijs 39, remanent bizantij 7; et tot habuit secundus. Similiter extrahe bizanthios maioris burse, uidelicet 45, de summa eiusdem burse, et tercij hominis, scilicet de 52, remonent bizanthij 7; et tot habuit tercius. Per hanc enim regulam potes facere antecedentem de duobus hominibus, et de pluribus huiusmodi questionibus.

Item homines sint 4, et burse sint 4, quarum secunda sit 10 maior primo; et tercia sit 13 maior secunda; et quarta sit bizantij 19 maior tertia. Et primus habeat cum minori bursa bis tantum quam reliqui. Et secundus ter tantum habeat cum secunda bursa. Tercius quoque cum tercia bursa habeat quater tantum: quartus uero cum quarta bursa habeat similiter quinquies tantum quam reliqui. Repertis itaque suprascriptis demonstrationibus $\frac{5}{6}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$, reperies deinceps .IIIJ.^{or} numeros, quorum secundus sit 10 maior primo; tercius sit 13 maior secundo, hoc est 23 maior primo. Et quartus sit 19 maior tercio, hoc est 42 maior primo. Et hoc fecimus, ut habeamus bizantios eorum, et bursarum in numeros integros; eruntque 42, et 52, et 65, et 84: quos numeros iunge, erunt 243, que serua; et accipe $\frac{2}{3}$ primi numeri, scilicet de 42, erunt 28; et accipe $\frac{3}{4}$ de 52, erunt 39; et $\frac{4}{5}$ de 65, erunt 52; et accipe $\frac{5}{6}$ de 84, erunt 70; et adde insimul, erunt 189; que extrahe de 243 seruatis, remanent 54. Qui numerus est triplum omnium bizantiorum eorum; quia in summa de 253 unusquisque ter computatur ultra quam debeat. Quare diuide 54 per 3, exibunt 18, et tot habent inter omnes: quibus extractis de 189, remanebunt 171 pro summa bizantiorum .IIIJ.^{or} bursarum; de quibus extrahe bizantios 10, et 23, et 42, qui reperti fuerunt in secunda, et tercia, et quarta bursa

magis quam in prima, remanent 96: quos diuide per numerum bursarum, scilicet per 4, exibunt 24, qui est summa numeri minoris burse. Quare bizantij secunde burse sunt 34; tercie sunt 47. Quarte sunt bizantij 66, hoc est 19 magis tercia. Deinde extrahe bizantios minoris burse, scilicet 24, de suprascriptis 28, remanent bizantij 4; et tot habuit primus. Item extrahe bizantios secunde burse, uidelicet 34 de 39, scilicet de bizantijs secundi hominis, et secunde burse, remanent 5; et tot habuit secundus. Rursus extrahe bizantios tercie burse, scilicet 47, de summa tercij hominis, et eiusdem burse, scilicet de 52, remanent bizantij 5; et tot habuit tercius: adhuc extrahe bizantios minoris burse, uidelicet 66, de summa eiusdem burse, et quarti hominis, scilicet de 70, remanent bizantij 4; et tot habuit quartus. Et sic studeas operari in omnibus similibus. Vel aliter: de summa trium hominum, et prime burse, scilicet de 42, extrahe $\frac{2}{3}$ eorum, scilicet summam bizantiorum primi, et prime burse, remanent 14 pro bizantijs secundi, et tercij, et quarti hominis. Similiter extrahe $\frac{3}{4}$ secunde summe, scilicet de 52, remanent $\frac{1}{4}$ eius, scilicet 13, pro summa tercij, et quarti, et primi hominis. Item de tercia summa, scilicet de 65, extrahe $\frac{4}{5}$, quos habet tercius homo cum tercia bursa, remanebit $\frac{1}{5}$ eorum, scilicet 13, pro bizantiis quarti, et primi, et secundi hominis. Rursus de maiori summa, scilicet de 84, extrahe $\frac{5}{6}$ eorum, remanebit $\frac{1}{6}$ eorumdem, scilicet 14, pro bizantijs primi, et secundi, et tercij hominis. Adde itaque hos .IIII.^{or} inuentos numeros, erunt 54, in quibus unusquisque hominum ter computatus est. Quare summa eorum est $\frac{1}{3}$ de 54, scilicet 18, ut prediximus: quibus extractis de prima bursa, scilicet de 42, remanebunt 24 pro bizantijs prime burse. Similiter bizantios secundi, et tercij, et quarti hominis, scilicet 14, extrahe de summa eorum, scilicet de 18, remanent 4 pro bizantijs primi. Item bizantios tercij, et quarti, et primi, scilicet 13, extrahe de 18, remanent 5 pro bizantijs secundi hominis. Eodemque modo de 18 extrahe bizantios quarti, et primi, et secundi, scilicet 13; et bizantios primi, et secundi, et tercij, scilicet 14, remanebunt pro bizantijs tercij hominis 5, et pro bizantijs quarti 4.

De quatuor hominibus et una bursa.

Habeant cum bursa primus et secundus duplum denariorum tercij. Secundus quidem et tercius triplum quarti: tercius quoque et quartus quadruplum primi: quartus autem et primus habeant similiter cum bursa quincuplum denariorum secundi. Huius enim questionis solutionem inuenies per inuentionem proportionis denariorum burse ad denarios primi hominis sic. Quoniam primus, et secundus cum bursa habent duplum secundi. Medietas denariorum primi, et secundi, et burse est quantum denarij tercij hominis. Similiter ex reliquis propositionibus habetur, quod $\frac{1}{2}$ secundi, et tercij hominis, et burse est quantum denarij quarti hominis; et $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et quarti, et burse est quantitas denariorum primi; et $\frac{1}{5}$ denariorum quarti, et prime burse est quantitas denariorum secundi. Et quoniam $\frac{1}{2}$ primi, et secundi, et burse, est quantitas tercij; tercia pars medietatis primi, et secundi, et burse, scilicet $\frac{1}{6}$ eorum, est $\frac{1}{3}$ tercij hominis. Comuniter adiungantur $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et burse, erunt $\frac{1}{6}$ primi, et $\frac{1}{2}$ secundi, et burse, quantum $\frac{1}{3}$ secundi, et tercij, et burse. Sed $\frac{1}{2}$ secundi, et tercij, et burse est quantitas quarti; ergo $\frac{1}{6}$ primi, et $\frac{1}{2}$ secundi, et burse sunt quantitas denariorum quarti hominis. Quare $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$ denariorum primi, hoc est $\frac{1}{24}$, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{8}$ denariorum secundi, et burse, sunt $\frac{1}{4}$ denariorum quarti hominis. Comuniter

addatur $\frac{1}{4}$ tercij, et burse, erit $\frac{1}{24}$ primi cum $\frac{1}{8}$ secundi, et cum $\frac{1}{4}$ tercij, et cum $\frac{3}{8}$ burse, quantum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij, et quarti, et burse. Sed $\frac{1}{4}$ tercij hominis, et quarti, et burse est quantitas primi; ergo $\frac{1}{24}$ primi, et $\frac{1}{8}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{3}{8}$ burse sunt quantum denarij primi. Quare quinta pars eorum, scilicet $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{3}{40}$ burse, sunt $\frac{1}{5}$ denariorum primi. Comuniter adiungatur $\frac{1}{5}$ quarti hominis, et burse, erunt $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{11}{40}$ burse quantum $\frac{1}{5}$ quarti hominis, et primi, et burse. Sed $\frac{1}{5}$ quarti, et primi, et burse, est quantitas denariorum secundi; ergo $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{40}$ secundi, et $\frac{1}{20}$ tercij et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{11}{40}$ burse sunt quantitas secundi. Comuniter auferatur $\frac{1}{40}$ secundi, remanebunt $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{20}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{11}{40}$ burse quantum $\frac{39}{40}$ denariorum secundi. Sunt enim denarij quarti hominis $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et tercij, et burse. Quare $\frac{1}{5}$ quarti hominis est $\frac{1}{15}$ secundi, et tercij, et burse: ergo $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{1}{15}$ secundi, et $\frac{1}{15}$, et $\frac{1}{20}$ tercij, scilicet $\frac{7}{60}$ ipsius, et $\frac{11}{40}$, et $\frac{1}{15}$, scilicet $\frac{41}{120}$ burse, sunt $\frac{39}{40}$ secundi. Comuniter auferatur $\frac{1}{15}$ secundi, remanebunt $\frac{1}{120}$ primi, et $\frac{7}{60}$ tercij, et $\frac{41}{120}$ burse quantum $\frac{109}{120}$. Quia si de $\frac{39}{40}$ cuiusuis rei auferatur $\frac{1}{15}$ eiusdem, nimirum $\frac{109}{120}$ ipsius remanebunt. Et quia denarij tercij hominis sunt $\frac{1}{2}$ denariorum primi, et secundi, et burse; ergo $\frac{7}{60}$ tercij erunt $\frac{7}{120}$ primi, et secundi, et burse: ergo $\frac{1}{120}$, et $\frac{7}{120}$, hoc est $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{7}{120}$ secundi, et $\frac{41}{120}$, et $\frac{7}{120}$, hoc est $\frac{2}{5}$ burse, sunt $\frac{109}{120}$ denariorum secundi. Comu-
fol. 55 verso. niter auferantur $\frac{7}{120}$ secundi, remanebunt $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse, quantum $\frac{17}{20}$ denariorum secundi. Quia si de $\frac{109}{120}$ auferantur $\frac{7}{120}$, remanent $\frac{102}{120}$, que sunt $\frac{17}{20}$, ut dictum est. Et quia denarij secundi sunt $\frac{1}{5}$ primi, et quarti, et burse; ergo $\frac{17}{20}$ secundi sunt $\frac{17}{100}$ primi, et quarti, et burse. Quare $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse sunt $\frac{17}{100}$ primi, et quarti, et burse. Comuniter auferantur $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{17}{100}$ burse, remanebunt $\frac{31}{300}$ primi, et $\frac{17}{100}$ quarti, quantum $\frac{23}{100}$ burse. Sunt enim omnes denarij quarti hominis $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et tercij, et burse. Quare $\frac{17}{100}$ quarti sunt $\frac{17}{300}$ secundi, et tercij, et burse: ergo $\frac{62}{600}$ primi, et $\frac{17}{300}$ secundi, et tercij, et burse sunt $\frac{69}{300}$ burse. Comuniter auferantur $\frac{17}{300}$ burse, remanebunt $\frac{62}{600}$ primi, et $\frac{17}{300}$ secundi, et tercij quantum $\frac{13}{75}$ burse. Et quia omnes denarij tercij hominis sunt $\frac{1}{2}$ primi, et secundi, et burse; ergo $\frac{17}{300}$ tercij hominis sunt $\frac{17}{600}$ primi, et secundi, et burse. Quare $\frac{62}{600}$, et $\frac{17}{600}$, scilicet $\frac{79}{600}$ primi, et $\frac{17}{300}$, et $\frac{17}{600}$, scilicet $\frac{51}{600}$ secundi, et $\frac{17}{600}$ burse, sunt quantum $\frac{13}{75}$ burse. Comuniter auferantur $\frac{17}{600}$ burse, remanebunt $\frac{79}{600}$ primi cum $\frac{17}{200}$ secundi, quantum $\frac{29}{200}$ burse. Et quia $\frac{17}{20}$ secundi, ut inuentum est supra, sunt $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse, decima pars de $\frac{17}{20}$ secundi, scilicet $\frac{17}{200}$ ipsius, erit $\frac{1}{150}$ primi, et $\frac{1}{25}$ burse: ergo $\frac{79}{600}$, et $\frac{1}{150}$, scilicet $\frac{83}{600}$ eiusdem cum $\frac{1}{25}$ burse sunt $\frac{29}{200}$ burse. Comuniter auferatur $\frac{1}{25}$ burse, remanebunt $\frac{83}{600}$ primi, quantum $\frac{21}{200}$ burse. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{83}{600}$ primi sint $\frac{63}{600}$ secundi, erunt 63 et 83. Quare si primus homo habet 63, bursa est 83. Et quia $\frac{1}{15}$ primi, et $\frac{2}{5}$ burse sunt $\frac{17}{20}$ secundi, accipe $\frac{1}{15}$ de 63, et $\frac{2}{5}$ de 83, et habebis $\frac{2}{5}$ 37 pro $\frac{17}{20}$ denariorum secundi. Quare est sicut 17 ad 20, ita $\frac{2}{5}$ 37 ad denarios secundi: multiplica ergo $\frac{2}{5}$ 37 per 20, et diuides per 17, exibunt 44; et tot habuit secundus: quibus additis cum denarijs secundi, et burse, scilicet cum 63, et 83, erunt 190; quorum dimidium, scilicet 95, habeas pro denarijs tercij, cum primus, et secundus, et bursa habeant duplum tercij: quibus 95 additis cum denarijs secundi, et burse, erunt 222; quorum tercia pars, scilicet 74, est quantitas denariorum quarti hominis.

Modus alius de tribus hominibus et una bursa.

Sint itaque denarij primi, et secundi cum bursa duplum denariorum tercij. Secundi quoque, et tercij triplum primi: tercij uero, et primi quaduplum (*sic*) secundi. Ex positione predicta inuenies, denarios tercij hominis esse $\frac{1}{3}$ summe denariorum trium hominum et burse; primi esse $\frac{1}{4}$; secundi $\frac{1}{5}$. Quare pone, ipsam esse 60, de qua primus habet $\frac{1}{4}$, scilicet 15; secundus $\frac{1}{5}$, scilicet 12; tercius $\frac{1}{3}$, scilicet 20: quibus omnibus extractis de 60, remanent 13 pro denarijs burse.

De quatuor hominibus et una bursa, cum duo illorum dicant reliquis; questio insolubilis.

Denarij quidem primi, et secundi cum bursa sint duplum denariorum tercij, et quarti. Secundi uero, et tercij sint triplum quarti, et primi: tercij autem, et quarti sint quaduplum primi, et secundi: quarti quoque, et primi similiter cum bursa sint quincuplum denariorum secundi, et tercij: hec questio est insolubilis; et cognoscitur sic. Quoniam primus, et secundus cum bursa habent duplum et tercij, et quarti. Ideo denarij tercij, et quarti hominis sunt $\frac{1}{3}$ summe denariorum .IIII.^{or} hominum, et burse. Similiter ex precedentibus habetur, quod denarij quarti, et primi sunt $\frac{1}{4}$ eiusdem summe; et denarij primi, et secundi sunt $\frac{1}{5}$ eiusdem summe; nec non et denarij secundi, et tercij sunt $\frac{1}{6}$: et quia inter primum, et secundum habent quintam predicte summe; et inter tercium, et quartum habent terciam; ergo inter omnes .IIII.^{or} habent $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{3}$, hoc est $\frac{32}{60}$: habent etiam inter primum, et quartum quartam; et inter secundum et tercium sextam: ergo inter omnes .IIII.^{or} habent $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{25}{60}$ predicte summe. Ostensum est enim ipsos habere per primam computationem $\frac{32}{60}$ predicte summe; ergo $\frac{25}{60}$ ipsius summe sunt $\frac{32}{60}$ eiusdem, quod est inconueniens; et hoc uolui demonstrare. fol. 96 recto.

De quinque hominibus et una bursa.

Primus quidem, et secundus habeant cum bursa duplum trium reliquorum hominum. Secundus et tercius, triplum; tercius et quartus, quaduplum; quartus et quintus, quincuplum. Quintus, et primus habeant similiter sexcuplum trium reliquorum hominum. Ex hac quidem positione cognoscitur, tercium, et quartum, et quintum hominem habere $\frac{1}{3}$ summe denariorum quinque hominum, et burse: quartum quoque, et quintum, et primum $\frac{1}{4}$. Quintum, et primum, et secundum $\frac{1}{5}$; primum, et secundum, et tercium $\frac{1}{6}$; secundum, et tercium, et quartum $\frac{1}{7}$: pone pro eorum summa, et bursa 420; qui numerus diuiditur integraliter per partes predictas. Et accipe per ordinem $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ex ipsis, et habebis denarios tercij, et quarti, et quinti hominis, 140: denarios quoque quarti, et quinti, et primi, 105; quinti, primi, et secundi, 84; primi, et secundi, et tercij 70: similiter et denarios secundi, et tercij, et quarti erunt 60: quibus quinque numeris insimul iunctis, reddunt pro triplo denariorum quinque hominum 459; cum unusquisque ter computatus sit in prescriptis numeris. Quare accipe $\frac{1}{3}$ de 459, cum cadat in integrum, exibunt 153 pro summa denariorum hominum: qua extracta de 420, remanent 267 pro denarijs burse. Post hec adde denarios primi, et secundi, et tercij cum denarijs quarti, et quinti, et primi, scilicet 70 cum 105, erunt 175; et tot habent inter omnes, primo bis computato. Quare extrahe 153, scilicet summa eorum de 175, remanent 22; et tot habet primus: quos adde cum denarijs tercij, et quarti, et quinti, erunt 162; et tot habent inter primum, et tercium, et quartum. Sed inter omnes

quinque habent tantum 153: quare hec questio est insolubilis, nisi ponamus, secundum hominem habere debitum 9, que sunt a 153 in 162: adde itaque denarios 22 cum debito secundi, scilicet extrahe 9 de 22, remanent 13; quos extrahe de 70, remanent 57; de quibus extrahe 9, scilicet debitum secundi, remanent 48; quos extrahe de denarijs secundi, et tercij, et quarti, scilicet de 60, remanent 12; et tot habet quartus: quos adde cum 57, erunt 69; quos extrahe de 140, remanent 7; et tot habet quintus.

Incipit pars quinta de emptione equorum inter consocios secundum datam proportionem.

Dvo homines bizanthios habentes inuenerunt equum equum (*sic*) ad uendendum; quem cum ipsi emere uoluissent, primus dixit secundo. Si dares mihi $\frac{1}{3}$ tuorum bizanthiorum, haberem pretium equi. Cui alter petijt $\frac{1}{4}$ suorum bizantiorum, et equi similiter pretium habere proposuit. Queritur pretium equi, et bizantios uniuscuiusque: pone in ordinem $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; et extrahe 1, quod est super 3 ex ipsis 3, remanent 2; que multiplica per 4, erunt bizantij 8; et tot habuit primus. Item 1, quod est super 4, extracto ex ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 3, reddunt bizantios 9; et tot habuit alter. Rursus multiplica 3 per 4, erunt 12; de quibus tolle 1, quod exijt ex multiplicatione de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, remanent bizantij 11 pro pretio equi: procedit enim hec regula ex regula proportionum, scilicet ex inuentione proportionis bizanthiorum unius ad bizantios alterius; que proportio inuenitur sic.

Quoniam primus ... duo numeri (fol. 56 recto, lin. 36-39, pag. 228, lin. 22-25).

8	9
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$

fol. 56 recto.

Inuentio proportionis et bizantiorum unius ad bizantios alterius; ex qua proportione procedit regulam suprascriptam (sic).

Quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizanthiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi remanebit primus equalis duobus tercijs bizanthiorum secundi, et $\frac{4}{7}$ bizantiorum sui. Item si auferatur comuniter $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi. Vnde reperiendi sunt duo numeri, |quorum $\frac{3}{4}$ unius sit $\frac{2}{3}$ alterius. Multiplicabis ergo 4, que sunt sub uirgula de $\frac{3}{4}$ per 2, que sunt super uirgulam de $\frac{2}{3}$, erunt 8; et hoc est quod superius multiplicauimus 2, scilicet 1, extracto de 3, per 4; et habuimus pro bizantijs primi hominis 8. Item ut habeas alium numerum, multiplicanda sunt 3, que sunt sub uirgula de $\frac{2}{3}$, per 3, que sunt super uirgulam de $\frac{3}{4}$, erunt 9; et hoc est quod fecimus superius, cum extraximus 1 de 4; et residuum, scilicet 3, multiplicauimus per 3, et habuimus 9 pro bizantijs secundi hominis. Vel aliter, ut possimus demonstrare inuentionem pretij equi: quia 8 et 9 sunt numeri, quorum $\frac{3}{4}$ unius sunt $\frac{2}{3}$ alterius; redigantur ipsa 8, et 9 in partes alicuius numeri, ut acceptis ipsis partibus ex numero illo, habeamus bizantios uniuscuiusque: redigantur enim in partes de 12, cum $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ reperiantur in ipsis. Sunt enim 8 de 12 due tercie, et 9 tres quarte. Vnde primus homo habet $\frac{2}{3}$ ex quouis numero; et secundus habebit $\frac{3}{4}$ eiusdem numeri: sitque numerus ille 12; de quibus si acceperis $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$, habebimus bizantios illorum. Accepimus enim superius $\frac{2}{3}$ de 12 cum 1 dempto de 3, scilicet 2, multiplicauimus per 4. Sunt enim 2 de 3 due tercie: multiplicatis quidem 2 per aliquem numerum, numerus qui exierit ex multiplicatione, erit $\frac{2}{3}$ ex numero, qui procreabatur ex multiplicatione de 3 in ipso numero, in quo multiplicata fuerint 2. Vnde multiplicatio de 2 in 4, scilicet 8, est $\frac{2}{3}$ multiplicationis de 3 in 4, scilicet de 12. Similiter accepimus $\frac{3}{4}$ de 12, cum dempto de 4, scilicet 3 multiplicauimus per 3: deinde quia primus habet

$\frac{2}{3}$ alicuius numeri, ex quo alius habet $\frac{3}{4}$; et ad emendum equum, primus petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizanthiorum; ergo petit $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ illius numeri, de quo secundus homo habet $\frac{3}{4}$. Nam $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ ipsius numeri est $\frac{1}{4}$ eiusdem numeri: ergo primus petit secundo $\frac{1}{4}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$: quo habito, habebit primus $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$. Nam $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$ ipsius numeri est $\frac{11}{12}$ eiusdem numeri. Et quia cum primus habeat $\frac{1}{4}\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{11}{12}$ ipsius numeri, de quo ipse habet $\frac{2}{3}$, et habeat pretium equi; ergo $\frac{11}{12}$ ipsius numeri est pretium equi: habet primus $\frac{2}{3}$ de 12, scilicet 8; et secundus $\frac{3}{4}$, scilicet 9; et pretium equi est $\frac{11}{12}$ de 12, scilicet 11. Vnde cum superius de multiplicatione de 3 in 4 extraximus multiplicationem de 1 in 1, tunc remanserunt $\frac{11}{12}$ de numero; ex quibus primus habet $\frac{2}{3}$, et secundus $\frac{3}{4}$, scilicet de 12: per hanc enim proportionum regulam, multe alie diuerse questiones solui possunt, ut in sequentibus demonstrabimus.

Aliter cum precium equi sit certa quantitas.

Et si proponatur, quod pretium equi sit bizantij 15. Inuenies primum bizantios 8 primi hominis, et 9 secundi, et 11 equi; et multiplicabis singulariter 8 et 9 per 15, et diuides singulariter per 11; et inuenies, primum hominem habere $\frac{10}{11}$ 10; secundum bizantios $\frac{3}{11}$ 12.

De emptione equi inter tres homines, cum unus petat alteri tantum per ordinem.

Item homines sint tres; et primus petat secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizanthiorum. Et secundus petat tercio quartam; et tercius primo quintam. Et proponat unusquisque ipsum emere equum: positis petitionibus ipsorum sic: $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$, extrahe 1 de 3, remanent 2; que 2 multiplica per 4, que sunt sub alia uirgula, erunt 8: super que adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in uno, quod est super 4, erunt 9; que multiplica per 5, que sunt sub alia uirgula, erunt bizantij 45; et tot habuit primus. Item extrahe 1, quod est super 4, ex ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 5, et superadde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5, erunt 16; que multiplica per 3 de prima uirgula, erunt 48; et tot habuit secundus. Rursus extrahe 1, quod est super 5, ex ipsis 5, remanent 4; que multiplica per 3 prime uirgule; et superadde | multiplicationem de 1, quod est super 5; in 1, quod est super 3, erunt 13; que multiplica per 4, erunt 52; et tot bizantios habuit tercius. Item multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, scilicet 3 per 4; que per 5, erunt 60: super que, cum homines sint impares, adde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4; quam multiplicatam per 1, quod est super 5; que multiplicatio facit tantum 1, erunt 61; et tot bizantios ualuit equus. Nam, si homines essent pares, extraheres multiplicationem numerorum, qui sunt super uirgulas, ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, ut in antecedente questione fecimus: procedit enim hec ex proportionis regula sic.

Inuentio proportionis, quam habet primus ad secundum, ex qua portione procedit regula suprascripta.

Quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij; et tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, habent tantum pretium equi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habuit quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij; et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi: et quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet

* numeri, de quo .... scilicet de 12 » (fol. 96 verso, lin. 19-25; pag. 229, lin. 2-12).

primus
8
Secundus
9
pretium
11

* per hanc enim .... 9 secundi » (fol. 96 verso, lin. 26-28, pag. 229, lin. 10-13).

11 9 8
15

* et 11 equi .... super uirgule » (fol. 96 verso, lin. 25-30; pag. 229, lin. 15-29).

primus
$\frac{10}{11}$ 10
Secundus
$\frac{3}{11}$ 12
equus
15
primus
45
Secundus
48
tercius
52
equus
61

$\frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}$

Fol. 97 recto.

quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habebit primus quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et quantum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Item quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi; si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, habebit secundus homo quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij; et quantum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Rursus quia tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet quantum primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; si comuniter auferatur $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanet tercius homo equalis $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Sed demonstratum est, quod primus homo habet $\frac{2}{3}$ de bizantijs secundi, et quartam de bizantijs tercij. Nunc ostendendum est, que pars sit bizantij primi de bizantijs secundi tantum; que ostenduntur sic: quoniam tercius homo habet $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et $\frac{1}{3}$ de bizantijs secundi; quarta pars de bizantijs tercij est $\frac{1}{4}$ de $\frac{4}{5}$ de bizantijs primi, et de $\frac{1}{3}$ de bizantijs secundi. Quarta uero pars de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi est $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi; et quarta pars de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi est $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi: ergo quarta pars bizantiorum tercij (*sic*) $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi: ergo primus habet $\frac{1}{12}\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{3}{4}$, bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum; cum habeat $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Et quia bizantij primi hominis sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum; si comuniter auferatur $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{4}{5}$ unius sint $\frac{3}{4}$ alterius, erunt 15, et 16. Nam $\frac{4}{5}$ de 15 sunt quantum $\frac{3}{4}$ de 16; ergo in qua proportione est 15 ad 16, in eadem proportione sunt bizantij primi hominis ad bizantios secundi. Deinde inuenienda est proportio bizantiorum primi ad bizantios tercij; quam proportionem inuenies sic. Quia primus, ut prediximus, habet $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Videas de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, que pars sit de bizantijs tercij, et primi hominis. Omnes enim bizantij secundi hominis sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Quare $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{1}{2}$ bizantiorum tercij, et $\frac{2}{15}$ bizantiorum primi. Quare ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{1}{4}\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{2}{15}$ bizantiorum suorum. Quare si comuniter auferantur $\frac{2}{15}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{13}{15}$, scilicet bizantij primi, quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij: ergo reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{13}{15}$ unius sint $\frac{3}{4}$ alterius; erunt 45, et 52: ergo in qua proportione sunt 45 ad 52, in eadem proportione sunt bizantij primi hominis ad bizantios tercij. Et quia proportio bizanthiorum primi ad bizantios secundi est sicut 15 ad 16; eritque similiter proportio primi hominis ad secundum, sicut est triplum de 15, scilicet 45, ad triplum de 16, scilicet ad 48: ergo si primus habet 45; et secundus habet 48, et tercius 52: et quia bizantij primi hominis, scilicet 45, sunt $\frac{3}{4}$ de 60, in quo reperiuntur petitiones ipsorum, scilicet $\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{5}$. Ideo accepimus superius $\frac{3}{4}$ de 60, cum habuimus bizantios primi hominis; quam acceptionem accepimus sic: extraximus 1 de 3; et 2 que remanserunt, multiplicauimus per 4, et habuimus 8: quare accepimus tunc $\frac{2}{3}$ de 12, que oriuntur ex multiplicatione de 3 in 4. Et cum super 8 iunximus multiplicationem de $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{4}$; scilicet cum multiplicauimus 1, quod est super 3, per 1, quod

fol. 97 verso. est super 4; | tunc habuimus $\frac{1}{12}\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{3}{4}$ de 12; que $\frac{3}{4}$ fuerunt 9: que 9 cum multiplicauimus per 5, habuimus $\frac{3}{4}$ de 60, scilicet 45, scilicet ex numero, qui procreatur ex multiplicatione de 12 in 5; ex quibus 12 fuerunt 9, ut diximus $\frac{3}{4}$. Similiter cum

habuimus superius bizanthios secundi hominis, multiplicauimus 1, extracto de 4, scilicet 3 per 5; et superaddidimus multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5; et sic habuimus 16 pro $\frac{4}{5}$ de 20; que 20 oriuntur ex multiplicatione de 4 in 5, que sunt sub uirgulis: que 16, cum multiplicauimus per 3, accepimus $\frac{4}{5}$ ex numero, qui oritur ex 20 suprascriptis in 3, scilicet de 60; quia bizantij secundi hominis sunt $\frac{4}{5}$ de eisdem 60. Eademque ratione, cum inuenimus superius bizantios tercij hominis, accepimus $\frac{13}{15}$ de 60, sicut bizantij 52 sunt $\frac{13}{15}$ de eisdem 60. Et quia primus habet $\frac{3}{4}$ de 60; et secundus habet $\frac{4}{5}$ de 60; et primus petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; ergo petit ei $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de 60, scilicet $\frac{4}{15}$ $\frac{8}{9}$ de 60: qua petitione, scilicet $\frac{8}{15}$ $\frac{1}{3}$ addita cum $\frac{3}{4}$ de 60 primi hominis, reddit pro pretio equi $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$ de 60; que partes sunt $\frac{1}{60}$ de 60, plus ex ipsis 60: et ideo superius super 60, que exeunt ex multiplicationibus numerorum, qui sunt sub uirgulis, scilicet de 3 in 4; que in 5, addidimus multiplicationem numerorum, qui sunt super uirgulas, scilicet de 1, in 1; quam in 1; ex qua multiplicatione exijt tantum 1, scilicet $\frac{1}{60}$ de 60; et sic habuimus pretium equi, ut prediximus. Ex huius regule consideratione quedam alia oritur questio, uidelicet de homine, qui habuit ziros 3; quorum primus tenet $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tercij, sicut superius inuenimus, primum hominem habere. Et secundus tenet $\frac{3}{4}$ tercij ziri, et $\frac{1}{5}$ primi, sicut secundus homo habet; et tercius zirus tenet $\frac{1}{5}$ primi ziri, et $\frac{4}{5}$ secundi, sicut tercius homo habet. Vnde primus zirus tenet media 45; secundus 48; tercius 52, ut pro bizantijs trium hominum inuenti sunt.

Alia questio de tribus hominibus secundum suprascriptum modum.

Item si primus petat secundo $\frac{2}{3}$ suorum. Et secundus petat tercio homini $\frac{4}{7}$ suorum, et tercius querat primo $\frac{5}{9}$: in hac enim positione similiter est operandum, scilicet ut describantur petitiones eorum in ordinem, sicut in margine cernitur. Deinde extrahantur 2, que sunt super 3, ex ipsis 3, remanet 1; quod multiplicetur per 7, et addatur multiplicatio de eisdem 2 per 4, erunt 15; que multiplicantur per 9, erunt 135; et tot bizantios habuit primus. Item extrahantur 4 de 7, remanent 3; qui multiplicetur per 9, et superaddatur multiplicatio de 4 in 5, idest 20, erunt 47; que multiplicentur per 3, erunt 141; et tot bizanthios habuit secundus. Rursum extrahe 5 de 9, remanent 4; que multiplicentur per 3, erunt 12; quibus superaddatur multiplicatio de 5 in 2, erunt 22; que multiplicentur per 7, erunt 154; et tot bizantios habuit tercius. Et multiplicentur 3 per 7; que per 9, erunt 189; quibus superaddantur 40, que exeunt ex multiplicatione numerorum, qui sunt super uirgulas, scilicet de 2 in 4; que in 5, erunt 229, que habeantur pro pretio equi. Origo huius regule dicenda non est; cum materia ipsius satis aperte in antecedente questione per regulam proportionum demonstrata sit.

« sicut in . . . extrahantur 4 » (fol. 97 verso, lin. 22-24; pag. 231, lin. 24-27).

$\frac{5}{9}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{3}$

« de 7, remanent . . . demonstrata sit. » (fol. 97 verso, lin. 25-32; pag. 231, lin. 27-35)

Primus
135
Secundus
141
Tercius
154
Precium equi
229

De eodem cum quatuor hominibus.

Uerum si homines .IIII.^{or} extiterint; et primus petat secundo tercium suorum bizanthiorum; et secundus tercio $\frac{1}{4}$ suorum. Et tercius petat quarto $\frac{1}{5}$ suorum. Et quartus primo querat $\frac{1}{6}$; et sic unusquisque equum emere proposuerit: describe in ordinem $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$: deinde extrahe 1, quod est super 3; et de eisdem 3 remanent 2; que multiplica per 4, erunt 8; quibus superadde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, erunt 9; que multiplica per 5, et tolle inde multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4; quam in 1, quod est super 5, remanent 44; que multiplica

« secundo tercium . . . in 1 quod est » (fol. 97 verso, lin. 34-37; pag. 231, lin. 37-41 e 42)

$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

[illegible]

6, erunt 264 ... quotcumque homines (fol. 98 recto, lin. 1-4; pag. 232, lin. 1-5 e 7)

Primus
264

5, erunt 16 ... per 1, quod est ... (fol. 98 recto, lin. [illegible] 21; pag. 232, lin. 1[illegible] 23)

Secundus
285
Tercius
296
Quartus
315
precium equi
359

per 6, erunt 264; et tot habuit primus. Et sic semper in principio est extrahendus numerus, qui est super uirgulam, de numero, qui est sub uirgula illius, que quesita est ab ipso homine; cuius summa tunc inuenimus, sicuti modo de primo homine fecimus: deinde est multiplicandus per numerum, qui est sub sequenti uirgula; et tunc erit addenda multiplicatio superiorum numerorum; et sic semper usque in finem, quotcumque homines fuerint, semel extrahendo, et semel addendo gradieris. In fine autem nec addere, nec extrahere debes. Quare ut inueniantur bizantij secundi hominis, extrahatur 1, quod est super 4, ex ipsis 4; quia ipse petit $\frac{1}{4}$, remanent 3; que multiplica per 5, erunt 15; quibus superadde 1, quod exijt ex multiplicatione de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5, erunt 16; que multiplica per 6, erunt 96: de quibus extrahe multiplicationem de 1, quod est super 4, in 1, quod est super 5; quam in 1, quod est super 6: quod cum non sit nisi tantum 1, remanent 95; que multiplica per 3, erunt 285; et tot habuit secundus. Item ut habeantur bizantij tercij hominis, extrahe 1, quod est super 5, de ipsis 5, remanent 4; que multiplica per 6, erunt 24; quibus superadde 1, quod exijt ex multiplicatione unius, quod est super 5, in 1, quod est super 6, erunt 25; que multiplica per 3, erunt 75: de quibus extrahe multiplicationem de 1, quod est super 5, in 1, quod est super 6; quam in 1, quod est super 3, remanent 74: que multiplica per 4, erunt 296; et tot habuit tercius. Item extrahe 1 de 6, remanent 5; que multiplica per 3, erunt 15: quibus superadde 1, erunt 16; que multiplica per 4, erunt 64; de quibus extrahe 1, quod exijt ex multiplicatione unius, quod est super 6, in 1, quod est super 3; quam in 1, quod est super 4, remanent 63: que multiplica per 5, erunt 315; et tot habuit quartus homo. Et multiplica 3 per 4; que per 5; que per 6, erunt 360. Item multiplica 1, quod est super 3, per 1, quod est super 4; quod per 1, quod est super 5; quod per 1, quod est super 6, erit 1, quod extrahe de 360. Ideo quia homines sunt pares, remanent 359, que sunt pretium equi.

Qualiter suprascripta regula procedat ex regula proportionum.

Materia huius regule, secundum regulam proportionum, hec est: quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizanthiorum secundi habet pretium equi, sicut secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et sicut tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et sicut quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et quantum quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi. Et quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercii; si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, inuenies, primum hominem habere $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Similiter cum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habeat quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, habebit secundus $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Similiter si supradicto modo procedere scieris, inuenies, quod tercius homo habet $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti hominis, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; et quod quartus homo habet $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi: quibus per ordinem cognitis, inuenienda est proportio primi hominis ad bizantios secundi; quam inueniemus sic: quia primus habet $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Redigemus hanc $\frac{1}{4}$ in partes bizantiorum primi, et secundi; quod facere non possumus, nisi primum redigatur ipsa $\frac{1}{4}$ in partes bizantiorum quarti hominis, et primi; quod facies

sic : quia bizantij tercij hominis sunt $\frac{4}{5}$ de bizantijs quarti, et $\frac{1}{6}$ de bizantijs primi; ergo $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij est $\frac{1}{5}$ de bizantijs quarti, et $\frac{1}{24}$ de bizantijs primi hominis: ergo bizanthij primi hominis sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum suorum. Si comuniter auferatur $\frac{1}{24}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Et |quoniam bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti hominis est $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{15}$ bizantiorum secundi : ergo $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{15}\,\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum suorum. Comuniter auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{11}{15}$ alterius; eruntque 264, et 285, qui sunt bizantij primi, et secundi, ut in suprascripta regula inuenimus. Itaque si duxeris bizantios secundi hominis in partes bizantiorum tercij, sicut reduximus bizantios primi hominis in partes secundi, inuenies , quod $\frac{37}{45}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum tercij. Quare inuenies duos numeros, quorum $\frac{37}{45}$ unius sint $\frac{19}{24}$ alterius; eruntque 855, et 888. Sunt enim in hac proportione 855 secundi hominis. In alia inuenimus 285 pro bizantijs secundi hominis: ergo redigenda sunt suprascripta 855 in 285: est igitur 285 tercia pars de 855; quare diuides 888 per 3, euenient 296 pro bizantijs tercij hominis. Rursum suprascripto ordine reduc bizantios tercij hominis in proportione bizantiorum quarti ; eruntque $\frac{7}{8}$ bizantiorum tercij $\frac{37}{45}$ bizantiorum quarti. Quare inuenies duos numeros , quorum $\frac{7}{8}$ unius sint $\frac{37}{45}$ alterius; eruntque 296, et 315, ut superius pro bizantijs tercij, et quarti hominis inuenimus : bizantij uero primi hominis, scilicet 264, sunt $\frac{11}{15}$ de 360; que 360 proueniunt ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, scilicet de 3 in 4; quem in 5; quem in 6. Vnde cum superius in inuentione bizantiorum primi hominis extraximus 1 de 3, remanserunt 2; que 2 sunt $\frac{2}{3}$ de 3. Et multiplicatis ipsis 2 per 4, ut superius fecimus, habuimus 8 pro $\frac{2}{3}$ de 12, que proueniunt ex multiplicatione de 3 in 4; super que 8 cum addidimus 1, scilicet multiplicationem de 1, quod est super 3, in 1, quod est super 4, habuimus 9, scilicet $\frac{3}{4}$ ex eisdem 12: que 9 cum multiplicauimus per 5, habuimus 45 pro $\frac{3}{4}$ de 60, que exeunt ex multiplicatione dictorum 12 in dictis 5 : ex quibus 45 cum extraximus 1, quod exijt ex multiplicatione trium unitatum, que sunt super uirgulis de 3, et de 4, et de 5, remanserunt 44; que 44 sunt $\frac{11}{15}$ de 60. Nam extracto $\frac{1}{60}$ de $\frac{3}{4}$, remanent $\frac{11}{15}$: est enim 1 suprascriptum $\frac{1}{60}$ de 60; quia cum multiplicatur 1, quod est super 3, per 1, quod est super 4; quod in 1, quod est super 5, tunc accipitur $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$, de $\frac{1}{5}$, hoc est $\frac{1}{60}$. Item cum multiplicauimus 44 per 6, habuimus 264 pro $\frac{11}{15}$ de bizantijs 360, ut prediximus. Vnde si in reliquis tribus hominibus hanc materiam inspexeris, inuenies in inuentione bizantiorum uniuscuiusque, quod accepimus ipsorum partes de 360. Nam bizantij secundi hominis, scilicet 285, sunt $\frac{19}{24}$ de 360. Et bizantij tercij hominis, scilicet 296, sunt $\frac{37}{45}$ de 360. Et bizantij quarti hominis, scilicet 315, sunt $\frac{7}{8}$ de 360. Et ita has partes in suprascripta regula nos accepisse inuenies. Et quia primus habet $\frac{11}{15}$ de 360; et ad habendum pretium equi petit secundo $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; ergo petit ei $\frac{1}{3}$ de $\frac{19}{24}$ de 360, sicuti secundo habet; que $\frac{1}{3}$ est $\frac{1}{72}\,\frac{1}{4}$ de 360: quibus $\frac{1}{4}\,\frac{1}{72}$ additis cum $\frac{11}{15}$ faciunt $\frac{1}{360}$ de 360, minus ex ipso 360: et ideo in inuentione bizantiorum equi extrahitur multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgulis, scilicet 1, ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis; et habentur pro pretio equi bizantij 359.

fol. 78 verso.

a de 360: quibus ... $\frac{1}{5}$. Quartus a (fol. 98 verso, lin. 32-39, pag. 233, lin. 40 — pag. 234, lin. 7).

primum has
264
secundum
285
tercium
296
quartum
315

Egreditur hinc questio ipsius, qui habet uasa 4; quorum primum tenet $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ tercij. Secundum $\frac{3}{4}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti. Tercium $\frac{4}{5}$ quarti, et $\frac{1}{6}$ primi. Quartum tenet $\frac{5}{6}$ primi, et $\frac{1}{3}$ secundi. Primum uas tenet metra 264; secundum 285; tercium 296; quartum 315.

Inuentio proportionis primi ad secundum in 5 hominum questionum.

fol. 99 recto.

Et si homines quinque, quorum primus ad emendum equum peteret secundo $\frac{2}{3}$ suorum bizantiorum. Secuudus tercio peteret $\frac{1}{4}$. Tercius quarto peteret $\frac{1}{5}$. Quartus | quinto peteret $\frac{1}{6}$. Et quintus primo peteret $\frac{1}{7}$. Et uis scire, in qua proportione sunt bizantij unius illorum ad bizantios sui sequentis. Videas quidem suprascripto modo, que pars sint bizantij uniuscuiusque de bizantijs duorum sequentium per ordinem. Bizantij uero primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Secundi sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Tercij sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti. Quarti sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Bizautij autem quinti sunt $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Sunt enim, ut diximus, bizantij primi hominis $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Bizantij uero tercij sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi: quare $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij est $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti : ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{2}{3}$ secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti. Sunt enim omnes bizantij quarti hominis $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{35}$ bizantiorum primi. Ergo bizantij primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{24}\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{35}$ bizantiorum suorum. Comuniter auferatur $\frac{1}{35}$ bizantiorum primi, erunt $\frac{34}{35}$ bizantiorum primi, $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti. Sunt enim omnes bizantij quinti hominis $\frac{6}{7}$ bizautiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Quare $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti sunt $\frac{5}{28}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{72}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{34}{35}$ bizantiorum primi hominis sunt $\frac{5}{72}\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{53}{72}$ bizantiorum secundi, et $\frac{5}{28}$ bizantiorum suorum. Comuniter auferantur $\frac{5}{28}$ bizantiorum primi. Erunt $\frac{111}{140}$ bizantiorum primi; $\frac{53}{72}$ bizantiorum secundi. Eademque uia potes inuenire proportiones aliorum per ordinem, cum quibus poteris habere originem suprascripte regule; quam regulam in quinque alijs hominibus inferius recitabimus : habet enim primus suprascriptorum hominum bizantios 1855. Secundus bizantios 1998. Tercius bizantios 2092. Quartus bizantios 2145. Quintus bizantios 2156. Et pretium equi est bizantij 2521.

* quinto hominis .... in 6, erunt * (fol. 99 recto, lin. 13-25, pag. 234, lin. 23-38).

primus
1855
Secundus
1998
tercius
2092
quartus
2145
quintus
2256
pretium equi
2521

$\frac{8}{19} \cdot \frac{6}{13} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$.

Alia questio de quinque hominibus.

Item homines sint quinque; et primus petat secundo $\frac{2}{3}$ suorum bizantiorum. Secundus itaque petat tercio $\frac{4}{7}$; tercius uero petat quarto $\frac{5}{11}$. Et quartus petat quinto $\frac{6}{13}$. Quintus namque petat primo $\frac{8}{19}$. Describantur minuta petitionum ipsorum per ordinem sic : $\frac{8}{19}\frac{6}{13}\frac{5}{11}\frac{4}{7}\frac{2}{3}$. Et multiplicentur omnes numeri insimul, qui sunt sub uirgulis, erunt 57057. Quibus, cum homines sint impares, superaddatur multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgulis, idest de 2 in 4; que in 5; que in 6, erunt 58977, que habeantur pro pretio equi. Et ut habeantur bizantij primi hominis, extrahendus est superior numerus de uirgula sue petitionis de numero inferiori eiusdem uirgule, idest 2 de 3, remanet 1; que per 7, erunt 7; cui superadde multiplicationem de 2 in 4, erunt 15; que multiplica per 11, erunt 165; de quibus deme multiplicationem de 2 in 4; que in 5, remanent 125 : que multiplica per 13, erunt 1625; quibus superadde

* est superior .... que in 8 * (fol. 99 recto, lin. 27-39; pag. 234, lin. 39 e 40 — pag. 235, lin. 10).

primus
35435
Secundus
35343
tercius
41712
quartus
38643
quintus
44037
equus
58977

multiplicationem de 2 in 4; que in 5; que in 6, erunt 1865; que multiplicentur per 19, erunt 35435; et tot habuit primus. Item extrahes 4, que sunt super 7, de ipsis 7, remanent 3; que multiplica per 11, erunt 33; cui superadde multiplicationem de 4 in 5, erunt 53; que multiplica per 13, erunt 689; de quibus extrahe multiplicationem de 4 in 5; que in 6, idest 120, remanent 569; que multiplica per 18, erunt 10811: quibus superadde multiplicationem de 4 in 5; que in 6, que in 3, idest 960, erunt 11771; que multiplica per 3, erunt 35313; et tot habuit secundus. Item extrahe 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 13, erunt 78; quibus superadde multiplicationem de 5 in 6, erunt 108; que multiplica per 19, erunt 2052: de quibus extrahe multiplicationem de 5 in 6; que in 6, | idest 240, remanent 1812; que multiplica per 3, erunt 5436; quibus superadde multiplicationem de 5 in 6; que in 8; que in 2, idest 480, erunt 5916; que multiplica per 7, erunt 41712; et tot habuit tercius. Et si de quarto, et quinto homine secundum datam et ostensam materiam inuenire studueris, reperies, quod quartus homo habuit bizantios 38643, et qnintus habuit 44057; et sic de pluribus facere poteris. fol. 99 verso.

Alia questio de IIII.^{or} hominibus.

Uerum si homines fuerint 4; et primns petat secundo $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$; secundus tercio $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$; tercius quarto $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$; quartus primo $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$; de $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ facies $\frac{7}{12}$; de $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ facies $\frac{9}{20}$; de $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ facies $\frac{11}{30}$; de $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ facies $\frac{13}{42}$; et operaberis postea secundum quod supra docuimus; et inuenies, primum habere 176274; secundum 200772; Tercium 205820; Quartum 238830; et pretium equi esse 293391.

De duobus hominibus, et de duobus equis per regulam proportionum.

Dvo homines bizanthios habentes inuenerunt duos equos ad uendendum; quorum secundus ualebat bizantios 2 plus pretio primi. Et primus homo cum suis bizantijs proponit, primum equum emere, habita $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Secundus uero habita $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, proponit secundum equum emere; et fiaut hec omnia cum integris numeris. Queritur pretium uniuscuiusque equi; et quot bizantios unusquisque habeat: quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi. Et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum secundi habet pretium secundi equi; ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet 2, minus quam secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi. Vnde si auferatur ex utroque $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, habebit primus bizantios 2, minus quam $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum suorum. Quare si adhuc ex utroque auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, remauebunt $\frac{3}{4}$ bizantij primi bizantij 2, minus quam $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi. Quare inuenias duos integros numeros, quorum $\frac{3}{4}$ unius sint 2, minus de $\frac{2}{3}$ alterius: est enim modus reperiendi eos, ut accipias $\frac{3}{4}$ cuiusuis numeri, qui diuidatur integraliter per 4; cui cum superaddideris 2, ueniet numerus, qui diuidatur integraliter per 2, que sunt super 3 de $\frac{2}{3}$: Sitque numerus ille 8 super $\frac{3}{4}$, cnius scilicet super 6 adde 2, in quibus $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi excedunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi, erunt 8; que 8 sunt $\frac{2}{3}$ alicuius integri numeri; quem inuenies cum multiplicaueris dimidium de 8, scilicet 4 in 3: qnare numerus ille est 12: et qnia $\frac{3}{4}$ de 8 sunt 2, minus de $\frac{2}{3}$ de 12; habet primus homo bizantios 8, et secundus 12; quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 4, additis super 8, reddit 12 pro pretio primi equi: cum quibus additis 2, reddunt 14 pro pretio secundi. Item quia $\frac{3}{4}$ de 16, scilicet 12, sunt 2 minus de $\frac{2}{3}$ de 21; potest primus homo habere bizantios 16. Et secundus bizantios 21. Et primus equus ualeret 23; secundus 25. Et sic possemus infinitos numeros

« si adhuc ex .... primus homo » (fol. 99 verso, lin. 19-26, pag. 235, lin. 34-39).

Vel primus	Primus homo
16	8
Secundus	Secundus
21	12
Primus equus	primus equus
23	12
Secundus	Secundus
25	14

« bizantios 8 .... similiter » (fol. 99 verso, lin. 27-33, pag. 235, lin. 39 a 40 — pag. 236, lin. 4).

Primus homo cum secundus equus ualeat 2 plus primo
20
Secundus
27
primus equus
29
Secundus
32

habere pro bizantijs uniuscuiusque; cum infiniti sint numeri, qui sunt in dicta proportione, scilicet quod $\frac{3}{4}$ unius sint 2 minus de $\frac{2}{3}$ alterius. Et si pretium secundi equi esset 3, plus pretio primi, inuenires duos unmeros, quorum $\frac{3}{4}$ unius essent 3, minus de $\frac{2}{3}$ alterius; qui numeri similiter infiniti sunt, ex quibus unus est 20; alius 27: quare primus haberet bizantios 20; alius 27. Et pretium primi equi esset 29; secundi 32.

De tribus hominibus et tribus equis, cum unus petat alii per ordinem secundum regulam proportionum.

Item homines sint tres, et equi similiter sint tres; quorum secundus ualeat 2 plus primo. Et tercius ualeat 3 plus quam secundus, scilicet 5 plus quam primus. Et primus homo cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habeat pretium primi equi. Secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habeat pretium secundi equi. Tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet pretium | tercij equi. (fol. 100 recto.) Queruntur in integrum bizanthij uniuscuiusque hominis, et equi: quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi. Et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet pretium secundi equi. Sunt ergo bizantij primi hominis cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, bizantij 2 minus de bizantijs secundi hominis cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Quare bizantij primi hominis sunt 2 minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi; et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Item quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet pretium secundi equi; et tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habeat pretium tercij equi; ergo secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet 3, minus quam tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Vnde bizantij secundi hominis sunt 3, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Vnde bizantij secundi hominis sunt 3, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Rursus quia tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet pretium tercij equi; et primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi habet pretium primi equi; ergo tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi habet 5 plus quam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Vnde bizantij tercij hominis sunt 5 plus quam de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi; et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi: hijs itaque intellectis studeas inuenire proportionem, quam babent bizantij primi hominis ad bizantios secundi. Sunt enim bizantij primi 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij hominis. Et quia bizantij tercij hominis sunt 5 plus de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, erit $\frac{1}{4}$ de bizantijs tercij hominis $\frac{1}{4}$ 1, plus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi: ergo bizantij primi hominis sunt 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secuudi, et $\frac{1}{4}$ plus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum, et de $\frac{1}{12}$ bizantiorum secundi. Quare extracto $\frac{1}{4}$ 1 de 2, remanebunt bizantij primi hominis, minus $\frac{3}{4}$ unius bizantij de $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{12}$ secundi hominis, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum suorum: quare $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi hominis sunt $\frac{3}{4}$ unius bizantij, minus de $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{12}$, scilicet de $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. Vnde si reperiantur duo numeri, quorum $\frac{4}{5}$ unius sint $\frac{3}{4}$ unius bizantij, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum alterius, habebis bizantios primi, et secundi hominis: quos numeros inuenies sic: quia $\frac{3}{4}$ unius bizantij suprascripti diuiduntur per 3; ita quod non frangitur aliqua ex ipsis tribus quartis. Inuenias numerum, quorum $\frac{4}{5}$ diuidantur integraliter per 3; eritque numerus ille 15, cuius $\frac{4}{5}$ sunt 12: cum quibus adde $\frac{3}{4}$ unius bizantij, erunt $\frac{3}{4}$ 12; que $\frac{3}{4}$ 12 sunt $\frac{3}{4}$ alicuius integri numeri; quem inuenies esse 17, cum multiplicaueris $\frac{3}{4}$ 12 per 4, et diuides per 3: ergo primus homo habet bizantios 15, et secundus 17. Si 17 haberet terciam in integrum, quam petit ei primus. Vnde inuenies alios duos numeros,

« et secundus .... Considera » (fol. 100 recto, lin. 26-39; pag. 236, lin. 12 — pag. 237, lin. 14).

primus homo
30
Secundus
33
Tercius
40
primus equus
41
Secundus
43
tercius
46

quorum $\frac{1}{5}$ unius sint minus $\frac{3}{4}$ unius bizantij de $\frac{3}{4}$ alterius; et secundus numerus diuidatur integraliter per 3; eruntque 30, et 33: ergo primus habet 30; secundus 33, quorum $\frac{1}{3}$, scilicet 11, addita sunt 30, reddit bizantios 41 pro pretio primi equi: cum quibus adde bizantios 2, erunt bizantij 43 pro pretio secundi equi. Et quia secundus homo cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij habet pretium secundi equi, scilicet 43; ergo differentia, que est a 33 usque in 43, scilicet 10, erit $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij hominis. Quare tercius homo habet bizantios 40, cum quibus addita $\frac{1}{5}$ de bizantijs primi hominis, scilicet de 30, reddunt bizantios 46 pro pretio tercij equi. Potes enim infinitos numeros habere pro bizantijs illorum, cum infiniti sint numeri, ex quibus $\frac{2}{5}$ unius sint $\frac{3}{4}$ unius integri, minus de $\frac{2}{3}$ alterius. Et si secundus equus ualeret 2 plus primo, ut diximus; et tercius ualeret 4 plus secundo, scilicet 6 plus primo. Inuenires, suprascriptis dispositis, quod $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi essent $\frac{1}{2}$ unius bizantij, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum alterius: de qua re si regulam habere uis, cum tercius equus ualeat 6 plus primo; primus homo 5; Secundus 6; tercius 12; primus equus 7; Secundus 9, tercius 13. Considera | quid secundus homo petat tercio: petit enim ei $\frac{1}{4}$; pro qua 4 accipe $\frac{1}{4}$ de 6, in quibus pretium tercij equi excedit pretium primi, erit $\frac{1}{2}$ 1; que extrahe de 2, in quibus pretium secundi equi excedit pretium primi, remanebit ipsum $\frac{1}{2}$; in quo $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi excedit $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. In qua proportione infinitos potes reperire integros numeros, ex quibus primi sunt 5 et 6; cum quibus reperies, quod tercius homo habet bizantios 12; et pretium primi equi est 7; secundi 9; tercij 13. Et si pretium tercij equi excederet bizantijs 8 pretium primi; cum $\frac{1}{4}$ ipsorum 8, scilicet 2, fuerint extracta de 2, in quibus pretium secundi equi excedit pretium primi, remanebunt tantum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi hominis esse $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. Quare primus haberet 45; secundus 48; et pretium primi equi esset 61; et tercius homo haberet 60; et pretium secundi equi esset 63; tercij 69. Rursus si pretium equi tercij excederet bizantijs 10 pretium primi; cum $\frac{1}{4}$ ipsorum, scilicet $\frac{1}{2}$ 2, sint $\frac{1}{2}$ plus de 2, in quibus secundus equus excedit primum, erunt $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi $\frac{1}{2}$ unius bizantij, plus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum secundi. In qua proportione infinitos poteris in integrum inuenire numeros, ex quibus sunt 40, et 42: quare primus habet 40; secundus 42; tercius 56. Et primus equus ualeret 54; secundus 56; tercius 64. In hac enim questione ad impediendum ipsum, quem interrogaueris, poteris adiungere, quod tercius homo habeat pretium secundi equi; et tunc in alijs numeris, preter quam in suprascriptis, hec questio nullatenus poterit solui.

fol. 100 verso.

« quid secundus ... $\frac{3}{4}$ bizantiorum » (fol. 100 verso, lin. 1-12, pag. 237, lin. 14-27).

Cum tercius equus ualeat 8 plus primo

Primus homo
45
Secundus
48
Tercius
60
Primus equus
61
Secundus
63
Tercius
69

« secundi. In qua ... bizantiorum primi » (fol. 100 verso, lin. 12-24; pag. 237, lin. 27-43).

Cum tercius equus ualeat 10 plus primo

Primus
40
Secundus
42
Tercius
56
Primus equus
54
Secundus
56
Tercius
64

De quatuor hominibus, et quatuor equis per eandem regulam proportionum.

Item homines sint 4, et equi sint 4; et primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi emat primum equum; et secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij emat secundum. Et tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti emat tercium. Et quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi emat quartum equum; et ualeat secundus equus bizantios 2, plus primo; tercius bizantios 3, plus secundo, scilicet 5, plus primo. Quartus bizantios 5, plus tercio, scilicet bizantios 10, plus primo. Si secundum positiones petitionum ipsarum, et secundum pretia equorum modo suprascripto considerare scieris, inuenies, quod primus habet bizantios 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Et secundus habet $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, minus bizantijs 3; et tercius habet $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, minus bizantijs 5. Et quartus habet bizantios 10, plus de $\frac{5}{6}$

primi hominis, et de $\frac{1}{5}$ secundi: et quia primus habet 2, minus de $\frac{2}{5}$ secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, redigemus hanc $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij in portiones quarti hominis, et primi. Sunt enim omnes bizantij tercij hominis bizantij 5, minus de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi: quare $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij sunt minus quarta parte bizantiorum, scilicet 5, scilicet $\frac{1}{4}$ 1, de quarta parte de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et de quarta parte de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi : ergo bizantij primi hominis sunt bizantij 2, minus de $\frac{2}{5}$ bizantiorum secundi; et $\frac{1}{4}$ 1, minus de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum suorum: quare si comuniter auferatur $\frac{1}{24}$ bizantiorum primi, tunc $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi erunt bizantij $\frac{1}{4}$ 3, minus de $\frac{2}{5}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti: quam $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti rediges iterum in partes primi, et secundi. Sunt enim bizantij quarti hominis bizantij 10, plus de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi: quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est bizantij 2 plus de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{15}$ bizantiorum secundi : ergo $\frac{23}{24}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{4}$ 3 minus, et bizantij 2 plus de $\frac{1}{15}$ $\frac{2}{5}$, scilicet de $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum suorum. Vnde extractis bizantijs 2, qui sunt plus de bizantijs $\frac{1}{4}$ 3, qui sunt minus, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi de $\frac{23}{24}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, minus bizantijs $\frac{1}{4}$ 1. Quare inuenies duos numeros, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{1}{4}$ 1, minus de $\frac{11}{15}$ alterius; quos inuenies sic : primum inuenies numerum, ex quo cum acceperis $\frac{19}{24}$ | ipsius, et super ipsum addideris $\frac{1}{4}$ 1, facient integrum numerum, qui diuidatur per 11 integraliter; eritque numerus ipse 54, cuius $\frac{19}{24}$ sunt $\frac{3}{4}$ 42: cum quibus addito $\frac{1}{4}$ 1, faciunt 44; quorum $\frac{1}{11}$, que est 4, multiplica per 15, reddet pro alio numero 60: ergo primus habet bizantios 54, Secundus 60; quorum tercia, scilicet 20, addita cum 54, reddit bizantios 7 pro pretio primi equi: per quorum inuentionem inuenies bizantios tercij hominis esse 64; quarti 75; pretium secundi equi 76; tercij 79; quarti 81. Et nota quod si $\frac{1}{5}$ de bizantijs 10, in quibus pretium quarti equi excedit pretium primi, esset equalis de bizantijs $\frac{1}{4}$ 3 suprascriptis, remanent $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi : et si esset plus dicta $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}$ 3, hoc est quod in loco decenarij ex positione alicuius alie similis questionis caderet aliquis numerus maior de 10, cuius $\frac{1}{5}$ esset plus de $\frac{1}{4}$ 3, tunc remanerent $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi quantum $\frac{11}{15}$ bizantiorum secundi, et plus hoc quod esset $\frac{1}{5}$ ipsius numeri magis de bizantijs $\frac{1}{4}$ 3 predictis.

fol. 101 recto.

a ipsius, et ... plus primo » (fol. 101 recto, lin. 1-17, pag. 238, lin. 19-37)

Primus homo
54
Secundus
60
Tercius
64
Quartus
75
Primus equus
74
Secundus
76
Tercius
79
Quartus
81

De quinque hominibus et totidem equis secundum eandem regulam.

Item homines sint quinque, et equi similiter. Et primus petat secundo $\frac{1}{3}$; Secundus tercio $\frac{1}{4}$; tercius quarto $\frac{1}{5}$; quartus quinto $\frac{1}{6}$; quintus primo $\frac{1}{7}$. Et sic emat primus primum equum; Secundus secundum equum, qui ualet bizantios 2, plus primo. Et tercius tercius (*sic*) tercium, qui ualet bizantios 3, plus pretio secundi. Et quartus emat quartum, qui ualet bizantios 5, plus tercio. Et quintus homo emat quintum equum, qui ualet bizantios 7, plus quarto, scilicet bizantios 17, plus primo. Inuenies quidem ordine demonstrato, qualiter bizantij primi sunt bizantij 2, minus de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij. Et qualiter bizantij secundi sunt 3, minus de $\frac{3}{4}$ bizantiorum tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti: etiam et qualiter bizantij tercij hominis sunt bizantij 5, minus de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti; etiam et qualiter bizantij quarti hominis sunt bizantij 7, minus de $\frac{5}{6}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{7}$ bizantiorum primi. Et qualiter bizantij quinti hominis sunt bizantij 17, plus

de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi: tunc studebis redigere $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij in partes bizantiorum primi, et secundi. Suut enim omnes bizantij tercij hominis 6, minus de $\frac{1}{2}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum quinti. Quare $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{1}{2}$ 1, minus de $\frac{1}{8}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti: ergo bizautiorum(*sic*)primi hominis sunt 2, minus de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{2}$ 1, minus de $\frac{1}{8}$ bizantiorum quarti, et de $\frac{1}{24}$ bizantiorum quinti; hoc est bizantij primi hominis sunt $\frac{1}{2}$ 3, minus de $\frac{1}{2}$ secundi, et de $\frac{1}{8}$ quarti, et de $\frac{1}{24}$ quinti. Sunt enim omnes bizantij quarti hominis 7, minus de $\frac{1}{2}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi: quare $\frac{1}{8}$ bizantiorum quarti sunt $\frac{7}{8}$ 1, minus de $\frac{1}{8}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{6}{56}$ bizantiorum primi: ergo bizantij primi hominis suut $\frac{1}{2}$ 3, et $\frac{7}{8}$ 1, scilicet $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 4, minus de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{24}$, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{6}{56}$ bizantiorum suorum. Quare si comuniter auferatur $\frac{6}{56}$ bizantiorum primi, tunc $\frac{50}{56}$ bizantiorum eius erunt bizantij $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 4, minus de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti. Et quoniam omnes bizantij quinti hominis sunt 17, plus de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{5}{24}$ bizantiorum quinti erunt $\frac{5}{24}$ de bizantijs 17, scilicet bizantij $\frac{13}{24}$ 3, plus de $\frac{5}{24}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi, et de $\frac{5}{24}$ de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Nam $\frac{5}{24}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum primi sunt $\frac{5}{28}$ bizantiorum ipsius, et $\frac{5}{24}$ de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{5}{48}$ ipsius. Quare $\frac{50}{56}$ bizantiorum primi sunt bizantij $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 4, minus de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, et plus $\frac{13}{24}$ 3 de $\frac{5}{28}$ bizantiorum ipsius, et de $\frac{5}{48}$ bizantiorum secundi: quare extractis $\frac{5}{28}$ bizantiorum primi de $\frac{50}{56}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{111}{140}$ eiusdem; qui $\frac{111}{140}$ sunt $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 4 | minus, et $\frac{13}{24}$ 3 plus de $\frac{19}{48}$ secundi. Quare extractis $\frac{13}{24}$ 3, de $\frac{1\ 3}{2\ 8}$ 4, remanebunt $\frac{1\ 5}{3\ 8}$ 1: ergo $\frac{111}{140}$ bizautiorum primi sunt de $\frac{1\ 5}{3\ 8}$ 1, minus de $\frac{19}{48}$ bizantiorum secundi. Quare pro bizanthijs primi, et secundi hominis reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{111}{140}$ unius sint $\frac{1\ 5}{3\ 8}$ 1, minus de $\frac{19}{48}$ alterius; eruntque 1589 et 1713; qui reperiuntur sic: quia $\frac{111}{140}$ unius sunt minus $\frac{1\ 5}{3\ 8}$ 1 de $\frac{19}{48}$ alterius. Oportet, ut reperiatur numerus, de quo acceptis $\frac{111}{140}$, et addito $\frac{1\ 5}{3\ 8}$ 1 super ipsas, faciant numerum, qui diuidatur integraliter per 53: quem numerum inuenire non poteris, nisi querendo per numeros, qui sunt integra pars, uel partes de 140: et quia super $\frac{111}{140}$ oportet addere $\frac{1\ 5}{3\ 8}$ 1, inueniendus est maior numerus, in quo 140 et 120 integraliter diuidautur; qui numerus est 20. In quo diuide 140, exibunt 7; a quibus incipies querere numeros suprascriptos, scilicet pones, quod primus numerus sit 7; quorum $\frac{111}{140}$ sunt uigesima de 111, sicut 7 sunt uigesima pars de 140: uigesima enim pars de 111 est $\frac{111}{20}$. Ex quibus fac $\frac{777}{140}$. Et quoniam una queque uigesima est $\frac{6}{120}$; ergo $\frac{111}{20}$ sunt $\frac{666}{120}$: deinde diuide $\frac{1\ 5}{3\ 8}$ 1, scilicet $\frac{133}{80}$ per 53, vt scias quid ex ipsa diuisione remaneat: diuisis enim 133 per 53, remauent 27; a quibus usque in 53 desunt 26; et tot oportet superare de $\frac{111}{140}$ illius numeri, quem in portione primi posueris. Vnde diuidas $\frac{111}{140}$ positorum 7 pro primo numero, scilicet $\frac{666}{120}$ per 53, uidens quid ex ipsa diuisione remaneat. Remanent enim 30; que 30, cum non sint 26, ut oportet, pones in portione primi hominis alia 7 super priora 7; ex quibus accipe $\frac{111}{140}$, erunt duplum de $\frac{666}{120}$; quibus diuisis per 53, remanent duplum de 30, scilicet 60: quibus 60 diuisis per 53, remanent 7; que cum iam sint 26, triplicabis ipsa 30, uel quadriplicabis, uel per 5 multiplicabis, uel per alium numerum, donec ex multiplicatione per 53 remaneat 26: ergo multiplicabis 30 per 15, erunt 450; quibus diuisis proueniat numerus, qui cum diuisus fuerit per 53, remanent

fol. 101 verso.

26, ut oportet: quare pones pro quantitate primi numeri quindecies 7, scilicet 105; de quibus accipe $\frac{111}{140}$, scilicet quindecies $\frac{11}{20}$ 5, hoc est $\frac{1}{4}$ 83, et adde super ipsa $\frac{43}{120}$ 1, erunt $\frac{73}{120}$ 84; que diuide per 53, uenit $\frac{71}{120}$; per que multiplica 72 sic: multiplicatio de 1 in 72 facit 72; et multiplicatio de $\frac{1}{120}$ in 72 facit $\frac{3}{5}$; cum 72 sint $\frac{3}{5}$ de 120: quare multiplicatio de $\frac{71}{120}$ in 72 facit septuaginta unam uices $\frac{3}{5}$, scilicet quintas 213, que sunt integra $\frac{3}{5}$ 42: quibus additis cum 72, reddent pro secundo nnmero $\frac{3}{5}$ 114; qui numerus, cum non sit integer, oportet, ut super 105 ponamus totiens 7 et 7, donec habeamus secundum numerum in integrum. Vnde si addemus semel 7 super 105, remanebunt ex $\frac{111}{140}$ ipsorum 7, ut prediximus $\frac{30}{120}$, cum diuise fuerint per 53. Quare si super 105 predictis posuerimus bis 7, remanebunt bis 30 ex diuisione de $\frac{111}{140}$ ipsorum 14 per 53. Quare ex triplo septenario remanebunt ter 30; et cum non oporteat aliquid remanere ex ipsa diuisione, pone super ipsa 105 quinquaginta tres uices 7, scilicet 371; et sic habebis pro primo numero 476. Et cum $\frac{111}{140}$ ipsorum 476 fuerint additi cum $\frac{43}{120}$ 1; | et multiplicata $\frac{1}{53}$ ipsorum per 72 non faciant integrum numerum, oportet iterum super 476 addere 371 semel, bis; et donec procreetur numerus, cuius $\frac{111}{140}$, et $\frac{43}{120}$ 1 additis; et mnltiplica $\frac{1}{53}$ ipsorum per 72, faciat integrum numerum. Vnde si super 476 addideris ter 371, scilicet 1113, uenient 1589, quorum $\frac{111}{140}$ acceptis eis, et superaddito $\frac{43}{120}$ 1, et eorum $\frac{1}{53}$ multiplica per 72, procreantur pro secundo numero 1713: ergo primus homo habet 1589; secundus 1713; quorum 1713 tercia parte, scilicet 571 addita cum bizantijs primi hominis, scilicet cum 1589, uenit 2160 pro pretio primi equi: quare pretium secundi equi erit 2162; pretium quoque tercij 2165; pretium quarti 2170; pretium quinti 2177. Et tercius homo habebit 1796; quartus 1845; quintus 1950.

fol. 102 recto.

« et multiplicata ... tercio, et quarto » (fol. 102 recto, lin. 1-11; pag. 240, lin. 15-27).

Primus homo	Primus equus
1589	2160
Secundus	Secundus
1713	2162
Tercius	Tercius
1796	2165
Quartus	Quartus
1845	2170
Quintus	Quintus
1950	2177

Modus alius, cum unusquisque petit duobus illorum per ordinem in questione quatuor hominum, et unius equi.

Qvatuor homines bizanthios habentes equum emere uoluerunt; ex quibus primus petit secundo, et tercio homini $\frac{1}{3}$. Secundus tercio, et quarto petit $\frac{1}{4}$. Tercius quarto, et primo querit $\frac{1}{5}$. Quartus quoque primo, et secundo querit $\frac{1}{6}$ suorum bizantiorum; et sic unusquisque proponit ipsum emere equum. Quia primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij hominis proponit, ipsum emere equum; sicut secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti. Et sicut tercius homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti et primi. Et sicut quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et secundi: ergo primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij habet tantum quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti; et quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et primi; et quantum quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et secundi. Et quoniam primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti. Si de secundo auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum suorum, remanebit primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, equalis de $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et quarti. Vnde si de $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, remanebit primus cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij, equalis de $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Similiter, eisdem dispositis, inuenies secundum hominem habere cum $\frac{1}{20}$ bizantiorum quarti quantum tercius cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Etiam inuenies, tercium hominem cum $\frac{1}{30}$ bizantiorum primi habere quantum quartus homo cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi. Item quia quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum

primi, et secundi habet quantum primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij. Si de primo auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum suorum, remanebit quartus cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, equalis de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi et tercij. Quare si de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum ipsius, remanebit quartus homo equalis de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij. Rursus quia primus cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij habet quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti; hanc $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti rediges in partes primi, et secundi sic: quia omnes bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij; ergo quarta pars bizantiorum quarti est $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$, scilicet $\frac{5}{24}$ bizantiorum primi, et $\frac{1\ 0}{4\ 6}$ bizantiorum secundi, scilicet $\frac{1}{24}$, et $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij: ergo bizantij primi hominis cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{2}{3}$, et $\frac{1}{24}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij, et $\frac{5}{24}$ bizantiorum suorum : vnde si ex utraque parte relinquatur $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercij , et $\frac{5}{24}$ bizantiorum primi , remanebunt $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{1}{24}\frac{2}{3}$, scilicet de $\frac{17}{24}$ bizantiorum secundi. Quare inueniendi sunt duo numeri, quorum $\frac{19}{24}$ unius sint $\frac{17}{24}$ alterius; eruntque 17, et 19 : quare bizantij primi hominis sunt a bizantios (*sic*) secundi in ipsa proportione, in qua sunt 17 ad 19: deinde ut inuenies proportionem, quam primus, uel secundus habet ad bizantios tercij. Considerabit qualiter primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij hominis sunt quantum bizantij tercij hominis cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti, et primi, ut superius demonstrauimus : quare si auferatur comuniter $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum | $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, equales de $\frac{2}{3}$ bizantiorum fol. 102 recto.
tercij, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti. Ostensum est autem, quod bizantij quarti hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij : quare $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est $\frac{1}{5}$ de $\frac{5}{6}$, scilicet $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et est $\frac{1\ 0}{5\ 6}$, scilicet $\frac{1}{30}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{15}$ bizantiorum tercij. Et quia $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quarti est quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi ; ergo $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{30}$ bizantiorum secundi, et cum $\frac{1}{15}$ bizantiorum suorum, scilicet tercij, sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Verum $\frac{1}{15}\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{11}{15}$ bizantiorum ipsius. Quare $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{30}$ bizantiorum secundi sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi. Quare si de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{19}{30}$. Similiter si de $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi auferatur $\frac{1}{30}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{9}{30}$. Vnde $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi, et $\frac{9}{30}$ bizantiorum secundi. Demonstratum est igitur, quod $\frac{19}{24}$ bizantiorum primi sunt $\frac{17}{24}$ bizantiorum secundi. Et quia partes ipsorum sunt ex eodem numero, scilicet de 24, erunt similiter 19 partes quelibet bizantiorum primi 17 partes ex eisdem partibus bizantiorum secundi. Quare $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi sunt $\frac{17}{30}$ bizantiorum secundi: et quia $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{19}{30}$ bizantiorum primi, et $\frac{9}{30}$ bizantiorum secundi, erunt similiter ipse $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij $\frac{17}{30}$ bizantiorum secundi, et $\frac{9}{30}$ bizantiorum secundi. Verum $\frac{17}{30}$, et $\frac{9}{30}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{26}{30}$, scilicet $\frac{13}{15}$ bizantiorum ipsius ; ergo $\frac{13}{15}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{11}{15}$ bizantiorum tercij. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{13}{15}$ unius sint $\frac{11}{15}$ alterius; eruntque 11 et 13 : ergo sicut 11 est ad 13, ita bizantij secundi hominis sunt

ad bizantios tercij. Sunt enim et bizantij secundi hominis ad bizantios primi, ut 19 est ad 17. Quare reperiendi sunt tres numeri, quorum primus sit ad secundum, sicut 17 est ad 19. Et secundus ad tercium sit, sicut 11 est ad 13; quos inuenies si multiplicabis proportionem, quam secundus habet ad tercium, per numerum proportionis, quam primus habet ad secundum, scilicet 11 per 17, erunt 187, qui est primus numerus: deinde multiplicabis numeros proportionum, quas secundus numerus habet ad primum, et ad tercium, scilicet 19 per 11, erunt 209, qui est secundus numerus. Rursus multiplicabis numeros proportionis, quam secundus habet ad primum, scilicet 19, per numeros pruportionis, quam tercius habet ad secundum, scilicet per 13, erunt 247: ergo primus homo habet 187. Secundus 209. Tercius 247. Et quia primus homo petit secundo, et tercio $\frac{1}{3}$ bizantiorum suorum, adde bizantios secundi, et tercij in unum, scilicet 209, et 247, erunt bizantij 456; quorum terciam partem, scilicet 152, adde super bizantios primi hominis, scilicet super 187, erunt bizantij 339; et tot bizantios ualuit equus. Rursus quia secundus cum $\frac{1}{4}$ bizautiorum tercij, et quarti hominis proponit habere ipsos bizantios 339, scilicet pretium equi, extrahe bizantios secundi hominis de 339, remanent 130, qui sunt quartum de bizantijs tercij, et quarti hominis: quare quadruplum de 130, scilicet 520, habent inter tercium, et quartum hominem; ex quibus 520, cum tercius habeat 247, quartus homo habebit bizautios 273, qui sunt a bizantijs 247 usque in 520.

« propor,tionum ... proportio- num » (fol. 192 verso, lin. 23 e 24-36; pag. 242, lin. 6-21).

Primus
187
Secundus
209
Tercius
247
Quartus
273
Equus
233

Modus alius de emptione equi inter tres homines, secundum regulam proportionum.

Taes homines equum emere uolentes, primus, et secuudus petunt tercio homini $\frac{1}{3}$; et proponunt ipsum emere equum. Secundus quoque, et tercius petunt primo $\frac{1}{4}$. Tercius, et primus petunt secundo $\frac{1}{5}$. Quia primus, et secundus cum $\frac{1}{3}$ bizautiurum tercij habent quantum secundus, et tercius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, scilicet pretium equi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, remanebunt $\frac{3}{4}$ | bizantiorum primi cum bizantijs secundi, quantum bizantij secundi cum $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij. Quare si comuniter auferantur bizautij secundi, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi quantum $\frac{2}{3}$ bizantiurum tercij. Rursus quia secundus, et tercius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi habent quantum tercius, et primus cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi. Si comuniter auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum secundi, et tercij, remanebunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi, quantum $\frac{4}{5}$ bizautiorum secundi. Que $\frac{3}{4}$ bizantiorum primi sunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij. Vel aliter. Cum tercius dat $\frac{1}{3}$ primo, et secundo, remanent ei $\frac{2}{3}$, que sunt residuum, quod est a pretio equi usque in summam bizantiorum trium hominum: quod etinm residuum remanet primo, cum dat reliquis $\frac{1}{4}$; quod residuum est $\frac{3}{4}$ bizantiorum suorum. Similiter cum secundus dat $\frac{1}{5}$ primo, et tercio, remauent $\frac{4}{5}$ suurum bizantiorum pro eodem residuu: ergo $\frac{3}{4}$ bizautiorum primi sunt quantum $\frac{4}{5}$ bizantiorum secundi, et quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij, ut prediximus. Quare reperies tres numeros, quorum $\frac{3}{4}$ unius sint $\frac{4}{5}$ alterius, et $\frac{2}{3}$ tercij numeri, quos inuenies sic. Positis $\frac{3}{4}$, et $\frac{4}{5}$, et $\frac{2}{3}$, multiplicabis 4, que sunt sub 3, per 4, que sunt super 5; que per 2, que sunt super 3, erunt 32. Item multiplicabis 5 per 3, que sunt super 4; que per 2, que sunt super 3, erunt 30. Item multiplicabis 3, que sunt sub 2, per 4, que sunt super 5; que per 3, que sunt super 4, erunt 36. Et quoniam 32,

fol. 193 recto.

et 30, et 36 diuiduntur integraliter per 2, diuide ipsa per 2, ut habeas ea in minoribus numeris; et habebis pro bizantijs primi 16; pro bizantijs secundi 15; pro bizantijs tercij 18. Addidis ergo $\frac{1}{3}$ de bizantijs 18, scilicet 6, super bizantios primi, et secundi, babebis bizantios 37 pro pretio equi.

De quatuor hominibus, cum duo petant uni eorum per ordinem secundum eandem regulam.

Item homines sint IIII^or; et primus, et secundus petant tercio $\frac{1}{3}$; secundus, et tercius quarto $\frac{1}{4}$. Tercius, et quartus primo $\frac{1}{5}$; quartus, et primus secundo petant $\frac{1}{6}$. Quoniam primus, et secundus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij babent quantum secundus, et tercius cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti, scilicet pretium equi. Si comuniter auferantur bizantij secundi hominis, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, inuenies bizantios primi esse $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Similiter, si de reliquis inspexeris, inuenies bizantios secundi esse $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi; et bizantios tercij esse $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi; et bizantios quarti esse $\frac{5}{6}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij. Sunt itaque, ut diximus, bizantij primi $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Bizantijs (*sic*) uero tercij sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum secundi. Quare $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij sunt $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{8}{15}$; et sunt $\frac{2}{18}$ bizantiorum secundi, scilicet $\frac{1}{9}$: ergo bizantij primi hominis sunt $\frac{8}{15}$ eiusdem, et bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Quare si comuniter auferatur $\frac{8}{15}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{7}{15}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{1}{9}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti: et quoniam bizantij secundi hominis sunt $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, erit $\frac{1}{9}$ bizantiorum secundi $\frac{1}{9}$ de $\frac{3}{4}$, scilicet $\frac{1}{12}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{9}$ de $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{1}{45}$. Quare $\frac{7}{15}$ bizantiorum primi sunt $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{12}$, scilicet $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{45}$ bizantiorum primi. Vnde si comuniter auferatur $\frac{1}{45}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{20}{45}$ bizantiorum primi quantum $\frac{1}{3}$ bizantiorum quarti. Quare inuenias duos numeros, quorum $\frac{20}{45}$, scilicet $\frac{4}{9}$ unius, sint $\frac{1}{3}$ alterius; eruntque 15, et 20: ergo primus habet 15, et quartus 20. Et quoniam primus habet quantum $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti; si de bizantijs 15 primi hominis auferatur $\frac{1}{4}$ de bizantijs 20 quarti hominis, remanebunt 10 pro $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercij. Quare tercius homo habet 15. Et quoniam secundus habet quantum $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, accipe $\frac{3}{4}$ de bizantijs 20 quarti hominis, scilicet 15, et adde cum $\frac{1}{5}$ de bizantijs 15 primi, habebis 18 pro bizantijs secundi: additis itaque | bizantijs 15 primi cum bizantijs 18 secundi, erunt 33; cum quibus adde $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercij, scilicet 5, habebis 38 pro pretio equi.

* $\frac{1}{9}$ bizantiorum … additis itaque » (fol. 103 *recto*, lin. 31-39; pag. 243, lin. 20-33).

Primus
15
Secundus
18
Tercius
15
Quartus
20
equus
38

fol. 103 verso.

De quinque hominibus, et uno equo, cum tres petant uni eorum, secundum regulam proportionum.

Rursus homines sint quinque. Et primus, et secundus, et tercius petant quarto homini $\frac{1}{4}$. Secundus uero, et tercius, et quartus petant quinto $\frac{1}{5}$. Tercius namque, et quartus, et quintus petant primo $\frac{1}{6}$. Quartus quidem, et quintus, et primus petant secundo $\frac{1}{7}$. Quintus uero, et primus, et secundus petant tercio $\frac{1}{8}$; et proponant ipsum equum emere. Quoniam primus cum secundo, et tercio, et cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti habet quantum secundus, et tercius, et quartus cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Si comuniter auferantur secundus, et tercius, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti, remanebit primus equalis de

$\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Si de reliquis inspexeris, inuenies, secundum habere $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; et tercium habere $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi. Et quartum $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum tercij. Et inuenies similiter, quintum hominem babere $\frac{7}{8}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti. Et quoniam primus habet $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Et quartus habet $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{8}$ bizantiorum tercij. Erunt ergo $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti $\frac{3}{4}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi, et $\frac{3\ 0}{4\ 8}$, scilicet $\frac{3}{32}$ bizantiorum tercij. Nam $\frac{3}{4}$ de $\frac{6}{7}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{9}{14}$ bizantiorum ipsius; ergo primus habet $\frac{9}{14}$ bizantiorum secundi, et $\frac{3}{32}$ bizantiorum tercij, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Et quoniam bizanthij tercij hominis sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{3}{32}$ bizantiorum tercij erunt $\frac{3}{32}$ de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{3}{32}$ de $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi. Nam $\frac{3}{32}$ de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi sunt $\frac{5}{64}$ bizantiorum ipsius, et $\frac{3}{32}$ de $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{3}{224}$ bizantiorum ipsius; ergo primus habet $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi, et $\frac{5}{64}$ bizantiorum suorum, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Quare si comuniter auferatur $\frac{5}{64}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi, et de $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Sed $\frac{9}{14}$, et $\frac{3}{224}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{21}{32}$ bizantiorum ipsius: ergo $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi sunt $\frac{21}{32}$ bizantiorum secundi, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti. Rursus quia bizantij secundi hominis sunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi; ergo $\frac{21}{32}$ bizantiorum secundi sunt $\frac{21}{32}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi. Nam $\frac{21}{32}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti sunt $\frac{21}{40}$ bizantiorum ipsius; et $\frac{21}{32}$ de $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi sunt $\frac{7}{64}$ bizantiorum ipsius; ergo $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi sunt $\frac{21}{40}$, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{7}{64}$ bizantiorum suorum: quibus $\frac{7}{64}$ extractis de $\frac{59}{64}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{52}{64}$, scilicet $\frac{13}{16}$ bizantiorum primi, equales de $\frac{21}{40}$, et de $\frac{1}{5}$, scilicet de $\frac{29}{40}$ bizantiorum quinti. Quare reperies duos numeros, quorum $\frac{13}{16}$ unius sint $\frac{29}{40}$ alterius: multiplicabis ergo 16 per 29, et 40 per 13, et euitabis $\frac{1}{8}$ ex utraque multiplicatione, cum possibile sit; et habebis pro primo numero 58, et 65 pro secundo, scilicet pro bizantijs quinti hominis. Sed quia primo homini petitur $\frac{1}{3}$, ex qua in 58 non reperitur nisi $\frac{1}{2}$, multiplicabis utrumque numerum per 3, et habebis 174 pro bizantijs primi hominis, et 195 pro bizantijs quinti. Et quoniam bizantij primi hominis $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti, et $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti, si $\frac{1}{5}$ bizantiorum quinti, scilicet 39, auferatur de bizantijs primi, scilicet de 174, remanebunt 135 pro $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti. Quare multiplicabis 135 per 4, et diuides per 3, exibunt 180 pro bizantijs quarti hominis. Item quia secundus habet $\frac{4}{5}$ bizantiorum quinti, et $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, accipe $\frac{4}{5}$ de 195, scilicet 156, et adde cum $\frac{1}{6}$ de 174, scilicet cum 29; et habebis 185 pro bizantijs secundi hominis. Rursus quia tercius homo habet $\frac{5}{6}$ bizantiorum | primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi, accipe $\frac{5}{6}$ de 174, que sunt 145, et adde ipsa cum $\frac{1}{7}$ de 185; et habebis $\frac{3}{7}$ 171 pro bizantijs tercij: qui cum non sint in integrum, multiplicabis omnes numeros inuentos per 7, et habebis pro bizantijs primi hominis 1218; et pro bizantijs secundi 1295; et pro bizantijs tercij 1200; et pro bizantijs quarti 1260; et pro bizantijs quinti 1365. Deinde, ut habeas pretium equi, adde bizantios primi cum bizantijs secundi, et cum bizantijs tercij, erunt 3713; cum quibus adde $\frac{1}{4}$ de bizantijs quarti hominis, scilicet 315, erunt bizantij 4028, qui sunt pretium equi.

* primi, et $\frac{1}{7}$ … unusquisque quam * (cod. 101 recto, lin. 1 11; pag 244, lin 35 — pag 245, lin. 6).

fol. 101 recto.

Primus
1218
Secundus
1295
Tercius
1200
Quartus
1260
Quintus
1365
equus
4028

Modus alius de tribus hominibus et uno equo, cum unusquisque petat reliquis per ordinem.

Sint iterum tres homines bizantios habentes, qui equum emere concupiscant. Et cum nullus illorum ipsum emere posset, primus petat reliquis duobus hominibus $\frac{1}{2}$ suorum bizantiorum. Et secundus petat $\frac{1}{3}$ bizantiorum reliquorum duorum hominum. Similiter et tercius petat $\frac{1}{4}$ reliquis; et sic proponat unusquisque ipsum emere equum. Describatur $\frac{1}{3}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{5}$ de positione prima, et extrahatur 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanent 2; super que ponat ipsum 1 cum uirgula, ut faciant $\frac{1}{2}$. Item extrahatur 1, quod est super 4, de ipsis 4, remanent 3; super que ponatur ipsum 1 cum uirgula; et facient $\frac{1}{3}$. Rursus extrahe 1, quod est super 5, de ipsis 5, remanent 4; super que pone 1 cum uirgula; et faciet $\frac{1}{4}$. Post hec pone in ordinem $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$; et uocentur de positione secunda. Et uide, in quo numero reperiantur ipse, scilicet in 12; que multiplica per 3 prime positionis, erunt 36; que diuide per 2 secunde positionis, exibunt 18, que serua. Item multiplica eadem 12 per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt 16. Item multiplica prescripta 12 per 5 prime positionis, et diuide per 4 secunde, exibunt 15; que adde cum 18, et cum 16, erunt 49, que sunt summa bizantiorum illorum trium hominum. Deinde extrahatur unus homo de ipsis tribus, remanent 2; per que multiplica eadem 12, erunt 24: que extrahe de 49, remanent 25, que sunt pretium equi. Post hec multiplica prescripta 24 per 1, quod est super 2 secunde positionis, et diuide per ipsa 2, exibunt 12; que extrahe de 25, scilicet de pretio equi, remanent 13; et tot habuit primus. Item multiplica eadem 24 per 1, quod est super 3, eiusdem secunde positionis; et diuide per eadem 3, exibunt 8; a quibus usque in dicta 25 desunt 17; et tot habuit secundus: adhuc multiplica 24 per 1, quod est super 4, secunde positionis; et diuide per 4, exibunt 6; a quibus usque in 25 desunt 19; et tot habuit tercius.

De eodem inter .IIII.^{or} *homines.*

Et si homines essent .IIII.^{or}; et primus illorum peteret reliquis tribus medietatem suorum bizantiorum, et secundus peteret terciam reliquis, et tercius peteret quartam reliquis, et quartus peteret quintam reliquis; hanc enim positionem per suprascriptam regulam reperies, uidelicet ut describas in ordinem $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$; et uocabis eas de positione prima. Deinde extrahas figuram, que est super unamquamque uirgulam de figura, que est sub eadem uirgula, faciens ex eis secundam positionem sic: $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}\,1$. Deinde uideas de $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}\,1$ in quo numero reperiantur, scilicet in 12. Quare multiplicabis 12 per 2 prime positionis, erunt 24; que diuide per 1 secunde, exibunt 24, que serua: et multiplica eadem 12 per 3 prime positionis; et diuide per 2 secunde, exibunt 18, que serua, multiplicans 12 per 4 prime positionis, et diuidens per 3 secunde, exibunt 16, que serua: et iterum multiplica 12 per 5 prime positionis, et diuides per 4 secunde, exibunt 15. Addes itaque 24, et 18, et 16, et 15, erunt 73, que sunt summa bizantiorum illorum | .IIII.^{or} hominum: deinde extrahe 1 de illis .IIII.^{or} hominibus, remanent 3; per que multiplica 12 prescripta, erunt 36; que extrahe de 73, remanent 37; et tot ualuit equus. Deinde diuide prescripta 36 per 1 secunde positionis, exibunt 36; que extrahe de 37, remanet 1; et tot habuit primus. Postea uero accipe dimidium de 36 propter $\frac{1}{2}$ secunde positionis, scilicet 18, et extrahe de 37, remanent 19; et tot

a emere equum ... in ord[inem] ... (fol. 104 recto, lin. 12-16; pag. 215, lin. 6 e 7-11).

positio prima		
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
positio secunda		
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

b bizantiorum ... .IIII.^{or} homines (fol. 104 recto, lin. 21-29; pag. 215, lin. 17-26).

Primus
13
Secundus
17
tercius
19
equus
25

c reliquis tribus ... multiplicabis 12 per (fol. 104 recto, lin. 31-35; pag. 215, lin. 27-31 e 34).

positio prima			
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
Secunda			
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

Fol. 104 verso.

.IIII.^{or} hominum . remanet reliquis — Cod. 104 verso, lin. 1-10; pag. 215, lin. 39 — pag. 216, lin. 6.

Primus
1
Secundus
19
tercius
25
Quartus
28
Equus
37

habuit secundus. Similiter accipe $\frac{1}{3}$ de 36 pro ipsa $\frac{1}{3}$, que est in secunda positione. Et extrahe de 37, remanent 25; et tot habuit tercius. Rursus pro $\frac{1}{4}$, que est in secunda positione, accipe $\frac{1}{4}$ de 36, scilicet 9, que extrahe de 37, remanent 28; et tot habuit quartus. Nam si vnde hec regula procedat nosse uolueris, considera igitur, quia cum primus homo petat reliquis $\frac{1}{2}$ ipsorum bizantiorum, cum habeat ipsam medietatem, non habet amplius quam pretium equi; ergo remanet reliquis tribus, scilicet secundo, et tercio, et quarto a pretio equi usque in summa omnium bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum. Et cum secundus habeat $\frac{1}{3}$ bizantiorum reliquorum trium hominum, et non habeat tunc nisi tantum pretium equi; ergo reliquis tribus, scilicet primo, et tercio et quarto remanet hoc idem, quod est inter pretium equi, et summam bizantiorum illorum .IIII.^{or}. Similiter cum tercius homo habuerit $\frac{1}{4}$ bizantiorum reliquorum trium hominum; et habuerit tantum pretium equi, reliquis tribus, scilicet quarto, et primo, et secundo remanet illud idem, quod est a pretio equi usque in summa bizantiorum illorum .IIII.^{or} Propter eandem primo, et secundo, et tercio remanet illud idem, quod est a pretio equi usque in summam prescriptam, uidelicet data quinta illorum bizantiorum quarto homini: ergo cum quilibet illorum petat, et sua petitione ab ipsis recepta, remanet eis una, et eadem quantitas, scilicet una, que est a pretio equi usque in summam omnium bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum. Post hanc itaque considerationem describe petitiones eorum in ordinem sic: $\frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$, de quibus superius fecimus primam positionem. Deinde considera, quam partem quilibet tres illorum tribuant suo petitori ex hoc, quod eis remanet; quod sic considerandum est. Cum secundus, et tercius, et quartus tribuant suo petitori, uidelicet primo, medietatem ipsorum bizantiorum; ergo, si ipsi habent duos bizantios, dant ei 1, et remanet eis alius: ergo tantum dant, quantum remanet eis. Quare scribitur superius in principio secunde positionis 1. Item cum tercius, et quartus, et primus tribuant secundo homini $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum, ut ipse petit eis; ergo si ipsi habent bizantios 3, dant ei 1 ex ipsis tribus bizantijs, et remanent eis 2: ergo dant medietatem eius, quod remanet eis. Quare describitur $\frac{1}{2}$ in secunda positione sub $\frac{1}{3}$ prime positionis, ut in descriptione ostenditur. Item cum quartus, et primus, et secundus tribuant tercio homini $\frac{1}{4}$ ipsorum bizantiorum, sicut ipse petit eis; ergo, si ipsi tres habent bizantios 4, dant ei 1 ex ipsis pro quarta parte, et remanent eis bizantij 3: ergo dant terciam ex eo, quod eis remanet. Quare describitur $\frac{1}{3}$ in secunda positione sub $\frac{1}{4}$ prime positionis. Rursus cum primus, et secundus, et tercius tribuant quarto homini $\frac{1}{5}$ bizantiorum eorum, ut ipse petit eis; ergo si ipsi tres habeant bizantios 5, dant ei 1 ex ipsis pro quinta parte, et remanent eis bizantij 4; ergo dant $\frac{1}{4}$ ex hoc, quod remanet eis. Et ideo describitur $\frac{1}{4}$ in fine secunde positionis, ut in prescripta descriptione demonstratur. Deinde quia manifestum est, residuum quod remanet quibuslibet tribus hominibus illorum post datam petitionem quesitam eorum petitori semper est idem. Ponamus ut ipsum residuum sit 12; ideo quia in 12 reperiuntur partes secunde positionis, scilicet $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$ 1. Et quia iterum manifestum est, quod
fol. 105 recto. secundus, et tercius, et quartus homo | dant primo homini tantum quantum eis remanet; ergo si remansit eis 12, ut pro residuo quorumlibet illorum trium hominum posuimus, alia 12 ipsos dedisse necesse est: ergo ipsi tres habuerunt in principio bizantios 24; et hoc est quod in precedenti regula multiplicanimus 12 per 2 prime positionis, et diuisimus

per 1 secunde; et sic habuimus 24. Item quia tercius, et quartus, et primus homo dant secundo homini medietatem bizantiorum, qui ei remanent; ergo si remanent eis bizantij 12, ut positum est; et ei dederunt bizantios 6, scilicet medietatem de 12; ergo habuerunt in principio ipsi tres bizantios 18; et hoc est quod multiplicauimus in suprascripta regula 12 per 3 prime positionis, et diuisimus per 2 secunde, et habuimus 18. Rursus quia quartus, et primus, et secundus dant tercio homini tercium bizantiorum, quos eis remanet; ergo si remanent eis 12, ut prediximus, ei dederunt bizantios 4, scilicet terciam de 12: ergo habuerunt ipsi tres bizantios 16, quos habuimus superius, cum multiplicauimus 12 per 4 prime positionis, et diuisimus per 3 secunde: adhuc quia primus, et secundus, et tercius dant quarto homini quartam bizantiorum, quos eis remanent; ergo si remansit eis bizantij 12 vt ceteris quibuslibet tribus, et ei dederunt bizantios 3, scilicet $\frac{1}{4}$ de 12; ergo habuerunt ipsi tres bizantios 15 in principio, quod superius inuenimus, cum multiplicauimus 12 per 5 prime positionis, et diuisimus per 4 secunde: ergo cum addidimus bizantios 24, quos habent inter secundum, et tercium, et quartum hominem cum bizantijs 18, quos habent inter tercium, et quartum, et primum. Et cum bizantijs 16, quos habent inter quartum, et primum, et secundum. Et cum bizantijs 15, quos habent inter primum, et secundum, et tercium hominem, habuimus in summa bizantios 73. In qua summa, cum unusquisque ipsorum ter computatus sit pro eorum bizantiorum summa, terciam de bizantijs 73 habere necesse est. Ideo quia 73 triplum est summe eorum propter triplam computationem ipsorum. Sed quia $\frac{1}{3}$ de 73 sine rupto esse non potest, relinquimus 73 pro eorum summa, ut prediximus; et triplicamus residuum, scilicet 12; que triplicatio est 36, secundum quod superius inuenimus, quando multiplicauimus 12 per 3, scilicet per numerum .IIII.^{or} hominum prescriptorum, uno uidelicet ex eis extracto: ergo si summa eorum est 73; et residuum, quod remanet quibuslibet tribus eorum, est 36. Et prescriptum residuum, scilicet 36, distat pretium equi ad summam bizantiorum illorum, uidelicet a 73, ut superius demonstrauimus: ergo quot distant 36 a 73, scilicet 37, tot ualet equus. Vnde quia primus petit reliquis tantum quantum eis remanet; pro quo tanto in secunda positione 1 describitur; ergo quesiuit eis bizantios 36; a quibus usque in pretium equi, uidelicet in 37, deest 1; ergo tot habuit primus, quia addito ipso bizanthio cum bizantijs 36, quos querit reliquis, nimirum in pretium equi, scilicet in 37 ascendit. Item quia secundo homini datur ab alijs medietas predicti residui, scilicet 18; ergo oportet eum habere bizantios 19, uidelicet differentiam, que est a 18 usque in 37. Et hoc est cum in precedenti accepimus $\frac{1}{2}$ de 36 pro $\frac{1}{2}$ secunde positionis, extraximus ipsam medietatem, scilicet 18 de pretio equi, uidelicet de 37; et sic habuimus 19 pro bizantijs secundi. Rursus quia ad tercium hominem reliqui tres dant terciam de residuo eorum, uidelicet de 36; ergo dant ei 12; a quibus usque in 37 desunt bizantij 25; et tot oportet, ut habeat ipse: et hoc est quod superius fecimus, cum accepimus $\frac{1}{3}$ de 36, scilicet 12, et extraximus de 37. Et sic habuimus tunc 25 pro bizantijs tercij hominis. Adhuc quia quarto homini reliqui tres dant quartam residui eorum, uidelicet de 36; ergo dant ei 9; a quibus usque in bizantijs 37 desunt bizantij 28; et tot oportet habere quartum hominem. Et hoc est cum superius accepimus $\frac{1}{4}$ de 36, scilicet 9, et extraximus de 37; et tunc habuimus | similiter 28 pro bizantijs quarti hominis. Et sic fol. 105 verso.

per eandem considerationem poteris quaslibet similes questiones, siue trium, siue plurium facillime denodare. Sed quia nobis grauissimum est singula singulis demonstrationibus demonstrare, alias huiusmodi questiones in sequentibus, secundum priorem datam regulam, te docebimus denodare.

Questio alia de .IIII.^{or} hominibus.

a petat alijs ... 3, et super a (fol. 105 verso, lin. 7-12, pag. 248, lin. 8-13).

Positio prima			
$\frac{6}{19}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{5}$
Secunda			
$\frac{6}{13}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$

Proponamus enim aliam .IIII.^{or} hominum questionem, ut que dicta sunt in suprascripta regula apertius intelligantur. Vt si dicatur: sunt .IIII.^{or} homines equum emere uolentes. Et primus petat alijs tribus hominibus $\frac{2}{5}$ eorum bizantiorum. Et alter petat reliquis tribus $\frac{3}{8}$. Et tercius petat $\frac{4}{11}$. Quartus querat reliquis $\frac{6}{19}$. Descriptis itaque per ordinem $\frac{6}{19}\ \frac{4}{11}\ \frac{3}{8}\ \frac{2}{5}$, in quibus continetur prima positio. Et extrahatur unusquisque numerorum, qui sunt super uirgulis, de numero ei existenti sub uirgula, idest 2 de 5, et 3 de 8, et 4 de 11, et 6 de 19, remanebunt 3, et 5, et 7, et 13, super quibus ponantur uirgule, et super 3 ponantur 2, et super 5 ponantur 3, et super 7 ponantur 4, et super 13 ponantur 6; et habebuntur pro secunda positione $\frac{6}{13}\ \frac{4}{7}\ \frac{3}{5}\ \frac{2}{3}$, que sunt partes per ordinem, que dant tres homines eorum petitori de hijs, que remanent eis, sicuti in precedenti demonstratione demonstrauimus. Et pone secundam positionem sub prima, ut inferius ostenditur. Deinde uide, in quo numero ipsi rupti secunde positionis reperiantur: reperiuntur enim in 1365: deinde multiplica 1365 per 5, que sunt sub prima uirgula prime positionis; et diuide per 3, que sunt sub prima uirgula secunde positionis, exibunt 2275, que serua. Iterum multiplica 1365 per 8 de prima positione; et diuide per 5, exibunt 2184. Rursus multiplica 1365 per 11 prime, et diuide per 7 secunde, exibunt 2145. Adhuc multiplica 1365 per 19, et diuide per 13, exibunt 1995; que adde cum 2275, et cum 2184, et cum 2145, erunt 8599, que sunt summa cunctorum bizantiorum illorum. Postea quia homines sunt .IIII.^{or}; et unus illorum semper petit reliquis, extrahatur 1 de 4, remanent 3, in quibus multiplicetur 1365, erunt 4095; qui numerus est illud residuum, quod semper remanet quibuslibet tribus illorum. Post emptionem equi, que extrahantur de 8599, remanet 4504 pro pretio equi. Deinde ut habeas bizanthios primi hominis, pro $\frac{2}{3}$, que sunt in secunda positione accipe $\frac{2}{3}$ de 4095, exibunt 2730; que extrahe de pretio equi, scilicet de 4504, remanent 1774; et tot habuit primus. Item ut habeas bizantios secundi, accipe $\frac{3}{5}$ de 4095 pro $\frac{3}{5}$, que sunt in secunda positione, erunt 2457; que extrahe de 4504, remanent 2047; et tot habuit secundus. Rursus pro $\frac{4}{7}$ secunde positionis accipe $\frac{4}{7}$ de 4095, que sunt 2340, et extrahe ea de 4504, remanent 2164; et tot habuit tercius. Iterum accipe $\frac{6}{13}$ de 4095, que sunt 1890, et extrahe ea de 4504, remanent 2614; et tot habuit quartus. Possumus hoc idem per aliam regulam promtius operari, uidelicet cum secundus homo, et tercius, et quartus dant primo $\frac{2}{5}$, remanent eis $\frac{3}{5}$ bizantiorum suorum; que $\frac{3}{5}$ sunt residuum, quod est a pretio equi in summam bizantiorum .IIII.^{or} hominum. Item cum reliqui dant secundo $\frac{3}{8}$, remanent eis $\frac{5}{8}$ bizantiorum, que sunt idem residuum. Rursus cum | reliqui dant tercio $\frac{4}{11}$, remanent eis $\frac{7}{11}$ pro eodem residuo. Adhuc cum reliqui dant quarto homini $\frac{6}{19}$, remanent eis pro residuo suprascripto $\frac{13}{19}$: ergo $\frac{3}{5}$ bizantiorum secundi, et tercij, et quarti sunt quantum $\frac{5}{8}$ bizantiorum tercij, et quarti, et primi hominis; et quantum $\frac{7}{11}$ quarti, et primi, et secundi; et quantum $\frac{13}{19}$ bizantiorum primi, secundi, et tercij hominis. Quare reperiendi sunt .IIII.^{or} numeri, quorum $\frac{3}{5}$ primi sint quantum

a qui numerus est ... bizantiorum suorum a (fol. 105 verso, lin. 26-37, pag. 248, lin. 26-36).

Equus
4504
primus
1774
Secundus
2047
tercius
2164
Quartus
2164

fol. 106 recto.

$\frac{8}{9}$ secundi, et quantum $\frac{7}{11}$ tercij, et quantum $\frac{18}{19}$ quarti numeri. Erunt 2275, et 2184, et 2145, et 1995, sicut in secunda parte huius capituli similes proportiones docuimus inuenire. Ex quibus .IIII.^{or} numeris primus est summa bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Secundus numerus tercij, et quarti, et primi hominis. Tercius numerus est summa quarti, et primi, et secundi hominis. Quartus numerus est summa bizantiorum primi, et secundi, et tercij hominis. Quare ipsi .IIII.^{or} numeri in unum coniuncti reddunt 8599; qui numerus est triplum summe bizantiorum ipsorum .IIII.^{or}; cum quilibet ipsorum sit ter in ipso computatus. Quare summa ipsorum .IIII.^{or} est tercia pars ipsius numeri. Sed cum iste numerus per ternarium integre non diuidatur, et nos uelimus sanos omnes habere numeros; retinemus 8599 pro summa ipsorum .IIII.^{or}. Quare tres illorum per ordinem habebunt triplum dictorum numerorum, scilicet secundus, et tercius, et quartus homo 6825; tercius, et quartus, et primus 6552. Quartus, et primus, et secundus 6435; primus, et secundus, et tercius 5985. Et quoniam summa ipsorum .IIII.^{or} est 8599; de qua secundus, et tercius, et quartus homo habent 6825; ergo residuum, quod est inter utrumque, scilicet 1774, habet primus; propter quod si extraxerimus 6552 de 8599, remanent pro bizantijs secundi hominis 2047. Similiter extracto tercio, et quarto numero de 8599, remanent tercio homini 2164; quarto 2614. Et ut habeamus pretium equi, multiplica 3, que sunt super 5, per 5, que sunt super 8; et hoc totum per 7, que sunt super 11; que per 13, que sunt super 19, erunt 1365; que triplica, sicut alios numeros triplicasti, erunt 4095, que est summa predicti residui: quibus extractis de 8599, remanent pro pretio equi 4504, ut per aliam regulam inuenimus. Et nota, quod per hanc regulam omnes illas poteris soluere questiones, in quibus unus petit ab omnibus alijs sibi suorum bizantiorum partem aliquam, uel partes exhiberi. Et si primus peteret reliquis $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{7}{12}$; et secundus $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{9}{20}$; et tercius $\frac{1}{6}\,\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{11}{30}$; et quartus $\frac{1}{7}\,\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{13}{42}$. Inuenies ordine suprascripto, primum habere 1376; secundum 54272; tercium 76022; quartum 87902; et pretium equi esse 128657.

Questio nobis proposita a peritissimo magistro musco constantinopolitano in constantinopoli.

Item quinque homines bizantios habentes nauem emere noluerunt; quorum primus petit $\frac{1}{5}\,\frac{2}{3}$ reliquis .IIII.^{or} ipsorum bizantiorum. Secundus petit $\frac{1}{133}\,\frac{1}{6}\,\frac{2}{3}$; tercius petit reliquis $\frac{1}{636}\,\frac{1}{6}\,\frac{2}{5}$; quartus petit $\frac{1}{120}\,\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$. Quintus petit reliquis $\frac{1}{340}\,\frac{6}{27}\,\frac{1}{15}\,\frac{2}{6}$. Quam questionem ita ad suprascriptam regulam reducere studui. Quia primus petijt $\frac{1}{5}\,\frac{2}{3}$, ipsas duas uirgulas in unam uirgulam reduxi sic quod uidi de $\frac{1}{5}\,\frac{2}{3}$, in quo numero reperirentur, uidelicet in 15; et accepi de $\frac{2}{3}$ de 15, que sunt 10, et $\frac{1}{5}$ de 15, que est 3; et iunxi insimul, et fuerunt $\frac{13}{15}$. Item eademque ratione de $\frac{1}{133}\,\frac{1}{6}\,\frac{2}{3}$, que petijt secundus, feci aliam uirgulam, que est $\frac{401}{480}$. Iterum de $\frac{1}{638}\,\frac{6}{6}\,\frac{2}{6}$ feci aliam uirgulam, scilicet $\frac{799}{957}$. Rursus | $\frac{1}{168}\,\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$ quia quarti petitionem redigi in unam uirgulam, scilicet in $\frac{341}{428}$. Adhuc redigi minuta petitionis quinti hominis, scilicet $\frac{1}{340}\,\frac{1}{27}\,\frac{1}{15}\,\frac{2}{6}$ in aliam uirgulam, scilicet in $\frac{628}{405}$, et posui per ordinem $\frac{628}{405}\,\frac{341}{428}\,\frac{799}{957}\,\frac{401}{480}\,\frac{13}{15}$; et habui eos pro prima positione. Deinde extraxi 13 de 15, remanserunt 2; super que posui 13 cum uirgula sic: $\frac{13}{2}$, quamuis non sit maior numerus super uirgulam ponendus. Item extraxi 401 de 480, remanent 79; super que posui 401 cum uirgula sic: $\frac{401}{79}$. Item extraxi 799 de 957, remanserunt 158; super

fol. 106 verso.

* $\frac{1}{178}\,\frac{1}{7}\,\frac{2}{3}$ .... super que * (fol. 106 verso, lin. 1-8; pag. 249, lin. 37 e 38—pag. 250, lin. 1-2)

positio prima				
$\frac{628}{405}$	$\frac{341}{428}$	$\frac{799}{957}$	$\frac{401}{480}$	$\frac{13}{15}$
Secunda				
$\frac{726}{73}$	$\frac{344}{76}$	$\frac{208}{158}$	$\frac{401}{79}$	$\frac{13}{6}$

quem posui 799 cum uirgula $\frac{779}{158}$. Rursus minui 341 de 420, remanserunt 79; super que posui 341 sic: $\frac{341}{79}$. Adhuc extraxi 326 de 405, remanserunt 79; super que posui 326 sic: $\frac{326}{79}$. Postea posui ex parte sub prima positione $\frac{326}{79}$ $\frac{341}{79}$ $\frac{779}{158}$ $\frac{401}{79}$ $\frac{13}{2}$. Et habui eas pro secunda positione, ut hic ostenditur. Deinde inueni 158, in quibus reperiuntur omnes rupti secunde positionis; et multiplicaui ipsa 158 per 13 prime positionis, et diuisi per 2, que sunt sub prima uirgula secunde positionis, exierunt 1185: adhuc multiplicaui 158 per 480, et diuisi per 79, hoc est duplicaui 480, et habui 960. Item multiplicaui prescripta 158 per 957 prime, et diuisi per 158, exierunt inde 957. Rursus multiplicaui eadem 158 per 420, et diuisi per 79, que sunt sub 341, exierunt 840. Et adhuc multiplicaui 158 per 405 prime positionis, et diuisi per 79, que sunt sub 326 secunde, exierunt 810: cum quibus iunxi 1185, et 960, et 957, et 840 modo inuentis, fuerunt 4752; que cum debui habere pro summa cunctorum bizantiorum illorum quinque hominum, et multiplicare 158 per numerum hominum, uno inde extracto, scilicet per 4, reliqui quod non multiplicaui 158 per 4, sed seruaui ea pro residuo, quod remanet semper .IIII.or hominibus. Post emptionem nauis, ideo quia bizantij 4752 integraliter per prescripta 4 diuidi possunt. Vnde diuisi 4752 per 4, exierunt bizantij 1188, quos habuimus pro summa illorum quinque hominum; ex quibus extraxi seruatum residuum, scilicet 158, remanserunt pro pretio nauis bizantij 1030: deinde ut haberem bizantios primi hominis, accepi $\frac{13}{2}$ de 158, hoc est quod multiplicaui 158 per 13, et diuisi per 2, exierunt 1027; que extraxi de pretio nauis, scilicet de 1030, remanserunt bizantij 3; et tot habuit primus. Deinde ut haberem bizantios secundi, multiplicaui 158 per 401, que sunt super 79, et diuisi per ipsum 79; et hoc est quod accepi $\frac{401}{79}$ de 158, que sunt 802, que extraxi de 1030, remanserunt bizantij 228; et tot habuit secundus. Item ut haberem bizantios tercij hominis, accepi $\frac{799}{158}$ de 158, uidelicet de prescripto residuo, fuerunt itaque 799; que extraxi de 1030, remanserunt bizantij 231; et tot habuit tercius. Iterum accepi $\frac{341}{79}$ de 158 sic quod diuisi 158 per 79, exierunt 2; que multiplicaui per 341, et habui 682; que extraxi de 1030 predictis, remanserunt 348; et tot habuit quartus. Similiter accepi $\frac{326}{79}$, scilicet quintam uirgulam secunde positionis de 158, et fuerunt 652; que extraxi de 1030, remanserunt 378; et tot habuit quintus.

« re numerauit ... et tot habuit » (fol. 106 verso, lin. 25 e 26-28. pag. 250, lin. 18-21).

Nauis
1030

« primus. Deinde .... bizantiorum » (fol. 106 verso, lin. 29-39; pag. 250, lin. 21-32).

Primus
3
Secundus
228
Tercius
231
Quartus
348
Quintus
378

Modus alius de quinque hominibus in emptione unius equi.

Item homines sint quinque, quorum primus, et secundus petunt reliquis tribus $\frac{2}{3}$ suorum bizantiorum.| Secundus uero, et tercius petunt reliquis $\frac{1}{3}$. Tercius, et quartus petunt reliquis $\frac{1}{4}$. Quartus, et quintus petunt reliquis $\frac{1}{5}$. Quintus, et primus petunt reliquis $\frac{1}{6}$; et sic proponunt ipsum equum emere. Quamuis duo illorum insimul petant, tamen non dissimilatur hec questio a suprascriptis, in quibus unus petit omnibus reliquis: quare pones in ordinem petitiones ipsorum, sicut in margine cernitur; et uocabis ipsas primam positionem, sub qua describas secundam positionem; et multiplicabis singulariter 60, in quibus reperiuntur rupti secunde positionis per numeros, qui sub uirgulis sunt prime, scilicet per 2, et per 3. et per 4, et per 5, et per 6; et diuides primam multiplicationem per 1 secunde positionis; secundam per 2; terciam per 3. Quartam per 4. Quintam per 5, ut superius fecimus in questione .IIII.or hominum, et trium; et habebis 120, et 90, et 80, et 75, et 72: quibus omnibus insimul iunctis, faciunt 437, in quibus unusquisque ipsorum ter computatus est; cum duo illorum semper

fol. 107 recto.

« petunt reliquis .... primam » (fol. 107 recto, lin. 2-7; pag. 250, lin. 33-40).

positio prima				
$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
Secunda				
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	1

per ordinem petant reliquis: quare cum 437 integraliter non diuidatur per 3, triplicabis residuum, quod remanet tribus illorum per ordinem post dationem, quam dant suis petitoribus; quod residuum est 60: quibus triplicatis, faciunt 180; que sunt residuum, quod remanet tribus illorum per ordinem post emptionem equi; cum summa quinque hominum fuerit 437. Quare extracto residuo suprascripto a summa, scilicet 180 de 437, remanent pro pretio equi bizantij 257. Et quia tercius, et quartus, et quintus dant suis petitoribus, scilicet primo, et secundo, quantum eis remanet, scilicet 180, extrahes 180 de pretio equi, remanebunt 77; et tot bizantios habent inter primum, et secundum hominem. Item quia quartus, et quintus, et primus homo dant secundo, et tercio medietatem dicti residui, ut in secunda positione cernitur, extrahes dimidium residui, scilicet 90, de pretio equi, remanebunt pro bizantijs secundi, et tercij 167: eademque ratione, extracta $\frac{1}{3}$, et $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{5}$ eiusdem residui, scilicet 60, et 45, et 36, de pretio equi, remanebunt pro bizantijs tercij, et quarti 197; et pro bizantijs quarti, et quinti 212; et pro bizantijs quinti, et primi 221: et ut separentur bizantij uniuscuiusque ad inuicem, adde 77 primi, et secundi cum bizantijs 197 tercij, et quarti, et cum 221 quinti, et primi, erunt 495; in quibus 495 primus bis computatus est. Est enim summa quinque hominum 437: ergo differentiam, que est a 437 usque in 495, scilicet 58, habet primus homo: quibus 58 extrahens de bizantijs primi, et secundi hominis, scilicet de 77, remanebunt secundo homini bizantij 19: quibus extractis de bizantijs secundi, et tercij, scilicet de 167, remanent 148 pro bizantijs tercij hominis: quibus extractis de bizantijs tercij, et quarti hominis, scilicet de 197, remanent 49 quarto homini: quibus extractis de bizantijs quarti, et quinti hominis, scilicet de 212, remanebunt quinto homini 163; quibus additis cum bizantijs 58 primi hominis inuentis, reddunt 221, ut pro bizantijs quinti, et primi inuenimus. Vnde hec questio solubilis est: possemus enim ponere in similibus questionibus, ut plures quam duo peterent reliquis suas petitiones, quas solueres ordine suprascripto: et scias, quia si homines fuerint pares; et duo, uel plures per ordinem petant reliquis, erunt questiones eorum quandoque solubiles, quandoque non: quare ponamus unam questionem insolubilem, et aliam solubilem de .IIII.^or hominibus, ut habeas melius notitiam cognoscendi solubiles ab insolubilibus.

a Faciunt 180 ... dant suis a (fol. 107, recto, lin. 13 e 14-16; pag. 251, lin. 3-7).

Equus
257

b tercij, et quarti .... non; quare b (fol. 107 recto, lin. 22-33; pag. 251, lin. 13-28).

primus
58
Secundus
19
tercius
148
Quartus
49
Quintus
163

Questio insolubilis.

Sint ergo .IIII.^or homines, quorum primus, et secundus petant reliquis $\frac{1}{2}$. Secundus et tercius reliquis $\frac{1}{3}$. Tertius, et quartus $\frac{1}{4}$; quintus et primus petant reliquis $\frac{1}{5}$. Inuenies per primam, et secundam positionem, quod summa eorum est 73; et residuum, quod remanet duobus illorum per ordinem, est 24: quibus extractis de 73, remanent 49 pro pretio equi: et quia tercius, et quartus | dant primo, et secundo tantum quantum eis remanet, scilicet 24; cum quibus 24 primus, et secundus habent 49; ergo primus, et secundus habent 25: similiter quia primus, et quartus dant tercio, et secundo dimidium residui, scilicet 12, extrahe 12 de 49, remanent 37 pro bizantijs secundi, et tercij. Item extrahe 8, scilicet $\frac{1}{3}$ de 24, de 49, remanent 41 pro bizantijs tercij, et quarti; quod est impossibile: est enim summa eorum 73, ex quibus primus, et secundus habent 25; quare tercius, et quartus deberent habere 48, scilicet residuum, quod est a 25 usque in 73: uel aliter: quia primus, et secundus petunt tercio, et quarto $\frac{1}{2}$;

fol. 107 verso.

et tercius, et quartus petunt primo, et secundo $\frac{1}{4}$. Ideo inuenias, que partes sunt pretium equi ex summa hominum .IIII.^{or}; quas inuenies inuentis bizantijs primi 7, et secundi, et tercij, et quarti, tamquam essent bizantij duorum hominum, quod demonstrauimus in regula duorum hominum, scilicet pone, quod primus, et secundus sint unus homo; et tercius, et quartus sint alius; et tunc petat primus secundo $\frac{1}{2}$; et secundus primo $\frac{1}{4}$: quare primus, scilicet inter primum, et secundum habent 4; secundus, scilicet inter tercium, et quartum 6; et precium equi est 7: ideo quia addito dimidio de 6 super 4, uel $\frac{1}{4}$ de 6 super 6, faciunt 7; que 7 de 4, et de 6 insimul iunctis sunt $\frac{7}{10}$: ergo precium equi est $\frac{7}{10}$ de summa illorum .IIII.^{or}: deinde uideas, que partes sint precium equi ex eadem summa secundum petitiones, quas petunt secundus, et tercius quarto, et primo; et quartus, et primus secundo et tercio. Nam secundus, et tercius petunt quarto, et primo $\frac{1}{5}$; et quartus, et primus petunt secundo, et tercio $\frac{1}{5}$. Vnde per regulam duorum hominum predictam inuenies, secundum, et tercium habere 5; quartum et primum 6; pretium equi 7; quod precium, scilicet 7, de 5, et de 6, scilicet de 11, sunt $\frac{7}{11}$: ergo precium equi de summa .IIII.^{or} hominum est $\frac{7}{11}$. Inuenimus enim primum, ipsum pretium esse $\frac{7}{10}$ de eadem summa, quod est inconueniens: insolubilis est ergo questio ista; quare ponamus aliam questionem solubilem, in qua primus, et secundus petant reliquis $\frac{1}{2}$; secundus, et tercius $\frac{2}{7}$; tercius, et quartus $\frac{3}{11}$; quartus et primus petant reliquis $\frac{3}{13}$: hanc enim questionem, qualitercumque per istos duos modos considerabis, inuenies eam solubilem esse. Vnde si processeris secundum quod doctum est, donec bizantios omnes duorum illorum per ordinem habueris, inuenies quod primus, et secundus habent 11; inter secundum, et tercium 13; inter tercium, et quartum 16; inter quartum, et primum 14; et precium equi est 19. Nam in separatione unius ab altero nil aliud dicendum est, nisi quod de bizantijs 11, quos habent inter primum, et secundum, habeat primus homo quantum uis, ut dicamus 5; quare secundus habet 6; tercius 7, cum habeat cum secundo 13; et quartus 9, cum habeat 10 cum tercio; quibus 9 additis cum 5 primi hominis, faciunt 14, ut pro summa quarti, et primi hominis reperta erant.

Questio solubilis, cum homines sint 7.

Et si homines essent 7; et primus, et secundus, et tercius querant reliquis $\frac{1}{2}$; secundus uero, et tercius, et quartus petant reliquis $\frac{1}{3}$; tercius, et quartus, et quintus petant $\frac{1}{4}$; quartus, et quintus, et sextus $\frac{1}{5}$; quintus, sextus, septimus $\frac{1}{6}$; sextus, septimus, primus $\frac{1}{7}$. Septimus, primus, et secundus reliquis .IIII.^{or} $\frac{1}{8}$ bizantiorum suorum; et preponat emere ipsum equum: posita positione prima sub secunda, tunc 420. In quibus inueniuntur ruptos secunde positionis multiplica per 2 prime; et diuide per 2 secunde, erunt 840. Item multiplica 420 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, hoc est $\frac{1}{2}$ de 420 multiplica per 3, erunt 630. Similiter terciam de 420 multiplica per 4, et quartam per 5, et quintam per 6, et sextam per 7, et septimam per 8, erunt et 560, et 525, et 504, et 490, et 480; quibus iunctis cum 630, et cum 840, erunt in summa bizantiorum ipsorum 4029. Et quia semper petitur quatuor ipsorum. Vnusquisque quater computatur in dicta summa. Vnde multiplica 420 per 4, erunt 1680 pro residuo illorum .IIII.^{or}; quibus extractis de 4029, remanent pro pretio equi bizantij 2349: deinde diuide 1680 per 1 pri|me positionis, et extrahe de 2349, remanent primo,

fol. 198 recto.

et secuodo, et tercio 669. Item extrahe de 2349 medietatem, et terciam, et quartam, et quintam, et sextam, et septimam de 1680, scilicet 840, et 560, et 420, et 336, et 280, et 240, remanebunt secuudo, et tercio, et quarto bizantij 1509. Tercio, quarto, et quinto 1789. Quarto, quinto, sexto 1929. Quinto, sexto, septimo 2013. Sexto, septimo, primo 2069. Septimo, primo, secundo 2109: deinde ut separeotur ab inuicem, iuoge bizaotios secundi, tercij, et quarti cum bizantijs quinti, sexti, septimi, 1509 cum 2013, erunt 3523; quos extrahe de summa illorum omnium, scilicet de 4029, remanent primo homini bizantij 507. Item addit bizantios tercij, et quarti, et quioti cum bizantijs sexti, septimi, primi; et extrahe summam eorum de 4029, remanent secundo homioi bizautij 171: quibus iuoctis cum 507 primi, reddunt pro bizantijs primi, et secuudi 678; que sunt 9 plus de bizantijs primi, et secundi, et tercij: quare tercius homo habet debitum ipsos 9, vel hec questio est insolubilis: sit itaque solubilis cum debito tercij hominis; deinde ut habeamus bizantios quarti, extrahe debitum tercij, scilicet 9, de bizantijs secundi, scilicet de 171, remanent 162: ergo secundus, et tercius habent 162; quibus extractis de bizantijs secuodi, et tercij, et quarti, scilicet de 1509, remaoeot quarto 1347; de quibus extractis 9, uidelicet debitum tercij, habebunt inter tercium, et quartum 1338; quibus usque iu bizantijs tercij, et quarti, et quiuti, scilicet io 1789, sunt 451; et tot habet quiutus: quibus iunctis cum bizantijs quarti, et extractis de bizantijs quarti, et quioti, et sexti, scilicet de 1929, remanent sexto homini 131; quibus etiam et bizautijs quinti extractis de 2013 quioti, sexti, et septimi, habebit septimus 1431. Sine debito enim alicuius illorum soluitur ordine modi suprascripti, cnm primi tres petant reliquis tercium, secundi $\frac{1}{4}$. Tercij $\frac{1}{5}$, alij $\frac{1}{6}$, alij $\frac{1}{7}$, alij $\frac{1}{8}$, alij $\frac{1}{9}$: habet enim primus 1077; secuudus 717; tercius 489; quartus 1637; quintus 997; Sextus 657. Septimus 1749; et equus ualet 3063.

De duobus hominibus et duobus equis.

Item duo homioes bizantios babeotes, qui duos equos emere uolebant, quorum secuodus ualebat bizantios 2 magis primo. Vnde primus sic loquitur secundo : Si dares mihi tercium tuorum bizantiorum, primum equum emerem. Cui alter Respondit: et tu si dares mihi $\frac{1}{4}$ tuorum bizantiorum, secundum equum emerem, scilicet cariorem: queritur quantitas bizaotiorum illorum, nec non et pretium unioscuiusque equi : hec enim questio per suprascriptam unius equi regulam soluitur, uidelicet, ut ponas primum petitiones ipsorum in ordiuem sic : $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, que uocaotur de descriptione prima, ut supradiximus: deiude extrabe 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanent 2; super quem pone uirgulam, et 1 sic $\frac{1}{2}$, hoc est quod secundus homo dat primo dimidium de hoc, quod ei remanet. Similiter facies de $\frac{1}{4}$, et habebis $\frac{1}{3}$: quia primus dat secundo de hoc, quod ei remaoet. Quare describes $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, scilicet secundam positionem sub prima, ut hic ostenditur : deinde reperias duos numeros, quorum secundus sit 2, miuor primo, sicuti primus equus ualet 2, minus secuodo. Et primus numerus illorum dioidatur integraliter per 2 secuode positionis. Et alter diuidatur per 3 eiusdem positionis. Sintque numeri illi 8, et 6; et erunt 8 residnum, quod remaoet secundo homini post quam dederit primo terciam partem suorum bizaotiorum; et 6 erit residuum primi hominis: quare multiplicabis 8 predicta per 3 prime positioois, et diuide per 2 secunde, exibunt bizantij 12; et tot habuit secundus. Item multiplica residuum primi hominis, scilicet

• 2349 medietatem . . . primo, [illegible] a (fol. 108 recto, lin. 2-9 e 10; pag. 253, lin. 1-10

prima							
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$		
Secunda							
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

• mihi $\frac{1}{4}$ tuorum . . . Quare describes a (fol. 108 recto, lin. 25-30; pag. 253, lin. 29-36).

positio prima	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
Secunda	
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

6, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 8; et tot habuit primus. Nam ut habeas precium equorum, adde bizantios illorum, scilicet 8 cum 12, erunt 20; de quibus extrahe residuum secundi hominis, uide|licet 8, remanent 12 pro pretio primi equi. Item extrahe de eisdem 20 residuum primi hominis, videlicet 6 remanent 14 pro precio secundi equi.

fol. 108 verso

De tribus hominibus, et totidem equis.

Item homines sint 3, et equi sint similiter 3; et secundus equus ualeat bizantios 2, magis primo. Et tercius ualeat bizantios 2, magis secundo. Et primus homo petat reliquis duobus $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; et preponat emere primum equum. Secundus itaqne petat $\frac{1}{4}$, et secundum equum emere preponat. Tertius uero petat reliquis $\frac{1}{5}$; et tercium equum emere preponat: descriptis $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}$ pro prima positione, et $\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$ pro secunda, ut ostenditur; tunc reperies tres numeros, quorum secundus sit 2, minor primo; et tercius sit 2, minor secundo, propter differentiam pretiorum equorum. Et maior ipsorum, cum possibile sit, diuidatur integraliter per 2 prime positionis. Secundus uero per 3, minor uero per 4. Sintque 20, et 18, et 16; quorum primus, scilicet 20, erit residuum secundi, et tercij. Secundus uero, scilicet 18, erit residuum tercij, et primi. Minor itaque, scilicet 16, erit residuum, quod remanet primo, et secundo homini. Deinde multiplica residuum secundi, et tercij hominis, scilicet 20, per 3 prime positionis; et diuide per 2 secunde, exibunt 30; et tot habuerunt inter secundum, et tercium hominem. Item multiplica residuum tercij, et primi hominis, scilicet 18, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 24; et tot habuerunt inter tercium, et primum hominem. Rursus multiplica 16, que sunt residuum secundi, et primi hominis per 5 prime positionis, et diuide per 4 secunde, exibunt bizantij 20; et tot habuerunt inter secundum, et primum hominem: quibus additis cum bizantijs 24, quos habent inter tercium, et primum hominem. Et cum bizanthijs 30, quos inter tercium, et secundum habuerunt, erunt bizanthij 74; in quibus cum unusquisque ipsorum bis computatus sit; ergo dimidium ipsorum, scilicet 37, erit summa bizanthiorum illorum trium hominum; ex quibus extractis bizanthijs 30, quos habent inter secundum, et tercium hominem, remanent primo homini bizantij 7. Similiter extractis de 37 bizantijs 24, quos habent inter tercium, et primum hominem, remanent secundo bizantij 13. Rursus extractis bizanthijs 20, quos habent inter secundum, et primum hominem ex illis bizantijs 37, remanebunt tercio homini bizantij 17. Post hec adde cum bizantijs 7 primi hominis terciam bizanthiorum reliquorum duorum hominum, uidelicet de 30, habebis pro pretio primi equi bizantios 17. Quare pretium secundi erit bizantij 19, hoc est bizantij 2, magis pretio primi. Et pretium tercij erit bizantij 21.

* Et tercius ualeat ... scilicet 18 ... (fol. 108 verso, lin. 2 e 3 9, pag. 254, lin. 8-16).

positio prima		
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
Secunda		
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

* exibunt bizantij ... 19 hoc ... (fol. 18 verso, lin. 14-24, pag. 254, lin. 21-34).

primus
7
Secundus
13
tercius
13
primus equus
17
Secundus
19
tercius
21

De quatuor hominibus et totidem equis, cum unusquisque petat reliquis.

Item homines sint 4, et equi similiter sint 4. Et secuudus ualeat bizantios 3, magis primo. Tercius ualeat bizantios 4, magis secundo. Quartus itaque ualeat bizantios 5, magis tercio. Vnde primus homo petat reliquis tribus tercium bizanthiorum ipsorum; et proponat, primum equum emere. Secundus itaque petat $\frac{1}{4}$ reliquis; et proponat, secundum equum emere. Tercius quoque petat $\frac{1}{5}$; et propouat emere tercinm equum. Qnartus namque petat $\frac{1}{6}$ reliquis tribus; et proponat quartum equum emere. Et ut que de equis dicta sunt melius intelligi possint, singula huius positionis singulariter

proposui demonstrare. Quia primus, habita $\frac{1}{3}$ bizauthiorum reliquorum trium, habet pretium tantum primi equi; ergo prerium primi equi cum residuo illorum trium, scilicet secundi, et tercij, et quarti hominis est quantitas omnium bizauthiorum illorum .IIIJ.^{or} hominum; quod residuum uocabis primum. Propter eamdem ergo, cum secundus petat $\frac{1}{4}$ reliquis, et habeat tunc pretium tantum secuudi equi; ergo pretium secundi equi cum residuo reliquorum trium, scilicet tercij, et quarti, et primi hominis est eadem quantitas bizanthiorum illorum .IIIJ.^{or} hominum; quod residuum uocabis secundum. Et quia secundus equus ualet bizantios 3, magis primo; ergo secundum residuum est minus bizantijs 3 primi residui. Item quia tercius homo petit $\frac{1}{5}$ reliquis, cum qua tantum habet pretium tercij equi; ergo pretium tercij equi cum residuo | quarti, et primi, et secundi hominis est illa eadem suprascripta quantitas bizantiorum illorum, quod uocabis tercium. Et quia tercius equus ualet bizantios 4, magis secundo; ergo tercium residunm est bizantij 4, minus secundo residuo: propter eamdem ergo et quartum residuum, scilicet primi, et secundi, et tercij hominis, est bizantij 5, minus tercio residuo. Ideo quia pretium quarti equi est bizantij 5, magis pretio tercij: hijs itaque intellectis, describe primam positionem, scilicet petitiones eorum in ordinem sic: $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$; deinde studeas inuenire minuta secunde positionis, hoc est $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; et scribe ea sub minutis prime positionis. Ideo quia sunt partes per ordinem posite, quas tres illorum daut eorum petitori de eorum residuo. Verbi gratia. Si primns habuerit $\frac{1}{3}$ bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis; et ipsi habeant bizantios 3; ergo dederunt ei bizantium 1; et ex ipsis tribus remanebunt eis bizantij 2; ergo dat ei $\frac{1}{2}$ ex eorum residuo. Quare $\frac{1}{2}$ describitur in capite secunde positionis; et sic intelligas de $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$, que scribuntur in eadem positione. Post hec pro .IIIJ.^{or} inequalibus residuis ponas .IIIJ.^{or} inequales numeros, secundum eorum inequalitatem, hoc est quod secundus sit 3, minor primo; et tercius sit 4, minus secundo; et quartus sit 5, minur tertio. Et maior ipsorum, si possibile fuerit, diuidatur integraliter per 2. Secundus per 3. Tercius per 4. Quartus per 5, secunde uidelicet positionis. Sed cum possibile non sit, pones eos secundum quod tibi melius uidebitur. Sitque primus illorum numerorum 27, qui miuime per 2 integraliter diuiditur. Secundus sit 24, qui per 3 integraliter potest diuidi. Tercius sit 20, qui per 4 integram recepit diuisionem. Quartus autem, cum sit 5 minus tercio, scilicet de 20, ipsum 15 fore necesse est. Quibus per ordinem sub secunda positione descriptis, ut hic ostenditur. Considerabit qualiter secundus, et tercius, et quartus homo dat primo homini $\frac{1}{2}$ eorum residui; quod residuum superius primum esse determinauimus; pro quo etiam posuimus 27: ergo dant ei $\frac{1}{2}$ 13, quibus additis cum 27, reddunt bizantios $\frac{1}{2}$ 40 pro quantitate bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Vel aliter: multiplica ipsa 27 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exibunt similiter bizantij $\frac{1}{2}$ 40 pro eorumdem quantitate. Item quia tercius, et quartus, et primus homo dant secundo homini $\frac{1}{3}$ eorum residui, scilicet secundi, pro quo posuimus 24, scilicet 3, minus primi residui; ergo dederunt ei bizantios 8; quibus additis cum bizantijs 24, erunt bizantij 32; qui sunt quantitas bizantiorum tercij, et quarti, et primi hominis. Vel aliter: multiplica 24 per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt similiter bizantij 32. Eademque ratione tercium residuum, uidelicet quarti, et primi, et secundi hominis, id est 20 per 5 prime positionis multiplica; et eorum

fol. 109 recto.

* ipsum 15 .... multiplica 24 * (fol. 109 recto, lin. 18-25, pag. 235, lin. 31-41).

positio prima			
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
positio secunda			
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
quartus	tercius	secundum	residuum primi
15	20	24	27

multiplicationem per 4 secunde positionis diuide, exibunt bizantij 25 pro quantitate bizantiorum quarti, et primi, et secundi hominis. Propter eamdem etiam et quartum residuum primi, uidelicet et secundi, et tercij hominis, id est 15, multiplica per 6 prime positionis, et diuide per 5 secunde, exibunt bizantij 18 pro quantitate primi, et secundi, et tercij hominis: quibus additis cum bizantijs 25, et 32, et $\frac{1}{2}$ 40, erunt bizantij $\frac{1}{2}$ 115, qui sunt triplum bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum. Ideo quia in ipsis unusquisque ter computatus existit. Quare diuide bizantios $\frac{1}{2}$ 115 per 3, exibunt bizantij $\frac{1}{2}$ 38. Pro quantitate bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum, qui sunt minus quantitate bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Vnde hec questio cum hijs .IIII.^{or} positis residuis solui non potest, nisi primus homo haberet debitum. Vnde si hanc positionem deinceps cum debito primi hominis soluere uolueris, extrahe bizantios $\frac{1}{2}$ 38 de bizanthijs $\frac{1}{2}$ 40, remanent bizantij 2; et tot habuit debitum primus homo. Deinde extrahe bizantios 32, scilicet quantitatem bizantiorum tercij, et quarti, et primi hominis de quantitate bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum, scilicet de $\frac{1}{2}$ 38, remanent secundo homini bizantij $\frac{1}{2}$ 6. Item extrahe bizantios quarti, et primi, et secundi hominis, uidelicet 25 de suprascriptis bizantijs $\frac{1}{2}$ 38, remanent tercio homini bizantij $\frac{1}{2}$ 13. Rursus extractis bizanthijs primi, et secundi, et tercij hominis, uidelicet 18 ex eisdem bizanthijs $\frac{1}{2}$ 38, remanent quarto homini bizanthij $\frac{1}{2}$ 20. Demum ut pretium primi equi addiscas, accipe terciam ex bizanthijs secundi, et tercij, et quarti hominis, uidelicet de $\frac{1}{2}$ 40; quia primus homo petit eis, erunt bizantij $\frac{1}{2}$ 13; de quibus extrahe debitum primi hominis, uidelicet 2, remanebunt bizanthij $\frac{1}{2}$ 11 pro pretio primi equi. Quare pretium secundi equi, erit bizantij $\frac{1}{2}$ 14, hoc est bizantij 3, magis pretio primi. Tercij uero bizantij $\frac{1}{2}$ 18. Quarti quoque bizantij $\frac{1}{2}$ 23, scilicet 5, magis pretio tercij equi, ut prepositum est. Nam si hanc eamdem questionem sine debito primi hominis soluere uolueris, pro prescriptis .IIII.^{or} equalibus residuis, pone alios .IIII.^{or} maiores numeros, qui sunt in eorundem differentiam. Sitque primus illorum 87. Secundus 84. Tercius 80. Quartus 75. Deinde suprascriptis demonstrationibus multiplica primum residuum, uidelicet 87 per 3 prime positionis, et diuide per 2 secunde, exibunt bizantij $\frac{1}{2}$ 130 pro quantitate bizantiorum secundi, et tercij, et quarti hominis. Item multiplica secundum residuum, uidelicet 84, per 4 prime positionis, et diuide per 3 secunde, exibunt bizantij 112 pro quantitate bizantiorum tercij, et quarti, et primis hominis. Rursus multiplica tercium residuum, uidelicet 80, per 5 prime positionis, et diuide per 4 secunde, exibunt bizantij 100 pro quantitate quarti, et primi, et secundi hominis. Adhuc 75, scilicet quartum residuum, multiplica per 6 prime positionis, et diuide per 5 secunde, exibunt bizantij 90, que sunt quantitas bizantiorum primi, et secundi, et tercij hominis. Quibus additis cum bizantijs 100, et cum 112, et cum $\frac{1}{2}$ 130 modo inuentis, erunt bizantij $\frac{1}{2}$ 432. Qui cum sint triplum summe bizantiorum illorum, diuides eos per 3, exibunt bizantij $\frac{1}{6}$ 144, qui sunt summa bizantiorum illorum .IIII.^{or} hominum: de quibus extrahe bizantios secundi, et tercij, et quarti hominis, scilicet $\frac{1}{2}$ 130, remanebunt primo homini bizantij $\frac{2}{3}$ 13. Item extrahe bizantios tercij, et quarti, et primi hominis, uidelicet 112, de $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt secundo homini bizantij $\frac{1}{6}$ 32. Rursus bizantios 100, quos habent inter quartum, et primum, et secundum hominem extrahe de prescriptis bizantijs $\frac{1}{6}$ 144, remanent tercio homini bi-

« per 4 secunde .... primi, et » (fol. 109 recto, lin. 38-39; pag. 256, lin. 1-15).

Debitum primi
2
Bizantij secundi
$\frac{1}{2}$ 6
tercij
$\frac{1}{2}$ 13
Quarti
$\frac{1}{2}$ 20
primus equus
$\frac{1}{2}$ 11

fol. 109 verso.

« quia primus .... multiplica » (fol. 109 verso, lin. 5-11; pag. 256, lin. 20-27).

Secundi
$\frac{1}{2}$ 14
tercij
$\frac{1}{2}$ 18
Quarti
$\frac{1}{2}$ 23

« primum residuum ....residuum, uidelicet » (fol. 109 verso, lin. 12-15; pag. 256, lin. 28-32).

Quarti	Tercij	Secundi	residuum primi
75	80	84	87

« Qui cum .... et quarti » (fol. 109 verso, lin. 20-22 e 23; pag. 256, lin. 37-41).

primus homo
$\frac{2}{3}$ 13

zantij $\frac{1}{6}$ 44. Iterum extractis bizanthijs primi, et secundi, et tercij hominis, uidelicet 90, de bizantijs $\frac{1}{6}$ 144, remanent quarto homini bizantij $\frac{1}{6}$ 54. Et quia demonstratum est superius, quod inter pretium primi equi, et primum residuum est quantitas bizantiorum illorum .IIII.or hominum; ergo si extraxeris ipsum primum residuum, uidelicet 67 de eorum quantitate, scilicet de $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt pro pretio primi equi bizanthij $\frac{1}{6}$ 57. Quare si extraxeris secundum residuum, uidelicet 61, de $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt similiter bizantij $\frac{1}{6}$ 60 pro pretio secundi equi. Item extracto tercio residuo, uidelicet 60 de eisdem $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt bizantij $\frac{1}{6}$ 64 pro pretio tercij equi. Similiter extracto quarto residuo, scilicet 85, de $\frac{1}{6}$ 144, remanebunt bizantij $\frac{1}{6}$ 69 pro pretio quarti equi.

« quarto et primo .... Respondit » (fol. 109 verso, lin. 22 e 23-37; pag. 256, lin. 41 — pag. 257, lin. 13 e 16).

Secundus
$\frac{1}{2}$ 32
tercius
$\frac{1}{6}$ 41
Quartus
$\frac{1}{6}$ 54
equus primus
$\frac{1}{6}$ 57
Secundus
$\frac{1}{6}$ 60
Tercius
$\frac{1}{6}$ 64
Quartus
$\frac{1}{6}$ 69

De quatuor hominibus et uno equo, cum unusquisque petat inequaliter reliquis.

Quatuor homines bizantios habentes unum equum emere uoluerunt; et cum nullus ipsorum ipsum in solidum emere posset, primus ipsorum dixit. Si secundus homo daret mihi dimidium suorum bizantiorum, et tercius daret mihi terciam, et quartus daret mihi quartam similiter suorum, hunc equum emere possem. Cui secundus Respondit. Et si tercius homo daret mihi terciam, et quartus daret mihi quartam, sicut tu petis eis; et tu dares mihi quintam tuorum bizantiorum, hunc equum similiter emerem: tercius quoque petit quarto | homini quartam suorum bizantiorum. Et primo quintam. Et secundo sextam, et proponit equum emere. Quartus namque petit primo quintam. Et secundo sextam. Et tercio septimam. Et proponit similiter ipsum equum emere. Queritur quantitas bizantiorum uniuscuiusque, et pretium equi. Describes petitiones, quas petit primus homo secundo, et tercio, et quarto homini in ordinem sic: $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, sub quibus pones petitiones ultimi, scilicet quarti hominis, scilicet $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$, vt in hac margine cernitur. Et extrahes 1, quod est super 2, de ipsis 2, remouebit 1. Quod multiplica per 5, que sunt sub prima uirgula inferioris linee, erunt 5, que pone super $\frac{1}{2}$. Et econtra extrahes 1, quod est super 5, de ipsis 5, remanebunt 4; que multiplica per 2, que sunt sub prima uirgula superioris linee, erunt 8, que pone super $\frac{1}{5}$. Item extrahes 1, quod est super 3, de ipsis 3, remanebunt 2; que multiplica per 6, que sunt sub secunda uirgula inferioris linee, erunt 12, que pone super $\frac{1}{6}$. Similiter extrahes 1, quod est super 6, de ipsis 6, remanent 5; que multiplica per 3, erunt 15, que pone super $\frac{1}{6}$. Rursus extrahes 1, quod est super 4, de ipsis 4, remanent 3; que multiplica per 7, erunt 21, que pone super $\frac{1}{4}$. Et extrahes 1, quod est super 7, de ipsis 7, remanent 6; que multiplica per 4, erunt 24, que pone super $\frac{1}{7}$. Quibus numeris ita repertis, multiplicabis 5 per 12; que per 21, que sunt super primam lineam, erunt 1260; et tot habuit primus homo. Item multiplicabis 8, que sunt super $\frac{1}{5}$ de secunda linea, per 12; que per 21 de superiori linea, erunt 2016; et tot habuit secundus. Iterum multiplicabis 8, que sunt super $\frac{1}{5}$, per 15, que sunt super 6; que per 21, que sunt super $\frac{1}{4}$, erunt 2520; et tot habuit tercius. Rursus multiplica suprascripta 8 per 15; que per 24, que sunt super $\frac{1}{7}$, erunt 2880; et tot habuit quartus. Sed ut habeas bizantios uniuscuiusque in minori summa, diuide unumquemque inuentorum numerorum per 12, cum integraliter fieri possit, exibunt pro bizanthijs primi hominis 105; et pro bizanthijs secundi 168; et pro bizanthijs tercij 210; et pro quarti 240. Deinde, ut habeas pretium equi, accipe dimidium de bizanthijs 166, scilicet 84, et terciam de

fol. 110 recto.

« namque petit .... superioris » (fol. 110 recto, lin. 2-8 e 9, pag. 257, lin. 19-27).

21	12	5
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
24	15	8
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$

« que pone .... que per 21 » (fol. 110 recto, lin. 11-14, pag. 257, lin. 29-36).

Primus homo
1260
Secundus
2016

« de superiori .... Deinde ut » (fol. 110 recto, lin. 15-20, pag. 257, lin. 36-42 e 43).

tercius
2520
Quartus
2880
equus
3828

« pro bizanthijs ... manifestum est » (fol. 110 *recto*, lin. 20-28 e 29 ; pag. 257, lin. 42-43 — pag. 258, lin. 9).

210, scilicet 70; et quartam de 240, scilicet 60, quia sunt petitiones primi hominis; et addes eos cum bizanthijs 105 ipsius, et habebis pro pretio equi bizantios 319 ; et sic poteris de pluribus hominibus operari.

Item bizanthij primi
105
Secundi
168
tercii
210
Quarti
240
equus
319

Incipit pars VI.ª de uiagiorum propositionibus, atque eorum similium.

Qvidam pergens negotiando lucam, fecit ibi duplum; et expendit inde denarios 12. Qui egrediens inde, perrexit florentiam; fecitque ibi duplum, et expendit denarios 12. Cum rediret pisas, et ibi faceret duplum, et expenderet denarios 12, nil ei proponitur remansisse. Queritur, quot ipse in principio habuit. Quia preponitur ipse semper duplum fecisse, manifestum est, quod de uno faciebat 2. Vnde uidendum est de 1, que pars sit de 2, scilicet $\frac{1}{2}$; quod describatur ter propter tres uiagios, quos ipse fecerat, sic: $\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$: et multiplicetur 2 per 2, et per alia 2, que sunt sub uirgulis, erunt 8: de quibus accipe $\frac{1}{2}$, scilicet 4; de quibus accipe $\frac{1}{2}$, scilicet 2 ; et de ipsis 2 accipe $\frac{1}{2}$, scilicet 1. Post hec adde 4 cum 2 et cum 1, erunt 7; que multiplica per 12 denarios, quos ipse expendebat, erunt 84; que diuide per 8, exibunt denarij $\frac{1}{2}$ 10; et tot habuit homo ille. Verbi gratia : fecit duplum de denarijs $\frac{1}{2}$ 10, fuerunt 21; de quibus expendit 12, remanserunt 9; quibus duplicatis, faciunt 18; de quibus expendit 12, remanserunt 6: quibus iterum duplicatis, faciunt 12; de quibus extracto expendio, scilicet 12, nil ei, ut propositum est, remansisse comperitur: et sic de .IIII.or, uel pluribus uiagijs poteris operari.

« multiplicetur 2 .... expendebat » (fol. 110 *recto*, lin. 30 e 31-33, pag. 258, lin. 11-14)

Capitale
$\frac{1}{2}$ 10

Si autem proponitur, quod in ultimo prescriptorum uiagiorum post expendium ei denarij quilibet remansissent, | ut dicamus 9, addantur 9 cum 84 superius inuentis, erunt denarij 93; qui diuidantur per 8, ut prediximus, exibunt $\frac{5}{8}$ 11; et tot habuisset ille.

fol. 110 *verso*.

« ut dicamus ... *De eodem* » (fol. 110 *verso*, lin. 1-2, pag. 258, lin. 21-24)

Capitale
$\frac{5}{8}$ 11

De eodem.

Uerum si diceretur, quod in finem dictorum trium uiagiorum lucratus esset post expendia denarios 9; aliter quam predictum sit erit faciendum: uidelicet reperiantur, quot denarij ei necessarij essent, ut de expensis semper suum saluaret capitale. Quos ita reperiendos esse demonstrauimus. Quia ipse facit duplum, lucratur de unoquoque quem habuit, denarium alium; ergo de 12 denarijs lucratus est denarios 12, scilicet expendium; qui 12 seruentur ex parte. Et uideatur quid ei necessarium sit, ut lucretur denarios 9, semper duplum faciendo; et nil inde pro expendio extrahendo : quod uidendum est per positionem alicuius numeri, secundum quod in arborum regulis, et in eis similibus demonstrauimus. Vnde ponamus, quod ipse haberet denarium 1 ultra denarios 12 ex parte positos; de quo 1 facit in primo uiagio denarios 2; de quibus in secundo facit 4; de quibus in tercio facit denarios 8: ergo in illis tribus uiagijs de 1 denario facit denarios 8 ; de quibus extracto 1, scilicet capitale, remanent 7 : ergo de 1 denario lucratur 7. Quare dices: pro 1 denario, quem pono pro illius capitali, lucratur 7; quid ponam, ut lucretur denarios 9: multiplica 1 per 9, et diuide per 7, exibit $\frac{2}{7}$ 1; quem adde cum denarijs 12, cum quibus lucratur expendium, erunt $\frac{2}{7}$ 13; et tot esset illius capitale. Et si hanc solutionem per regulam rectam habere uis, pone capitale ipsius hominis fuisse rem, quam duplicauit in primo uiagio, et expendit denarios 12; et sic habuit duas res, minus denarijs 12 , quos duplicauit in secundo uiagio; et fuerunt 4 res, minus denarijs 24; ex quibus expendit denarios 12 : ergo re-

manserunt ei 4 res, minus denarijs 36: quibus iterum duplicatis in tercio uiagio, fuerunt 8 res, minus denarijs 72, ex quibus expendit denarios 12, remanseruut ei iu fine trium uiagiorum .viii. res, minus denarijs 84, que equantur uni rei, et denarijs 9, scilicet capitali eius, et lucro. Quare adde denarios 84 utrique parti, prouenient quod 8 res equantur uni rei, et denarijs 93. Tolle ergo rem ab utraque parte, remanebunt 7 res equales de denarijs 93: ergo diuisis 93 per 7, reddunt denarios $\frac{2}{7}$ 13 pro quantitate uniuscuiusque rei. Et tot fuit capitale ipsius: per hanc enim regulam soluuntur omnes questiones uiagiorum similium.

De eodem.

Rursus fecit tria uiagia, et portauit secum denarios $\frac{1}{2}$ 10, cum quibus, ut prediximus, in uno quoque uiagio fecit duplum; et in quolibet expendit unam et eandem quantitatem, et nil ei remansit. Queritur quantitas expendij illius. Supradicta ratione, pone $\frac{1}{2}\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{2}$; et multiplica 2 per 2, que per 2, erunt 8, que serua: et accipe inde $\frac{1}{2}$, scilicet 4; de quibus accipe $\frac{1}{2}$, scilicet, de quibus accipe $\frac{1}{2}$, seilicet 1, et adde insimul, erunt 7, ut superius inuenimus: et multiplica 8 per ipsius capitale, uidelicet per $\frac{1}{2}$ 10, erunt 84; que diuide per 7, exibunt denarij 12; et tot fuit expeudium illius.

De eodem.

Iterum capitale illius sit denarij $\frac{5}{8}$ 11; et peractis prescriptis tribus uiagijs, remanserunt ei denarij 9; et quot in uno quoque uiagio expendebat, ignoratur. Reperies quidem suprascripta 8, et 7; et multiplicabis $\frac{5}{8}$ 11 per 8, erunt 93; ex quibus extrahes denarios 9, qui proponuntur ei remanere, remanent denarij 84; quos diuide per 7, exibunt iterum denarij 12 pro ipsius expendio: adhuc capitale ipsius sit $\frac{2}{7}$ 13; et in fine remanserunt ei denarij 9 ultra suum capitale; et queritur iterum ipsius expendium. Addes itaque $\frac{2}{7}$ 13, scilicet capitale ipsius cum 9, uidelicet cum lucro,| erunt $\frac{2}{7}$ 22; fol. 111 recto.
quos extrahe ex multiplicatione de $\frac{2}{7}$ 13 in 8, que est $\frac{2}{7}$ 106, remaneut 84; que diuide per 7, exibunt denarij 12 pro ipsius expendio, ut prediximus.

De eodem in quatuor uiagijs.

Nam si ipsum .iiii.^{or} fecisse uiagia proposueris; in quibus suum semper triplicaret capitale. Et inde expenderet in unoquoque uiagiorum denarios 18; et nil ei in fine remanere predixeris. Secundum suprascriptum modum scribes terciam quater uicibus pro .iiii.^{or} uiagijs sic: $\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{3}$. Ideo quia proponitur, quod de 1 faciebat 3. Vnde capitale est $\frac{1}{3}$ sui, et lucri: et multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis, uidelicet 3, per 3; que per 3; que per 3, erunt 81; que habeas loco expendij: de quibus accipe terciam partem, que est 27, que habeas loco capitalis primi expendij; quia semel triplicatis, faciunt 81: de quibus iterum accipe terciam, que est 9, que habeas loco capitalis, ex quo fit secundum expenditum: quia triplicatis 9 in primo uiagio, faciunt 27; quibus triplicatis in secundo, faciunt 81, scilicet expendium: ex quibus etiam 9, accipe $\frac{1}{3}$, erunt 3 pro capitali tercij expendij. Ex quibus rursus accipe $\frac{1}{3}$, proueniet 1 pro capitali ultimi expendij. Adde ergo 27, et 9, et 3, et 1, erunt 40; que habeantur loco capitalis .iiii.^{or} expendiorum, hoc est si expendium esset 81 capitale. Itaque eius esset 40; et quia ponitur expendium fuisse 18, cadit proportionaliter, uidelicet sicut 81 sunt ad 40, ita 18 sunt ad quesitum capitale. Quare multiplicabis 18 per 40, et diuides per 81; et euitabis inde $\frac{1}{9}$, exibunt denarij $\frac{8}{9}$ 8; et tot fuit capitale illius hominis.

De eodem.

Nam si dixeris, quod ipse haberet in suo capitali in principio illorum .iiij.^{or} uiagiorum denarios $\frac{8}{9}$ 8; et quesieris, quot in unoquoque expendebat uiagio; cum in fine ei nil remansisse ponatur, et expendium sit semper equale. Erit ergo proportio de $\frac{8}{9}$ 8 ad expendium quesitum, sicut 40 ad 81: multiplicetur $\frac{8}{9}$ 8 per 81, erunt 720; que diuide per 40, exibunt 18; et tot expendit in unoquoque uiagio.

De eodem.

(Nam si .... capitale (fol. 111 recto, lin. 21-26, pag. 260, lin. 8-10).)

Nam si ei denarij 12 remansisse in fine proposueris; et expendium eius sit 18, adde 12 multiplicationi de 18 in 40, scilicet cum 720, erunt 732; que diuide per 81, exibunt $\frac{1}{27}$ 9; et tot esset ipsius capitale.

Capitale
$\frac{1}{27}$ 9

(Quod si .... 40, exibunt (fol. 111 recto, lin. 27-29; pag. 260, lin. 11-13).)

Quod si econtra dicatur, quod suum capitale fuit denarij $\frac{1}{27}$ 9; et ei in fine remanserunt denarij 12. Et quot in unoquoque uiagio expendebat, ignoretur; multiplica $\frac{1}{27}$ 9 per 81, erunt 732; de quibus extrahe 12, remanent 720; que diuide per 40, exibunt 18; et tot esset ipsius expendium.

expendium
18

De eodem.

Uerum si dixeris, quod in fine illorum .iiij.^{or} uiagiorum suum capitale ei tantum remansisset, sic facies. Quia fecit in unoquoque uiagio de 1 tres; ergo de 1 quoque denario lucratur 2. Quare multiplicabis 1, scilicet capitale, per 18 expendij. Et diuide per 2, scilicet per lucrum, exibunt 9; et tot esset illius capitale.

De eodem.

Et si proposueris, quod in fine dictorum uiagiorum ultra suum capitale denarii 20 ei remansissent, cum expendium eius sit semper 18; inuenies prescripta 9, cum quibus lucratur suum expendium; et uide quantum ipse lucretur de uno denario in illis .iiij.^{or} uiagijs, nil inde expendendo. Quia in primo uiagio facit de 1 denario tres; in secundo de ipsis tribus facit 9. In tercio de illis 9 facit 27, de quibus in 4 uiagio facit 81: ergo in illis .iiij.^{or} uiagijs de 1 denario | facit denarios 81; ergo de 1 denario ipse lucratur 80. Quare dices: pro 1 denario, quod pono in ipsius capitale, lucratur denarios 80. Quid ponam, ut tantum lucretur denarios 20: multiplicabis itaque 1 per 20, et diuide per 80, exibit $\frac{1}{4}$ unius denarij : qua addita cum denarijs 9, erunt denarij $\frac{1}{4}$ 9; et tantum esset illius capitale. Item capitale eius sit $\frac{1}{4}$ 9; et ignoretur expendium, et in fine lucratus est 20. Doceam quidem hanc solutionem inuenire per regulam rectam. Pone pro ignorato expendio rem; et triplica $\frac{1}{4}$ 9, erunt $\frac{3}{4}$ 27; de quibus tolle rem pro expendio primi uiagij, remanent $\frac{3}{4}$ 27, minus re: quibus iterum triplicatis, facient $\frac{1}{4}$ 83, tribus rebus diminutis: de quibus tolle expendium secundum, scilicet rem, remanent $\frac{1}{4}$ 83, minus .iiij.^{or} rebus; quibus triplicatis, erunt $\frac{3}{4}$ 249, minus 12 rebus: de quibus extracta re 4, scilicet expendium tercium, remanebunt $\frac{3}{4}$ 249, minus 13 rebus : quibus ultimo triplicatis, faciunt $\frac{1}{4}$ 749, minus 39 rebus; a quibus diminuta re, remanebunt $\frac{1}{4}$ 749, diminutis .xl. rebus; que equantur denarijs $\frac{1}{4}$ 9, et 20, scilicet capitali, et lucro. Restaura ergo 40 res, remanebunt $\frac{1}{4}$ 749, que equantur 40 rebus, et denarijs $\frac{1}{4}$ 29. Tolle ergo denarios $\frac{1}{4}$ 29 de $\frac{1}{4}$ 749, remanent denarij 720, qui equantur 40 rebus. Quare diuide 720 per 40, exibunt 18 pro quesito expendio. Quod etiam reperitur per regulam uersam sic : pone iterum rem pro expendio, qua addita cum capitali, et lucro eius, erunt res, et denarij $\frac{1}{4}$ 29, que habuit homo ille in quarto uiagio ex triplo denariorum,

(fol. 111 verso.)

qui remanserunt illi post expendium tercij uiagij. Quare accipe $\frac{1}{3}$ eorum, uenient tercie rei, et denarij $\frac{3}{4}$ 9; cum quibus adde expendium tercij uiagij, scilicet rem, erunt .IIII.^{or} tercie rei, et denarij $\frac{3}{4}$ 9, que habuit in tercio uiagio ex triplo denariorum, qui remanserunt ei post expendium secundi uiagij. Quare accipe terciam eorum, scilicet $\frac{4}{9}$ rei, et denarij $\frac{1}{4}$ 3; super que adde rem, scilicet expendium secundi uiagij, erunt $\frac{13}{9}$ rei, et denarij $\frac{1}{4}$ 3, que habuit in secundo uiagio ex triplo denariorum, qui remanserunt ei post expendium primi uiagij. Quare accipe terciam eorum, erunt $\frac{13}{27}$ rei, et denarij $\frac{1}{12}$ 1; cum quibus adde rem, quam expendit in primo uiagio, erunt $\frac{40}{27}$ rei, et denarij $\frac{1}{12}$ 1, que equantur triplo capitalis ipsius, scilicet denarijs $\frac{3}{4}$ 27. Tolle ergo denarios $\frac{1}{12}$ 1 ex denarijs $\frac{3}{4}$ 27, et remanebunt denarij $\frac{2}{3}$ 26, qui equantur $\frac{40}{27}$. Quare est sicut 40 ad 27, ita $\frac{2}{3}$ 26 sunt ad quesitum expendium. Multiplicabis ergo 27 per $\frac{2}{3}$ 26, erunt 720; que diuides per 40, uenient 18, ut oportet.

Questio alia de tribus uiagijs.

Item alia huiusmodi proponatur questio, ut que dicta sunt melius intelligantur, uidelicet ex quodam, qui fecit tria uiagia, qui in primo fecit de duobus tres. In secundo de .IIII.^{or} v. Et in tercio de 6, fecit 7; et expendebat denarios 15 in uno quoque uiagio: quia in primo uiagio de duobus fecit tres; ergo proportio capitalis ipsius ad capitale, et lucrum eiusdem uiagij est sicut 2 ad 3: quare capitale eius fuit $\frac{2}{3}$ eiusdem capitalis, et lucri: quare pone $\frac{2}{3}$. Eademque ratione pro .IIII.^{or} quinque pone $\frac{4}{5}$; et pro .VI. VII. pone $\frac{6}{7}$; et colloca eos sic: $\frac{6}{7}\ \frac{4}{5}\ \frac{2}{3}$. Et multiplica numeros, qui sunt sub uirgulis in seipsos, uidelicet 3 per 5; que per 7, erunt 105: de quibus accipe $\frac{2}{3}$, que sunt 70; de quibus sume $\frac{4}{5}$, que sunt 56; de quibus sume $\frac{6}{7}$, que sunt 48; que adde cum 56, et cum 70, erunt 174, que serua: possunt enim eadem 174 promtius inuenire, uidelicet ut multiplices 2, que sunt super 3, per 5; que per 7, que sunt sub uirgulis, erunt 70. Item multiplica eadem 2 per 4, que sunt super 5; que per 7, erunt 56. Rursus multiplica eadem 2 per eadem 4; que per 6, que sunt | super 7, erunt 48: quibus insimul iunctis, redeunt eadem 174; que multiplica per expendium, uidelicet per 15, et diuide per 105, exibunt $\frac{6}{7}$ 24; et tot est ipsius capitale. fol. 112 *recto*.

De eodem.

Et si proposueris, quod suum capitale sit denarij $\frac{6}{7}$ 24; et queratur, quantum sit expendium. Multiplica $\frac{6}{7}$ 24 per 105, et diuide per 174, exibunt denarij 15 pro ipsius expendio.

De eodem.

Rursus expendium sit denarij 15; et in fine ei denarij 21 remansisse proponantur. Adde multiplicationem de 21 in 48 superius inuentis, que est 1008, super summam multiplicationis de 15 in 174, erunt 3618; que diuide per 105, exibunt $\frac{16}{35}$ 34 pro ipsius capitali.

« Rursus expendium .... exibunt » (fol. 112 *recto*, lin. 6-8 e 9, pag. 261, lin. 34-36).

Capitale
$\frac{16}{35}$ 34

Nam si econtra dicatur, quod suum capitale sit $\frac{16}{35}$ 34; et in fine ei remansit denarij 21. Et quot ipse expendebat queratur; multiplica $\frac{16}{35}$ 34 per 105, erunt 3618; de quibus extrahe 1008, que surgunt ex multiplicatione de 21 in 48, remanent 2610; que diuide per 174, exibunt denarij 15 pro suo expendio.

« Et quot .... *De eodem* » (fol. 112 *recto*, lin. 11-13, pag. 261, lin. 39-42).

expendium
15

De eodem.

Uerum si dixerit, quod in fine trium uiagiorum suum ei remanserit capitale, extrahe

inuenta 48 de 105 superius inuentis, remanent 57. In quibus diuide multiplicatiouem expendij, uidelicet de 15 iu 174 superius inuentis, remanent 57. In quibus diuide multiplicationem expendij, uidelicet de 15 in 174 superius inuentis, exibunt pro ipsius capitali deuarij $\frac{13}{19}$ 45.

[Margin note: ¹ Inuenta 48 ... capitali » (fol. 112 recto, lin. 15-17 e 18; pag. 262, lin. 1-4).]

Capitale
$\frac{13}{19}$ 45

De eodem.

Rvrsns si dixeris, quod ipsius capitale sit $\frac{13}{19}$ 45; et in fine dictorum trium uiagiorum ipsum capitale ei remansisse proposuerit; et quot in unoquoque expendebat uiagio, quesierit, reperies prescripta 57; in quibus multiplica $\frac{13}{19}$ 45, et diuide per 174, exibunt 15 pro ipsius expendio. Iterum si proposuerit, quod expendium sit 15; et in fine uiagiorum remansit ei denarij 45 ultra suum capitale, multiplica 15 per 174, erunt 2610; super que adde 45 uicibus 48, scilicet 2160, erunt 4770; que diuide per 57, exibunt $\frac{13}{19}$ 83 pro ipsius capitali.

[Margin note: « Rvrsus si ... exibunt 15 » (fol. 112 recto, lin. 19-21; pag. 262, lin. 6-8 e 9).]

expendium
15

[Margin note: « uiagiorum ... alius modus » (fol. 112 recto, lin. 23-25; pag. 262, lin. 9 e 10-13).]

Capitale
$\frac{13}{19}$ 83

De homine qui fecit .IIII.^{or} uiagia; alius modus.

Iterum proponatur, quod fecerit .IIII.^{or} uiagia; ex quibus in primo fecit duplum; et expendit in eo denarios 13. In secundo de duobus tria; et expeudit in eo denarios 16. Et in tercio fecit de tribus .IIII.^{or}; et expendit denarios 18. Et in quarto fecit de .IIII.^{or} v. Et cum ibidem deuarios 20 expeuderet, nil ei remansit. Suprascriptis itaque demonstrationibus, pro duplo primi uiagij scribes $\frac{1}{2}$. Et pro duobus tria secundi scribes $\frac{2}{3}$. Et pro tribus .IIII.^{or} tercij scribe $\frac{3}{4}$. Et pro .IIII.^{or} quinque quarti uiagij scribe $\frac{4}{5}$. Et positis ita per ordinem $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$, multiplica 2 per 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgulis, erunt 120; que habeantur loco expendij uniuscuiusque uiagij. Quare accipe dimidium eorum, erunt 60; que habeantur loco capitalis sufficientis primo expendio. Nam cum de 60 duplum fiant, ueniunt 120, scilicet expendium primum. Rursus $\frac{2}{3}$ de 60, scilicet 40, habeantur loco capitalis secundi uiagij. Nam duplicatis ipsis, faciunt 80; de quibus si fiant tres de duobus, hoc est si superaddatur dimidium de 80 super 80, uenient 120, scilicet expendium secundum: de quibus etiam 40, si accipiantur $\frac{3}{4}$, ueniet 30, que habeantur loco capitalis tercij uiagij. Quia duplicatis| ipsis in primo uiagio, faciunt 60; quibus factis tribus de duobus, uenient 90; de quibus factis 4 de 3, scilicet addita tercia parte earum super ea, faciunt 120, scilicet expendium tercium. Deinde acceptis $\frac{4}{5}$ ex 30, neniunt 24, qne sunt loco capitalis ultimi expendij; quia ex ipsis fiunt 48 in primo uiagio; de quibus in secundo fiunt 72, scilicet de duobus tres; de quibus in tercio fiunt 96, scilicet de tribus .IIII.^{or}; de quibus etiam fiunt 120 in quarto uiagio, scilicet de .IIII.^{or} quinque, hoc est expendium quarti uiagij. Possunt etiam hij numeri aliter reperiri: positis in ordinem $\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$. Multiplica 1, quod est super 2, per 3; que per 4; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 60, scilicet dimidium de 120. Item multiplica idem 1 per 2, que sunt super 3; qne per 4; que per 5, que sunt sub uirgis, erunt 40, scilicet $\frac{2}{3}$ de 60 predictis: deinde multiplica 1 per 2; que per 3, que sunt super uirga, erunt 60; que multiplica per 5, erunt 30 pro $\frac{3}{4}$ de 40. Ad ultimum quidem multiplica 1 per 2; qne per 3; que per 4, que sunt supra uirgas, erunt 24, scilicet $\frac{4}{5}$ de 30. Et quia expendinm primi uiagij fuit 13; proportionaliter ergo est sicut 120 est ad 60, ita 13 est ad capitale primi expendij. Quare multiplicabis 13 per 60, erunt 780; que diuides per 120, et habebis capitale primi uiagij. Similiter quia expendium secundum fuit 16, proportionaliter erit sicut 120 est ad 40, ita 16 est

[Margin note: « ibidem ... scribe $\frac{4}{5}$ » (fol. 112 recto, lin. 29-31; pag. 262, lin. 17-19).]

20	18	16	13
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
24	30	40	60

[Margin note: fol. 112 verso.]

ad capitale secundi uiagij. Quare multiplicabis 16 per 40, et diuides per 120; et habebis capitale secundi expendij: propter eadem ergo multiplicabis 18 per 30, et 20 per 24, erunt 540, et 480; que diuides per 120, et habebis capitale tercij, et quarti expendij. Et quia unusquisque inuentorum .iiij.^{or} numerorum, scilicet 780, et 640, et 540, et 480 diuidendus est per 120, adde eos in unum, erunt 2440; que diuides in unum per 120, exibunt denarij $\frac{1}{3}$ 20 pro ipsius capitali.

Quod si hoc uerso modo inuestigare uis, quia in quarto uiagio de .iiij.^{or} fecit quinque; et sic habuit expendium ultimum, scilicet 20; ergo .iiij.^{or} partes ipsorum 20 fuerunt capitalis; et quinta pars fuit lucri. Quare si de 20 accipiatur $\frac{4}{5}$ eorum, erunt 16, que habuit ipse post tercium expendium: quo expendio addito cum 18, faciunt 34; et tot denarios habuit, cum de tribus fecerat .iiij.^{or} Quare accipe $\frac{3}{4}$ de 34, scilicet multiplica 3 per 34, et diuide per 4, erunt $\frac{1}{2}$ 25; et tot habuit post secundum expendium, quod fuit denariorum 16: que adde insimul, erunt $\frac{1}{2}$ 41; et tot habuit postquam de duobus fecit tria. Quare accipe $\frac{2}{3}$ eorum, erunt $\frac{2}{3}$ 27; et tot habuit post primum expendium, quod fuit denariorum 13: quibus etiam insimul iunctis, faciunt $\frac{2}{3}$ 40; et tot habuit ex duplo, quod fecit in primo uiagio. Quare dimidium eorum, scilicet $\frac{1}{3}$ 20, fuit capitale ipsius, ut inuentum est supra.

Et si proponatur quod peractis .iiij.^{or} uiagijs, remansissent ei denarij 12; quia 24 prescripta sunt capitale quarti expendij; ergo de 24, que habuit a principio, faceret in fine 120: ergo sicut 120 sunt ad 24, ita 12 que remanere proponuntur, erunt ad eorum capitale. Quare multiplicabis 12 per 24, erunt 288; que diuides per 120, hoc accipe $\frac{1}{5}$ de 12, erunt $\frac{2}{5}$ 2; que adde cum inuento capitalis cum $\frac{1}{3}$ 20, erunt $\frac{11}{15}$ 22: vel 288 adde cum 2440 predictis, erunt 2728; que diuide per 120, exibunt similiter $\frac{11}{15}$ 22 pro ipsius capitali. Quod etiam inuenires per modum uersum, si ipsum immutare scieris.|

Et in fine .iiij.^{or} predictorum uiagiorum ei suum remanserit capitale: inuentis ut su- fol. 113 verso.
pra 120, et 24, et 2440, extrahes 24 de 120, remanent 96; in quibus diuide 2440, exibunt $\frac{5}{12}$ 25 pro ipsius capitali. Et hoc facimus; quia 24 est numerus, qui de uiagio in uiagium per eorum lucra surgit in 120 in quarto uiagio. Et quia proponitur ei in fine suum remansisse capitale; ideo extrahenda sunt 24 de 120, remanent 96; que 96 habentur loco numeri, de quo fiunt expense; et 120 habentur pro eodem numero, et pro capitali ipsius, scilicet loco eorum. Et quia de $\frac{1}{3}$ 20, et de eorum lucro proueniunt omnes expense; quia cum capitale ipsius sit $\frac{1}{3}$ 20, nil ei remanet post expendia; ideo $\frac{1}{3}$ 20 similes sunt de 96. Vnde est sicut 96 ad 120, ita $\frac{1}{3}$ 20 est ad numerum seruantem capitale, et expensas. Quare multiplicanda sunt $\frac{1}{3}$ 20 per 120; que multiplicatio est 2440, que diuidenda sunt per 96, ut superius fecimus. Rursus si proponatur, ipsum lucratum esse denarios 20: quia ut dictum est de 24 lucratur 96; ergo sicut 96 sunt ad 24, ita 20 sunt ad eorum capitale. Quare multiplicabis 20 per 24; et diuides per 96, hoc est accipies $\frac{1}{4}$ de 20, exibunt 5, que adde cum $\frac{5}{12}$ 25, erunt $\frac{5}{12}$ 30.

Adhuc lucrum sit idem de uiagio in uiagium; et capitale ipsius sit $\frac{1}{3}$ 20; et expendium secundum sit 3, plus primo. Expendium quoque tercium sit 2, plus secundo; quartum uero expendium sit 2, plus tercio. Et queratur expendium uniuscuiusque uiagij. Inuenies supradicto modo 120, et 60, et 40, et 30, et 24. Post hec multiplica $\frac{1}{3}$ 20 per 120, erunt 2440, que serua; et 3, in quibus secundum expendium excedit primum, mul-

tiplica per 40, que habentur loco capitalis secundi expendij, erunt 120; et 5, in quibus tercium expendium excedit primum, multiplica per 30, erunt 150. Item 7, in quibus ultimum expendium excedit primum, multiplica per 24; cum ipsa 24 habeantur loco capitalis eiusdem expendij, erunt 168; que adde cum 150, et cum 120 modo inuentis, erunt 438; que extrahe de 2440, remanebunt 2002; que diuide per 154, que proueniunt ex additione de 60 cum 40, et cum 30, et cum 24, exibunt 13 pro primo expendio. Rursus capitale ipsius sit $\frac{11}{13}$ 22; et in fine post expendia predicta, remaneant ei denarij 12. Multiplica 12 per 24, erunt 288; que adde cum 438, erunt 626; que extrahe ex multiplicatione de $\frac{11}{13}$ 22 in 120, scilicet de 2728, remanebunt 2002; que diuide per 154, exibunt similiter denarij 13 pro primo expendio. Et si proponatur, capitale fuisse $\frac{5}{12}$ 25; et in fine remansisse ipsum capitale; et querantur expendia, extrahes 24 de 120, remanebunt 96; per que multiplica $\frac{5}{12}$ 25, erunt 2440; de quibus extrahe supradicta 438, remanent 2002; que diuide per 154, ueniunt denarij 13 pro primo expendio. Item capitale sit $\frac{5}{12}$ 30; et in fine lucretur denarios 20, multiplica $\frac{5}{12}$ 30 per 96, erunt 2920, que serua: et multiplica 20 per 24, erunt 480; que adde cum 438 supradictis, erunt 918; que extrahe 2920 seruatis, remanent 2002; quibus diuisis per 154, ueniunt 13 pro primo expendio: quare secundum expendium est 16; tercium est 18; quartum est 20.

Rursus quidam fecit in primo uiagio duplum; in secundo de duobus tria. In tercio
fol. 113 de tribus .IIII.^{or} | In quarto de .IIII.^{or} v.; et expendit in primo uiagio nescio quot; in secundo expendit 3, plus quam in primo. In tercio 2, plus quam in secundo. In quarto 2, plus quam in tercio; et in fine nil ei remansisse proponitur; et fiant expendia, et eius capitale in numeris integris. Ponamus quidem per regulam rectam, capitale fuisse summam, et expendium primum rem: quare in primo uiagio habuit duas summas; quia fecit duplum, de quibus expendit rem, remanserunt ei due summe, minus re: ex quibus in secundo uiagio, faciendo de duobus tria, habuit tres summas, re et dimidia diminuta; de quibus expendit rem, et denarios tres, remanserunt tres summe, duabus rebus et dimidia, et tribus denarijs diminutis; de quibus, faciendo de tribus .IIII.^{or} in tercio uiagio, habuit .IIII.^{or} summas, tribus rebus, tercia, et .IIII.^{or} denarijs diminutis; de quibus expendit rem, et denarios .v. In quibus .v. denarijs tercium expendium excedit primum, remanebunt .IIII.^{or} summe, .IIII.^{or} rebus, et tercia, et .IX. denarijs diminutis: cum quibus, faciendo de .IIII.^{or} v. in quarto uiagio, habuit .v. summas minus .v. rebus, et quarta, et sexta rei, et minus denarijs $\frac{1}{4}$ 11: de quibus expendita re, et denarijs 7, scilicet expendium quartum, remanserunt .v. summe, minus rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 18, que equantur 0, quod remansit ei in ultimo uiagio: quare si comuniter addantur res $\frac{5}{12}$ 6, et denarij $\frac{1}{4}$ 18, erunt .v. summe, que equantur .VI. rebus, et $\frac{5}{12}$ rei, et denarij $\frac{1}{4}$ 18. Vnde reperiendus est numerus pro una ex supradictis rebus; quo multiplicato $\frac{5}{12}$ 6, proueniat numerus, qui cum $\frac{1}{4}$ 18 faciat sanum numerum, cuius $\frac{4}{5}$ sit integra; quem inuenies sic: primum reperiatur numerus, qui cum multiplicatur $\frac{5}{12}$ 6, faciat $\frac{3}{4}$ plus sano; eritque 9, qui multiplicatus $\frac{5}{12}$ 6, facit $\frac{3}{4}$ 57; quibus additis cum $\frac{1}{4}$ 18 proueniunt 76, qui est integer, et equatur quinque summis: quare $\frac{1}{5}$ eorum est summa: et quia illa $\frac{4}{5}$ non est integra, multiplica $\frac{5}{12}$ 6 per 12, ex qua multiplicatione prouenit sanus numerus 77: quare adde 77 super 76 inuentis totiens, donec proueniat numerus habens $\frac{0}{5}$; ergo addes bis 77 super 76, erunt 230; quorum $\frac{1}{5}$, scilicet 46,

est summa quesita, scilicet capitale, quod ille habuit a principio: et quia super 76 additum est duplum de 77, adde similiter duplum de 12 super 9, erunt 33 pro primo expendio: quare secundum expendium est 36; tercium 38; quartum 40. Et si hoc in alijs numeris integris reperire uis, numerum summarum, et numerum rerum inuentarum, scilicet 5, et $\frac{5}{12}$ 6, multiplica per 12 propter 12, que sunt sub uirga, prouenient 60, et 77. Nam 60 habentur loco expendij, quorum capitale est 77; cum expendium sit semper idem in unoquoque uiagio: quare totiens uis adde 60 super primum expendium, scilicet super 33, et totiens adde 77 super inuentum capitale, scilicet super 46; et habebis quesitum infinitis modis. Et si proponantur 12 remansisse, per supradicta inuenies, quod .v. summe, minus sex rebus, et $\frac{5}{12}$, et denarij $\frac{1}{4}$ 18 equantur denarijs 12: quare, facta restauratione rerum diminutarum, et denariorum, prouenient .v. summe, que equantur rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 30: quare pro primo expendio, scilicet pro una ex supradictis rebus, pone 9, et semel 12, hoc est 21; quare res $\frac{5}{12}$ 6 erunt $\frac{3}{4}$ 134; quibus additis $\frac{1}{4}$ 30, erunt 165, que equantur quinque summis: quare summa, scilicet capi|tale ipsius, est 33; et expendium secundum est 24; tercium 26; quartum 28. Rursus si in fine proponatur, suum capitale remanere, inuenies modo supradicto, quod quinque summe, diminutis rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarij $\frac{1}{4}$ 18, equantur uni summe: quare .IIII.^or summe equantur rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 18. Pone itaque 9 pro re; quare res $\frac{5}{12}$ 6 cum denarijs $\frac{1}{4}$ 18 sunt 76, que equantur .IIII.^or summis: ergo summa est 19, scilicet capitale ipsius. Et si proponatur, ipsum lucratum esse denarios 12, inuenies, quod .IIII.^or summe equantur rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 30. Pone itaque rem esse 9; quare res $\frac{5}{12}$ 6 cum denarijs $\frac{1}{4}$ 30 sunt 88, quorum $\frac{1}{4}$, scilicet 22, est capitale. fol. 114 recto.

Si uero per regulam uersam hanc ultimam questionem soluere uis; quia in fine proponitur remansisse capitale, et denarios 12; ergo remansit ei summa, et 12. Post ultimum expendium, que fuerunt; quod fuit res, et denarij 7: quibus insimul iunctis, erit summa, et res, et denarij 19, que habuit, cum de 4 fecit 5: quare ex eis accipe $\frac{4}{5}$ unius summe, et $\frac{4}{5}$ unius rei, et denarios $\frac{1}{5}$ 15; et tot habuit in fine tercij uiagij: cum quibus adde expendium ipsius uiagij, scilicet rem, et denarios 5, erunt $\frac{4}{5}$ summe, et $\frac{9}{5}$ rei, et denarij $\frac{1}{5}$ 20; et tot habuit, post quam de 3 fecerat 4: quare accipe $\frac{3}{4}$ eorum, erunt $\frac{3}{5}$ summe, et $\frac{27}{20}$ rei, et denarij $\frac{3}{20}$ 15; et tot habuit in fine secundi uiagij: cum quibus adde expendium eiusdem uiagij, scilicet rem, et denarios 3, erunt $\frac{3}{5}$ summe, $\frac{47}{20}$ rei, et denarij $\frac{3}{20}$ 18; et tot habuit, cum de 2 fecerat 3: quare accipe $\frac{2}{3}$ eorum, erunt $\frac{2}{5}$ summe, et $\frac{47}{30}$ rei, et denarij $\frac{1}{10}$ 12; et tot habuit in fine primi uiagij: cum quibus adde expendium ipsius, scilicet rem, erunt $\frac{2}{5}$ summe, et $\frac{77}{30}$ rei, et denarij $\frac{1}{10}$ 12; et tot habuit ex duplo primi uiagij: quare dimidia ea, prouenient $\frac{1}{5}$ summe, et $\frac{77}{60}$ rei, et denarij $\frac{1}{20}$ 6, que equantur summe, scilicet capitali: quare extracta $\frac{1}{5}$ summe, remanebunt $\frac{4}{5}$ summe, que equantur $\frac{77}{60}$ rei, et denarijs $\frac{1}{20}$ 6: quare quincuplum de $\frac{4}{5}$ unius summe, scilicet summe .IIII.^or, equantur quincuplo de $\frac{77}{60}$ rei, et denarijs $\frac{1}{20}$ 6, hoc est rebus $\frac{5}{12}$ 6, et denarijs $\frac{1}{4}$ 30, ut superius per regulam rectam inuenimus: deinceps operaberis ut supra. Nam si secundum alium modum solutiones harum .IIII.^or questionum inuenire uis, pone per ordinem ut supra $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$; ex quibus ut supra inuenias 120, et 60, et 40, et 30, et 24, et 154, et 438; addes cum 438 totiens 154, donec proueniat numerus, qui integraliter per 120 diuidatur; et hoc erit trigesies ter; quia

multiplicatis 154 per 33 faciunt 5082; cum quibus additis 438, proueniunt 5520; quibus diuisis per 120, ueniunt 46 pro capitale; et expendium primum erit 33. Et si uis, ut in fine uiagiorum remaneant denarij 12, ut dictum est, multiplica 12 per 24 predictos, erunt 288; que adde cum 438, erunt 726; cum quibus addes totiens 151, donec proueniat numerus, qui integraliter diuidatur per 120; et hoc erit uigesies semel. Nam ex 21 in 154 proueniunt 3234; cum quibus additis 726, erunt 3960; quibus diuisis per 120, proueniunt 33 pro capitale; et expendium primum erit 21, ut inuentum est supra. Rursus si uis, ut in fine uiagiorum suum remaneat capitale, extrahe 24 de 120, scilicet multiplicatio numerorum, qui sunt super uirgis ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub ipsis, re|manebunt 96: deinde adde super 438 totiens 154, donec proueniat numerus, cuius nonagesima sexta pars sit integra; et hoc erit nouies; quia ex multiplicatione de 9 in 154 ueniunt 1386; quibus additis cum 438, erunt 1824; que diuide per 96, ueniunt 19 pro capitale; et expendium primum erit 9, ut supra. Similiter si lucratus fuerit denarios 12 in fine, super 726 addes totiens 154, donec proueniat numerus, qui integraliter diuidatur per 96; et hoc erit nonies; quia ex ductis 9 in 154, faciunt 1386; quibus additis 726, proueniunt 2712; que diuide per 96, ueniunt 22 pro capitali; et primum expendium est 9, ut superius inuenimus.

fol. 114 verso.

Modus alius de uiagiis.

Item quidam habebat bizantios 13; et cum ipsis fecit uiagia nescio quot, et in uno quoque faciebat duplum; et expendebat bizantios 14. Queritur quantitas suorum uiagiorum. Quia faciebat duplum, duplica 13, erunt 26; de quibus extrahe 14, remanent 12; et habemus unum uiagium. Item duplica 12, erunt 24; de quibus extrahe 14, remanent 10; et habemus duo uiagia. De quibus prouideas minutionem sui capitalis de uiagio in uiagium. In primo uiagio remanserunt ei 12; ergo minuit 1 suum capitale. In secundo minuit 2. Ideo quia remanserunt ei 10; ergo duplicando uadit minutionem de uiagio in uiagium: quare duplica 2, que sunt minutio secundi uiagij, erit 4; et habemus minutionem tercij uiagij: adde modo tres minutiones trium uiagiorum inuentorum, uidelicet 1, et 2, et 4, erunt 7: a quibus usque in 13 desunt 6, que remanent in minutione quarti uiagij, scilicet 4, erunt 8. In quibus diuide 6, ueniunt $\frac{3}{4}$ unius uiagij; ergo fecit ipse cum ipsis 13 bizantijs uiagia $\frac{3}{4}$ 3. Sed quia uidetur incongruum dicere, aliquem fecisse $\frac{3}{4}$ unius uiagij; hoc emendari sic docemus. Videlicet cum in uiagio faciat duplum; ergo in 1 lucratur alium; ergo in $\frac{3}{4}$ unius uiagij de ipso 1 lucratur $\frac{3}{4}$ unius bizantij; ergo facit de 4 septem; et erunt .iiii.^{or} uiagia; ex quibus in primo, et in secundo, et in tercio fecit duplum, et expendit 14; et in quarto fecit de .iiii.^{or} vii., et expendit tres quartas de 14, scilicet $\frac{1}{2}$ 10.

« uiagium . . . tres minutiones » (fol. 114 verso, lin. 15-17 e 18, pag. 266, lin. 24-27).

uiagia
$\frac{3}{4}$ 3

Tamen si propositum fuerit, quod in fine ignotorum uiagiorum ei supersint bizantij 4, sic erit faciendum: scilicet extrahes 4 de superatione minutiorum trium uiagiorum, que ei remanet de suo capitali, uidelicet de 6, qui superius per 8 diuiduntur, remanent 2; que diuide iterum per eadem 8, scilicet per minutionem quarti uiagij, exibit $\frac{1}{4}$; ergo facit ipse uiagia $\frac{1}{4}$ 3. Iterum si de quarta unius uiagij unum uiagium instruere uolueris; cum in uno quoque uiagio lucretur de 1 bizantium alium; ergo in $\frac{1}{4}$ unius uiagij de 1 lucratur quartam partem unius bizantij; ergo de 4 facit $\frac{1}{4}$ 1, hoc est de .iiii.^{or} quinque; et expendit in ipso quartam partem de 14, id est $\frac{1}{2}$ 3.

« ipse uiagia .... 4, minor » (fol. 114 verso, lin. 30-33; pag. 266, lin. 40 — pag. 267, lin. 4).

uiagia
$\frac{1}{4}$ 3

Si autem numerus quesite superationis, id est 4, maior esset dicte superationis trium uiagiorum, scilicet de 6, unde non posset ipsam extrahere ab eadem. Oporteret eam extrahere de residuo minutionis duorum uiagiorum, quod ei remanet de suo capitali, id est de 10. Et si adhuc eam de 10 extrahere non posses, extraheres eam de 12, id est de superatione minutionis primi uiagij. Et sic poteris inuenire prepositas quaslibet superationes.

Questio notabilis de homine mutuante libras .C. ad usuras super quandam domum.|

Qvidam prestauit libras 100 ad usuras .IIII.[or] denariorum per libram in mense supra fol. 115 recto.
quandam domum, ex qua recolligebat in uno quoque anno nomine pensionis libras 30; et in capite uniuscuiusque anni debebat discomputare ipsas libras 30 de capitali, et lucro dictarum 100 librarum. Queritur, quot annis, et mensibus, et diebus, et horis domum tenere debebat: quia lucrabatur denarios 4 per libram in mense; ergo lucratur soldos 4 per libram in anno; qui soldi 4 sunt $\frac{1}{5}$ unius libre : ergo de 5 facit 6. Et quia de capitali, et lucro unius anni discomputatur pensio; assimilatur hec questio tali uiagiorum questioni; quod quidam habuit libras 100, cum quibus de 5 faciebat 6 in unoquoque uiagio; et expendebat libras 30; de quo queritur, quot ex eis fecerat uiagia: cuius regule si immemor non exstiteris, minutiones sui capitalis de anno in annum subtiliter sunt inuestigande sic. Quia de 5 facit 6, accipe $\frac{1}{5}$ de 100, que est 20, et adde super 100, erunt 120; et tot habuit inter capitale, et lucrum in primo anno: de quibus extrahe pensionem, scilicet 30, remanent libre 90: a quibus usque in libris 100 desunt libre 10, que sunt minutio primi anni. Item accipe $\frac{1}{5}$ de libris 90, que remanent in capite primi anni, erunt 18; quas adde cum 90, erunt 108; de quibus extrahe pensionem secundi anni, remanent libre 78; a quibus usque in 90 desunt libre 12, que sunt minutio secundi anni. In primo enim anno suum capitale minuit libras 10. In secundo minuunt libre 12 ; ergo minutiones cadunt proportionaliter, uidelicet de 10 in 12, hoc est sicut 10 sunt ad 12, scilicet sicut 5 ad 6, ita 12, que sunt minutio secundi anni, erunt ad minutionem tercij anni. Quare multiplicabis 6 per 12, et diuides per 5, exibunt $\frac{2}{5}$ 14, que sunt minutio tercij anni : que multiplica per 6, et diuide per 5, exibunt $\frac{2\ 1}{5\ 5}$ 17, que sunt minutio quarti anni: que multiplica iterum per 6, et diuide per 5, exibunt $\frac{2\ 3\ 3}{5\ 5\ 5}$ 20, que sunt minutio quinti anni : que iterum multiplica per 6, et diuide per 5; quod sic fit: protrahe quandam uirgam, sub qua pone 5 quater; cum sint ter sub uirgula, quam uis multiplicare; et multiplica 6 per 2, que sunt super 5, erunt 12; que diuide per 5 propter 5, que sunt in capite uirge protracte a sinistra parte, exibunt 2, et remanent 2: quare pones 2 super ipsas 5, et 2 reserua in manu; cum quibus adde multiplicationem de 6 in 3, que sunt super sequentia 5, erunt 20; que diuide per 5, exibunt 4, et remanet 0; quod 0 pone super sequentibus 5, et serua 4; super que adde multiplicationem de 6 in 3, que sunt super 5 in capite uirge a parte dextra, erunt 22; que diuide per 5, exibunt 4, et remanent 2; que 2 pone super tercium 5; et super 4 adde multiplicationem de 6 in 20, erunt 124; que diuide per ultima 5 protracte uirge, exibunt 24, et remanent 4: que 4 pone super ipsa 5; et ante uirgam pone 24, et habebis $\frac{2\ 0\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}$ 24 pro minutione sexti anni. Addes quidem suprascripta sex minutiones in hunc modum: pones ex eis integra sub integris, et similes fractiones

sub similibus, scilicet quintas sub quintis, et quintas quinte sub quintis quinte, et cetera; et protrahe uirgam, sub qua sint 5 quater, scilicet secundum numerum ipsorum 5, que sunt sub maiori uirga minutionum predictarum; et pro 2, que sunt super 5, que sunt in quarto gradu uirge de 24, pone 2 super 5, que sunt in eodem gradu protracte uirge; et adde 0, quod est super 5 tercij gradus uirge de 24 cum 2, que sunt in eodem gradu uirge de 20, erunt 2; que pones super 5 tercij gradus protracte uirge; et adde 2, que sunt super 5 secundi gradus uirge de 24 cum 3, que sunt super 5

fol. 115 verso.

secundi gradus uirge de 20, et cum 2, | que sunt super 5 eiusdem secundi gradus uirge de 17, erunt 7; que diuide per 5 secundi gradus protracte uirge, exibit 1, et remanent 2: pone 2 super ipsa 5, et 1 serua in manu; que adde cum 4, que sunt super 5 primi gradus uirge de 24, et cum 3, que sunt super 5 eiusdem gradus uirge de 20, et cum 1, quod est in primo gradu de 17, et cum 2, que sunt super 5 post 14, erunt 11; que diuide per 5 primi gradus protracte uirge, exibunt 2, et remanet 1: pone quidem 1 super ipsa 5, et 2 serua; que adde cum integris, erunt 99; que pone ante protractam uirgam; et sic habebis $\frac{2\ 2\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}99$: que si de centum extrahere uis, protrahes aliam uirgam, sub qua pone similiter 5 quater; et accipe 2, que sunt super 5 quarti gradus uirge de 99; et extrahe eam de 5, que sunt sub ipsis 2, remanent 3; que pone super 5 quarti gradus protracte uirge, et retine in manu 1; quod adde cum 2, que sunt super 5 tercij gradus, extrahe ex eisdem 5, remanent 2, que pone super 5 tercij gradus protracte uirge, et serua 1; quod adde cum 2, que sunt super 5 secundi gradus uirge de 99, erunt 3; que extrahe ex ipsis 5, remanent 2, que pone super 5 secundi gradus, et serua 1; quod adde cum 1, quod est super 5, que sunt in primo gradu uirge de 99, erunt 2: a quibus usque in 5 desunt 3, que pone super 5 primi gradus uirge protracte; et pro expleto quinario serua 1; quod adde cum 99, faciunt 100; que extrahe de 100, remanet 0 ante protractam uirgam, scilicet nichil; et sic habes $\frac{2\ 2\ 2\ 2}{5\ 5\ 5\ 5}$ pro quesito residuo unius libre, que sunt ex minutione septimi anni. Quare inuenienda est minutio septimi anni, si multiplicabis $\frac{2\ 0\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}24$, qui est minutio sexti anni per 6; et diuide per 5, exibunt libre $\frac{2\ 2\ 2\ 1\ 4}{5\ 5\ 5\ 5\ 5}29$, in quibus diuidenda essent $\frac{4\ 2\ 8}{6\ 8\ 5}$; et quod ex diuisione exiret, esset illud, quod ipse tenuit domum, ultra sex inuentos annos. Sed ut habeamus inde dies et horas, multiplica 436 per dies anni, scilicet per 360, ut ita ponantur; et erunt in unoquoque mense dies .xxx., uenient 157680; que multiplica per 12, scilicet per horas diei, erunt 1892160, que serua. Et multiplica 29 per minuta sue uirgule, hoc est per 5, et addes 4; que per 5, et addas 1; que per 5, et addas 2; que per 5, et addas 2; que per 5, et addas 2, erunt 93312: quibus reperias regulam, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0}{2\ 2\ 5\ 2\ 9\ 2}$. In qua etiam, et in regula de 625, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{2\ 5\ 5\ 5}$, debes diuidere multiplicationem de 1692160 in 5; quam in 5; quam in 5; quam in 5; quam in 5 propter quinque quinarios, qui sunt sub uirga post 29. Sed relinques multiplicationem .IIII.^{or} quinariorum propter .IIII.^{or} quinarios, qui sunt regula de 625. Similiter euitabis ea, que erunt euitanda; et prouenient hore $\frac{15}{29}101$, que sunt dies 8, et hore $\frac{12}{29}5$; et tantum tenuit ipse domum, ultra annos 6 inuentos. Quod si probare uis, uide si de $\frac{4\ 2\ 8}{6\ 2\ 2}$ unius libre, que sunt soldi $\frac{2}{125}14$; et de eorum usuris dierum inuentorum $\frac{185}{2912}8$ prouenerit pensio ipsorum dierum; quod uidendum est per modum baracti in hunc

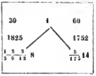
fol. 116 recto.

modum: quia de libra 1 dantur pro usuris | denarij 4; ergo pro soldis 60 datur soldus

« gradus et .... ut habeamus » (fol. 115 verso, lin. 18-26, pag. 268, lin. 21 e 22-16).

10
12
$\frac{2}{5}$ 14
$\frac{2\ 4}{5\ 5}$ 17
$\frac{2\ 3\ 3}{5\ 5\ 5}$ 20
$\frac{2\ 2\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}$99. $\frac{2\ 0\ 2\ 4}{5\ 5\ 5\ 5}$24

1 in mense. Quare pone in una linea soldos 60, et soldum 1, et dies 30. Et sub soldis 60 pone soldos $\frac{2}{125}14$, et sub dies 30 pone dies $\frac{1}{2}\frac{3}{9}\frac{5}{12}8$; et multiplicabis $\frac{2}{125}14$ per 1, quod est eis ex aduerso; quod multiplica per $\frac{1}{2}\frac{3}{9}\frac{5}{12}8$, et summam diuides per reliquos duos numeros, scilicet per 60, et per 30 : ergo multiplica 1752 per 1825; et diuides per 60, et per 30, et per fractiones, que sunt sub utraque uirga; et habebis usuras soldorum $\frac{2}{125}14$: que cum debeas insimul addere, scilicet capitale cum usuris; qualiter ea couiunctim habeas, indicabo: quia ex multiplicatione de 14 in 125 additis 2, proueniunt 1752 ; ergo si diuiseris 1752 per 125, nimirum ipsa $\frac{2}{125}14$ reddibunt. Similiter si 388800, que procreautur ex 60 ductis in 30 uicibus 12, uicibus 9, uicibus 2 , multiplicaueris per 1752, et diuiseris summam per 60, et per 30, et per 12, et per 9, et per 2, et per 125, eadem $\frac{2}{125}14$ reddibunt. Sed ex multiplicatione de 1752 in 1825 diuisa per eosdem numeros prouenit usura illorum soldorum $\frac{2}{125}14$; ergo si coniunctum ex 388800 cum 1825, scilicet 390625 multiplicaueris per 1752, et diuiseris per eosdem numeros, prouenient soldi $\frac{2}{125}14$, et eorum usura; in quibus si modum euitandi seruaris, remanebit tantum multiplicatio de 73 in 125 diuidenda $\frac{1}{2}\frac{3}{9}\frac{5}{12}$. Vnde proueniunt soldi $\frac{5}{6}\frac{8}{9}\frac{0}{12}14$, qui sunt pensio dierum $\frac{1}{2}\frac{3}{9}\frac{5}{12}8$: quia si multiplicaueris $\frac{1}{2}\frac{3}{9}\frac{5}{12}8$ per denarios 20, qui sunt pensio unius diei, nimirum soldi $\frac{5}{6}\frac{8}{9}\frac{0}{12}14$ prouenient.



« et summam .... et per 125 » (fol. 116 recto, lin. 4-11; pag. 269, lin. 3-11).

« seruaris .... soldi $\frac{5}{6}\frac{8}{9}\frac{0}{12}14$ » (fol. 116 recto, lin. 16-18; pag. 269, lin. 14-17).

anni	dies	hore
6	8	$\frac{1}{12}\frac{1}{2}5$

Aliter de eadem domo.

Rvrsus si dictum fuerit, quod ipse, cuius domus erat, recollegit ipsam domum tali tempore, quod adhuc erat ei redditurus libras 20 de predictis libris 100. Et queratur quantum ipse, qui denarios prestauerat, domum tenuit. Sic facies: iunges ex minutionibus suprascriptis, quas superius inuenimus, donec non remaneat de ipsis libris 100 tantum, quod possit inde domum unum annum tenere; extractis libris 20, que ei debent remanere. Minutio quidem primi anni est 10; secundi 12 insimul iunctis faciunt 22; cum quibus addita tercij anni minutione, scilicet $\frac{2}{5}14$, faciunt $\frac{2}{5}36$; cum quibus adde $\frac{3}{5}\frac{4}{5}17$ quarti anni, erunt $\frac{2}{5}\frac{3}{5}53$; cum quibus iterum adde minutionem quinti anni, scilicet $\frac{3}{5}\frac{2}{5}\frac{3}{5}20$, erunt $\frac{2}{5}\frac{0}{5}\frac{2}{5}74$: a quibus usque in 100 desunt $\frac{3}{5}\frac{4}{5}\frac{2}{5}25$: de quibus si extraxeris libras 20, que debent superare , non remanebit unde domum possit tenere per unum annum. Quare extrahantur 20 ex ipsis, remanent $\frac{3}{5}\frac{4}{5}\frac{2}{5}5$; que multiplica per 360, scilicet per dies unius anni; que per 12 horas, et diuide summam dicte multiplicationis per minutionem sexti anni, uidelicet per $\frac{3}{5}\frac{0}{5}\frac{2}{5}\frac{4}{5}24$. Tamen caue, ne multiplices aliquem dictorum numerorum, cum in aliquo ipsorum debeas postea diuidere , ut in precedenti regula demonstrauimus, exibunt hore $\frac{4}{9}969$, que sunt dies 80, et hore $\frac{4}{9}9$; et tot tenuit ipse domum, ultra annos 5.

« usque anni .... hore $\frac{4}{9}$ 9 et » (fol. 116 recto, lin. 31 e 32-33; pag. 269, lin. 30-33).

anni	dies	hore
5	80	$\frac{4}{9}9$

Quod si uerum est, ita cognoscitur: usura de 100 librarum primi anni sunt libre 20; quibus additis cum 100, erunt 120; de quibus extracta pensione, remanent libre 90 : cum quibus additis usuris ipsarum, scilicet in secundo anno, faciunt 108; de quibus extracta | pensione eiusdem anni , remanent libre 78 : quibus usuris tercij anni superadditis, faciunt libras $\frac{3}{5}93$; de quibus extracta pensione eiusdem tercij anni , remanent $\frac{3}{5}63$; et sic faciendo de quarto , et quinto anno , remanebunt tantum libre $\frac{3}{5}\frac{4}{5}\frac{2}{5}25$, de quibus ipse tenuit domum diebus $\frac{4}{9}\frac{9}{12}80$, hoc est diebus 80, et horis $\frac{4}{9}9$, et remanserunt ex eis libre 20, quas dominus domus reddidit ei. Deinde accipias quanta usura datur de libra 1. In illis diebus $\frac{4}{9}\frac{9}{12}80$; quod sic erit uidendum. Multiplica de-

fol. 116 verso.

narios 4, scilicet usuram unius libre in mense per dies $\frac{4\ \ 9}{9\ 10}80$, et diuide per dies 30, scilicet per mensem, exibunt denarij $\frac{0\ 6}{9\ 9}10$; quos adde cum libra 1, hoc erunt soldi 20, et denarij $\frac{1\ 6\ 6}{6\ 9\ 9}10$; et tantum ascendit una libra inter capitale, et usuram in illis $\frac{4\ \ 9}{9\ 16}80$ diebus; que scilicet $\frac{4\ 0\ 6\ 10\ 0}{9\ 9\ 8\ 12\ 26}1$ multiplica per libras $\frac{3\ 4\ 2}{9\ 5\ 6}25$, reddunt libre $\frac{2\ 6\ 7\ 4}{3\ 9\ 12\ 20}26$; et tantum ascendunt libre ille $\frac{0\ 4\ 2}{9\ 6\ 9}25$ inter capitale, et proficuum in illis diebus $\frac{4\ \ 9}{6\ 12}80$: de quibus si extraxeris pensionem, que euenit in illis diebus $\frac{4\ \ 9}{9\ 12}80$, que est libre $\frac{0\ 0\ 7\ 14}{3\ 9\ 10\ 26}$, remanebunt tantum libre 20, secundum quod propositum fuit.

De eadem domo.

Et si proponatur, quod quidam prestauit super eandem domum libras 6 ad easdem usuras; et queratur, quantum ipsam domum tenere debeat; sic facies: adde libras 6 cum pensione unius anni, scilicet cum 30, erunt libre 36; quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre 30; et tantum oportet, quod ipse haberet, ut domum tenere posset annum 1; et deinceps remanerent preposite libre 6: et extrahe 6 de 30, remanent 24; que esset minutio eiusdem anni: que multiplica per 6 de proportione superius inuenta, et diuide per 5, exibunt $\frac{4}{5}28$; que essent minutio alterius anni, scilicet illius, de quo ipse pro ipsis 6 libris domum tenere debet: quare multiplica 6 per 360 dies, scilicet per annum, et diuide per $\frac{4}{5}28$, exibunt dies 75, que sunt menses $\frac{1}{2}2$; et tantum tenebit ipse domum pro prescriptis libris 6; et sic poteris de multis alijs similibus operari.

(20, remanent . . . . que sunt » (fol. 116 verso, lin. 19-22; 270, lin. 14 e 15-18).

Menses
$\frac{1}{2}2$

De homine, qui prestauit ad usuras sine noticia.

Item quidam prestauit denarios ad easdem usuras nescio quot; et debebat dare per annum pro pensione eiusdem domus libras 30. Tenuit enim domum pro illis denarijs annis 5, et diebus 70. Queritur quantitas illorum denariorum: primum siquidem incipiendum est a diebus 70, uidelicet ut uideas pro quot denarijs, 70 diebus domum tenere possit. Eritque ita uidendum: quia usura unius anni est $\frac{1}{5}$ totius capitalis, oportet multiplicare dies anni per 5, erunt 1800; super quos adde dies prescriptos 70, erunt 1870: ergo in illis diebus 70 de 1800 facit 1870, hoc est quod de 180 facit 187: quare pone 180 super 187 sic: $\frac{180}{187}$: deinde uide, quanta sit pensio illorum 70 dierum sic: multiplica 30 per 70, et diuide per 360, proueniunt pro pensione illorum 70 dierum libre $\frac{5}{6}5$; quas multiplica per 180, et diuide per 187, exibunt libre $\frac{115}{187}5$: quibus omnibus explicatis, ad regulam uiagiorum hanc poteris assimilari, uidelicet pro 5 annis dicas quinque uiagia. In quibus singulariter de 5 facit 6; et expendit in unoquoque libras 30, scilicet pensionem; et in fine uiagiorum 5, hoc est 5 annorum, remanent ei libre $\frac{115}{187}5$, cum quibus tenebit domum diebus 70: quare| ut supra docuimus, scribenda sunt $\frac{5}{6}$ quinquies in ordine sic: $\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}$: deinde multiplicabis 6 per 6; que per 6; que per (*sic*); que per 6, scilicet per omnes numeros, qui sunt sub uirgulis, erunt 7776; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 6480; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 5400; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 4500; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 3750; de quibus accipe $\frac{5}{6}$, que sunt 3125: deinde adde 6480 cum 5400, et cum 4500, et cum 3750, et cum 3125, erunt 23255; que multiplica per libras 30 pensionis, erunt 697650. Item multiplica 3125 per $\frac{115}{187}5$; et summam que exierit, adde cum 697650; et coadunatam summam diuide per regulam de 7776, que est $\frac{1\ 0\ 0\ 0\ 0}{6\ 6\ 6\ 6\ 6}$, exibunt libre $\frac{21\ 0\ 10}{99\ 11\ 17}91$; et tanta fuit quantitas denariorum

fol. 117 recto.

(« ut supra . . . de quibus » (fol. 117 recto, lin. 1-3, pag. 270, lin. 35-37 e 38).

$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$

illorum, quos ipse prestauerat. Aliter potes ad hanc candem quantitatem per regulam uersam deuenire. Verbi gratia: pensionem quinti anni, scilicet 30, adde cum $\frac{115}{187}5$, erunt $\frac{115}{187}35$; que multiplica per 5, et diuide per 6. Ideo quia de 5 facit 6 in uno quoque anno, exibunt $\frac{6\ 11}{11\ 17}29$. Et hoc est illud, quod remanserat, cum iam domum 4 annis tenuerat. Super que adde pensionem quarti anni, erunt $\frac{6\ 11}{11\ 17}59$; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{6\ 12}{11\ 17}49$; et tantum remanserat ei, cum iam domum annis tribus tenuerat. Que adde cum 30, scilicet cum pensione tercij anni, erunt $\frac{6\ 12}{11\ 17}79$; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{6\ 7}{11\ 11}66$; et tantum remanserat ei, postquam domum annis 2 tenuerat. Cum quibus adde 30, scilicet pensionem secundi anni, erunt $\frac{6\ 7}{11\ 17}96$; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{4\ 6\ 6}{6\ 11\ 17}80$; et tantum remanserat ei, cum iam domum uno anno tenuerat. Que adde cum pensione primi anni, erunt $\frac{2\ 2\ 6}{3\ 11\ 17}110$; que multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$, que sunt libre 91, et soldi 19, et denarij $\frac{1\ 6\ 16}{3\ 11\ 17}5$; et tantum prestauerat ipse supra domum, ut superius per aliam regulam inuenimus.

De eodem.

Nam si propositum fuerit, quod capitale illius sit libre $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$; et cum ipsis ad eandem usuram teneret domum annis 5, et diebus 70; et quereret annualis pensionis quantitatem. Sic facies: pone, ut pensio sit aliquis numerus, ut dicamus 36. Deinde uide, secundum prescriptum ordinem, dando pro pensione in unoquoque anno libras 36, quantum ei habere oportuerit, ut domum inde ualeat tenere prescriptis annis 5, et diebus 70: quod si bene reperire reperire (*sic*) sciueris, reperies, quod eum oportuerit habere libras $\frac{4\ 2\ 6}{6\ 11\ 17}110$: que si essent $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$, utique inuenissemus propositum; hoc est quod pensio annualis esset libre 36: quod cum non sit, cadit regula proportionaliter; hoc est, quod sicuti libre $\frac{4\ 6\ 6}{6\ 11\ 11}116$ sunt ad libras $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 17}91$, ita erunt 36 ad quesitam pensionem. Multiplicabis igitur 36 per $\frac{51\ 6\ 16}{66\ 11\ 11}91$, et diuides per $\frac{4\ 6\ 6}{6\ 11\ 17}110$, exibunt pro quesita pensione libre 30, ut supra dictum est.

De eadem domo.

Item si proposueris, quod pensio sit libre 30; et tenuit ipse domum annis 5, et diebus 70; et remanserunt ei de hoc, quod prestauerat supra domum, libre 20; et quesierit quantitatem denariorum, quos prestauerat; primum siquidem adde libras 20 cum pensione, que contingit illis diebus 70, scilicet cum libris $\frac{5}{6}5$, erunt libre $\frac{5}{6}25$; deinde uide quantum ascendat usura in illis diebus 70. In anno quidem ascendit de 5 in 6; ergo in 5 libris lucratur 1 per annum: et cum dies 70 sint $\frac{7}{36}$ unius anni; ergo in illis diebus 70 libre 5 ascendunt in libras $\frac{7}{36}5$, hoc est 180 in 187, ut superius diximus. Quare describes $\frac{180}{187}$, et multiplica $\frac{5}{6}25$ per 180, et diuide per 187, exibunt libre $\frac{8\ 14}{11\ 17}24$; cum quibus adde libras 30, scilicet pensionem quinti anni, erunt libre $\frac{8\ 14}{11\ 17}54$: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt $\frac{135}{187}45$: cum quibus adde 30, scilicet pensionem quarti anni, erunt libre $\frac{135}{187}75$: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre $\frac{135}{187}45$; cum quibus adde pensionem tercij anni, erunt libre $\frac{146}{187}93$: quas multiplica per 5, et diuide per 6, exibunt libre $\frac{1\ 102}{2\ 187}77$: quibus superadde pensionem secundi anni, uidelicet 30; et multiplica summam per 5, et diuide per 6, exibunt libre $\frac{21\ 127}{66\ 187}89$; quibus superadde pensionem primi anni, uidelicet 30; et multiplica summam per 5, et diuide per 6, exibunt libre $\frac{1\ 2\ 6\ 4\ 12}{6\ 6\ 6\ 11\ 17}99$; et tantum ipse pre-

« exierit .... cum $\frac{115}{187}5$ » (fol. 117 recto, lin. 8 e 9-12; pag. 270, lin. 42 — pag. 271, lin. 2).

libre prestite $\frac{5\ 1\ 6\ 16}{6\ 6\ 11\ 11}91$

« adde 30 .... regulam » (fol. 117 recto, lin. 20-24; pag. 271, lin. 9-14).

Similiter libre prestite

libre	soldi	denarij
91	19	$\frac{1\ 6\ 16}{3\ 11\ 17}5$

« pensio annualis ... $\frac{4\ 2\ 6}{6\ 11\ 17}110$ » (fol. 117 recto, lin. 23-25; pag. 271, lin. 23-25).

pensio 30

fol. 117 verso

« per 6 .... hoc est » (fol. 117 verso, lin. 13-15; pag. 271, lin. 43 — pag. 272, lin. 3).

$\frac{1}{2}\frac{23}{66}\frac{1}{11}\frac{12}{17}$ 99

stanit supra domum suprascriptam. Potes enim hoc idem aliter reperire, uidelicet repertis libris $\frac{6}{11}\frac{14}{17}$ 24 suprascriptis, rediges hanc questionem ad regulam uiagiorum dices: quod quidam fecit uiagia 5, hoc est quod tenuit domum annis 5; et in unoquoque uiagio de 5 faciebat 6, hoc est in uno quoque anno; et inde expendium faciebat librarum 30; hoc est dabat pensionem librarum 30. Et in fine quinque uiagiorum, scilicet 5 annorum, remanserunt ei libre $\frac{6}{11}\frac{14}{17}$ 24: quare describende sunt in ordinem $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$; et deinceps operaberis, sicut superius fuisti operatus; et reperies prescriptas libras $\frac{1}{2}\frac{23}{66}\frac{1}{11}\frac{12}{17}$ 99.

De eadem domo.

Rvrsum capitale, quod ipse prestanit supra domum, sit libre $\frac{1}{6}\frac{26}{66}\frac{1}{11}\frac{12}{17}$ 99; et tenuit cum ipso domum annis 5, et dies 70, et remanserunt ei libre 20; et quota sit pensio ignoraueris; sic facies. Vide quantum erit illa capitalis quantitas, cum qua faciendo dictum lucrum de anno in annum, in fine dictorum quinque annorum, et dierum 70 proueniat in libris 20, que remanere proponuntur in fine dicti termini; quod sic erit uidendum. Quia in illis 70 diebus de 180 facit 187, pone $\frac{180}{187}$; ante quas pro quinque annis pone quinquies $\frac{5}{6}$ in hunc modum; $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{180}{187}$; et multiplica 5 per 5; que per 5; que per 5; que per 5; que per 180, que sunt supra uirgas; que per libras 20; et summam, que euenerit, diuide per $\frac{1}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{0}{187}$, exibunt $\frac{1}{6}\frac{5}{6}\frac{1}{6}\frac{6}{11}\frac{12}{17}$ 7; et tanta erit illa quantitas. Quem numerum extrahe de $\frac{1}{6}\frac{3}{6}\frac{6}{6}\frac{1}{11}\frac{12}{17}$ 99, remanent $\frac{3}{6}\frac{1}{6}\frac{6}{11}\frac{16}{17}$ 91; et hec est illa quantitas, cum qua, et cum eius usuris persoluitur pensio, et nichil inde in fine remanet: quo facto, pone ut pensio sit 36, ut superius fecimus; et uide cum pensio fuerit 36; quantum erit capitale, cum quo possit tenere domum prescriptis annis 5, et diebus 70; eruntque $\frac{1}{6}\frac{5}{11}\frac{6}{17}$ 110: que cum uellent esse $\frac{3}{6}\frac{1}{6}\frac{6}{11}\frac{16}{17}$ 91, multiplicabis $\frac{6}{6}\frac{1}{6}\frac{6}{11}\frac{16}{17}$ 91 per 36, et diuide per $\frac{1}{6}\frac{5}{11}\frac{6}{17}$ 110, exibunt libre 30 pro quesita pensione, ut in tercia precedenti questione demonstrauimus. |

fol. 118 recto.

« Iterum .... faciebat 6 » (fol. 118 recto, lin. 1-3, pag. 272, lin. 23-25).

pensio
30

Aliter de domo.

Iterum pensio sit libre 30; et quidam prestanit super eandem domum ad easdem usuras tantum quod tenuit domum annis 5, et diebus 70; et in fine suum ei remansit capitale: quia de omnibus 5, quos ipse habuit in suo capitali, faciebat 6 per singulum annum; ergo in omnibus 5 lucratur 1; ergo in quinquies 30, scilicet in 150 lucratur 30, uidelicet pensionem; et tantum habuit ipse. Verum si lucrum uarie de anno in annum proponeretur, alia indigeret regula, uidelicet ut primum pro diebus 70, in quibus de 180 facit 187, ponatur $\frac{180}{187}$; deinde ante ipsas ponatur in ordinem quinquies $\frac{5}{6}$, sicut superius diximus: deinde multiplicabis 5 per 5; que per 5; que per 5; que per 5; que per 180, que sunt super uirgis; et summam, que euenerit, extrahes ex multiplicatione omnium numerorum, que sunt sub uirgis; et summam, que remanserit, diuides per multiplicationem de $\frac{5}{6}\frac{1}{6}\frac{5}{11}\frac{16}{17}$ 91 in numero, qui exierit ex multiplicatione omnium numerorum existentium sub uirgulis in seipsis; et similiter habebis libras 150.

« summam, que .... habebis » (fol. 118 recto, lin. 9 e 10-12, pag. 272, lin. 35-38).

libre prestite
150

De domo.

Iterum capitale sit 150; et lucrum sit, ut supra; et queratur pensionis quantitas. Cum itaque suum capitale ei in fine dictorum annorum proponatur remanere; et semper $\frac{1}{6}$ sui capitalis ipse lucretur, accipe quintam de 150, que est 30; et habeas ea pro quesita pensione.

« Iterum ... pro quesita » (fol. 118 recto, lin. 14-16 e 17, pag. 272, lin. 40-42 e 43).

pensio
30

Aliter de eadem domo.

Rvrsum lucrum sit idem, et pensio sit eadem; et in fine dictorum annorum, et dierum 70, libras 36, ultra suum capitale, ei remansisse proponimus: primum quidem inueniende sunt suprascripte libre 150, cum quibus lucratur pensionem; quibus repertis, uide, ex quo capitali libras 36 lucrari possit: describantur in ordinem $\frac{150}{187}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}$, et multiplicentur omnes numeri, qui sunt super uirgulis, erunt 562500; que extrahe de multiplicatione omnium numerorum, qui sunt sub uirgulis, uidelicet de 454112, remanent 891612; in quorum regula diuide multiplicationem de 562500 in 36, que debent superare super suum capitale, exibunt libre $\frac{1\ 7\ 6\ 2\ 6}{8\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 22; quas adde cum 150, erunt $\frac{1\ 7\ 6\ 6\ 6}{8\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 172; et tantum habuit ipse.

Iterum ponatur, quod capitale ipsius sit $\frac{1\ 7\ 6\ 2\ 6}{8\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 172, et lucrum sit idem; et in fine lucretur libras 36; et quota sit pensio ignoretur. Reperias quidem, secundum quod modo docuimus, ipsum $\frac{1\ 7\ 6\ 6\ 6}{8\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 22, cum quibus lucratur in illis 5 annis, et diebus 70 illas libras 36, que in fine ei preponuntur ultra suum capitale remanere; que extrahantur de $\frac{1\ 7\ 6\ 6\ 6}{8\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 172, remanent 150; de quibus accipiatur quinta pars; ideo quia per singulum annum quintam sui capitalis lucrari proponitur, exibunt 30 pro quesita pensione.

¹ capitali ... de 562500 » (fol. 116 recto, lin. 20 e 21-24, pag. 273, lin. 5-8).

Capitalis prestitus $\frac{1\ 7\ 6\ 6\ 6}{8\ 4\ 7\ 6\ 7}$ 172

² illos libras ... exibunt 30 pro » (fol. 118 recto, lin. 30-32, pag. 273, lin. 14-16).

pensio 30

De milite recepturo pro suo feudo bizanti .ccc.

Qvidam miles erat recepturus a quodam rege causa sui feudi in unoquoque anno bizantios 300; et persoluebantur ei in .IIII.^{or} pagas; et in unaquaque accipiebat bizantios 75, hoc est paga de tribus mensibus. Qui cum necessitate cogeretur, rogauit quemdam diuitem, ut commodaret sibi tot bizantios ad usuras, pro quibus ipse diues acciperet illos bizantios 300, excomputando bizantios 75 uniuscuiusque page, de paga uidelicet in pagam, de capitali et proficuo. Qui acquiescens | uoluntati ipsius, prestauit ei ipsos bizantios ad proficuum duorum bizantiorum per centenarium in uno quoque mense. Queritur, quot bizantios ipse in prestantiam accepit. Primum quidem studeas hanc questionem ad uiagiorum regulam redigere; que sic redigitur: quia in uno quoque mense lucrum 100 bizantiorum est bizantij 2; ergo lucrum centenarij est bizantij 6 in tribus mensibus, scilicet in termino uniuscuiusque page: ergo in unaquaque paga de bizantijs 100 facit 106, hoc est de 50 facit 53: et quia page sunt .IIII.^{or}; IIII.^{or} uiagiorum similitudinem gerunt: et quia paga est bizantij 75, habeantur ipsi pro expendio uniuscuiusque uiagij. Deinde quia de 50 facit 53, pone $\frac{50}{53}$ quater pro .IIII.^{or} pagis sic: $\frac{50}{53}\ \frac{50}{53}\ \frac{50}{53}\ \frac{50}{53}$; et multiplica 50, que sunt super prima uirga, per 53, que sunt sub secunda; que per 53, que sunt sub tercia; que per 53, que sunt sub quarta, erunt 7443850. Item multiplica eandem 50 per 50 secunde uirge; que per 53 tercie; que per 53 quarte, erunt 7022500. Iterum multiplica primam 50 per secundam; que per terciam, erunt 125000; que per 53, que sunt sub quarta uirga, erunt 6625000. Rursum multiplica 50 per 50; que per 50; que per 50, scilicet ea, que sunt super uirgulis, erunt 6250000: que adde cum reliquis tribus modo inuentis numeris, erunt 27341350; que multiplica per 75, erunt 2050601250; que diuide per $\frac{1\ 0\ 0\ 0}{53\ 53\ 53\ 53}$, exibunt $\frac{32\ 6\ 42\ 46}{53\ 53\ 53\ 53}$ 259; et tot fuerunt bizanthij, quos accepit in prestantia.

fol. 118 verso.

³ que per 50 .... prestantia » (fol. 118 verso, lin. 14-17, pag. 273, lin. 38-41).

bizanthij recepti $\frac{26\ 6\ 42\ 45}{53\ 53\ 53\ 53}$ 259

De illo, qui hedifficauit palacium.

Qvidam uulens construere palatium, petijt magistrum, cum quo fecit conuentionem

de septem bizantijs in mense: expleto quidem mense debebat esse persolutus. Predictus magister erat pauperculus; supplicauit illi domino operis, ut mutuaret sibi bizantios 11 pro suis necessarijs. Qui Respondit. Libenter. Sed tali ratione, quod de 60 reddas 61 in mense, secundum quod accidet de 11 bizanthijs; et in fine mensis extrahes tuum pretium, scilicet bizantios 7; et quod remanserit, morabitur cum eadem usura, donec lucraberis reliquos. Magister uero professus fuit, quod dominus asseruit, et laborauit opus duobus mensibus. Queritur, quantum dominus operis debebat superaddere prefato magistro: hec regula, secundum regulam prime domus, est operanda; uidelicet ut superponantur usure unius mensis illorum 11 bizantiorum super ipsos, erunt $\frac{11}{60}11$; de quibus discomputentur bizantij 7, scilicet pretium illius de uno mense, remanent bizantij $\frac{11}{60}4$; quibus extractis de 11, remanent $\frac{49}{60}6$, qui sunt minutio capitalis primi mensis: quem multiplica per 61, et diuide per 60; ideo quia de 60 facit 61, exibunt bizantij $\frac{10\ 2\ 9}{96\ 10\ 10}6$, qui sunt minutio secundi mensis. In quibus studeas diuidere multiplicationem de bizanthijs $\frac{11}{60}$ in 30, uidelicet in diebus mensis, exibunt dies $\frac{21\ 44}{61\ 400}18$. In quibus, et in uno mense expleuit opus, quod debebat magister ipse pro ipsis bizantijs 11 operari: quare extrahantur ipsi de duobus mensibus, remanent dies $\frac{19\ 246}{61\ 400}11$; de quibus ipse magister recepturus erat suum pretium, quod illis diebus ei contigit: quod si reperire uolueris, multiplica ipsos dies $\frac{19\ 246}{61\ 400}11$ per pretium mensis, scilicet per 7, et diuide per 30, scilicet per dies mensis, exibunt bizantij $\frac{49\ 240}{61\ 400}2$; et tantum erat ille recepturus in illis duobus mensibus, ultra illos 11 bizantios, quos primum habuerat.

« que magister .... De eodem » (fol. 118 verso, lin. 35-38; pag. 274, lin. 17-21).

bizanthij
$\frac{49\ 240}{61\ 409}2$

De eodem.

Si dicatur, quod ipse magister laborauit super illis 11 bizantijs tantum, quod dominus operis erat ei daturus | bizantios 4, multiplica 4 per dies 30, erunt 120; que diuide per 7, exibunt dies $\frac{1}{7}17$; quos adde cum mense 1, et diebus $\frac{24\ 44}{61\ 400}18$, erunt dies $\frac{4\ 60\ 102}{7\ 61\ 400}65$; et tantum laborauit ipse.

fol. 119 recto.

« bizantios 4 .... constantinopoli » (fol. 119 recto, lin. 1-4, pag. 274, lin. 23-26).

dies
$\frac{4\ 60\ 402}{7\ 61\ 400}65$

De duobus hominibus, qui habuerunt societatem in constantinopoli.

Dvo homines pariter in constantinopolim habuerunt insimul societatem; quorum unus perrexit alexandriam negotiandi causa, et tulit secum de comuni hentica quantum libuit; stetitque ibi annis 5, et diebus 70, et lucrabatur quintam sui capitalis in uno quoque anno, et inde expendebat per annum bizantios 25. Alius qui remanserat constantinopolim lucrabatur in uno quoque anno septimam sui capitalis; et inde expendebat bizantios 37. In fine autem dictorum 5 annorum, et 70 dierum, cum socijs (*sic*) eius fuisset reuersus, nil ei remansit; et socius eius lucratus fuit in suprascripto termino quantum a principio socio suo remanserat. Queritur, quantum unusquisque habuit de eorum hentica comuni. In hac questione due uiagiorum regule, uel domus competenter possunt intelligi: prima quidem de ipso, qui constantinopolim remanserat, cum in unoquoque anno septimum sui capitalis lucraretur, talis est ac si diceretur, quod de 7 faciebat 8; pro 5 enim annis, et diebus 70, uiagij 5, et $\frac{70}{360}$ unius uiagij intelligitur. Et expendium unius cuiusque anni, quod faciebat, scilicet bizantij 37, est tantum, quantum si diceres, quod in uno quoque uiagio ipsos expenderet; uel quod in uno quoque anno excomputabat ipsos pro pensione domus: et cum ei nil remansisse proponatur, incipiendum est, secundum regulam domus, ab illis 70 diebus, uidelicet ut inuenias de quanto capitali potuit facere expendium, quod in illis 70 diebus fecerat; quod sic in-

uenire per regulam domus docuimus: scilicet quia cum in anno de 7 facit 8; ergo in diebus 70 de 7 facit $\frac{7}{36}7$ unius bizantij, cum ipsi 70 dies sint $\frac{7}{36}$ unius anni: ergo de 252 facit 259, hoc est quod de 36 facit 37. Quare describendi sunt $\frac{36}{37}$; deinde uideas quantum expendium accidit illis diebus 70. Multiplica enim expendium anni, scilicet 37, per dies 70; et diuide per 360, exibunt bizanti $\frac{3\ 1}{4\ 9}7$; et tantum est expendium 70 dierum; quod multiplica per 36, que sunt super 37; et diuide per ipsa 37, exibunt bizanti 7; et tantum habuit ipse post moram quinque annorum. Deinde ex anno in annum usque quod ad caput primi anni deuenies, sicuti in domus regula fecimus, studeas operari; uidelicet ut cum repertis modo septem bizanthijs addas expendium quinti anni, scilicet 37, erunt 44; que multiplica per 7, et diuide per 8; ideo quia de 7 facit 8, exibunt $\frac{1}{2}38$; et tantum remanserat ei, cum iam .iiii.or transierant anni: super quos adde expendium quarti anni, scilicet 37, erunt bizantij $\frac{1}{2}75$; que multiplica per 7, et diuide per 8, exibunt bizantij $\frac{1\ 0}{2\ 8}66$; et tantum remansit ei post triennium: cum quibus adde expendium tercij anni, uidelicet 37, erunt $\frac{1\ 0}{2\ 8}103$; que multiplica per 7, et diuide per 8, exibunt bizantij $\frac{1\ 3\ 1}{2\ 8\ 8}90$; et tantum remansit ei post biennium: cum quibus additis bizantijs 37, quos expenderat in secundo anno, erunt $\frac{1\ 3\ 1}{2\ 8\ 8}127$; que multiplica per 7, et diuide per 8, exibunt bizantij $\frac{1\ 0\ 2\ 3}{2\ 8\ 8\ 8}111$; et hoc est quod remanserat ei post expendium primi: cum quibus additis bizantijs 37, scilicet ipsius anni expendium, erant bizantij $\frac{1\ 0\ 2\ 3}{2\ 8\ 8\ 8}148$; quos multiplica per 7, et diuide per 8; que multiplicatio sic fit: protrahes uirgam, sub qua sint 2, et 8, et 8, et 8, sicuti sunt sub uirga numeri, quem multiplicare uis per 7; sub qua etiam ex parte dextra pones 8, scilicet diuisorem, et multiplicabis 7 per 1, quod est super 2, et erunt 7; que di- fol. 119 verso.
uides per eadem 2, exibunt 3, et remanet 1: pone remanens 1 super 2, et 3 serua in manu; et multiplica 7 per 0, quod est super 8, ueniet 0, quod adde cum 3 seruatis, erunt 3; que diuides per 8, qui inter diuisores octonarios est primus diuisor, exibit 0, et remanent 3: pone 3 super ipsa 8, et multiplica 7 per 2, que sunt super secundum octouarium, erunt 14; quibus diuisis per eadem 8, exijt 1, et remanent 6: pone 6 super 8, qui inter diuisores octonarios est secundus, et reserua 1; et multiplica 7 per 2, que sunt super 8 in ultimo uirge, erunt 14; cum quibus adde unum seruatum, erunt 15; que diuide per penultima 8 uirge seruate, exibit 1, et remanent 7: pone 7 super ipsa 8, et serua 1; quod adde multiplicationi de 7 in 148, erunt 1037; que diuide per 8, que sunt ultima sub uirga protracta, exibunt bizantij $\frac{1\ 3\ 6\ 7\ 5}{2\ 8\ 8\ 8\ 8}129$; et tantum habuit de comuni hentica ipse, qui constantinopolim remanserat. Deinde accedendum est ad eum, qui alexandriam perrexerat; quod secundum uiagiorum uel domus regulam oportet operari, scilicet per eam, in qua preponitur de ipso, qui tenuerat domum annis 5, et diebus 70; et super ipsius capitale lucratus fuit in finem bizantios $\frac{1\ 3\ 6\ 7\ 5}{2\ 8\ 8\ 8\ 8}129$, uidelicet eos, qui remanserunt ei, qui constantinopolim permanserat: que sic superius esse operanda demonstrauimus, uidelicet ut primum inueniatur de quantis bixanthijs potest tantum proficuum habere, unde possit de proficuo facere expendium; et ipsi in finem non comminuantur; qui sic inuenientur. Accipe bizantios 25, qui sunt expendium, et multiplica eos per 5. Ideo quia lucrabatur $\frac{1}{5}$ sui capitalis, erunt 125; de quorum lucro potes facere expendium; et in fine non comminuentur. Deinde quia de 5 facit 6, scribende sunt $\frac{5}{6}$ quinquies propter annos 5 sic: $\frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}$. Rursum quo-

niam in uno quoque anno de 5 facit 6; ergo in diebus 70 de 5 facit $\frac{7}{36}5$, hoc est, quod de 180 facit 187: quare ponenda sunt 180 super 187, et describenda in ordine cum alijs $\frac{5}{6}$ sic : $\frac{180}{187}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}\ \frac{5}{6}$: deinde multiplica omnes numeros, qui sunt super uirgulis, erunt 562500, que habeantur loco capitalis; que extrahe ex multiplicatione numerorum, qui sunt sub uirgulis, que est 1454112, que habentur loco capitalis, et lucri, remanent 897612 pro lucro: in quorum regula diuide multiplicationem de 5625 in $\frac{1\ 3\ 5\ 7\ 3}{2\ 5\ 8\ 8\ 8}129$, scilicet in capitale ipsius, qui constantinopolim remanserat, exibunt bizanti $\frac{4\ 7\ 4\ 4\ 6\ 2\ 4\ 5\ 9}{2\ 8\ 8\ 8\ 8\ 2\ 4\ 7\ 6\ 7}81$, qui sunt bizantij; cum quibus ipse absque expendio lucratus fuerit bizantios, qui remanserunt, qui constantinopolim remanserat: cum quibus adde 125, cum quibus totum expendium lucrabatur, erunt bizantij $\frac{1\ 7\ 4\ 4\ 6\ 2\ 4\ 4\ 6\ 9}{2\ 8\ 8\ 8\ 8\ 2\ 4\ 7\ 6\ 7}206$; et tantum portauit de comuni hentica ipse, qui in alexandriam perrexerat.

« constantinopolim . . . tantum » (fol. 119 verso, lin. 29 a 30-34; pag. 276, lin. 7-10).

Bizanthij illius qui iuit ad Alexandriam
$\frac{1\ 7\ 4\ 4\ 6\ 2\ 4\ 4\ 6\ 9}{2\ 8\ 8\ 8\ 8\ 2\ 4\ 7\ 6\ 7}206$

Incipit pars VII.ª de regulis erraticis de duobus hominibus, qui detulerunt lanam ad naulum.

Qvidam duxit in quadam naue lane fasces 13 equali pretio ad naulum ; et alius fasces 17 eiusdem pretij: cum uenissent ad locum, in qun debebat descendere naucle-rus, petiuit eis naulum constitutum: qui cum non haberent denarios, unde naulum persol|uerent, dixit ei primus : Accipe unum de meis fascibus pro naulo meorum 13 fascium, et redde mihi superfluum. Qui cum accepisset, reddit soldos 10 pro hoc, quod fascis ualebat, plus nauli eorum 13 fascium. Cum autem exigeret naulum alij homini de fascibus 17, accepit unum fascium ab ipso, et reddidit ei soldos 3. Queritur, quot ualebat fascis; et quot pro unoquoque fasce naulum dabatur. Accipe differentiam, que est a fascibus 13 usque in fasces 17, que est 4. Item accipe illud, quod est inter soldos 10, et soldos 3, quod est soldi 7: ergo pro fascibus 4, quod vnus habuit amplius alio , fuit ei redditum, minus soldi 7: quare euidentissime uidetur, quod nauclerius pro ipsis 4 fascibus retinuit soldos 7 : ergo de omnibus .IIIJ.^{or} fascibus dabantur naulum soldi 7: ergo si soldi 7, qui sunt denarij 84, diuiderimus per fasces 4, exibunt denarij 21 pro naulo uniuscuiusque fascis; ergo de fascibus 13 erat daturus ille, qui eos duxerat pro naulo denarios 13 uice 21 , qui sunt soldi 22, et denarij 9 : quibus superadditis soldis 10, quos nauclerus ei reddidit, erunt soldi 32 , et denarij 9; et tantum ualuit unusquisque fascium. Et si acceperis naulum de fascibus 17 alterius hominis, quod est soldi 29, et denarij 9, quod exijt ex multiplicatione denariorum 21 in 17; et super addideris soldos 3, quos nauclerius ei reddidit, ad eosdem soldos 32, et denarios 9 deuenies.

fol. 120 recto

« denarij 21 . . . hominis, quod » (fol. 120 recto, lin. 11-14; pag. 276, lin. 26-30).

primum fascium	
soldi	denarij
32	9

De mercatore deferente lapides preciosos Constantinopulim.

Mercator quidam deferens lapides pretiosos 5 equali pretio in constantinopolim ad uendendum, erat primo transiturus per commertia 3; et cum ad primum deueniret commercium; ex amicitia remissum est ei totum commertium, accipiens cartam, quod de uno lapide commertium non exigeretur in secundo , et tercio commertium ; qui cum ad secundum ueniret commertium, commertiarius abstulit ex 4 lapidibus unum, restaurans ei bizantios 106. Ad tercium cum ueniret commertium, commertiarius abstulit ei de tribus unum , et restaurauit ei bizautios 150. Queritur, quot ualebat unusquisque lapis; et quot dabatur pro commertio de uno quoque lapide: hoc quod dicitur de primo commertio, non dicitur nisi pro derisu, ut impediantur rudes. Sed de duobus alijs commertijs est sicutr de nauclerio, qui erat recepturus naulum de .IIIJ.^{or} lapidibus, et tribus:

quare extrahantur 3 de 4, remanent 1; in quo diuides 50, qui est differentia, que est a 100 usque in 150, exibunt 50; et tot dabatur commertium de uno qnoque lapide: que multiplica per lapides 4, erunt bizantij 200; qui addantur cum bizautijs 100, qui redditi fuerunt in secundo commertio, erunt bizantij 300; et tantum ualuit unusqnisque lapis. Et si multiplicaueris eadem 50 per lapides 3, et superaddideris bizantios 150, ad eosdem bizantios 300 peruenies.

Ex duobus hominibus unus habuit pisces 12, et alter pisces 13; et fuerunt omnes pisces unius pretij. Commertiarius autem abstulit primo piscem, et denarios 12 pro dirictura. Et alio abstulit pisces 2, et reddidit ei denarios 7; queritur commertium, et pretium uniuscuiusque piscis. Quia de 12 piscibus dantur pro dirictura piscis unus, et denarij 12; ergo de unoquoque pisce datur $\frac{1}{12}$ unius piscis, et denarius 1. Quare secundus homo pro tredecim piscibus debuit dare $\frac{13}{12}$ unius piscis, et denarios 13, pro quibus | dedit pisces 2, minus denarijs 7; ergo $\frac{13}{12}$ unius piscis, et denarij 13 equantur duobus piscibus, minus denarijs 7. Quare si comuniter addantur denarij 7, erunt quod duo pisces equantur $\frac{13}{12}$ unius piscis, et denarijs 20: ex quibus si comuniter auferantur $\frac{13}{12}$ piscis, remanebunt $\frac{11}{12}$ unius piscis, que equantur denarijs 20, hoc est quod $\frac{11}{12}$ piscis ualent denarios 20: proportionaliter ergo est sicut 11 ad 12, ita 20 ad pretium piscis. Quare per 11 diuides multiplicationem de 12 in 20, exibunt denarij $\frac{9}{11}$ 21 pro pretio unius piscis; cuius $\frac{1}{12}$, scilicet $\frac{9}{11}$ 1, adde cum uno denario, erunt $\frac{9}{11}$ 2, qui sunt commertium uniuscuiusque piscis. Verbi gratia. Commertium piscium 12 est denarij $\frac{9}{11}$ 33, qui procreantur ex ductis $\frac{9}{11}$2 in 12, qui equantur pretio unius piscis, et denarijs 12. Similiter commertium de piscibus 13 est denarij $\frac{7}{11}$ 36, qui equantur pretio duo piscium, minus denarijs 7, ut oportet. Et si proponatur, quod ex 12 piscibus commertiarius tolleret piscem, et redderet denarios 12; et pro piscibus 13 tolleret pisces 2, minus denarijs 7, esset hec questio insolubilis. Inuenies enim per consimilem inuestigationem, quod $\frac{11}{12}$ unius piscis, minus denarijs 13, equantur duobus piscibus, minus denarijs 7: quare si comuniter addantur denarij 13, ueniet quod $\frac{13}{12}$ unius piscis equantur duobus piscibus, et denarijs 6; quod est inconueniens. Et si pro 12 piscibus tolleretur piscis, minus denarijs 7; et pro 13 tollerentur pisces 2, minus denarijs 12, tunc $\frac{11}{12}$ unius piscis, minus denarijs $\frac{7}{12}$ 7, equantur piscibus 2, minus denarijs 12. Quare si comuniter addantur denarij 12, et auferantur $\frac{11}{12}$ piscis, remanebunt $\frac{13}{12}$ unius piscis, equales de denarijs $\frac{5}{12}$ 4. Quare multiplica $\frac{5}{12}$ 4 per 12, et diuide per 11, exibunt $\frac{9}{11}$ 4 pro pretio uniuscuiusque piscis. Et quia sunt minus de denarijs 7, quos reddidit commerzarius ei, cui abstulit piscem; uidetur hec questio esse insolubilis, cum commerzarius reddat ei plusquam accipiat ab eo. Sed si proponeretur, quod superfluum, quod fuit redditum primo homini, esset ad superfluum, quod fuit redditum secundo, sicut pisces unius ad pisces alterius, hoc est sicut 12 est ad 13; tunc unusquisque piscis ualeret inuentos denarios $\frac{9}{11}$ 4.

Qvidam emit minuta 5 pro 1 denario, et inuestiuit in ea denarios 10, et uendidit alia minuta 7 pro denario 1; et lucratus fuit denarios 11 in illis 10 denarijs; queritur, que minuta fuerunt illa, que emit; et que illa que uendidit, sic facies: multiplica 5 per 10, erunt 50: deinde pone 5 super 50 sic: $\frac{5}{50}$; et talia fuerunt minuta illa, que emit pro uno denario: ergo pro 10 denarijs emit $\frac{50}{50}$, hoc est integrum unum, quem uendidit

fol. 120 verso.

in talia minuta. Vnde habuit ex ipso denarios 21, scilicet 10, quos inuestiuerat, et 11, quos fuit superlucratus : quare multiplica 7 per 21, erunt 147; super que pone 7 sic : $\frac{7}{147}$; et talia fuerunt minuta illa, que uendidit.

De illo qui intrauit in uiridario pro pomis colligendis.

Qvidam intrauit iu quoddam uiridarium, in quo erant porte 7, et accepit ibi summam quamlibet pomorum ; qui cum uellet exire , oportuit eum dare primo hostiario medietatem omnium pomorum, et unum amplius; secundo hostiario medietatem residuorum pomorum, et uuum amplius. Qui cum ita daret reliquis 5 hostiarijs, compertum est ei unum pomum. Queritur, quot fuerunt poma illa, que de pomerio collegerat; sic facies: pro uno pomo, quod ei remanserat, tene 1; super quod adde unum pomum, quod ultimo hostiario dederat, erunt 2; que duplica, eruut 4; et tantum habuit, cum ad ultimum deueniret hostia|rium: super que adde illud pomum, quod dedit sexto hostiario, erunt 5; que duplica, erunt 10; et tantum remausit ei post exitum 5 portarum: super que adde unum pomum quinti hostiarij, erunt 11; que duplica, erunt 22; super que adde 1 pro illo pomo, quod dedit quarto hostiario, erunt 23; que duplica, erunt 46: super que adde 1 pro illo pomo, quod dederat tercio hostiario, erunt 47; que duplica, erunt 94: super que adde 1 pro eo pomo, quod dederat secundo hostiario, erunt 95; que duplica, erunt 190; cui superadde 1, quod dedit prime porte; et duplica summam, erunt 382; et tot fneruut illa poma: et sic reuertendo, secundum quod propositum fuerit, in ordinem retro, poteris quamlibet similium positionum reperire. (fol. 121 recto)

Aliter pone ipsum collegisse a principio rem , de qua dedit prime porte $\frac{1}{2}$, et pomum 1. Remansit ergo $\frac{1}{2}$ rei, minus 1, de quo secunde porte dedit medietatem, et pomum unum : ergo remansit ei quarta rei, minus pomo $\frac{1}{2}$ 1, de quo dedit tercie porte dimidium, et pomum 1. Quare remansit ei $\frac{1}{8}$ rei, minus pomo $\frac{3}{4}$ 1, cuius medietatem dedit quarte porte, pomo 1 addito; et sic remansit ei $\frac{1}{16}$ rei, minus pomo $\frac{7}{8}$ 1: cuius medietatem, uno pomo addito, cum dedisset quinte porte, remansit ei $\frac{1}{32}$ rei, minus pomo $\frac{15}{16}$ 1; cuius medietatem cum dedisset, pomo 1 addito, sexte porte, remansit ei $\frac{1}{64}$ rei, minus pumo $\frac{31}{32}$ 1: ex quo ctiam, cum dedisset septime porte medietatem, pomo 1 addito, remansit ei $\frac{1}{128}$ rei, minus pomu $\frac{63}{64}$ 1, que equantur uui pomo, ei uidelicet, quod remansit post exitum septem portarum. Si comuniter addatur pomum $\frac{63}{64}$ 1, ueniet quod $\frac{1}{128}$ rei equatur pomis $\frac{63}{64}$ 2. Quare multiplica $\frac{63}{64}$ 2 per 128, erunt similiter poma 382.

De integrorum commistione cum minutis.

« et 3 faciunt . . multiplica $\frac{3}{5}$ » (fol. 121 recto, lin. 24-29; pag. 278, lin. 36-40).

integri 4	
quinti 12	
uigesimi quinti 9	

Si propositum fuerit commiscere 2 integra cnm minutis tribus, ut dicamus cum $\frac{3}{5}$, et fiant 5 ita comixta, hoc est 2 et 3 faciunt 5 : deinde multiplicentur 5 per 5, et faciunt 25; et queratur de istis 25, quid fiant. Sic facies: describe $\frac{3}{5}$ 2 bis, tanquam ad inuicem ea debeas multiplicare : deinde multiplica 2 integra per 2 integra, erunt integra 4, que seruentur. Postea multiplica 2 integra, que sunt in superiuri linea, per 3, que sunt super 5 de inferiori, erunt $\frac{6}{5}$: et econuerso multiplica 2 integra inferiura per 3, que sunt super 5 de superiori, erunt similiter $\frac{6}{5}$; quibus insimul additis, faciunt $\frac{12}{5}$. Post hcc multiplica $\frac{3}{5}$ per $\frac{3}{5}$, faciunt $\frac{9}{25}$; et talia erant illa 25, hoc est quod .IIII.^{or} ipsorum sunt integra , et 12 eorumdem sunt quinte : reliqua uero 9 sunt uigesime quinte; que si insimul coadunaueris, faciendo integra de minutis, peruenies in summam multiplicatiunis de $\frac{3}{5}$ 2 in $\frac{3}{5}$ 2. Verbi gratia : si $\frac{4}{5}$ 2 per $\frac{3}{5}$ 2 multiplicaueris, facient $\frac{12}{25}$ 6;

et si coadunaueris 4 integra cum $\frac{12}{5}$, erunt $\frac{2}{5}$ 6: quibus si superaddideris $\frac{5}{35}$, facient $\frac{19}{35}$ 6, ut prediximus. Item si dictum fuerit, quod additis 2 integris cum $\frac{2}{5}\frac{3}{4}$, faciant 7; et additis 5 cum $\frac{8}{9}\frac{6}{7}$, faciant 19: et multiplicentur 7 per 19, que faciunt 133; et queratur de illis 133, quid sint: describes itaque $\frac{2}{5}\frac{3}{4}$ 2, et $\frac{8}{9}\frac{6}{7}$ 5 tamquam ea ad inuicem debeas multiplicare; et incipies multiplicationem ab integris, scilicet multiplica 2 per 5, faciunt 10, que sunt integra : deinde multiplica 2 per $\frac{6}{7}$, erunt $\frac{12}{7}$, quas serua ; et 5 | integra multiplica per $\frac{3}{4}$, erunt $\frac{15}{4}$. Rursus multiplica 2 integra per $\frac{8}{9}$, erunt $\frac{16}{9}$; et 5 per $\frac{2}{5}$, erunt $\frac{10}{5}$; et $\frac{3}{4}$ per $\frac{6}{7}$, erunt $\frac{18}{28}$. Post hec multiplica $\frac{3}{4}$ per $\frac{8}{9}$, erunt $\frac{24}{36}$; et $\frac{6}{7}$ per $\frac{2}{5}$, erunt $\frac{12}{35}$. Et adhuc $\frac{2}{5}$ per $\frac{8}{9}$, erunt $\frac{16}{45}$; et talia sunt illa 133, uidelicet 10 ipsorum sunt integra, et 12 eorum sunt septime, et 15 sunt $\frac{1a}{4}$, et deinceps reliqua sunt, sicuti superius modo inuenimus; que omnia insimul iuncta reddunt 133 : que si naturaliter addideris, reuerteris in summam multiplicationis de $\frac{2}{5}\frac{3}{4}$ 2 in $\frac{8}{9}\frac{6}{7}$ 5; et sic ex eorum similibus studeas operari.

* per $\frac{2}{5}$ faciant ....faciunt $\frac{19}{35}$ 6. (fol. 121 recto, lin. 30-34. pag. 278, lin. 40-43; — pag. 279, lin. 1).

$\frac{3}{5}$	2
$\frac{3}{8}$	2

fol. 121 verso.

Qvidam ad finem ueniens, maiori filiorum precepit dicens: Substantiam mobilie mee inter uos sic diuidite. Tu bizantium unum accipias, et septimam reliquorum ; alteri uero filiorum dixit. Et tu bizantios 2 accipias, et septimam partem reliquorum. Alteri uero, ut 3 bizantios acciperet, et $\frac{1}{7}$ reliquorum imperauit. Et sic uocauit omnes suos filios per ordinem, dando unicuique amplius unum quam alteri; et deinceps semper $\frac{1}{7}$ reliquorum; ultimus autem habuit residuum. Contingit autem, quod unusquisque habuit de substantia patris eorum equaliter, predicta conditione. Queritur, quot fuerunt filij; et quanta fuit pecunia ipsius. Ita enim facies: pro septimo, quod dabat unicuique, retineas 7; de quibus extrahe 1, remanent 6; et tot fuerunt filii eius: que 6 in se multiplicata faciunt 36; et tot fuerunt bizantij illius. Et si primus filiorum haberet $\frac{1}{7}$ substantie patris , et postea bizantium 1 ; et secundus haberet $\frac{1}{7}$ reliqui, et bizantios 2; et hoc modo procederet in reliquis filijs, addendo unicuique per ordinem bizantium 1; tunc filij essent similiter 6, et bizantij essent septies 6, scilicet 42. Et si in unaquaque questione primus habuisset bizantios 3; secundus 6, et reliqui haberent similiter suos bizantios per ascensionem ternarij; tunc filij essent similiter 6, et summa bizantiorum esset triplum dictarum summarum, scilicet de 36, et de 42.

Item diuisi numerum in partes; et prime parti dedi unum, et $\frac{2}{11}$ residui; secunde quidem dedi 2, et $\frac{2}{11}$ residui; et sic addidi 1 unicuique parti, dans similiter ei $\frac{2}{11}$ residui; et fuerunt partes equales: queritur, quot fuerunt partes; et que fuit summa : diuide 11 per 2, que sunt super 11, uenient $\frac{1}{2}$ 5; ex quibus tolle 1, remanent $\frac{1}{2}$ 4; et tot fuerunt partes; que insimul multiplicata, erunt $\frac{1}{4}$ 20 pro numero diuiso. Et si prime darem 4 ex numeris, et secunde 8; et reliquis darem per ordinem numeros ascendentes per 4; tunc summa esset 81, scilicet quadruplum de $\frac{1}{4}$ 20. Nam si prime parti darem $\frac{2}{11}$; et de reliquis 1, et cetera ut supra, partes similiter essent $\frac{1}{2}$ 4 ; et summa esset $\frac{3}{4}$ 24, que ueniunt ex $\frac{1}{2}$ 4 in $\frac{1}{2}$ 5: et si numerus prime partis esset 5; secunde 10 , et cetera , multiplica $\frac{3}{4}$ 24 per 5 ; et si loco de $\frac{2}{11}$ ponerentur $\frac{3}{11}$, diuides 11 per 3 ; et deinceps fac ut supra.

Rvrsus diuisi numerum dragmarum in partes; et dedi prime parti dragmas 2, et $\frac{6}{31}$ residui ; secunde uero parti dedi 3 plus, scilicet 5; et de residuo dedi eidem $\frac{6}{31}$; tercie quidem dedi 3 plus, scilicet 8; et deinceps processi in reliquis partibus eodem modo

per ordinem, dando unicuique 3, plus antecedente parte et amplius $\frac{6}{31}$ unicuique de residuo; et fuerunt omnes partes equales: queritur, | quot fuerunt partes; et qui fuit numerus diuisus. Soluam itaque hanc questionem per regulam rectam hoc modo: ponam rem pro numero illo, de quo dedi prime parti 2, remansit res, minus dragmis 2; de qua dedi eidem prime parti $\frac{6}{31}$, scilicet $\frac{6}{31}$ rei, minus $\frac{12}{31}$ dragme: quibus additis cum dragmis 2, faciunt $\frac{6}{31}$ rei, et dragmam $\frac{19}{31}$ 1; que sunt portio prime partis: quibus extractis ex re, remanent $\frac{25}{31}$ rei, minus dragma $\frac{19}{31}$ 1: de quibus dedi secunde parti 5, remanserunt $\frac{25}{31}$ rei, minus dragmis $\frac{19}{31}$ 6: de quibus etiam dedi secunde parti $\frac{6}{31}$ ipsorum, scilicet $\frac{150}{961}$ rei, minus $\frac{6}{31}$ de dragmis $\frac{19}{31}$ 6; quas sic accipies: multiplicabis 6 per 31, et addes 19, erunt $\frac{205}{31}$: de quibus accipe $\frac{6}{31}$, scilicet multiplica 6 per 205, et diuide per 961, scilicet per $\frac{4}{31}\frac{9}{31}$, exibit dragma $\frac{269}{961}$ 1: adde ergo $\frac{150}{961}$ rei, minus dragma $\frac{269}{961}$ 1 cum dragmis 5, quas dedi secunde parti, erunt $\frac{150}{961}$ rei, et dragme $\frac{692}{961}$ 3; et tot fuit secunda pars, que equantur prime parti, scilicet $\frac{6}{31}$ rei, et dragme $\frac{19}{31}$ 1: comuniter auferatur dragma $\frac{19}{31}$ 1, remanebunt $\frac{150}{961}$ rei, et $\frac{2025}{961}$ dragme, que equantur $\frac{6}{31}$ rei. Comuniter auferantur $\frac{150}{961}$ rei, remanebunt $\frac{36}{961}$ rei, que equantur $\frac{2025}{961}$ dragme, hoc est, quod res 36 sunt dragme 2025. Quare diuide 2025 per 36, exibunt $\frac{1}{4}$ 56 pro quesito numero; de quo extrahe 2, que dedi prime parti, remanent $\frac{1}{4}$ 54; quorum $\frac{6}{31}$ sunt $\frac{1}{2}$ 10: que adde cum 2, erunt $\frac{1}{2}$ 12; et tot uenit unicuique parti; et partes quesite sunt $\frac{1}{2}$ 4, que ueniunt ex diuisis $\frac{1}{4}$ 56 per $\frac{1}{2}$ 12: extrahe quidem $\frac{1}{2}$ 12 de $\frac{1}{4}$ 56, remanent $\frac{3}{4}$ 43: de quibus dedi secunde parti 5, remanserunt $\frac{3}{4}$ 38; quorum $\frac{6}{31}$ sunt $\frac{1}{2}$ 7: et sic secunda pars fuit equalis prime. Extractis itaque $\frac{1}{2}$ 7 de $\frac{3}{4}$ 38, remanent $\frac{1}{4}$ 31: de quibus dedi tercie parti 8, remanserunt $\frac{1}{4}$ 23; quorum $\frac{6}{31}$ sunt $\frac{1}{2}$ 4; et sic tercia pars fuit equa prime, et secunde. Extractis rursus $\frac{1}{2}$ 4 de $\frac{1}{4}$ 23, remanent $\frac{3}{4}$ 18; de quibus dedi quarte parti 11, remanserunt $\frac{3}{4}$ 7; de quibus dedi $\frac{6}{31}$ eidem, scilicet $\frac{1}{2}$ 1; et sic quarta pars fuit equalis reliquis partibus: quo $\frac{1}{2}$ 1 extracto de $\frac{3}{4}$ 7, remanent $\frac{1}{4}$ 6, scilicet portio, que remanet dimidie parti residue; quia partes sunt $\frac{1}{2}$ 4. Ex hac quidem inuestigatione talem extraxi regulam: posui $\frac{6}{31}$ ex parte, et extraxi 2, que dedi prime ex augmento reliquarum partium, scilicet de 3, remanserit 1; quod multiplicaui per 31, et superaddidi 50, que proueniunt ex multiplicatione predictorum 2 in 25; que 25 remanent de 31, cum extrahuntur inde 6, que sunt super uirgam: que 81 multiplicaui per eadem 25, fuerunt 2025; et multiplicaui 6 predicta in se, fuerunt 36; in quibus diuisi 2025, ut supra; et habui $\frac{1}{4}$ 56 pro quesito numero. Item multiplicaui augmentum, scilicet 3 per 6, que sunt super 31, fuerunt 18; in quibus diuisi 81; et habui $\frac{1}{2}$ 4 pro numero partium. Rursus multiplicaui augmentum per 25 inuenta, et diuisi summam per 6, et habui $\frac{1}{2}$ 12 pro numero contigenti unicuique parti. Et si primum darentur $\frac{6}{31}$ unicuique parti, et postea darentur numeri predicti per ordinem; tunc predicta 81 multiplicaui per 31; et diuide summam per 36, ut supra, exibunt $\frac{3}{4}$ 69 pro summa numeri quesiti: et diuides iterum 81 per 18, exibunt similiter $\frac{1}{2}$ 4 pro quantitate partium. Item | augmentum, scilicet 3, multiplica per 31, et summam diuide per 6, que sunt super 31, exibunt $\frac{1}{2}$ 15; et tot contingunt unicuique parti.

Item prime parti dedi 3, et de residuo dedi eidem $\frac{5}{19}$, et creui numeros per ascensionem binarij, dans de residuo unicuique parti $\frac{2}{19}$: pone $\frac{5}{19}$ ex parte cum augmento, et cum numero primo, scilicet cum 2, et 3. Et quia 3 de 2 extrahi non possunt,

fol. 122 recto

« remanent $\frac{1}{4}$ 6 . . . fuerunt 2025 » (fol. 122 recto, lin. 25 e 26-31; pag. 280, lin. 25-30).

25	2
$\frac{6}{31}$	3
	1

fol. 122 verso

« Item . . . remanent » (fol. 122 verso, lin. 3-8, pag. 280, lin. 41, pag. 281, lin. 3).

14	1
$\frac{5}{19}$	3
	2

scilicet primus numerus de augmento; tunc extrahes 2 de 3, remanet 1; quod multiplica per 19, erunt 19, que serua: et extrahe 5, que sunt super 19, de 19, remanent 14; que multiplica per 3, erunt 42; de quibus extrahe seruata 19, remanent 23; que multiplica per 14, erunt 322; que diuide per multiplicationem de 5 in se, exibunt $\frac{22}{25}$ 12 pro numero diuiso. Item multiplica 2, scilicet augmentum, per 5, exibunt 10: in quibus diuide 23, ueniunt $\frac{3}{10}$ 2 pro quantitate partium. Item multiplica augmentum per 14, erunt 28; que diuide per 5, exibunt $\frac{3}{5}$ 5; et tot contingunt unicuique parti. Et si primum darentur $\frac{3}{19}$; et postea darentur dictos numeros per ordinem; tunc partes essent eedem; et multiplicabis augmentum per 19, erunt 38; que diuides per 5, exibunt $\frac{3}{5}$ 7, et tot contigerent unicuique parti. Et multiplica 19 per 23, et diuide per 25; et habebis summam numeri diuisi, que est $\frac{12}{25}$ 17: coadunaueris integra cum , erunt ; quibus si superaddideris , facient , (*sic*) ut prediximus.

De tribus hominibus denarios habentibus.

Svnt tres homines denarios habentes; ex quibus si denarios primi per denarios secundi multiplicaueris, facient aliquem numerum. Item si denarios secundi per denarios tercij multiplicaueris, facient duplum eius. Rursum si denarij tercij per denarios primi multiplicaueris, facient triplum multiplicationis primi in denarios secundi. Queritur, quot unusquisque habuit. Quia multiplicatio denariorum secundi in denarios tercij facit duplum multiplicationis eiusdem secundi in denarios primi; ideo manifestum est, quod tercius homo habet duplum primi. Iterum quia multiplicatio denariorum tercij hominis in denarios primi facit triplum respectu multiplicationis eiusdem primi in secundum, oportet, ipsum tercium hominem habere triplum secundi hominis: quare reperiatur numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, scilicet 6; et tantum habuit tercius homo: de quibus accipe $\frac{1}{2}$, quod est 3; et tantum habuit primus: et ex ipso accipe $\frac{1}{3}$, quod est 2; et tantum habuit secundus. Verbi gratia: multiplicatio de 3 in 2 facit 6; et multiplicatio de 2 in 6 facit 12, que sunt duplum de 6; et multiplicatio de 6 in 3 facit 18, que sunt triplum multiplicationis primi in secundum, scilicet de 6.

De homine, qui emit 100 *staria frumenti.*

Qvidam emit staria frumenti 100 pro bizantijs 100, ex quibus uendidit staria 50 ad rationem de starijs $\frac{1}{4}$ 1 pro bizantio 1; et alia 50 uendidit ad rationem de $\frac{3}{4}$ unius starij pro bizantio 1: queritur, quantum ipse in ipsis 100 starijs fuit lucratus. Quia uendidit staria 50 ad rationem de stario $\frac{1}{4}$ 1, fac quartas de $\frac{1}{4}$ 1, erunt 5; et de starijs 50 fac quartas, erunt 200; quas diuide per 5, exibunt bizantij 40; et tantum uendidit ipse illa staria 50. Item quia uendidit alia staria 50 ad rationem de $\frac{3}{4}$ unius starij pro bizantio 1, facies quartas de illis starijs 50, erunt 200; quas diuide per 3, exibunt bizantij $\frac{2}{3}$ 66; et tantum uendidit alia 50 sextaria: quibus additis cum bizantijs 40, scilicet cum pretio illorum 50 stariorum, erunt bizantij | $\frac{2}{3}$ 106; et tantum uendidit totum frumentum: ex quibus extractis bizantijs 100 capitalis, remanent pro ipsius lucro bizantij $\frac{2}{3}$ 6. Aliter quia uendidit quartas 3, et 5 pro bizantio 1, diuide 100 per $\frac{15}{16}$, exibunt similiter pro lucro bizantij $\frac{2}{3}$ 6: hec enim regula pro multis alijs similibus tibi sufficiat. fol. 123 recto.

Est numerus qui, cum diuiditur per 2, uel per 3, uel per 4, aut per 5, seu per 6, semper superat ex eo 1 indiuisibile; per 7 uero integraliter diuiditur. Queritur, qui sit numerus ille: quia preponitur, quod semper superat 1, cum diuidetur per 2, uel per

3, uel per 4, uel per 5, uel per 6; ergo extracto ipso 1 de numero, diuidetur residuum per unumquemque suprascriptorum integraliter: quare reperias numerum, in quo reperiantur $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{6}$; eritque numerus ille 60; quem diuide per 7, superant 4, qui uellent esse 6. Ideo quia totus numerus per 7 diuiditur; ergo numerus, qui fuerit unum minus eo, cum per 7 diuidatur, 6 inde superare necesse est, hoc est 1, minus septenario numero: quare duplicetur 60, uel triplicetur, uel multiplicetur per alium quemlibet numerum, donec multiplicatio ascendat in talem numerum, qui cum diuidatur per 7, remaneant inde 6; eritque numerus ille 5, in quo 60 multiplicanda sunt; ex qua multiplicatione ueniunt 300: quibus superaddatur 1, erunt 301; et talis est numerus ille. Similiter si 420, que integraliter diuiduntur per omnes predictos numeros, addideris cum 301 semel, uel quotiens uolueris, procreabitur numerus quesitus semper, uidelicet qui diuidetur integraliter per 7, et per omnes reliquos, cum diuisus fuerit, remanebit 1.

« Per hanc enim .... De eodem » (fol. 123 recto, lin. 19-23; pag. 282, lin. 14-19).

numerus
25201
numerus
698377681

Per hanc enim regulam inuenimus alium numerum, qui cum diuiditur in quemlibet numerorum, qui sunt a binario usque in decenarium, semper superat 1, et per 11 diuiditur integraliter; qui numerus est 25201. Item si 698377681 diuidatur per aliquem numerorum, qui sit a 2 usque in 23, semper reperies, quod remanebit 1; per 23 uero diuiditur integraliter; qui numerus similiter per suprascriptam regulam inuenitur.

De eodem.

Item est numerus, qui cum diuiditur per 2, superat 1; per 3 superant 2; per 4 superant 3; per 5 superant 4; per 6 superant 5; per 7 uero diuiditur: quare inueniendus est numerus, in quo reperiantur $\frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; eritque 60: de quo tolle 1, remanent 59. Qui cum non possit diuidi integraliter per 7, duplicabis 60, uel triplicabis, uel per aliquem alium numerum multiplicabis ipsum, donec ex multiplicatione aliquis numerus eueniat; qui cum diuidatur per 7, remaneat 1: duplicatis quidem 60, faciunt 120; qui cum diuiditur per 7, superat 1; quo extracto, remanent 119 pro quesiti numeri quantitate.

« eueniat; qui .... De eodem » (fol. 123 recto, lin. 29-31; pag. 282, lin. 25-28).

numerus
119

De eodem.

Item est numerus, qui cum diuiditur per 2, superat 1; per 3 superant 2; per 4, superant 3; et sic deinceps usque quod per 10 superant 9; per 11 uero diuiditur. Primum quidem reperias numerum, in quo inueniantur $\frac{1}{10}\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; quem sic reperire tibi demonstrauimus. Accipe primum 60, in quo reperiuntur ex predictis ruptis $\frac{1}{10}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}\ \frac{1}{2}$; et multiplica ea per 7, erunt 420; que cum debeas multiplicare per 8, et per 9, relinques quod non multiplicabis ea per 4, que sunt ex regula de 8, neque per 3, que sunt ex regula de 9. Ideo quia $\frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ reperiuntur in suprascriptis 60; ergo multiplicabis 420 per 2, remanent ex regula de 8, erunt 840; que multiplicabis per 3, remanent ex regula de 9, erunt 2520; qui est minor | numerus, in quo reperiuntur omnes rupti prescripti; et uocatur in geometria minimus commensuraturus omnium numerorum, qui sunt sub decenario: deinde extrahe 1 de 2520, remanent 2519; que cum diuidatur integraliter per 11, habemus absque labore nostrum propositum; hoc est quod 2519 est quesitus numerus. Nam cum 4655851199 diuiditur per aliquem numerum, qui sit minor de 23, semper remanet 1, minus ipso numero per

fol. 123 verso.

« commensuraturus ...... 698377681 » (fol. 123 verso, lin. 1 e 2-6; pag. 282, lin. 38 — pag. 283, lin. 1).

numerus
2519
numerus
4655851199

quem diuiditur; et per 23 integraliter diuiditur. Et de 698377681 diuisio per supra scriptos usque in 22 semper superat 1; per 23 uero diuiditur.

De duobus hominibus habentibus panes.

Dvo homines fuerunt, quorum primus habuit panes 3 nummales, et alter panes 2; et iuerunt spatiatum ad quemdam fontem: qui cum pariter ibi ueuissent, sederunt ut commederent; et transeunte quodam milite, inuitauerunt eum, qui descendit, et commedit pariter cum eis: et cum omnes panes commedissent, miles discessit, relinquens eis bizantios 5 sue curialitatis causa. Ex quibus primus accepit bizantios 3, sicuti tres habnerat panes: alter uero sumpsit reliquos duos bizantios pro suis duobus panibus. Queritur, utrum diuisio illa recta fuerit, uel non. Quidam uero imperiti rectam fuisse asserunt, cum unusquisque unum habuerit bizantium pro unoquoque pane; sed hoc falsum est; ideo quia ipsi tres commederunt omnes quinque panes. Vnde contingit unicuique panis $\frac{2}{3}$ 1: ergo miles panem $\frac{2}{3}$ 1 commedit, hoc est $\frac{4}{3}$ ex panibus illius, qui tres habuerat panes. Ex panibus uero alterius non commedit, nisi tantum $\frac{1}{3}$ unius panis. Quare contingunt primo homini bizantij 4, et alteri bizantius 1.

a illa recta .... alteri 1. (fol. 123 verso, lin. 14-18; pag. 283, lin 10-15).

Primus
4
Secundus
1

De inuentione perfectorum numerorum.

Perfectus numerus est, ex quo, acceptis suis partibus, quas ipse in integrum habet, facit eumdem numerum, ut 6, cuius partes sunt $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; et alias partes preter has non habet in integrum. Et accepto $\frac{1}{2}$ de 6, scilicet 3, et $\frac{1}{3}$, scilicet 2, et $\frac{1}{6}$, scilicet 1, nimirum eadem faciunt 6; que 6 inueniuntur sic: duplica 1, erunt 2; que duplica 2, erunt 4: de quibus tolle 1, remanent 3; qui numerus, cum sit primus, hoc est, quod non habeat regulam, multiplica ipsum per dimidium de suprascriptis 4; et sic habebis 6. Vnde si aliquem alium perfectum numerum inuenire uolueris, duplicabis iterum 4, erunt 8; de quibus tolles 1, remanebunt 7; qui numerus, cum non habeat regulam, multiplicabis eum per dimidium de 8, uidelicet per 4, erunt 28; qui iterum perfectus est; quia suis collectis partibus equiparatur. Partes enim ipsius sunt $\frac{1}{28}$ $\frac{1}{14}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$. Rursum duplicatis 8, faciunt 16; de quibus, cum extrahitur 1, remanent 15; qui cum habeat regulam, duplicabis iterum 16, erunt 32; de quibus tolles 1, remanebunt 31; qui numerus, cum sit sine regula, multiplicabis eum per 16, et habebis alium perfectum numerum, scilicet 496; et sic semper faciendo, poteris in infinitum perfectos numeros reperire.

Quot paria coniculorum in uno anno ex uno pario germinentur.

Qvidam posuit unum par cuniculorum in quodam loco, qui erat undique pariete circundatus, ut sciret, quot ex eo paria germinarentur in uno anno: cum natura eorum sit per singulum mensem aliud par germinare; et in secundo mense ab eorum natiuitate germinant. Quia suprascriptum par in primo mense germinat, duplicabis ipsum, erunt paria duo in uno mense. Ex quibus unum, scilicet primum, in secundo mense | geminat; et sic sunt in secundo mense paria 3; ex quibus in uno mense duo pregnantur; et geminantur in tercio mense paria 2 coniculorum; et sic sunt paria 5 in ipso mense; ex quibus in ipso pregnantur paria 3; et sunt in quarto mense paria 8; ex quibus paria 5 geminant alia paria 5: quibus additis cum parijs 8, faciunt paria 13 in quinto mense; ex quibus paria 5, que geminata fuerunt in ipso mense, non concipiunt in ipso mense, sed alia 8 paria pregnantur; et sic sunt in sexto mense paria 21; fol. 124 recto.

« geminant .... 21 secundi » (fol. 124 recto, lin. 1-26; pag. 283, lin. 38 — pag. 284, lin. 22).

parium
1
primus
2
Secundus
3
tercius
5
Quartus
8
Quintus
13
Sextus
21
Septimus
34
Octauus
55
Nonus
89
Decimus
144
Undecimus
233
Duodecimus
377

cum quibus additis parijs 13, que geminantur in septimo, erunt in ipso paris 34; cum quibus additis parijs 21, que geminantur in octauo mense, erunt in ipso paria 55; cum quibus additis parjis 34, que geminantur in nono mense, erunt in ipso paris 89; cum quibus additis rursum parijs 55, que geminantur in decimo, erunt in ipso paria 144; cum quibus additis rursum parijs 89, que geminantur in undecimo mense, erunt in ipso paria 233. Cum quibus etiam additis parijs 144, que geminantur in ultimo mense, erunt paria 377; et tot paria peperit suprascriptum par in prefato loco in capite unius anni. Potes enim uidere in hac margine, qualiter hoc operati fuimus, scilicet quod iunximus primum numerum cum secundo, uidelicet 1 cum 2; et secundum cum tercio; et tercium cum quarto; et quartum cum quinto, et sic deinceps, donec iunximus decimum cum undecimo, uidelicet 144 cum 233; et habuimus suprascriptorum cuniculorum summam, uidelicet 377; et sic posses facere per ordinem de infinitis numeris mensibus.

« Qvatuor .... 21 secundi » (fol. 124 recto, lin. 20-26; pag. 284, lin. 14-22).

primus
12
Secundus
9
tercius
6
Quartus
16

Qvatuor homines sunt, quorum primus, et secundus, et tercius habent denarios 27. Secundus itaque, et tercius, et quartus habent denarios 31; tercius, et quartus, et primus habent denarios 34. Quartus uero, et primus, et secundus habent denarios 37. Queritur, quot unusquisque habeat. Adde hos .IIII.^{or} numeros in unum, erunt 129; qui numerus est triplum totius summe denariorum illorum .IIII.^{or} hominum. Ideo quia in ipsam summam unusquisque eorum ter computatus est; quare diuiso ipso per 3, reddunt 43 pro eorum summa: ex qua si extraxeris denarios primi, et secundi, et tercij hominis, scilicet 27, remanebit quarto homini denarij 16. Item si ex ipsis denarijs 43 extraxeris denarios 31 secundi, et tercij, et quarti hominis remanebunt primo homini denarij 12. Rursum si de denarijs 43 extraxeris 34, scilicet denarios tercij, et quarti, et primi hominis, remanebunt secundo denarij 9. Et adhuc, si de denarijs 43 extraxeris denarios 37 quarti, et primi, et secundi hominis, remanebunt tercio denarij 6. Coniunctis itaque denarijs 12 primi hominis cum 9 secundi, et cum 6 tercij, et cum 16 quarti, nimirum suprascripta reddunt 43.

Item si propositum fuerit, quod inter primum, et secundum hominem habeant denarios 27. Et inter secundum, et tercium habent denarios 31. Et inter tercium, et quartum 34; inter quartum, et primum 37, consimiles huius positionis quandoque solui possunt, quandoque non. Vnde ut ipse, que solui possunt ab hijs, qui solui non possunt, cognoscantur, talem tibi tradimus euidentiam; uidelicet ut addas numerum primi, et secundi cum numero tercij, et quarti; et si eorum summa equalis fuerit numero secundi, et tercij, et quarti, et primi; tunc solubilis erit questio: si autem inequalis fuerit, tunc eam non posset solui cognoscas, ut in hac questione, in qua primus, et secundus habent 27; et tercius, et quartus habent 34: ergo inter omnes .IIII.^{or} habent denarios 61. Nam secundus, et tercius | habent 31; et quartus, et primus habent 37: ergo inter omnes .IIII.^{or} habent 31, et 37, hoc est denarios 68; quod est impossibile, cum per aliam computationem inuenimus, eos habere 61: ergo questio ista est insolubilis: sed ut eam proponamus solubilem, habeant inter quartum, et primum hominem 30; reliqui uero habeant per ordinem, sicut superius diximus. Vnde cum primus, et secundus habent 27; et tercius, et quartus habent 34; inter omnes ergo habent 61: et cum secundus, et tercius habent 31; et quartus, et primus habent 30; ergo inter

« habent 31 .... soluere ex » (fol. 124 verso, lin. 1-7; pag. 284, lin. 37 — pag. 285, lin. 2).

fol. 124 verso.

primus
10
Secundus
17
tercius
14
Quartus
20

omnes habent similiter 61 : quare questio solubilis est; et soluitur sic : quod primus habeat ad libitum quantum uolueris ex ipsis denarijs 27, quos habet cum secundo. Pone ergo, ut habeat 10; quare secundus habebit reliquos, uidelicet 17: et quia inter secundum, et tercium hominem habent 31, ex quibus secundus habet 17; reliquos uero, scilicet 14, habet tercius; qui cum habeat cum quarto homine 34; ergo quartus habet denarios 20.

* 31; alij .... denarij 3 » (fol. 124 *verso*, lin. 12-19; pag. 285, lin. 8-16).

Item sunt quinque homines, quorum .IIII.or per ordinem habent sine quinto 27; alij uero sine primo 31; alij uero sine secundo 34; alij sine tercio 37; alij sine quarto 39; et queratur, quot unusquisque habebat. Adde ipsos quinque numeros in unum, erunt 168; qui numerus est quadruplum summe denariorum illorum quinque; ideo quia in prescriptis 168 unumquemque ipsorum, si bene consideraueris, quater esse computatum cognosces: quare diuide 168 per 4, exibunt pro eorum summa denarij 42. Ex quibus si extraxeris denarios 27, quos .IIII.or homines habent per ordinem, remanebunt quinto denarij 15: propter eandem ergo, si ex ipsis 42 extraxeris 31, et 34, et 37, et 39, remanebunt primo homini denarij 11; secundo denarij 8; tercio denarij 5; quarto denarij 3.

primus
11
Secundus
8
tercius
5
Quartus
3
Quintus
15

Et si propositum fuerit, quod primus, et secundus, et tercius habent denarios 27. Secundus uero cum tercio, et cum quarto denarios 31. Et tercius, et quartus, et quintus denarios 34. Quartus quoque cum quinto, et primo denarios 37. Quintus autem cum primo, et secundo habent denarios 39: additis hijs numeris in unum, faciunt 168, ut superius inuenimus; quem numerum diuide per 3. Ideo quia unusquisque in ipso numero ter computatus est, exibunt pro summa illorum denarij 56: et ut habeamus denarios uniuscuiusque, dupliciter facere demonstramus. Primum quidem, ut addas quantitatem primi, et secundi, et tercij hominis, scilicet 27, cum quantitate denariorum quarti, et quinti, et primi, scilicet cum 37, erunt 64; in quo numero primus bis computatus est: quare necessario sequitur, quot superhabundantia, que est a summa ipsorum 5 hominum usque in 64, scilicet 8, sit quantitas denariorum primi hominis: quo inuento, adde denarios secundi, et tercij, et quarti hominis, scilicet 31, cum denarijs quinti, et secundi, et primi hominis, scilicet cum 39, erunt 70; in qua summa secundus homo bis computatus est: quare extrahe 56 de 70, remanent secundo homini denarij 14. Quibus additis cum denarijs primi hominis, scilicet cum 8, erunt 22; quos extrahe ex denarijs 27, quos habent inter primum, et secundum, et tercium hominem, remanent ipsi tercio denarij 5: quos adde cum denarijs 14 secundi hominis; et extrahe summam de quantitate denariorum secundi, et tercij, et quarti hominis, scilicet de 31, remanebunt quarto denarij 12; quos adde cum denarijs tercij hominis, scilicet cum 5; et extrahe summam de denarijs 34, quos habent inter tercium, et quartum, et quintum, remanebunt quinto denarij 17. Vel aliter: de summa ipsorum omnium, uidelicet de denarijs 56, extrahe suprascriptos numeros, quos 3 illorum habent per ordinem, scilicet 27, et 31, et 34, et 37, et 39; et sic remanebunt quarto, et quinto homini denarij 29; quinto, | et primo denarij 25. Primo, et secundo denarij 22. Secundo, et tercio denarij 19. Tercio, et quarto denarij 17: adde ergo denarios primi, et secundi hominis, scilicet 22, cum denarijs tercij, et quarti, uidelicet cum 17, et cum denarijs quinti, et primi hominis, scilicet cum 25, erunt denarij 64; in qua summa primus bis com-

fol. 125 *recto*.

« primus his ... adiuncti » (fol. 125 recto, lin. 4-13 e 14; pag. 285, lin. 43 — pag. 286, lin. 13).

Primus
8
Secundus
14
Tercius
5
Quartus
12
Quintus
17

putatus est, et omnes alij semel. Vnde quot habet 56, scilicet a summa eorum usque in 64, scilicet 8, tot habet primus: quibus inuentis, omnes alios leuissime innenire potes, uidelicet ut extrahas ipsos denarios 8 primi hominis ex denarijs 27 primi, et secundi, scilicet de 22, remanebunt secundo homini denarij 14. Quibus extractis de denarijs 19 secundi, et tercij hominis, remanebunt tercio homini denarij: quibus extractis de denarijs tercij, et quarti, scilicet de denarijs 17, remanebunt quarto homini denarij 12: quibus extractis de denarijs quarti, et quinti hominis, uidelicet de denarijs 29, remanebunt quinto homini denarij 17, ut per alium modum innenimus. Vel aliter: adde denarios secundi, et tercij hominis cum denarijs quarti, et quinti, scilicet 19 cum 29, erunt 48; a quibus usque in summa ipsorum, scilicet in 57, desunt 8; et tantum habet primus, ut prediximus. Potes enim de pluribus hominibus ex hijs, que dicta sunt, doctrinam habere, cum duo illorum, uel tres, uel plures in numeris positionis adiuncti fuerunt. Et nota, quia si homines pares fuerint, possunt quandoque insolubiliter proponi; quorum noticiam in regula 4 hominum superius demonstrauimus.

Qvidam habebat uasa 3, quorum primum tenebat octauam decimam partem secundi, et terciam partem tercij. Secundum tenebat quantum tercium, minus qninta parte primi: tercium quoque tenebat quantitatem secundi, et quintam partem primi. Queritur, quot unumquodque tenebat: quia secundum tenet quantitatem tercij, minus quinta parte primi. Et primum tenet $\frac{1}{18}$ secundi, et $\frac{1}{3}$ tercij; ergo quinta pars ejusdem primi tenet $\frac{1\ 0}{5\ 18}$ eiusdem secundi, scilicet $\frac{1}{90}$, et quintam partem tercie partis tercij, uidelicet $\frac{1}{15}$: ergo secundum tenet quantitatem tercij, minus $\frac{1}{90}$ secundi, et $\frac{1}{15}$ tercij: ergo secundum tenet $\frac{14}{15}$ tercij, minus $\frac{1}{90}$ ex se ipso: quare $\frac{14}{15}$ tercij uasis teneret quantitatem secundi, et amplius $\frac{1}{90}$ eiusdem secundi, scilicet $\frac{91}{90}$. Aliter tercium uas tenet quantitatem secundi, et quintam primi, que $\frac{1}{5}$ est, ut prediximus, $\frac{1}{90}$ secundi, et $\frac{1}{15}$ tercij; ergo tercium tenet quantitatem secundi, et $\frac{1}{90}$ eiusdem, et $\frac{1}{15}$ tercij: comuniter auferatur quindecimum tercij uasis, erunt $\frac{14}{15}$ tercij uasis $\frac{91}{90}$ secundi, ut superius per inuestigationem secundi uasis inueuimus. Vnde cognoscimus, hanc qnestionem solubilem esse, et soluitur sic. Innenias duos numeros, quorum $\frac{14}{15}$ unius sint $\frac{91}{90}$ alterius: multiplicabis ergo 91, que sunt super 90, per 15, que sunt sub 14, erunt 1365; qui est maior numerus. Item multiplicabis 14 per 90, erunt 1260, qui est alius numerus: qui duo numeri cum habeant comunitatem in eorum regulis, possumus eos in minores numeros reducere, si diuiserimus eos per 35, scilicet per $\frac{1\ 0}{5\ 7}$, que snut in eorum comuni regula, exibunt pro tenimento secundi uasis 36; et pro tenimento tercij 39: quibus inuentis, adde $\frac{1}{18}$ de 36, scilicet 2 cum $\frac{1}{3}$ de 39, scilicet cum 13, erunt 15; et tantum tenet primum uas.

« uasis ... — 2 cum $\frac{1}{3}$ » (fol. 125 recto, lin. 27-33; pag. 286, lin. 27-31).

Primus
15
Secundus
36
Tercius
39

Et si uasa fuerint 4, quorum primum teneat $\frac{1}{3}$ secuudi, et $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti; et secundum teneat $\frac{1}{4}$ tercii, et $\frac{1}{5}$ quarti, et $\frac{1}{6}$ primi; tercium quoque teneat $\frac{1}{5}$ quarti, $\frac{1}{6}$ primi, et $\frac{1}{7}$ secundi. Quartum uero teneat ad libitum quantum uis. Quia primum, et secundum uas teuent eandem quantitatem tercij, et quarti uasis, oportet nt redigas totum tenimentum primi, et secundi uasis in partes tantum tercij, et quarti uasis, ut inuenias proportionem, quam habent ad inuicem primum, et secundum uas: quod sic fit. Quia | primnm nas tenet $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et terciam secundi, cuius secundi totum tenimentum est quartam tercij, et quintam quarti, et sextam primi. Quare tercia

fol. 125 verso.

pars ipsius est tercia pars quarte partis tercij, hoc est $\frac{1}{12}$, et $\frac{1}{3}$ quinte partis, scilicet $\frac{1}{15}$ quarti. Et est tercia pars sexte partis primi, scilicet $\frac{1}{18}$: ergo primum uas tenet $\frac{1}{18}$ $\frac{1}{3}$, uidelicet $\frac{1}{3}$ tercij uasis, et $\frac{1}{15}$ $\frac{1}{5}$ quarti, scilicet $\frac{4}{15}$, et $\frac{1}{18}$ ex seipso: qua $\frac{1}{18}$ extracta ex eodem primo, remanent $\frac{17}{18}$ eiusdem ; ergo $\frac{17}{18}$ primi uasis tenet $\frac{1}{3}$ tercij uasis, et $\frac{4}{15}$ quarti: qnare ut habeas partes, quas totum primum uas tenet ex partibus tercij, et quarti uasis, multiplica $\frac{1}{3}$; quam $\frac{17}{18}$ primi uasis tenet ex partibus tercij uasis per 18, qui est sub uirgula de $\frac{17}{18}$, erunt 6 ; que diuide per 17, que sunt super uirgula, exibunt $\frac{8}{17}$; et tot partes tenet primum uas de partibus tercij uasis. Similiter multiplica $\frac{4}{15}$ per 18, et diuide per 17, exibnnt $\frac{24}{85}$; et tot partes tenet primum uas ex partibus qnarti : ergo totum primum tenet $\frac{6}{17}$ tercij, et $\frac{24}{85}$ quarti. Item secundum uas tenet $\frac{1}{4}$ tercij, et $\frac{1}{5}$ quarti, et sextam primi. Quod totum, scilicet primum, tenet $\frac{6}{17}$ tercij, et $\frac{24}{85}$ quarti. Quare sexta pars ipsius primi tenet sextam de $\frac{6}{17}$ tercij, scilicet $\frac{1}{17}$, et sextam de $\frac{24}{85}$ quarti, scilicet $\frac{4}{85}$. Vnde totum secundum tenet $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{17}$ tercij, hoc est $\frac{21}{68}$, et $\frac{1}{5}$, et $\frac{4}{85}$ quarti, hoc est $\frac{21}{85}$. Inuenimus enim, quod primum uas tenet $\frac{6}{17}$ tercij uasis, scilicet $\frac{24}{68}$; et secundum uas tenet $\frac{21}{68}$ eiusdem tercij uasis : ergo in qua proportione sunt $\frac{24}{68}$ ad $\frac{21}{68}$, hoc est in qua proportione sunt 24 ad 21, in eadem proportione erit primum uas ad secundum : quare extrahe 21 de 24, remanent 3; que 3 sunt $\frac{1}{8}$ de 24: ergo primum uas tenet octauam partem sui, plusquam secundum: quam proportionem similiter potes inuenire in quarto nase, cum primum teneat $\frac{24}{85}$ ex ipso quarto uase; et secundum teneat $\frac{21}{85}$: deinde ut inuenias, in qua proportione sint ad inuicem secundum, et tercium uas, oportet nt redigas totum tenimentum ipsorum ad partes quarti, et primi uasis; quod operaberis secundum quod fecimus de primo, et secnndo uase; et inuenies, quod secundum uas tenet $\frac{3}{35}$, magis tercio: et quia inuenimus, quod primum tenet octaunm, plus quam secundum. Pone ut primum uas teneat aliquem numerum, ex quo, cum extraxeris octauam partem ipsius, remaneat nnmerus, qui integraliter diuidatur per 35 : teneat ergo primum 120 ; de quibus extrahe octauam partem, scilicet 15, remanent pro tenimento secnndi uasis 105: ex quibus 105 extrahe $\frac{3}{35}$, scilicet 9, remanent pro tenimento tercij uasis 96 : deinde ut habeas tenimentum quarti uasis, accipe terciam partem tenimenti secundi uasis, nidelicet 35; et quintam partem primi, scilicet 24, et adde insimul, erunt 59; que extrahe de tenimento primi uasis, uidelicet de 120, remanent 61 pro quinta parte quarti uasis : quare multiplica 61 per 5, erunt 305; et tot tenet quartum uas. Nam si proponatur, quod quartum uas teneat aliquem certum uumerum, ut dicamus 100, multiplicabis singulariter 100 per numeros primi, et secundi, et tercij uasis, scilicet per 120, et per 105, et per 96; et diuide singulariter per 305, et habebis pro primo uase $\frac{21}{61}$ 39; pro secundo $\frac{26}{61}$ 34; pro tercio $\frac{29}{61}$ 31.

* [illegible] ... uidelicet » (fol. 125 verso, lin. 25-31; pag. 287, lin. 23 e 24-31).

Primus
120
Secundus
105
Tercius
96
Quartus
305

Qvatnor homines habent denarios ; ex quibus primus dat secundo quantum ipse secundus habet, et dimidium eius. Secundus dat tercio quantum ipse tercius habet, et insuper terciam eins; tercins dat quarto homini quantum ipse quartus habet, et quartam eius. Quartus quidam homo dat primo quantum ipsi remansit | post dationem, quam fecit secundo homini, et insuper quintam eius; et habuerunt omnes equaliter. Quoniam primus dat secundo quantum ipse secundus habet, et dimidium eius; ergo si secundus habet 2, primus dat ei 3; et sic habet 5. Quare hoc quod secundus habuit

fo. 126 recto.

e post dationem . . . eorum 13860 » (fol. 126 *recto*, lin. 1-22; pag. 287, lin. 40 — pag. 288, lin. 21 e 22).

primus	22875	$\frac{2}{5}$	
Secundus	10000	$\frac{3}{7}$	5000
tercius	8355	$\frac{4}{9}$	557
Quartus	7280	$\frac{5}{11}$	52
		$\frac{2}{14}$ $\frac{3}{14}$ $\frac{4}{14}$ $\frac{5}{14}$	

antea fuit $\frac{2}{5}$ ex hoc, quod habuit postea. Similiter secundum hanc inuestigationem tercius homo habuit primum $\frac{3}{7}$ ex hoc, qnod habuit postea. Et quartus homo habet $\frac{4}{9}$, et primo remanserunt $\frac{9}{11}$ ex hoc, quod habuit postea, post dationem uidelicet quam fecerat secundo homini: pones ergo in ordinem $\frac{2}{5}$, et $\frac{3}{7}$, et $\frac{4}{9}$, et $\frac{5}{11}$; et post ipsas pone $\frac{1}{4}$. Ideo quia unusquisqne, post factas dationes inter se, habuit quartam partem totius summe denariorum ipsorum .IIII.^{or} hominum $\frac{1}{4}\,\frac{5}{11}\,\frac{4}{9}\,\frac{3}{7}\,\frac{2}{5}$: deinde extrahe 5 de 11, que sunt sub ipsis 5, remanent 6; que multiplica per 1, quod est super 4, erunt 6; que adde cnm multiplicatione de 1, quod est snper 4, in 11, erunt 17; que multiplica per 4, que sunt super 9, erunt 68; que per 7; quod totum per 5, que snnt sub uirgis, erunt 2380; et tot habuit quartus homo. Rursus accipe $\frac{4}{9}$, et extrahe 4 de 9, remanent 5; per que multiplica 17 inueuta, erunt 85; super que adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 11, ductam in 9, scilicet 99, erunt 184; que multiplica per 3, que sunt super 7; quod totum per 5 prime uirge, erunt 2760; et tot habuit tercius homo. Rursus accipe $\frac{3}{7}$, et extrahe 3 de 7, remanent 4; per que multiplica 184 inuenta, erunt 736; snper que adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 11 uicibus 9, uicibus 7, hoc est 693, erunt 1429; que multiplica per 2, que sunt super 5 prime uirge, erunt 2858; et tot habuit secundus homo. Rursus accipe $\frac{2}{5}$, et extrahe 2 de 5, remanent 3; que multiplica 1429 inuenta, erunt 4287; super que adde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 5, que sunt super 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5, que sunt sub uirgis, scilicet 1575, erunt 5862; et tot habuit primus homo: additis ergo inuentis quantitatibus .IIII.^{or} hominum, reddent pro tota summa eorum 13880; que summa inuenitur ex multiplicatioue etiam omnium numerorum, qui sunt snb uirgis, uidelicet de 4 in 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Redige itaque innentos numeros in libris, et soldis, erit summa eorum libre 57, et soldi 15. Et denarij primi hominis sunt libre 24, et soldi 8, et denarij 6. Denarij quidem secundi hominis sunt libre 11, soldi 18, et denarij 6. Denarij siqnidem tercij hominis sunt libre 11, soldi 10. Denarij quoque quarti hominis sunt libre 9, soldi 18, et denarij 4. Et si proponatur, post dationes predictas illis .IIII.^{or} hominibus inequaliter remanere secnndum aliquam datam proportionem, ut dicamus illud, quod remansit secundo fuit tantum, et tercia ex hoc, quod remansit tercio homini. Item illud, quod remansit tercio homini fuit tantum, et dimidium ex eo quod remansit quarto homini. Inuenias quidem numeros .IIII.^{or}, qui sunt in dicta proportioue, erunt 5, et 4, et 3, et 2. Nam 5 est quantum 4, et quartam eius; et 4 quantum 3, et tercium eius; et 3 quantum 2, et dimidium eins. Adde itaque hos .IIII.^{or} numeros in unum, erunt 14: a quibus denomina suprascriptos numeros, exibunt $\frac{2}{14}$, et $\frac{3}{14}$, et $\frac{4}{14}$, et $\frac{5}{14}$, que sunt partes, que ex tota summa ipsi .IIII.^{or} habuerunt post donationes supradictas, uidelicet primus habuit ex tota summa $\frac{3}{14}$; secundus $\frac{4}{14}$, et cetera. Pone itaque has .IIII.^{or} fractiones post alias superius innentas, scilicet post $\frac{5}{11}\,\frac{4}{9}\,\frac{3}{7}\,\frac{2}{5}$: hijs itaque per ordinem positis, incipies a $\frac{2}{14}$: extrahes 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 5, que sunt super 14, faciunt 30; que adde cum multiplicatione de 2, que sunt super 14, in 11, erunt 52; qne pone sub $\frac{2}{14}$; et multiplica ea per 4, que sunt super 9 uicibus 7, uicibus 5; que 7, et 5 sunt sub uirgis, erunt | 7280; et tot habuit quartus homo: deinde accedes ad $\frac{4}{9}$: extrahes 4 de 9, remanent 5; per que multiplica inuenta 52, erunt 260; quibus adde multiplicationem

fol. 126 verso.

de 3, que sunt super 14 in 11 uicibus 9, erunt 557; que pone sub $\frac{4}{9}$, et multiplica per 3, que sunt super 7 uicibus 5, que sunt sub prima uirga, erunt 8355; et tot habuit tercius homo. Modo accedas ad $\frac{3}{7}$: extrahes 3 de 7, remanebunt 4; per que multiplica 557 inuenta, et superadde multiplicationem de 4, que sunt super 14, in 11 uicibus 9, uicibus 7, erunt 5000; que pone sub $\frac{3}{7}$, et multiplica ea per 2, que sunt super 5 prime uirge, erunt 10000; et tot habuit secundus homo: deinde accedas ad $\frac{2}{5}$: extrahes 2 de 5, remanent 3; que multiplica per 5000, et adde multiplicationem de 5, que sunt super 14, in 5, que sunt super 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5, erunt 22875; et tot habuit primus homo. Item multiplica 14 per 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5; et habebis summam eorum. Et quoniam unusquisque inuentorum numerorum per 5 integraliter diuidi potest, accipiatur quinta pars uniuscuiusque, ut habeamus in minoribus numeris denarios eorum; eruntque denarij primi hominis 4575, que sunt libre 19, et soldus 1, et denarij 3. Secundi 2000, qui sunt libre 8, et soldi 6, et denarij 8. Tercij 1671, qui sunt libre 6, et soldi 19, et denarij 3. Quarti quidem hominis denarij erunt 1456, scilicet libre 6, et soldus 1, denarij 4. Summa eorum libre 40, et soldi 8, et denarij 6. Nam si, unde hec regula procedat, noscere desideras, considera partem, quam habuit primus homo de tota summa eorum, finitis dationibus inter eos: propositum quidem est, ipsum habuisse $\frac{5}{14}$ totius summe. Considera ergo, unde habuit ipsos $\frac{5}{14}$: dederat enim secundo homini suam dationem, et remansit ei aliquid, et accepit a quarto homine quantum eidem primo remanserat, et insuper quintam eius. Quare si primus post dationem, quam fecit secundo homini, habuit 5; et quartus homo dedit ei 6, scilicet 5, et quintam eorum; et sic habuit 11; que 11 fuerunt $\frac{5}{14}$ totius summe: ergo ex ipsis $\frac{5}{14}$ fuerunt $\frac{5}{11}$ ex denarijs primi, et $\frac{6}{11}$ ex denarijs quarti hominis. Nam $\frac{5}{11}$ ex $\frac{5}{14}$, qui sic scribuntur: $\frac{5\ \ 5}{14\ 11}$ ex tota summa $\frac{25}{154}$ eiusdem summe, et $\frac{6}{11}$ ex $\frac{5}{14}$ totius summe, que quartus homo dedit primo homini, sunt $\frac{30}{154}$; hoc est quod proportio denariorum, quos quartus homo dedit primo, ad totam summam est sicuti 30 ad 154; et hoc est, quod superius multiplicauimus 5, que sunt super 14 per 6, que remanserunt ex 11, extractis inde 5, que sunt super 11, cum habuimus 30: propositum item est, quarto homini remansisse $\frac{2}{14}$ ex tota summa: fuit ergo proportio ex hoc, quod remansit ei, ad totam summam, sicut 2 est ad 14. Nam sicut 2 est ad 14, ita 11 uicibus 2 erit ad 11 uicibus 14, hoc est 22 ad 154; et hoc est, quod multiplicauimus 2, que sunt super 14, per 11, et habuimus 22: addita ergo proportione, quam quartus dedit primo homini, cum proportione, quam ei remansit, erit totum hoc, quod quartus homo habuit cum datione, quam ei fecit tercius homo, ad totam summam, sicut 52 est ad 154, scilicet ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 uicibus 11; et hoc fecimus superius, cum addimus 30 cum 22. Nam in hac proportione fuerunt ex denarijs tercij hominis $\frac{5}{9}$, et reliqui $\frac{4}{9}$ fuerunt ex denarijs quarti hominis, quam tercius homo dedit quarto, quantum quartus habebat, et quar|tam partem eius. Vnde si ex dicta proportione, scilicet de $\frac{52}{154}$, accipiemus $\frac{4}{9}$, habebimus denarios quarti hominis. Nam $\frac{4}{9}$ ex $\frac{52}{154}$ accipiuntur sic: multiplicantur 4 per 52, faciunt 208; que denominanda sunt a numero, qui egreditur ex multiplicatione de 154 in 9, hoc est a numero, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, scilicet a 1386: ergo proportio denariorum quarti hominis ad totam sum- fol. 127 recto.

nam est, sicut 208 ad 1386: et ideo superius multiplicauimus 52 per 4, que sunt super 9. Et quoniam denarij quarti hominis ad totam summam sunt, sicut 208 ad 1386. Erunt ergo denarij quarti hominis ad totam summam, sicut quinquies septuplum de 208 ad quinquies septuplum de 1386. Nam quinquies septuplum de 208 est illud, quod superius fecimus, quando multiplicauimus 52 per 4, que sunt super 9, scilicet 208 uicibus 7, uicibus 5; et habuimus 7280 pro denarijs quarti hominis. Similiter quinquies septuplum de 1386 est illud, quod egreditur ex multiplicatione de 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7; et hoc est quod fecimus, cum habuimus totam summam, scilicet 48510. Et quoniam est sicut 728 ad 48510, ita denarij quarti hominis ad totam summam. Ideo si summa est 48510; et quartus homo habebat 7280, ut inuentum est supra. Nunc uero accedamus ad inuentionem denariorum tercij hominis. Inuenimus enim superius, ipsum habere $\frac{5}{9}$ in suprascriptis $\frac{52}{154}$. Quare multiplicauimus superius 5 per 52, scilicet per 9, extractis inde 4, que super 9; fuit ergo proportio denariorum, quos tercius homo dedit quarto homini, sicut 260 est ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 154 in 9, scilicet ad eum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9: et quia idem tercio homini remanserunt post hanc dationem $\frac{3}{14}$ totius summe, fuit proportio ipsius remansionis ad totam summam, sicut 3 ad 14. Nam sicut 3 ad 14, ita multiplicatio de 3 in 11 uicibus 9, est ad multiplicationem de 14 in 11 uicibus 9: multiplicatio quidem de 3 in 11 uicibus 9 facit 297: ergo proportio denariorum, qui remanserunt tercio homini post dationem, quam fecit quarto homini, ad totam summam est, sicut 297 ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9: quare proportio hec cum proportione dationis, quam dedit quarto homini, est ad totam summam, sicut 297 ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9: et hoc fecimus superius, cum addimus 297 cum 260, et posuimus summam eorum, scilicet 557, sub $\frac{4}{8}$. In hac enim proportione, scilicet in qua 557 sunt ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9, est illud, quod habuit tercius homo, quando recepit dationem, quam ei fecit secundus homo; fuit datio, quam secundus fecit tercio, quantum tercius habebat, et terciam eius: ergo si tercius homo habebat 3; secundus dedit ei 4. Quare ex predicta proportione $\frac{4}{7}$ fuerunt ex denarijs secundi, et $\frac{3}{7}$ ex denarijs tercij. Et ideo accipiende sunt $\frac{3}{7}$ ex dicta proportione, scilicet multiplicanda sunt 557 per 3, erunt 1671; et numerus, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9, multiplicandus est per 7; et habebitur proportio denariorum tercij hominis ad totam summam, sicut 1671 sunt ad numerum, qui egreditur ex multiplicatione de 14 in 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Ideo multiplicationem de 1671 multiplicauimus per 5, et habuimus pro denarijs tercij hominis 8355. Nunc uero accedamus ad inuentionem denariorum secundi hominis. Inuentum est quidem, ipsum habere $\frac{4}{7}$ ex proportione, quam habet 557 ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, propter dationem, quam fecit tercio homini: ergo proportio ipsius dationis est ad totam summam, sicut quater 557 ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7: et ideo multiplicauimus superius 557 per 4, que remanent de 7, extractis inde 3, que sunt super 7; et habuimus 2228: ergo datio, quam secundus fecit tercio, est ad totam summam, sicut 2228 sunt ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus | 14, uicibus 11,
[c.] 127 verso

uicibus 9, nicibns 7. Et quoniam post hanc dationem secundo remanserunt $\frac{4}{14}$, fuit illa remansio ad totam snmmam, sicut 4 snnt ad 14. Nam sicut 4 sunt ad 14, ita 4 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, scilicet 2772, sunt ad 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7: ergo proportio denariorum, qui remanserunt secundo homini cum eis, quos dedit tercio, est ad totam summam, sicut 2228, et 2772, hoc est 5000, ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, nicibus 7: et ideo posuimus superius 5000 sub $\frac{3}{7}$: habuit enim secundus hanc proportionem cum datione, quam ei dederat primus; que datio fuit quantum ipse secundus habebat, et dimidium eius. Quare ex dicta proportione $\frac{3}{5}$ fuerunt ex denarijs primi hominis, et $\frac{2}{5}$ ex denarijs secundi: ergo accipiende sunt $\frac{2}{5}$ ex dicta proportione, hoc est multiplicanda sunt 5000 per 2, que sunt super 5, erunt 10000 : erunt itaqne denarij secundi hominis ad totam summam, sicut 10000 sunt ad numerum, qui egreditnr ex 14 nicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5 : nam numerus, qui egreditur ex hijs summa: quare et 1000 erunt denarij secundi hominis. Et quoniam , ut dictum est , primus habuit $\frac{3}{5}$ in proportione , quam 5000 habent ad 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7 propter dationem quam fecit secundo homini ; ergo multiplicanda sunt 5000 per 3 , erunt 15000 ; ergo datio, quam primus fecit secnndo, est ad totam summam, sicut 15000 sunt ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Qnare hoc, quod dedit primus secundo, fuit 15000; que addenda sunt cum hijs, que eidem primo remanserunt post ipsam donationem. Quam remansionem inuenimus esse superius $\frac{5}{11}$ ex $\frac{5}{14}$ totius summe ; hoc est sicut quinquies quinque sunt ad 14 uicibus 11 , ita illa remansio est ad totam summam. Nam sicnt quinquies quinque sunt ad 14 uicibus 11, ita quinquies quinque uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5 sunt ad 14 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7, uicibus 5, scilicet ad totam summam: et ideo multiplicauimus superius 5, que snnt super 14, per 5, que sunt super 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibns 5; et habuimus 7875 pro eo, quod remansit primo post dationem, quam fecit secundo: quibns additis cum 15000 , que dedit secundo, reddunt 22875 pro denarijs primi bominis. Rursus si proponatnr, quod unusquisque illorum .iiij.^{or} hominum suam dationem reliquis tribus per ordinem fecisset, et in fine illarum .iiij.^{or} dationnm equaliter babuissent; quoniam primus reliquis tribus dedit quantum ipsi habebant, et dimidium eius ; ergo si ipsi tres habebant 2, primus dedit eis 3; et sic illud, quod habuerunt antea, fuit $\frac{2}{5}$ ex hoc, quod habuerunt postea. Quare seruabis $\frac{2}{5}$, et inuenies eodem modo $\frac{3}{7}$, et $\frac{4}{9}$, et $\frac{5}{11}$; et pones cum $\frac{1}{4}$ propter quartam paitem, quam in fine habuisse nnusquisque proponitur, $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{11}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{2}{5}$; et incipies a $\frac{5}{14}$, extrahens 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 4, que sunt sub uirga, et addes multiplicationem de 1, quod est super ipsa 4, in 5 , que sunt super 11, erunt 29 : multiplica ergo 29 per 4, que sunt super 9; que per 3, que sunt super 7; que per 2, que sunt super 5, erunt 696; et tot babuit quartus bomo. Item extrahe 4 de 9, remanent 5, que serua: et multiplica 4, que sunt sub uirga, per 11 ; que per 5 serusta, erunt 220: quibus snperadde multiplicationem de 1, quod est super 4, in 5, que sunt super 11; que per 4, que sunt super 9 , erunt 240 ; qne per 3 , que per 2, que sunt super reliquis fractionibus, erunt 1440 ; et tot habuit tercius. Rursus incipias a 4, que sunt in capite uirge, multiplicans ipsa per 11 uicibus 9, uicibus

fol. 128 *recto.* 4 per ipsa uidelicet 4, que remanent de 7, extractis inde 3, que sunt super 7, erunt 1584; quibus adde multiplicationem de 1 in 5 uicibus 4, uicibus 3, que sunt super uirgis, erunt 1644; que multiplica per 2, que sunt super 5, erunt 3288; et tot habuit secundus. Adhuc incipias a 4 uicibus 11, uicibus 9, uicibus 7; que per 3, que restant ex 5, extractis inde 2, erunt 8316; quibus superadde 120, que egrediuntur ex multiplicatione omnium numerorum, qui sunt super uirgis, erunt 8436; et tot habuit primus homo. Et si in fine dationum suprascriptarum primo remanserit $\frac{5}{14}$ totius summe; secundo $\frac{4}{14}$; tercio $\frac{3}{14}$; quarto $\frac{2}{14}$, scribe questionem in hunc modum. Post hec extrahes 5 de 11, remanent 6; que multiplica per 14, et adde multiplicationem de 2, que sunt super 14 in 5, que sunt super 11, erunt 94; que multiplica per 4, que sunt super 9; que per 3; que per 2, que sunt super uirgas, erunt 2256; et tot habuit quartus homo. Rursus incipe a $\frac{2}{14}$, multiplicans 14 per 11 uicibus 5; que 5 restant de 9, extractis de ipsis 4, que sunt super 9, erunt 770; super que adde multiplicationem de 3, que sunt super 14, in 5 sunt super 11 uicibus 4, que sunt super 9, erunt 830; que multiplica per 3, que sunt super 7; que per 2, que sunt super 5, erunt 4980; et tot habuit tercius homo. Nunc incipias a $\frac{4}{14}$, multiplicans 14 per 11 uicibus 9, uicibus 4; que 4 remanent de 7, extractis inde 3, que sunt super 7, erunt 5544; super que adde multiplicationem de 4, que sunt super 14, in 5, que sunt super 11, in 4, que sunt super 9, et in 3, que sunt super 7, scilicet 240, erunt 5784: que multiplica per 2, que sunt super 5, erunt 11568; et tot habuit secundus: deinde incipias a $\frac{5}{14}$, multiplicans 14 per 11 uicibus 9, uicibus 7, uicibus 3; que 3 remanent ex 5, extractis inde 2, erunt 29106: quibus superadde 5, que sunt super 14 uicibus 5, que sunt super 11 uicibus 4, que sunt super 9 uicibus 3, que sunt super 7 uicibus 2, que sunt super 5, erunt 29826; et tot habuit primus homo.

« Et si in . . . remanent ex 5 » (fol. 128 recto, lin. 7-19; pag 292, lin. 7-21).

[illegible]

Inuestigatur hec regula sic: quoniam quartus homo, qui ultimam fecit dationem, dedit reliquis tribus quantum ipsi habebant, et quintam eius, et ei remansit $\frac{2}{14}$ totius summe, ut propositum est; ergo ex $\frac{12}{14}$, scilicet ex hoc, quod ipsi tres homines habuerunt, ipse quartus homo dedit $\frac{6}{11}$: sed $\frac{6}{11}$ ex $\frac{12}{14}$ totius summe sunt sicut 12 uicibus 6 ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11. Et $\frac{12}{14}$ totius summe, que remanent quarto homini post dationem suam, sunt ad totam summam, sicut est multiplicatio de 2 in 11 ad multiplicationem de 14 in 11: ergo hoc, quod quartus homo habebat, quando suam dationem reliquis fecit, fuit ad totam summam, sicut 12 uicibus 6, et 2 uicibus 11 sunt ad 14 uicibus 11. Sed 2 uicibus 11 sunt quantum 2 uicibus 5 cum 2 uicibus 5. Et 12 uicibus 6 cum 2 uicibus 6 sunt quantum 14 uicibus 6; ergo illud quod habuit quartus homo, quando suam dationem fecit, fuit ad totam summam, sicut 14 uicibus 6, et 2 uicibus 5 sunt ad 14 uicibus 11: et hoc fecimus superius, quando multiplicauimus 14 uicibus 6, et addidimus multiplicationem de 2, que sunt super 14, in 5, que sunt super 11; et sic habuimus 94: ergo illud, quod habuit quartus homo quando fecit dationem suam, fuit ad totam summam, sicut 94 est ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11. Sed hoc habuit ipse, cum iam receperat tres dationes ab alijs. Vnde incipiamus ab ultima datione, quam fecit sibi tercius homo, qui dedit ei quantum ipse habebat, et quartam eius; hoc est si quartus homo habuit tunc 4, et ille tercius dedit ei 5; ergo quartus homo habebat $\frac{4}{9}$ ex dicta pro-
fol. 128 *verso.* portione, scilicet ex ea, quam habet 94 | ad 14 uicibus 11, quando accepit dationem a

tercio homine. Nam proportio de $\frac{4}{9}$ dicte proportionis est ad totam summam, sicut 94 uicibus 4 sunt ad 14 nicibus 11, uicibus 9; et hoc est quod superius fecimus, quando multiplicauimus 94 per 4, et habuimus 376: ergo proportio denariorum, quos habebat quartus homo antequam reciperet dationem secundi hominis, sunt ad totam summam, sicut 376 sunt ad 14 uicibus 11, uicibus 9: ex qua proportione fuerunt secundi hominis $\frac{4}{7}$; quia dederat eidem quarto homini quantum ipse habebat, et terciam eius : ergo relique $\frac{3}{7}$ fuerunt quarti hominis, quas habuit cnm datione, quam fecit ei primus homo; que datio fuit $\frac{3}{5}$ ex ipsis $\frac{3}{7}$: ergo relique $\frac{2}{5}$ ex tribus septimis ex dicta proportione, scilicet ex ea, quam habet 376 ad 14 uicibus 11, uicibus 9, fuerunt denarij quarti hominis. Nam $\frac{2}{5}$ ex $\frac{3}{7}$ de 376 sunt ad totam summam, sicut nnmerus, qni egreditur de 376 uicibus 3, uicibus 2, ad numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, nicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Sed quia summam uolo esse numerum, qui egreditur ex 14 uicibus 11, nicibus 9, uicibus 7, uicibus 5. Ideo numerus quarti hominis erit 2256, qui egreditur ex multiplicatione de 94 uicibus 4, uicibus 3, uicibus 2, scilicet de 376 uicibus 3, uicibus 2, ut superius fecimus. Simili quoque modo possunt innestigari denarij reliquorum trium hominum, etiam et omnes consimiles questiones.

Tres homines babebant libras nescio quot sterlingorum, quarum medietas erat primi; tercia erat secundi; sexta erat tercij : quas cum uellent in loco tutiori habere, qnilibet eorum accepit ex ipsis sterlinguis aliquam quantitatem; et ex quantitate, quam cepit primus, posuit in comuni medietatem; et ex ea, quam cepit secundus, posuit terciam partem; et ex ea quam cepit tercius, posuit sextam partem; et ex hoc, quod posuerunt in comuni, recepit quilibet terciam partem; et sic unusquisque suam habuit portionem. Quoniam primus posuit in comune $\frac{1}{2}$ ex hoc, quod cepit; de quo $\frac{1}{2}$ rehabuit terciam partem, scilicet $\frac{1}{6}$ totius, quod accepit: ergo remansit ei ex hoc, quod cepit $\frac{1}{2}\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{2}{3}$; et ex hoc quod posuit secundus, habuit primus $\frac{1}{9}$; cum secundus posuerit terciam eius, quod sumpsit partem: et ex ipsa $\frac{1}{3}$ habuit primus $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{9}$; et ex hoc, quod posuit tercius, habuit terciam sexte partis, quam ipse tercius posuit, scilicet $\frac{1}{18}$; ergo medietas summe omnium sterlingorum, scilicet portio primi hominis, fuit $\frac{2}{3}$ ex hoc, quod cepit primus, et $\frac{1}{9}$ ex hoc, quod cepit secundus, et $\frac{1}{18}$ ex hoc, quod cepit tercius. Item cum secundus posuit in comune $\frac{1}{3}$ ex hoc, quod cepit, remanserunt ei $\frac{2}{3}$; et ex ipsa $\frac{1}{3}$ rehabuit $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{9}$ totius, quod accepit : ergo in portione sua habuit ex hoc, quod cepit ipse $\frac{1}{9}\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{7}{9}$; ex hoc, quod cepit primus, habuit sextam partem, scilicet $\frac{1}{3}$ medietatis, quam primus posuit in comuni; et ex hoc, quod cepit tercius, habuit $\frac{1}{18}$, sicut habuit primus homo. Quare $\frac{7}{9}$ snmptionis secundi hominis cum $\frac{1}{6}$ sumptionis primi, et cum $\frac{1}{18}$ sumptionis tercij fnerunt tercia pars summe; ergo $\frac{7}{9}$ et $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1\ 3}{2\ 9}$ sumptionis secundi, et $\frac{1\ 1}{2\ 6}$, scilicet $\frac{1}{12}$ sumptionis primi, et $\frac{1\ 1}{2\ 18}$, scilicet $\frac{1}{36}$ sumptionis tercij, fuerunt tercia pars summe, et medietas tercie, hoc est medietas totius summe. Inuenimus superius, quod $\frac{2}{3}$ sumptionis primi cum $\frac{1}{9}$ sumptionis secundi, et cum $\frac{1}{18}$ sumptionis tercij sunt similiter medietas eiusdem summe : ergo $\frac{2}{3}$ primi numeri, scilicet sumptionis primi cum $\frac{1}{9}$ secundi numeri, et cum $\frac{1}{18}$ tercij sunt quantum $\frac{1}{12}$ primi nnmeri, et $\frac{1\ 3}{2\ 9}$ secundi, et $\frac{1}{36}$ tercij: quare si de utraque portione tollatur $\frac{1}{12}$ primi numeri, et $\frac{1}{9}$ secundi, et $\frac{1}{36}$ tercij, remanebunt $\frac{7}{12}$ primi numeri esse quantum $\frac{5}{18}$ secundi, et $\frac{1}{36}$ tercij numeri. Rursus inuestigemus

sumptionem tercij hominis cum sumptione primi hominis: quoniam tercius ex hoc, quod sumpsit, posuit in comune $\frac{1}{6}$, remanserunt ei $\frac{5}{6}$; et ex ipso $\frac{1}{6}$ rehabuit terciam partem, scilicet $\frac{1}{18}$; ergo in portione sua, scilicet pro $\frac{1}{6}$ totius summe, habuit $\frac{5}{6}$ et $\frac{1}{18}$ sumptionis sue, scilicet $\frac{8}{9}$, et $\frac{1}{9}$ sumptionis secundi, et $\frac{1}{6}$ sumptionis primi: ergo triplum de $\frac{8}{9}$ sumptionis tercij, scilicet $\frac{24}{9}$, et triplum de $\frac{1}{9}$, | scilicet $\frac{1}{3}$ sumptionis secundi, et triplum de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{2}$ sumptionis primi, faciunt $\frac{3}{6}$, scilicet $\frac{1}{2}$ totius summe. Inuenimus enim superius, quod $\frac{2}{3}$ primi numeri cum $\frac{1}{9}$ secundi, et $\frac{1}{18}$ tercij sunt medietas totius summe: et modo inuenimus, quod $\frac{1}{2}$ primi numeri, et $\frac{1}{3}$ secundi, et $\frac{24}{9}$ tercij sunt eadem medietas. Quare si comuniter ex utraque proportione tollatur $\frac{1}{2}$ primi numeri, et $\frac{1}{9}$ secundi, et $\frac{1}{18}$ tercij, remanebit $\frac{1}{6}$ primi numeri, scilicet $\frac{2}{12}$, equalis de $\frac{2}{9}$ secundi numeri cum $\frac{47}{18}$ tercij. Quare inuestigandum est per regulam quarte proportionis; cum $\frac{2}{12}$ primi numeri sint $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{47}{18}$ tercij, quantum erunt $\frac{5}{12}$ primi ex hijs, que habent reliqui duo: erunt itaque $\frac{5}{9}$ secundi numeri, et $\frac{235}{36}$ tercij. Inuenimus superius, quod $\frac{5}{12}$ primi suut $\frac{19}{18}$ secundi, et $\frac{1}{36}$ tercij: et modo inuenimus, easdem $\frac{5}{12}$ primi esse $\frac{5}{9}$ secundi, et $\frac{235}{36}$ tercij. Et quoniam, que ad idem eandem proportionem habent, sibi inuicem equalia sunt; ergo $\frac{19}{18}$ secundi numeri cum $\frac{1}{36}$ tercij sunt quantum $\frac{5}{9}$ secundi, et $\frac{235}{36}$ tercij. Vude si comuniter tollantur ex utraque parte $\frac{5}{9}$ secundi numeri, et $\frac{1}{36}$ tercij, remanebit $\frac{1}{2}$ secundi numeri esse $\frac{234}{36}$ tercij, scilicet sexuplum, et dimidium eius: ergo medietas sumptionis secundi hominis fuit sexies, et dimidia sumptionis tercij: quare tota sumptio secundi hominis est ter decuplum sumptionis tercij hominis; hoc est si tercius sumpsit 1, secundus sumpsit 13. Nam ut habeamus sumptionem primi hominis. Accipe sexies $\frac{2}{9}$ secundi numeri, scilicet de 13, et sexies $\frac{47}{18}$ tercij, scilicet de 1: cum superius inuentum sit, $\frac{1}{6}$ primi numeri esse $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{47}{18}$ tercij; et redige eos in unum, et habebis 33 pro sumptione primi hominis; ex quibus reperies, summam esse 47. Possumus aliter sumptionem primi aliter inuenire: nidelicet cum inuentum sit, quod $\frac{8}{9}$ tercij numeri, et $\frac{1}{9}$ secundi, et $\frac{1}{6}$ primi sunt $\frac{1}{6}$ totius summe. Quare duplum ipsarum partium, scilicet $\frac{16}{9}$ tercij numeri, et $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{1}{3}$ primi facit duplum de $\frac{1}{6}$ totius summe, scilicet $\frac{1}{3}$. Inuenimus enim superius, quod $\frac{7}{9}$ secundi numeri cum $\frac{1}{6}$ primi, et cum $\frac{1}{18}$ tercij sunt similiter tercia pars summe: ergo $\frac{1}{6}$ primi numeri cum $\frac{7}{9}$ secundi, et cum $\frac{1}{18}$ tercij sunt $\frac{1}{3}$ primi numeri, et $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{16}{9}$ tercij. Comuniter auferatur $\frac{1}{6}$ primi numeri; et $\frac{2}{9}$ secundi, et $\frac{1}{18}$ tercij, remanebunt $\frac{5}{9}$ secundi, equales de $\frac{1}{6}$ primi, et de $\frac{31}{18}$ tercij. Inuenimus etiam superius, totum secundum numerum esse ter decuplum tercij numeri. Quare $\frac{5}{9}$ secundi erunt $\frac{65}{9}$ tercij: sunt enim et $\frac{5}{9}$ secundi, ut ostensum est, $\frac{1}{6}$ primi numeri, et $\frac{31}{18}$ tercij. Quare si comuniter auferantur $\frac{31}{18}$ tercij, remanebunt $\frac{11}{2}$ tercij numeri quantum $\frac{1}{6}$ primi numeri. Quare totus primus numerus erit triguplum triplum tercij numeri. Vnde cum tercius numerus sit unum, primus erit 33, ut dictum est. Et si ex hoc, quod posuerunt in comune, primus sumeret medietatem; secundus terciam; tercius sextam; et unusquisque haberet portionem sibi contingentem ex predictorum sterlingorum; tunc summa ipsius pecunie esset 51: de qua inuenies per inuestigationem proportionum ipsorum, nec non et per sequentem regulam, primum sumpsisse 30; secundum 15; tercium 6. Proponatur iterum, primum posuisse in comuni $\frac{1}{2}$ ex hoc, quod cepit; secundum $\frac{1}{3}$

fol. 129 recto

« contingentem .... partes erunt » (fol. 129 recto, lin. 29 e 30–39; pag. 294, lin. 29 — pag. 295, lin. 7)

36	78	108
	Positio prima	
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
	Secunda	
$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$
tercia	secunda	prima
72	72	72
	positio tercia	
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

tercium $\frac{1}{6}$; et sic primus habeat $\frac{1}{2}$ totius summe; secundus $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{6}$; hoc est unusquisque habuit id, quod suum erat. Pone itaque portiones, quas ipsi tres homines habent de prescripta pecunia in ordinem, scilicet $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$; uocabisque ea ex positione prima. Et quia primus posuit in comune $\frac{1}{3}$ ex hijs que cepit; remanserunt ergo ei $\frac{2}{3}$: quare $\frac{1}{3}$, quam posuit, fuit $\frac{1}{2}$ ex hijs, que remanserunt ei: similiter id, quod posuit secundus, fuit $\frac{1}{3}$ sui residui; et id, quod posuit tercius, fuit $\frac{1}{4}$ ex hoc, quod remansit ei. Quare pone sub positione prima $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ per ordinem, ut in margine cernitur; que partes erunt | positionis secunde: sub quibus etiam pones $\frac{1}{3}$ ter propter $\frac{1}{3}$, quam rehabuit unusquisque ex hoc, quod positum fuit in comune, que erunt de positione tercia: deinde multiplica 6, in quibus reperiuntur rupti prime positionis per 12; in quibus etiam reperiuntur rupti positionis secunde, erunt 72: que etiam multiplica per 3; cum in 3 reperiantur rupti positionis tercie, erunt 216; et tot pone pro summa totius pecunie; quorum $\frac{1}{2}$ pone super $\frac{1}{2}$ prime positionis, scilicet 108, et terciam, scilicet 72, super $\frac{1}{3}$, et sextam super $\frac{1}{6}$, que est 36. Post hec accipe ex predictis numeris per ordinem partes secunde positionis, scilicet $\frac{1}{2}$ de 108, et $\frac{1}{3}$ de 72, et $\frac{1}{4}$ de 36, erunt 54, et 24, et 9, scilicet 87; et tot posuerunt in comuni. Deinde diuide predicta 216 per partes tercie positionis, exibunt 72 super unaquaque $\frac{1}{3}$. Extrahe quidem priora 72 de 108, remanent 36; quorum $\frac{1}{2}$ accipe pro $\frac{1}{2}$, quod est de secunda positione, erunt 18 addita, que serua in manu; et extrahe secunda 72 de 72, que sunt super $\frac{1}{3}$, remanet 0; cuius $\frac{1}{3}$ accipe pro $\frac{1}{3}$, que est in secunda positione, erit 0; quod adde cum 18 seruatis, erunt 18. Et quia 72, que sunt in tercio loco, scilicet super $\frac{1}{3}$ tercie positionis, non possunt extrahi de 36, extrahe 36 de ipsis 72, remanebunt 36 diminuta; de quibus accipe $\frac{1}{4}$ pro $\frac{1}{4}$, que est in secunda positione, erunt diminuta 9; que abice de 18 seruatis, remanent 9 addita. Quare cum sint addita, debes ea extrahere de 216. Et si essent diminuta, adderes ea, remanebunt 207, que sunt summa, que remansit eis post posita 87 in comune: quare addes ea insimul, erunt 294 pro summa totius pecunie ipsorum; de quorum medietate, scilicet de 147, extrahe terciam de 87, quam rehabuit primus, scilicet 29, remanent 118; quibus superadde $\frac{1}{2}$ eorum pro $\frac{1}{2}$ secunde positionis, erunt 177; et tot habuit primus de prescripta pecunia. Rursus de portione secundi hominis, scilicet de $\frac{1}{3}$ de 294, abice 29, que rehabuit ipse ex predictis 87, remanebunt 69: super que pone $\frac{1}{3}$ eorum propter $\frac{1}{3}$ secunde positionis, erunt 92; et tot habuit secundus: adhuc de 49, que sunt $\frac{1}{6}$ de 294, scilicet de portione tercij hominis, extrahe 29, remanebunt 20: quibus adde $\frac{1}{4}$ eorum pro $\frac{1}{4}$ secunde positionis, erunt 25; et tot habuit tercius homo. Et si proponeretur, primum rehabuisse $\frac{1}{2}$ ex hoc, quod posuerunt in comune; secundum $\frac{1}{3}$; tercium $\frac{1}{6}$, operaberis ut supra, donec habeas 87: deinde sub secunda positione pone in tercia $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$, scilicet partes, que rehabuerunt ex posito in comune: quas partes accipe de 216, et habebis 108 super $\frac{1}{2}$, et 72 super $\frac{1}{3}$, et 36 super $\frac{1}{6}$, ut in hac alia cernitur descriptione. Et quia, extractis ipsis numeris per ordinem de numeris, qui sunt super primam positionem, nichil remanet. Ideo nichil debemus addere, nel extrahere a 216. Quare 216 erunt residuum, quod remanet eis, posita 87 in comune. Quare adde 87, et 216, erunt 303 pro summa totius pecunie; quam diuides inter eos ordine, quo diuisisti 294; et inuenies, primum habuisse 162; secundum 96; tercium 45. Rursus diuidatur id, quod posuerunt in comune; ita quod

Fol. 129 verso.

« 18 Et quia .... Et si proponeretur » (fol. 129 verso, lin. 13-25 e 26; pag. 195, lin. 21-34).

36	72	108	positio prima
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	secunda
36	72	108	tercia
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	

primus rehabeat inde $\frac{1}{2}$; secundus $\frac{2}{5}$; tercius $\frac{1}{10}$: positis quidem partibus trium positionum, ut hic cernitur, multiplica 6 per 12; que per 10, in quibus reperiuntur fractiones trium positionum, erunt 720; que pone diuiso per partes prime positionis, et tercie, et habebis 360 super $\frac{1}{2}$; et 240 super $\frac{1}{3}$; et 120 super $\frac{1}{6}$; et super partes tercie positionis habebis 360, et 286, et 72: deinde accipe per ordinem $\frac{1}{2}$ de 360, | et $\frac{1}{3}$ de 240, et $\frac{1}{4}$ de 120, scilicet partes secunde positionis, erunt 100, et 80, et 30, que sunt in summa 290; et tot posuerunt in comune: deinde de 360 prime positionis extrahe 360 tercie, remanet 0; cuius dimidium, cum sit 0, relinque, et de 288 extrahe 240, remanent 48 diminuta: et hoc dico, cum 288 non possunt extrahi de 240: de quibus 48 accipe $\frac{1}{3}$ pro $\frac{1}{3}$ secunde positionis, erunt 16 diminuta, que serua: et extrahe 72 de 120, remanent 48 addita; pro quibus $\frac{1}{4}$ habentur 12 similiter addita. Oppone itaque addita cum diminutis, scilicet 12 cum 16, remanebunt 4 diminuta; que adde cum 720, erunt 724; et tot remanserunt eis positis 290 prescriptis: quibus insimul additis, reddunt 1014 pro summa totius pecunie eorum: deinde diuide 290 per partes tercie positionis; et habebis 145 sub $\frac{1}{2}$, et 116 sub $\frac{2}{5}$, et 29 sub $\frac{1}{10}$: et 1014 diuide per partes prime positionis, uenient 507, et 338, et 169. Deinde de 507 extrahe 45, remanent 302; quibus adde $\frac{4}{5}$ eorum propter $\frac{1}{2}$, quod est in secunda positione, erunt 543; et tot sumpsit primus de comuni pecunia. Similiter de 338 extrahe 116, remanent 222; quibus superadde terciam eorum, erunt 296; et tot sumpsit secundus. Item extrahe 29 de 169, remanent 140: quibus adde quartam eorum, erunt 175; et tot sumpsit tercius de predicta pecunia. Et si diceretur, summa totius pecunie fuisse 100; multiplica 543, et 296, et 175 per 100, et diuides unamquamque multiplicationem per 1014.

fol. 130 recto.

« et 30, que .... de 338 » (fol. 130 recto, lin. 2-14; pag. 296, lin. 6-18).

prima	160	338	507
	120	240	360
secunda	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
	72	280	360
tercia	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$
	29	116	145

Item tres homines habeant pecuniam comunem, de qua $\frac{1}{2}$ sit primi; secundi $\frac{2}{5}$; tercij $\frac{1}{10}$: quam cum sumerent inter se fortuitu, primus ex hoc, quod cepit, posuit $\frac{1}{2}$ in comune; secundus $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{6}$: ex quibus positionibus unusquisque cepit terciam; et sic quilibet eorum suam habuit portionem: pro prima quidem positione pones $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$; et pro tercia in $\frac{1}{5}$; pro secunda quoque oportebit ponere $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{2}$ 1; cum id, quod posuit primus in comune, fuerit quantum illud, quod remansit ei; et id, quod posuit secundus, fuerit $\frac{1}{2}$ eius, quod remansit; et positio tercij fuerit $\frac{1}{5}$ sui residui: pone itaque ipsas positiones in ordine; et multiplica 10 per 10; que per 3, et habebis 300, in quibus reperiuntur fractiones trium positionum: quare pone 300 in partes prime, et tercie positionis, diuisa super ipsas positiones; et habebis super primam positionem 150, et 120, et 30; et super terciam habebis 100 ter: deinde accipe partes secunde positionis de numeris superioribus, uenient 150, et 60, et 6; hoc est in summa 216, que habeantur pro eis, que posuerunt in comune. Item extrahe 100 de 150, remanent 50; que diuide per 1 secunde positionis, exibunt 50 addita: adhuc extrahe 100 de 120, remanent 20; quorum medietas sunt 10 addita: que adde cum 50 additis, erunt 60 addita. Item extractis 30 de 100, remanent 70 diminuta, quarum quinta sunt 14 diminuta: quibus extractis de 60 additis, remanent 46 addita; que extrahe de 300, remanent 254, que sunt residuum. Quare adde ea cum 216, erunt 470 pro summa pecunie eorum: quam cum diuiseris ordine demonstrato, inuenies, primum sumpsisse 326; secundum 174; que cum insimul iunguntur, faciunt plus de 470. Quare hec questio non potest | solui, nisi soluatur cum aliqua propria pecunia tercij hominis; et tunc erit

« eorum suam .... quibus » (fol. 130 recto, lin. 23-35; pag. 296, lin. 26-39)

30	120	150	
$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	prima
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$	1	secunda
100	100	100	tercia
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	

fol. 130 verso.

talis questio, quod pecuniam, quam ipsi tres habebant comunem, nec non et pecuniam propriam tercij hominis, sumpserunt fortuitu inter primum, et secundum hominem. Post hec primus posuit in comune $\frac{1}{2}$ ex hoc, quod ceperat. Secundus $\frac{1}{3}$; ex quibus positionibus tercius homo cepit $\frac{1}{6}$ de ipsa pecunia propria, quam socij habuerant. Post hec, de residuo unusquisque sumpsit terciam partem; et sic habuit quilibet ipsorum id, quod suum erat; et tunc, ut diximus, primus sumeret 326; secundus 174; et pecunia propria tercij hominis fuit 30: quam si 20 esse uis, erit sic 30 ad 20, ita 326 ad id, quod sumpsit primus; et sic 174 ad id, quod sumpserit secundus. Quare multiplicabis 326, et 174 per 20; et diuides per 30, scilicet accipe $\frac{2}{3}$ eorumdem, exibunt $\frac{1}{3}$ 217, et 116 pro sumptionibus eorum: de quorum summa extrahe 20 predicta, remanebunt $\frac{1}{3}$ 313 pro summa comunis pecunie. Nam si uis, ut comunis pecunia sit 100; et queras quantitatem proprie pecunie tercij hominis, nec non et quantum cepit unusquisque reliquorum, erit tunc sicut 470 ad 100, scilicet sicut inuenta summa ad quesitam, ita 30 ad pecuniam tercij hominis. Quare multiplicabis 10 per 30, et diuides per 47, exibunt $\frac{18}{47}$ 6 pro pecunia propria tercij hominis; que adde cum 100, erunt $\frac{18}{47}$ 106; que multiplica per 326, et per 174; et diuide unamquamque multiplicationem per coniunctum ex eis, scilicet per 500.

De eodem inter .IIII.^or. homines.

Rvrsus .IIII.^or homines habeant pecuniam comunem, cuius tercia sit primi, et $\frac{3}{10}$ sit secundi, et $\frac{1}{5}$ sit tercij, et $\frac{1}{6}$ sit quarti; quam totam pecuniam, cum inter se fortuitu diuiderent, primus ex hijs, que ceperat, posuit dimidium in comune; secundus $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{4}$; quartus $\frac{1}{5}$: de quibus .IIII.^or positionibus, cum unusquisque caperet $\frac{1}{4}$, quilibet ipsorum habuit suam portionem: pones itaque in prima positione $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{1}{3}$; et in secunda $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ 1; et in tercia pones $\frac{1}{4}$ quater, et operaberis ut supra; et inuenies, summam pecunie esse 3190; de quibus primus sumpsit 1034; secundus 666; tercius 300; quartus 190.

* tercii hominis ... erat librarum » (fol. 130 verso, lin. 13-22, pag. 297, lin. 13-27).

240.	288.	432.	480.	
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{3}$	
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1
360.	360.	360.	360.	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	

De .IIII.^or pesonibus, quorum pondus erat librarum quadraginta.

Qvidam habebat pesones .IIII.^or, cum quibus ponderabat integras libras suarum mercium a libra una usque in libris 40; queritur pondus uniuscuiusque pesonis: pondus quidem primi oportuit esse unius libre; ut cum ipso ponderaretur libra una. Secundi duplum eius, 1 addita, scilicet 3, uel triplum ipsius primi; cum quibus duobus pesonibus possunt ponderari a libra una usque in 4: pondus autem tercij est 1, plus duplo amborum, hoc est triplum secundi, scilicet 9: pondus autem quarti est 1, plus ponderis reliquorum trium, hoc est triplum tercij, scilicet 27; quorum ponderibus insimul iunctis faciunt 40. Vnde si uis scire, qualiter ponderari possunt cum hijs pesonibus a libra 1 usque in libris 40 quelibet libra, ut dicamus 14, ponitur quartus peso in una lancea, et reliqui ponuntur in alia; et cum ponitur idem quartus peso cum primo, et ab alia ponuntur reliqui, scilicet 9, et 3, tunc ponderari possunt libre 16: et cum ponuntur quartus, et secundus, et primus ab una parte, scilicet 27, et 3, et 1, quorum pondus est 31; et ab alia ponitur tercius, scilicet 9, tunc possunt ponderari libre 22, que sunt a 9 usque in 31; et sic intelligas in reliquis. Et si adderes quintum pesonem, cuius pondus esset triplum quarti, scilicet 81, ponderari cum hijs quinque pesonibus quotlibet libre, a libra una usque in libras 121; et sic eodem ordine possunt addi pesones in infinitum.

De homine, qui habebat sisphos quinque argenti. |

fol. 111 recto. Qvidam dabat cuidam pro suo opere cotidie marcham 1 argenti, quam persoluebat cum ciphis quinque, quos habebat, ita quod non frangebatur aliquis eorum; et hoc fecit diebus 30: pondus primi ciphi fuit 1, cuius duplum, scilicet marche 2, fuit pondus secundi; pondus quidem tercij fuit 4, scilicet duplum secundi. Pondus autem quarti fuit duplum tercij, scilicet 8; quorum ponderibus .iiii.^{or} ciphorum insimul iunctis, faciunt marchas 15; quibus extractis ex marcis 30, remanent marche 15 pro pondere quinti ciphi. In primo quidem die dedit ei primum uas. In secundo recepit ab eo ipsum primum, et dedit ei secundum. In tercio reddidit dominus operario ipsum primum. In quarto die recepit dominus ab operario primum, et secundum, et dedit ei tercium; et sic predicto ordine persoluit eum cotidie, usque in diebus 30.

De duobus hominibus, qui habuerunt poma.

Ex duobus hominibus unus babuit poma 10, alius 30; et cum essent ambo in uno foro, unusquisque uendidit ex suis pomis nescio quot. Sed pretium eorum fuit idem: et cum uenissent in alio foro, uendiderunt reliqua similiter equali pretio; et fuit illud, quod habuit primus ex suis 10 pomis, quantum illud, quod habuit secundus: queritur pretium pomi in unoquoque foro, nec non et quot fuerunt poma uniuscuiusque uendita in quolibet foro. Numerum quidem pomorum primi hominis, scilicet 10, diuide in duas partes, ita quod, extracta prima parte ex numero pomorum alterius, scilicet de 30, remaneat numerus, qui integraliter diuidatur per secundam partem; et quod ex diuisione peruenerit, erit pretium uniuscuiusque pomi uenditi in secundo foro. Et quia de semel 30 extrahitur semel prima pars, erit semel denarius 1 pretium uniuscuiusque pomi uenditi in primo foro. Verbi gratia: sint 10 diuisa in 6, et 4; et extrahantur 6 de 30, remanent 24; que diuide per secundam partem, scilicet per 4, ueniunt 6 pro pretio pomi uenditi in secundo foro; et sic habes, quod pretium pomorum primi fori fuit denarius 1, et secundi fori fuit denarij 6. Sed ut habeas poma utriusque fori, accipe ergo alibitum ex predictis 6 partem, qualem uis, pro pomis primi hominis uenditis in primo foro; et aliam partem, scilicet residuum, extrahe de 30; et quot remanebunt, erunt poma primi hominis uendita in primo foro. Vt si uis, quod primus homo uendiderit pomum unum in primo foro, extrahe ipsum de 6, remanent 5; et tot poma uendidit secundus homo in secundo foro: quibus extractis de 30, remanent 25 pro pomis uenditis in primo foro ab ipso secundo homine; et sic unusquisque habuit denarios 55. Et si ponas, ut poma 5 uendat primus homo in primo foro, extrahe ea de 6 supradictis, remanet 1 pro id, quod secundus uendidit in secundo foro; reliqua, scilicet 29, uendidit in primo; et sic habuit unusquisque denarios 35: et si uis, ut unusquisque habeat denarios 45, extrahe 35 de 55, remanent 20; que diuide per 4, que sunt a pomo uno primi hominis usque in 5 eiusdem, ueniunt 5; et tot denarij minuentur de 55, si addideris unum pomum super ipsum, quod posuimus, primum hominem uendidisse in primo foro. Quare in ipsis pomis 5 diuide differentiam pomorum, que est a 45 in 55, exibunt 2; quibus additis cum 1 predicto, quod extraximus de 6, reddunt 3; et tot poma uendit primus in primo foro, de quibus habuit denarios 3: reliqua, scilicet 7, uendit in secundo foro, ex quibus habuit denarios 42; et sic habuit denarios 45. Extrahe quidem ipsa 3 de 6, remanent 3; et tot poma

uendit secundus in secundo foro, de quibus habuit denarios 18: reliqua, scilicet 27, uendidit in primo pro denarijs 27; et habuit similiter 45.|

Et si ponatur, quod summa denariorum uniuscuiusque sit minor numero pomorum secundi, tunc duplicabis ipsum, uel per aliquem numerum multiplicabis, donec proueniat numerus, qui sit maior numero pomorum secundi, et minor summe diffinitionis maioris. Nam diffinitionem maiorem dicimus, quando primus homo uendit unum tantum pomum in uiliori foro. In qua summa superius habuimus denarios 55; et tunc secundum ea que diximus, consolabis uenditionem eorum in ipso numero: quo facto, diuides pretia utriusque fori per numerum, in quo multiplicaueris summam quesitam; et habebis propositum. Verbi gratia: pone unumquemque habuisse ex suis pomis denarios 20; quibus duplicatis faciunt 40: ergo uolo consolare poma suprascripta, ita ut unusquisque habeat denarios 40 ex suis pomis. Diuides ergo differentiam, que est a 40 in 55, scilicet 15, per differentiam, que est a pretio pomi primi fori in pretium secundi, scilicet per 5, exibunt 3: quibus additis super pomum maioris diffinitionis, scilicet super 1, faciunt 4; et tot poma uendidit primus in primo foro: quibus extractis de prima parte diuisi decenarij, scilicet 6, remanent 2; et tot poma uendidit secundus in secundo foro. Et quia duplicasti 20, diuides pretia unius pomi utriusque fori per 2, scilicet 1, et 6, exibunt pro pretio primi fori $\frac{1}{2}$ unius denarij; et pro pretio secundi denarij 3. Et si uis summam denariorum ipsorum ascendere super maiorem diffinitionem, scilicet super 55, duplicabis ipsam diffinitionem, uel triplicabis, uel per aliquem numerum multiplicabis, donec proueniat numerus maior quesita summa; et tunc superhabundantiam, que est inter ea, diuide per differentiam, que est inter pretia; et quod proueuerit, diuide per numerum, in quem multiplicaueris dictam diffinitionem; et habebis illud, quod debes addere super numerum pomorum primi hominis in primo foro; et multiplicabis pretia utriusque fori per eundem numerum, in quo multiplicasti maiorem diffinitionem. Verbi gratia: ponamus, ut uterque ipsorum habeat ex suis pomis denarios 100. Quare multiplicabis 55 per 2, erunt 110; de quibus extrahe 100, remanent 10; que diuide per differentiam pretiorum, scilicet per 5, exibunt 2; que diuide per 2, in quibus multiplicasti 55, exibit 1; quod adde super pomum unum, quod primus uendidit in primo foro, erunt poma 2 uendita in ipso foro. Reliqua 8 erunt uendita in secundo foro. Et quia multiplicasti 55 per 2, multiplica pretium utriusque fori per 2; et habebis denarios 2 pro pretio primi fori, et denarios 12 pro pretio secundi. Verbi gratia: ex duobus pomis habuit primus homo in primo denarios 4, et de reliquis 8 in secundo habuit denarios 96; et sic habuit denarios 100 ex decem pomis. Deinde, ut habeas diuisionem pomorum secundi utriusque fori, abice poma 2 primi hominis ex pomis 6, scilicet ex prima parte, quam superius de 10 fecimus. Nam ipsa pars est summa pomorum uendita a primo homine in primo foro, et a secundo homine in secundo remanebunt poma 4; de quibus habuit secundus in secundo foro denarios 48; et de reliquis pomis 26 habuit in primo foro denarios 52; et sic habuit denarios 100 ex omnibus suis pomis. fol. 131 verso.

Potes etiam alio modo ad habendam quamlibet summam denariorum procedere, cum solidata erunt poma utriusque in aliquo denariorum numero; quia erit sicut numerus ille ad summam quesitam, ita pretium inuentum uniuscuiusque fori ad pretium que-

fol. 132 recto. situm eiusdem. Verbi gratia: ponamus, unumquemque ha|buisse denarios 70 ex suis pomis; quia superius in minori diffinitione habui denarios 35, et poma primi hominis fuerunt diuisa in 5, et 5; secundi in 29, et 1; erit itaque sicut 35 ad 70, ita 1, scilicet inuentum pretium primi fori, ad pretium quesitum eiusdem; et sicut 35 ad 70, ita 6, scilicet inuentum pretium secundi fori, ad quesitum pretium eiusdem: quare multiplicabis 70 per inuenta pretia, scilicet per 1, et per 6, et diuides utramque multiplicationem per 35; et habebis pro pretio primi fori denarios 2, et pro pretio secundi denarios 12; et diuisio pomorum erit eadem. Nam primus in primo foro ex pomis 5 habuit denarios 10, et ex aliis 5 habuit in secundo denarios 60; et sic habuit denarios 70 ex suis pomis, ut querebatur: totidem etiam habuit secundus ex pomis 29 uenditis in primo foro, et ex pomo 1 uendito in secundo. Et ut hec, que dicta sunt, melius elucescant, habeat primus homo poma 12, secundus 32; et habeant, ut dictum est, equaliter post uenditionem pomorum in utroque foro: et uolo iterum, ut pretium primi fori sit denarius 1: diuides 12 in duas ut libet partes; et habeas primam pro summa pomorum, que primus uendidit in primo foro, et secundus in secundo: et abice eam de numero pomorum secundi hominis, scilicet de 32; residuum, quod remansit, diuide per secundam partem; et quod prouenerit erit pretium unius pomi uenditi in secundo foro. Deinde accipe quotuis poma ex predicta prima parte, et habeas ea pro pomis uenditis a primo homine in primo foro; et que ex ipsa parte remanserint, habeas pro pomis uenditis a secundo in secundo foro. Verbi gratia: sit prima pars 8, secunda 4; et auferantur 8 de 32, remanent 24; quibus diuisis per secundam partem, uenient denarij 6 pro pretio secundi fori: deinde diuide 8 in duas qualesuis partes, ut dicamus in 5, et 3; et habeas poma 5 pro eis, que primus uendidit in primo foro: reliqua 3 uendidit secundus in secundo foro: quibus extractis ex pomis eorum, remanent poma 7 pro eis, que primus uendidit in secundo foro; et 29 pro eis, que uendidit secundus in primo; et sic primus habuit denarios 5 ex pomis 5, et denarios 42 ex pomis 7; et sic habuit in summa denarios 47; et totidem habuit secundus ex pomis 29, et ex pomis 3: uel diuidantur 12 in 7, et 5, et auferantur 7 de 32; et reliqua 25 diuide per 5, et habebis denarios 5 pro pretio primi fori: et diuide 7 in quales uis partes; et habeas unam partem proportionis primi hominis primi fori, et aliam pro pomis secundi fori secundi hominis: et si uis, quod pretium primi fori sit alius numerus denariorum qualem uis, erit diuisio pomorum eadem. Sed pretium secundi fori cadet proportionaliter, uidelicet sicut 1 est ad numerum illum, ita pretium inuentum secundi fori ad pretium quesitum eiusdem fori. Verbi gratia: ut si uis ualere pomum denarios 3 in primo foro; quia 3 triplum sunt de 1. Ideo triplica pretium secundi fori, et sic habebis in prima diffinitione denarij 18 pro pretio secundi fori, et denarios 15 in secunda diffinitione. Et si proponatur, primum habuisse ex pomis 12 aliquod multiplex denariorum secundi, ut dicamus duplum, inuenias summam, quam nolueris, equalem, quam habeat unusquisque ex suis pomis, secundum modum predictum; ita ut poma secundi fori excedant duplum pomorum secundi fori secundi hominis; et tunc de pomis

fol. 132 verso. secundi fori primi hominis abice duplum pomorum secundi fori secundi habeas (*sic*); | et quod residuum fuerit, serua; et pro predicto duplo duplica predictam summam: de qua duplicatione abice ipsam summam, hoc est multiplica ipsam summam per 1, scilicet

per unum, minus de 2 propter duplum predictum; et quod prouenerit, diuide per seruatum residuum; et quod ex diuisione peruenerit, adde super pretium secundi fori, et habebis propositum. Verbi gratia. Sint poma 6 primi hominis in primo foro, et reliqua 6 in secundo; et pretium primi sit 1, secundi 5; et sic habebit ipse denarios 36 in summa, quam habebit secundus ex pomis 31 in primo foro, et ex pomo 1 in secundo: abice ergo duplum ipsius pomi de pomis secundi fori primi hominis, scilicet de 6, remanent 4: in quibus diuide multiplicationem de 1 in 36, exibunt 9; que adde super pretium secundi fori, erunt 14; et tot uendiderunt pomum in secundo foro; et sic habuit primus denarios 90; secundus 45. Et si uis, primum habere triplum denariorum secundi, abice ex predictis 6 triplum unius pomi, quod secundus uendidit in secundo foro, remanent 3; in quibus diuide multiplicationem de 2 in 36; quia, extracto 1 de 3 propter triplum, remanent 2, exibunt 24: quibus additis super 5, scilicet super pretium secundi fori, erunt 29; et tot ualuit pomum in secundo foro; et sic primus habuit denarios 6 ex pomis 6, et denarios 174 ex reliquis, hoc est in summa denarios 180; tercia pars quorum habuit secundus ex pomis 31 primi fori, et ex pomo uno secundi. Et si uis pretium secundi excedere pretium primi in aliqua multiplicitate, ut dicamus in quadruplo, inuenias ordine eodem summam ipsorum equalem, secundum aliquam diuisionem pomorum ipsorum; et tunc pro quadruplo accipe $\frac{1}{4}$ ex numero pomorum secundi fori secundi hominis; quam extrahe ex numero pomorum eiusdem fori primi hominis, et residuum serua; in quo diuide summam denariorum ipsorum, quarta eius inde extracta; hoc est per dictum residuum diuide $\frac{3}{4}$ ipsius summe; et, quod ex diuisione peruenerit, abice ex pretio inuento secundi fori; et quod residuum fuerit, erit quesitum pretium eiusdem fori. Verbi gratia. Sint 6 poma primi fori, et 6 secundi ex pomis primi hominis; et pretium unius pomi in primo foro sit 1; in secundo 11. Quare poma secundi hominis primi fori sint 28; secundi 4; et summa denariorum uniuscuiusque, est 72. Accipe ergo $\frac{1}{4}$ de 4, scilicet 1, et extrahe eam de pomis 6 secundi fori primi hominis, remanebunt 5: in quibus diuide $\frac{3}{4}$ de 72, scilicet 54, exibunt $\frac{4}{5}$ 10; que extrahe ex 11, scilicet ex pretio secundi fori, remanet $\frac{1}{5}$; et tot ualuit pomum in secundo foro, cum pretium primi fori sit 1. Quare, ut habeas hec in integrum, multiplica utrumque pretium per 5, et habebis 5 pro pretio primi, et 1 pro pretio secundi; et sic habuit primus ex suis pomis soldos 3; secundus soldos 12, scilicet quaduplum (*sic*) denariorum primi, ut querebatur.

Modus alius in questione pomorum.

Rvrsus habet unusquisque equaliter post uenditionem pomorum utriusque fori; et sit pretium uniuscuiusque fori nominatum, uel in aliqua data proportione; tunc cognoscas, si questio poterit solui: multiplica minus pretium per maiorem multitudinem pomorum, et maius pretium per minorem multitudinem. Et si ultima multiplicatio fuerit maior uno, tunc solubilis erit questio; et tunc extrahes minorem multiplicationem de maiori; et de residuo extrahe differentiam, que est inter pretia utriusque fori semel, uel bis, uel quotiens uolueris, donec inde aliquid remaneat; quod residuum diuide per predictam differentiam; et quod prouenerit, habeas pro pomis secundi fori uenditis a secundo homine, et quotiens dictam differentiam extraxeris de predicto residuo, totiens pomum unum uendidit primus homo in primo foro. Verbi gratia. Sint iterum poma | primi fol. 133 verso.

hominis 12, secundi 33; et pretium secundi fori sit quadruplum pretio primi : uel pretium primi sit 1, secundi 4: quia ex quater 12, scilicet de 48, possunt extrahi semel 33, scimus hanc questionem solubilem esse. Quare extractis 33 de 48, remanent 15 : de quibus extracta differentia, que est inter pretia, scilicet 3 bis, remanebunt 9; quibus diuisis per 3, scilicet per eamdem differentiam, exibunt 3; et tot poma uendidit primus in primo foro, quia extraxisti bis predictam differentiam de 15; et sic habuit unusquisque denarios 42. Aliter uendat primus homo poma 3 in primo foro, et in secundo, de quibus habebit denarios 3, et 36, hoc est 39: de quibus extrahe multiplicationem de 1 in 33, remanebunt 6; que diuide per 3, exibunt 2; et tot poma uendit secundus in secundo foro.

Regula notabilis de 5 numeris ingnotis reperiendis.

Primus quidem cum secundo, et tercio contineat quartum semel, et dimidiam eius; et cum tercio, et quarto contineat quintum bis, et quartam eius. Cum quarto quidem, et quinto contineat secundum ter, et quintam eius. Cum quiuto quoque, et secundo contineat tercium quater, et sextam eius. Quia primus cum secundo, et tercio continet quartum semel, et dimidium. Si ipsi tres numeri in summa sint $\frac{1}{2}$ 1, quartus erit 1. Quare si summa dictorum fuerit 3, quartus erit 2; et sic quartus ex oumma primi, et secundi, et tercij est $\frac{2}{3}$. Similiter ex adiacentibus inuenies, quintum esse $\frac{4}{9}$ ex oumma primi, et tercij, et quarti. Secundum $\frac{5}{16}$ ex summa primi, et quarti, et quinti. Tercium $\frac{6}{25}$ primi, et quinti, et secundi. Quare pone $\frac{2\ \ 4\ \ 5\ \ 6}{3\ \ 9\ \ 16\ \ 25}$, et adde 3 cum 2, que sunt super ipsa 3 prescripte uirge, erunt 5; que multiplica per 4, et adde ter 9, erunt 47; que multiplica per 5, que sunt super 16, et adde ter nouies sexdecim, erunt 667; que multiplica per 6, que sunt super 25, erunt 4002. Vel aliter: multiplica 6 per 10, et adde quinquies 6; que omnia per 9, et adde 4 uicibus 5, uicibus 6; quod totum per 3, addens 2 uicibus 4, uicibus 5, uicibus 6, scilicet 240, erunt similiter 4002: deinde multiplica 3 per 16, que sunt sub uirga; que per 4; que per 6, erunt 1152. Item multiplica 4 per 16, et 5 per 9, erunt 109; que per 2; que per 6, que sunt super uirga, erunt 1308; que adde cum 1152, et 4002, erunt 6462, que serua; et adde 240 inuenta cum 1308, erunt 1548, que serua; et multiplica 3 per 9; que per 16; que per 25, erunt 10800 : de quibus extrahe inuenta 1152, et 1308, et 240, nec non et multiplicationem de 3, que sunt sub uirga in 4 ductam in 5; quam in 6, que sunt super uirgam, scilicet 360, remanebunt 7740, que serua: et quia unusquisque seruatorum numerorum, scilicet 6462, et 1548, et 7740 diuiditur integraliter per 18, accipe $\frac{1}{18}$ ex unoquoque, et habebis 359, et 86, et 430, que serua circa $\frac{2}{3}$; et cresce uirgulam uersus dextram, reiterans in ea $\frac{6}{25}$, et $\frac{4}{9}$, et $\frac{2}{3}$, ut hic ostenditur. Nam $\frac{5}{16}$ reiterande non sunt, cum sint penultime a parte dextra: et incipias ab 86, multiplicans ea per 25 addita in uirga, uenient 2150; que extrahe ex 430 ductis in 6, que sunt super ipsa 25, scilicet ex 2580, remanent 430; que multiplica per 9 addita, erunt 3870; que etiam per 3 similiter addita in uirga, erunt 11610; super que adde multiplicationem de 2580 inuenta 4, que sunt super 9; quam in 2, que sunt super 3, scilicet 20640, erunt 32250; super que adde multiplicationem de 86 predictis in 6, que sunt super 25; quam in 4; quam in 5, scilicet coniunctum de 3, que sunt sub uirga a parte dextra cum 2, que sunt super ea; que multiplicatio est 10320, erunt 42570; que sunt primus numerus : deinde multiplica 359

* Summa primi ... scilicet ... (fol. 133 recto, lin. 16-28; pag. 302, lin. 17-32).

6462
18 $\frac{2\ \ 4\ \ 5\ \ 6}{3\ \ 9\ \ 16\ \ 25}$
7740
359
$\frac{2\ \ 4\ \ 5}{3\ \ 9\ \ 16}$ $\frac{6\ \ 4\ \ 2}{25\ \ 9\ \ 3}$
430

posita super $\frac{2}{3}$ per eadem 25, erunt 8975; | de quibus extrahe multiplicationem de 430 seruatis sub $\frac{2}{3}$ in 6, que sunt super 25, scilicet 2580, remanent 6395; que multiplica per 9, erunt 57555 : de quibus extrahe multiplicationem de 2580 in 4, que sunt super 9, scilicet 10320, remanent 47235: que multiplica per 3, erunt 141705 : de quibus extrahe multiplicationem de 10320 in 2, que sunt super 3, scilicet 20640, remanent 121065: de quibus etiam extrabe multiplicationem de 359 in 6, que sunt super 25 ; quam in 4, que sunt super 9; quam in 5, scilicet coniunctum de 3 et 2; quorum multiplicationum summa est 43080, remanent 77985, que sunt secundus numerus. Sed ut habeas ipsum, et primum numerum in minoribus numeris, diuide utrumque per 9, et habebis primum numerum 4730. Secundum 8665: deinde, ut inueniamus tercium numerum, multiplica primum numerum, scilicet 4730, per 359, et. secundum per 86; et coniunctum ex hijs duabus multiplicationibus diuide per 430, exibunt 5082: ex quorum trium numerorum summa accipe $\frac{2}{3}$, et habebis pro quarto numero 12718 ; quo addito cum tercio numero , et cum primo, et de eorum summa acceptis $\frac{4}{9}$, reddent pro quinto numero 10280. fol. 133 verso.

Incipit pars 6ª decimi capituli de quibusdam diuinationibus.

Cvm autem quis numerum aliquem posuerit in corde suo, et uoluerit, ut illum inuenias: precipe, ut ponat dimidium ipsins numeri supra ipsum numerum; et si aliqua rupta medietas concurrerit, precipe ut faciat inde integrum. Cuius totius numeri medietatem ponat iterum supra ipsum numerum: et si aliqua medietas concurrerit, iterum in integrum restituat. Deinde interroga eum, si ex summa, quam habet, potest tibi dare 9 ; et iterum 9 , et etiam quotienscumque tibi potest dare 9. Et tu pro quolibet 9 retineas tacite in corde tuo 4; et considera, si in prima positione, cum posuit dimidium numeri super numerum, fuerit fracta medietas, et retine in manu 1. Si in secunda, retine 2. Et si in utraque fractum fuerit, retine 3. Et summam, quam ex quaternarijs collegeris, adde cum dicta unitate, uel cum binario, uel ternario; et habebis propositum numerum. Verbi gratia: ponatur, quod posuerit in corde suo 1 ; super quo si posuerit dimidium ipsius, erit unum, et dimidium; ex quo dimidio, si fecerit 1, erunt 2. Et tu pro ipso dimidio retine in manu 1. Rursum si posuerit dimidium ipsorum 2 super ipsa 2, erunt 3. In quibus, cum non concurrat fracta medietas, et quia non inde potest tibi dare 9, cognoscitur, quod ipse tantum posuit in corde suo unum. Vnde si in utraque positione ruptum ueniret, et 9 inde tibi dare non posset; cognosceres, quod ipse in corde 3 posuisset.

De eodem.

Item ponatur, quod posuisset in corde suo 10; super que si posuerit dimidium ipsorum quod est 5, fiunt 15. In quo numero, cum non sit medium fractum, si superaddideris dimidium ipsius, id est $\frac{1}{2}$ 7, erunt $\frac{1}{2}$ 22 ; ex quo $\frac{1}{2}$ si feceris 1, erunt 23. Et tu pro $\frac{1}{2}$, cum sit in secunda uice, retine 2. Et quia de 23 non potest tibi dare nouenarium, uisi bis. Retine bis 4 pro ipsis duobus 9; et sic scies, quod 10 posuit in corde suo.

Item ponatur, quod in utraque positione fractio numeri sit; pro quibus fractionibus seruabis 3: et ponatur, quod ex summa, quam in fine habuit, possit tibi dare quater 9; pro quibus retinebis quater 4 id est 16; et tunc cognosces, quod posuit in corde suo 19.

* Item ponatur .... per 2 » (fol. 133 verso, lin. 34-37; pag. 303, lin. 39 — pag. 304, lin. 1).

excogitatus numerus 19

Item alia regula de eodem.

Mvltiplicet numerum, quem ipse in suo corde posuit per 3 ; et summam diuidat

per 2; et si in ipsa diuisione rupta medietas fuerit, eiciat eam; et residuum triplicet

fol. 124 *recto*.

iterum; et summam per 2 diuidat. Et si fracta medietas fuerit ibi, eiciat eam ; | et quotiens tibi dare poterit 9, pro quolibet 9 retine 4; et si tantum in prima diuisione fuerit rupta medietas, retine in manu 3; et si in secunda 2; si in utraque 1, et habebis numerum excogitatum.

De eodem, cum numerus excogitatus non sit ultra 105.

Diuidat excogitatum numerum per 3, et per 5, et per 7; et semper interroga, quot ex unaquaque diuisione superfuerit. Tu uero ex unaquaque unitate, que ex diuisione ternarij superfuerit, retine 70; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione quinarii superfuerit, retine 21; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione septenarij superfuerit, retine 15. Et quotiens numerus super excreuerit tibi ultra 105, eicias inde 105; et quod tibi remanserit, erit excogitatus numerus. Verbi gratia: ponatur, quod ex diuisione ternarij remaneant 2; pro quibus retineas bis septuaginta, id est 140; de quibus tolle 105, remanent tibi 35. Et ex diuisione quinarij remanent 3; pro quibus retine ter 21, id est 63, que adde cum predictis 35, erunt 98. Et ex diuisione septenarij remaneant 4 ; pro quibus quater 15 retinebis, id est 60; que adde cum 98 predictis, erunt 158; ex quibus eice 105, remanebunt tibi 53; que erant excogitatus numerus.

« quater 15 .... interrogatus » (fol. 124 *recto*, lin. 12-15; pag. 304, lin. 16-29).

numerus
53

Procedit enim ex hac regula pulcrior diuinatio, uidelicet ut si quis tecum nouerit hanc regulam; et aliquis ei priuatim dixerit aliquem numerum, tunc ille tuus consocius, non interrogatus, tacite diuidat numerum sibi dictum per 3, et per 5, et per 7, predicta ratione; et quod ex qualibet diuisione remanserit, per ordinem tibi dicat; et sic poteris scire numerum sibi priuatim dictum.

Aliter. De eodem, cum numerus non ascendat ultra 315.

Precipe ut numerum, quem in corde suo posuerit, diuidat per 5, et per 7, et per 9 ad modum antecedentis regule; et singulariter interroga, quid ex unaquaque diuisione remaneat; et pro unaquaque unitate, que ex diuisione quinarij remanserit, retine 126; et pro qualibet unitate, ex septenario remanente, 225; et pro qualibet ex nouenario, 280; et semper cum summa excreuerit, ita ut possit inde extrahere 315, eice ea inde quotienscumque poteris; et quod tibi in fine remanserit, erit quesitus numerus.

Aliter de eodem.

Precipe, ut duplicet numerum excogitatum; et duplicato addat 5; quod totum multiplicet per 5; et multiplicate summe addat 10: quo addito, multiplicet totum, quod habuerit, per 10; et interroga eum, quot habet; et ex hoc, quod ipse habuerit, tacite in corde tuo, extrahe 350; et quot centenaria tibi superfuerint, tot unitates in corde suo proposuit: et si aliquis numerus tibi superfuerit, qui sit minor 100, considera ex eo, que pars sit unius centenarij; quia talis pars unius integri, super ipsa integra, que ex centenarijs collegeris, proposuit ipse in corde suo; et cum ad hoc plures possemus dare doctrinas, istas (*sic*) ad presens sufficiant.

De punctis trium taxillorum inueniendis.

Cvm autem quislibet tres taxillos proiecerit; et uolueris, ut dicas puncta, que in quolibet taxillo continentur, precipe ei, ut duplicet puncta unius taxilli; et duplicate quantitati superaddat 5; quod totum multiplicet per 5, cui superaddat 10, nec non et puncta alterius taxilli; quod totum multiplicet per 10; et multiplicationi puncta

alterius taxilli superaddat, et tunc dicat tibi quot habeat: quod cum scieris, extrahe inde 350; et quot centenaria tibi remanebunt, tot puncta in primo taxillo continentur; et quot decene, tot puncta erunt in alio taxillo; et quot unitates, tot in alio.

De anulo reperiendo.|

Cvm autem quotuis homines congregati sint; et aliquis eorum occultatum habuerit anulum in aliquo digito manuum, uel in aliquo nodo; et uolueris scire, quis eorum habuerit; per dictam regulam taxillorum tibi demonstro hoc inuenire. Primum quidem iube, ut sedeant omnes in ordinem; et uni eorum, qui plus sciat de numero, dic ut numeret a se usque ad eum, qui habet anulum; quem numerum duplicare facito, et superaddere 5, et multiplicare per 5: deinde superaddat numerum digitorum, hoc est, si habuerit eum in auriculari digito sinistre manus, addat 1; si in anulari 2; si in medio 3; si in indice 4; si in pollice eiusdem manus 5; si in auriculari dextre manus 6; si in anulari 7; si in medio 8; si in indice 9; si in pollice 10; quam summam totam multiplicet per 10; et multiplicationi superaddat numerum nodorum, hoc est, si habuerit eum inter primum nodum, et secundum, addat 1. Si inter secundum, et tercium, 2; si inter tercium, et extremitatem ungule, 3. Et tunc dicat tibi totam summam, ex qua cum extraxeris 350 centenaria, que remanebunt, dabunt tibi numerum hominum, qui sunt ab ipso, qui multiplicat usque ad ipsum, qui habet anulum, computato uidelicet utroque: decene uero, que super fuerint, dabunt tibi numerum digitorum, computando uidelicet ab auriculari digito sinistre manus, ut supra dictum est. Vnitates uero dabunt tibi numerum nodorum digiti, in quo fuerit anulus. fol. 131 verso.

Nam si in aliqua parte corporis ipsum anulum occultare uoluerit; et uolueris scire, quis eorum habeat, et in qua parte sui corporis; oportet primum distinguere hominem in 100 partes, ex quibus decem partes sunt digiti manuum, ut superius determinauimus: digiti uero pedum eodem modo sunt alie 10; et sic sunt 20. Pars uero uigesima prima est superior pars pedis sinistri iuxta digitos. Planta eiusdem est pars uigesima secunda. Superior pars pedis dextri circa digitos, uigesima tercia; planta eiusdem, uigesima quarta. Supra pedem sinistrum, ubi pes coniungitur cruri, uigesima quinta. Sub calcaneo eiusdem pedis, uigesima sexta. Supra pedem dextrum, ubi pes coniungitur cruri, uigesima septima. Sub dextro calcaneo, uigesima octaua. Exterior nodus sinistri pedis, uigesima nona. Interior, trigesima; exterior nodus pars dextri pedis, trigesima prima. Interior, trigesima secunda; exterior pars sinistri cruris, trigesimi tercia. Interior, trigesimi quarta. Exterior pars dextri cruris 35. Interior 36. Exterior pars sinistri geniculi 37. Interior 38. Exterior dextri 39. Interior 40. Exterior pars coxie sinistre 41. Interior 42. Exterior pars dextre 43. Interior 44. In ancha sinistra sub brachario, uel supra 45; supra pectinem 46. In ancha dextra circa bracharium 47. In renibus circa bracharium 48. Circa posteriorem circulum 49. Circa uirilia 50. In flanco sinistro sub cingulo, uel circa cingulum 51. Vmbellicus 52; dexter flancus subtus, uel circa cingulum 53. In renibus circa cingulum 54. Sub ascella sinistra 55; pectus 56; ascella dextra 57. Inter spatulas 58. Inter collum, et humerum sinistrum, uel circa collum in sinistra parte 59; furcula pectoris sub guture 60. In dextra parte circa collum, uel humerum 61. Retro circa colli nodum 62. inter cubitum, et humerum exterior sinistri brachij 63. Intertia 64.

Exterior dextri 65. Interior 66. Exterior pars cubiti sinistri 67. Interior 68. Exterior dextri 69. Interior 70. Inter cubitum, et manum sinistram exterior pars 71. Interior 72; | exterior dextri 73. Interior 74. Exterior iunctura manus sinistre 75. Interior 76. Exterior dextre 77. Interior 78. In dorso manus sinistre 79. In manu eadem 80. In dorso dextre manus 81. In eadem manu 82. In ore 83. Naris sinistra 84; dextra 85. Auris sinistra 86; dextra 87. Post aurem sinistram 88. Post aurem dextram 89. Super frontem iuxta pilos 90. Concauitas colli 91; summitas capitis 92. Retro talum sinistrum 93. Retro dextrum 94; super genum sinistrum 95. Subtus 96; super dextrum 97. Subtus 98. Sub nare sinistra 99; sub dextra 100: hiis quidem partibus cognitis, fac ut omnes sedeant in ordinem, et uni eorum qui magis de abbaco sciuerit, et qui sciat signa predicta, dic, ut numeret a se usque ad eum, qui habet anulum, computando se, et illum in ipso numero: quibus numeratis, dic ei ut duplicet ipsum numerum; et ut duplicate quantitati addat 10, et multiplicet totam summam per 10, et addat 5; quod totum multiplicet per 5. Postea addat numerum loci, in quo anulus est occultatus, secundum quod superius ostendimus; et totam summam multiplicet per 10; ex qua summa, cum eam ab eo sciueris, extrahe 5250; et quot miliaria remanserint, tot est numerus hominum; et quot tibi remanserint, diuide per 10; et quot ex diuisione euenerint, erit numerus loci, in quo anulus est occultatus. Possemus enim per hanc regulam inuenire, quis colligeret aliquam rem ex 100 rebus, et quam rem colligeret, si poneret eis nomina de numero per ordinem ab unitate usque ad 100.

De diuisione cuiuslibet et numeri in duas partes.

Cvm aliquis diuiserit aliquem incertum numerum in duas partes, quas tu inuenire cupis, precipe ut duplicet unam illarum partium, et aliam multiplicet per totum numerum, quem in corde posuerit; et tunc interroga eum, quota distantia sit a numero summe, quam habet, usque in numerum, quem tu collegeris in corde tuo ex multiplicatione diuisi numeri in uno plus eo; quam distantiam diuide per unum, minus numero diuiso; et quod ex diuisione exierit, erit pars, quam ipse duplicasti. Quod uero ex diuisione remanserit, erit alia pars. Verbi gratia: Sint 10 diuisa in 3, et in 7; et sint 3 duplicata, et 7 multiplicata per 10; que omnia surgunt in 76: a quibus usque in 110, que exeunt ex multiplicatione de 10 in 11, desunt 34: que si per 1, minus de 10 diuiseris, scilicet per 9, exibunt 3, et remanebunt 7, ut prescripta 10 diuisa fuerunt.

Aliter de eodem.

Primam partem duplicet, uel triplicet, uel per qualemcumque numerum minorem diuiso numero uoluerit, multiplicet; aliam uero partem per alium numerum, quem uoluerit, qui sit maior numero diuiso, multiplicet; quod totum in unum coniungat, et dicat tibi distantiam, que est a numero, quem habuit usque in numerum, quem in corde tuo collegeris ex multiplicatione diuisi numeri in numerum, qui sit uno maior numero, in quo ipse multiplicauit secundam partem: quam distantiam, si duplicauerit primam partem, diuide per uno minus numero, in quo multiplicauit secundam partem. Et si triplicauerit, diuide per 2 minus; et si multiplicauerit ipsam partem per 4, diuide per 3, minus numero, in quo ipse multiplicauerit secundam partem; et sic intellige de reliquis numeris in quibus tu feceris cum multiplicare primam partem; et poteris ex hoc colligere, cum quidam habuerit in

manu dextra aliquot denarios, ex quibus posuerit ad libitum in manu sinistra quot denarios de dextra in sinistra posuerit.

De diuisione alicuius numeri in tres partes.|

Si quis diuiserit aliquem numerum in tres partes; et uolueris ipsas partes inuenire, addisce diuisum numerum ab eo, et fac ut multiplicet per 2 unam qualem uoluerit partem : aliam uero multiplicet per 1, minus numero diuiso. Aliam autem multiplicet per ipsum numerum diuisum, et addat ipsas multiplicationes in unum. Interim tacite multiplica numerum diuisum in se ipsum; quo multiplicato superadde et qualem nolueris numerum; et ex summa, quam habueris, dic, ut extrahat summam suam, et dicat tibi residuum; ex quo residuo tacite extrahe numerum, quem multiplicationi tue adiunxisti : reliquum uero diuide per 2, minus numero diuiso; et quod ex diuisione euenerit, erit prima pars; quod uero remanserit, erit alia : quibus duabus partibus in unum collectis, si eas ex numero diuiso extraxeris, terciam tibi partem demonstrabunt. fol. 135 verso

Aliter multiplicet unam partem, ut prediximus, per 2; aliam uero multiplicet per qualem uolueris numerum, qui sit maior numero diuiso; terciam uero partem multiplicet per 1, plus numero, per quem multiplicauit secundam partem: ex hijs tribus multiplicationibus faciat unam summam; quam dic, ut extrahat ex numero, quem tu colliges ex numero diuiso, multiplicato in numerum, per quem ipse multiplicauit terciam partem: residuum uero, cum dixerit tibi, diuide secrete per 2, minus numero, per quem multiplicare feceris terciam partem; et hoc fit, quia prima pars multiplicata fuit per 2. Vnde si multiplicaretur per 3, diuideres ipsum residuum per 3, minus numero suprascripto; et hoc intelligas, si multiplicaretur per aliquem alium numerum; et quod ex diuisione exierit, erit prima pars; et quod ex diuisione remanserit, erit secunda : terciam uero partem quilibet potest inuenire. Potes enim per has duas regulas puncta trium taxillorum inuenire, si scieris summam cunctorum punctorum.

Et si aliquis diuiserit aliquem numerum in .IIII.^or partes; quas partes tu inuenire desideras, addiscas primum ipsum numerum ab eo, et precipe, ut summam prime partis, et secunde, et tercie addat cum summa secunde, et tercie, et quarte, et cum summa tercie, et quarte, et prime partis; et dicat tibi summam , quam secrete extrahe ex multiplicatione diuisi numeri in 3 ; et quod remanebit , extrahe de diuiso numero : residuum uero erit una pars, scilicet tercia. Qua inuenta , reliquas tres partes per suprascriptas regulas studeas inuenire.

Item si in quinque partes quis aliquem numerum diuiserit, precipe, ut addat numerum .IIII.^or partium per ordinem, uidelicet prime, et secunde, et tercie, et quarte cum numero secunde, et tercie, et quarte, et quinte; et cum numero tercie, et quarte, et quinte, et prime; et cum numero quarte, et quinte, et prime, et secunde; et dicat tibi summam, quam extrahe secrete ex quadruplicatione diuisi numeri: residuum uero extrahe de diuiso numero, et habebis unam partium, scilicet quartam. Reliquas uero .IIII.^or partes per suprascriptam regulam studeas inuenire: sic enim potes de pluribus partibus operari.

Si tres homines fuerint, quorum unus habeat aurum, alius argentum, alius stagnum; et uolueris scire, quot eorum habeat aliquod eorum. Sit aliquis alius, uel unus eorum, qui faciat secundum quod dixeris ei ; et tunc da uni illorum trium 1, et alio 2, et

alio 3; et precipe, ut duplicet numerum, quem dedisti illi, qui habet aurum; et numerum, quem dedisti illi, qui habet argentum, multiplicet per 9: reliquum uero numerum multiplicet per 10, et addat eas duas multiplicationes cum duplicatione suprascripta; et dic, ut extrahat summam de 60; et quicquid superfuerit dicat tibi; et |
fol. 136 verso. tu diuide ipsum superfluum per 8; et cui dedisti uumerum, qui ex diuisione exierit, ille habet aurum; et cui dedisti hoc, quod ex diuisione remanserit, ille habet argentum; reliquus uero habet stagnum.

Aliter da uni eorum duo; alij tria; alij 4: precipe, ut numerus illius, qui habet aurum, duplicetur; numerus quoque ipsius, qui habet argentum, multiplicetur per 9; numerus illius, qui habet stagnum, multiplicetur per 10; et interroga, quid habet a summa usque in 90: quod cum scieris, diuide illud per 8; et cui dedisti numerum, qui ex diuisione exierit, ille habet aurum; et cui dedisti numerum, qui ex diuisione remanserit, ille habet argentum. Reliquus uero habet stagnum. Et scias, quia in hac questione ideo distantia queritur, que est a summa usque in 90, quia additis tribus numeris, quos ei dare fecimus, scilicet 2, et 3, et 4, faciunt 9; que cum multiplicaueris per 10, per ipsa uidelicet, in quibus multiplicauit numerum ipsius, qui habet stagnum, faciunt 90: propter eadem uero in antecedente questione queritur distantia, que est a summa usque in 60; quia septies 10 faciunt 60; que 60 colliguntur ex coadunatione trium datorum numerorum, scilicet ex uno, et 2, et 3. Vnde et alios numeros, preter hos, ipsis tribus hominibus dare poteris, si supradictarum regularum doctrinam retinere scieris. Et nota, quod unumquemque numerorum datorum oportet esse minus quam 8, cum in 8 diuidere oporteat.

Aliter ille, qui tecum hoc fecerit, det ad libitum uni eorum quicquid uoluerit; alij det aliquantulum plus; tercio det plus secundo, et addat hos tres numeros insimul; et dicat tibi summam, quam nota; et precipe, ut numerum, quem dederit ei, qui habet aurum, duplicet; numerum uero illius, qui habet argentum, multiplicet per 1, minus summa trium datorum numerorum; quem numerum debes ei denominare, ut non comprehendat quare hoc facias. Et numerum, quem dederit illi, qui habet stagnum, multiplicet per ipsam summam; quam summam debes ei similiter denominare. Interim multiplica ipsam summam in seipsam; et super numerum, qui ex multiplicatione procreabitur, adde aliquem numerum ad libitum; et interroga eum, quot habeat a summa sua usque ad tuam; et ex hoc quod tibi dixerit, extrahe numerum, quem ad libitum adiunxisti. Residuum uero diuide per 2, minus numero, qui ex tribus datis numeris procreatur; et quot ex diuisione exierit, erit numerus illius, qui habet aurum; et quot ex diuisione superfuerit, erit numerus illius, qui habet argentum: quibus duobus numeris inuentis, adde eos insimul, et extrahe summam eorum de summa trium datorum supradictorum numerorum; et quod remanserit, erit numerus illius, qui habet stagnum: quibus tribus numeris repertis, considera, cui eorum trium hominum dedisti maiorem, et cui mediocrem, et cui minorem; et secundum illud poteris scire, quis eorum habeat aurum, et quis argentum, et quis stagnum: cuius regule si memoriam habueris, et de inuentione 4, et 6 partium numerorum non immemor extiteris, poteris de 4, et de 5 rebus noticiam habere.

Si aliquis posuerit in corde suo aliquem numerum, facies ei duplicare semel, et bis,

et ter; et quotienscumque uolueris, uel etiam triplicare , vel per aliquem numerum multiplicare, cum quibusdam alijs extractionibus, et additationibus, secundum quod inferius demonstrabimus; et uolueris inuenire summam, in qua ipse ascenderit; retine tu in manu 1, et quicquid precipies ei, | fac de ipsa unitate, ut si preceperis ei, quod duplicet, uel triplicet, tu duplica, uel triplica ipsam unitatem; et cum hoc aliquotiens ambo feceritis, pariter precipe, ut ipse addat summe, uel extrahat a summa numerum, quem ipse in corde suo posui semel, uel bis, uel quotienscumque uolueris; et tu fac similiter de unitate tua; et tunc precipias ei, ut diuidat totam summam, quam habuerit per numerum, quem in corde suo posuit; et tunc scias, quod ipse habet tantum quantum tu habes in manu tua. Verbi gratia : ponatur, quod ipse cogitet 6; quem si duplicaueris, erunt 12; et tu ex duplicata unitate habebis 2. Vnde si ipse 12 bis duplicauerit, habebit 48; et tu si binarium, quem habes ex duplicato 1, bis duplicaueris, habebis 8; et si ipse summ 48 triplicauerit, habebit 144; et si tu triplicaueris 8, habebis 24; et sic possemus procedere in infinito, duplicando, uel triplicando, uel quadruplicando: super que 144, si addiderit ter numerum, quem ipse in corde suo posuit, scilicet ter 6, habebit 162; et si tu super 24 addideris ter ipsam unitatem, habebis 27; et tunc si ipse diuiserit summam, uidelicet 162, per numerum, quem in corde suo posuit, scilicet per 6, habebit 27, sicut tu habes. Vnde si dixeris ei, quod habeat 27, uideberis aliquod dixisse miraculum. Fol. 136 verso.

Ex hac itaque regula aliqua quedam procedit, que non minus miranda est. Videlicet cum uolueris, ut aliquis inueniat numerum, quem tu in corde tuo posueris sine aliqua interrogatione, debes ei dicere, ut accipiat a quocumque uelit homine aliquem numerum; et tu tene in manu tua 1; et precipias ei, ut duplicet numerum, quem accepit, uel triplicet, uel per alium numerum multiplicet; uel etiam diuidat; et super summam addat, uel extrahat numerum, quem ab ipso acceperit; et tu semper fac de unitate tua illud idem, quod sibi preceperis; et hoc fiat, donec ex ipsa unitate procreaueris numerum, quem in corde posuisti; et tunc dicas ei, ut diuidat numerum, quem habet per numerum, quem accepit; et quod ex diuisione peruenerit, erit numerus, quem in corde posuisti.

Incipit pars 9ª de duplicatione scacherii, et quorundam aliarum regularum.

Dvplicatio quidem scacherij duplici modo proponitur; quorum unus est cum sequens punctum sui antecedentis duplum sit; alius, cum sequens punctum omnium antecedentium punctorum duplum esse proponatur. Vnde qualiter utrum duplicatio fieri debeat, ad presens ostendere procuramus. Prima namque duplicatio duplici modo fieri potest, uidelicet si de puncto in punctum duplicando usque ad ultimum punctum egrediendo operabimur: alius modus est, ut duplices tantum primum punctum, et habebis duo; que duo multiplica in se, erunt 4; que 4 sunt 1, magis numero duplicationis duorum punctorum. Verbi gratia. In primo puncto pone 1. In secundo 2; quibus iunctis, faciunt 3; quibus tribus suprascripta 4 sunt 1 plus; quibus 4 in se multiplicatis, faciunt 16; qui numerus est uno magis duplicatione dupli duorum punctorum, uidelicet de punctis 4. Verbi gratia: in primo est 1. In secundo 2. In | tercio 4. In quarto 8; quibus insimul iunctis, faciunt 15; que sunt 1, minus de 16. Item 16 in se multiplica, faciunt 256; que sunt 1, plus numero duplicationis dupli .duo.or punctorum suprascriptorum , scilicet de Fol. 137 recto.

punctis 8; que primam scacherij optinent lineam. Verbi gratia. In primo est 1. In secundo 2. In tercio 4. In quarto 8. In quinto 16. In sexto 32. In septimo 64. In octauo 128; quibus insimul iunctis, faciunt 255; quorum 255 suprascripta 256 sunt, 1 plus, ut prediximus: quare multiplicatis 256 in se, faciunt 65536, que sunt 1, magis duplicatione dupli unius linee, scilicet de punctis 16: propter eamdem ergo multiplica 65536 in se, faciunt 4294967296; que similiter sunt uno magis numero duplicationis dupli duarum linearum, uidelicet de punctis 32, que dimidium optinent scacherij. Vnde multiplica 4294967296 in se, reddunt 18446744073709551616; que sunt 1, magis duplicatione totius scacherij; quo numero in se ipso multiplicato, reddunt 1, magis duplicatione duorum scacheriorum, scilicet 340282366920938463463374607431768211456; et sic multiplicando possemus procedere in infinitum. Sed cum numerus duplicationis scacherij post multitudinem intelligi nequeat; qualiter apertius intelligi possit, ostendere procuramus. Summutur bizantij 65536, qui colliguntur ex duplicatione duarum linearum, scilicet 16 punctorum; et impleatur ex hijs arca una; et eas cum ipsa arca duplicando per ordinem; et sic habebimus in septimo decimo puncto, uidelicet in primo puncto tercie linee, archas duas; secundo eiusdem linee arcas 4. In tercio 8. In quarto 16. In quinto 32. In sexto 64. In septimo 128. In ultimo eiusdem linee 256. In primo quarte linee 512. In secundo 1024. In tercio 2048. In quarto 4096. In quinto 8192. In sexto 16384. In septimo 32768. In ultimo habebis arcas 65536: ex quibus, si unam impleuerimus domum, habebimus in primo puncto quinte linee domos 2. In secundo 4. In tercio 8; et sic duplicando per ordinem, habebimus in ultimo puncto sexte linee domos 65536. Ex quibus, si unam fecerimus ciuitatem, et per reliqua puncta iuerimus duplicando, habebimus in ultimo puncto scacherij ciuitates 65536: ergo summa totius scacherij ascendit in ciuitates 65536; ex quibus unaquaque habet domos 65536; et in unaquaque domo sunt arce 65536; et in unaquaque arca sunt bizantij 65536: propter quod in una arca earum oportet habere bizantium 1, minus supradicta demonstratione. Et si cum granis frumenti ipsum scacherium duplicare uolueris; et ex hijs quot naues onerate exeant; quarum unaquaque haberet modia 500 pisanos; quorum quodlibet est sextaria 24; quorum quodlibet ponderat libras 140; quarum unaqueque ponderat uncias 12; et in unaquaque uncia ponderat denarios 25 de cantera; quorum unusquisque ponderat carrubias 6; quarum unaquaque ponderat grana frumenti 4, disponantur hec omnes sub quadam uirgula sic per ordinem: $\frac{5\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0}{4\ 6\ 25\ 12\ 140\ 24\ 500}$; et numerum scacherij, scilicet 18446744073709551615, diuides per suprascriptas partes, que sunt sub uirgula; et quicquid super 4, que sunt in capite uirge remanserit, erunt grana; et quicquid supra 6 remanserit, erunt carrube; et quicquid supra 25, erunt denarij de cantera; et quicquid supra 12, erunt uncie; et quicquid supra 140, erunt libre; et quicquid supra 24, erunt sextaria; et quicquid supra 500 remanserit, erunt modia: numerus uero, qui ex diuisione superauerit, erit numerus nauium oneratarum, ut hic ostenditur $\frac{2\ \ 20\ \ 6\ \ 115\ \ 12\ \ 122}{4\ 6\ 25\ 12\ 140\ 24\ 500}$ 1725028445; qui nauium numerus, quam infinitus, et innumerabilis sit, satis liquido hic deprehenditur. Et nota, quod modia 500 uniuscuiusque nauis sunt modia thalatia, scilicet de romania 16000; uel modia sorie 8000; uel salme sicilie 4000.

[illegible] archas ... 65536 ex (fol. 137 recto, lin. 20-28; pag. 310, lin. 16-25).

ciuitates
65536
domus
65536
arce
65536
bizantij
65536

fol. 137, verso.

Secunda uero duplicatio scacherij, scilicet cum quislibet sequentium punctorum omnium antecedentium duplus esse proponitur, dupliciter inueniri potest: primum qui-

dem, ut de puncto in punctum usque ad finem numerando eas. Secundus uero modus est, ut accipias 1, quod proponitur in primo puncto, et addas eum cum 2, que ponuntur in secundo, erunt 3; que 3 multiplica in se, erunt 9; que 9 sunt numerus duplicationis primi puncti, etiam et dupli secundi puncti, scilicet de punctis tribus. Verbi gratia : si in primo ponatur 1. In secundu duo. In tercio 6, scilicet duplum duorum antecedentium puncturum, summa eorum erit 9, ut prediximus: que 9, si in se multiplicentur, faciet 81; qui numerus est duplicatiu primi puncti, etiam et dupli duorum sequentium punctorum, scilicet de punctis 5. Verbi gratia : si in primo puncto ponitur 1. In secundo 2. In tercio 6. In quarto 18. In quinto 54, nimirum in 81 ascendunt; que 81, si in se multiplicaueris, facient 6561; qui numerus est duplicatio primi puncti , etiam et dupli .IIIJ.^or punctorum sequentium , scilicet de punctis 9. Verbi gratia. Numerus primi puncti est 1; secundi 2; tercij 6; quarti 18; quinti 54; sexti 162; septimi 486; octaui 1458; noni 4374: quibus omnibus iunctis, faciunt 6561; que 6561 in se multiplica, faciunt 43046721; qui numerus, suprascriptis dispositis, est duplicatio primi puncti, etiam et dupli octo sequentium punctorum, scilicet de punctis 17. Vnde si multiplicaueris 43046721 in se, reddunt 1853020188851841 pro duplicatione primi puncti, et dupli 16 punctorum, uidelicet pro duplicatione punctorum 33: quo numero in se multiplicato , reddit 3433683820292512484657849089281 pro duplicatione totius scacherij, etiam et uuius puncti amplius; qui punctus duplum totius scacherij est: quare oportet, ut tercia pars numeri suprascripti sit numerus duplicationis totius scacherij : quare diuiso ipso numero per 3 , reddit pro duplicatione totius scacherij 1144561273430837494885949696427.

Qvidam dedit unum denarium ad usuram, ita quod in quinque annis debebat duplum ipsius denarij recipere; et in alijs quinque debebat duplum habere duorum illorum denariorum; et sic semper de 5 in 5 annis duplicabatur capitale ipsius, et usura: queritur, quot denarios ex ipso denario habere debeat in 100 annis: diuide ipsos annos 100 per 5, exibunt 20 : ergo uigiesies duplicatur denarius ille. Vnde 20 punctorum scacherij gerit similitudinem: quare si duplicauerimus ipsum denarium uigesies, habebimus summam, in qua ipse denarius ascenderit in 100 annis : uel aliter duplica ipsum denarium, erunt 2; in quo numero ipse denarius ascendit in primo quinquennio : que 2 iterum multiplica in se , erunt 4 ; in quo numero ipse denarius ascendit in secundo quinquennio : que 4 iterum multiplica in se , erunt 16 ; | qui numerus est summa, in qua ascendit ille denarius in quarto quinquenniu; que 16 duplica , erunt 32 pro summa quinti quinquennij : que 32 in se multiplica , erunt 1024 pro summa decimi quinquennij: que 1024 in se multiplica, reddunt denarios 1048576 pro summa uigesimi quinquennij, scilicet annorum ipsorum 100, qui sunt libre 4369, et denarij 16. Eadem regula est de homine, qui uendidit 20 paria pellium; ex primo quorum debebat habere 1 denarium; ex secundo 2; ex tercio 4; et sic semper duplicando usque ad ultimum par; quorum summa est denarius 1, minus de predicta summa.

fol. 138 recto.

Septem uetule uadunt romam; quarum quelibet habet burdones 7; et in quolibet burdone sunt saculi 7; et in quolibet saculo panes 7 ; et quilibet panis habet cultellos 7; et quilibet cultellus habet uaginas 7. Queritur summa omnium predictorum. Primum quidem multiplica numerum uetularum, scilicet 7, per numerum burdonorum,

« Septem . . . ostendetur » (fol. 138 recto, lin. 6-17 e 18, pag. 311, lin. 40 — pag. 312, lin. 7).

137256
7
49
343
2401
16807
117649

scilicet per 7, erunt burdones 49; quos multiplica per numerum tascarum, scilicet per 7, erunt tasche 343; quas multiplica per numerum panum unius tasche, scilicet per 7, erunt panes 2401; quos multiplica per numerum cultellorum unius panis, scilicet per 7, erunt cultelli 16807; quos multiplica per numerum uaginarum unius cultelli, scilicet per 7, erunt uagine 117649; quibus iunctis cum cultellis 16807, et cum panibus 2401, et cum saculis 343, et cum burdonibus 49, et cum uetulis 7, erunt in summa 137256, ut in descriptione ostenditur. Aliter quot sunt genera rerum uniuscuiusque uetule, tot septimos pone in quadam uirga, cum genera rerum ascendant per septenarium; et ante ipsam uirgam pone 1 pro una uetularum, et retro uirgam pone 7, scilicet numerum uetularum; et multiplica 1 per prima 7, et 7 $\frac{1\ 1\ 1\ 1\ 1}{7\ 7\ 7\ 7\ 7}$ 1, et adde unum, quod est super ipsa, et erunt 8; que per aliam $\frac{1}{7}$, erunt 57; que multiplica per terciam $\frac{1}{7}$; que per reliquas septimas, et habe pro numero rerum unius uetule 19608; que multiplica per 7, que posita sunt post uirgulam, erunt 137256, ut per alium modum inuenimus.

« qua dam . . . $\frac{1}{7}$, erunt » (fol. 128 recto, lin. 18 e 19-21; pag. 312, lin. 8-11)

Summa
137256

Est arbor, que habet ramos 100, et in quolibet ramo sunt nidi 100; et in quolibet nido sunt oua 100; et in quolibet ouo sunt aues 100. Summam enim rerum potes inuenire per suprascriptas regulas uetularum; sed qualiter aliter fieri debeat, hic ostendamus: primum describe ramos 100, ante quos pone duo zephira propter 100 nidos, qui sunt in quolibet ramo, erunt 10000; aute que etiam pone duo alia 00 propter oua 100, que sunt in quolibet nido, erunt 1000000; aute que etiam adde 00 duo pro 100 auibus, que sunt in quolibet ouo, erunt 100000000: deinde dele zephiras (*sic*), qui sunt in primo gradu, et in tercio, et in quinto, et in septimo illius numeri; et pone in eiusdem gradibus 1; et sic habebis 101010100 pro quesita summa. Nam si suprascriptas species ramorum, scilicet et nidorum, ouorum, et auium per mille numerum accrescerent, poneres in primo ramos 1000, ante que poneres tria zephira pro nidis, et tria alia pro ouis, et tria alia pro auibus sic: 1000000000000; de quo numero debes demere primum, et quartum ab eodem, scilicet quartum, et septimum, et decimum; et pone unitates in eiusdem gradibus, et habebis summam ipsorum, ut hic ostenditur 1001001001000: et sic intelligas, si species suprascripte ascenderent per decem mille, uel per centum mille, uel per quemlibet alium numerum unitatem habentem in ultimo gradu, et zephira in reliquis. |

« et sic habebis . . . quartum » (fol. 128 recto, lin. 33-36; pag. 312, lin. 23-27).

Summa			
100	100	100	1000

fol. 128 verso.

Qvidam habuit libras 100; ex quibus quolibet anno de 4 faciebat 5 tam de lucro, quam de capitali; queritur quot ex eis in decem, et octo annis habuerit pro 18 annis: scribe sub quadam uirgula terminante in circulo a sinistra decem et octo uicibus 4; et super quelibet 4 pone 5, ut hic ostenditur: 100 $\frac{5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5\ 5}{4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4\ 4}$. Et hoc facimus, quia in primo anno facit $\frac{5}{4}$ ipsarum librarum 100, et in secundo facit $\frac{5}{4}$ de $\frac{5}{4}$ earumdem, et in tercio facit $\frac{5\ 5\ 5}{4\ 4\ 4}$ ipsarum 100; que etiam intelligas de reliquis positis annis; et ideo uel 100 ponende sunt retro post uirgam, ut partes ipsius uirge denotent partes earum: deinde multiplica omnes numeros, qui sunt super uirga, in se; quam summam totam multiplica per libras 100, et diuides per omnia 4, que sunt sub uirga; que omnia sic fiunt leuius, uidelicet ut multiplices priora 5 per sequentia, erunt 25; que multiplica in se, erunt 625, qui est summa multiplicationis .IIIJ.or quinariorum; que 625 multiplica in se, erunt 390625, que sunt summa multiplicationis octo

« 25 que . . . . 3551 » (fol. 128 recto, lin. 10-14; pag. 312, lin. 42 — pag. 313, lin. 4)

Summa	
[illegible]	3551

quinariorum; que multiplica per 5, erunt 1953125; quem numerum multiplica in se, reddunt pro summa omnium quinariorum 3814697265625; que multiplica per 100, et diuide postea summam per omnia 4, que sunt sub uirga optime coactata, exibunt $\frac{1\ 0\ 3\ 4\ 3\ 6\ 5\ 4\ 7\ 2\ 7\ 0}{6\ 5\ 6\ 6\ 6\ 6\ 5\ 6\ 5\ 5\ 6\ 6}$ 5551 pro quesita summa.

Qvidam habuit bizantios 100, et transiuit per .xıı. ciuitates; et oportebat, ut in unaquaque illarum ciuitatum daret decimam suorum bizantiorum, quos deferebat secum; queritur, quot remanserint ei post exitum .xıı.^{rim} ciuitatum: quia dabat decimum in unaquaque ciuitate, sequebatur necessario, quod sibi remanerent 9^{nem} decime omnium bizantiorum, quos ipse detulerat in ipsa ciuitate: quare pones $\frac{9}{10}$ duodecies per ordinem in quadam uirga terminante in circulo a sinistra, sic: 100 $\circ\frac{9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}$; et multiplica in unum omnia 9, que sunt super uirga, scilicet 9, per 9; que per 9, erunt 729; que multiplica in se, erunt 531441, que sunt summa sex nouenariorum; quam summam multiplica in se ipsam, reddunt 282429536481 pro summa omnium nouenariorum; que multiplica per 100, et diuide per omnia 10, que sunt sub uirgula, exibunt bizantij $\frac{1\ 8\ 4\ 6\ 3\ 0\ 9\ 0\ 4\ 2}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}$ 28 pro eo, quod ei remansit in fine. Vnde si uolueris cognoscere, quot bizantios inter omnes ciuitates dedit; de bizantijs quidem centum extrahes 28 cum suis fractionibus; residuumque erit quesitum. Quod inuenies sic: protrahe aliam uirgulam, sub qua sint decies 10 in ordinem pro decem decimis, que sunt sub uirgula suprascripti residui; et accipe 1, quod est super prima 10 in sinistra parte, et extrahe eum de 10, et remanent 9; que pone super priora 10 uirge protracte, et retine in manu 1: ideo quia ex ipso 1, qui est super 10, et ex ipso nouenario semel perficitur decenarius numerus; cum quo 1 seruato in manu adde 8, que sunt super sequentia 10, erunt 9; que extrahe de 10, remanet 1; quod pone super 10 noni gradus protracte uirge, et retine 1 in manu; cum quo adde 4, que sunt super 10 octaui gradus, erunt 5; que extrahe de 10, remanent 5; que pone super 10 octaui gradus, et retine in manu 1; cum quo adde 6, que sunt super 10 septimi gradus, erunt 7; que extrahe de 10, remanent 3; que 3 pone super 10 septimi gradus, et retine 1, quod adde cum 3, que sunt super 10 sexti gradus uirge, erunt 4; que extrahe de 10, remanent 6; que pone super 10 sexti gradus, et retine 1; quod adde cum 5, que sunt super 10 quinti gradus, et extrahe de 10, remanent 4 super 10 quinti gradus; et retineas in manu 1, quod adde | cum 9, que sunt super 10 quarti gradus, et extrahe de 10, remanet 0 super 10 quarti gradus, et retine in manu 1; quod adde cum 2, que sunt super 10 tercij gradus, et extrahe de 10, remanent 7 super octauum 10 tercij gradus, et retine 1; quod adde cum 4, que sunt super 10 secundi gradus, et extrahe de 10, remanet 5 super 10 secundi gradus, et retineas 1; cum quo adde 2, que sunt super 10 primi gradus, et extrahe de 10, remanent 7 super 10 primi gradus protracte, et retineas 1; quod adde cum bizantijs 68, extrahe de bizantijs 100, remanent bizantij 71 ante ipsam uirgam, ut hic ostenditur $\circ\frac{9\ 1\ 5\ 3\ 6\ 4\ 0\ 7\ 5\ 7}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}$ 71, pro hoc, quod dedit inter omnes illas ciuitates. Nam si hoc, quod dederit, uel quod ei remanserit de ciuitate in ciuitate, scire uolueris, extrahe decimam ex illis 100 bizantijs, quos dedit in prima ciuitate, scilicet bizantios 10, remanent ei 90 bizantij: de quibus bizantijs 90 extrahe decimam, scilicet bizantios 9, quos dedit in secunda ciuitate, remanent ei bizantij 81; de quibus bizantijs 81 extrahe decimam, scilicet bizantios $\frac{1}{10}$ 8, quos dedit in tercia ciuitate,

residuum

$\frac{3\ 3\ 4\ 0\ 2\ 3\ 9\ 2\ 4\ 2}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}$ 28

Summa exitus

$\frac{9\ 4\ 0\ 0\ 5\ 4\ 0\ 7\ 0\ 7}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}$ 71

fol. 139 recto.

* pro summa .... suprascripti residui * (fol. 138 verso, lin. 24-28 e 29; pag. 313, lin. 13-19).

* gradus; et .... ipsam * (fol. 139 recto, lin. 3-6; pag. 313, lin. 32-38).

remanent bizantij $\frac{9}{10}$ 72; de quibus accipe decimam, quam dedit in quarta ciuitate; que duplici modo accipitur: primus modus est, ut multiplices 72 per suam uirgulam, scilicet per 10, et adde 9, erunt 729; que diuide per 10, exibunt $\frac{9\;2}{10\;10}$ 7 pro decima parte de $\frac{9}{10}$ 72. Vel aliter. Pone duas decimas sub quadam uirgula; et super primam pone 9, que sunt super 10 de uirgula de 72; et super alia 10 pone 2, que sunt in primo gradu de 72; et remanentia 7 pone ante ipsam uirgulam, et habebis similiter $\frac{9\;2}{10\;10}$ 7; que extrahe $\frac{9}{10}$ 72, que duplici modo extrahuntur: comuuis omnium modus est, ut multiplices 7 per suam uirgulam, erunt centesime 729; deinde multiplica 72 per suam uirgulam, erunt decime 729; quas multiplica per 10, ut sint centesime, sicut sunt ille, que dehinc debes extrahere, erunt centesime 7290; ex quibus extrahe centesimas 729, remanent centesime 6561; quas diuide per 100, scilicet per $\frac{1\;0}{10\;10}$, exibunt bizantij $\frac{1\;6}{10\;10}$ 65 pro suprascripto residuo. Vel aliter: protrahe retro uirgulam, que est post 72, et pone sub eadem 10, et super ipsum 10 pone 0, ut sint decime due sub ipsa uirgula, sicuti sunt sub ea, que est post 7, ut hic ostenditur, de $\frac{0\;9}{10\;10}$ 72: deinde accipe 9, que sunt super 10 in uirgula $\frac{9\;2}{10\;10}$ 7; et extrahe ea de 0, quod est super 10, de uirgula de $\frac{0\;9}{10\;10}$ 72: quod cum non sit possibile, adde 10 super ipsum 0, scilicet numerum, qui est sub uirgula, sub ipso 0, erunt 10; de quibus, cum possibile sit, extrahe 9, remanet 1; quod pone super priora 10 cuiusdam uirgule, sub qua sint similiter decime due, et pro addito decenario retine in manu 1; quod adde cum 2, que sunt super ultima 10 de uirgula de $\frac{9\;2}{10\;10}$ 7, erunt 3; que extrahe de 9, cum possibile sit, que sunt super ultima 10 de uirgula de $\frac{0\;9}{10\;10}$ 72, remanebunt 6; que pone super ultima 10 protracte linee, et extrahe 7 de bizantijs 72, remanent bizantij 65; quos pone ante protractam uirgulam, et habebis similiter pro suprascripto residuo bizantios $\frac{1\;6}{10\;10}$ 65; de quibus accipe decimam, quam dedit in quinta ciuitate: que dupliciter per suprascriptos modos potest accipi; scilicet multiplica 65 per suam uirgulam, scilicet per 10, et adde 6; que per 10, et adde 1, hoc est quod ante 65 pones 6 et 1, que sunt super uirga; et sic habebis suprascriptas centesimas 6561; quas diuide per 10, et per ruptos, qui sunt sub ipsa uirgula, scilicet per $\frac{1\;0\;0}{10\;10\;10}$, exibunt $\frac{1\;6\;5}{10\;10\;10}$ 6 pro decima parte eorum. Vel aliter: protrahe quandam uirgulam, sub qua pones tres decimas; et super primam pone 1, quod est super prima 10 in uirgula de 65; et super alia pone 6, que sunt super alia 10; et super tertiam pone figuram primi gradus de 65, scilicet 5; et remanentia 6 pone ante ipsam uirgulam; et sic | habebis $\frac{1\;6\;5}{10\;10\;10}$ 6 pro decima parte de suprascriptis bizantijs $\frac{1\;6}{10\;10}$ 65: quare extrahe ipsos ab ipsis, qui dupliciter per suprascriptos numeros extrahuntur; quos modos hic reiterabimus, ut in reliquis ciuitatibus melius scias procedere: multiplica bizantios 6 per eorum uirgulam, et habebis millenas 6561. Similiter multiplica 65 per suam uirgulam; uel pone ante ipsam figuras, que sunt super uirgulam retro, similiter per ordinem procedendo, erunt centesime 6561; quas multiplica per 10, ut sint millene, sicut sunt alie, quas debes hinc extrahere, erunt millene 65610; de quibus extrahe millenas 6561, remanent 59049; quas diuide per 1000, hoc est per $\frac{1\;0}{10\;10}\frac{0}{10}$, exibunt $\frac{9\;4}{10\;10}\frac{0}{10}$ 59 pro quesito residuo. Vel aliter: protrahe retro uirgulam de 65, et pones sub ipsa decem, et super ipsa decem pone 0, ut hic ostenditur $\frac{0\;1}{10\;10}\frac{6}{10}$ 65: deinde 1, quod est super 10 de uirgula de $\frac{1\;6}{10\;10}\frac{5}{10}$ 6, extrahe de 0, quod est super 10 de uirgula de 65; quod cum possibile non sit, adde

fol 139 verso.

cum ipso 0 numerum existentem sub ipso, scilicet 10, erunt 10; de quibus extrahe suprascriptum 1, remanent 9; que pone super primam 10 cuiusdam protracte uirgule, sub qua sint tres decime; et pro addito decenario retine in manu 1; quod adde cum 6, que sunt super 10 uirgule de $\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{5}{10}$ 6, erunt 7; que extrahe de 1, quod est super secundum 10, de uirgula de $\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{6}{10}$ 65; quod cum possibile non sit, adde cum ipso 1 numerum existentem sub ipso, scilicet 10, erunt 11; ex quibus extrahe suprascripta 7, remanent 4, que pone super secunda 10 protracte uirgule; et pro 10, que iunxisti cum 1, retine in mauu 1; quod adde cum 5, qne sunt snper ultima 10 uirgule de $\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{5}{10}$ 6, erunt 6; que extrahe de 6, que sunt snper ultima 10 nirgule de $\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{6}{10}$ 65, remanet 0; quod pone super ultima 10 protracte uirgule: deinde extrahe bizantios 6 de bizantijs 65, remanebunt bizantij 59; quos pone ante protractam uirgulam, et habebis similiter bizantios $\frac{9}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}$ 59 pro quesito residuo; de quibus extrahe decimam, per qualem uolueris modum ex suprascriptis duobus modis, que est bizantij $\frac{9}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{9}{10}$ 5, quos dedit in sexta ciuitate, remanebunt bizantij $\frac{1}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10}\frac{1}{10}$ 53; de quibus extrahe decimam, qnam dedit in septima ciuitate, que est bizantij $\frac{1}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10}\frac{1}{10}\frac{3}{10}$ 5, remanebunt bizantij $\frac{9}{10}\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{2}{10}\frac{8}{10}$ 47; de quibus extrahe decimam, quam dedit in octaua ciuitate, scilicet bizantios $\frac{9}{10}\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{2}{10}\frac{8}{10}\frac{7}{10}$ 4, remanebunt bizantij $\frac{1}{10}\frac{2}{10}\frac{7}{10}\frac{6}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}$ 43; de quibus extrahe decimam, quam dedit in nona ciuitate, scilicet bizantios $\frac{1}{10}\frac{2}{10}\frac{7}{10}\frac{6}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{3}{10}$ 4, remanebunt bizantij $\frac{9}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{2}{10}\frac{4}{10}\frac{7}{10}$ 38; de quibus extrahe decimam, quam dedit in decima ciuitate, scilicet bizantios $\frac{9}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{2}{10}\frac{4}{10}\frac{7}{10}\frac{8}{10}$ 3, remanebunt bizantij $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10}\frac{8}{10}\frac{7}{10}\frac{6}{10}\frac{8}{10}$ 34; de quibus extrahe decimam, quam dedit in undecima ciuitate; scilicet bizantios $\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10}\frac{8}{10}\frac{7}{10}\frac{6}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}$ 3, remanebunt bizantij $\frac{9}{10}\frac{0}{10}\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{5}{10}\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{8}{10}\frac{3}{10}$ 31; de quibus extrahe decimam, que dedit in ultima ciuitate, scilicet bizantios $\frac{9}{10}\frac{0}{10}\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{5}{10}\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{8}{10}\frac{3}{10}\frac{1}{10}$ 3, remanebunt bizantij $\frac{1}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}\frac{6}{10}\frac{3}{10}\frac{5}{10}\frac{9}{10}\frac{2}{10}\frac{4}{10}\frac{2}{10}$ 28, ut per aliam regulam superius inuenimus: et ut hoc, quod dictum est, melius ad oculum deprehendatur, hic inferius bizantios, quos in unaquaque cinitate dedit, in una parte, et in alia bizantios, qui remanserunt, per ordinem describimus.

hij sunt bizantij, qui remauserunt.	hij sunt bizantij, quos dedit.
100	10
90	
81	9
$\frac{9}{10}$ 72	$\frac{1}{10}$ 8
$\frac{1}{10}\frac{6}{10}$ 65	$\frac{9}{10}\frac{2}{10}$ 7
$\frac{9}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}$ 59	$\frac{1}{10}\frac{6}{10}\frac{5}{10}$ 6
$\frac{1}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10}\frac{1}{10}$ 53	$\frac{9}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{9}{10}$ 5
$\frac{9}{10}\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{2}{10}\frac{8}{10}$ 47	$\frac{1}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10}\frac{1}{10}\frac{3}{10}$ 5
$\frac{1}{10}\frac{2}{10}\frac{7}{10}\frac{6}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}$ 43	$\frac{9}{10}\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{2}{10}\frac{8}{10}\frac{7}{10}$ 4
$\frac{9}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{2}{10}\frac{4}{10}\frac{7}{10}$ 38	$\frac{1}{10}\frac{2}{10}\frac{7}{10}\frac{6}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{3}{10}$ 4
$\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10}\frac{8}{10}\frac{7}{10}\frac{6}{10}\frac{8}{10}$ 34	$\frac{9}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}\frac{0}{10}\frac{2}{10}\frac{4}{10}\frac{7}{10}\frac{8}{10}$ 3
$\frac{9}{10}\frac{0}{10}\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{5}{10}\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{8}{10}\frac{3}{10}$ 31	$\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{4}{10}\frac{4}{10}\frac{8}{10}\frac{7}{10}\frac{6}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}$ 3
$\frac{1}{10}\frac{8}{10}\frac{4}{10}\frac{6}{10}\frac{3}{10}\frac{5}{10}\frac{9}{10}\frac{2}{10}\frac{4}{10}\frac{2}{10}$ 28	$\frac{9}{10}\frac{0}{10}\frac{6}{10}\frac{9}{10}\frac{5}{10}\frac{0}{10}\frac{1}{10}\frac{8}{10}\frac{3}{10}\frac{1}{10}$ 3

fol. 140 *recto*.

Eadem questio est de bucte, in qua sunt bariles 100 uini, ex quibus per singulos menses extrahitur decimum residui; et queritur, quot bariles in fine anni remanserunt, scilicet post 12 menses. Nam si econtra propositum esset, quod quidam habens bizantios perrexit per 12 ciuitates, et dedit in unaquaque ciuitate decimam residui suorum bizantiorum, et remanserunt ei bizantij $\frac{1\ 8\ 4\ 6\ 3\ 5\ 9\ 2\ 4\ 2}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}28$; et queratur, quota sit summa bizantiorum ipsius: describe in ordine duodecies $\frac{9}{10}$ sub quadam uirgula, suprascripta ratione, ut hic ostenditur $0\frac{9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9\ 9}{10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10\ 10}$; et multiplica bizantios 28 cum suis fractionibus per omnia 10, que sunt sub duodecim nouenarijs prescripte uirgule; et diuide summam ipsius multiplicationis per illos duodecim nouenarios, cum positi fuerint sub quadam uirgula; et sic habebis bizantios 100 pro summa illius.

« uirgula . . . summa illius » (fol. 140 *recto*, lin. 5 e 6-9; pag. 316, lin. 7-11).

Summa
100

Qvidam habens bizantios noluit exire de quadam ciuitate habente portas 10; et oportuit eum dare prime porte $\frac{1}{1}$ suorum bizantiorum, et insuper $\frac{1}{1}$ unius bizantij; secunde dimidium bizantiorum, quos ibi attulit, et insuper $\frac{1}{2}$ unius bizantij. Tercie tercium, et $\frac{1}{3}$ unius bizantij. Quarte quartam, et $\frac{1}{4}$ unius bizantij; et ita per ordinem, usque quod in decima porta dedit decimam bizantiorum, quos ibi attulit, et $\frac{1}{10}$ unius bizantij, et remansit ei bizantius 1; queritur, quot bizantios habuit ille. Potest itaque hec questio dupliciter solui: primum quidem, ut de porta in portam, ab ultima incipiendo, egrediaris sic. Nam in fine remansit ei bizantius 1, et dedit ultime porte decimam unius bizantij: ergo cum ipse dedit ipsam decimam, habebat bizantium $\frac{1}{10}1$; et quia tunc dederat decimam bizantiorum, quos ibi attulit, et remansit ei bizantius $\frac{1}{10}1$; inueniendus est numerus; ex quo, extracta $\frac{1}{10}$, remaneat bizantius $\frac{1}{10}1$: quem numerum pone ut sit 10, secundum regulas arborum; de quo, extracto $\frac{1}{10}$, remanent 9; que 9 uellent esse $\frac{1}{10}1$: quare multiplica 10 per $\frac{1}{10}1$, et diuides per 9, exibunt bizantij $\frac{2}{9}1$; et tantum remansit ei post nonam portam; cum quo adde $\frac{1}{9}$ unius bizantij, quem dedit none porte, erit bizantius $\frac{1}{3}1$. Quare inuenies numerum; de quo, extracta $\frac{1}{9}$ ipsius, remaneat bizantius $\frac{1}{3}1$. Pones ergo, quod numerus ille sit 9; de quo, extracto $\frac{1}{9}$, remanent 8; que uellent esse $\frac{1}{3}1$: quare multiplica $\frac{1}{3}1$ per 9, et diuides per 8, exibit bizantius $\frac{1}{2}1$; et tantum remansit ei post octauam portam: cum quo adde $\frac{1}{8}$ unius bizantij, quod dedit in ipsa porta, erit bizantius $\frac{5}{8}1$; quem, demonstrata ratione, multiplica per 8, et diuide per 7, exibit bizantius $\frac{6}{7}1$: cum quo adde $\frac{1}{7}$ unius bizantij, quod dedit septime porte, erunt bizantij 2; quos multiplica per 7, et diuide per 6, exibunt bizantij $\frac{2}{6}2$; cum quibus adde $\frac{1}{6}$ unius bizantij, quem dedit sexte porte, erunt bizantij $\frac{1}{2}2$; quos multiplica per 6, et diuide per 5, exibunt bizantij 3; cum quibus adde $\frac{1}{5}$ unius bizantij, quem dedit quinte porte, erunt bizantij $\frac{1}{5}3$; quos multiplica per 5, et diuide per 4, exibunt bizantij 4; cum quibus adde $\frac{1}{4}$ unius bizantij, quem dedit quarte porte, erunt bizantij $\frac{1}{4}4$; quos multiplica per 4, et diuide per 3, exibunt bizantij $\frac{2}{3}5$; cum quibus adde $\frac{1}{3}$ unius bizantij, quam dedit tercie porte, erunt bizantij 6; quos multiplica per 3, et diuide per 2, exibunt bizantij 9; et tot remanserunt ei post secundam portam: cum quibus adde $\frac{1}{2}$ unius bizantij, quod dedit in secunda porta, erunt bizantij $\frac{1}{2}9$; pro quibus inuenies numerum, ex quo, extracto dimidio ipsius, remaneant bizantij $\frac{1}{2}9$; pro quo numero pones 2, ex quo, extracto dimidio, remanet 1; quod uellet esse $\frac{1}{2}9$: quare multiplica $\frac{1}{2}9$ per

2, et diuides per 1, exibunt bizantij 19; et tot remanserunt ei post primam portam ; cum quibus adde $\frac{2}{3}$ unius bizantij, quas dedit in prima porta, erunt bizantij $\frac{2}{3}$ 19 ; pro quibus | iuueniendus est numerus; de quibus, extractis $\frac{2}{3}$ ipsius, remaneant bizantij $\frac{2}{3}$ 19 : pone quod numerus ille sit 3 , ex quo, extractis $\frac{2}{3}$, remanet 1 ; quod uellet esse $\frac{2}{3}$ 19: quare multiplica $\frac{2}{3}$ 19 per 3, et diuides per 1, secundum suprascripti arboris regulas, exibuut bizautij 59; et tot babuit ille.

fol. 140 recto.

e morniendus .... habuit ille e (fol. 140 verso, lin. 1-3, pag. 317, lin. 3-6).

Summa
59

Aliter. Inueuiamus primum summam bizantiorum, de qua potuit dare partes suprascriptas in 10 portas sine fractionibus unius bizantij, que adduntur in eisdem portis; quod inuenies sic: quia ex ipsa summa dedit prime porte $\frac{2}{3}$; ergo ex eadem remansit ei tercia pars : de qua tercia dedit dimidium in secunda porta ; et sic remansit ei dimidium tercie partis eiusdem summe; de quo dedit in tercia porta terciam partem; et sic remanserunt ei due tercie medietatis tercie partis eiusdem summe: quo modo, et ordine, si de porta in portam processeris, inuenies ei remansisse in fine .x. portarum $0\frac{9\ 8\ 6\ 5\ 4\ 3\ 2\ 1\ 1}{10\ 9\ 7\ 8\ 5\ 4\ 3\ 2\ 2}$ ex predicta summa; quod residuum ponitur fnisse bizantium 1. Quare que portio habet denominans ipsius uirge ad denomiuatum, eamdem proportionem habet 1 ad predictam summam. Quare multiplicabis summam multiplicationis omnium numerorum, qui sunt sub uirga, per 1, et diuides per omnes numeros, qui sunt super uirga, inter quos est euitatio maxima; ita quod non oportet multiplicare nisi 3 per 10, scilicet numeros extremos, et diuidere per 1, et babebis 30; quos oportuit eum habere, ut persolueret suprascriptas partes in prescriptis partis (*sic*), et remaneat ei bizantius 1. Vnde, ut habeamus bizantios, de quibus ipse persoluit fractiones unius bizantij in singulis portis , multiplica $\frac{2}{3}$ unius bizantij, quas dedit in prima porta, per 3, que primo posita sunt sub uirgula; et diuide per 1, quod est super ipsa 3, erunt bizantij 2 ; quos adde cum 30 inuentis , erunt bizantij 32. Nam ipsi bizantij 2 sunt illi, de quibus dedit duas partes, et remauserunt inde $\frac{2}{3}$ unius bizantij, quas dedit in prima porta. Item multiplica $\frac{1}{2}$ unius bizantij, quod dedit in secunda porta, per 3, et per 2, que sunt sub uirgula; et diuide per 1, quod est super 3, et per 1, quod est super 2, erunt bizantij 3; de quibus dedit in prima porta $\frac{2}{3}$ ipsorum, et in secunda dimidium reliqui, et insuper dimidium unius bizantij, quod dedit in secunda porta; quibus bizantijs 3 additis cum bizantijs 32 inuentis, erunt 35. Item multiplica $\frac{1}{3}$ unius bizantij, quam dedit in tercia porta, per numeros trium portarum, qui sunt positi sub uirgula, scilicet per 3; que per 2; que per 3; et diuides per uumeros, qui positi sunt super ipsos tres numeros, scilicet per 1, quod est super 3, et per 1, quod est super 2, et per 2, que sunt super alia 3, erunt similiter bizantij 3 ; quos oportuit eum habere in tercia porta, ut persoluerentur ex eis antecedentes partes, et insuper $\frac{2}{3}$ unius bizantij eidem porte; quibus additis cum bizantijs 35 inuentis, erunt bizantij 38. Rursum multiplica $\frac{1}{4}$ unius bizantij per numeros .IIII.^{or} portarum , qui sunt sub uirgula, scilicet per 4; que per 3; que per 2 ; que per 3 ; et diuides per numeros earumdem portarum, qui sunt super uirgulam, scilicet per 3, que sunt super 4, et per 2, que sunt super 3, et per 1, quod est super 2, et per 1, quod est super 3; et euitabis hoc, quod poteris, exibunt similiter bizantij 3; quod idem si fecerimus de reliquis portis , habebimus similiter in unaquaque bizantios 3 : quibus omnibus ternarijs, uidelicet .VII. portarum, que remanent, insimul iunctis, faciunt bizantios 21;

quibus additis cum bizantijs 38 inuentis, reddunt similiter bizantios 59 pro summa bizantiorum illius. |

fol. 141 recto.

Incipit capitulum 13 de regulis elchatayn, qualiter per ipsam fere omnes questiones abaci soluuntur.

Elchataieym quidem arabice, latine duarum falsarum posicionum regula interpretatur, per quas fere omnium questionum solutio inuenitur; ex quibus una est illa, per quam in tercia parte duodecimi capituli regulas arborum, et similium soluere docuimus. In quibus totum elchataieym, scilicet duas positiones, ponere non opportet, cum per unam earum ipse questiones solui possint: et tamen qualiter ipse, et multe alie questiones per elchataieym solui debeant, uolumus demonstrare. Ponuntur enim ipse due false posiciones fortuitu. Vnde occurrunt quandoque ambe minores ueritate, quandoque maiores, quandoque una maior, et altera minor: et inuenitur solutionum ueritas secundum proporcionem differentie unius positionis ad aliam, hoc est quod cadit in regula quarte proportionis, in qua tres numeri sunt noti; per quos quartus ignotus, scilicet solutionis ueritas, reperitur; quorum primus numerus est differencia numeri unius false posicionis ad aliam. Secundus est adpropinquacio, que fit ueritati per ipsam differenciam. Tercius est residuum, quod est ad adpropinquandum ueritati. Que, qualiter fiant, primum in regula cantarii demonstrare uolumus, ut ipsis tribus differentiis subtiliter in cantario demonstratis, aliarum questionum solutiones per elchataieym subtiliter ualeas intelligere.

« ualeat Rotulus .... differentia » (fol. 141 recto, lin. 19 e 20 — 25 e 26; pag. 318, lin. 21 e 22-28).



Ualeat enim cantare, scilicet Rotuli 100, libras 13; et queratur quantum ualeat Rotulus 1: ponimus fortuitu, quod Rotulus 1 ualeat soldum 1; ergo Rotuli 100, scilicet cantare, ualebit ea ratione soldos 100, scilicet liber (*sic*) 5: set quia precium cantarij est libre 13, ideo hec prima posicio falsa est; et distat ad ueritate libre 8, scilicet differentia, que est a liber 5 usque ad liber 13. Vnde pro precio ipsius Rotuli ponamus soldos 2, scilicet soldum 1, plus prima posicione, quam racione cantare ualebit soldos 200, scilicet libras 10; et hec similiter posicio falsa est, et longe a ueritate libre 3, scilicet differencia, que est a libris 10 usque in libris 13. Nam in prima posicione faimus longe a ueritate libre 8. In secunda libre 3. Ergo per differencia, que est a prima posicione in secunda, scilicet per soldum 1, appropinquauimus ueritati libris 5, scilicet differentia, que est a libris 8 usque in libris 3; et desunt adhuc adpropinquandum libre 3: quare dices: per denarios 12, quos addidi precio Rotuli unius, appropinquaui precio cantarii libris 5; quid superaddam ergo precio eiusdem Rotuli, ut adpropinquem libris 3, que desunt supra secundam posicionem a precio eiusdem cantarij: multiplica ergo extremos numeros, et diuides per medium, secundum quod in regulis arborum et similium demonstrauimus, uidelicet 12 per 3; et diuides per 5, qui est medius numerus, exibunt deuarij $\frac{1}{5}$ 7; quibus additis super soldos 2, qui positi fuerunt in secunda positione, habebis pro precio unius Rotuli soldos 2, et denarios $\frac{1}{5}$ 7: fuerunt enim iste due posiciones minores ueritate. Nunc ergo preponamus, que sint ambe maiores: ponatur ergo fortuitu, quod Rotulus 1 ualeat soldos 4; qua racione totum cantare ualent libras 20, scilicet libras 7, plus quam debeat: ergo hec posicio falsa est: ponatur ergo in secunda posicione soldi 3 pro precio ipsius |

fol. 141 verso.

Rotuli, scilicet denarij 12, minus quam in prima posicione; qua ratione totum cantare

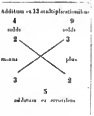
ualerent libras 15, scilicet libras 2, magis quam debeat. Vnde et hec similiter falsa est. Nam pro denarijs 12, quos minuimus in secunda posicione de precio unius Rotuli, adpropinquauimus libris 5, scilicet differentia, que est a libris 7 usque in 2, remanent ipse due libre adhuc adpropinquandum. Vnde dices: pro denarijs 12, quos minui de precio Rotuli, adpropinquaui ueritati libris 5; quid minuam de secunda posicione, ut adpropinquem libris 2: multiplica ergo extremos, scilicet 12, per 2, et diuides per medium, scilicet per 5, exibunt denarij $\frac{4}{5}$ 4; quibus extractis de soldis 3 secunde posicionis, remanebunt similiter pro precio illius Rotuli soldi 2, et denarij $\frac{1}{5}$ 7. Item ut una posicio sit maior, et altera minor, ponamus pro precio illius Rotuli soldos 3; qua ratione cantare ualeret libras 15, scilicet libras 2, magis quam debeat: et ponamus in secunda posicione pro precio Rotuli soldos 2; qua ratione cantare ualeret libras 10, quod est 3, minus quam debeat: ergo pro denarijs 12, quos minuimus in secunda posicione, minuimus libras 2, que in prima positione superant; et libre 3, que in secunda posicione minuunt: ergo pro ipsis denarijs 12 minuimus libras 5 a prima posicione in secunda, cum non restarent ad minuendum nisi libre 2; uel creuimus libras 5 a secunda posicione in primam, cum non restarent ad crescendum nisi tantum libre 3; quare hoc dupliciter discere potes: primum quidem dic: per denarios 12, quos minuimus de prima posicione, minnimus libras 5; quid minuemus ex eadem, ut minuamus tantum libras 2: multiplica 12 per 2, et diuides per 5, exibunt denarij $\frac{4}{5}$ 4; quibus extractis de soldis 3 prime posicionis, remanent soldj 2, et denarij $\frac{1}{5}$ 7 pro precio illius Rotuli. Vel dic: pro denarijs 12, quos creui a secunda posicione in prima, creui libras 5; quid adcrescam super ipsam secundam posicionem, ut adcrescatur libre 3: multiplica ergo 12 per 3, et diuides per 5, exibunt denarij $\frac{1}{5}$ 7; quibus additis cum soldis 2 secunde posicionis, habebis similiter pro precio illius Rotuli soldos 2, et denarios $\frac{1}{5}$ 7.

Est enim alius modus elchataym; qui regula augmenti, et diminucionis appellatur, in quo ponuntur errores sub posicionibus suis; et multiplicatur error primus per positionem secundam; et error secundus per positionem primam. Et si erores fuerint ambo diminuti, uel ambo additi, extraitur minor summa predictarum multiplicationum de maiori; et residuum diuiditur per differentiam errorum; et sic inuenitur solucio questionum: et si unus fuerit error additus, et alter diminutus, tunc adduntur insimul ambe multiplicaciones, et summa diuiditur per errorum cumiunctionem. Verbi gratia: posuimus superius proporcio (*sic*) unius Rotuli soldum 1, cum quo errauimus in libris 8 diminutis; quare pones 8 sub 1; et notabis minus super 8, cum sint diminuta: deinde quia in secunda posicione posuimus soldos 2 pro precio eiusdem Rotuli, et errauimus adhuc in libris 3 diminutis, pones soldos 2 ante primam posicionem; et sub ipsis pone errorem eorum, scilicet libras 3; super quas notabis iterum minus, cum sint iterum deficientes; et multiplicabis soldos 2 per numerum primi erroris, erunt soldi 16; et soldus 1 per numerum erroris secundi, erunt soldi 3. Et quia ambo errores fuerunt diminuti, extrahe minorem multiplicationem de maiori, scilicet 3, de 16, remanent | soldi 13; quibus diuisis per differenciam errorum, scilicet per 5, ueniunt soldi $\frac{3}{5}$ 2, ut superius inuenimus. Rursus cum superius fecimus uenire errores ambo addentes, posuimus in prima possicione soldos 4, et errauimus cum libris 7 additis; et in secunda posicione posuimus soldos 3, et errauimus iterum cum libris 2 additis, ut in

« soldi 13 ... per elchataym » (fol. 142 recto, lin. 1-23 e 24; pag. 319, lin. 40 — pag. 320, lin. 20).

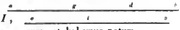






fol. 142 recto.

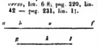
hac alia patet descriptione. Qvare multiplicabis posicionem secundam per numerum erroris primi, scilicet per 3, erunt soldi 21; et 2 per 4, erunt soldi 8: et quia ambo errores fuerunt super habundantes, diuide differentiam multiplicacionum per differenciam errorum, scilicet 13 per 5, et habebis similiter soldos $\frac{3}{7}$ 2. Rursus cum fecimus primum eorum defficere, et alium super habundare, posuimus precio unius Rotuli in prima posicione soldos 2, et in secunda soldos 3; et primus error fuit 3 diminuta, et secundus 2 addita, ut in hac alia cernitur descriptione. Quare multiplicabis 3 per 3, et 2 per 2, erunt soldi 9, et soldi 4; quos adde insimul, cum unus ex erroribus sit diminutus, et alter additus, erunt soldi 13; quos diuide per cumiunctum ex erroribus, hoc est per 5, exibunt similiter soldi $\frac{3}{5}$ 2; et hoc est soldi 2, et denarii $\frac{1}{5}$ 7, ut superius inuenimus. Nam ut unde hec proueniant demonstrentur: Adiaceat ignotus numerus *.a. b.*, silicet uera solucio alicuius questionis, que solui possint per elchataieym; ex quo numero sumatur numerus *.a.g.* notus pro prima posicione, cuius error sit numerus *.e z.* deficiens; et pro secunda posicione sumatur iterum ex numero *a b* numerus *a d* similiter notus, cuius error sit numerus *.I z* similiter deficiens; et est notus unusquisque numerorum *e z I z*. Quare differencia, que est inter utrunque errorem, scilicet numerus *e I* est notus: similiter *g d* numerus, qui est inter utramque posicionem est notus, cum numeri porcionum, scilicet *.a.g.* et *.a.d.*, sint noti: sed numerus *.b. d.* restat ignotus, cum totus *.a. b.* sit ignotus; opportet itaque, si questio fuerit solubilis per elchataieym, ut sit sicut *.e I* notus ad *I z* notum, ita *g d* notus ad *a b* ignotus. Quare secundum primum modum multiplicauimus *I z* per *g d*, et diuidimus per *e I*,



silicet multiplicauimus errorem secundum per differenciam eorum, et habemus notum numerum *.d. b.*, quem addimus super secundam posicionem, scilicet super *.a. d.*; et sic habemus notum numerum *.a. b.*, scilicet solucionem posite questionis. Sed secundum alium modum multiplicamus errorem primum per posicionem secundam, scilicet *.e.z.* per *.a.d.*; et extraximus multiplicacionem erroris secundi in posicionem primam, scilicet numeri *.I. z.* in numerum *.a. g.*; et diuidimus residuum per numerum *.e. I.*, et habemus totum numerum *.a. b.*; et hoc prouenit, quia cum multiplicatur numerus *.e. z.* in numerum *.a. d.*, tunc multiplicantur numeri *.e. I.I.z.* in numerum *.a. d.*: sed cum multiplicatur numerus *.I. z.* in numerum *.a. d.*, tunc multiplicatur numerus *.I. z.* in numeros *.a. g.* et *.g. d.*: ergo multiplicatur numerus *.e.z.* in numerum *.a.d.*; tunc multiplicatur numerus *.e. I.* in numerum *.a. d.*, et numerus *.I. z.* in numeros *.a. g.*, et *.g. d.*: set multiplicacio *I. z.* in *.g. d.* est sicut multiplicacio *.e. I.* in *.d. b.*, cum sit sicut *.e.* ad *.I.z.*, ita *.g.* ad *.d. b.* Quare cum multiplicatur *.e. z.* in *.a. d.*, tunc multiplicatur *.e. I.* in numeros *.a. d.* et *.d. b.*, hoc est in totum numerum *.a.b.*, et numerus *.I. z.* in numerum *.a. g.* Vnde si ex multiplicatione numeri |*.e. z.* in *.a. d.*, silicet erroris primi in posicionem secundam, auferatur multiplicationum *.I. z.* in numerum *.a. g.*, silicet erroris secundi in positionem primam, remanet multiplicatio numeri *.e. I.* in numerum *.a. b.*; que multiplicatio si diuidatur per eundem *.e. I.*, silicet per differentiam errorum, nimirum numerum *.a. b.* prouenire necesse est; quod opportebat ostendere. Rursus sit numerus *.a. b.* ignotus uera solutio alicuius questionis, que solui possit per elchataieym, et sit numerus *.a. f.* positio prima, et numerus *.a. c.*

Fol. 142 *verso*.

« uera .... positionis » (fol. 142 *verso*, lin. 6-8; pag. 320, lin. 42 — pag. 231, lin. 1).



secunda; et sunt ambo positiones maiores numeri .*a*.*b*. : quare errores earum erunt addentes; et sit numerus .*g*.*I*. error prime positionis, et .*g*.*k*. secunde. Oportet itaque, ut sit sicut .*I*.*k*. ad .*k*.*g*., ita .*c*.*f*. notus ad .*c*.*b*. ignotum. Quare superius in primo modo multiplicamus .*k*.*g*., silicet errorem secundum, per .*c*.*f*., silicet per differentiam positionum, et diuidimus summam per numerum .*I*.*k*., silicet per differentiam errorum, et habemus numerum .*b*.*c*.; quem extraximus ex .*a*.*c*., silicet ex positione secunda, et remanet numerus .*a*.*b*. : set secundum alium modum multiplicamus numerum .*g*.*I*. per numerum .*a*.*c*., silicet errorem primum per positionem secundam: et extrahimus inde multiplicationem numeri .*k*.*g*. in numerum .*a*.*f*., silicet erroris secundi in positionem primam; et quod remanet diuidimus per numerum .*I*.*k*., silicet per differentiam errorum, et habemus similiter notum numerum .*a*.*b*., qui erat ignotus; et hoc fuit, quia cum multiplicatur numerus .*g*.*I*. in numerum .*a*.*c*., silicet error primus in positionem secundam, tunc multiplicantur numeri .*g*.*k*., et .*k*.*I*. in numerum .*a*.*c*.: set cum multiplicatur numerus .*k*.*I*. in numerum .*a*.*c*. , tunc multiplicatur numerus .*k*.*i*. in numeros .*a*.*b*., et .*b*. *c*. Nam multiplicatio .*k*. *I*. in .*b*. *c*. equatur multiplicationi .*g*.*k*. in .*e*.*f*.; cum sit sicut .*I*.*k*. ad .*k*.*g*., ita .*f*.*c*. ad .*c*.*b*. : ergo cum multiplicatur numerus .*g*.*I*. in numerum .*a*.*c*. , tunc multiplicatur numerus .*g*.*k*. in numeros .*a*.*c*., et .*c*.*f*., hoc est in totum numerum .*a*.*f*.; et numerus .*k*.*I*. in numerum .*a*.*b*. Quare si ex ductu .*g*.*I*. in .*a*.*c*., silicet primi erroris in positionem secundam, auferatur multiplicatio .*g*.*k*. in .*a*.*f*., silicet erroris secundi in positionem primam, remanebit multiplicatio numeri .*k*.*I*. in numerum .*a*.*b*.; que multiplicatio cum diuiditur per .*k*.*I*., silicet per differentiam errorem (*sic*), prouenit numerus .*a*.*b*., silicet solucio questionem ; et hoc uolui demonstrare. Iterum adiaceat numerus .*a*.*b*. ignotus, qui sit solutio alicuius questionis, que solui possit per elchataieym; et ex ipso accipiatur numerus .*a*.*g*. notus pro portione prima, cuius error sit numerus .*e*.*z*. defitiens; et pro portione secunda habeatur numerus .*a*.*d*. notus, qui est maior numerus .*a*.*b*., cuius error sit numerus .*z*.*I*. Oportet itaque, ut si questio solui poterit per elchataieym , ut sit sicut .*g*.*d*. ad .*b*.*g*., ita .*e*.*I*. ad .*e*.*z*., hoc est quod sit sicut differentia, que est inter positiones ad differentiam, que est a prima positione in numerum quesitum, ita cuniunctum ex erroribus ad errorem primum. Et quia ita fuit superius, cum pro primum modum (*sic*) operati fuimus, multiplicauimus errorem primum per differentiam positionum, silicet .*e*.*z*. per .*g*.*d*., et diuissimus summam per cuniunctum ex erroribus, scilicet per numerum .*g*.*b*., quem addidimus per positionem primam, silicet super .*a*.*g*. ; et fuit notus numerus .*a*.*b*. , qui fuerat ignotus. Vel quia fuit sicut .*g*. *d*. ad .*b*. *d*. , ita .*e*.*I*. ad .*z*.*I*. Ideo multiplicauimus .*z*.*I*. per .*g*.*d*., silicet ad errorem secundum per differentiam | positionum, et diuidimus summam per numerum .*e*.*I*., silicet per cuniunctum ex erroribus, et habuimus .*b*.*d*.; quem extraximus ex numero .*a*.*d*. , scilicet ex positione secunda, et remansit numerus .*a*.*b*., scilicet solutio: per secundum uero modum multiplicauimus errorem primum per positionem secundam, scilicet .*e*.*z*. per .*a*.*d*., et errorem secundum per positionem primam, scilicet .*z*.*I*. per .*a*.*g*.; quos (*sic*) multiplicationes comgregauimus, et eorum summam diuissimus per coniunctum ex erroribus, scilicet per .*e*.*I*.; et habuimus solutionem quesitam, scilicet numerum .*a*.*b*.; et hoc fuit; quia cum multiplicatur numerus .*e*.*z*. per numerum .*a*.*d*., tunc multiplicatur .*e*.*z*. in

• numerus .a.b. ... est quod • (fol. 142 verso, lin. 31 32 . pag. 321, lin. 26 28).



fol. 143 recto.

numeros .*a.g.*, et .*g.d.*: quibus multiplicationibus, cum additur multiplicatio .*z.I.* in .*a.g.*, tunc habetur summa multiplicationum numerorum .*e.z.z.I.* in numerum .*a.g.* Et multiplicationis .*e.z.* in .*g.d.*: sed multiplicationes .*e.z.* in .*a.g.*, et .*z.I.* in .*a.g.* equatur multiplicationi totius .*e.I.* in numerum .*a.g.*; ergo cum multiplicatur .*e.z.* in .*a.d.*, et .*z.I.* in .*a.g.*, tunc multiplicatur .*e.I.* in .*a.g.*, et .*e.z.* in .*g.d.* Sed multiplicatio .*e.z.* in .*g.d.* est sicut multiplicatio .*e.I.* in .*g.b.*; quia est sicut .*I.e.* ad .*z.e.*, ita .*d.g.* ad .*b.g.* Vnde cum multiplicatur .*e.z.* in .*a.d.*, et .*z.I.* in .*a.g.*, tunc multiplicatur .*e.I.* in numeros .*a.g.*, et .*g.b.*, hoc est in totum numerum .*a.b.*: ergo cum multiplicatur .*e.z.* in .*a.d.*, hoc est error primus in positionem secundam; et .*z.i.* in .*a.g.*, hoc est error secundus in positionem primam tantum, tunc coniunctum ex ipsis multiplicationibus quatuor multiplicationi numeri .*e.i.* in numerum .*a.b.*: quare cum eorum summa diuiditur per .*e.I.*, qui est coniunctum ex erroribus, prouenit numerus .*a.b.*; quod opportebat ostendere: his itaque demonstratis, restat ostendere, qualiter positiones poni debeant; et eorum errores inuenire, secundum diuersitatem questionum: et ut hec apertius demonstreutur, hunc capitulum in duas partes diuisi. In prima quarum ostendam soluere quasdam ex questionibus, que solute sunt per primas regulas in precedentibus capitulis. In secunda tractabitur super solutionem quarundam aliquarum questionum, de quibus nulla fuit mentio In hoc libro.

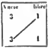
Incipit pars prima.

Qvidam habuit monetam, que erat ad uncias tres 3; et aliam monetam, que erat ad uncias 6; et uoluit ex eis facere libram 15 monete, que essent ad uncias 5; et queritur, quantum de una quaque moneta in predicto consolamine mittere debuit. Qvia in libra monete, quam uoluit facere, opportuit habere uncias 5 argenti; ergo in libris 15 opportuit habere quindecies, quam in una libra, scilicet uncias 75: quibus ex parte seruatis, pone ad libitum de minori moneta, ut sint in ipso consolamine libre 3, in quibus sunt uncie argenti 9. Reliquas uero libras 12, que sunt ab ipsis tribus libris usque in 15, pone ut essent de maiori moneta, in quibus sunt uncie 72 argenti. Qvibus additis cum unciis 9 inuentis, reddunt uncias 81 argenti in summa illius consolaminis, ex quibus superauit uncias 6; cum non debeant esse, nisi tantum 75; et sic erranimus in unciis 6 additis: quare pones in secunda positione libras 4 minoris monete, scilicet libram 1, plus quam in prima posicione; in quibus libris 4 sunt uncie 12. In reliquis uero libris 11, que sunt ab ipsis libris 4 usque in 15, sunt uncie argenti 66: quibus additis cum unciis 12 argenti, que sunt in 4 libris minoris monete, faciunt uncias 78 pro argento totius consolaminis. In quibus supersunt uncie 3; cum non debeant esse

fol. 143 verso.

nisi tantum 75; et sic errauimus | adhuc cum unciis 3 additis. In prima enim positione superfuerunt uncie 6; in secunda 3: ergo per 1 libram, quam accreuimus de minori moneta in secunda posicione, adpropinquauimus ueritati uncias 3, scilicet differentiam, que est ab ipsis 6 unciis usque iu ipsis unciis 3, que supersunt de secunda posicione: ergo dices: secundum primum modum libra una, quam creui in secunda positione, adpropinquaui ueritati uncias 3 argenti; quid adcrescam super ipsam secundam positionem, ut adpropinquem alias 3 uncias, que desunt adpropinquandum: multiplica ergo 1 per 3, et diuides per 3, exibit libra 1; qua addita cum libris 4 secunde positionis, faciunt libre 5; et tantum opportuit eum mittere de

adhuc cum .... ueritati » (fol. 143 verso, lin. 1-5 e 6; pag. 322, lin. 35-40)



minori moneta. Reliquas uero, scilicet libras 10, de maiori, in quibus sunt argenti uncie 75 inter utramque monetam, ut opportet.

« ueritati .... Reliquas » (fol. 143 verso, lin. 3 e 6-9; pag. 322, lin. 40 — pag. 323, lin. 1).

De minori	de maiori
5	10

De eodem.

Rvrsum quidam habet monetam, in cuius libra sunt uncie 2 argenti; et monetam, in cuius libra sunt uncie 3; et monetam, in cuius libra sunt uncie 6; et monetam, in cuius libra sunt uncie 7 argenti; et uult ex ipsis quattuor monetis consolare libras 20 ad uncias $\frac{1}{2}$ 4: multiplica primum libras 20 per uncias $\frac{1}{2}$ 4, et habebis uncias 90, que debent esse in illis libris 20: deinde mittes de minori moneta in prescripto consolamine quantum uis, ut ponamus libras 4, in quibus sunt uncie argenti 8; et extrahe ipsas libras 4 de ipsis libris 20, et ipsas uncias 8 de suprascriptis unciis 90, remanebunt libre 16 ad consolandum de reliquis tribus monetis. In quibus debent esse uncie 82 argenti, scilicet 8, minus de unciis 90: post hec pones in eodem consolamine ad libitum de maiori moneta, ut dicamus libram 1, in qua sunt uncie 7 argenti, remanent libras (*sic*) 15 de duabus reliquis monetis ad consolandum ad uncias 75 argenti inter utramque, hoc est ad uncias 5 argenti per libram; que consolacio per elchataieym in antecedenti questione consistit: quam consolationem etiam per secundum modum inuenies, si multiplicaueris errorem primum per positionem secundam, scilicet 6 per libras 4; et ex ipsa multiplicatione, que est 24, extraxeris multiplicationem secunde (*sic*) erroris in positionem primam, scilicet 9; et residuum, scilicet 15, diuiseris per differentiam errorum, que est 3, exibunt similiter libre 5 minoris monete. Relique libre 10 mittentur de maiori, ut prediximus.

« mo[netam ... argenti, per » (fol. 143 verso, lin. 10 e 11-22, pag. 323, lin. 2-13).

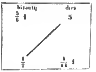
libre	uncie	libre	uncie	libre	uncie	libre	uncie
4	2	5	3	10	6	1	7

De laboratore, questio notabilis.

Qvidam liborator (*sic*) erat recepturus bizantios 7 in mense si laboraret; et si non, debebat reddere bizantios 4 domino operis ad rationem unius mensis: qui quandoque laborauit quandoque non; ita quod, expleto mense, debuit recipere a domino operis bizantium 1; queritur, quot diebus ex ipso mense laboraranuit. Pone quidem, ut ipse laboret diebus 20; et quod in reliquis diebus 10 non laboraret. Vnde pro ipsis 20 diebus debuit habere duas tercias de bizantijs 7, scilicet bizantios $\frac{2}{3}$ 4. Cum dies 20 sint $\frac{2}{3}$ tocius mensis; et pro illis diebus 10, in quibus non laborauit, debuit reddere domino operis bizantium $\frac{1}{3}$ 1, scilicet tertiam partem de bizantijs 4; quo bizantio $\frac{1}{3}$ 1 extracto de bizantijs $\frac{2}{3}$ 4 lucri, remanent pro lucro bizantij $\frac{1}{3}$ 3; qui uellent tantum esse bizantium 1, uidelicet ipsum, quem lucratus fuit. Vnde ex hac prima positione errauimus in bizantijs $\frac{1}{3}$ 2 | additis. Quare mutabis aliam positionem, in qua pones ad libitum, quod laboraret diebus 15, scilicet 5, minus quam in prima positione; et remanebunt alii dies 15, in quibus non laborauerit. Vnde pro ipsis 15 diebus, in quibus laborauit, debuit habere bizantios $\frac{1}{2}$ 3, scilicet dimidium de bizantijs 7. Cum ipsi dies 15 sint dimidium mensis; et pro reliquis diebus 15, quibus non laborauit, debuit reddere bizantios 2: quare debuit recipere tantum bizantium $\frac{1}{2}$ 1: ergo in hac secunda positione super nobis (*sic*) bizantij $\frac{1}{2}$; et in prima superauerat bizanti $\frac{1}{3}$ 2. Quare si per secundum modum operari uis, multiplica errorem primum per positionem secundam, scilicet $\frac{1}{3}$ 2 per 15, erunt dies 35. Similiter multiplica errorem secundum per positionem primam, scilicet $\frac{1}{2}$ per 20, erunt dies 10; quos extrahe de 35, remanent dies 25; quos diuide per $\frac{5}{6}$ 1, scilicet per differentiam errorum, que est a $\frac{1}{2}$ usque in $\frac{1}{3}$ 2, exibunt dies

fol. 144 *recto*.

« dimidium .... errorum » (fol. 144 *recto*, lin. 3-10; pag. 323, lin. 37-43).



« que est ... de omnibus » (fol. 144 recto, lin. 11-17; pag. 323, lin. 43 — pag. 324, lin. 8).

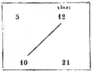
$\frac{7}{11}$ 13, in quibus laborauit; quos extrahe de diebus 30, scilicet de mense, remanent dies $\frac{4}{11}$ 16, in quibus non laborauit. Et sic potes per elchataieym omnes questiones undecimi capituli soluere.



De arbore.

Est arbor, cuius $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ latet sub terra; et super terram sunt ex ipsa ulne 20. Pone quidem, ut longitudo ipsius arboris sit aliqua numeri quantitas; quem numerum, quamuis ad libitum ponere possis, tamen considerare debes, ut ponas eum talem, in quo reperias $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$. Et hoc idem intelligas de omnibus positionibus aliarum questionum, ut semper ponas eorum numeros ita, ut in ipsis inueniantur rupti, qui necessarii sunt in qualibet questione. Quod nos in sequentibus questionibus, ponendo ipsos numeros, demonstrabimus. Pone ergo, ut illa arbor sit longitudine duodecim ulnarum; ex quibus cum $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ sit sub terra, scilicet ulne 7, remanent super terram ulne 5; que uellent esse 20: quare per hanc positionem deuiamus a ueritate ulnas 15: quare in secunda positione pones pro longitudine ipsius arboris ulnas 24, scilicet ulnas 12, plus quam in prima positione. Ex quibus, extracta $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ ipsarum, scilicet 14, que sunt sub terra, remanent super terram hulne 10; que cum uellent esse 20, sumus longe a ueritate ulnis 10. In prima enim posicione fuimus longe a ueritate ulnis 15. In secunda 10: ergo per ulnas 12, quas creuimus in secunda positione, adpropinquauimus ulnas 5; et remanent ad adpropinquandum ulne 10: quare multiplicabis 10 per 12, et diuides per 5, exibunt ulne 24; quas adde cum ulnis 24 secunde positionis, reddent 48 pro longitudine totius arboris. Potes enim proportiones similium questionum scribere, secundum modum negociacionum, quem in octauo huius libri capitulo demonstrauimus, ut cognoscas melius, quos numeros multiplicare, et per quem diuidere debes: uerbi gratia: pone in unam lineam ulnas 12, quas in secunda positione super longitudinem arboris creuimus; et ulnas 5, quas per ipsas ulnas 12 adpropinquauimus ueritati; et ulnas 10, que restant ad adpropinquandum, pones sub ulnis 5, scilicet ad adpropinquanda sub apropinquanda, ut sit similis res sub simile re, ut hic ostenditur. Vnde cognoscitur, quod debes multiplicare 12 per 10, quia sunt ex aduerso; et debes diuidere per 5, ut prediximus: et nos semper in sequentibus ponemus proportiones in | hunc modum, ut ad tramite ueritatis possis nullatenus deuiare.

« 10; que ... secundum modum » (fol. 144 recto, lin. 26-31; pag. 324, lin. 16-22).



fol. 144 verso.

De homine retento in obsequio.

Qvidam retinuit quemdam in obsequium, cui debebat dare in mense tres numeros, quibus esset per ordinem unus maior alio 2; et insuper denarios 10 pro benedicione: qui cum laborasset diebus 6, dedit illi dominus operis dimidium primi numeri, et terciam secundi, et quartam tertij; et sic recte persolutus fuit. Qveritur, quid numeri fuerunt illi: studeas quidem ponere tres numeros per ordinem, quorum unus sit maior alio 2; et primus possit diuidi integraliter per 2; secundus per 3; tercius per 4, secundum hoc, quod dominus persoluit eum. Sintque 16, et 18, et 20; et accipe dimidium primi numeri, scilicet 8; et tercium secundi, scilicet 6; et quartam tercij, scilicet 5; et adde insimul, erunt denarij 19; et tot recepisset ille, si 16, et 18, et 20 essent illi numeri, quos dominus ei dare promiserat: quare uides, quot denarij acciderunt illi de ipsis tribus numeris, et denarijs 10 in illis 6 diebus: quod sic uidendum est: quia dies 6 sunt quinta pars mensis. Accipe quintam de 64, que sunt summa illorum .IIII.or nu-

merorum, exibunt $\frac{4}{5}$ 12, pro quibus habuimus denarios 19; et sic cum prima positione errauimus cum $\frac{1}{5}$ 6 additis, hoc est cum quintis 31: quare secunda positio minor ponenda est, in qua tres alios numeros ad hoc aptos, quorum unus sit maior alio 2, ponere studeas; eruntque 4, et 6, et 8: deinde accipe dimidium primi numeri, scilicet 2; et terciam secundi, scilicet 2; et quartam tercij, scilicet 2; et erunt 6; et tot recepisset ille pro quinta parte de 28, que sunt summa de 4, et de 8, et de 6, et de 10; que quinta pars sunt $\frac{3}{5}$ 5: a quibus usque in 6 remanent $\frac{2}{5}$ addite pro secundo errore. Quare multiplica 31, scilicet primum errorem, per 4, silicet per primum numerum secunde positionis, erunt 124; et multiplica 2 pro errore secundo per 16, silicet per primum numerum prime posicionis. erunt 32; et que extrahende 124, remanet 92; et que diuide per differentiam errorum, scilicet per 29, que sunt ad 2 usque in 31, et habebis $\frac{2}{29}$ 3 pro primo numero. Quare secundus est $\frac{5}{29}$ 5; tertius $\frac{5}{29}$ 7.

* Quare multiplica ... 7 quos * (fol. 144 verso, lin. 21-29; pag. 325, lin. 8-17).

	descentur
29	12
2	$\frac{24}{29}$

prius numerus	secundus
$\frac{2}{29}$ 3	$\frac{5}{29}$ 5
$\frac{2}{29}$ 7	

De duobus hominibus habentibus denarios.

Dvo homines habebant denarios; quorum primus querit secundo 7, et proponit se habere quinques tantum quam ipse. Et secundus querit primo 5, et proponit se habere septies tantum quam ipse. Queritur quantitas denariorum uniuscuiusque: pone quidem, ut primus habeat 8, cum quibus additis 7, quos querit secundo, faciunt 15; que 15 deberent esse quincuplum de denariis, qui remanent secundo: quare secundo remanent 3, datis illis 7 denarijs primo: ergo opportet, quod ipse habeat 10; qui cum acceperit 5 ex denarijs primi, qui habent 8, habebit secundus 15; et primo remanebunt 3; que 15 deberent esse 21, scilicet septuplum de denarijs 3, qui remanent primo homini: ergo in hac posicione secundus homo habet denarios 6, minus quam debeat: quare pones in secunda positione alium talem numerum; cum quo, cum additi fuerint denarij 7, faciant numerum, qui diuidatur per 5 integraliter; sintque 13, que sunt 5, plus prime positionis: cum quibus additis denariis 7, quos petit secundo, erunt 20; quinta quorum pars, scilicet 4, opportet, quod remaneat secundo; cum quibus additis denariis 7, quos dedit primo, reddunt 11 pro denariis secundi hominis; cum quibus additis denariis 5, quos petit primo, qui habet 13, et primo remanebunt 8; et secundus habebit 16; que 16 debent esse 56, scilicet septuplum de denarijs 8, qui remanent primo homini. Vnde in hac secunda positione secundus habet 40, minus quam debeat: et quia prima positio fuit propius ueritati quam secunda, facies de secunda positione primam, et de prima secundam, ut semper sit secunda positio propior ueritati; et tunc in prima positione secundus habebit 40, minus quam debeat; et in secunda 6: ergo per 5, quos minui in secunda positione, adpropinquaui ueritati 34, et restant adpropinquandum 6: quare multiplica 6 per 5, et diuides per 34, hoc est secundum euitationis modum 3 per 5; et diuides per 17, exibunt $\frac{15}{17}$; quos extrahe de denarijs 8 secunde positionis, remanent $\frac{2}{17}$ 7 pro denarijs primi hominis: deinde, ut habeas denarios secundi, adde 7, quos primus petit secundo, super $\frac{2}{17}$ 7, erunt denarij 14, et $\frac{2}{17}$, et tunc super quintam partem eorum, quod est $\frac{14}{17}$ 2, adde ipsos denarios 7, erunt denarij $\frac{14}{17}$ 9; et tot habuit secundus. Nam si ignoraueris, qualiter quintam de denarijs $\frac{2}{17}$ 14 prescriptis accipere debeas, dupliciter tibi facere doceo: primum quidem, ut facias septimas decimas de denarijs $\frac{2}{17}$ 14, hoc est multiplica 14 per suam uirgulam, scilicet per 17, et addas 2, erunt septime decime 240; de quibus accipe quintam, erunt

fol. 145 recto.

* secunda .... denarios 8 (fol. 145 recto, lin. 6-10, pag. 325, lin. 34-39).

	minus
34	5
8	$\frac{15}{17}$

¹ Nam si .... capituli » (fol. 145 recto, lin. 12-19 : pag. 325, lin 40 — pag. 326, lin. 4).

primi
$\frac{2}{17}$ 7
Secundi
$\frac{14}{17}$ 9

septime decime 48; ex quibus 48 fac integra, erunt $\frac{14}{17}$ 2. Vel aliter: accipe quintam de 10, erunt 2; et de $\frac{2}{17}$ 4, que remanent, fac septimas decimas, erunt 70; quorum quinta pars est 14; et sic habebis $\frac{14}{17}$ 2 pro quinta parte de $\frac{2}{17}$ 14: et sic potes suprascripto modo soluere questiones, que sunt in tercia parte duodecimi capituli.

De quatuor hominibus, qui inuenerunt bursam.

² Qvatuor .... secundo » (fol. 145 recto, lin. 20-25 : pag. 326, lin. 6-11.

	creum
$\frac{1}{4}$ 8	6
$\frac{1}{2}$ 7	$\frac{5}{11}$ 5

³ opportet ... quibus addita » (fol. 145 recto, lin. 26-34 e 35, pag. 326, lin. 11 e 12-23).

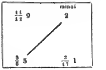
bursa
119
primi
33
Secundi
76
tercij
65
quarti
46

fol. 145 verso

Qvatuor homines denarios habentes inuenerunt bursam denariorum; ex quibus primus dixit, quod si haberet denarios burse, haberet bis tantum secundo. Secundus, si haberet bursam, haberet ter tantum tercio; et tertius, si eam haberet, haberet quater tanto (*sic*) quarto. Quartus quinquies tantum primo: queritur quot denarios habeat unusquisque. Pone quidem, quod primus habeat denarios 9; et in bursa sint denarij 21: ergo si primus habuit bursam, habebit 30. Vnde cum habet duplum secundo, opportet, quod secundus habeat dimidium ipsius, scilicet 15: cum quibus additis denarijs burse, scilicet 21, faciunt 36; quorum terciam partem, scilicet 12, habebit tercius; cum secundus cum bursa habeat triplum ipsius, cum quibus 12, addita bursa, faciunt 33; quorum quartam partem, scilicet $\frac{1}{4}$ 8, habet quartus; cum quibus, habita bursa, scilicet 21, faciunt denarios $\frac{1}{4}$ 29; qui debent esse 45, scilicet quincuplum denariorum primi hominis: ergo quarto homini minuit $\frac{3}{4}$ 15, scilicet differentia, que est a $\frac{1}{4}$ 29 usque in 45: quare in secunda positione augebis denarios burse, aut minues denarios primi hominis: augeamus itaque denarios burse; et ponamus, quod inuenti sunt in ea denarij 27, scilicet 6, plus quam in prima positione: quibus additis cum denarijs primi hominis, scilicet cum 9, faciunt 36; quorum medium, scilicet 18, habet secundus: cum quibus addita bursa, faciunt 45; quorum terciam partem, scilicet 15, habet tercius; cum quibus addita bursa, faciunt 42; quorum quartam partem habet quartus, scilicet $\frac{1}{2}$ 10; cum quibus addita bursa, erunt denarij $\frac{1}{2}$ 37; quid debent esse 45, scilicet quincuplum primi hominis. Vnde in hac secunda positione minuit quarto $\frac{1}{2}$ 7, scilicet differentia, que est a $\frac{1}{2}$ 37 usque in 45: in prima uero positione minuunt $\frac{3}{4}$ 15; ergo per sex, quos creuimus in secunda positione | burse, adpropinquauimus ueritati $\frac{1}{4}$ 8, scilicet differentiam, que est a $\frac{3}{4}$ 15 usque in $\frac{1}{2}$ 7; et restant ad adpropinquandum ipsi denarios $\frac{1}{2}$ 7: quare multiplica $\frac{1}{2}$ 7 per 6, et diuides per $\frac{1}{4}$ 8, ut in descriptione ostenditur, exigunt denarij $\frac{5}{11}$ 5; quibus additis cum denarijs 27, scilicet sunt secundam positionem (*sic*), erunt $\frac{5}{11}$ 32; et tot sunt reperti in bursa, si primus habeat 9: nam ut habeamus in integrum denarios burse et hominum, multiplica per 11 denarios burse, et primi hominis; et habebis pro denarijs burse 357; et pro denarijs primi hominis habebis 99; qui 357, et 99, cum habeant ad inuicem comunem regulam, scilicet tercium, diuidatur unusquisque eorum per 3, ut habeas in minoribus numeris numerum eorum; quod senper in omnibus similibus facere studere debes; et sic habebis pro denarijs burse 119; et pro denarijs primi hominis 33: quibus insimul iunctis, faciunt 152; quorum medium, scilicet 76, est quantitas denariorum secundi hominis: quibus additis cum denariis burse, scilicet cum 119, faciunt 195; quorum tertia pars est quantitas denariorum tercij, scilicet 65; cum quibus additis iterum denarijs burse, facient 184; quorum quarta pars, scilicet 46 sunt quantitas quarti hominis: cum quibus additis denarijs burse, faciunt 155, qui est quincuplum denariorum primi hominis, ut opportet. Nam si per minutionem denariorum primi hominis hoc idem reperire desideras, pone ut

in secunda positione in bursa reperiti sunt denarii 21, ut in prima positione positione (*sic*) posuisti; et pone, quod primus homo habet denarios 7, scilicet denarios 2, minus quam in prima positione; quibus additis cum denarijs burse, scilicet cum 21, faciunt 28; dimidium quorum, scilicet 14, babet secundus: quibus additis cum 21 burse, scilicet burse, faciunt 35; quorum terciam, scilicet $\frac{2}{3}$ 11, habet tercius: cum quibus additis 21, erunt $\frac{2}{3}$ 32; quorum quartam, scilicet $\frac{1}{6}$ 8, habet quartus; qui iuncti cum 21, faciunt $\frac{1}{6}$ 29; qui debent esse 35, scilicet quincuplum denariorum 7 primi hominis. Vnde quartus homo babet, minus quam debeat, denarios $\frac{5}{6}$ 5, scilicet differentiam, que est a $\frac{1}{6}$ 29 usque in 35; et in prima positione habuit ipse quartus homo minus, denarios $\frac{3}{4}$ 15: ergo per 2, quos minuimus de denariis primi, adpropinquauimus ueritati $\frac{11}{12}$ 9, scilicet differentiam, que est a $\frac{3}{4}$ 15 usque in $\frac{5}{6}$ 5; et restant adpropinquandum ipsi $\frac{5}{6}$ 5: quare multiplica $\frac{5}{6}$ 5 per 2, et diuides per $\frac{11}{12}$ 9, exibit denarius $\frac{3}{17}$ 1; quo extracto de denarijs 7, remanebunt denarij $\frac{14}{17}$ 5; et tot babuit primus. Vel si per secundum modum operari uis, reddige errores ad similia, scilicet $\frac{3}{4}$ 15, et $\frac{5}{6}$ 5, scilicet multiplica eos per 12; cum in ipso numero reperiantur fractiones eorum, et habebis pro primo errore 189 diminuta; et pro secnndo 70 similiter diminuta. Quare multiplicationem de 70 in 9, scilicet secundi erroris in positionem primam, extrahe ex multiplicatione primi erroris in positionem secundam, scilicet de 189 in 7. Et quod residnum fuerit, diuide per differentiam errorum, scilicet per 119, exibunt similiter pro denarijs primi hominis $\frac{14}{17}$ 5. Et si in integrum denarios primi hominis reducere uolueris, multiplica $\frac{14}{17}$ 5 per ruptum sue uirgule, scilicet per 17, erunt 99; et multiplica denarios 21, scilicet burse, per eundem 17, erunt 357, ut superius inuenimus: quibus scilicet 99, et 357 diuisis per 3, suprascripta ratione reddunt similiter pro denariis primi bominis 33; et pro denariis burse 110.

« quincuplum .... ipso numero » (fol. 145 verso, lin. 22-28; pag. 327, lin. 7-15).



De quinque hominibus, qui inuenerunt equum.

Qvinque homines bizantios habentes equum emere uoluerunt; ex quibus primis (*sic*) petit secundo dimidium suorum hizantiorum; et secundus petit tercio terciam; et tercius petit quarto quartam; et quartus petit quinto | quintam; et quintus similiter petit primo sextam suorum bizantiorum. Et sic unus quisque proponit ipsum equum emere. Queritnr, quot bizantios unus que uisque (*sic*) habuit; et quod fuit pretium equi: pone quidem, ut primus habeat bizantios 13; et equus ualeat bizantios 20. Quare secundus habebit 14, scilicet duplum differentie, que est a 13 in 20; quia si ex ipsis 14 primus haberet dimidium, scilicet 7, sicuti petit secundo, cum suis bizantijs 13 haberet pretium equi, silicet bizantios 20: propter eadem ergo tercius habebit 18, scilicet triplum differentie, que est a 14 usque in 20; et quartus habebit 8, scilicet quaduplum differentie, que est a 18 usque in 20; et quintus habebit 60, scilicet quincuplum differentie, que est ab 8 usque in 20: cum quibus bizantijs 60, si addideris sextam partem bizantiorum primi hominis, scilicet de 13, habebis bizantios $\frac{1}{6}$ 62; qui deberent esse 20, scilicet precium equi. Quare in hac prima positione superat quinto homini bizantij $\frac{1}{6}$ 42. Vnde opportet in secunda positione aut mutare pretium equi, aut bizantios primi hominis. Mutemus primum pretium equi; et ponamus ipsum 21, scilicet bizantium 1, plus quam in prima positione. Vnde cum primus habet bizantios 13; secundus habebit 16. Quare et tercius habebit 15; et quartus habebit 24, scilicet 3, plus pretio equi.

fol. 146 recto.

Quare opportet, ut quintus homo habeat debitum, ex quo quartus homo petit quintum, hoc est quod poterit emere equum, et reddere quinto homini bizantios 3 pro quinta parte sui debiti: ergo quintus habet debitum bizantiorum 15; de quibus extractis bizantijs $\frac{1}{6}$ 2, scilicet sexta parte bizantiorum primi hominis, remanebit eidem quarto homini debitum bizantioram $\frac{5}{6}$ 12: ergo, ut ipse habet pretium equi, minuunt ei bizantij $\frac{5}{6}$ 12, et insuper pretium equi, qui sunt in summa bizantij $\frac{5}{6}$ 33. Im (*sic*) prima ergo positione superauerunt quinto homini bizantij $\frac{4}{6}$ 42. In secunda minuunt ei bizantij $\frac{5}{6}$ 33. Vnde cognoscitur, quod uerum pretium equi est inter utramque positionem, scilicet inter 20, et 21. Quare dices: pro 1, quem creui super pretium equi, minui quinto homini bizantios $\frac{4}{6}$ 42, qui superauerunt ei in prima positione; et bizantios $\frac{5}{6}$ 33, qui superauerunt ei in secunda, hoc est in summa bizantios 76; quid superaddam prime positioni, ut tantum minuantur bizantij $\frac{4}{6}$ 42. Vel quid extraham de secunda positione, ut augeantur ipsi quinto homini bizantij $\frac{5}{6}$ 33, qui minuunt ei in secunda positione.

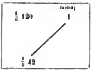
"Quare ..... et per 6" (fol. 116 recto, lin. 28-39; pag. 328, lin. 14-27).

prius
456
Secundus
530
tercius
573
Quartus
529
quintus
645
equus
721

Qvare si multiplicaueris $\frac{4}{6}$ 42 per 1, et diuides per 76, opportebit, ut hoc, quod inde colligeris, addas super bizantios 20 prime positionis; et si multiplicaueris bizantios $\frac{5}{6}$ 33, per eundem 1, et diuides per 76, opportebit, ut hoc quod inde exierit, extrahatur de bizantijs 21 secunde positionis. Vel multiplica errorem primum per 21 positionem secundam, scilicet $\frac{4}{6}$ 42; et errorem secundum per positionem primi, scilicet $\frac{5}{6}$ 33 per 20; et adde has multiplicationes in unum, erunt $\frac{4}{6}$ 1572; que diuide per coniunctum ex erroribus, scilicet per 76; et sic habebis pretium equi per qualem uolueris modum; quod pretium est bizantij $\frac{1\ 4\ 2}{6\ 7\ 6}$ 20: quod pretium, si integrum habere uolueris, multiplica 20 per suam uirgulam, scilicet per 76, et adde 42; que per 6, et adde 1, erunt 9373; et tantum ualeret equus: ergo si multiplicabis bizantios 13 primi hominis per eandem uirgulam, scilicet per 76, et per 6, habebis bizantios primi hominis. Sed cum 9373 integraliter per 13 diuidatur, diuide ipsa per 13, exibunt pro pretin equi bizantij 721; et multiplica tantum ter decimam partem ex ipsis bizantijs 13, scilicet 1, per suprascriptas 76, et per 6; | et habebis 456 pro bizantijs primi hominis. Vnde secundus habet 530; tercius 573; quartus 529; quintus 645. Nam si per mutationem primi hominis hoc idem reperire uolueris, serua $\frac{4}{6}$ 42, qui superant quinto homini in prima positione; et pone, quod primus habeat bizantios 12, scilicet 1, minus quam in prima positione; a quibus usque in pretium equi, scilicet 20, desunt 8; quorum duplum habet secundus, silicet 16: quare tertius habet 12, et quartus habet 32; qui cum habeat 12, plus pretio equi, opportet, ut ipsi bizantij 12 sint quintam debiti quinti hominis: ergo quintus homo habet debitum bizantiorum 60; de quibus extractis bizantijs 2, scilicet sexta parte bizantiorum primi hominis, quos querit, remanet ei debitum bizantiorum 58: ergo in hac secunda positione minuunt quinto homini ipsi bizantij 58, et insuper pretium equi, scilicet in summa bizantij 78: ergo pro uno, quod minuimus in secunda positione primo homini, minuerunt quinto homini bizantij $\frac{4}{6}$ 42, qui superant ei in prima positione, et insuper bizantij 78, qui minuunt ei in secunda, hoc est in summa bizantij $\frac{4}{6}$ 120: quare dices: pro uno, quod minui in secunda positione primo homini, minuitur quinto homini $\frac{4}{6}$ 120; quid minuam ex eadem prima positione, ut tantum minuantur quinto homini $\frac{4}{6}$ 42: multiplica $\frac{4}{6}$ 42 per 1, et diuides per $\frac{4}{6}$ 120; et hoc quod exierit, extrahes de bizantijs 13 prime positionis: re-

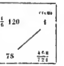
fol. 116 verso.

"ergo quintus ..... positione" (fol. 116 verso, lin. 7-13; pag. 328, lin. 34-42).



siduum uero erit quantitas bizantiorum primi hominis: uel dices: pro uno, quod creui in secunda positione, creuerunt quinto homini bizantij $\frac{1}{6}$ 120; quid acrescam super secundam positionem, ut tantum augeantur quinto homini bizantij 78, quid minuunt ei in secunda positione: multiplica ergo 78 per 1, et diuides per $\frac{1}{6}$ 120, exibunt $\frac{468}{721}$; quibus additis cum bizantijs 12 secunde positionis, reddunt bizantios $\frac{468}{721}$ 12 pro quantitate bizantiorum primi hominis, cum pretium equi fuerit bizantij 20. Nam ut redigamus eos in integrum, multiplica bizantios primi hominis per 721; et sic habebis pro quantitate primi hominis bizantios 9120, qui exeunt ex multiplicatione de 12 in 721 cum additatione de 468, que sunt super uirgulam; et pro pretio equi habebis bizantios 14420; qui numeri, scilicet 9120, et 14420, cum habeant ad inuicem uintesimam, diuidatur uterque numerus per 20; et sic habebis pro quantitate primi hominis bizantios 456; et pro pretio equi bizantios 721, ut superius inuentum est.

« primo hominis ... habebis » (fol. 146 verso, lin. 16-21; pag. 329, lin. 1-7).



De homine, qui iuit negotiando lucam.

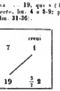
Qvidam iuit negotiando lucam, deinde florentiam, et reuersus est pisas; et fecit in unaquaque ciuitate duplum, et in unaquaque expendidit denarios 12; et in fine nil remansit ei. Queritur, quot in principio habuit. Pone quidem, ut ipse habet denarios 12, cum quibus in primo uiagio fecit duplum; et sic habuit denarios 24, ex quibus expendidit denarios 12, et remanserunt ei alij denarij 12; cum quibus, cum faceret duplum in reliquis duobus uiagiis, et expenderet in unoquoque denarios 12, remanserunt ei in fine denarij 12. Quare in hac positione errasti in 12 additis: ergo pones, quod ipse haberet denarios 11; cum quibus, cum faceret duplum in ipsis tribus uiagiis, et expenderet in unoquoque denarios 12, remanent ei in fine denarij 4, scilicet 8, minus quam in prima positione. Quare et hec positio maior est. Vnde dices: per 1, quod minui de capitale ipsius, adpropinquaui 8; quid minuam iterum, ut adpropinquem 4: multiplica ergo 4 per 1, et diuides per 8, exibit $\frac{1}{2}$ unius denarij: quo de 11 denarijs extracto, remanent pro capitale ipsius denarij $\frac{1}{2}$ 10. Vel ex multiplicatione erroris primi in positionem secundam, scilicet de 132 extrahe | 48, que proueniunt ex errore secundo in positionem primam, remanet 84; quibus diuisis per differentiam errorum, ueniunt $\frac{1}{2}$ 10. Nam si proponatur, quod ipse habeat denarios 12, cum quibus tria fecit uiagia; et queratur, quot in unoquoque expenderet, cum in fine ei nichil remanserit. Pone, quod expendium sit denarij 10; et duplica ter 12 suprascripta, extraendo semper denarios 10; et sic remanebunt denarij 26: quare hec positio minor est ueritate 26. Vnde pro expendio ipsius pones 11 in secunda positione; et cum operaberis ut decet, inuenies, quod remanebunt ei denarij 19, scilicet 7, minus quam in prima positione. Vnde dices: pro 1, quod creui in expendio ipsius, adropinquaui ueritati 7. Quid rursum adcrescam, ut adpropinquem ipsos denarios 19, qui restant ad adpropinquandum in secunda positione. Multiplica ergo 1 per 19, et diuides per 7, exibunt denarij $\frac{5}{7}$ 2; quibus additis cum denarijs 11 secunde positionis, reddent denarios $\frac{5}{7}$ 13 pro expendio ipsius: uel ex ductis 26 in 11 extrahe ductum ex 19 in 10, remanent 96; que diuide per differentiam errorum, exibunt similiter denarij $\frac{5}{7}$ 13.

« ex quibus....multiplica » (fol. 146 verso, lin. 31-37; pag. 329, lin. 17-25).



fol. 147 recto.

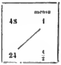
« duplica ... 19, qui » (fol. 147 recto, lin. 4 e 5-9; pag. 339, lin. 31-36).



De homine, qui dabat pensionem.

Qvidam dabat pensionem in anno libras 30, hoc est soldos 50 in mense, qui prestauit domino domus libras 6 super ipsam pensionem ad usuras 4 denariorum per

* ipse teneret .... libras * (fol. 141 *recto*, lin. 11-21 ; pag. 330, lin. 2-7).



libram in mense. Queritur, quot mensibus ipse debuit tenere domum pro ipsis libris 6, et eorum usuris: pone, ut ipse teneret ipsam domum mensibus 4; in quibus expedierat cum dare pro pensione libras 10; et usura illarum 6 librarum in illis 4 mensibus est soldi 6. Ergo debuit recipere libras 6, et soldos 6 in illis 4 mensibus; et debuit dare pro pensione libras 10, scilicet soldos 72, plus quam recipere debuit: quare pones, ut ipse tenet domum in secunda positione mensibus 3, in quibus debuit recipere libram 6, et soldos 6 inter capitale, et usuram; et debuit dare pro pensione libras $\frac{1}{2}$ 7, scilicet soldos 24, plus quam hoc, quod debuit recipere. Nam in prima positione fuerunt plus soldi 72. Quare pro uno mense, quem minuimus, adpropinquauimus soldos 48, scilicet differentiam, que est a soldis 72 usque in soldis 24; et restant nobis ad adpropinquandum ipsi soldi 24. Quare multiplica 1 per 24, et diuides per 48, exibit $\frac{1}{2}$ unius mensis: quo extracto de mensibus 3 secunde positionis, remanent menses $\frac{1}{2}$ 2; et tantum debuit ipse tenere domum pro ipsis libris 6. Verbi gratia: usura de libris 6 in illis mensibus $\frac{1}{2}$ 2 sunt soldi 5; cum quibus iunctis illis libris 6, faciunt libras 6, et soldos 5, scilicet quantitatem pensionis ex illis mensibus $\frac{1}{2}$ 2; et hoc uolumus.

Qvidam duxi in quadam naui ad naulum fasces 11 equali pretio; ex quibus dedit nauclerio fascium 1 pro institnto naulo; et nauclerius reddidit ei soldos 14 pro hoc, quod fascis ualebat plus naulo. Quidam uero, qui duxerat in eadem naui fasces 15 eiusdem pretij, dedit similiter nauclerio pro suo naulo fascium 1; et nauclerius reddidit ei soldos 6. Queritur pretium uniuscuiusque fascis; et quid de unoquoque fascio daretur naulum. Pone ergo, quod naulus unius fascis esset soldj 6. Quare primus homo debuit dare naulum de suis 11 fascibus soldos 66; cum quibus additis soldis 14, quos nauclerius reddit ei, reddunt soldos 80 pro pretio uniuscuiusque fascis. Secundus uero debuit dare naulum ex suis 15 fasciis soldos 90 suprascripta ratione; quibus additis cum soldis 6, quos nauclerius ei reddidit, reddunt soldos 96 pro pretio uniuscuiusque suorum fascium, qui sunt soldi 16, plus pretio fascis primi hominis. Quare minuatur naulum in secunda positione; | et ponatur, quod sit soldi 4; qua ratione naulum de 11 fascibus primi hominis est soldi 44; cum quibus additis soldis 14 suprascriptis, reddunt pro pretio fascis soldos 58. Naulum uero de fasciis 15 secundi hominis est soldi 60; cum quibus additis soldis 6, quos nauclerius reddidit ei, reddunt pro pretio sui fascis soldos 66, scilicet soldos 8, plus pretio fascii primi hominis: ergo in secunda positione pro illis soldis 2, quos minuimus de naulo cuiuslibet fascis, adpropinquauimus differentiam, que est a soldis 16 usque in soldis 8; que differentia est soldi 8; et restant nobis ad adpropinquandum alii soldi 8. Quare multiplicabis suprascriptos soldos 2 per soldos 8, qui restant ad adpropinquandum; et diuides per soldos 8 adpropinquatos, exibunt alii soldi 2: quibus extractis de soldis 4 secunde positionis, remanent soldi 2 pro naulo uniuscuiusque fascis; quos multiplica per fasces 11 primi, et superadde multiplicationem de soldis 14, quos nauclerius reddidit ei, reddunt soldos 36 pro pretio cuiuslibet fascii. Verbi gratia: naulum de 15 fasciis secundi hominis est soldi 30; cum quibus additis soldis 6 ei a nauclerio redditis, reddunt similiter soldos 36 pro pretio uniuscuiusque suorum fascium, ut opportet.

fol. 143 *verso*.

* ergo in .... 14, quos * (fol. 143 *verso*, lin. 4-9; pag. 330, lin. 32-38).

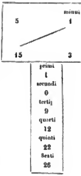


naulus fascis
2
pretium fascis
36

Sex homines habebant denarios; ex quibus quinque per ordinem sine primo habebant

denarios 75; sine secundo denarios 70; sine tercio denarios 67; sine quarto denarios 64; sine quinto denarios 54; sine ultimo denarios 50; queritur, quot unusquisque habuit: pone, ut ipsi habeant denarios 80; ex quibus extractis sex numeris per ordinem prescriptis, remanent primo homini denarii 5; secundo 10; tercio 13; quarto 16; quinto 26; sexto 30; quibus insimul iunctis, faciunt denarijs 100, scilicet denarios 20, plus posita summa. Vnde cognoscimus, ipsam summam esse nimis magnam: quare ponamus eam in secunda positione 1 minus, scilicet 79; ex quibus extractis sex numeris prescriptis, scilicet 75, et 70, et reliquis, remanebunt primo homini 4; secundo 9; tercio 13; quarto 15; quinto 25; sexto 29; quibus insimul iunctis, cum faciant 94, scilicet 15, plus posita summa in secunda positione, cognoscimus iterum, ipsam summam adhuc maiorem esse ueritate. In prima positione fuimus longe 20; in secunda 15: ergo per unum denarium, quem minuimus, adropinquanimus ueritati denarios 5; qua ratione uolumus adpropinquare ipsos denarios 15, qui restant ad adpropinquandum. Vnde multiplica 1 per 15, et diuides per 5, exibunt denarii 3; quibus diminutis de denarijs 79 secunde positionis, remanent pro summa denariorum illorum 6 hominum 76; de qua extractis per ordinem sex numeris suprascriptis, remanet primo homini denarius 1; secundo 6; tercio 0; quarto 12; quinto 22; sexto 26; quibus insimul iunctis, reddunt ipsam, et eandem summam 76, ut opportet.

« primo homini .... audire » (fol. 147 verso, lin. 17-30; pag. 331, lin. 4-15).

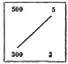


De duabus auibus.

Dve aues erant super altitudinem duarum turrium; quarum una erat alta passibus 40, altera 30; et distabant in solo passibus 50; et uno ictu descenderunt pari uolatu ad centrum cuiusdam fontis; et pariter uno momento ad ipsum deuenerunt, qui erat inter utramque turrim. Quod uno momento mouerunt, et uno momento iunxerunt: nichil aliud est, nisi quod recte linee, que descendunt a summitatibus turrium usque centrum fontis, sunt ad inuicem equales: quare, sicut in geometria aperte monstratur, multiplicatio longitudinis cuiuslibet illarum turrium in se ipsa addita cum multiplicatione spatii soli, quod est ab ipsa turri usque ad centrum fontis, in se ipsum, faciunt quantum multiplicatio recte linee in se ipsa, que ascendit a centro fontis | usque ad altitudinem ipsius turris: his itaque cognitis, pone, ut centrum fontis distet a maiori turri passibus quilibet, ut dicamus 10; et multiplica 10 in se, erunt 100; que adde cum multiplicatione altitudinis maioris turris in se ipsa, scilicet cum 1600, erunt 1700, que serua; et multiplica residuum spatii, scilicet 40 in se ipsa, cum sint differentia centri illius a minori turri, erunt 1000; que adde cum multiplicatione minoris turris in se, scilicet cum 900, facit 2500, quam debent esse 1700, sicut fuerunt alie due multiplicationes: ergo in hac positione sumus longe a ueritate 800, scilicet distantia, que est a 1700 usque in 2500: quare elongabis centrum fontis a maiori turri: elongetur quidem passibus 5 ultra primam positionem, scilicet passibus 15 longe ab ipsa maiori turri; et multiplica 15 in se, erunt 225; que adde cum multiplicatione maioris turris, scilicet cum 1600, erunt 1825. Similiter multiplica 35 per se, que sunt distantia centri fontis a minori turri, faciunt 1225; quibus additis cum 900, scilicet cum multiplicatione altitudinis maioris turris, faciunt 2125, que deberent esse 1825 suprascripta ratione. Quare in hac secunda positione sumus longe a ueritate 300; in prima enim fuimus longe 800: ergo dices: pro quinque passibus, quos elongauimus centrum fontis a maiori

fol. 148 recto.

« faciunt .... adpropinquandum » (fol. 148 recto, lin. 12-18; pag. 331, lin. 41 — pag. 332, lin. 2).



multiplica . . . reliquis » (fol. 118 recto, lin. 19-24; pag. 332, lin. 2-11).

distantia maioris
18
minoris
32

turri, adpropinquauimus 500 ueritati; quantum enim elongabimus ipsum centrum ab eadem maiori turri, ut adpropinquemus 300 restant ad adpropinquandum; multiplica 5 per 300, et diuides per 500, exibunt passi 3; quibus additis cum passibus 15, reddunt passus 18; et tantum distat fons a maiori turri. Residuum uero spatij, scilicet 32, distat a minori turri. Verbi gratia: multiplicatio de 18 in se ipsa, addita cum multiplicatione de 40 in se ipsum, faciunt quantum multiplicatio de 32 in se ipsa, addita cum multiplicatione de 30 in se ipsum, ut oportet.

De tribus hominibus habentibus denarios.

Tres homines habent denarios; quorum primus dixit reliquis: si dares mihi 7 ex uestris denarijs, haberem utique quater tantum quam uos: secundus petit reliquis 9; et proponit se habere quinquies tantum quam ipsi: tercius uero querit reliquis 11; et proponit se habere seties tantum quam ipsi. Queritur, quantum unusquisque habeat: pone quidem, ut primus habeat denarios 13; cum quibus adde denarios 7, quos petit reliquis, faciunt 20; quorum quarta pars, scilicet 5, remanent inter secundum, et tercium hominem, datis illis denarijs 7 primo: ergo inter utrumque habent denarios 12; quibus additis cum 13 primi hominis, reddunt denarios 25 pro summa illorum trium hominum: ex quibus opportet, ut secundus habeat $\frac{5}{6}$, habitis 9 denarijs, quos petit reliquis; et alia sexta pars remaneat reliquis; et sic habebit quinquies tantum quam ipsi. Quare accipe $\frac{5}{6}$ de denarijs 25, erunt $\frac{5}{6}$ 20. Residuum uero, scilicet $\frac{1}{6}$ 4, remanet primo, et tercio homini; cum quibus adde 9, quos dant secundo homini, reddunt $\frac{1}{6}$ 13 pro summa tertij, et primi hominis: ex quibus cum primus habeat 13, remanet tercio homini tantum $\frac{1}{6}$ unius denarij: ergo reliqui duo habent $\frac{5}{6}$ 24, scilicet residuum, quod est a sexto usque in 25. Ex quibus, si dederint tertio homini 11, remanebunt eis denarij $\frac{5}{6}$ 13: et tercius homini habebit $\frac{1}{6}$ 11, qui debent esse 83, scilicet sextuplum de denarijs $\frac{5}{6}$ 13, qui remanent primo, et secundo homini: quare in hac prima positione minuit tercio homini $\frac{5}{6}$ 71, scilicet differentia, que est ab $\frac{1}{6}$ 11 | usque in 83. Quare pone in secunda positione, ut primus homo habeat denarios 9, scilicet 4, minus quam in prima positione; cum quibus additis denarijs 7, quos petit reliquis, faciunt 16; qui cum habeat tunc quater tantum quam reliqui, opportet, ut quartam eorum partem, scilicet 4, habeant ipsi; cum quibus additis denarijs 7, quos dant primo, faciunt denarios 11; et tot habent inter secundum, et tercium hominem: quibus additis cum denarijs 9 primi hominis, reddunt denarios 20 pro summa illorum trium hominum: ex quique quinque sextas, scilicet $\frac{2}{3}$ 16, opportet ut secundus habeat, habitis 9 denarijs, quos petit reliquis: reliqua uero pars, scilicet sexta, remanet tercio, et primo homini, que est $\frac{1}{3}$ 3; cum quibus additis 9, quos dant secundo, reddunt pro summa eorum denarios $\frac{1}{3}$ 12: ex quibus cum primus habeat 9, remanent tercio denarij $\frac{1}{3}$ 3: a quibus usque in 20, remanent $\frac{2}{3}$ 16 secundo, et primo homini; ex quibus extractis 11, quos dant tercio, remanet eis $\frac{2}{3}$ 5; et tercius homo habet, habitis ipsis 11 denarijs, $\frac{1}{3}$ 14; qui debereut esse denarij 34, scilicet sextuplum de denarijs $\frac{2}{3}$ 5, qui remanet primo, et secundo homini. Quare in hac secunda positione minuunt tercio homini deuarij $\frac{2}{3}$ 19, scilicet differentia, que est ab $\frac{1}{3}$ 14 usque in 34: in prima enim positione minuunt ei denarij $\frac{5}{6}$ 71: ergo per denarios 4, quos minuimus primo homini in secunda positione, adpropinquanimus $\frac{1}{6}$ 52, scilicet differentiam, que est a $\frac{5}{6}$ 71 usque in $\frac{2}{3}$ 19, et

fol. 118 verso.

in prima . . . reddunt pro » (fol. 118 verso, lin. 14-19; pag. 332, lin. 41 — pag. 333, lin. 5).

$\frac{1}{6}$ 52	minus 4
$\frac{2}{3}$ 19	

restant ad appropinquandum ipsi denarij $\frac{2}{3}$ 19: quare multiplica $\frac{2}{3}$ 10 per 4, et diuides per $\frac{1}{3}$ 52, exibit $\frac{158}{343}$ 1; quo extracto de denarijs 9 secunde positionis, remanent primo homini denarij $\frac{154}{343}$ 7; cum quibus adde 7, quos petit reliquis, erunt $\frac{154}{343}$ 14. Quorum quarta pars, scilicet $\frac{195}{343}$ 3, remanet reliquis; quibus additis cum ipsis denarijs 7, quos dant primo homini, reddunt pro eorum summa denarios $\frac{195}{343}$ 10 : quibus additis cum denarijs $\frac{154}{343}$ 7 primi hominis, reddunt pro summa tot illorum trium hominum denarios $\frac{36}{343}$ 18. Ex quibus cum secundus habeat quinque sextas, habitis 9 denarijs, quos petit reliquis, accipe $\frac{5}{6}$ de denarijs $\frac{36}{343}$ 18, qui sunt denarij $\frac{30}{343}$ 15; et extrahe inde denarios 9, quos secundus petit reliquis, remanebunt secundo homini denarij $\frac{30}{343}$ 6. Quos adde cum denarijs $\frac{154}{343}$ 7, quos habet primus, erunt denarij $\frac{184}{343}$ 13: a quibus usque in summa trium hominum, scilicet $\frac{6}{343}$ desunt $\frac{163}{343}$ 4; et tot habet tertius homo.

* eorum summa .... haberet ipsam * (fol. 148 *verso*, lin. 20-27, pag. 333, lin. 5-14).

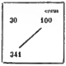
primus
$\frac{154}{343}$ 7
Secundus
$\frac{30}{343}$ 6
tercius
$\frac{163}{343}$ 4

De quatuor hominibus, qui inuenerunt bursam.

Qvattuor homines denarios habentes inuenerunt unam bursam denariorum; ex quibus primus dixit ceteris; quod si haberet ipsam bursam, haberet cum suis denarijs ter tantum quam reliqui; secundus quater tantum; tertius quinquies tantum. Quartus quoque sexies tantum quam reliqui, se habita bursa habere affirmat. Queritur, quot denarios unusquisque habuit; et quot in bursa reperierunt. Considera quidem primum, quas partes unusquisque habeat cum bursa ex summa denariorum quattuor hominum, et burse. Nam cum primus habeat cum bursa ter tantum quam reliqui; opportet, ut si primus cum bursa habuerit 3, quod reliqui tres habent 1; ergo inter omnes cum bursa habent 4; ex quibus primus cum bursa habet 3, scilicet $\frac{3}{4}$ totius summe suprascripte: propter eadem ergo secundus eiusdem summe cum bursa habet $\frac{4}{5}$; tercius quoque cum bursa $\frac{5}{6}$; quartus uero cum bursa $\frac{6}{7}$ eiusdem summe, scilicet 4 hominum, et burse habere necesse est: que summa sit 420, cum in ipso reperiantur suprascripte partes; quas accipe per ordinem 7, et inuenies, quod primus cum bursa habet denarios 315; secundus cum bursa 336; tercius 350; quartus cum bursa 360, scilicet $\frac{6}{7}$ de 420 : his itaque peractis, pone ut in bursa reperti | sint denarij 100; quos extrahe per ordinem ex suprascriptis numeris, remanebunt pro denarijs primi hominis 215; pro denarijs secundi 236; pro denarijs tercij 250; pro denarijs quarti 260; quorum quatuor numerorum summam adde cum denarijs burse, scilicet cum 100, erunt 1061, qui deberent esse 420: quare in hac prima positione superat distantia, que est a 420 usque in 1061, scilicet 621 : quare pones in secunda positione, ut reperti sint in ipsa denarij 200, scilicet 100, plus quam in prima positione; quos denarios 200 extrahe ex suprascriptis 315, et 336, et de 350, et de 360, remanent primo denarij 115; secundo 136 ; tercio 150 , et quarto 160; qui insimul iuncti cum denarijs 200 burse, faciunt 761, qui debent esse 420. Quare in hac secunda positione superant adhuc 341; in prima superauerunt 641: ergo pro ipsis 100 denarijs, quos creuimus burse, adpropinquauimus denarios 300; et restant nobis ad adpropinquandum denarij 341 : quare multiplica 100 per 341, et diuides per 300, exibunt $\frac{2}{3}$ 113; quibus additis cum denarijs 200 burse, reddunt pro summa burse denariorum $\frac{2}{3}$ 313; quibus extractis per ordinem ex suprascriptis .iiii.or numeris per ordinem, remanet primo homini denarius $\frac{1}{3}$ 1; secundo $\frac{1}{3}$ 22; tercio $\frac{1}{3}$ 36; quarto $\frac{1}{3}$ 46; quos numeros si in integrum habere uolueris, multiplica unumquemque ipsorum per 3, et habebis pro denarijs burse 941; et primus habebit 4; secundus 67; tercius 109; quartus 239, ut in quarta parte duodecimi capituli propriam regulam inuenimus.

fol. 149 *recto*.

* in hac prima .... in prima * (fol. 149 *recto*, lin. 4-8, pag. 333, lin. 31-36).



* superauerunt .... uolentibus * (fol. 149 *recto*, lin. 9-16, pag. 333, lin. 36 — pag. 334, lin. 1).

bursa
941
primus
4
Secundus
67
tercius
109
Quartus
239

De quatuor hominibus equum emere uolentibus.

Qvatuor homines bizantios habentes equum emere uoluerunt; ex quibus primus petit reliquis $\frac{1}{2}$ suorum bizantiorum, et cum suis bizantijs quos habet, proponit se ipsum equum emere: secundus petit reliquis $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{4}$. Quartus similiter petit reliquis $\frac{1}{5}$ suorum bizantiorum, et poterit ipsum equum emere. Queritur, quot denarios unusquisque habuit; et quot equus uendebatur. Pone quidem, ut primus habeat bizantios 6; et equus ualeat bizantios 30; et sic opportebit, ut reliqui tres habeant bizantios 48: ideo quia primus petit reliquis $\frac{1}{2}$ suorum bizantiorum, silicet 24; cum quibus, cum ipse habeat bizantios 6, habebit pretium equi, silicet 30: ergo summa bizantiorum quattuor hominum erit 54; ex qua opportet tantum dari secundo, ut cum ipse habuerit terciam residui, habeat 30. Quod per positionem alterius elchataieym inueniri potest. Vnde in hac questione etiam et in similibus plures elchataieym necessarii sunt, in quibus non modicum considerandum est. In hac enim, et similibus questionibus in ipsa prima positione primam uniuersalem appellabis. Secunda uero, cum qua questio soluetur, secunda uniuersalis appellabitur: positiones uero reliquorum elchataieym, per quas positiones bizantij uniuscuiusque hominis reperientur, particulares nuncupantur: deinde pone, ut secundus ex ipsis bizantijs 54 habeat bizantios 12 in hac prima particulari positione, et remanent reliquis tribus bizantij 42; ex quibus, cum ipse petat eis terciam partem, scilicet 14, cum suis bizantijs 12 habebit bizantios 26, qui uellent esse bizantij 30, scilicet pretium equi: ergo in hac prima particulari positione minuunt secundo homini bizantij 4; quare in secunda particulari positione pone, ut secundus habeat bizantios 15 ex suprascriptis bizantijs 54, scilicet bizantios 3, plus quam in prima particulari positione; cum quibus adde terciam partem residuorum, scilicet de bizantijs 39, faciunt bizantios 28, qui debent esse 30; quare in hac secunda particulari positione minuerint eidem secundo homini bizantij 2; in prima positione enim minuerant ei bizantij 4: ergo per 3, quos creuimus ei, adpropinquanit ueritati 2, et restant ad adpropinquandum alii bizantij 2: quare multiplicabis 2 per 3, et diuides per 2, exibunt alii bizantij 3; quos adde cum bizantijs 15 |
fol. 149 verso. suprascriptis, erunt 18; et tot habet secundus: aliter sine elchataieym bizantios secundi hominis reperire potes: summa enim 4 hominum est bizantij 54; ex quibus secundus habet bizantios 30, habita tercia parte de bizantijs trium reliquorum hominum: ergo remanet eis tribus residuum, quod est a bizantijs 30 usque in bizantijs 54, scilicet bizantij 24; qui bizantij 24 due tercie summe eorum trium hominum esse necesse est, cum ipsi tres homines dederint secundo aliam terciam partem: quare inueniendus est numerus, ex quo 24 sint $\frac{2}{3}$; qui numerus sic inuenitur. Multiplica 3 per 24, et diuides per 2, exibunt bizantij 36 pro quesito numero: ergo tot habent ipsi tres: residuum uero, quod est ab ipsis bizantijs 36 usque in bizantijs 54, scilicet bizantios 18, habet secundus, ut per elchataieym modo inuenimus: deinde accedes ad tercium hominem, cui ex suprascriptis bizantijs 54 tot opportet dare, ut cum supra suos bizantios habuerit quartam partem reliquorum, habeat et ipse similiter bizantios 30, scilicet pretium equi; quod per elchataieym, uel per alium modum, per quem bizantios secundi hominis modo inuenimus, reperire potes. Vnde qualitercumque hoc feceris, inuenies, quod tercius homo habebit bizantios 22 ex ipsis bizantijs 54; quibus bizantijs 22 additis cum bi-

zantijs 18 secundi hominis, et cum 6 primi, faciunt bizantios 46; a quibus usque in bizantijs 54 desunt bizantij 6; et tot habet quartus homo: cum quibus 6 si addideris quintam partem de bizantijs 46, quos habent reliqui tres homines, faciunt bizantios $\frac{1}{5}$ 17, qui uellent esse bizantij 30: quare prima uniuersalis positio falsa est, in qua quarto homini minuunt bizantij $\frac{4}{5}$ 12, qui desunt ab ipsis bizantijs $\frac{1}{5}$ 17 usque in 30: quare in secunda uniuersali positione augebis pretium equi, uel minues bizantios primi hominis: augeatur quidem pretium equi; sitque bizantij 36, ex quibus primus habet bizantios 6: quare desunt ei bizantij 30, ut habeat ipsum pretium equi; qui bizantij 30 dimidium de bizantijs reliquorum trium hominum esse necesse est. Quare reliqui tres homines habent duplum ex ipsis bizantijs 30, scilicet 60: quibus additis cum bizautijs 6 primi hominis, reddunt bizantios 66 pro summa illorum .iiij.^{or} hominum; ex qua opportet, ut secundus habeat 21, et tercius 38, ut unusquisque illorum suum possit adimplere propositum; quorum unusquisque reperitur per elchataieym, uel per alium modum superius demonstratum; per quem leuius, quam per elchataieym, ipsos posse repeririri cognoscas: quibus numeris inuentis, adde eos cum bizantijs primi hominis, erunt bizantij 53; et tot habent inter primum, et tertium, et secundum; a quibus bizantijs 53 usque in bizantios 66, scilicet in summa .iiij.^{or} hominum, sunt bizantij 13; et tot habet quartus homo; cum quibus adde quintam partem de bizantijs 53, erunt bizantij $\frac{3}{5}$ 23, qui debent esse 36, scilicet pretium equi: ergo in hac secunda uniuersali positione minuunt quarto homini bizantij $\frac{2}{5}$ 12, qui sunt quinte 62.* In prima uero uniuersali positione minuerant ei bizantij $\frac{4}{5}$ 12, scilicet quinte 64: ergo pro bizantijs 6, quos creuimus pretio equi, adpropinquauimus ueritati quintas 2; et restant ad adpropinquandum quinte 62: quare multiplicabis 6 per 62, et diuides per 2, hoc est 3, per 62, et diuides per 1, exibunt bizantij 186; quos adde cum bizantijs 36, scilicet cum pretio equi secunde positiones, erunt bizantij 222. Vel secundum regulam augmenti et diminutionis, multiplica 64 per 36; extrahe inde 62 uicibus 30; et que superfuerint diuide per differentiam errorum, scilicet per 2, exibunt similiter bizautij 222, qui sunt pretium equi: qui bizantij 222, cum habeant comunem regulam cum bizantijs 6 primi hominis, scilicet $\frac{1}{6}$, diuide unumquemque ipsorum | numerorum per 6; et sic habebis 1 pro bizantijs primi hominis, et 37 pro precio equi; cum quibus, si sciueris inuenire bizantios reliquorum trium hominum per elchataym, uel per alium modum, per quem superius ipsos inuenire demonstrauimus, inuenies, quod secundus babet bizantios 19; tercius bizancios 25. Quartus bizantios 23; ut in quinta parte duodecimi capituli per primam regulam demonstrauimus.

* quinte 62 ... per differentiam (fol. 149 verso, lin. 32-37; pag. 335, lin. 20-27).



fol. 150 recto

Tres homines habebant libras nescio quot sterlinguorum; quarum medietas erat primi; tercia erat secundi; sexta erat tercii; quis cum uellent in loco tuciori habere, quilibet eorum sumpsit fortituitu(*sic*) ex eis; et cum ad tutum deuenissent locum, primus posuit in comune $\frac{1}{2}$ ex his que sumpserat; secundus $\frac{1}{3}$; tercius $\frac{1}{6}$; ex quorum trium positionum summa, cum unusquisque caperet terciam partem, quilibet ipsorum suam portionem habuisse proponitur: pone itaque summam sterlingorum totam fuisse 12; et quod ex his posuerint in comune 3; de quibus pro tercia parte unusquisque habuit 1; cum quo 1, cum primus habuisset $\frac{1}{2}$ totius summe, scilicet 6; ergo habebat ipse tunc 5; que 5 remanserant ei, cum posuerat $\frac{1}{2}$ in comune ex his, que sumpserat a

principio. Quare a principio sumpserat 10; quorum dimidium, cum poneret in commune, remanserunt ei 5. Simili quoque modo secundus cum ipso 1, quod euenit ei ex 3 positis in commune, habuit terciam summe, scilicet 4; de quibus, extracto ipso 1, remanent 3; et tot habuit secundus, postquam posuit $\frac{1}{3}$ ex his, que sumpserat a principio: ergo 3 fuerunt $\frac{2}{3}$ sumptionis secundi. Quare totum id, quod cepit, fuit $\frac{1}{2}$ 4, que proueniunt ex addita medietate de 3 super 3, uel ex multiplicatione de 3 in 3, diuisa per 2. Rursus de $\frac{1}{6}$ de 12, scilicet de 2, extrahe 1, quod tercius habuit ex predictis 3, remanet 1; pro quo inuenias numerum, de quo extracta $\frac{1}{5}$, remaneat 1; eritque $\frac{1}{4}$ 1, que adde cum $\frac{1}{2}$ 4, et cum 10 inuenta, erunt $\frac{7}{10}$ 15, que deberent esse 12; et sic errauimus in $\frac{7}{10}$ 3 additis, scilicet in decimis 37: pone ergo 37 addita sub 12, scilicet sub prima positione. Et pone 6 pro summa omnium sterlinquorum in secunda positione; de quibus cuntingunt primo 3; et secundo 2; et tercio 1: ergo 1, quod primus habuit ex supradictis 3 positis in commune, extrahende 3, scilicet de portione ipsius primi, remanent 2; que duplica, erunt 4. Similiter extracto 1 de portione secundi, remanet 1; cui adde dimidium eius, erit $\frac{1}{2}$ 1; que adde cum 4, erunt $\frac{1}{2}$ 5. Post hec extrahe 1 de portione tercii hominis, remanet 0; super quod adde quintam, ueniet 0; quod adde cum $\frac{1}{2}$ 5, erunt $\frac{1}{2}$ 5; que cum deberent esse 6, scimus in hac secunda positione errasse cum $\frac{5}{10}$ diminutis. Quare pones 5 diminuta sub secunda positione, scilicet sub 6, et multiplica errorem primum per positionem secundam, scilicet 37 per 6, et errorem secundum per positionem primam, scilicet 5 per 12, et diuide summam per coniunctum ex erroribus, scilicet per 42. Et ut euites, multiplica 37 per $\frac{1}{6}$ de 6, et 5 per $\frac{1}{6}$ de 12, erunt 47; que diuide per $\frac{1}{6}$ de 42, scilicet per 7, exibunt $\frac{5}{7}$ 6 pro summa omnium sterlingorum. Set ut hec habeas in integra, multiplica $\frac{5}{7}$ 6 et 3, que posuerunt in comuni per 7, et habebis pro summa omnium sterlingorum marcas 47, et marcas 21 pro his, que posuerunt in comuni: quarum tercia pars, scilicet 7, extrahe de medietate summe, scilicet de $\frac{1}{2}$ 23, remanent $\frac{1}{2}$ 16; quibus duplicatis, reddunt 33 pro his, que | sumpsit primus homo. Item extrahe 7 ex tercia parte sumpme, scilicet de $\frac{2}{3}$ 15, remanent $\frac{2}{3}$ 8 pro $\frac{2}{3}$ sumptionis secundi; quibus superaddita dimidia eorum, reddent marcas 13 pro sumptione secundi; quibus additis cum marcis 33, faciunt 46; quibus extractis de tota summa, scilicet de 47, remanet marca una, quam sumpsit primus homo. Vel extrahe 7 de $\frac{1}{6}$ de 47, remanent $\frac{5}{6}$; quibus adde quinta eorum, ueniet 1 pro sumptione tercii hominis, ut prediximus: potuimus itaque 3, que posuimus, posuisse in commune habere pro positione prima, et mutare ea, tenendo 12 pro summa in utraque positione.

fol. 150 verso.

« denariorum ... multiplicabis » (fol. 150 verso, lin. 13-20; pag. 336, lin. 33 — pag. 337, lin. 6)

Incipit pars secunde solutione quarumdam questionum per elchataym proprias regulas in hoc libro demonstrate non sunt. (sic)

	ereui
11	4
3	

primus
$\frac{1}{11}$ 9
Secundus
$\frac{8}{11}$ 14

Dvo homines habebant denarios; quorum primus dixit secundo: si dares mihi terciam tuorum denariorum, haberem denarios 14. Secundus Respondit ei, et dixit: Et si tu dares mihi quartam tuorum denariorum, haberem denarios 17. Queritur, quot unusquisque habuit. Pone, quod primus habeat denarios 4. Quare secundus habebit denarios 30, ut ex tercia parte ipsorum, scilicet ex denarijs 10, et ex denarijs 4, quos primus habet, habeat ipse primus denarios 14, ut propositum est. Verum addita quarta parte de denarijs 4 primi hominis cum denarijs 30 secundi, habebit secundus denarios

31, scilicet 14, plus quam debeat. Quare in secunda positione pone, quod primus homo habeat denarios 8. Quare secundus habebit denarios 18, cum quibus addita quarta parte de denarijs 8 primi hominis, habebit ipse secundus homo denarios 20, scilicet 3, plus quam debeat. In prima enim positione superant secundo homini 14; in secunda 3: ergo pro 4 denarijs, quos accreuimus primo, adpropinquauit secundus ueritati 11; et restat ad adpropinquandum 3. Quare multiplicabis 3 per 4, et diuides per 11, exibit denarius $\frac{1}{11}$ 1; quo addito cum denarijs 8, faciunt denarios $\frac{1}{11}$ 9: a quibus usque in 14 desunt denarij $\frac{10}{11}$ 4, qui sunt tertia pars de denarijs secundi hominis: quare multiplica eos, scilicet $\frac{10}{11}$ 4 per 3, reddent $\frac{8}{11}$ 14, pro denarijs secundi hominis.

Aliter per regulam proportionum. Quoniam denarij primi cum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi sunt 14; ergo $\frac{1}{14}$ denariorum primi cum $\frac{1}{14}$ de $\frac{1}{3}$ denariorum secundi est denarius 1. Quare $\frac{3}{14}$ denariorum primi cum $\frac{3}{14}$ de $\frac{1}{3}$ denariorum secundi sunt denarij 3: ergo denarij primi hominis cum $\frac{3}{14}$ ipsorum, et cum $\frac{1}{3}$ denariorum secundi, et cum $\frac{3}{14}$ de $\frac{1}{3}$ denariorum secundi sunt denarij 17, sicut sunt omnes denarij secundi hominis cum $\frac{1}{4}$ denariorum primi. Denarij autem primi hominis cum $\frac{3}{14}$ ipsorum sunt $\frac{17}{14}$ eorumdem; tercia quoque denariorum secundi cum $\frac{3}{14}$ ipsius tercii sunt $\frac{17}{42}$ denariorum ipsius secundi: ergo $\frac{17}{14}$ denariorum primi cum $\frac{17}{42}$ denariorum secundi sunt quantum denarij secundi hominis cum $\frac{1}{4}$ denariorum primi. Vnde si de denarijs secundi hominis auferatur $\frac{17}{42}$ ipsorum, remanebunt siquidem $\frac{25}{42}$ eorumdem: ergo $\frac{17}{14}$ denariorum primi sunt $\frac{25}{42}$ secundi, et $\frac{1}{4}$ denariorum suorum. Vnde si de $\frac{17}{14}$ denariorum primi aufferatur $\frac{1}{4}$ denariorum ipsius, remanebunt $\frac{27}{28}$ denariorum ipsius, equales de $\frac{25}{42}$ denariorum secundi: quare inueniendi sunt duo numeri, quorum $\frac{27}{28}$ unius, sint $\frac{25}{42}$ alterius; qui inueniuntur sic: multiplicatur 28 per 25, et 42 per 27; sed quia 28 et 42 diuiduntur integraliter per 7, multiplica tantum $\frac{1}{7}$ de 28, scilicet 4 per 25, et $\frac{1}{7}$ de 42, scilicet 6 per 27, erunt 100, et 162: adde quidem super 100 petitionem, quam primus petit secundo, scilicet $\frac{1}{3}$ de 162, que est 54, erunt 154, qui cum debeant esse 14; diuides 154 per 14, erunt 11; in quo diuide 100 et 162, exibunt pro denariis primi hominis $\frac{1}{11}$ 9; et pro denariis secundi $\frac{8}{11}$ 14, ut per | elchataieym inuenimus. Item aliter pone 14 super $\frac{1}{3}$, et 17 super $\frac{1}{4}$, et multiplica 3 per 4, et extrahe inde semel unum, que sunt super uirgulis; et cum homines sint pares, secundum quod diximus in regula emptionis equi; remanent 11,[1] quem serua; et extrahe 1, quod est super 3, ex ipsis 3, remanent 2; quem multiplica per 14, faciunt 28; de quibus tolle 3, que sunt a 14 usque 17 multiplicata per unum, quod est super 3, cum 17 sit plusquam 14; et si esset minus, adderes, remanent 25; quem multiplica per 4, que sunt sub uirga, erunt 100; que diuide per 11, exibunt $\frac{1}{11}$ 9 pro denarijs primi. Rursum extrahe 1, quod est super 4 de 4, remanent 3; que multiplica per 17, et adde 3 multiplicata per 1, quod super 4 propter 3, que sunt a 14 usque in 17, erunt 54; que multiplica per 3, erunt 162; que diuide per 11, exibunt $\frac{8}{11}$ 14 pro denarijs secundi hominis. Aliter proptius: pone secundum habere rem. Quare primus habet 14, minus tercia rei, quam querit secundo; de quibus secundus petit primo quartam, scilicet denarios $\frac{1}{2}$ 3, minus quarta tercie rei; et sic habebit rem, minus $\frac{1}{12}$, et denarios $\frac{1}{2}$ 3, que equantur 17. Quare extrahe $\frac{1}{2}$ 3 de 17, remanent $\frac{1}{2}$ 13; que equantur $\frac{11}{12}$ unius rei. Quare multiplica 12 per

fol. 151 recto.

$\frac{1}{2}$ 13, et diuide per 11, ut reintegretur res, exibunt $\frac{8}{11}$ 14; et tot habet secundus; quorum tercia, scilicet $\frac{10}{11}$ 4 extrahende de 14, remanent $\frac{1}{11}$ 9 pro denarijs primi.

* Tres homines .... 17; cum * (fol. 151 recto, lin. 17-24; pag. 338, lin. 4-13).

primi
$\frac{46}{61}$ 9
Secundi
$\frac{45}{61}$ 12
tercii
$\frac{8}{61}$ 17

De tribus hominibus denarios habentibus.

Tres homines habent similiter denarios; et primus querit secundo $\frac{1}{3}$, et proponit se habere denarios 14; secundus petit tercio $\frac{1}{4}$ suorum denariorum, et proponit habere denarios 17: tercius quidem querit primo $\frac{1}{5}$ suorum denariorum, et proponit habere denarios 19. Queritur, quot unusquisque habet: pone, ut primus habeat denarios 10; quare secundus habebit 12; et tercius 20: cum quibus addita quinta parte de denarijs 10 primi hominis, habebit tercius homo denarios 22, scilicet 3, plus quam debeat. Quare in secunda positione pone, ut primus habeat denarios 9, scilicet 1, minus quam in prima; et sic opportebit, ut secundus habeat 15, scilicet triplum differentie, que est a 9 predictis usque in 14; et tercius habebit 8, scilicet quadruplum differentie, que est a 15 suprascriptis usque in 17: cum quibus 8 addita quinta parte de denarijs 9 primi hominis, scilicet $\frac{4}{5}$ 1, faciunt $\frac{4}{5}$ 9, qui deberent esse 19: quare in hac secunda positione minuunt tercio homini $\frac{1}{5}$ 9, et in prima superant ei 3: quare addes ipsas differentias in unum, scilicet $\frac{1}{5}$ 9 cum 3, erunt $\frac{1}{5}$ 12; et dices: pro 1, quod minui in secunda positione primo homini, minuunt tercio $\frac{1}{5}$ 12; quid minuam ex prima positione, ut minuet tantum eidem tercio homini 3, qui superant ei in prima positione. Multiplicabis ergo 1 per 3, et diuides per $\frac{1}{5}$ 12, exibunt $\frac{15}{61}$; quibus extractis de denarijs 10 prime positionis, remanent $\frac{46}{61}$ 9 pro denarijs primi: quare secundus habebit $\frac{45}{61}$ 12, et tercius $\frac{8}{61}$ 17; et sic possemus facere de pluribus hominibus, cum unusquisque petat alio per ordinem. Item primus petat reliquis duobus $\frac{1}{3}$, et proponat, et habeat 14; et secundus querat $\frac{1}{4}$ reliquis, et habeat 17; et tercius petat reliquis $\frac{1}{5}$, et habeat 19: pone, quod primus habeat 8; quare reliqui habebunt 18: opportet diuidere inter utrumque per elchataieym, ita ut secundus cum suis denarijs, et cum quarta parte de denarijs tercij, et primi hominis, habeat 17. Quare opportet, ut suprascripta prima positio habeatur pro uniuersali; et aliam primam particularem positionem ponamus, in qua ponatur, quod secundus habeat 6; quare ex ipsis 18, remanebunt tercio | homini 12; quibas additis cum 8 primi hominis, faciunt 20; quorum quarta parte, scilicet 5, addita super denarios 6 secundi, faciunt 11, qui uellent esse 17: quare minuunt secundo homini 6 in hac prima particulari positione. Vnde pone in secunda particulari positione, quod secundus habeat 10, scilicet 4, plus quam in prima positione; quare remanebunt tercio homini 8; quibus additis cum 8 primi, faciunt 16; quorum quarta parte, scilicet 4, addita cum 10 secundi, faciunt 14, scilicet 3, minus quam debeat. In prima enim particulari positione minuunt secundo 6. In secunda 3: ergo per 4, que creuimus secundo, adpropinquauimus ueritati 3; et restant ad adpropinquandum 3. Multiplicabis ergo 3 per 4, et diuides per 3, exibunt 4; quibus additis cum 10, erunt 14; et tot habet secundus homo: quare remanebit tercio homini 4 ex suprascriptis 18; cum quibus, addita quinta parte de denarijs 8 primi hominis, et de denarijs 14 secundi, erunt $\frac{2}{5}$ 8; que uellent esse 19: ergo in prima uniuersali positione minuunt tercio homini $\frac{3}{5}$ 10. Quare pones in secunda uniuersali positione, quod primus habeat denarios 6, scilicet 2, minus quam in prima uniuersali positione; quare opportet, ut inter secundum, et tertium habeant 24, que opportet, ut diuidas

* superant .... habebit $\frac{45}{61}$ 12 * (fol. 151 recto, lin. 27-31; pag. 338, lin. 13-20).



fol. 151 verso.

inter eos per elchataym, secundum quod superius fecimus 18; et inuenies, quod secundus habebit $\frac{2}{3}$ 12 ex ipsis 24: quare remanebunt tercio homini $\frac{1}{3}$ 11; cum quibus adde quintam partem de 6 primi hominis, et de $\frac{2}{3}$ 12 secundi; que quinta pars est $\frac{11}{15}$ 3, erunt $\frac{1}{15}$ 15, qui deberent esse 19: ergo in hac secunda uniuersali positione minuunt tercio homini $\frac{14}{15}$ 3, que sunt quinte decime 59; et in prima minuunt ei $\frac{3}{5}$ 10, que sunt quinte decime 159: ergo per 2, que minuimus primo in secunda positione, appropinquauimus ueritati quintas decimas 100; et restant ad adpropinquandum 59 quinte decime: ergo multiplica 59 per 2, et diuides per 100, exibit $\frac{9}{50}$ 1; que extrahende 6 secunde positionis, remanent $\frac{41}{50}$ 4; et tot habeat primus homo: a quibus usque in denariis 14, quos ipse proponit se habere, habita tercia parte reliquorum, desunt $\frac{9}{50}$ 9; quorum triplum, scilicet $\frac{27}{50}$ 27, habent inter secundum, et tercium; quos diuide inter eos per elchataieym, secundum quod superius fecimus; et inuenies, quod secundus homo habebit $\frac{44}{50}$ 11, tertius $\frac{33}{50}$ 15.

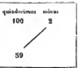
Et si secundum inuestigationem proportionis ipsorum hec inuenire desideras, pone secundum, et tercium hominem habere rem. Quare primus habet 14, minus tertia rei: deinde pone, ut tercius homo habeat partem rei. Quare secundus habet rem, minus parte; cui si addatur quarta partis, et quarta denariorum primi, quem secundus petit reliquis, habebit 17. Sed quarta denariorum primi sunt denarij $\frac{1}{2}$ 3, minus $\frac{1}{12}$ rei: ergo res minus parte, scilicet portio secundi cum quarta partis, et cum denarijs $\frac{1}{2}$ 3 diminuta duodecima rei, sunt 17; de quibus si auferantur denarij $\frac{1}{2}$ 3, remanebunt $\frac{11}{12}$ rei, diminutis $\frac{3}{4}$ partis, equales de denarijs $\frac{1}{2}$ 13. Rursus quia tercius petit primo et secundo quintam, et habet 19; et ipse habet partem; ergo pars cum quinta denariorum 14, scilicet cum $\frac{4}{5}$ 2, diminuta quinta tercie rei, scilicet $\frac{1}{15}$, et cum quinta rei, minus quinta partis, sunt 19: set si de quinta rei auferatur $\frac{1}{15}$ rei, remanebunt $\frac{2}{15}$ rei: similiter si de 19 auferantur $\frac{4}{5}$ 2, remanebunt $\frac{1}{5}$ 16. Rursus si de parte auferatur $\frac{1}{5}$ eius, remanebunt $\frac{4}{5}$: ergo $\frac{4}{5}$ partis cum $\frac{2}{15}$ rei, sunt denarij $\frac{1}{5}$ 16. Quare $\frac{0\;5\;4}{6\;5}$ partis, scilicet $\frac{2}{3}$ eiusdem, cum $\frac{0\;5\;2}{6\;15}$ rei, scilicet cum $\frac{1}{9}$ rei sunt denarij | $\frac{1}{2}$ 13, scilicet $\frac{5}{6}$ de denarijs $\frac{1}{5}$ 16. Inuenimus enim $\frac{11}{12}$ rei, minus $\frac{3}{4}$ partis esse similiter $\frac{1}{2}$ 13. Quare $\frac{11}{12}$ rei, minus $\frac{3}{4}$ partis equantur duabus tertiis partis, et $\frac{1}{9}$ rei; communiter addantur $\frac{3}{4}$ partis, et auferatur $\frac{1}{9}$ rei, erunt $\frac{29}{36}$ rei, equales de $\frac{17}{12}$ partis. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{29}{36}$ unius sint $\frac{51}{36}$, hoc est $\frac{17}{12}$ alterius, erunt 51, et 29: ergo proportio rei ad partem est sicut 51 ad 29. Quare extractis 29 de 51, remanet proportio denariorum secundi ad denarios tertii, sicut 22 ad 29. Et quia $\frac{11}{12}$ rei, minus $\frac{3}{4}$ partis sunt denarij $\frac{1}{2}$ 13 se (*sic*) de 51, scilicet de proportione rei, accipiantur $\frac{11}{12}$, scilicet $\frac{3}{4}$ 46, et auferantur inde $\frac{3}{4}$ de 29, scilicet de proportione partis, remanebunt 25. Quare est sicut 25 ad $\frac{1}{2}$ 13, hoc est sicut 50 ad 27, ita 22 ad denarios secundi, et ita 29 ad denarios tercii. Quare multiplicabis 27 per 22, et 27 per 29; et diuides utramque multiplicationem per 50, et inuenies, secundum habere $\frac{44}{50}$ 11; tercium $\frac{33}{50}$ 15; quorum terciam, scilicet $\frac{9}{50}$ 9, extracta de 14, remanebunt $\frac{41}{50}$ 4 pro denarijs primi.

Aliter per regulam proportionum.

Qvoniam denarij primi hominis cum $\frac{1}{5}$ denariorum secundi sunt 14; ergo $\frac{5}{14}$ denariorum primi cum $\frac{5}{14}$ tercie partis denariorum secundi sunt denarij 5. Vnde denarij primi cum $\frac{1}{5}$ denariorum secundi, et cum $\frac{5}{14}$ ipsius primi, et cum $\frac{5}{14}$ tercie partis de-

fol. 152 *recto.*

* $\frac{1}{2}$ 13 scilicet .... *proportionum.* * (fol. 152 *recto*, lin. 1-13; pag. 339, lin. 27-40).



primi
$\frac{41}{50}$ 4
Secundi
$\frac{44}{50}$ 11
tercij
$\frac{33}{50}$ 15

nariorum secundi, scilicet cum $\frac{5}{42}$ denariorum secundi, sunt denarij 19: additis autem $\frac{5}{14}$ denariorum primi super denarios ipsius, faciunt $\frac{19}{14}$: similiter additis $\frac{5}{42}$ denarijs secundi cum $\frac{1}{3}$ de denarijs secundi facit $\frac{19}{42}$ denariorum secundi: ergo $\frac{19}{14}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi sunt denarij 19, sicut sunt denarij tercij hominis cum $\frac{1}{5}$ denariorum primi. Item quia denarij secundi hominis cum $\frac{1}{4}$ denariorum tercij sunt denarij 17; ergo $\frac{2}{17}$ denariorum secundi cum $\frac{2}{17}$ quarte partis denariorum, scilicet cum $\frac{2}{68}$ denariorum tercii, sunt denarij 2. Vnde denarij secundi hominis cum $\frac{2}{17}$ ipsorum, scilicet $\frac{19}{17}$ eorumdem cum $\frac{1}{4}$, et $\frac{2}{68}$, silicet cum $\frac{19}{68}$ denariorum tercij, sunt denarij 19, sicut sunt denarij tercii hominis cum $\frac{1}{5}$ denariorum primi: et quoniam $\frac{19}{14}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi sunt quantum $\frac{19}{17}$ denariorum secundi cum $\frac{19}{68}$ denariorum tercii, scilicet 19; ergo si de $\frac{19}{17}$ denariorum secundi auferatur $\frac{19}{42}$ denariorum ipsius secundi, remanebunt siquidem $\frac{23}{42}$ ipsius, et $\frac{2}{17}$: additis ergo $\frac{2}{17}$, et $\frac{23}{42}$ in unum, faciunt $\frac{475}{714}$: ergo $\frac{19}{14}$ denariorum primi sunt quantum $\frac{475}{714}$ denariorum secundi cum $\frac{19}{68}$ denariorum tercii; que $\frac{19}{68}$ denariorum tercii redigende sunt in partes primi et secundi sic: quia denarij tercij hominis cum $\frac{1}{5}$ denariorum primi sunt 19, sicut sunt $\frac{19}{14}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi; ergo si de $\frac{19}{14}$ denariorum primi auferatur $\frac{1}{5}$ denariorum primi, remanebunt $\frac{9}{14}\frac{4}{5}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi, equales denarijs tercii hominis. Sunt enim $\frac{9}{14}\frac{4}{5}$ denariorum primi $\frac{81}{70}$ denariorum ipsius; ergo denarij tercij hominis sunt quantum $\frac{81}{70}$ denariorum primi cum $\frac{19}{42}$ denariorum secundi: quare $\frac{19}{68}$ denariorum tercii sunt $\frac{19}{68}$ de $\frac{81}{70}$ denariorum primi, et sunt adhuc $\frac{19}{68}$ de $\frac{19}{42}$ denarijs secundi. Verum $\frac{19}{68}$ de $\frac{81}{70}$ denariorum primi sunt $\frac{1539}{4760}$ denariorum primi, que exeunt ex multiplicatione de 19 in 81 diuisa per 68, et per 70. Item $\frac{19}{68}$ de $\frac{19}{42}$ denariorum secundi sunt $\frac{361}{2856}$ denariorum secundi; ergo $\frac{19}{14}$ denariorum primi sunt $\frac{475}{714}$, et $\frac{361}{2856}$ denariorum secundi, et $\frac{1539}{4760}$ denariorum suorum: quare si de $\frac{19}{14}$ denariorum primi auferatur $\frac{1539}{4760}$ denariorum ipsius, remanebunt $\frac{703}{680}$ denariorum primi, equales de $\frac{475}{714}$, et de $\frac{361}{2856}$ denariorum secundi, scilicet de $\frac{2261}{2856}$: quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{703}{680}$ unius sint $\frac{2261}{2856}$ alterius; qui reperiuntur ex multiplicatione de 680 in 2261, et de 2856 in 703. Vel quia 680, et 2856 diuiduntur integraliter per 136, multiplicabis $\frac{1}{136}$ de 680, scilicet 5 per 2261, et $\frac{1}{136}$ de 2856, sci-
fol. 152 verso. licet 21 per 703; sed quia 2261, et 703 diuiduntur | integraliter per 19, multiplicabis 5 per 19^{mam} partem de 2261, scilicet per 119; et 21 multiplicabis per $\frac{1}{19}$ de 703, scilicet per 37; et habebis 595 pro primo numero; et 777 pro secundo, hoc est quod proportio denariorum primi ad denarios secundi est sicut 595 ad 777: et quia primus homo petit secundo $\frac{1}{3}$ denariorum suorum, adde $\frac{1}{3}$ de 777, scilicet 259 super 595, erunt 854; quem cum debeant esse 14, diuide ipso 854 per 14, exibunt 61; in quibus 61 diuide 595, et 777 inuenta, et habebis $\frac{46}{61}$ 9 pro denarijs primi; et $\frac{45}{61}$ 12 pro denarijs secundi, ut per elchataicym superius inuenimus: denarios uero tercii hominis reperies ordine suprascripto.

De quinque hominibus.

Item homines sint 5; et primus habeat 14, habita $\frac{1}{3}$ de denarijs secundi, et tercii hominis; secundus uero habeat 17, habita $\frac{1}{4}$ de denarijs tercii quarto hominis; tercius quoque habeat 19, habita $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti, et quinti hominis. Quartus namque habeat 21, habita $\frac{1}{6}$ de denarijs quinti, et primi hominis. Quintus itaque habeat 23

cum $\frac{1}{7}$ de denarijs primi, et secundi hominis. Queritur, quot denarios unusquisque habeat: pone, ut primus habeat denarios 8. Residuum uero, quod est ab ipsis denarijs 8 usque in 14, scilicet 6, opportet ut sit tercia de denarijs secundi, et tercii hominis. Quare inter secuudum, et tercium hominem habent denarios 18, scilicet triplum de 6 suprascriptis. Quos denarios 18 opportet ita diuidere per particularem elchataieym inter secundum, et tercium hominem, ut secundus cum petitione, quam petit tercio, et quarto homini, habeat suos denarios 17; et tercius cum petitione, quam petit quarto, et quinto, habeat suos denarios 19; et quartus cum sua petitione, quam petit quinto, et primo homini, habeat suos denarios 21. Vnde ponamus in prima particulari positione, quod primus habeat 9 ex suprascriptis 18; a quibus usque in 17 desunt 8, qui sunt $\frac{1}{4}$ de denarijs tercij, et quarti hominis: ergo inter tercium, et quartum hominem habent 32; de quibus extrahe 9, que remanent tercio homini ex suprascriptis denarijs 18, remanet quarto homini denarij 23: deinde extrahe 9, quos habeat tercius de denarijs 19, quos ipse proponit se habere, remanent 10, qui sunt $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti, et quinti hominis: ergo inter quartum, et quintum hominem habent 50; ex quibus quartus habeat 23: quare remanent quinto homini 27; quibus additis cum denarijs 8 primi hominis, faciunt 35; quorum sexta pars, scilicet $\frac{5}{6}$ 5 addita cum denarijs 23 quarti hominis, faciunt denarios $\frac{5}{6}$ 28, qui deberent esse 21: quare in hac prima particulari positione superant quarto homini denarij $\frac{5}{6}$ 7. Vnde pone in secunda particulari positione, quod secundus habeat 10 ex predictis denarijs 18, scilicet 1, plus quam in prima particulari positione; a quibus 10 usque in 17 desunt 7, que sunt quarta de denarijs tercii, et quarti hominis: ergo inter tercium, et quartum hominem habent denarios 28; de quibus extrahe 8, que remanent tercio homini ex suprascriptis denarijs 18, remanent quarto homini denarij 20: deinde extrahe 8, quos habet tercius de denarijs 19, quos ipse proponit se habere, remanent 11; qui sunt $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti, et quinti hominis: ergo inter quartum, et quintum hominem habent 55; ex quibus quartus habet 20. Quare remanent quinto homini 35; quibus additis cum denarijs 8 primi hominis faciunt 43; quorum sexta pars, scilicet $\frac{1}{6}$ 7 addita cum denarijs 20 quarti hominis, faciunt denarios $\frac{1}{6}$ 27; qui deberent esse 21: quare in hac secunda particulari positione superant quarto homini $\frac{1}{6}$ 6, qui sunt sexte 37, scilicet 10 sexte, minus quam in prima particulari positione, scilicet de sextis 47. Quare pro 1, quam creuimus secundo homini, adpropinquauimus sextas 10, et restant ad adpropinquandum sexte 37: quare multiplica 1 per 37, et diuides | per 10, exibunt denarij $\frac{7}{10}$ 3; quos adde cum 10 secundi particularis positionis, reddunt pro denarijs secundi hominis $\frac{7}{10}$ 13. Reliquos uero, qui sunt usque in 18, scilicet $\frac{3}{10}$ 4, habet secundus: quibus inuentis, extrahe $\frac{7}{10}$ 13 secundi hominis de suprascriptis 17, remanent $\frac{3}{10}$ 3, qui sunt quarta de denarijs tercij, et quarti hominis: ergo inter tercium, et quartum hominem habent denarios $\frac{1}{5}$ 13; de quibus extrahe $\frac{3}{10}$ 4 tercij hominis, remanent quarto homini denarij $\frac{9}{10}$ 8: deinde extrahe $\frac{3}{10}$ 4, quos habet tercius de denarijs 19, quos ipse proponit se habere, remanent $\frac{7}{10}$ 4, qui sunt $\frac{1}{5}$ de denarijs quarti, et quinti hominis: ergo inter quartum, et quintum hominem habent denarios $\frac{1}{2}$ 73; ex quibus quartus habet $\frac{9}{10}$ 8. Quare remanent quinto homini $\frac{3}{5}$ 64; quibus additis cum denarijs 8 primi hominis, faciunt $\frac{6}{10}$ 72; quorum sexta pars, scilicet $\frac{1}{10}$ 12 addita cum denarijs $\frac{9}{10}$ 8, fol. 152 recto.

reddit denarios 21, ut opportet : nam addita $\frac{1}{7}$ de denarijs primi, et secundi hominis, scilicet $\frac{1}{10}$ 3, sunt denarij $\frac{3}{5}$ 64 quinti hominis, faciunt $\frac{7}{10}$ 67; qui debent esse 23. Quare extrahe 23 de denarijs $\frac{7}{10}$ 67, remanent $\frac{7}{10}$ 44; et tot superant quinto homini in hac prima uniuersali positione. Quare in secunda uniuersali positione pone, ut primus habeat 7. Quare inter secundum, et tercium habebunt 21; quibus per elchataieym, secundum suprascriptum ordinem diuisis, inuenies, quod secundus habet $\frac{3}{5}$ 10 ex ipsis 21, et tercio remanet $\frac{2}{5}$ 10 : cum quibus duabus portionibus inuenies similiter, quod quartus homo habet $\frac{1}{5}$ 13; et quintus $\frac{4}{5}$ 27; super que si addideris septimam de denarijs 7 primi hominis, et de denarijs $\frac{3}{5}$ 17 secundi; quorum $\frac{1}{7}$ est $\frac{18}{35}$ 2, et erunt $\frac{11}{35}$ 30, que deberent esse 23: quare in hac secunda uniuersali positione superant quinto homini $\frac{11}{35}$ 7, scilicet differentia, que est a 23 usque in $\frac{11}{35}$ 30. In prima enim uniuersali positione superauerunt ei $\frac{7}{10}$ 44 : ergo per 1, quem minuimus primo homini in secunda uniuersali positione, adpropinquauit quintus homo ueritati $\frac{27}{70}$ 37, scilicet differentia, que est a $\frac{7}{10}$ 44 usque in $\frac{11}{35}$ 7; et restant ad adpropinquandum ipsi denarij $\frac{11}{35}$ 7. Multiplica ergo $\frac{11}{35}$ 7 per 1, et diuides per $\frac{27}{70}$ 37, exibunt $\frac{512}{2617}$; quas extrahe de denarijs 7 secunde uniuersalis positionis, remanent $\frac{2105}{2617}$ 6; et tot habet primus homo; a quibus usque in 14 desunt $\frac{512}{2617}$ 7, qui sunt tercia de denarijs secundi, et tercij hominis: quare multiplica eos per 3, erunt $\frac{1536}{2617}$ 21; et tot habent inter secundum, et tercium: quos si studueris diuidere inter eos, secundum quod superius fecimus 18, inuenies quod secundus homo habet $\frac{2600}{2617}$ 9, et tercius $\frac{1553}{2617}$ 11; cum quibus inuenies, quod quartus homo habet $\frac{1132}{2617}$ 16, et quintus $\frac{1571}{2617}$ 20.

* in hac . . . opportet aliam * (fol. 153 recto, lin. 18-37; pag. 342, lin. 10-33)

	[illegible]
$\frac{27}{70}$ 37	1
$\frac{11}{35}$ 7	

primus
$\frac{2105}{2617}$ 6
secundus
$\frac{2600}{2617}$ 9
tercius
$\frac{1553}{2617}$ 11
quartus
$\frac{1132}{2617}$ 16
quintus
$\frac{1571}{2617}$ 20

De eodem.

Item homines sint 5; et primus eorum petit secundo, et tercio, et quarto terciam denariorum ipsorum, et proponit se habere 14; secundus petit $\frac{1}{4}$ tercio, et quarto, et quinto homini, et habebit 17; tercius quoque petit $\frac{1}{5}$ quarto, et quinto, et primo homini, et habebit 19. Quartus namque petit $\frac{1}{6}$ quinto, primo, et secundo homini, et habebit 21. Quartus uero petit $\frac{1}{7}$ primo, et secundo, et tercio homini, et habebit 23. Queritur, quot unusquisque habeat : pone ut primus habeat 8; quare inter secundum, et tercium, et quartum habebunt 18, scilicet triplum differentie, que est ab 8 usque in 14; que 18 opportet diuidere per elchataieym inter eos tres : pones ad libitum, ut secundus habeat 6 ex ipsis 18; quare remanet tercio, et quarto 12: opportet iterum per elchataieym diuidere inter utrumque: et quia posiciones primi, et secundi hominis false sunt, et opportet aliam falsam positionem tercio homini ponere. Ideo positionem primi hominis primam primi elchataieym appellabis. Positionem uero secundi, primam secundi elchataieym nominabis : deinde, quia in prima | positione secundi elchataieym posuimus, ut secundus habeat 6, opportet ut inter tercium, et quartum, et quintum hominem habeant 44, scilicet quadruplum differentie, que est ab ipsis 6 usque in 17: ex quibus 44, cum tercius et quartus habeant 12, ergo quintus habet 32 : deinde opportet, ut per tertium elchataieym diuidas 12 suprascriptum, inter tercium et quartum hominem; ita ut tercius cum petitione, quam petit quarto, et quinto, et primo homini, possit suum habere propositum, scilicet 19; que diuisio dupliciter fit: primum quidem, ut ex 12, que habent inter tercium, et quartum ponas, ut tercius homo habeat aliquam quantitatem; consolabis ipsam per elchataieym, secundum quod

fol. 153 verso.

superius multiplicationes demonstratum est. Vel aliter: adde 44, que habent inter tercium, et quartum, et quintum hominem cum 8 primi hominis, erunt 52; ex quibus opportet, tot dare tercio homini, ut cum habuerit quintam residui, habeat 19 suprascripta: quare pone in hac prima positione tercii elchataieym, ut tercius homo habeat 2 ex ipsis 52; ergo remanet 50 quarto, et quinto, et primo homini; quorum quinta parte, scilicet 10, addita cum 2 tercii hominis, faciunt 12; que debent esse 19: quare minuunt tercio homini 7. Vnde pone in secunda positione tercii elchataieym, ut tercius habeat 7 ex suprascriptis 52; ergo remanent reliquis tribus 45; quorum quinta parte, scilicet 9, addita cum 7 tercii, faciunt 16; que debent esse 19: ergo in hac secunda positione minuunt tercio 3; et in prima minuerant ei 7: ergo pro 5, que creuimus eidem tercio, appropinquauit ipse ueritati 4; et restant ad appropinquandum 3. Quare multiplicabis 3 per 5, et diuides per 4, exibunt $\frac{3}{4}3$; quibus additis cum 7 secunde positionis, faciunt $\frac{3}{4}10$; et tot habet tercius homo: uel aliter: quia tercius homo 19, habita quinta parte denariorum quarti, et quinti, et primi hominis; et ipsi quatuor habeant in summa 52, scilicet si auferantur 19 de 52, remanent 33 quarto, et quinto, et primo homini post datione quinte denariorum ipsorum, quam dederunt tercio homini: ergo illa quinta pars fuit $\frac{1}{4}$ residui ipsorum, scilicet de 33: quare $\frac{1}{4}$ de 33, que est $\frac{1}{4}8$, est illud, quod dederunt ipsi tercio homini: quibus $\frac{1}{4}8$ additis cum 33, reddunt $\frac{1}{4}41$, pro denarijs quarti, et quinti, et primi hominis; quibus extractis de 52 supradictis 1, remanent $\frac{3}{4}10$ tercio homini, ut per elchataym inuentum est. Residuum uero, quod est usque in 12, scilicet $\frac{1}{4}1$, habet quartus, cum inter utrumque habeant 12; super que $\frac{1}{4}1$ adde $\frac{2}{3}7$, scilicet sextam partem de 32 quinti hominis, et de 8 primi, et de 6 secundi, faciunt $\frac{11}{12}8$; qui debent esse 21: ergo in prima positione secundi elchataieym minuunt quarto homini $\frac{1}{12}12$. Quare pones in secunda positione eiusdem secundi elchataieym, ut secundus homo habeat 5 ex suprascriptis 18; que ipsi habeant cum tercio, et quarto homine; et sic remanebunt tercio, et quarto 13, quos opportet ut habeant cum quinto homine 48, scilicet quadruplum differentie, que est a 5 usque in 17: ergo quintus habet 35: deinde diuides 13 tercii, et quarti hominis inter eos; ita ut tercius cum sua petitione habeat 19: quam diuisionem facies per duas alias positiones, scilicet per quartum elchataieym, uel per alium suprascriptum modum, qui est pulcrior; et inuenies ex ipsis 13, quod tercius habet $\frac{3}{4}9$, et quartus $\frac{1}{4}3$; super que $\frac{1}{4}3$ adde 8, scilicet sextam de 35 quinti hominis, et de 8 primi, et de 5 secundi, erunt $\frac{3}{4}11$, qui deberent esse 21: quare in secunda positione secundi elchataieym minuunt quarto homini $\frac{3}{4}9$. In prima enim minuerant ei $\frac{1}{12}12$; ergo pro 1, quod minuimus secundo, adpropinquauit quartus ueritati | $\frac{1}{3}2$, scilicet differentiam, que est a $\frac{1}{12}12$ usque in $\frac{3}{4}9$; et restant adpropinquadum ipsa $\frac{3}{4}9$: quare multiplica 1 per $\frac{3}{4}9$, et diuides per $\frac{1}{3}2$, exibunt $\frac{5}{22}4$; que extrahe de 5 secunde positionis, remanent $\frac{17}{22}$; et tot habet secundus, cum primus habeat 8: deinde studeas inuenire per quintum elchataieym, uel per alium suprascriptum modum quantitates tercii, et quarti, et quinti hominis; et inuenies, quod tercius habet $\frac{1}{7}5$, et quartus $\frac{17}{28}11$, et quintus $\frac{13}{28}47$; super quas adde $\frac{1}{7}$ de denarijs 8 primi, et de $\frac{17}{22}$ secundi, et de $\frac{1}{7}5$ tercii; quorum septima est $\frac{41}{196}2$, erunt $\frac{22}{49}49$, qui deberent esse 23: ergo in prima positione primi elchataieym superant quinto homini $\frac{29}{49}26$: quare pone in secunda positione primi

* petitione .... minuerant » (fol. 153 verso, lin. 31-38 e 39; pag. 313, lin. 29-34).



fol. 154 recto.

elchataieym, ut primus habeat 7, scilicet uno minus quam in prima; et sic oportebit, ut inter secundum, et tercium, et quartum hominem habeant 21; que studeas diuidere per elchatnieym ita: unusquisque cum sua petitione habeat suum propositum numerum, scilicet, quod secundus habeat 17, et tercius habeat 19, et quartus 21; et inuenies, quod secundus ex ipsis 21 habet $\frac{3}{7}$ 1, tercius $\frac{3}{7}$ 6, quartus $\frac{3}{7}$ 12; ex quarum inuentione inuenies, quod quintus habet $\frac{6}{7}$ 41; cum quibus $\frac{6}{7}$ 41 adde septimum de 7 primi, et de $\frac{3}{7}$ 1 secundi, et de $\frac{3}{7}$ 6 tercij, que est $\frac{16}{49}$ 2, erunt $\frac{2}{49}$ 44, quem debent esse 23: quare in hac secunda positione primi elchataieym superant quinto homini $\frac{2}{49}$ 21, et in prima superauerunt ei $\frac{22}{49}$ 26: vnde per 1, quod minuimus primo homini, appropinquauit ipse $\frac{26}{49}$ 5, scilicet differentiam, que est $\frac{22}{49}$ 26 usque in $\frac{2}{49}$ 21; et restant ad appropinquandum ipsa $\frac{2}{49}$ 21: quare multiplica 1 per $\frac{2}{49}$ 21, et diuides per $\frac{26}{49}$ 5, exibunt $\frac{218}{271}$ 3; quas extrahe de 7 secunde positionis, remanet $\frac{53}{271}$ 3; et tot ueraciter habet primus: quibus inueuitis (*sic*) studeas denarios reliquorum per elchataieym, secundum suprascriptum modum inuenire; et inuenies, quod secundus habet $\frac{84}{271}$ 5, tercius $\frac{18}{271}$ 11, quartus $\frac{66}{271}$ 16, quintus $\frac{63}{271}$ 20; et sic studeas operari in similibus questionibus, que omnes per elchataieym mirabiliter soluuntur.

* que est $\frac{16}{49}$ 2 .... 30, scilicet * (fol. 154 *recto*, lin. 15-31, pag. 314, lin. 7-26)

$\frac{26}{49}$	minus 1
$\frac{2}{49}$ 21	

primus $\frac{53}{271}$ 3
secundus $\frac{84}{271}$ 5
tercius $\frac{18}{271}$ 11
quartus $\frac{66}{271}$ 16
quintus $\frac{63}{271}$ 20

De tribus hominibus, qui habebant denarios.

Tres homines habebant denarios; et primus petit secundo 7, et proponit se habere ter tantum quam ipse: secundus uero petit tercius (*sic*) homini 9, et habebit quater tantum quam ipse: tercius petit primo homini 11, et habebit quinquies tantum quam ipse. Pone quidem, ut primus habeat 17; cum quibus adde 7, que petit secundo, erunt 24; quorum tercia pars, scilicet 8, est residuum, quod remanet secundo homini, cum dederit primo 7: ergo ipse habet 15; cum quibus adde 9, que petit tercio homini, erunt 24; quorum $\frac{1}{4}$ pars, scilicet 6, est residuum, quod remanet tercio, datis 9 secundo homini: quare ipse habet similiter 15; cum quibus adde 11, que petit primo, erunt 26. Et primo remanent 6; que 26 deberent esse 30, scilicet quintuplum de 6, que remanent primo: ergo in hac prima positione minuunt tercio homini 4, que sunt a 26 usque in 30: quare pone in secunda positione, ut primus habeat 14, scilicet 3, minus quam in prima. Quare secundus habet 14, et tercius $\frac{3}{4}$ 14; cum quibus adde 11, que petit primo, remanebunt primo 3; et tercius habebit $\frac{3}{4}$ 25; que $\frac{3}{4}$ 25 deberent esse 15, scilicet quintuplum de 3, que remanent primo: ergo in hac secunda positione superant tercio homini $\frac{3}{4}$ 10. In prima enim minuerant ei 4. Quare adde $\frac{3}{4}$ 10 cum 4, erunt $\frac{3}{4}$ 14: ergo per 3, que minuimus, peruenerunt $\frac{3}{4}$ 14; quid ergo minuemus, ut perueniant 4: multiplica ergo 4 per 3, et diuides per $\frac{3}{4}$ 14, exibunt $\frac{48}{59}$: extrahe de 17 prime positionis, remanebunt | $\frac{11}{59}$ 16; tot habuit primus; cum quibus adde 7, que petit secundo, erunt $\frac{11}{59}$ 23; quorum terciam partem adde cum eisdem 7, erunt $\frac{43}{59}$ 14; et tot habuit secundus; cum quibus adde 9, quos petit tercio, erunt $\frac{43}{59}$ 23 super quartam partem; quorum adde ipsa 9, erunt $\frac{55}{59}$ 14; et tot habuit tercius: ex hac enim manerie multae et uarie questiones proponi possunt.

* 4, que sunt ... homini $\frac{3}{4}$ 16 * (fol. 154 *recto*, lin. 32-35; pag. 314, lin. 27 e 28-32).

$\frac{3}{4}$ 14	3
4	

fol. 154 *verso*.

* In prima .... remanebunt * (fol. 154 *recto*, lin. 37-39; pag. 314, lin. 32-33).

primus $\frac{11}{59}$ 16
Secundus $\frac{43}{59}$ 14
tercius $\frac{55}{59}$ 14

Aliter.

Extractis quidem ex denarijs primi 11, quos tercius petit ei; et ex denarijs secundi 7, quos primus petit ei; et ex denarijs tercii 9, quos ei petit secundus, hoc quod remanebit unicuique uocetur residuum ipsius: deinde quia primus cum 7 de denarijs secundi

habet triplum residui ipsius secundi; ergo residuum primi cum denariis 11 suprascriptis, et cum ipsis 7, scilicet cum 18, est triplum similiter residui secundi hominis: similiter inuenies, quod residuum secundi hominis cum denarijs 7, et cum denarijs 9 suprascriptis, scilicet cum 16, est quadruplum residui tercii hominis. Et residuum tercii hominis cum denarijs 9, et cum denarijs 11, scilicet cum denarijs 20, est quintuplum residui primi hominis. Et quoniam residuum primi cum denarijs 18 est triplum residui secundi; tercia pars residui primi cum $\frac{1}{3}$ de denarijs 18, scilicet cum 6, est quantum residuum secundi. Item quia residuum secundi cum denarijs 16 est quadruplum residui tercii; quarta pars residui secundi cum $\frac{1}{4}$ de 16, scilicet cum 4, est quantum residuum tercii. Rursum quia residuum tercii cum denarijs 20 est quintuplum residui primi hominis; quinta pars residui tercii cum $\frac{1}{5}$ de 20, scilicet cum 4, est quantum residuum primi. Et quantum $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 6 est quantum residuum secundi; et $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4 est quantum residuum tercii hominis: si de residuo secundi hominis auferatur $\frac{1}{4}$ ipsorum, et denarij 4, remanebit $\frac{1}{3}$ residui primi hominis cum denarijs 6, equalis de $\frac{3}{4}$ residui secundi, minus denarijs 4, et de residuo tercii hominis. Quare si in utraque portione addantur denarij 4, erit $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 10 quantum $\frac{3}{4}$ residui secundi cum residuo tercii. Similiter quia $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4 est quantum residuum tercii hominis; et $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 4 est quantum residuum primi hominis; si de utraque portione auferatur $\frac{1}{5}$ residui tercii, et denarij 4, remanebit $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4 quantum $\frac{4}{5}$ residui tercii, minus denarijs 4 cum resiluo primi hominis. Vnde si in utraque portione addantur denarij 4, erit $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 8 quantum $\frac{4}{5}$ residui tercii cum residuo primi. Rursum quia $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 4 est quantum residuum primi hominis; et $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 6 est quantum residuum secundi; si ex utraque portione auferatur $\frac{1}{3}$ residui primi, et denarij 6, remanebit $\frac{1}{5}$ residui primi quantum $\frac{2}{3}$ residui secundi, minus denarijs 8 cum residuo secundi: vnde si super utramque portionem addantur denarij 6, erit $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 10 quantum $\frac{2}{3}$ residui primi cum residuo secundi. Et quoniam $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 10 est quantum $\frac{3}{4}$ residui secundi cum resisiduo (*sic*) tercii; si super utramque portionem addantur 20, erit $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 30 quantum $\frac{3}{4}$ residui secundi cum residuo tercii, et cum denarijs 20. Ostensum est autem, quod residuum tercii cum denarijs 20 sunt quinquies tantum quia (*sic*) residuum primi hominis; ergo residuum primi cum denarijs 30 sunt $\frac{3}{4}$ residui secundi cum quinquies residuum primi, scilicet cum $\frac{15}{3}$ ipsius. Vnde si ex utraque portione auferatur $\frac{1}{3}$ residui primi, denarij 30 erunt $\frac{3}{4}$ residui secundi, et $\frac{14}{3}$ residui primi. Rursum quia $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 8 sunt $\frac{4}{5}$ residui tercii cum denarijs primi; si super utramque portionem addantur denarij 18, erit $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 8, et 18, scilicet cum 26, quantum | $\frac{4}{5}$ residui tercii cum residuo primi, et cum denarijs 18. Ostensum est autem, quod residuum primi cum denarijs 18 sunt triplum de residuo secundi; quare $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 26 sunt $\frac{4}{5}$ residui tercii, et triplum, scilicet $\frac{12}{4}$ residui sui: quare si ex utraque portione auferatur $\frac{1}{4}$ residui secundi, remanebunt $\frac{4}{5}$ residui tercii cum $\frac{11}{4}$ residui secundi, denarij 26. Aduc quia $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 10 est quantum $\frac{2}{3}$ residui primi cum residuo secundi; si super fol. 155 recto.

utramque portionem addantur denarij 16, erit $\frac{4}{5}$ residui tercij cum denarijs 10, et cum 16, scilicet cum 26, quantum $\frac{2}{3}$ residuo primi cum residuo secundi, et cum denarijs 16: est enim residuum secundi cum denarijs 16 quadruplum de residuo tercii: quare $\frac{4}{5}$ residui tercii cum denarijs 26 sunt $\frac{2}{3}$ residui primi, et quaduplum, scilicet $\frac{23}{5}$ residui sui. Quare si ex utraque portione auferatur $\frac{4}{5}$ residui tercii, remanebunt $\frac{2}{3}$ residui primi cum $\frac{19}{5}$ residui tercii esse denarios 26: et quoniam $\frac{14}{3}$ residui primi cum $\frac{3}{4}$ residui secundi sunt denarij 30; et $\frac{11}{4}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercii sunt denarij 26; et $\frac{19}{5}$ residui tercii cum $\frac{2}{3}$ residui primi sunt similiter denarij 26; oportet, ut habeas equas proportiones in omnibus, ut redigantur partes primi, et secundi, ita ut sint 26 sicut sunt alie; quod facies sic: 4, in qua 30 excedit 26, diuide per 30, exibunt $\frac{2}{15}$: et quoniam $\frac{14}{3}$ residui primi cum $\frac{3}{4}$ residui secundi sunt denarij 30; ergo $\frac{2}{15}$ de $\frac{14}{3}$ residui primi, scilicet $\frac{28}{45}$, et $\frac{2}{15}$ de $\frac{3}{4}$ residui secundi, scilicet 10, erunt $\frac{2}{15}$ de denarijs 30, scilicet de denarijs 4: quare si de $\frac{14}{3}$ residui primi auferatur $\frac{28}{45}$ residui ipsius; et de $\frac{3}{4}$ residui secundi auferatur $\frac{1}{10}$ residui ipsius $\frac{182}{45}$, residui primi cum $\frac{13}{20}$ residui secundi, remanebunt denarij 26: ergo $\frac{182}{45}$ residui primi cum $\frac{13}{20}$ residui secundi sunt quantum $\frac{11}{4}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercij. Quare si de $\frac{11}{4}$ residui secundi auferatur $\frac{13}{20}$ residui ipsius, remanebunt $\frac{182}{45}$ residui primi quantum $\frac{21}{10}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercii. Ex $\frac{11}{4}$ residui secundi extrahuntur $\frac{13}{20}$ sic: ex $\frac{11}{4}$ fiant uigesimi, et sunt $\frac{55}{20}$; ex quibus, extractis $\frac{13}{20}$, remanent $\frac{42}{20}$, scilicet $\frac{21}{10}$. Item quia $\frac{11}{4}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercii sunt quantum $\frac{19}{5}$ residui tercii cum $\frac{2}{3}$ residui secundi, scilicet 26. Si de $\frac{19}{5}$ residui tercii auferatur $\frac{4}{5}$ residui ipsius, $\frac{11}{4}$ residui secundi, quantum triplum residui tercii cum $\frac{2}{3}$ residui primi: qua ratione inueniendum est de $\frac{21}{10}$ residui secundi, que partes sint de residuo tercii primi. Sunt enim, ut diximus, $\frac{11}{4}$ residui secundi quantum triplum residui tercii cum $\frac{2}{3}$ residui primi. Quare $\frac{21}{10}$ residui secundi, scilicet $\frac{42}{20}$ cum sint $\frac{42}{55}$ de $\frac{11}{4}$ residui secundi, scilicet ex $\frac{55}{20}$, erunt $\frac{42}{55}$ de triplo residui tercii, et de $\frac{2}{3}$ residui tercii $\frac{42}{55}$ de triplo residui tercii sunt $\frac{126}{55}$, et $\frac{42}{55}$ de $\frac{2}{3}$ residui primi sunt $\frac{28}{55}$ residui ipsius: et quoniam $\frac{182}{45}$ residui primi sunt quantum $\frac{21}{10}$ residui secundi cum $\frac{4}{5}$ residui tercii, erunt similiter $\frac{182}{45}$ residui primi quantum $\frac{126}{55}$ residui tercii cum cum (*sic*) $\frac{28}{55}$ residui sui, et cum $\frac{4}{5}$ residui tercii. Nam $\frac{126}{55}$, et $\frac{4}{5}$ residui tercii sunt $\frac{34}{11}$ residui tercii cum $\frac{28}{55}$ residui sui. Quare si de $\frac{182}{45}$ auferatur $\frac{28}{55}$, remanebunt $\frac{350}{99}$ residui primi quantum $\frac{34}{11}$ residui tercii. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{350}{99}$ unius sint $\frac{34}{11}$ alterius; quos inuenies sic: quia 99 et 11, qui sunt sub uirgulis, diuiduntur integraliter per 11; multiplica $\frac{1}{11}$ de 99, scilicet 9 per 34, et $\frac{1}{11}$ de 11, scilicet 1, per 350, et habebis pro primo numero 306; et pro secundo, scilicet pro numero residui tercii hominis, 350. Et quoniam residuum tercii cum denarijs 20 est quincuplum de residuo primi, multiplica 306 per 5, erunt 1530; de quibus extrahe

f.° 155 verso. 350, remanent 1180; quos diuide | per denarios 20 suprascriptos, exibunt 59; in quo 59 diuide 306, et 350, exibunt pro residuo primi hominis denarij $\frac{11}{59}$ 5; cum quibus adde denarios 11, quos primus dat tercio, erunt $\frac{11}{59}$ 16; et tunc habet pro residuo tercii $\frac{55}{59}$ 5; cum quibus adde denarios 9, quos ipse dat secundo, erunt $\frac{55}{59}$ 14; et tot habet tercius: et quoniam primus cum denarijs 7 secundi habet ter tantum quam secundus; adde 7 super $\frac{11}{59}$ 16, erunt $\frac{11}{59}$ 23 super tertiam partem quorum, scilicet super $\frac{43}{59}$ 7, si addideris ipsos 7, habebis $\frac{43}{59}$ 14 pro denarijs secundi. Eadem enim questio est

de tribus omnibus (*sic*) qui tres bursas denariorum repperierunt. In prima quarum erant denarij 18; in secunda denarij 10; in tercia denarij 20; et primus cum prima bursa haberet ter tantum quam secundus. Secundus cum secunda quater tantum quam tercius: tercius cum tercia quinquies tantum quam primus. Primus habet, ut prediximus, $\frac{11}{59}5$; secundus $\frac{10}{59}7$; tercius $\frac{33}{59}5$: aliter promptius: quoniam ostensum est superius, quod $\frac{1}{3}$ residui primi cum denarijs 6 est quantum residuum secundi. Quarta pars tercie partis residui primi, scilicet $\frac{1}{12}$ residui primi cum $\frac{1}{4}$ de denarijs 6, scilicet cum $\frac{1}{2}1$, est quantum quarta pars residui secundi. Vnde, si utrique portionis (*sic*) addantur denarij 4, erit $\frac{1}{12}$ residui primi cum denarijs $\frac{1}{2}5$ quantum $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4. Verum $\frac{1}{4}$ residui secundi cum denarijs 4 ostensa est, equalem esse de residuo tercii hominis. Quare $\frac{1}{12}$ residui primi cum denarijs $\frac{1}{2}5$ est quantum residui tercii. Quare $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{12}$, scilicet $\frac{1}{60}$ residui primi cum $\frac{1}{5}$ de denarijs $\frac{1}{2}5$, scilicet cum $\frac{1}{10}1$, est quantum $\frac{1}{5}$ residui tercii: quare si addantur utrique portioni denarij 4, erit $\frac{1}{60}$ residui primi cum denarijs $\frac{1}{10}5$ quantum $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 4. Verum $\frac{1}{5}$ residui tercii cum denarijs 4 est quantum residuum primi hominis. Quare $\frac{1}{60}$ residui primi cum denarijs $\frac{1}{10}5$ est quantum residuum eiusdem primi. Quare si communiter auferatur $\frac{1}{60}$ residui primi, remanebunt $\frac{59}{60}$ residui primi quantum denarij $\frac{1}{10}5$. Quare inuenies numerum, cuius $\frac{59}{60}$ sint $\frac{1}{10}5$. Multiplicabis ergo 60 per $\frac{1}{10}5$, et diuides per 59, exibunt $\frac{11}{59}5$ pro residuo primi hominis. Et nota, cum tres homines inueniunt tres bursas, in prima quarum sunt 18, et in secunda 10, et in tercia 20; et primus cum primo habeat triplum secundi; secundus cum secunda quadruplum tercii; tercius cum tercia quintuplum primi; tunc primum residuum quantitas denariorum primi; secundum secundi; tercium tercii hominis. Cuius manerici ei (*sic*) solutiones in quarta parte duodecimi capituli proprias regulas demostratas inuenies.

De tribus hominibus.

Tres homines equum emere uolebant; et primus petit secundo $\frac{1}{2}$, et tercio $\frac{1}{3}$ suorum bizantiorum; et proposuit ipsum equum emere. Secundus petiit tercio $\frac{1}{4}$, et primo $\frac{1}{5}$: tercius namque petiit primo $\frac{1}{6}$, et secundo $\frac{1}{7}$: pone quidem, quod primus habeat 30, in quibus reperiuntur $\frac{1}{5}$, quam petiit sibi secundus, et $\frac{1}{6}$, quam petiit sibi tercius; quia positionem firmam senper habere necesse est: deinde pone in prima positione, quod secundus habeat 70, cum in ipsis reperiatur $\frac{1}{2}$, quod petiit ei primus, et $\frac{1}{7}$ petiit ei tercius: deinde cumsidera, quid primus, et secundus petant tercio. Nam primus petit ei $\frac{1}{3}$, et secundus $\frac{1}{4}$: ergo primus petit ei $\frac{1}{12}$ plus quam secundus, scilicet superhabundantiam, que est a $\frac{1}{3}$ usque in $\frac{1}{4}$: quo intellecto adde petitionem super 30, quia (*sic*) petit primus secundo, scilicet $\frac{1}{2}$ de 70. Et adde super 70 petitionem, quia secundus petit primo, scilicet $\frac{1}{5}$, erunt 76; sunt 11 magis quia (*sic*) 65; que 11 sunt $\frac{1}{12}$ de bizantijs tercii hominis: ergo tercius homo habet duodecies 11, scilicet | 132; et sic fol. 156 recto.
primus, et secundus possunt equum emere, hoc est cum eorum petitionibus habebunt unum, et eundem numerum. Verbi gratia: ergo primus, qui habet 30 cum $\frac{1}{2}$ de 70 secundi, et cum $\frac{1}{3}$ de 132 tercii, habet 109. Secundus uero, qui habet 70 cum $\frac{1}{4}$ de 132 tercii, et cum $\frac{1}{5}$ de 30 primi, habet similiter 109, que ponantur esse pretium equi: deinde adde super 132 tercii $\frac{1}{6}$ de bizantijs 30 primi, et $\frac{1}{7}$ de bizantijs 70 secundi, erunt 147, scilicet 38, plus pretio equi: ergo in hac prima positione

superant tercio homini 38: quare pones in secunda positione, ut secundus habeat 56, scilicet 14, minus quia (*sic*) in prima; et inuenisse suprascripta ratione, quod tercius habebit 48, et pretium equi est 74, et minuunt ei 13 in secunda positione: ergo per 14, que minus (*sic*) tercio homini, minuunt eidem 38, que superant ei in prima positione, et 13, que minuunt ei in secunda, hoc est 51: quare multiplicabis 14 per 38, et diuides per 51, et extrahe illud quod exierit de 70 prime positionis; uel multiplica 14 per 13, et diuides per 51; et quod exierit addes super 56 secunde positionis, quod est pulcrius, erunt $\frac{50}{51}$ 59; et tot habet secundus; per quam inuentionem inuenisse (*sic*) suprascripta ratione, quod tercius habet $\frac{21}{51}$ 69; et pretium equi est $\frac{47}{51}$ 82; quos numeros, si in integrum habere uolueris, multiplica unumquemque eorum per 51; et habet primus 1530; secundus 3038; tercius 3540; equus 4229.

Aliter per regulam proportionum.

Qoxiam (*sic*) primus cum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, et cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii habet quantum secundus cum $\frac{1}{4}$ bizantii, et cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, scilicet pretium equi; si ex utraque parte auferatur $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, remanebit primus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii, equalis dimidio bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercij, et cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi. Item si ab utraque parte auferatur $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii quartum (*sic*) $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercii. Vnde si ab utraque parte auferatur $\frac{1}{4}$ bizantiorum tercii, remanebunt $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii quantum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Rursum quia tercius homo cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi habet quantum primus cum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii; vnde si comuniter auferatur $\frac{1}{3}$ bizantiorum tercii remanebunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii hominis cum $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi, equales de bizantijs primi cum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Vnde si comuniter auferatur $\frac{1}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{7}$ bizantiorum secundi, remanebunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii quantum $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi cum $\frac{5}{14}$ bizantiorum secundi. Nam extracta $\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{2}$, remanet $\frac{5}{14}$. Et quoniam $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii sunt $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{14}$ bizantiorum secundi; ergo $\frac{1}{8}$ de $\frac{2}{3}$, scilicet $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii, erit $\frac{1}{8}$ de $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{5}{48}$, et $\frac{1}{8}$ de $\frac{5}{14}$ bizantiorum secundi, scilicet $\frac{5}{112}$. Ostensum est enim, quod $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii sunt quantum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi; sed $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii est $\frac{5}{48}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{112}$ bizantiorum secundi. Quare $\frac{4}{5}$, et $\frac{5}{48}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{217}{240}$ cum $\frac{5}{112}$ bizantiorum secundi, sunt quantum $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi. Quare extractis $\frac{5}{112}$ bizantiorum secundi de $\frac{1}{2}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{217}{240}$ bizantiorum primi quantum $\frac{51}{112}$ bizantiorum secundi. Quare pro bizantijs primi et secundi reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{217}{240}$ unius sint $\frac{51}{112}$ bizantiorum ipsius; quos inuenies sic: quia 240, et 112, que sunt sub uirgulis, diuiduntur integraliter per 8; multiplica $\frac{1}{8}$ de 240, scilicet 30 per 51, et $\frac{1}{8}$ de 112, scilicet 14 per 217, et habebis 1530, et 3038. Rursum quia demonstratum est, quod $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi est $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii; ergo $\frac{5}{14}$ bizantiorum secundi, cum sint $\frac{5}{7}$ medietatis bizantiorum secundi, erunt $\frac{5}{7}$ de $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{7}$ de $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii, hoc est $\frac{4}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{84}$ bizantiorum tercii: set $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{14}$ bizantiorum
fol. 156 verso. secundi, que $\frac{5}{14}$ bizantiorum | secundi, cum sint $\frac{4}{7}$ bizantiorum primi, et $\frac{5}{84}$ bizantiorum

tercii, erunt $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{6}$ bizantiorum primi, scilicet $\frac{20}{42}$, et $\frac{3}{14}$ bizantiorum suorum. Quare si de $\frac{2}{3}$ bizantiorum tercii auferatur $\frac{3}{14}$ bizantiorum ipsius, remanebunt $\frac{19}{42}$ bizantiorum primi, $\frac{17}{24}$ bizantiorum tercii: quare pro bizantijs primi, et tercii reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{19}{42}$ unius sint $\frac{17}{28}$ alterius. Quare multiplicabis $\frac{1}{14}$ de 42, scilicet 3 per 17, et $\frac{1}{14}$ de 28, scilicet 2 per 59; et habebis pro primo numero 51; et pro numero tercii hominis 118: et quia superius pro numero primi hominis inuenimus 1530; et est sicut 51 ad 115, ita 1530, silicet primi, ad bizantios tercii. Quare, ut habeas bizantios tercii, multiplicabis 118 per 1530, et diuides per 51, scilicet $\frac{1}{51}$ de 1530, scilicet 30, multiplica per 118, et habebis pro bizantijs tercii hominis 3540. Vel si bizantios secundi hominis, scilicet 3038, uis redigere in portionem inuentam, quam primus habeat ad tercium, scilicet cum primus habet 51, et tercius habet 118, multiplica 51 per 3038, et diuide per 1530, hoc est 3038 diuides per $\frac{1}{51}$ de 1530, scilicet per 30, exibunt pro bizantijs secundi hominis $\frac{4}{15}$ 101: que cum non sint in integra, habeantur 1530 pro bizantijs primi hominis, et 3038 pro bizantijs secundi, et 3540 pro bizantijs tercii: deinde ut inuenias pretium equi super bizantios primi hominis, scilicet super 1530, adde $\frac{1}{2}$ de bizantijs secundi, scilicet 1519, et $\frac{1}{3}$ de bizantijs tercii, scilicet 1180; et habebis pro precio equi bizantios 4229, ut per elchataym inuenimus. Inuentis quidem bizantijs 1530 primi hominis, 3038 et secundi, possumus bizantios tercii aliter reperire, scilicet cum $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, et cum $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii sint $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi; si de $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi, scilicet de 1510, auferantur $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi, scilicet 1224, remanet 295 pro $\frac{1}{12}$ bizantiorum tercii: quare multiplicatis 295 per 12, reddunt bizantios 3540, ut pro bizantijs tercii inuentum est. Satis per hoc quod dictum est de elchataym, et de regula augmenti et diminutionis, atque propositioni (*sic*) materiam soluendi omnes questiones haberi potest. Vnde positionis (*sic*) quarumdam questionum solutas deinceps ponere disposuimus.

De quatuor hominibus.

Si homines fuerint 4; et primus petat secundo $\frac{1}{2}$; tercio $\frac{1}{3}$, et quarto $\frac{1}{4}$; et posuit equum emere, secundus petit tercio $\frac{1}{4}$, et quarto $\frac{1}{5}$, et primo $\frac{1}{6}$; tercius namque quarto $\frac{1}{6}$, primo $\frac{1}{7}$, secundo $\frac{1}{8}$. Quartus quoque petit primo $\frac{1}{8}$, secundo $\frac{1}{9}$, tercio 10: primus habet 8569848; secundus 21741336; tercius 20955060. Quartus 29657460; equus 35839901.

Ex quibus hominibus equum emere uolentibus primus et secundus petunt terçio, et quarto $\frac{1}{3}$ bizantiorum ipsorum; et proponunt ipsum emere. Secundus uero, et tercius petunt quarto, et quinto $\frac{1}{4}$: tercius quoque, et quartus petunt quinto, et primo $\frac{1}{5}$. Quartus namque, et quintus petunt primo, et secundo $\frac{1}{6}$. Quintus autem, et primus petunt secundo, et tercio $\frac{1}{7}$: primus habet 980; secundus 850; tercius 1117; quartus 956; quintus 1260; precium equi est bizantij 2521.

Quinque homines denarios habentes inuenerunt bursam denariorum; ex quibus primus cum bursa habet duplum secundi et tercii; secundus triplum tercii, et quarti; tercius quadruplum quarti, et quinti; quartus quincuplum quinti, et primi. Quintus sexcuplum primi secundi: primus habet 1; secundus 561; tercius 821. Quartus 287. Quintus 609; bursa 2703.

De quatuor hominibus et una bursa.

Item homines sint quatuor; et primus cum bursa habeat duplum secundi, et tercii; secundus triplum tercii, et quarti; tercius quaduplum quarti, et primi. Quartus si-

militer cum bursa habet quincuplum primi, et secundi: hec questio insolubilis est, nisi concedatur, primum hominem habere debitum, et sic in minoribus numeris secundus habet 4, tercius 1, quartus 4, bursa 11; et debitum primi hominis est 1; et sic primus cum bursa habet 10, scilicet | duplum secundi, et tercii: secundus quoque cum bursa habet 15: scilicet triplum tercii, et quarti; et tercius cum bursa habet quaduplum quarti, et primi: quia si de 4, que habet quartus, auferatur debitum primi, remanebunt 3; et tot dicuntur habere inter quartum, et primum hominem. Quartus autem cum bursa habet 15, que sunt quincuplum primi, et secundi, ut opportet. Et si uis congnoscere hanc questionem sine debito primi hominis insolubilem esse, hoc scire poteris per inuestigationem proporcionum ipsorum, quem habent ad inuicem inter se. Nam quia primus cum bursa habet duplum secundi, et tercii; medietas primi, et bursæ est quantitas secundi, et tercii. Similiter habetur ex adiacentibus, quod tercia secundi, et burse est quantitas tercii, et quarti. Adhuc et quarta tercii, et burse est quantitas quarti et primi; nec non est quinta quarti, et burse est quantitas primi et secundi. Et quoniam medietas primi, et burse est quantitas secundi, et tercii. Si communiter adiungatur quantitas quarti, et primi, erit quantitas denariorum quatuor hominum, equalis de $\frac{3}{2}$ denariorum primi, et de $\frac{1}{2}$ burse, et ex denarijs quarti hominis. Rursus quia $\frac{1}{3}$ secundi, et burse est quantitas tercii, et quarti. Si communiter adiungantur denarij secundi et primi, erunt denarij illorum quatuor equales de $\frac{4}{3}$ denariorum secundi, et de $\frac{1}{3}$ burse, et de denarijs primi. Nam denarii illorum quatuor inuenti sunt esse $\frac{3}{2}$ primi, et $\frac{1}{2}$ burse, et quantum denarii quarti hominis. Ergo $\frac{1}{2}$ burse, et $\frac{3}{2}$ primi cum denarijs quarti sunt quantum $\frac{4}{3}$ secundi, et $\frac{1}{3}$ burse, et $\frac{2}{2}$ primi. Si communiter aufferatur $\frac{1}{3}$ burse, et $\frac{2}{2}$ primi, scilicet denarij eius, remanebunt $\frac{4}{3}$ denariorum secundi equales de $\frac{1}{6}$ burse, et de $\frac{1}{2}$ primi, et de denariis quarti. Quare $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{3}$ denariorum secundi, scilicet denarij ipsius, sunt $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{6}$, scilicet $\frac{1}{8}$ burse, et $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{3}{8}$ primi, et $\frac{3}{4}$ denariorum quarti: serua hec demum, ut inuenias proportionem denariorum tercii ad denarios burse, et primi et quarti hominis; accipe $\frac{5}{4}$ denariorum tercii hominis, et burse, qui equantur denarijs quarti et primi; et adde utrique parti denarios secundi, et tercii, et erunt omnes denarij quattuor hominum equales de $\frac{5}{4}$ denariorum tercii, et de $\frac{1}{4}$ burse, et de denarijs secundi hominis. Sed denarii secundi hominis super $\frac{1}{8}$ burse, et $\frac{3}{8}$ primi, et $\frac{3}{4}$ denariorum quarti. Ergo $\frac{5}{4}$ denariorum tercii cum $\frac{3}{8}$ burse, et cum $\frac{3}{8}$ primi, et cum $\frac{3}{4}$ denariorum quarti, sunt sunt (*sic*) quantum summam denariorum quattuor hominum. Quam summam inuenimus esse quantum $\frac{3}{2}$ denariorum primi cum $\frac{1}{2}$ burse, et cum denarijs quarti hominis: ergo $\frac{5}{4}$ tercii, $\frac{3}{8}$ primi et burse cum $\frac{3}{4}$ denariorum quarti sunt quantum $\frac{3}{2}$ primi, et $\frac{1}{2}$ burse cum denarijs quarti. Quare si communiter aufferantur $\frac{3}{8}$ burse, et primi, et $\frac{3}{4}$ denariorum quarti, remanebunt $\frac{5}{4}$ denariorum tertii equales coniuncto ex $\frac{1}{8}$ burse, et ex $\frac{9}{8}$ primi, et ex $\frac{1}{4}$ denariorum. Quare $\frac{4}{5}$ de $\frac{5}{4}$ denariorum tercii, scilicet denarij eius, sunt $\frac{4}{5}$ ex $\frac{1}{8}$ burse; et ex $\frac{9}{8}$ primi, et ex $\frac{1}{4}$ denariorum quarti, hoc est, quod denarij tercii hominis sunt $\frac{1}{10}$ burse, et $\frac{9}{10}$ primi, et $\frac{1}{5}$ denariorum quarti: serua hec, et accede ad inuentionem proportionis quarti, cuius $\frac{1}{5}$ et burse est quantitas primi, et secundi: si communiter addantur denarii tercii et quarti, erunt $\frac{6}{5}$ denariorum quarti cum $\frac{1}{5}$ burse, et cum denariis tercii quantum est summa denariorum quattuor hominum, hoc est quantum sunt $\frac{3}{2}$

fol. 157 recto

« Si communiter .... $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{6}$ » (fol. 157 recto, lin. 15-21; pag. 350, lin. 18-25).

primi	burse	quarti
$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
1	$\frac{1}{3}$	

« scilicet $\frac{1}{8}$ .... secundi hominis » (fol. 157 recto, lin. 22-26; pag. 350, lin. 25-30).

secundus habet	burse	primi	quarti
	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$

« remanebunt .... proportionis » (fol. 157 recto, lin. 32 e 33-36; pag. 350, lin. 36-40).

tercius habet	burse	primi	quarti
	$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{5}$

primi, et $\frac{1}{6}$ burse cum | denariis quarti. Auferatur itaque communiter $\frac{1}{2}$ burse, et denarij quarti, remanebit $\frac{4}{5}$ denariorum quarti cum denarijs tercii quantum $\frac{2}{3}$ primi, et $\frac{3}{10}$ burse. Sed denarii tercii sunt $\frac{9}{12}$ primi, et $\frac{4}{12}$ burse, et $\frac{1}{2}$ quarti hominis; ergo $\frac{3}{5}$ quarti hominis cum $\frac{9}{12}$ primi, et cum $\frac{4}{12}$ burse sunt quantum $\frac{4}{3}$ primi, et $\frac{3}{12}$ burse. Communiter auferantur $\frac{3}{12}$ primi, et $\frac{4}{12}$ burse, remanebunt $\frac{2}{3}$ primi cum $\frac{1}{5}$ burse quantum $\frac{2}{5}$ denariorum quarti. Quare $\frac{5}{2}$ de $\frac{2}{5}$ denariorum quarti, scilicet denarij ipsius, sunt $\frac{5}{2}$ de $\frac{2}{3}$ denariorum primi, scilicet $\frac{5}{3}$ denariorum ipsius; et sunt $\frac{5}{2}$ de $\frac{1}{5}$, scilicet $\frac{1}{2}$ denariorum burse. Ergo denarij quarti hominis sunt $\frac{5}{3}$ denariorum primi, et $\frac{1}{2}$ burse. Communiter adiungantur denarii quarti, erunt $\frac{2}{3}$ denariorum primi cum $\frac{1}{6}$ burse, et cum denarijs quarti quantum est duplum denariorum quarti. Set $\frac{2}{3}$ primi cum $\frac{1}{2}$ burse cum denarijs quarti sunt quantum est summa denariorum quattuor hominum. Quare duplum denariorum quarti sunt quantum eadem summa; ergo denarij quarti hominis sunt dimidium ipsius summe. Ostendam rursus, secundum hominem habere aliam medietatem eiusdem summe sic: sunt enim omnes denarij secundi $\frac{1}{3}$ burse, et $\frac{2}{3}$ primi, et $\frac{3}{4}$ denariorum quarti. Nam omnes denarii quarti hominis sunt $\frac{5}{3}$ denariorum primi, et $\frac{1}{2}$ burse. Quare $\frac{3}{4}$ denariorum quarti sunt $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{3}$, scilicet $\frac{5}{4}$ primi, et $\frac{3}{4}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{3}{8}$ burse: ergo omnes denarij secundi sunt $\frac{3}{6}$, et $\frac{2}{8}$, scilicet $\frac{5}{3}$ primi, et $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{3}$, scilicet $\frac{1}{2}$ burse, sicuti sunt denarij quarti hominis. Quare denarij secundi, et quarti sunt summa denariorum ipsorum quattuor hominum; quod est inconueniens, nisi habeat unus ex reliquis, scilicet primus, uel tercius, debitum, quod erit equali capitali alterius; quia addito ipso capitali cum denarijs secundi, et quarti; et ex summa extracto debito alterius, nimirum remanebit summa denariorum secundi, et quarti, que est summa denariorum quattuor hominum. Et quoniam uidetur, secundum habere maiorem proportionem ad idem quam secundus, et tercius, congnoscitur iterum hec questio esse insolubilis sine debito alicuius eorum. Nam denarij secundi hominis super $\frac{5}{3}$ primi, et $\frac{1}{2}$ burse: sed denarij secundi, et tercij sunt tantum $\frac{4}{3}$ primi, et burse; quod uidetur incongruum, ut predixi. Sed hoc saluabitur ita: si de $\frac{4}{3}$ burse extrahant $\frac{1}{3}$ ex debito primi, remanebunt denarij secundi. Item si de $\frac{1}{2}$ burse extrahatur $\frac{1}{3}$ tantum primi, remanebunt denarij secundi, et tercii hominis. Nam cum $\frac{5}{3}$ primi sint semel denarij ipsius, plus de $\frac{1}{2}$ denariorum eiusdem, congnoscitur, tercium hominem habere quantitatem debiti primi hominis. Set, ut inuenias huius questionis solitionem (*sic*), adde $\frac{1}{6}$ burse, et $\frac{2}{3}$ primi, et $\frac{3}{4}$ quarti cum $\frac{4}{10}$ burse, et cum $\frac{3}{10}$ primi, et cum $\frac{1}{5}$ quarti hominis, scilicet denarios secundi, et tercii, erunt $\frac{3}{42}$ burse, et $\frac{51}{42}$ primi, et $\frac{19}{20}$ quarti, pro denarijs secundi, et tercii. Set denarij secundi, et tercii sunt $\frac{4}{3}$ primi, et bursa; ergo $\frac{3}{40}$ burse, et $\frac{51}{42}$ primi, cum $\frac{19}{22}$ quarti sunt $\frac{4}{3}$ primi, et burse. Et quoniam denarij quarti hominis sunt $\frac{5}{3}$ primi, et $\frac{1}{2}$ burse; erunt ergo $\frac{19}{22}$ denariorum quarti, equales de $\frac{19}{20}$ de $\frac{5}{3}$ denariorum primi, et de $\frac{19}{20}$ de $\frac{5}{3}$ denariorum primi, et de $\frac{19}{20}$ de $\frac{1}{2}$ denariorum burse: ergo $\frac{9}{42}$, et $\frac{19}{20}$ de $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{7}{10}$ burse, cum $\frac{51}{42}$, et $\frac{19}{20}$ de $\frac{5}{3}$, scilicet cum $\frac{97}{12}$ primi, sunt quantum $\frac{4}{3}$ primi, et burse; quod etiam uidetur | incongruum, cum $\frac{7}{12}$ burse sint plus de $\frac{1}{2}$ eiusdem; et $\frac{27}{12}$ primi sint similiter plus $\frac{1}{3}$ ipsius. Set quia uolo, primum hominem habere debitum, erit id quod remanet ex $\frac{7}{12}$ burse, extractis inde $\frac{27}{10}$ ex debito primi, equale ei quod remanet ex $\frac{1}{2}$ burse, extracto inde $\frac{1}{3}$ ex debito primi. Quare si ex $\frac{27}{10}$ debiti primi hominis aufferatur $\frac{1}{3}$ eiusdem, et ex

fol. 157 verso.

fol. 158 recto.

$\frac{7}{10}$ burse aufferatur $\frac{1}{2}$ eiusdem, remanebunt $\frac{11}{5}$ debiti primi hominis equales $\frac{1}{5}$ denariorum burse. Quare reperiendi sunt duo numeri, quorum $\frac{11}{5}$ unius sint $\frac{1}{5}$ alterius; eruntque 11 pro debito primi, et 11 pro denariis burse, ut predixi. Quare si addatur debitum primi cum bursa, erunt 10; quorum dimidium, scilicet 5, habent inter secundum, et tercium; ex quibus tercius habet 1, cum habeat quaatitatem ex debito primi. Quare secundus habet 4, et quartus habet totidem, cum denarij sui equentur denarijs tercii, ut superius inuenimus.

Incipit capitulum quartum decimum.
In reperiendis radicibus quadratis et cubicis, et de multiplicatione, et diuisione, seu extractione earum inter se, et de tractatu binomiorum et recisorum, et eorum radicum.

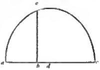
Liceat mihi in hoc de radicum capitulo quedam necessaria, que claues dicuutur, iusercre; que cum sint in secundo euclidis apertis demoustrationibus demonstrata, sufficit super diffinitiones earum hoc tantum secundum numerum procedere. Prima quarum est, cum numerus diuiditur in quaslibet partes, erunt multiplicationes ipsarum partium in totum numerum diuisum, insimul coniuncte, equales quadrato numeri diuisi, scilicet multiplicationi eiusdem numeri in se. Verbi gratia: sint 10 diuisa in 2, et 3, et 5. Dico, quod multiplicationes binarii, et ternarii, et quinarii in 10, scilicet 20, et 30, et 50, equantur multiplicationi de 10 in se, hoc est 100. Item si numerus aliquis diuidatur in partes; et multiplicetur unaqueque pars per aliquem alium aumerum, et multiplicaciones omnes insimul iungantur, equabuntur multiplicationi diuisi numeri in alium numerum: ut si 10 diuidantur in supra dictas partes, et multiplicentur ipse partes in alium quemlibet numerum, ut dicamus ia 12; et ipse multiplicationes coaiungantur, scilicet 24, et 36, et 60, nimirum 120, scilicet multiplicationi de 10 in 12, equabuntur. Item si numerus diuidatur in duas quaslibet partes, erit multiplicatio uniuscuiusque partis in se cum duplo multiplicationis unius partis in aliam, equalis quadrato totius numeri: ut si diuidatur 12 in 5, et in 7, erit multiplicatio de 5 ia se 25, et de 7 in se 49; et duplum de 5 in 7 sunt 70: quibus insimilibus (*sic*) iunctis, faciunt 144, scilicet multiplicationem totius numeri in se. Rursus si aumerus diuidatur in duas partes, erit duplum multiplicationis unius partis in totum numerum cum quadrato alterius partis, equale multiplicationi eiusdem prime partis in se, et quadrato totius numeri. Vt si 12 diuidantur in 4, et 8, duplum multiplicationis de 4 in 12 cum occies octo, scilicet 96, et 64, qui faciunt 160, equantur multiplicationi de 4 in se, que est 16, et de 12 in se, que est 144. Adhuc si numerus diuidatur in duas partes equales, et in totidem inequales, erit multiplicatio minoris partis per maiorem cum quadrato numeri, qui est a minori parte usque ad medietatem totius numeri diuisi, equalis
fol. 158 recto. quadrato dicte medietatis. Vt si 12 | diuidatur in 2, et 10, et in 6, et 6, erit multiplicatio de 2 in 10 cum quadrato quaternarii, qui est a 2 usque in 6, scilicet 20 cum 16 equatur multiplicationi de 6 in se, hoc est 36. Item si numerus diuidatur in duas partes eqaales, et adiungatur ei aliquis uumerus, erit multiplicatio numeri adiuncti in numerum diuisum, et in adiunctum cum quadrato, qui fit a medietate numeri diuisi, equalis quadrato, qui fit a medietate numeri diuisi, et ab aiuncto, tamquam ab uno numero. Verbi gratia: sint 10 diuisa ia 5, et 5, et addantur eis duo; multiplicatio quidem

de 2 in 10, et in 2, hoc est in 12, scilicet 24 cum quadrato de 5, scilicet cum 25, equatur quadrato de 5 et 2, hoc est de 7; qui quadratus est 49. Ad has quidem ultimas duas diffinitiones reducuntur omnes questionestiones (*sic*), que sunt in aliebra almuchabala, scilicet in libro contemptionis, et solidationis: denique, his terminatis, hoc capitulum in quinque partes diuidatur. Quarum prima sit de innentione radicum; secunda de multiplicacione earum inter se, et bino muiorum (*sic*). Tercia de additione eorumdem. Quarta de ipsorum extractione ad inuicem. Quinta de diuisione radicum, et binomiorum.

Incipit pars prima quarti decimi capituli.

Cvm itaque de inuentione radicum tractare opporteat, dicendum est primum, quid sit radix. Radix quidem cuiuslibet numeri est numerus qui, cum in se multiplicatur, facit ipsum numerum, ut 3, que sunt radix de 9. Et 6 de 36; quia ter tria faciunt 9, et sexcies 6 faciunt 36. Nam quidem numeri habent radices, et uocatur (*sic*) quadrati; et quidam non; quorum radices, que surde dicuntur, cum inpossibile sit eas in numeris inuenire, qualiter in quantum plus possumus ferre, ad ipsas radices uenire demonstrauimus: ponatur, quod uolumus iuuenire radicem de 10. Inuenias quidem integrum (*sic*) maiorem radicem in 10, que inueniri potest; eritque 3, que sunt radix de 9; que 9 extrahe de 10, remanet 1; quod 1 diuide per duplicatam radicem inuentam, scilicet per 6, exibit $\frac{1}{6}$; quam adde cum 3 inuentis, erunt $\frac{1}{6}3$, que sunt parum amplius radice de 10; quia multiplicata $\frac{1}{6}$ 3 in se ipsa, faciunt $\frac{1}{36}$, plus deceuario numero. Vnde si propius ad radicem de 10 uenire uolueris, diuide ipsam $\frac{1}{36}$ per duplum de $\frac{1}{6}$ 3, ueniet $\frac{1}{228}$; quam abiceude (*sic*) $\frac{1}{6}3$, et habebis propositum. Et notandum, quod radix numerorum unius figure, uel duarum est numerus unius figure. Trium uero, et quatuor figurarum radix est numeri duarum figurarum. Quinque uero, et sex figurarum radix est numerus trium figurarum; et sic, addendo unam figuram, uel duas numeris, additur figura una in eorum radicibus. Secundum uero geometriam, non numero, sed mensura, radix cuiuslibet numeri inuenitur; et est iste inueniendi modus. Inueniantur duo numeri, qui insimul multiplicati faciant. Numerum (*sic*), cui radicem inuenire uis, ut dicamus 10; erunt illi duo numeri 2, et 5; quos adde insimul, erunt 7; ex quorum mensura ordinabis lineam; sitque *.a.b.c.*, uidelicet *a.b.* duarum ulnarum, et *.b.c.* quinque ulnarum; eritque tota linea *.a.c.* 7 ulnarum; quam lineam diuides in duo equalia, secundum punctum *.d.*; in punctis *.a.c.* semi circulum circinabis *.a.e.c.*; et a puncto *.b.*, secundum rectum angulum, linea protraatur usque aperti feriam (*sic*); sitque *.b.e.*, que est radix de 10, ut in geometria aperte monstratur. |

« inueniendi .... semi circulum » (fol. 158 *verso*, lin. 32 e 33 — 37 e 38; pag 353, lin. 26 31)



Nam si, secundum abaci materiam, radicem de 743 reperire uolueris, iuuenias maiorem radicem, quam 743 habent in integrum; que secundum hanc artem sic inuenitur: scilicet cum 743 sit numerus trium figurarum, simus (*sic*), quod radix ipsius est numerus duarum figurarum. Vnde ultimus gradus radicis ipsis (*sic*) incipiendus est sub secundo gradu, scilicet sub 4; sub quibus 4 pones bis maiorem radicem, quam 7 habeat in integrum, scilicet ultima figura de 743, erit illa figura 2; qua posita bis sub 4, multiplicabis unum binarium per alium, erunt 4; que extrahe de 7, remanent 3; que 3 pone super 7, ut in hac prima descriptione ostenditur; et copulabis ipsa 3 cum antecedente figura, scilicet cum 4, facient 34; pro quibus pones bis talem figuram ante positos, scilicet sub primo gradu de 743; que cum multiplicata fuerit per duplum binarij, et de 34

fol. 159 *recto*.

« Nam si .... descriptione » (fol. 159 *recto*, lin. 1-7 e 8; pag. 353, lin. 34 41).

3
743
2

« fuerit, remaneat . . . . figura » (fol. 159 *recto*, lin. 11-16; pag. 354, lin. 1-7).

3	6	14
7	4	3
	2	7
	2	7

suprascriptis ipsa multiplicatio extracta fuerit, remaneat inde numerus, qui cum copulatus fuerit cum prima figura de 743, scilicet cum 3, possis inde extrahere multiplicationem posite figure sub primo gradu in se ipsa; et non remaneat inde numerus, qui excedat iduplum (*sic*) tocius radicis inuente; eritque illa figura 7; que 7 bis positis sub 3, multiplica superiora 7 per inferiorem binarium, et inferiora 7 per superiorem binarium; sic habebis 28: quibus extractis de 34, remanent 6; que pone super 4 de 34; et copulabis ea cum antecedente figura, scilicet cum 3, erunt 83; de quibus extrahe multiplicationem de 7 in 7, scilicet 49, remanent 14; et sic habebis 27 pro radice de 743, remanent 14, ut in hac ultima descriptione ostenditur: que 14 diuide per duplum de 27; uel dimidium de 14, scilicet 7, diuide per 27, exibunt $\frac{7}{27}$: quas adde cum 27 inuenta, erunt $\frac{7}{27}$ 27 pro radice de 743 : ad quam radicem, si amplius apropinquare uolueris, facies secundum quod superius demonstrauimus.

Inuentio Radicis de 8754.

« et extrahe ... multiplicationem » (fol. 159 *recto*, lin. 27-33 e 35; pag. 354, lin. 18-26).

	6	11	105
8	7	5	4
		9	3
		9	3

Item si radicem de 8754 inuenire uolueris, que cum sint numerus quattuor figurarum, simus (*sic*) similiter, quod radix illorum est numerus duarum figurarum: quare pone sub secundo gradu ipsius numeri, scilicet sub 5, maiorem radicem, quam 87 habeat, scilicet numerus duarum ultimarum figurarum de 8754; eritque 9, que pone bis sub 5; et multiplica 9 per 9, et extrahe de 87, remanent 6 super 7; quibus copulatis cum antecedente figura, scilicet cum 5, faciunt 65; pro quibus pone ante positos nouenarios bis talem figuram; qua multiplicata per duplum de 9, et extracta ipsa multiplicatione de 65, remaneat numerus, qui cum copulatus fuerit cum figura primi gradus, scilicet cum 4, possis inde extrahere multiplicationem posite figure sub primo gradu in se ipsa; et non remaneat inde plus duplo totius radicis inuente; eritque figura illa 3; qua posita bis sub 4 ante positos nouenarios, multiplicabis in cruce 3 per 9, et 3 per 9, erunt 54; que extrahe de 65, remanent 11, que pone super 65; et copulabis 11 cum 4, que sunt in primo gradu, erunt 114; de quibus extrahe multiplicationem de 3 in 3, scilicet 9, remanebunt 105: ergo radix de 8754 est in integrum 93, et remanent inde 105; que diuide per duplum de 93, exibunt $\frac{35}{62}$; quas adde cum 93 inuentis, erunt $\frac{35}{62}$ 93 pro radice de 8754.

Inuentio radicis 12345.|

fol. 159 *verso*.

« ultimarum .... 1: qua » (fol. 159 *verso*, lin. 3-9; pag. 354, lin. 32-39).

		2	2	24
1	2	3	4	5
		1	1	1
		1	1	1

Rvrsus si radicem cuiuslibet numeri quinque figurarum uis inuenire, ut dicamus de 12345, inuenies quidem supra scripto ordine radicem numeri trium ultimarum figurarum, scilicet de 123; eritque 11, et remanent 2: pone ergo 11 bis sub tercio, et secundo gradu, et remanent 2, que pone super 3; et copulabis ea cum antedente (*sic*) figura, scilicet cum 4, erunt 24; pro quibus pones in primo gradu radicis, scilicet ante posita 11, bis talem figuram, qua in cruce multiplicata per 11, et extracta summa multiplicationis de 24, remaneat numerus, qui copulatus comfuerit com (*sic*) figura primi gradus, scilicet cum 5, ualeas inde extrahere multiplicationem illius figure in se ipsa; et non remaneat plus duplo inuente radicis; eritque 1: qua posita ante utraque 11, multiplicabis eum in cruce per 11, erunt 22; que extrahe de 24, remanent 2 super 4; quibus copulatis cum 5 primi gradus, faciunt 25; de quibus extrahe multiplicationem de 1 superiori et 1 inferiori, remanent 24; et sic habebis numerum trium figurarum, scilicet 111 pro radice de 12345, ut opportet; et remaneant supra ipsam radicem 24;

quorum dimidium, scilicet 12, diuide per 111, exibunt $\frac{4}{37}$; quibus additis cum 111, reddunt $\frac{4}{37}$ 111 pro radice de 12345.

Inuentio radicis de 927435.

Rvrsus si radicem cuiuslibet numeri sex figurarum unde 927435 innenire uis, quorum radix oppertet (*sic*) similiter esse numerum trium figurarum, unde ultimus eius gradus ponendus est sub figura tercii gradus, scilicet sub 4; inuenies itaque radicem numeri quattuor ultimarum figurarum, scilicet de 9274; et hoc facies secundum quod superius in inuentione quattuor figurarum demonstrauimus; eritque radix illius numeri 96, et remanent 58: pones ergo 96 bis sub tercio, et secundo gradu; et 58 pones super 74 de 9274; et copulabis 58 cum antecedente figura, scilicet cum 3, que sunt in secundo gradu, erunt 583; pro quibus pones in primo gradu radicis, scilicet ante 96, bis talem figuram, quia in cruce multiplicata per 96, et extracta summa multiplicationis de 583, remaneat numerus, qui compulatus (*sic*) cum fuerit cum figura primi gradus, scilicet cum 5, ualeas inde extrahere multiplicationem ipsius figure in se ipsa, et non remaneat inde plus duplo radicis inuente; eritque 3; qua posita ante utraque 96, multiplica 3 per 96 in cruce, erunt 576; que extrahe de 583, remanent 7 super 3; quibus copulatis cum 5 primi gradus, faciunt 75; de quibus extracta multiplicatione de 3 in 3, scilicet 9, remanent 66; quorum dimidium, silicet 33, diuide per 963, exibunt $\frac{11}{321}$; et sic habebis $\frac{11}{321}$ 963 pro quesita radice; qua multiplicata in se ipsa, reddunt plus quesito numero quantitatem multiplicationis ruptorum in se ipsis, silicet de $\frac{11}{321}$. Quare si propius ad radicem de 927435 accedere uis, multiplica $\frac{11}{321}$ in se; et quod prouenerit diuide per duplum de $\frac{11}{321}$ 963; et quod exerit (*sic*) minue de prescriptis: quod idem intelligas de precedentibus, et de omnibus aliis similibus. Est enim alius modus, per quem possumus satis prope ad radices numerorum non quadratorum peruenire, uidelicet ut multiplicemus | eos per aliquem quadratum numerum, et summe radicem inuenias; quam per radicem quadrati diuidas, et habebis propositum.

« remaneat .... accedere » (fol. 159 *verso*, lin. 26 e 27-35, pag. 355, lin. 13-21).

		5	8	7	
0	2	7	4	3	5
			9	6	3
			0	6	3

fol. 160 *recto*.

Uolo inuenire radicem de 7234: multiplicabo quidem ea per 10000, quorum radix est 100; quia quanto per maiorem quadratum multiplico, tanto proprius ad radicem numeri quesiti deuenio: et cum aliquem numerum per 10000 multiplico, quatuor tantum zephira ante ipsum addo, ut oportet. Et sic pro predicta multiplicatione 72340000 habeo: quibus per alium modum radicem inuenire docebo: quia, ut dictum est, radix numeri octo figurarum est numerus quatuor figurarum. Quare pone 6 sub 0 quarti gradus, cum siut radix improprior (*sic*) quam 72, scilicet numerus duarum ulitiarum (*sic*) figurarum habeant in integrum; et multiplica ipsa 8 in se, erunt 64; a quibus usque in 72, remanent 8; que pone super 2; et intellige copulationem earum, que est 83; et duplica 8 posita sub 0, erunt 16; ex quibus pone 6 sub 6, et 1 post ipsa, inuenias figuram, que multiplicata per 16, faciant ferre 83; set remaneat inde numerus, qui copulatus cum fuerit cum 4 sequentis gradus, possit ex ipsa copulatione extrahere quadratum illius figure, scilicet multiplicationem eius in se; et non remaneat tamen plus duplo radicis inuente; eritque illa figura 5; qua posita sub 0 tercii gradus ante 8, multiplica 5 per 1, scilicet per ultimum gradum de 16, erunt 5; que extrahe de 8, que sunt super 2, remanent 3 super 8; quibus copulatis cum 3 sequentibus, faciunt 33; de quibus tolle multiplicationem de 5 in sex, remauebunt 3, scilicet ea, que sunt

« quatuor .... 8, que » (fol. 160 *recto*, lin. 8-16; pag. 355, lin. 32-41).

		3		4				
		6	3	0	5			
	7	2	3	4	0	0	0	0
					8	5	0	5
		prima		1	6			
				1	7	0	0	
				1	7	0	1	0
				1	6			

in sexto gradu: quibus copulatis cum 4 sequentibus, faciunt 34; de quibus abice quadratum quinarii, scilicet 25, remanent 9 super 4: et duplica etiam ipsa 5, erunt 10; de quibus pone 0 sub ipsis 5, et 1 adde cum 6, que sunt sub 8; et sic habebis 170 pro duplo de 85: deinde ponendum est 0 sub 0 secundi gradus ante posita 85; quia multiplicatio secundi gradus in quintum, scilicet in 1, facit sextum gradum; quod locum non habet, cum ultima figura remanentis numeri, scilicet 9, sit tantum in quinto gradu: quo 0 posito, duplica ipsum, faciet 0, quod pone sub ipso, scilicet ante 170, et habebis 1700 pro duplo radicis inuente, in quibus multiplicanda est ponenda figura. Quare pone 5 sub 0 primi gradus, et multiplica ea per 1, et extrahe de 9, remanent 4 super ipsa; et 5 per 7, et extrahe de 40, remanent 5 super 0 quarti gradus; et 5 per 0, quod est sub 5, et extrahe de 50, remanent 50; et 5 per 0, quod est sub 0 in numero de 1700, et extrahe de 500, remanent 500 terminantia super secundum gradum; et multiplica 5 in se, et extrahe de 5000, remanent 4975 super 5000; et duplica 5, eam uidelicet, que sunt in primo gradu radicis inuente, erunt 10; de quibus pone 0 sub ipsis 5, et 1 pone post ipsum, delens 0, quod est in ponendo loco; et sic habebis 17010 pro duplo radicis inuente, ut in tercia patet descriptione; et radix est 8505, et remanent 4975. Que si probare uolueris; pensam de 72340000 serua, que est 5, per septenarium; et pensande (*sic*) 8505, que est 0, in se multiplica, proueniat 0; quod adde cum pensa de 4975, que est 5, faciunt 5, ut pro pensa seruasti: quibus per ordinem gestis, diuide 4975 per 17010, ueniet circa quartam; et sic pro radice de 72340000 habes $\frac{1}{4}$ 8505; que diuide per 100, exibunt $\frac{1}{400}$ $\frac{9}{20085}$ pro radice de 7234. Et | nota, cum multitudo figurarum alicuius numeri est inpar, tunc incipies inuentionem radicis ipsius a radice ultime figure tantum; et in reliquis procedes, ut dictum est.

gradus in ... extrahe de 9 (fol. 160 recto, lin. 23-29; pag. 356, lin. 5-12).

	3		4	4			
	8		9	5	9	7	5
7	2	3	4	0	0	0	0
				8	5	0	5
				1	7	0	0

5000 remanent ... 7234. Et (fol. 160 recto, lin. 31-39, pag. 356, lin. 13-20).

3 44
8 95975
72340000
8505
17010

fol. 160 verso.

Incipit pars secunda quartidecimi capituli
de multiplicatione radicuum, et de binomiorum (sic).

Ostensa siquidem doctrina in reperiendis radicibus numerorum, ut que secuntur in hoc capitulo latius secundum numerum demonstrentur, diffinitiones duarum linearum rationtinatarum(*sic*), super quas decimus euclidis liber geometrie tractat, assignare dissposui(*sic*). Prima quidem linea dicitur riti, hoc est ratiocinata longitudine, et potentia; per quam intelliguntur numeri ratiocinati, ut 1, et 2, et 3, et ceteri. Qui quando sunt radices, est eorum potentias (*sic*) similiter ratiocinatu; quia ex multiplicatione cuiuslibet numeri in se, numerum prouenire necesse est. Secunda uero dicitur riti potentia solum; per quam intelligitur radis numeri non quadrati; que radix dicitur surda, cum numerari non possit; sed eius potentia numeratur. Ex tredencim (*sic*) autem lineis inratiocinatis prima est sinplex, que uocatur media, cuius potentia est inratiocinata, que uocatur superficies media. Ideo quia media in proportione inter duas superficies potentia solum commensurabiles: per hanc quidem lineam intelligitur radix radicis numeri, cuius potentia est radix numeri tantum non quadrati: sunt et omnes radices numerorum non quadratorum medie inter duos numeros dissimiles, hoc est qui non habent proportionem inter se, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum: ut si unus numerorum fuerit 10, et alter 12, medius inter eos cadit radix de 120; quia sicut 10 est ad radicem de 120, ita radix de 120 est ad 12; cum ex multiplicatione primi in tercium surgat multiplicatio secundi in se. Ex reliquis duodecim lineis sex sunt radices numerorum compositorum ex duobus

nominibus. Ex sex relique sunt radices decompositorum eorumdem nominum. Numeri
autem, qui sunt ex duobus nominibus, diuiduntur in sex partes, ex quibus. Primum 1
binomium est coniunctum ex numero, et radice; et potentia numeri superhabundat
potentiam radicis, secundum quantitatem alicuius quadrati numeri: ut si primum nomen
fuerit 4; secundum radix de 7: sunt enim 16 potentia de 4, que addunt 9 super 7.
Secundum quoque binomium compositum ex radice, et numero; et est potentia radicis 2
addens numerum sibi similem super potentia minoris nominis, scilicet super potentiam
numeri. Vt si maius nomen fuerit radix de 112, et minus nomen fuerit 7: nam radix
de 112 potest 63 super 49; qui numerus 63 est similis de 112, cum eorum proportio
sit sicut quadratus numerus 16 ad quadratum numerum 9: tercium autem binomium 3
est coniunctum ex duabus radicibus potentia solum commensurabilibus, hoc est, quod
quadrati ipsarum non habent proportionem inter se, sicut quadratus numerus ad qua-
dratum numerum. Et maius nomen potest plus minore, secundum quantitatem numeri
consimilis ipsius nominis potentia: ut si maius nomen fuerit radix de 112, minus ex
84; ex quibus duobus nominibus 112 addunt 28 super 84; quorum proportio, scilicet
de 112 ad 28, est sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Quartum quidem 4
binomium est ex nominibus primi; sed maius nomen, scilicet numerus, non potest nu-
merum quadratum super minus nomen, ut 4, et radix de 10. Nam 16, scilicet qua-
dratus de 4, addet 6, scilicet numerum non quadratum super 10: quintum siquidem 5
binomium est compositum ex nominibus binomii secundi; sed quadratus radicis addit
numerum sibi dissimilem super quadratum numeri. Vt si primum nomen | fuerit radix fol. 161 *recto.*
de 20; secundum sit 3. Nam super 20 habundant 11 quadratum ternarii; et proportio
20 ad 11 non est sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Sextum quidem
binomium est ex nominibus tercii. Sed quadratum maioris numeros (*sic*) potest numerum
sibi dissimilem super quadratum maioris. Vt radix de 20 et radix de 8. Nam 20 addunt
12 super 8; et proporcio de 20 ad 12 non est sicut quadratus numerus ad quadratum
numerum.

Paimi quidem binomium (*sic*) radix est unum ex supra scriptis sex binomiis; quia quando aliquod binomium multiplicatur in se, surgit binomium primum. Secundi quippe binomii radix est linea composita ex duabus medialibus lineis, potentia solum commensurabilibus, hoc est compositum ex duabus radicibus radicis in eorum potentia solum communicantes. Ex quibus etiam, cum una multiplicatur in aliam, prouenit numerus rationatus. Vt radix radicis trium, et radix radicis de 27. Tercii quoque binomii radix est linea, que dicitur bimedialis, siue ex duobus mediis secunda; per quam intelligitur coniunctum ex duabus radicibus radiciis (*sic*) in earum potentiis tantum communicantibus; ex quibus, cum una multiplicatur in aliam, prouenit medium, scilicet radix numeri non quadrati. Quarti quippe binomimium (*sic*) radix est linea, que dicitur maior, hoc est compositum ex duobus numeris inrationatis potentia incommensurabilibus; quorum quadrati insimul iunguntur, faciunt numerum ratiocinatum. Et ex multiplicatione hunius (*sic*) in alium surgit radix numeri ratiocinati. Vt si prima fuerit radix de 4, et ex radice de 13; et alia fuerit radix de 4, minus radice de 13. Quinti autem binomii radix est linea, que dicitur riton, et medium propotens, siue potens super ratiocinatum, et inratiocinatum numerum, que componitur ex duabus lineis, potentia incommensurabilibus; quarum qua-

drati insimul iuncti faciunt radicem numeri; et ex multiplicatione unius in aliam prouenit numerus ratiociuatus. Vt si prima fuerit radix radicis de 20, et ex 2; et alia fuerit radix de 20, minus 2. Sexti autem binomii radix est linea, que dicitur duo media potens, siue potens super duos inratiociuatos numeros, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus; quarum quadrati insimul iuncti faciunt radicem numeri; et ex multiplicatione unius in aliam surgit similiter radix nnmeri non quadrati: ut si prima fuerit radis (*sic*) radicis de 24, et de radice de 7; alia fiat radix radicis de 24, minus radice de 7. Numeri autem, qui sunt decompositi ex predictis nominibus sex binomiorum, uocantur recisi, seu apothami; et sunt illud per ordinem, quod est inter utrumque nomen predictorum sex binomiorum, ut 4, minus radice de 7, que sunt primum recisum; et radix de 112, minus 7, que sunt ex secundo reciso; et radix de 112, minus radice de 84, qui sunt ex tercio reciso; et sic intellige de quarto, et quinto, ex sexto reciso. Nam radix primi recisi est unum ex sex recisis supradictis. Radix uero secundi est recisum bimedialis prime, hoc est radix radicis, minus radice radicis; ex quarum multiplicatione prouenit numerus ratiocinatus: tercii autem radis est recisum bimedialis secundi, hoc est radis radicis, minus radice radicis; ex quarum multiplicatione prouenit numerus inratiocinatus. Quarti quoque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas, que sunt potentia incommensurabiles; ex quibus

fol. 161 *verso*.

componitur linea maior. | Quiuti itaque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter nuas (*sic*) lineas potentia inquomensarabiles (*sic*), ex quibus componitur linea potentes super ratiocinatum cum et inratiocinatum. Sexti nanque recisi radis est, que constat ex residuo, quod est inter duas lincas poteutia incommensorabiles; ex quibus componitur linea potens super inratiocinatum, et in ratiociuatum: his itaque per ordinem terminatis, qualiter hec multiplicari inter se, addi, uel extrahi, seu diuidi debeant, ordinare demonstrato (*sic*).

Pars secunda de multipricatione radicum in radicibus et numeris.

Si uis multiplicare radicem surdam, uel ratiocinatam alicuius numeri per radicem surdam alterius, multiplica unum ex ipsis numeris per alium; et quot prouenerit, erit quadratus summe multiplicationis ipsarum radicum. Verbi gratia: uis multiplicare radicem de 10 per radicem de 20, multiplica 10 per 20, erunt 200; quorum radix est summa multiplicationis quesite. Verbi gratia: sit .*a*. radix de 10, et .*b*. de 20; et adiaceat .*g*. equalis .*a*., et .*d*. equalis .*b*.: ergo .*g*. est radix de 10, et .*d*. de 20: ergo cum multiplico .*g*. in .*a*., hoc est .*a*. in se, ueniunt 10; et cum multiplico .*d*. in .*b*., hoc est .*b*. in se, faciunt 20: ergo cum multiplico 10 per 20, tunc multiplico factum ex .*g.a*. in factum ex .*d.b*.; ergo multiplicatio facti ex .*g.a*. in factum ex .*d.b*. est 200. Sed multiplicationi facti ex .*g.a*. in factum ex .*d.b*. equatur multiplicatio facti ex .*a.b*. in factum ex .*g.d*.: ergo multiplicatio facti ex .*a.b*. in factum ex .*g.d*. est 200. Sed factus ex .*a*. in .*b*. equatur facto ex .*g*. in .*d*.; ergo multiplicatio facti ex .*a*. in .*b*. per factum ex .*g*. in .*d*. equatur multiplicationi facti ex .*a*. *b*. in se: ergo multiplicatio facti ex .*a*. in .*b*. in se, facit 200. Quare factus ex .*a*. in .*b*., silicet ex radice de 10 in radice 20, est radis ducentorum; quod opportebat ostendere.

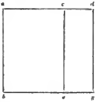
« multiplicationis .... ex .*g*. in .*d*. » (fol. 161 *verso*, lin. 11 a 12-18; pag. 358, lin. 31-38).

10	20
a	*b*
g	*d*

Item si uis multiplicare radicem de 30 per radicem de 40, multiplica 30 per 40,

erunt 1200; quorum radix, que est surda, hoc est inratiocinata, est summa quesite multiplicationis. Et nota, cum nomeri (*sic*), quorum radices mnltiplicas, sunt consimiles, hoc est quod habent proportionem inter se, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; tunc ex eorum multiplicatione prouenit numerus ratiocinatus. Verbi gratia: uis multiplicare radicem de 40 per radicem de 90, multiplica 40 per 90, erunt 3600; quurum radix est 60, in quibus multiplicatio ascendit, prescripta sunt 60 media in proportione inter 40, et quia (*sic*) 90; quia sicut 40 sunt ad 60, ita 60 ad 90; et couuerso sicut 90 ad 60, ita 60 ad 40; et hoc est quod euclides ostendit, cum dixit: inter duos numeros similes unum intercidere nnmerum. Et si uis habere notitiam cognoscendi numeros consimiles, diuide utrumque ipsorum per maiorem communitatem, quam habent; ex qua diuisione, si prouenerint numeri quadrati, tunc similes erunt. Vel cum diuidetur unns per alium similem, ex ipsa diuissione prouenit semper numerus quadratus: sunt enim 10 comunis mensura, et maxima de 40, et 90; que si diuidantur per 10, ueniunt 4, et 9; qui numeri sunt quadrati. Vel si diuiserimus 40 per 90, ueniunt $\frac{1}{4}$ 2; qui numerus est quadratus, cuius radix est $\frac{1}{2}$ 1; que reperitur sic: fac quartas $\frac{1}{4}$ 2, erunt $\frac{9}{4}$; ex quibus accipe radices, et habebis 3, et 2; que 3 diuisis per 2, reddunt $\frac{1}{2}$ 1. Similiter, si diuiseris 40 per 90, uenient $\frac{4}{9}$, que etiam quadrate sunt; et est eorum radis $\frac{2}{3}$ propter 2, que sunt radix de 4, et propter 3, que sunt radix de 9. Et si uis multiplicare tres | radices de 10 in quattuor radices de 20, rediges hec ad multiplicationem fol. 162 *recto*.
radicis hunius (*sic*) numeri in radice alterius, hoc modo: pro tribus radicibus de 10 multiplica quadratum ternarii, scilicet 9, per 10, erunt 90; quorum radix equatur tribus radicibus de 10. Eodenque modo, multiplicato quadrato de 4, scilicet 16, in 20, reddet radicende (*sic*) 320 pro quartuor (*sic*) radicibus de 20. Quare si ex multiplicatione de 90 in 320 radicem acceperis, scilicet de 28800, habebis utique mnltiplicationem trium radicum de 100 in quatuor radices de 20. Nam si ad oculum deprehendere uis, quomodo quatuor radices de 20 sunt radix de 320, adiaceat quadri laterum recti angulum, et equilaterum .*a.b.g.d.*, cuius area sit ulnarum 20. Quare quodlibet latus ipsius est radix de 20; que radix, cum sit plus quaternario, accipiatur in rectam .*b.g.* punctus .*e.*; et sit recta .*b.e.* quatuor ulnarum, cui equalis sit recta .*a.c.*; et copuletur recta .*e.c.* Superficies ergo .*a.b.e c.* constat ex quatuor radicibus de 20; cuius superficiei area colligi ex ductu .*a.b.*: est enim .*a.b.* radix de 20, et *b.e.* est radix de 16: quare area superficiei .*a.b.e.c.* colligitur ex ducta radice de 20 in radicem de 16; ex qua multiplicatione prouenit radix de 320, ut predixi. Ex hoc enim poteris habere doctrinam reducendi plures radices unius numeri ad radicem unam. Vt si uis redigere sex radices de 20 ad radicem unam, multiplica quadratum de 6, scilicet 36, in 20, perueniunt 720, quorum radix est id quod queritur. Et si uis multiplicare aliquem numerum per radicem alicuius numeri; quod unitates erunt in ipso numero, tot radices equales eidem radici, in quem numerum multiplicare uis, ex ipsa multiplicatione prouenient. Verbi gratia: si uis multiplicare 6 in radicem de 20, nimirum sex radices de 20 prouenient, que sunt radix de 720, ut predixi. Ergo ex multiplicacione de 6 in radicem de 20 surgit radix de 720; et sic studeas facere in similibus.

« equilaterum .... plures » (fol. 162 *recto*, lin. 8-15; pag. 359, lin. 26-34).



De multiplicatione radicis in radicem radicis.

Si vis multiplicare radicem radicis alicuius numeri per radicem radicis alterius,

multiplica unum ex ipsis numeris in alium; et eius quod prouenerit, radicem radicis accipe, et habebis summam quesite multiplicationis. Et nota; quia quando multiplicatur radis radicis numeri per radicem radicis, tunc ex ipsa multiplicacione prouenit numerus, aut radix numeri, siue radix radicis numeri. Verbi gratia: multiplicas radicem radicis trium per radicem radicis de 27, prouenit radix radicis de 81, que surgunt ex ductis 3 in 27. Nam radix 81 est 9; quorum radix, scilicet 3, est summa quessite multiplicationis. Similiter si multiplicas radices radicis de 96 per radicem radicis de 216, prouenit numerus ratiocinatus; quia ex ductis 96 in 216 surgunt 20736, quorum radix est 144; quorum radix, scilicet de 144, est 12, que sunt summa quesite multiplicationis. Ex multiplicatione quidem radicis radicis duorum in radicem radicis de 18 prouenit radix numeri; quia ex ductis 2 in 18 proueniunt 36; quorum radix, que est 6, carens radice: ergo ex dicta multiplicatione surgit radix de 6. Similiter ex multiplicata radice radicis 8 in radicem radicis de 18 prouenit radix de 12; quia ex ductis 8 in 18 prouenit 144, qui numerus est quadratus, cuius radix est 12; quorum radix, que est surda, est | summa quesita, ut predixi. Item si multiplicas radicem radicis 10 per radicem radicis 12, prouenit ipsa multiplicatione radix radicis numeri non quadrati, scilicet de 120. Similiter ex multiplicatione radicis radicis 20 in radicem radicis 30 surgit radix radicis de 600.

Fol. 162 *verso*.

De inuentione duarum Radicum radicis, que in simul multiplicate faciant riton datum.

Si uis inuenire duas radices radicis numeri non quadrati, numerum datum continentes, hoc est quod ex earum multiplicatione ad inuicem proueniat aliquid datus numerus. Sit numerus datus .*a*., quo in se multiplicato, faciat numerum .*b*.; quo etiam in se ducto, faciat numerum .*g*. Quare numerus .*a*. est radix radicis numeri .*g*.: est alius numerus non quadratus quislibet .*d*.; et diuidatur .*g*. per .*d*., et proueniat numerus .*e*. Quoniam diuissus est numerus .*g*. per numerum .*d*., et ex diuissione prouenit numerus .*e*.; si multiplicetur .*d*. per .*e*., nimirum proueniet .*g*., cuius radix radicis est numerus .*a*.: sed ex radice radicis numeri .*d*. per multiplicata per radicem radicis numeri .*e*. prouenit radix radicis facti ex .*d*. in .*e*. Sed factus ex .*d*. in .*e*. est numerus .*g*., cuius radix radicis est numerus .*a*. Ergo inuente sunt due radices radicum numerorum non quadratorum, que continent numerum datum .*a*. Non est (*sic*) numerus .*e*. est quadratus, cum numerus .*d*. non sit quadratus; et ex .*d*.*e*. in .*e*. proueniat numerus quadratus .*g*. Vnde proportio .*g*. ad .*e*. non est sicut proportio quadrati numeri ad quadratum numerum. Et ut hoc in numeris ostendatur, numerus .*a*. sit 12. Quare numerus .*b*. erit 144, et numerus .*g*. erit 20736; et numerus .*d*. sit 96; et diuidantur 20736 per 96, prouenient 216 pro numero .*e*. Ex radice ergo radicis de 96 ducta in radicem radicis de 216 prouenit numerus .*a*. datus.

« datum .*a*. . . . numerus .*b*. » (fol. 162 *verso*, lin. 14-16; pag. « 360, lin. 30 34).

	12	144	20736
numerus datus	*a*	*b*	*g*
	96	216	
alius numerus	*d*	*e*	

Et si uis reperire duas radices radicis duorum numerorum non quadratorum, ex quarum multiplicatione proueniat radix alicuius numeri non quadrati, ut radix de 10, multiplica 10 in se, erunt 100; et adiaceat numerus aliquis non quadratus; sitque 5, in quibus diuidatur 100, uenient 20. Quare ex ductis 5 in 20 faciunt 100, scilicet quadratum de 10: ergo si multiplicas radicem de 5 in radicem de 20, faciunt radicem de 100, scilicet 10. Eodenque modo si multiplicas radicem radicis de 5 in radicem radicis de 20, proueniet radix radicis 100, hoc est radix de 10; et hoc querebamus.

De multiplicatione radicis radici in radicem numeri.

Item si uis multiplicare radicem radicis de 20 in radicem de 10, multiplica quadratum de 10, scilicet 100 per 20, erunt 2000, quorum radix radicis est summa dicte multiplicationis. Quia radix de 10 est radis radicis de 100. Et si uis multiplicare radicem radicis alicuius numeri per aliquem numerum, ut radicem radicis de 12 per 7, multiplica quadratum quadrati de 7, scilicet 2401 per 12, erunt 28812, quorum radix radicis est id quod queritur.

Explicit pars secunda. Incipit tercia de acdictione et extractione radicum inter se, et reliquorum duorum simplicium numerorum.

Si vis addere numerum cum radice surda, scilicet cum radice numeri non quadrati, uel radicem cum numero, ex hoc aliud preter binomium euenire non posse demoustrabo: sit itaque numerus linea .*a.b.*, et .*b.c* sit radix; quare tota .*a.c.* est summa iunctionis eorum. Et quia linea .*a.c.* diuisa est in duo in punctum .*b.* Erunt duo quadrati linearum .*a.b.* et *b.c.* cum duplo multiplicationis .*a.b.* in *b.c.* equales quadrato tocius linee .*a.c.*: est enim numerus uterque quadratorum linearum .*a.b.* et .*b.c.* Quare ex eorum adictione prouenit numerus; sed ex ductu dupli .*a.b.* in .*b.c.* proueniunt ra|dices equales radici .*b.c.*, secundum uuitates, que sunt in duplo. Numeri .*a.b.* Quare ipse radices erunt una radix tantum alicuius numeri non quadrati. Quia proporcio quadrati linee .*a.b.* ad quadratum linee .*b.c.* non est sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Ergo ex multiplicatione linee .*a.c.* prouenit binomium; quod etiam demonstrabo in sequentibus esse binomium primum. Quare linea .*a.c.* est radix alicuius binomii. Costantis ex numero et radice. Et ut hec apertius demonstrentur, .*a.b.* sit 4, et .*b.c.* sit radix de 7; et addantur quadrati linearum .*a.b.* et .*b.c.*, scilicet 16 cum 7, erunt 23; et accipiatur duplum multiplicationis .*a.b.* in .*b.c.*, prouenient octo radices de 7, que sunt una radix de 448, que proueniunt ex quadrato octonarij ducto in 7. Ergo si ducatur coniunctum de 4, et radice de 7 in se, ueniunt 23, et radix de 448. Quare radix eorum est 4, et radix de 7. Vnde 4, et radix de 7 non potest aliter agregari, nisi ut accipiatur radix de 448 quam propius potest, et addatur cum 23; et eius quod prouenerit accipiatur radix; uel accipiatur radix de 7, et addatur cum 4, et habebis id, quod in numeris ex ipsia (*sic*) coniunctione haberi potest. Verbi gratia: radix de 448 est parum minus de $\frac{1}{6}$ 21; quibus additis cum 23, faciunt fere $\frac{1}{6}$ 44; quorum radix est parum minus de $\frac{2}{3}$ 6: uel quia radix de 7 est parum minus de $\frac{2}{3}$ 2, si addantur cum 4, uenient similiter parum minus de $\frac{2}{3}$ 6 pro addictione 4 cum radice de 7. Et nota: cum uis multiplicare aliquod binomium, cuius nomina sint ex numero et radice, tunc facies sicut fecimus modo ex 4, et radice de 7; que multiplicata in se, faciunt 23, et radicem de 448. Nec etiam possunt agregari simul radices numerorum non habentium proportionem, ut quadratus numerus ad quadratum numerum. Exempli causa: sit una ex radicibus, quas agregare uis linee .*d.e.*, et alia sit .*e.z.*, quarum quadrati non sint proporcionales, ut quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare tota .*d.z.* erit ex duobus nominibus tercia, uel sexta. Et quia linea .*d.z.* diuisa est in duo super .*e.*, duo quadrati linearum .*d.e.* et .*e.z.* cum duplo .*d.e.* in .*e.z.* equatur quadrato tocius linee .*d.z.* Nam ex coniuncto quadratorum lineorum (*sic*) .*d.e.*, et .*e.z.* prouenit numerus. Sed ex duplo .*d.e.*

« quadrata .... .a.b. et .b.c. » (fol. 162 *verso*, lin. 37 e 38; pag. 361, lin. 44 e 45).



fol. 163 *recto*.

« quadrati .... quadrato » (fol. 163 *recto*, lin. 25; pag. 361, lin. 41 42).

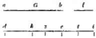


in .*e.z.* prouenit radix numeri. Ergo ex ducto .*d.z.* in se prouenit numerus, et radix numeri. Quare coniunctum ex radicibus .*d.e.*, et .*e.z.*, silicet .*d.z.*, est radix numeri, et radicis. Et ut hec in numeris demonstrentur. Sit .*d.e.* radix de 12, et .*e.z.* sit radix de 10; quorum quadrati insimul iuncti faciunt 22; et ex duplo multiplicationis radicis de 12 in radice de 10 proueniunt due radices de 120, hoc est una radix de 480: ergo ex multiplicatione radicum de 12, et de 10 proueniunt 22, et radix de 480, cuius binomii radix est coniunctum ipsarum radicum. Vnde pulcrius sonat dicere radice de 12, et radicem de 10, quam radicem de 22, et ex radice de 480.

Demonstrabo itaque quo modo ex quolibet binomio ducto in se proueniat binomium primum: sit quoduis binomium linea .*a.b.*; cuius maius nomen sit .*a.g.* Cuius quadratus sit numerus .*d.z.*; et quadratus quod est ex .*g.b.* sit numerus .*z.e.*; et ex duplo .*a.g.* in .*g.b.* proueniat radix .*e.I.*; dico quod tota .*d.I.* est binomium primum. Quoniam | ex duplo .*a.g.* in .*b.g.* prouenit .*e.i.*; ergo ex .*a.g.* in .*b.g.* prouenit medietas ex .*e.I.*; que medietas sit .*e.t.*, et diuidatur numerus .*d.e.* in duo equa super punctum .*k.*, qui punctus cadit iater .*d.z.* cum sit quadratus maioris nominis binomii .*a.g.b.*: demonstrandum itaque est primnm, quod dimidium quadratorum quantitatum .*a.g.* et .*g.b.* superhabundant multiplicationi ex .*a.g.* in .*b.g.*: quoniam .*a.g.* magis est quantitati .*g.b.*; adiaceat quantitas .*l.* equalis quantitati, in qua .*a.g.* super habundat .*g.b.*; erunt ergo .*g.b.*, et .*l.* equales numero .*a.g.*: ex ductu quidem .*a.g.* in se prouenit id, quod ex ductu .*a.g.* in .*g.b.l.* Quare quadratus numeri .*a.G.* super habundat multiplicationem ex .*a.G.* in .*b.g.* in multiplicatione ex .*a.G.* in .*l.g.*, hoc est in .*g.b.l.* Sed quadratus qui fit ex .*b.g.* super habundatur a superficie, que fit ex .*g.b.* in .*g.a.*, hoc est in .*g.b.l.*, secundum id, quod fit ex ductu .*g.b.* in .*l.*: plus ergo super habundat quadratus, qui fit ex .*a.g.* superficiem, que est ex .*a.g.* in .*g.b.*, quam ipsa superficies super habundet quadratum, qui fit ex .*g.b.* Quare duo quadrati linearum .*a.g.*, et .*g.b.*, silicet numerus .*d.e.* superhabundant duplum superficiei .*a.g.* in .*g.b.*, silicet quantitatem .*e.i.* Quare medietas numeri .*d.e.*, silicet .*d.k.*, super habundat dimidium ex .*e.I.*, silicet quantitatem .*e.t.*; quod oportebat demonstrare. Et quia ex ductu .*a.g.* in ·*b·g*· prouenit ·*e·t*· Ergo ex ductu quadrati, qui fit ab ·*a·g*·, in quadratum qui fit ab .*g.b*·, silicet ex numero ·*d·z*· in ·*z·e*·, prouenit similiter quadratus, qui fit a radice ·*e·t*· Et quoniam numerus ratiocinatus ·*d·e*· diuisus est in duo equalia super punctum ·*k*·, et in totidem inequalia super punctum ·*z*·, erit multiplicatio numeri ·*d·z*· in numerum ·*z·e*· cum quadrato numeri rationati ·*k·z*·, equalis quadrato numeri ·*d·k*· Est enim numerus ·*d·k*· medietas numeri ·*d·e*·: quare quadruplum multiplicationis ·*d·z*· in ·*z·e*·, silicet quadruplum quadrati, qui fit a radice ·*e·t*· cum quadruplo quadrati, qui fit a numero ·*k·z*·, equatur quadruplo multiplicationis ·*d·k*· in se: sed quadruplum multiplicationis ·*d·k*· in se equatur mnltiplicationi numeri ·*d·e*· in se. Similiter et quadruplum quadrati, qui fit ab ·*e·t*·, equatur quadrato, qui fit a tota radice ·*e·I*· Ergo quadratus qui fit ab ·*e·I*· cum quadruplo quadrati, qui fit a numero ·*k·z*·, equatur quadrato, qui fit a numero ·*d·e*· Ergo quadratus, qui fit a numero ·*d·e*·, addit super quadratum, qui fit ab *e·I*·, quadruplum quadrati qui fit a numero ·*k·z*· Sed quadruplum quadrati, qui fit a ·*k·z*·, equatur quadrato, qui fit a duplo numeri ·*k·z*·: est enim numerus ·*k·z*· ratiocinatus; quia cum ex ·*d·z*· ratiocinato aufertur ·*d·k*· ratiocinatus,

fol. 163 verso.

« g. magis ... a.G. superhabundat » (fol. 163 verso, lin. 6-8 e 9; pag. 362, lin. 17-20).



scilicet dimidium ·*d*·*e*· ratiocinati, remanet ·*k*·*z*· ratiocinatus· Quare et duplum eius est ratiocinatus· Ergo quadratus numeri ·*d*·*e*· superhabundat quadratum radicis ·*e*·*i*·, secundum quantitatem numeri quadrati· Quare tota ·*d*·*I*· est binomium primum, quod oportebat ostendere·

De extratione Radicuum (sic).

Si uis extrahere radicem surdam de numero ratiocinato, uel numerum de radice surda, aut radicem de radice, que sint potentia solum commensurabiles, hoc est quod proporcio quadratarum (*sic*) ipsarum non sit ut quadratus numerus ad quadratum numerum; hoc facere non poteris,| ut inde remaneat numerus ratiocinatus· Est enim quadratus residui harum extractionum recisum primum: que si in numeris habere uis, habeatur 4; de quibus si extraas radicem de 7, remanebunt 4, minus radice de 7, que sunt recisum· Quod si in se multiplicare uis, adde quadratum de 4 cum quadrato radicis de 7, erunt 23; de quibus extrahe duplum multiplicationis de 4 in radice de 7, remanebunt 23, minus radice de 448: exempli causa: linea ·*a*·*b*· sit 4, et ·*b*·*g*· sit radix de 7; qua extracta de 4, scilicet ex ·*b*·*a*·, remanet recisum ·*g*·*a*·; quod uolumus in se multiplicare· Quoniam linea ·*a*·*b*· diuisa est in duo super punctum ·*g*·, erunt duo quadrati linearum ·*a*·*b*·, et ·*b*·*g*·; et duplo multiplicationis ·*b*·*g*· in ·*a*·*b*·, equales quadrato linee ·*g*·*a*· Quare si de quadratis linearum ·*a*·*b*· et ·*g*·*b*·, hoc est de 23, auferatur duplum superficiei, que fuerit ex ·*g*·*b*· in ·*a*·*b*·, hoc est radix de 448, remanebunt 23, minus radice 448, pro quadrato recisi ·*g*·*a*·, que sunt recisum primum, cum 23 possunt 81, qui est quadratus numerus super 448· Similiter si uis extrahere 7 ex radice de 112, remanebit tunc radix de 112, minus 7 pro quesito residuo: quod si in se multiplicare uis, adde insimul quadratos predictorum nominum, scilicet 112 et 49, erunt 161; de quibus extrahe multiplicationem duplam de 7 in radice de 112, remanebunt 161, minus radice de 21952· Item si uis extrahere radicem de 10 ex radice de 20, adde 10 cum 20, erunt 30; de quibus extrahe duplum multiplicationis radicis de 10 in radice de 20, remanebunt 30, minus radice octigentorum; de quibus accipe radicem, et habebis quesitum· Vel pro quesito residuo habetur radix de 20, minus radice de 10·



Si autem uis addere radices cum radicibus sibi inuicem commensurabilibus· Vel una de alia extrahere, hoc fieri poterit; et egredietur inde senper radix numeri ratiocinati· Vt si uis adde (*sic*) radicem de 18 cum radice de 32, quorum numerorum proportio est sicut quadratus numerus 9 ad quadratum numerum 16; hoc enim facies per premissam doctrinam, scilicet addes 18 cum 32, erunt 50; et multiplica radicem de 18 per radicem de 32, uenient 24; quorum duplum adde cum 50, erunt 98; quorum radix est summa quesite additionis: aliter radices illorum quadratorum numerorum, quorum proportionem habent 18, et 32, scilicet de 9, et de 16, insimul adderunt 7; que multiplica in se, erunt 49; que multiplica per 2, que proueniunt ex 18 diuisis in 9, uel ex 32 diuisis in 16, erunt 98; quorum radix est summa coniunctionis predicte· Et nota, quia radix duorum prescriptorum sunt comunis mensura radicis de 18, et de 32· Est enim radix binarii ter in radice de 18, et quater in radice de 32· Ergo ponuntur in hac addicione tres radices, et quatur (*sic*) binarii, que sunt in summa septem radices de 2, hoc est una radix de 98· Quare si radicem de 18 de radice 32 extrahere uis, extrahere (*sic*) tres binarij radices ex quatnor radicibus eiusdem, remanebit tantum una radix binarii pro

fol. 164 *recto*.

* remanet ... diuisa » (fol. 164 *recto*, lin. 7 e 8; pag. 363, lin. 15 e 16).

residuo predicte extraccionis· Vel inuenta 48 extrahende (*sic*) 50, remanebunt 2, quorum radix est residuum quesitum·

fol. 164 *verso*. Item si uis addere radicem de 48 cum radice de 108, quorum numerorum proporcio sicut 16 ad 36 ; et est unusquisque antecedens triplus sui consequentis ; quia sicut 48 | tripla sunt de 16, ita 108 sunt tripla de 36: addes ergo radicem de 16 cum radicem (*sic*) 36, scilicet 4, et 6, erunt 10; quorum quadratum multiplica per 3, propter triplicitates predictas, erunt 300; quorum radix est summa predicte iunctionis. Vel adde 108 cum 48, erunt 156; quibus adde multiplicationes radicis de 48 in radice de 1008, scilicet 144, erunt 300; quorum radix est quesitum· Et si uis radicem de 48 extrahere ex radice de 108, extrahere (*sic*) radicem de 16 ex radice de 36, remanebunt 2; quorum quadrato multiplicato per 3, propter triplicitates predictas, faciunt 12; quorum radix est residuum quesite extractionis : uel inuenta 144 extrahende (*sic*) 156 , remanebunt similiter 12; quorum radix est residuum prescripte extractionis, ut predixi·

Et si uis agregare 4 cum radice radicis de 10 secundum uulgarem modum, accipe radicem radicis de 10, que est parum minus de $\frac{4}{5}$ 1, et adde eam cum 4, erunt parum minus de $\frac{4}{5}$ 5: et si $\frac{4}{5}$ 1 extraxeris de 4, habebis residuum, quod est inter 4, et radicem radicis de 10· Que si magistraliter facere uis, multiplica 4, et radicem radicis de 10 in se; quod sic fieri in linea demonstratur: sit ·*a*·*b*· 4, et ·*b*·*c*· sit radix radicis de 10· Erit ergo linea ·*a*·*c*· diuisa in duo· Quare duo quadrati portionum ·*a*·*b*· et ·*b*·*c*· cum duplo ·*a*·*b*· in ·*b*·*c*· faciunt summam quesitam, scilicet quadratum compositi .*a*.*c*. Est enim quadratus porcionis .*a*.*b*. 16, et porcionis .*b*.*c*. est radis de 10, et duplum superficiei .*a*.*b*. in .*b*.*c*. est octo radices radicis de 16; que reddiguntur in una radice radicis de . . . sic: ducuntur octo in se, fiunt 64; quibus in se ductis, faciunt 4096; quibus ductis per 10, faciunt 40960; quorum radix radicis equatur octo radicibus radicis de 10; et sic pro quesita multiplicatione habentur 16, et radix de 10, et radix radicis de 40960. Quare radix eorum trium uominum est additio de 4, et radix radicis de 10 : quam radicem secundum propinquitatem habebis, si addideris 16 cum radice de 16, que est $\frac{1}{6}$ 3 fere, et cum radice radicis de 40960, que est circa $\frac{1}{4}$ 14, erunt 33 et amplius; quorum radix est circa $\frac{4}{5}$ 5, ut superius inuenimus. Et si uis extrahere radicem radicis de 10 de 4. Extrahe radicem radicis de 40960 de 16, et de radice 10, remanebunt 16, et radix de 10, minus radice radicis de 40960, pro summa multiplicationis residui dicte extractionis in se. Quare radix eorum est residuum quesitum; quam radicem accipies sic : adde 16 cum radice de 16, erunt parum minus de $\frac{1}{6}$ 10; de quibus extrahere (*sic*) radicem radicis de 40960, remanebunt $\frac{5}{6}$ 4; quorum radix, que est circa $\frac{4}{5}$ 2, est residuum quesitum, ut per uulgarem modum inuenimus.

Item si uis addere radicem de 12 cum radice radicis de 16 per modum uulgarem, scilicet secundum propinquitatem, radicem de 12, que est circa $\frac{11}{24}$ 3, cum radice radicis de 10, que est circa $\frac{4}{5}$ 1 adde , et habebis summam dicte iunctionis. Et si extraxeris $\frac{4}{5}$ 1 de $\frac{11}{24}$ 3, quod remanebit, erit residuum, in quo radix de 12 excedit radicem radicis de 10. Et si hoc secundum artem habere uis, sit .*d*.*e*. radix de 12, et .*e*.*f*. sit radix radicis de 10. Et accipiantur quadrati porcionum .*d*.*e*. et .*f*., erunt 12 , et radix de 10. Et accipiatur duplum superficiei .*d*.*e*. in | .*e*.*f*., que est radix radicis de 23040, et habebis pro quadrato dicte iunccionis (*sic*) 12, et radicem de 10, et radicem radicis de 23040;

fol. 165 *recto*.

(margin notes:)

a . . . . . *b* . . . . . *c*

d . . . . . *e* . . . . . *f*

a sit radix .... Quare duo *a* (fol. 164 *verso*, lin. 15; pag. 361, lin. 18 e 19)

a et *e f.* sit .... porcionum *a* (fol. 164 *verso*, lin. 38; pag. 361, lin. 40 e 41).

quorum trium nominum radix est addictio quesita. Et si uis radicem radicis de 10 extrahere ex radice de 12, extrahe radicem radicis de 23040 ex 12, et de radice de 10, et habebis pro quadrato quesiti residui 12, et radicem de 10, minus radice radicis de 23040. Verbi gratia: si (*sic*) linea *.i.t.* radix de 12, et *.t.k.* sit radix radicis de 10. Queritur ergo notitia *.k.I.* residui. Quoniam linea *.i.t.* diuisa in duo super *.k.* sic, erunt duo quadrati linearum *.i.t.* et *.t.k.* equales quadrato residui *.k.I.* , et duplo superficiei *.t.k.* in *.t.I.* Quare si de quadratis quantitatum *.i.t.*, et *.t.k.*, silicet ex 12, et ex radice de 10 aufferatur duplum superficiei *.t.k.* in *.I.t.*, silicet radix radicis de 23040 , remanebunt 12, et radix 10, minus radice radicis de 23040, pro quadrato residui *.k.l.*; quod oportebat ostendere.

« habebis .... radicis » (fol. 165 recto, lin. 4, 5 e 6; pag. 365, lin. 3).



Ex addicione quidem radicum radicis cum radicibus radicum quandoque proueniunt radices trium nominum; quandoque duorum secundi, uel tercii binomii: quando numeri mediales sunt incummensurabiles potentia, tunc ex eorum addittione peruenit radix trium nominum, ut in precedentibus contingit. Et quando compositum ex eis facit bimediale primum , tunc ex multiplicatione earum in se prouenit radix, et numerus, scilicet binomium secundum. Et quando compositum ex eis facit bimediale secundum, tunc quadratus earum est binomium tercium, quod est compositum ex duabus radicibus diuersis; et ex recisis predictarum proueniunt quadrati eorumdem nominum. Et ut hec aperte demonstrentur, radicem radicis de 12 addamus cum radice radicis de 10, quorum quadrati sunt radix de 12, et radix de 10; et ex duplo multiplicationis unius in aliam prouenit radix radicis de 1920; quorum trium nominum radix est additio quesita. Et si radix radicis de 10 aufferatur de radice radicis de 12, remanebunt itaque pro quadrato ipsius residui radix de 12, et radix de 10, minus radice radicis de 1920. Item si uis addere radicem radicis de 8 cum radice radicis duorum eorum, quadrati ipsarum radix de 8, et radix de 2 ; que radices cum sint consimiles, agregantur in radice de 18; et ex duplo multiplicationis radicis radicis 8 in radicem radicis 2 proueniunt 4; et sic habemus radicem de 18 , et 4 , que sunt binomium secundum pro quadrato quesite addicionis. Et si radicem radicis duorum ex radice radicis de 8 extraxeris, remanebit radix de 18, minus 4 pro quadrato quesiti residui: quare radix eorum erit residuum. Rursus uis addere radicem radicis de 32 cum radice radicis de 18, multiplica radicem radicis de 32 in se, prouenit radix de 32; et ex radice radicis de 18 ducta in se prouenit radix de 18; quorum quadrati insimilis (*sic*) iuncti faciunt radicem de 98; et ex duplo multiplicationis radicis radicis de 32 in radice radicis de 18 uenit radix de 96; et sic habetur pro quadrato huius additionis radix de 98 , et radix de 96. Et si auferatur radix radicis de 18 ex radice radicis de 32 , remanebit radix de 98, minus radice de 96, pro quadrato quesiti residui. Et nota, cum multe radices radicis unius numeri proponantur, reduc eas ad unam radicem radicis, ut superius feci ex octo radicibus de 10. |

Incipit pars quarta de diuisione de diuisione (sic) *trium sinplicium numerorum inter se.* fol. 165 verso.

Cvm autem uolueris diuidere numerum per radicem, uel radicem per numerum, seu radicem per radicem, diuide quadratum diuidendi per quadratum diuisoris, et habebis quesita. Verbi gratia : uis diuidere 30 per radicem de 10, quadratum diuidendi, scilicet

de 900 diuide per 10, proueniunt 90; quorum radix est id quod exiid (*sic*) ex dicta diuisione. Et si uis diuidere radicem de 10 per 30, dinide 10 per 900, exibit $\frac{1}{90}$ unius integri; cuius radix est id quod queris. Item si uis diuidere radicem de 80 per radicem de 20, proueniet ex hoc numerus ratiocinatus; cum 20 ad 80 habeut proportionem sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Nam ex diuissione de 80 in 20 ueniunt 4; quorum radix, scilicet 2 est id quod exiit ex diuissione: quare ex ductis 2 in radice de 20, radicem de 80 surgere necesse est. Et si uis diuidere decem radices de 20 per quatuor radices de 11, redige ipsas radices ad radicem unius numeri, scilicet quadratum de 10, scilicet 100 multiplica per 20; et quadratum de 4, scilicet 16, multiplica per 11; et sic ueniet radix de 2000 ad diuidendam per radicem de 176; ex qua diuisione prouenit radix de $\frac{4}{11}$ 11. Et si .IIII.^{or} radices 11 uis diuidere per decem radices 20, diuide 176 per 2000, et immictare (*sic*) modum euitationis in hoc, scilicet $\frac{1}{16}$ de 176, scilicet 11, diuide per $\frac{1}{16}$ de 2000, scilicet per 125, exibunt $\frac{11}{125}$; quarum radix est id quod queris.

De diuisione numerorum et radicum per radices radicum, et econtra.

Si uis diuidere numerum, uel radicem radicis per radicem radicis, quadratum quadrati rerum diuidendarum per quadratum quadrati diuisorum diuide; et radix radicis eius quod prouenerit, erit quesitum. Verbi gratia : uis diuidere 5 per radicem radicis de 10, quadratum quadrati de 5, scilicet 625, diuide per quadratum quadrati radicis radicis de 10, scilicet per 10, exibunt $\frac{1}{2}$ 62; quorum radix radicis est id quod queris. Et si diuiseris 10 per 625, exibunt $\frac{2}{25}$; quorum radis radicis prouenit ex diuisioue radicis radicis de 10 in 5. Item si uis diuidere radicem de 20 per radicem radicis 8, multiplica radicem de 20 in se, prouenient 20; que etiam multiplica in se, erunt 400; quorum radix radicis equatur radici de 20. Ergo uis diuidere radicem radicis de 400 per radicem radicis de 8: quare diuides 400 per 8, exibunt 50; quorum radix radicis prouenit ex diuisione quesita. Et si uis diuidere radicem radicis de 8 per radicem de 20, dinide 8 per 400, exibunt $\frac{1}{50}$, cuius radix radicis est id quod prouenit ex ipsa diuisione. Similiter, si uis diuidere radicem radicis de 90 per radicem radicis de 10, diuide 90 per 10, exibuut 9; quorum radix radicis, scilicet radix trium prouenit ex ipsa diuisioue. Item si nis diuidere radicem radicis 10 per radicem radicis de 90, diuide 10 per 90, exibunt $\frac{1}{9}$, cuius radix radicis, scilicet radicis de $\frac{1}{3}$ est hoc quod queris. Adhuc si uis diuidere radicem radicis de 243 per radicem radicis trium, diuide 243 per 3, proueniunt 81; quorum radix radicis, id est 3, est illud quod prouenit ex diuisione.
fol. 166 recto. Et si radix radicis trium diuidatur per radicem radicis de | 243, diuide 3 per 243, exibit $\frac{1}{81}$, cuius radix est $\frac{1}{9}$, cuius radix est $\frac{1}{3}$; et tot prouenit ex dicta diuissione. Et si decem radices radicis de 20 uis diuidere per .IIII.^{or} radices radicis de 11, rediges has ad unam radicem radicis, scilicet multiplica 10 in se, faciunt 100; que in se multiplicata faciunt 10000 ; que multiplicata per 20, faciunt 200000, quorum radix radicis equatur decem radicibus radicis de 20. Similiter pro .IIII.^{or} radicibus radicis de 11 multiplica quadratum quadrati de 4, scilicet 256, per 11, uenient radix radicis de 2816; in quo numero dinides 200000, et prouenientis numeri radix radicis erit quesitum. Et si quatuor radices radicis de 11 uis dinidere per decem radices radicis de 20, diuide 2816 per 200000; et radix radicis eius, quod prouenerit, erit quesitum. Explicatis

itaque multiplicationibus, et addicionibus, et extractionibus atque diuisionibns numerorum sinplicium, uidelicet eorum, qui per lineas sinplices denotantur, etiam et ostensis multiplicationibus radicum trium binomiorum in se; nunc qualiter quarti, et quinti, et sexti binomii multiplicari debeant, ostendantur.

Radix quidem quarti binomii est composita ex duabus lineis, quarum una est radix quarti binomii, et alia est radix recisi eiusdem binomii habentis eadem nomina. Quorum (*sic*) linearum prima dicitur maior, secunda minor; et coniunctum ex eis, scilicet radix binomii quarti, est similiter maior; et dicitur maior, quia maius nomen, quod potest esse numerus. Nam radix quarti binomii potest similiter super numerum, et radicem; sed minus nomen eorum numerus est; unde ipsa uocatur riton, et medium potens, ut dictum est superius; et componitur ex radice quinti binomii, uel sexti ex radice ipsorum recisorum. Radix quoque sexti binomii eadem modo (*sic*) componitur ex radice sexti binomii, et quinti ex recisorum eorum. Vnde cum uis aliquem ipsorum binomiorum radicem multiplicare in se, adde quadratus (*sic*) sectionum ipsius cum duplo multiplicationis unius sectionis in aliam: ut si uis multiplicare radicem de 4, et radicis de 6, et radicem de 4, minus radice de 6 in se, hec demonstrentur in linea. Sit itaque linea .*a.b.* radix de 4, et radices de 6; et .*b.g.* sit radis de 4, minus radice de 6; et multiplicetur .*a.b.* in se, erunt 4; et radix de 6, que sit .*d.e.z.*, silicet .*d.e.*, sit 4; et .*e.z.* sit radix de 6; et multiplicetur adhuc .*b.g.* in se, uenient 4, minus radice de 6: sit ergo .*e.I.* 4. Quare .*z.I.* est 4. Et quia opportet nos multiplicare ignotum .*a.b.* per ignotum .*b.g.*, multiplicabimus quadratum linee .*a.b.* in quadratum linee .*b.g.*, silicet .*d.z.* in .*z.I.* Est enim tota .*d.I.* 8, que diuisa est in duo equalia super punctum .*e.*, et in duo inequalia super punctum *z.*: quare multiplicatio .*d.z.* in .*z.I.* cum quadrato linee .*e.z.* equatur ei, qui fit a dimedio (*sic*) linee .*d.I.*, scilicet quadrato linee .*d.e.*, que est 4: quare quadratus eius est 16. Ergo ex ducto .*I.z.* in .*z.d.* cum quadrato linee .*z.e.* ueniunt 16. Sed quadratus linee .*e.z.* est 6. Quare ex ductu .*I.z.* in .*z.d.* ueniunt 10. Ex hoc quidem manifestum est, quod quando aliquid binomium multiplicatur in suum recisum, | ex ipsa multiplicatione prouenit illud residuum, quod est inter quadratum maioris nominis. Et quadratum minoris nominis alicuius binomii. Vt modo, quod ex ductis 4, et radice de 6 in 4, minus radice de 6, ueniunt 10, que sunt differentia, que est a 16 in 6: et quoniam ex ductu quadrati linee .*a.b.* in quadratum linee .*b.g.* proueniunt 10; ergo ex ductu .*a.b.* in .*b.g.* prouenit radix de 10. Quare ex duplo .*a.b.* in .*b.g.* prouenit radix de 40; et sic pro quadrato tocius linee .*a.g.* habentur 8, et radix de 40, que sunt binomium quartum; cum differentia, que est a 40 in 64, non sit ex quadratis numeris. Eodenque modo operaberis in radicibus binomii quinti sexti. Vt si uolueris in se multiplicare radicem compositi ex radice de 40, et ex 6, et radicem decompositi ex radice de 40, minus 6, quadratos sectionum in similis adde, erunt due radices de 40, hoc est una radix de 160; quam adde cum duplo multiplicationis unius quadrati in alium, ex qua multiplicatione proueniunt 16; quorum radix, scilicet 4, est id quod uoluisti; et sic habebis radicem 160 et 4. Item si uis in se multiplicare radicem compositi ex radice de 40 ex radice de 15, et radicem residui, quod est inter radicem de 40, et radicem de 15, multiplica uuamquamque sentionum (*sic*) in se; et prouenient radix de 40 cum radice de 15. Et radix de 40, minus radice de

• .*d.z.*, scilicet ... Ex ho... • (fol. 166 *recto*, lin. 36-38; pag. 367, lin. 24-27).





fol. 166 *verso*.

15; que insimul adde, ueniet radix de 160; et multiplica radices de 40, et de 15 in radicem de 40, minus radice 15, proueniet 25, que sunt a 15 in 40; quorum radicem, que est 5, duplica, uenient 10; que adde cum radice de 160, proueniet radix de 160, et 10; que nomina faciunt binomium quintum.

Rursus si uis multiplicare radicem compositi ex radice de 40, et ex 5, et radicem de compositi eorumdem nominum, scilicet de 40 minus 5, multiplica similiter unamquamque seccionem in se, uenict radix de 40 et 5, et radix de 40 minus 5; quibus in unum cum iunctis faciunt radice (*sic*) de 160; et ex multiplicatione quadrati unius sectionis in alia, proueniunt 15; quorum radix duplicata faciet radicem de 60; et sic habebis nomina binomii sexti, que sunt radix de 160, et radix de 60. Similiter, si ponamus radicem compositi ex radice de 40, et ex radice de 18, et radicem de compositi ex radice de 40, minus radice de 18, prouenient ex eorum multiplicatione in se nomina binomii sexti, quorum maius nomen est radix quadrupli de 40, scilicet 160; et minus nomen est radix quadrupli residui, quod est inter 18, et 40, scilicet ex 88; et ita contingit ex omnibus radicibus quinti et sexti binomii. Et notandum, quod coniunctum ex radicibus primi binomii, et eius recisi est radix numeri tantum: ut si componamus radicem de 4, et radice de 7 cum radice de 4, minus radice de 7, prouenient quidem octo ex additione quadratorum sectionum; et ex duplo multiplicationis unius quadrati in alium proueniunt 6, scilicet radix quadrupli quadrati residui, quod est a quadratum (*sic*) de 4 in 7. Quare coniunctum ex radicibus predicti binomii, et sui recisi est radix de 14: que etiam ostendantur in figura: ut que de reliquis binomiis diximus, clarius innotescant, spacium quadrilateri equi anguli, et equialteri (*sic*) .a.k. sit 4; et radix de 7, et tetragonum .z.t. sit 4, minus radice de 7; et educatur recta | .a.e. in punctum .b.; et sit recta .e.b. equalis recte .k.t.: similiter et recta .a.I. producatur usque in .d.; et sit recta .I.d. equalis recte .z.k.; et copulentur .b.t., et .z.d.: ergo tetragonum est quadrilaterum .a.b.g.d.; et est eius latus, scilicet radix ipsius, linea .b.g., que est coniuncio linearum .b.t., et .t.g. Sed .b.t. est radix tetragoni .a.k., cum sit equalis linee .e.k. Et .t.g. est radix tetragoni .z.t.; et ex ductu .k.t., hoc est .g.t. in .t.b., prouenit superficiem (*sic*) .b.k.; et ex ductu .k.z. in .k.i., hoc est .g.t. in .t.b., proueuit superficies .k.d.; ergo ex quadratis linearum .b.t. et .t.g., et ex duplo .g.t. in .t.b. prouenit tetragonum .a.b.g.d.: sunt enim spacia tetragonorum .a.k. et .k.g. 8, ex quolibet spatiorum .b.k. et .k.d. est 3. Quare spacium tetragoni .b.d. est 14; quorum radix est linea .b.g., que est composita ex radice binomii primi, scilicet ex .b.t. et .t.g., et ex radice recisi ipsius, que est .t.g., quod oportebat ostendere. Similiter eodem modo ostendetur, coniunctum ex radicibus binomii secundi et tercii, et ex eorum recisis esse semper radicem radicis numeri: his itaque explicatis, ostendamus multiplicare composita ex numeris, et radicibus, et radicibus radicum in eisdem.

Si uis multiplicare 4, et radicem de 7 per 5, et radicem de 20, pone numerum sub numero, et radicis quadratum sub quadrato radicis, ut in margine cernitur; et multiplica 4 per 5, scilicet numerum per numerum, et radicem per radicem, scilicet 7 per 20, exibunt 20, et radix de 140; et multiplica ex aducto 4 per radicem de 20, et 5 per radicem de 7, exibunt quatuor radices de 20, et quinque radices de 7, hoc est radix de 320, et radix de 175; et sic habentur pro quesita multiplicatione 20, et radix

« radicem de . . . additione » (fol. 166 *verso*, lin. 28-34; pag. 368, lin. 9-18).



fol. 167 *recto*.

« et multiplica . . . . et radix » (fol. 167 *recto*, lin. 18-21; pag. 368, lin. 39 e 40 — pag. 369, lin. 1).

4	7
5	20

de 320, et radix de 175, et radix de 140. Et quia non comunicantur quadrati radicum supra scriptarum in proporcione quadratorum, non possunt reddigi in paucioribus nominibus, sicuti faciemus in hac alia multiplicatione, in qua uolumus multiplicare 5, et radicem de 8 in 6, et radicem de 32; quia 8, et 32 sunt inter se sicut quadratus numerus ad quadratum numerum: id circo diuide 32 per 8, uenient 4, quorum radis est 2; et tot radices de 8 est una radix de 32. Ergo uis multiplicare 5, et unam radicem de 8 per 8, et duas radices de 8; multiplicabis ergo 5 per 6, et unam radicem per duas, erunt 30, et duo quadrati radicis de 8, scilicet 16; que eciam habebis, cum multiplicaueris 8 per 32, et ex summa acceperis radicem: adde ergo 30 cum 16, erunt 46; et multiplica 5 per duas radices de 8, et 6 per unam radicem de 8, egredientur ex his duabus multiplicationibus sexdecim radices de 8; quibus additis cum 46, erunt 46, et una radix de 2048 pro summa quesite multiplicationis.

Item si uis multiplicare 7, et radicem radicis de 10 per 8, et radicem radicis de 12; multiplicatis siquidem 7 per 8, et radicem radicis de 10 per radicem radicis 12, et 7 per radicem radicis de 12, et 8 per radicem radicis de 10, uenient integra 56, et octo radices radicis de 10, et vij. radices de 12, et una radix radicis de 120: et non possunt dici in pautioribus nominibus, cum proportio de 10 ad 12 non sit sicut quadratus numerus ad quadratum numerum: nec eciam sint medie numerum conti|nentes. Vnde si uis multiplicare 8, et radicem radicis trium per 9, et radicem radicis de 27, multiplica 8 per 9, et per radicem radicis de 27, et multiplica per radicem radicis trium; et radicem radicis trium multiplica per radicem radicis de 27, uenient 72, et 8 radices radicis de 27, et nouem radices radicis de 3, et una radix radicis de 81, scilicet 3: quibus 3 additis cum 72, faciunt 75; que habentur cum radice radicis de 19683, cum radice radicis de 110592 pro summa quesite multiplicationis. Sunt enim nouem radices radicix (*sic*) trium una radix radicis de 19683. Et octo radices radicis de 27 sunt una radix radicis de 110592; que due radices radicis non possunt agregari, nisi in radice una binomii secundi. Quia ex addictione quadratorum ipsarum (*sic*) prouenit radix de 223587; et ex duplo multiplicationis unius in aliam proueniunt 432, cuius binomii radix est additio prescriptorum; et sic habentur pro quesita multiplicatione integra 75, et una radix ex radice de 223587, et de 432.

Item si uis multiplicare radicem de 5, et radicem radicis de 10 per radicem de 8, et radicem radicis 12, multiplica species ordine suprascripto, et habebis radicem de 30, et radicem radicis de 360, et radicem radicis de 300, et radicem radicis de 120.

Rursus si uis multiplicare 3, minus radice 5, per 6 minus radice de 20, multiplica 3 per 6, erunt 18; de quibus tolle multiplicationem de 3 in radicem de 20, et de 6 in radicem de 5, remanebunt 18, minus duabus radicibus de 180: super que adde multiplicationem radicis de 5, et radicem de 20, erunt 28, minus radice de 720, pro quesita multiplicatione. Et notandum, quia cum multiplicantur aliqua diminuta per diminuta, tunc illa multiplicatio cresit (*sic*); et cum multiplicatur addita inter se, tunc etiam et ipsa eorum multiplicatio est augmentanda; sed cum multiplicatur addita per diminuta, tunc eorum multiplicacio est minuenda, ut in sequentibus ostendetur. Et quia ex hac multiplicatione prouenit numerus tantum, minus radice, scitur, quod nomina suprascriptorum recisorum sunt ad inuicem proportionalia. Verbi gratia: sunt enim

« quadratum .... 5 per » (fol. 167 *recto*, lin. 25 e 26 30, pag. 369, lin. 5-10).

5 .	8
6	32

« et non .... conti|nentes » (fol. 167 *recto*, lin. 38 e 39, e fol 167 *verso*, lin. 1; pag. 369, lin. 16-18).

7	10
8	12

fol. 167 *verso*.

« conti|nentes .... per 9 » (fol 167 *recto*, lin. 39 e 167 *verso*, lin. 1; pag. 369, lin. 18 e 19).

8	3
9	27

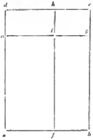
« Item .... de 30 et » (fol. 167 *verso*, lin. 14 e 15; pag. 369, lin. 21, 22 e 23).

5	10
6	12

« pro quesita .... et ipsa » (fol 167 *verso*, lin. 21 e 22; pag 369, lin. 37 e 23 40).

3	5
6	20

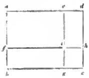
« ad inuicem .... .e.d., hoc est » (fol. 167 verso, lin. 25 e 26-37; pag. 369, lin. 43 — pag. 370, lin. 12).



fol. 168 recto.

6 dupla de 3. Eodem modo radix de 20 est dupla radice de 5. Vel sicut 3 sunt ad radicem de 5, ita 6 sunt ad radicem de 20; quorum proportio notificatur cum quadratis ipsorum nominum, hoc est sicut quadratus de 3 est ad 5, ita quadratus de 6 est ad 20. Et ut ostendatur quod multiplicatio rerum diminutarum cresenda (*sic*) sit, adiaceat quadrilaterum *.a.b.c.d.* recti angulum; et auferatur que uis pars ex *.a.d.*, et ex *.a.b.*; sintque *.d.e.*, et *.b.f.*; et per punctum *.e.* protrahatur linea *.e.g.* equi distans utrique linearum *.a.b.* et *.d.c.* Similiter per punctum *.f.* protrahatur linea *.f.h.* equi distans lineis *.a.d.*, et *.b.c.* Ex ductu quidem *.d.a.* in *.a.b.* prouenit superfities *.b.d.*, et ex ductu *.h.I.* in *.I.g.*, hoc est *.d.e.* in *.f.b.*, prouenit superficies *.g.h.* Ex quibus duabus superficibus si auferatur due superficies, que sunt *.b.h.*, et *.g.d.*, quarum una prouenit ex *.f.b.* in *.b.c.*, hoc est ex *.d.a.* in *.f.b.*, et alia prouenit ex *.a.g.* in *.e.d.*, hoc est ex *.a.b.* in *.e.d.*, remanebit superficies *.f.e.*, que prouenit ex *.e.a.* in *.a.f.*, quod opportebat ostendere. Et ut hec in numeris habeantur, sit linea *.a.d.* 6; de qua auferatur *.d.e.*, que sit radix de 20, et *.a.b.* sit 3, et *.b.f.* sit radix de 5; et uolo multiplicare 6, minus radice de 20, per 3 minus radice de 5, hoc est *.e.a.* in *.a.f.*, de qua prouenit superficies *.f.e.*: multiplicabo itaque *.d.a.* in *.a.b.*, erunt 18 pro superficie *.a.b.c.d.*; quibus addam multiplicationem radicis de 20 in radicem de 5, scilicet ex *.d.e.* diminuta in *.b.f.* diminutam, hoc est *.h.a.* in *.i.g.*; de qua prouenit superfities *.g.h.*, erunt 28 pro quantitate superficierum *.b.d.* et *.g.h.*; de quibus auferam multiplicationem ex *.d.a.* in *.f.b.*, hoc est ex *.h.f.* in *.f.b.*, scilicet suprafitie (*sic*) *.b.h.*, que prouenit ex 6 ductis in radice de 5, remanebunt 28, minus sex radicibus 5, pro duabus superficiebus *.g.d.*, et *.f.e.*; de quibus si auferatur multiplicatio de 3 in radice 20, scilicet *.g.e.* in *.e.d.*; de qua multiplicatione prouenit superficies *.g.d.*, remanebunt 28, minus quatuor radicibus de 5, et tribus radicibus de 20 pro superficie *.f.e.*, ut superius inuenimus. Nam sex radices de 5, et tres radices de 20 sunt una radix de 720.

« 18 pro .... remanebunt » (fol. 168 recto, lin. 4-8; pag. 370, lin. 17-21).



« Item .... radices » (fol. 168 recto, lin. 11 e 15; pag. 370, lin. 27).

4

5

Item si uis multiplicare 4, minus radice radicis duorum, per 5, minus radice radicis de 8, multiplicabis siquidem 4 per 5, et radicem radicis binarii per radicem radicis de 8, erunt 22 addita; de quibus tolle ea, que proueniunt ex ductis 4 in radice radicis 8, et ex 5 in radicem radicis 2, remanebunt 22, minus quatuor radicibus radicis de 8, et quinque radicibus radicis 2 pro quesita multiplicatione.

« quatuor .... duorum » (fol. 168 recto, lin. 11, 18 e 19; pag. 370, lin. 29-31).

9

18

Adhuc si uis multiplicare radicem de 8, minus radice radicis duorum, per radicem de 18, minus radice radicis de 128. Ex ducta quidem radice de 8 in radicem de 18 proueniunt 12 addita; et ex ducta radice radicis duorum in radice radicis de 128 proueniunt .IIII.or addita; et ex ducta radice de 8 in radicem radicis de 128 proueniunt una radix radicis diminuta de 819; et ex ducta radice de 18 addita in radicem radicis diminutam de 2 proueniunt una radix radicis diminuta de 648; et sic habentur pro quesita multiplicatione 16, minus radice radicis 819, et radice radicis de 648.

« Similiter .... modum » (fol. 168 recto, lin. 28 e 29; pag. 370, lin. 38 e 39).

20

30

Similiter si uis multiplicare radicem radicis de 20, minus radice radicis de 10, per radicem radicem (*sic*) radicis de 30, minus radice radicis de 15; secundum modum suprascriptum inuenies, summam ipsius multiplicationis esse radicem radicis de 600, et radicem radicis de 150, diminutis duabus radicibus radicis de 300. Et quia radices radicum de 600, et de 150 sunt potentia tantum comunicantes; ideo possunt congregari

in radicem binomii tercii; et (*sic*) quarum congregatione prouenit radix ex radice de 1350, et ex radice de 1200: his omnibus explicatis, doceamus multiplicare binomiales numeros per recisos.

Cum uolueris multiplicare aliquod binomium per suum recisum, extrahe quadratum minoris nominis de quadrato maioris; et quod remanserit, erit summa quesite multiplicationis: ad cuius rei euidentia, adiaceat binomium *.a.b.g.*, cuius maius nomen sit *.a.b.*; a quo auferatur equale nominis *.b.g.*; sitque *.b.d.* Recisum ergo est *.d.a.*,| quod uolo multiplicare per binomium *.a.g.* Et quia linea *.d.g.* diuisa est in duo equalia super punctum *.b.*, et ei indirecte adiuncta est linea *.d.a.*, erit multiplicatio *.a.d.* in *.a.g.* cum quadrato linee *.d.b.* equalis quadrato linee *.a.b.* Quare si a quadrato nominis *.a.b.* auferatur quadratus nominis *.b.d.*, hoc est nominis *.b.g.*, remanebit summa multiplicationis ex *.a.d.* in *.a.g.*; quod oportebat ostendere. Et ut hec in numeris ostendantur, sit *.a.b.* 4, et *.b.g.* sit radix de 7; que uolo multiplicare per 4, minus radice de 7, hoc est per *.a.d*: auferam itaque quadratum linee *.d.b.*, silicet 7, ex quadrato linee *.a.b.*, silicet ex 16, remanebunt 9 pro summa multiplicationis *.a.g.* in *.a.d.* Vel, si secundum numerum hoc facere uis, pone 4, et radicem de 7, et 4, minus radice de 7, ut in margine cernitur; et multiplica 4, que sunt in recisu per utrumque nomen binomii, scilicet per 4, et per radicem de 7, erunt 16; et quatuor radices de 7 addita; et multiplica radicem de 7 diminuta per eadem nomina binomii, prouenient 7 diminuta, et quatuor radices de 7 similiter diminutas: quibus extractis ex 16, et ex quattuor radicibus de 7, scilicet ex additis, remanebit 9 pro summa quesite multiplicationis.

Item si uis multiplicare tercium binomium, uel sextum in suum recisum, similiter ex eorum multiplicatione prouenit numerus racionatus: ut si uolueris multiplicare radicem de 40, et radicem de 30 per radicem de 40, minus radice de 30, extrahes quadratum minoris nominis de quadratum (*sic*) maioris, scilicet 30 de 40, remanent 10 pro summa quesite multiplicationis; et sic operandum est in multiplicatione secundi, et quinti binomii in eodem recisis. Et notandum, quod quando ex multiplicacione alicuius recisi in aliquod binomium prouenit numerus tantum, tunc nomina recisi sunt proporcionalia cum nominibus binomii; et habent ad inuicem eundem ordinem: ut si uis multiplicare 6, et radicem de 10 per 18, minus radice de 90; quia nomina recisi sunt tripla ex nominibus binomii, accipe triplum differentie, que est inter quadratum maioris nominis binomii, et quadratum minoris; et quod prouenerit, esse quesitum: uerbi gratia: extractis 10 de 36, remanent 26; quibus triplicatis, reddunt 78 pro quesita multiplicationem (*sic*): quod etiam haberes, si operaberis secundum modum numeri; quia multiplicatis 18 in 6, et in radice de 10, proueniunt 108, et decem octo radices de 10; de quibus si auferatur multiplicatio radicis de 90 in 6, et in radice de 10, remanebunt 78, ut prediximus: eodemque modo procedendum est in multiplicatione binomiorum, et recisorum diuersorum. Vt si uolueris multiplicare 5, et radicem de 10 per 7, minus radice de 30. Multiplicatis siquidem 7 per 5, et radicem de 10, ueniunt 35, et radix de 490; de quibus si auferatur multiplicatio radicis de 30 in 5, et in radicem de 10, remanebunt 35, et radix de 490, diminuta radice de 750, et de 30: et aliter non potest dici in surdis, cum radices predicte non inter se comunicantes. Et si uis multiplicare radicem

fol. 168 *verso*.

« hoc est .... a g . qu d » (fol. 168 *verso*, lin. 5; pag. 371, lin. 11 e 12).



« auferam .... et quatuor » (fol. 168 *verso*, lin. 7 e 8 13, pag. 371, lin. 14-20).

		plus
	4	7
minus		
7	4	

« quesitum .... auferatur » (fol. 168 *verso*, lin. 25 e 26-37 e 38; pag. 371, lin. 33 — pag. 372, lin. 2 e 3).

	6	10
90	18	
	5	10
30	7	
	40	5
	radix	
6	50	

de 40, additis 5, per radicem de 50, diminutis 6, multiplicata quidem radice de 50 in radice de 40, et in 5, prouenit radix de 2000, et radix de 1250: de quibus si anferatur multiplicatio de 6 in radice de 40, et in 5, remanebit radix de 2000, et radix de 1250, minus 30, et radice de 1440. |

fol. 169 recto. Si uis multiplicare aliquem numerum, et radicem radicis per suum recisum, operaberis ut diximus in multiplicatione binomii in suum recisum. Vt si uis multiplicare 4, et radicem radicis 10 per 4, minus radice radicis de 10, extrahe quadratum nominis minoris, scilicet radicem de 10, de quadrato maioris, scilicet de 16, remanebunt 16, minus radice de 10, pro quesita multiplicatione. Et si multiplicarentur 4, et radix radicis de 10 in duplum sui recisi, scilicet in 8, minus radice radicis de 160, proueniet utique duplum suprascripte multiplicationis, scilicet 32, minus radice de 40.

Rursus si uis multiplicare radicem de 20, et radicem radicis de 10 per suum recisum, scilicet per radicem de 20, minus radice radicis de 10, extrahere (*sic*) similiter quadratum minoris nominis de quadrato maioris, remanebunt 20, minus radice de 10. Similiter si uis multiplicare radicem radicis de 60, et radicem radicis de 15 per suum recisum, scilicet per radicem radicis de 60, minus radice radicis de 15, extrahe quadratum minoris nominis de quadrato maioris, scilicet radicem de 15 ex radice de 60, remanebit tantum radix de 15 pro quesita multiplicacione. Et si uis multiplicare 4, et radicem radicis de 10 in 5, minus radice radicis de 12, scribes ea ut hic cernutur (*sic*). Et multiplica ordine suprascripto maius nomen recisi per utrumque nomen binomii, scilicet 5 per 4, per (*sic*), et per radicem radicis de 10, erunt 20, et quinque radices radicis de 10; de quibus extrahe multiplicationem diminute radicis radicis de 12 in 4, et in radicem radicis radicis de 10, remanebunt 20, et quinque radices radicis de 10, diminutis quattuor radicibus radicis de 12, et una radice radicis de 120; et sic studeas facere in similibus: et cum occurerint nomina communicantia in diminutis et additis, reddiges ea in pautioribus nominibus. Vt si uis multiplicare 4, et radicem radicis de 27 per 5, minus radice radicis de 3, prouenient siquidem ex eorum multiplicatione 20, et quinque radices radicis de 27, diminutis quattuor radicibus radicis trium, et radice radicis de 81; que radix radicis est ratiocinata, et est 3; quibus diminutis a 20, remanent 17; et sic habentur pro quesita multiplicatione 17, et quinque radices radicis 27, diminutisquattuor radicibus radicis trium.

radicis de 10 . . radix radicis e (fol. 169 recto, lin. 20-26 e 27, pag. 372, lin. 23-29).

	Radix radicis	
	4	10
12	5	
Radix radicis		

12	5

Incipit pars quarta de diuisione bjnomiorum recisorum per numeros raciocinatos et inraciocinatos et econtra.

Cvm autem nolueris diuidere aliquod binomium, uel recisum, uel etiam aliquem numerum plurium nominum per aliquem datum numerum, uel per radicem radicis alicuius numeri ratiocinati, diuide unum quoque (*sic*) nomen per diuissorem; et nomina que prouenerint, siue addita fuerint, uel diminuta, erunt id quod ex diuisione prouenerit. Vt si nolueris diuidere 20, et radicem de 96 per 4, diuides primum 20 per 4, exibunt 5; diuide radicem de 96, per 4, hoc est diuides 96 per 16, exibit una radix de 6; et sic pro quesita diuissione habentur 5, et radix de 6. Similiter diuisis 20, minus radice de 96, per 4, exibunt eodem ordine 5, minus radice de 6. Item | diuidere 20 et radicem de 96 per radicem de 6, diuiso utroque nomine singulariter per radicem de 6, prouenit radix de 50, et radix de 12. Similiter diuisis 20, minus radice

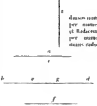
fol. 169 verso.

de 96, per radicem de 8, prouenit radix de 50, minus radice de 12. Et si eadem nomina diuídere uolueris per radicem radicis de 10, multiplicabis 20 in se, prouenient 400; quibus in se multiplicatis, faciunt 160000; quibus diuisis per 10, faciunt 16000; quorum radix radicis est unum ex nominibus uenientibus ex diuisione. Quare si eodem modo diuiseris radicem de 96 per radicem radicis de 10, scilicet quadratum de 96 per 10, exibit radix radicis de $\frac{2}{5}$ 921 pro reliquo nomine ueniente ex diuisione: similiter diuisis 20, minus radice de 96, per radicem radicis de 10, prouenit radix de 16000, minus radice radicis $\frac{2}{5}$ 921. Item si uis diuidere radicem de 80, et radicem de 48 per 4, diuiso utroque nomine per 4, scilicet 80, et 48 per 16, prouenit radix de 5, et radix de 3: et si radix de 80, minus radice 48, diuidatur per 4, ueniet radix 5, minus radice trium. Rursus si radicem de 80, et radicem de 48 diuidere uis per radicem de 8, prouenit radix de 10, et radix de 6. Et sit (*sic*) radicem de 80, minus radice de 48, per radicem de 8 diniseris, ueniet utique radix de 10, minus radice de 6. Similiter si a qua (*sic*) nomina diuidere uis per radicem radicis alicuius numeri, secundum ea que dicta sunt, studeas operari.

De diuisione numerorum, uel radicum, siue radicum radicis per binomia uel recisa.

Cvm uis diuidere aliquem numerum, uel radicem numeri, seu radicem radicis numeri per aliquod binomium, multiplica ipsum binomium in suum recisum; et quod prouenerit, erit numerus, ut ostensum est: in quo diuide multiplicacionem diuidendi numeri in recisum diuidentis binomii; et habebis quesitum. Verbi gratia: sit *.a.* numerus, uel radix numeri, seu radix radicis numeri, quod diuidere uis per binomium *.b.g.d.*; quorum nominum sit maius *.b.g.*, et proueniat ex ipsa diuisione quantitas *.z.*: et iaceat *.e.g.* equale nomini *.g.d.* Recisum ergo est *.b.e.*; quo multiplicato per binomium *.b.d.*, proueniat numerus *.f.*, qui est ratioacinatus (*sic*), cum ex *.b.e.* in *.b.d.* proueniat residuum, quod est inter quadratum nominis *.g.e.*, et quadratum nominis *.b.g.*, ut superius demonstratum est. Ergo siuidatur (*sic*) numerus *.f.* per binomium *.b.d.*, proueniet utique recisum *.b.e.* Quare si diuidatur quoduis multiplex, uel quelibet pars numeri *.f.* per binomium *.b.d.*, proueniet utique ex diuisione idem multiplex, uel eadem pars recisi *.b.e.*: si ergo equalis est numerus *.a.* numero *.f.*, equalis est quantitas *.z.* reciso *.b.e.*; si maior, maior, et si minor, minor: proportionaliter ergo est sicut *.f.* primus ad *.a.* secundum, ita *.b.e.* tercius ad *.z.* quartum. Quare multiplicatio secundi in tercium, scilicet *.a.* in *.b.e.*, equatur multiplicationi primi in quartum. Et sic diuisa multiplicatione ex *.a.* in *.b.e* per numerum *.f.*, prouenit *.z.*, silicet illud quod prouenit ex *.a.* diuiso in binomium *.b.d.*, quod opportebat ostendere. Eodem modo si *.a.* diuidere uis per recisum *.b.e.*, inuenies, quod ex multiplicatione *.a.* in binomium *.b.d.*, diuisa per numerum *.f.*, prouenit quesitum; quia si diuidatur numerus *.f.* per recisum *.b.e.*| prouenit utique binomium *.b.d.*; et erit sicut *.f.* ad *.a.*, ita binomium *.b.d.* ad id, quod prouenit ex *.a.* diuisio (*sic*) in recisam *.b.e.* Et ut hoc in numeris habeatur, sit *.a.* 100, que diuidere uis per binomium *.b.d.*; cuius maius nomen, silicet *.b.g.*, sit 4; minus autem, silicet *.g.d.*, sit radix de 7. Quare recisum *.b.e.* est 4, minus radice de 7; quo multiplicato per 4, et per radicem 7, scilicet per binomium *.b.d.*, proueniunt 9 pro numero *.f.* Ergo si diuidatur 9 per 4, et radice (*sic*) de 7, prouenient ex ip...

« proue-|niat ... quod proue-|nit » (fol. 169 verso, lin. 27 e 28 — 36 e 37; pag. 373, lin. 21 e 25-31).



diuisio numeri per numerum et Radicem, et per numerum minus radicem.

fol. 170 recto.

uisione 4, minus radice de 7, scilicet recisum *.b.e.*: est ergo sicut 9 ad 100, ita 4, minus radice de 7, ad quesitum. Quare multiplicanda sunt 100 per 4, minus radice de 7, et diuidenda per 9; ex qua enim multiplicatione proueniunt 400, minus centum radicibus de 7: quibus diuisis per 9, ueniunt $\frac{4}{9}$ 44, minus .xi.^{cim} radicibus, et nona de 7. Et si 100 diuiseris per 4, minus radice de 7, uenient, eisdem dispositis, $\frac{4}{9}$ 44, et insuper radices .xi., et nona de 7 pro quesita diuisione; et sunt nomina exeuntis summe proportionalia nominibus diuisoris: quia sicut 4 sunt ad unam radicem de 7, ita $\frac{4}{9}$ 44 sunt ad undecim radices, et nonam de 7.

Item si radicem de 80 diuidere uis per radicem de 8, et radicem de 6, multiplica radicem de 8, et radicem de 6 per suum recisum, scilicet per radicem de 8, minus radice de 6, exibunt 2. In quibus diuide multiplicationem radicis de 80 in radicem de 8, minus radice de 6; uel medietatem radicis de 80, scilicet radicem de 20, multiplica in radice de 8, minus radice de 6, exibit radix de 160, minus radice de 120. Et si radicem de 80 diuiseris per radicem de 8, minus radice de 6, prouenit utique radix de 160, et radix de 120.

Rursus si radicem radicis ducentorum uis diuidere per aliquod binomium, ut per 3, et radicem duorum, multiplica 3, et radicem de 2 per 3, minus radice de 2, proueniet 7. Quare si diuidantur 7 per 3, et radicende (*sic*) 2, prouenient utique 3, minus radice duorum; in quo reciso, supradictis dispositis, multiplica radicem radicis ducentorum, proueniet radix radicis de 16200, minus radice radicis octigentorum: quibus diuisis per 7, uenient radix radicis de $\frac{2443}{7777}$ 6, minus radice radicis $\frac{800}{2401}$. Et si diuidatur radix radicis ducentorum per 3, minus radice duorum, multiplicabitur tunc ipsa radis radicis per 3, et radicem de 2; et ea que prouenerit diuides per 7, exibit radix radicis de $\frac{2445}{7777}$ 6, et radix radicis de $\frac{800}{2401}$; et sic studeas facere in similibus.

De diuisione numerorum et radicum, uel radicum per Compositos ex numero et radice radicis, uel ex radice et Radice Radicis, seu ex duabus radicibus Radicibus Radicum diuersis.

Si uis diuidere 10 per 2, et radicem radicis trium, scias primum, quia cum multiplicatur numerus, et radix radicis in suum recisum, tunc prouenit ex ipsa multiplicatione id quod est inter quadratum minoris nominis, et quadratum maioris; quod residuum est aut numerus minus radice, aut radix minus numero: quod idem prouenit ex multiplicatione radicis, et radicis radicis in suum residuum. Sed cum multiplicantur due radices | radicis diuerse per suum recisum, tunc radicem minus radice, uel radicem tantum prouenire demonstrabo. Sit itaque *.a.c.* compositum ex numero, et radice radicis; et sit maius nomen *.a.b.*; et iaceat *.b.d.* equale nomini *.b.c.*; et quia *.d.c.* linea diuisa est in duo equalia super punctum *.b.*, et ei adiuncta est linea *.a.d.*, erit multiplicatio *.a.d.* in *.a.c.* cum quadrato linee *.d.b.* equalis quadrato linee *.a.b.*: quare si auferatur quadratum linee *.b.d.* ex quadrato linee *.a.b.*, remanebit multiplicatio ex *.a.d.* in *.a.c.* Sit ergo primum *.a.b.* numerus, et *.b.c.*, hoc est *.b.d.* sit radix radicis numeri; remanebit ergo *.a.d.* decomposita ex numero *.a.b.*, minus radice radicis *.b.d.* Et quia multiplicato *.a.d.* in *.a.c.* prouenit quadratus numerus *.a.b.*, minus quadrato radicis radicis *.b.d.*; et est quadratus numerj *.a. b.* numerus; et quadratum radicis radicis *.b.d.* est radix numeri; ergo ex ductu *.a.c.* in *.a.d.* prouenit numerus

fol. 170 verso.

e radi cis. et .... .d.c. linea e (fol. 170 verso, lin. 2 e 3; pag 374, lin. 35 e 36)

de (*sic*) minus radice. Et si maius nomen *.a.b.* sit radix radicis numeri; et minus, silicet *.b.c.*, sit numerus, proueniet ex *.a.b.* in se radix numeri. Et ex *.b.d.* in se proueuit numerus: ergo ex *.a.c.* in *.a.d.* proue (*sic*) radix numeri, minus numero, ut predixi. Similiter ostendetur, idem prouenire, si unum ex nominibus *.a.b.*, et *.b.c.* sit radix numeri, et alterum sit radix radices(*sic*). Set si utrumque nomen fuerit radix radicis numeri, tunc ex *.a.b.* in se prouenit radix numeri, et ex *.d.b.* similiter. Quare id quod prouenit ex *.a.c.* in *.a.d.*, silicet ex duabus radicibus radicis diuersis in suum recisum, prouenit radix numeri, minus radice: que si fuerint comunicantes, possunt reddigi ad radicem uoam, ut predixi. Et quia uis diuidere 10 in 2, et radicem radicis trium, multiplica ea in suum recisum, scilicet in 2, minus radice radicis trium, proueniet 4, minus radice trium: que si diuidantur per 2, et radicem radicis trium, reddibit utique suum recisum, scilicet 2, minus radice radicis trium: proportionaliter ergo sicut 4, minus radice trium, sunt ad 10, ita 2, minus radice radicis trium, sunt ad quesitum. Quare multiplicanda sunt 10 per 2, minus radice radicis trium, et diuidenda per 4, minus radice trium; uel diuidenda sunt 10 per 4, minus radice trium; et que prouenerit multiplicanda per 2, miuus radice radicis trium. Nam qualiter 10 diuidantur per 4, minus radice trinm, ostensum est superius: et sunt que proueniunt ex ipsa diuisione $\frac{40}{13}$, et radix de $\frac{300}{13}$; que multiplicata per 2, minus radice radice radicis trium, reddunt ea, que proueniuut ex 10 diuisis in 2, et radicem radicis trium. Et si 10 per 2, minus radice radicis trium diuidere uis, multiplicabis prescriptas $\frac{40}{13}$, et radicem de $\frac{300}{13}$ per 2, et radice radicis trium, et habebis quesitum. Item si uis diuidere 10 per radicem de 6, et radicem radicis duorum, multiplica radicem de 6, et radicem radicis duorum per radicem de 6, minus radice radicis duorum, 6 pruuenient, minus radice duorum: in quibus diuide 10; et quod prouenerit multiplica per radicem de 6, minus radice radicis duorum, et habebis propositum. Et si uolueris diuidere 10 per radicem de 6, minus radice radicis duorum, id quod prouenit ex 10 diuisis in 6, minus radice duorum, multiplica per radicem de 6, et | per radicem radicis duorum, et habebis propositum. fol. 171 recto

Rursus si uis diuidere radicem de 120 per radicem radicis de 18, et radicem radicis 8 per radicem radicis de 18, minus radice radicis de 8; et proueniet rationale in potentia, quod est radix duorum; in qua diuide radicem de 120, proueniet radix de 60; quam multiplica per radicem radicis de 18, minus radice radicis de 8, et habebis propositum. Et si radicem de 120 per radicem radicis de 18, minus radice radicis de 8, diuidere uis, multiplicabis radicem de 160 superius iuuenta per radicem radicis 18, et radicem radicem radicis de 8.

Adhuc si uis diuidere radicem radicis de 5000 in radicem radicis de 40, et radicem radicis de 20, multiplica hoc binomium in suum recisum, scilicet in radicem radicis de 40, minus radice radicis de 20, proueniet radix de 40, minus radice de 20; in qua diuide radicem radicis de 5000, hoc est, multiplica radicem de 40, minus radice de 20, in suum binomium, scilicet in radicem de 40, et in radicem de 20, proueniet 20. In quibus diuide radicem radicis de 5000, prouenient radix radicis de $\frac{1}{32}$; quam multiplica per radicem de 40, et per radicem de 20; et quod prouenerit multiplica per radicem radicis de 40, minus radice radicis de 20, et habebis propositum.

Et si nolueris diuidere aliquod simplex, uel binomium, siue recisum per aliquod trinominm, extrahe unum ex tribus nominibus ex reliquis duobus; et quod remanserit, per ipsum trinomium multiplica; et in id quod prouenerit, diuides multiplicationem diuidendorum nominum in residuum trinomium; et habebis quod queris. Nam cum extrahitur ex tribus nominibus unum nomen, et residuum multiplicatur in ipsum trinomium; quod ex ipsa prouenit multiplicatione, erit aut recisum, uel binomium, siue radix numeri rationati; quod demonstrabo in linea. Sit itaque linea *.a.d.* trinomium alicuius, nomina sint *.a.b. b.c. c.d.*; et auferatur ex *.a.c.* binomio recta *.c.e.* equalis recte *.c.d.* Et quoniam recta *.e.d.* diuisa est in duo equa super punctum *.c.*; et ei indirecto adiuncta est linea *.e.a.*, erit multiplicatio *.a.e.* in *.a.d.* cum quadrato linee *.e.c.* equalis quadrato linee *.a.c.* Quare cum uis multiplicare residuum *.a.e.* in trinomim *.a.d.*, multiplicandum est binomium *.a.c.* in se; et ex ipsa multiplicatione extrahendus est quadratus nominis *.e.c.*, hoc est nominis *.c.d.*, et remanebit id quod fit ex ductu *.a.d.* in *.a.e.* Scimus autem, quoniam ex ductu *.a.c.* binomio in se prouenit primum binomium, ut ostensum est. Ex omne enim binomium (*sic*), cum multiplicatur in se, prouenit primum binomium; primum autem binomium numerus est, et radix numeri. Scimus etiam, quos (*sic*) ex ductu *.e.c.* in se prouenit numerus. Minue igitur de primo binomio numerum, qui est numerus, et radix numeri. Si autem numerus, qui minuendus est minor numero, qui est in binomio primo, tunc id quod remanet, est numerus, et radix numeri, quod est binomium. Si uero numerus, qui est minuendus, fuerit maior numero, qui est in primo binomio, tunc id quod remanet, erit radix numeri, minus numero, quod est recisum. Si autem equalis fuerit, tunc remanebit radix numeri, ut predixi. Vnde, si uis diuidere 10 per 2, et per radicem de 3, et per

fol. 111 verso. ra|dicem de 5, multiplicandus (*sic*) 2, et radicem de 3 in se, prouenient 7, et radix de 48; de quibus extrahe 5', scilicet quadratum tercii nominis diuisoris, remanebunt 2, et radix de 48; in quo binomio diuide multiplicationem de 10 in 2, et in radice de 3, minus radice de 5, per modum superius demostratum: et si uis diuidere 10 per 2, et radice de 3, minus radice de 3, multiplica 10 per 2, et per radicem de 3, et per radicem de 5; et que prouenerint diuide per 2, et radicem de 48: similiter si uolueris diuidere radicem de 10 per radicem de 6, et radicem de 7, et radice 8, multiplicabis radicem de 6, et radicem de 7, et de 8, in radicem de 6, et radice de 7, minus radice de 8, et prouenient 5, et radix de 168, quod est binomium; in quo diuide multiplicationem radicis de 10 in radicem de 6, et in radicem de 7, minus radice de 8. Et si uis diuidere radicem radicis de 200 per radicem de 6, et radicem de 7, minus radice 8, multiplicabis radicem de 200 per radicem de 6, et per radicem de 7, et per radicem de 6; et que prouenerint diuide per 5, et radicem de 168; et sic studeas facere in similibus.

Incipit pars de inuentione radicum, binomiorum et recisorum.

Si uis inuenire radicem alicuius binomii, studeas diuidere maius nomen in duas partes, quarum una multiplicata per aliam faciat quartam partem quadrati minoris nominis; quarum duarum partium radices in similis (*sic*) iuncte, erunt radix quesiti binomii. Nam, qualiter ipse partes inueniri debeant, in linea ostendamus: adiaceat binomium quodlibet *.a.g.*, cuius maius nomen sit *.a.b.*, quod possit super numerum *.b.g.* equale numero *.d.*; et diuidatur *.a.b.* per medium super punctum *.e.*, et addatur radix quarte

partis numeri .*d*. linee .*a.e*., sitque .*e.f*.; dico lineam .*a.b*. diuisam esse in duas partes, que sunt .*a.f*., et .*f.b*.; quarum una multiplicata in aliam, equatur quarte parti quadrati linee .*b.g*. Quoniam linea .*a.b*. potest numerum .*d*., et quadratum nominis .*b.g*.: medietas ergo nominis .*a.b*., silicet .*a.e*., poterit quartam partem numeri .*d*., et quadrati nominis .*b.g*. Et quoniam linea .*a.b*. diuisa est in duo equalia super .*e*., et in duo inequalia super .*f*., erit multiplicatio .*b.f*. in .*f.a*. cum quadrato linee .*e.f*. equalis quadrato linee .*a.e*.; ergo id quod fit ex ductu .*b.f*. in .*f.a*. cum quadrato linee .*e.f*. equatur quarte parti nomini (*sic*) .*d*., et quadrati nominis .*b.g*.: sed quadratus linee .*e.f*. est quarta pars numeri .*d*.; quare id quod fit ex ductu .*b.f*. in .*f.a*. equatur quadrato, qui fit a dimidio linie (*sic*) .*b g*., hoc est quarte parti quadrati totius nominis .*b.g*.; et hoc uolebamus. Et notandum, quod si .*a.g*. fuerit binomium primum, tunc .*e.f*. erit numerus: quare tota .*a.f*. erit similiter numerus, cum .*a.e*. sit numerus; est enim tota .*a.b*. numerus, scilicet maius nomen binomii primi. Vnde .*f.b*. erit numerus; quia extracto numero .*a.f*. ex numero .*a.b*., remanet .*f.b*. similiter numerus ratiocinatus. Et si binomium .*a.g*. fuerit secundum uel tercium, tunc linea .*a.e*. erit radix numeri communicans linee .*e.f*. Quare linee .*a.f*. et .*f.b*. erunt radices duorum diuersorum numerorum. Et si binomium .*a.g*. fuerit aliquod ex tribus binomiis reliquis, erit linea .*a.f*. binomium, et linea .*f.b*. recisum, ut in decimo euclitis (*sic*) habentur. Restant itaque ostendende radices partium .*a.f*. | et .*f.b*. insimul coniuncte esse radicem totius binomii .*a.g*.: sit que radix porcionis .*a.f*. linea .*I.z*., et portionis .*f.b*. sit .*z.t*.; dico quod .*i.t*. est radix binomii .*a.g*. Quoniam .*i.t*. diuisa est in duo super .*z*. , erunt duo quadrati portionum .*i.z. z.t*. cum duplo .*i.z*. in .*z.t*., equales quadrato totius linee .*i.t*.: sunt enim quadrati portionum .*i.z. z.t*. numeri .*a.f. f.b*. , hoc est numerus .*a.b*.: sed ex ducta .*i.z*. in .*z.t*. prouenit radix eius, quod fit ex .*a.f*. in .*f.b*.; cum .*a.f*. et .*f.b*. sint quadrati portionum .*i.z. z.t*. Sed ex ductu .*a.f*. in .*f.b*. prouenit quadratus dimidii nominis .*b.g*. Quare ex .*a.I.z*. in .*z.t*. prouenit dimidium nominis .*b.g*. : ergo ex duplo .*i.z*. in .*z.t*. prouenit nomen .*g.b*.: ergo ex ductu .*i.t*. in se prouenit binomium .*a.g*. , oportebat ostendere: et ut hec habeantur in numeris, sit binomium .*a.g*. primum, cuius maius nomen .*a.b*. sit 23; et minus .*b.g*. sit radix de 448. Et extrahatur quadratus minoris nominis ex quadrato maioris, scilicet 448 de 529, remanent 81; et diuidatur .*a.b*. per medium, ueniet .*a.e*. $\frac{1}{2}$ 11; quibus addatur radix quarte partis de 81, scilicet $\frac{1}{2}$ 4, que sunt dimidium radicis de 81, erit .*a.f*. tota 16; quibus extractis de 23, remanent 7 pro numero .*f.b*. Nam multiplicatis 7 per 16, silicet .*b.f*. per .*f.a*., nimirum 112, scilicet quarta pars quadrati nominis .*b.g*. prouenient, ut uolebamus: acceptis itaque radicibus numerorum .*a.f. f.b*., uenient 4, et radix de 7 pro radice 23, et radicis de 448 insimul coniunctorum. Et si radix de 23, minus radice de 448, habere desideras, ipsam esse 4, minus radice de 7, eisdem demonstrationibus poteris inuenire. fol. 172 recto

Item sit binomium .*a.g*. secundum, cuius maius nomen sit radix de 448; minus uero sit 14. In quo binomio maius nomen potest 252, plus minori; quorum quarte partis radix, scilicet de 63, addatur quadrato medietatis maioris nominis, scilicet radici quarte partis de 448, erunt radix de 112, et radix de 63; quibus insimul iunctis, faciunt radice (*sic*) de 343 pro linea .*a.f*.: et extracta quidem radice de 63 ex radice de 112,

« radix .... quarte » (fol. 172 *recto*, lin. 22 e 23; pag 377, lin. 39 e 40).



silicet .*e.f.* ex .*e.b.* , remanet pro linea .*f.b.* radix de 7 ; et sic pro radice de 448, et de 14 insimul coniunctis habetur radix radicis de 343, et radix radicis de 7. Quare pro radice radicis de 448, minus 14, habetur radix radicis de 343, minus radice radicis de 7. Eodemque modo inuenies radicem tercii binomii, et eius recisi.

« et tota … ex 10 » (fol. 172 recto, lin. 36; pag. 378, lin. 9 e 10).



fol. 172 verso.

Nam si radicem quarti binomii inuenire uis, adiaceat iterum binomium .*a.g.*, cuius maius nomen .*a.b.* sit 20; minus quoque .*b.g.* sit radix de 240; ex quibus nominibus maius nomen potest 160, plus minore. Radix quarte partis quorum, silicet de 40, si addatur dimidio maioris nominis, scilicet linee .*a.e.*, habebuntur 10, et radix de 40 pro linea .*a.f.* : que cum agregari non possint, est tota linea .*a.f.* binomia. Quare residuum .*f.b.* est recisum constans ex 10, minus radice de 40: harum itaque duarum quantitatum .*a.f.* , et .*f.b.* radices in unum coniuncte sunt radix de 20 , et radices de 240. Nam radix residui, in quo .*a.f.* super habundat .*f.b*, est radix de 20, minus radice de 240. Et si secundum hunc | hunc (*sic*) modum in inuenione radicum quinti, et sexti binomium (*sic*), et eorum recisorum processeris, nullatenus poteris deuiare.

Expricit tractatus de quadratis radicibus.

Incipit pars quinta de inuentione radicum cubicarum, et de addictione et multiplicatione, et extractione, seu diuisione earumdem.

Cvbus quidem numerus est, qui surgit ex multiplicatione trium equalium numerorum, uel ex aliquo quadrato numero in suam radicem ducto, ut 8, et 27 : nam 8 surgunt ex multiplicatione de 2 in 2, ducta in 2, uel ex multiplicatione quaternarii in suam radicem, scilicet in 2; et 27 surgunt ex tribus ternariis, uel ex nouenario ducto in suam radicem, que est 3. Nam radix cubica octonarii est 2 ; et radix cubica de 27 est 3; et sic intelligas de reliquis cubis numeris, et eorum radicibus. Reliqui autem numeri, qui cubi non sunt, radices cubicas in numeris habere non possunt. Vnde radices ipsorum cubices (*sic*) dicuntur surde. Nam, qualiter secundum propinquitatem radix cubica cuius uis numeri reperiri ualeat demostrabo. Sed primum, unde modus reperiendi has radices procedat, uolo presentialiter demonstrare. Cum itaque linea diuisa in duas partes fuerit, erunt cubi ipsarum proportionum cum triplo multiplicationis quadrati uniuscuiusque sectionis in aliam, equales cubo totius linee. Verbi gratia: sit linea .*a.b.*, ut libet diuisa super punctum .*g.* ; dico cubos proporcionum .*a.g.* , et .*g.b.* cum triplo quadrati portionis .*a.g.* in .*g.b.* , et cum triplo quadrati portionis .*b.g.* in .*g.a.*, quales (*sic*) esse cubo totius linee .*a.b.*; quod uideatur in numeris: sit tota .*a.b.* 5, et .*a.g.* sit 3, remanebit .*g.b.* 2; quorum porcionum cubi sunt 27 , et 8; quibus insimilis (*sic*) iunctis, faciunt 35; et ex triplo quadrati de 3 in 2, ueniunt 54; et ex triplo quadrati de 2 in 3, ueniunt 36; et sic habentur in summa 125, scilicet cubus quinarii, scilicet linee .*a.b.* Nam 5 est radix cubica de 125 ; quia ductis 5 in se, faciunt 25 ; quibus ductis in 5 , faciunt 125. Et cum super hanc diffinitionem diucius cogitarem, inueni hunc modum reperiendi radices, secundum quod inferius explicabo : sed primum uolo demonstrare, quomodo secundum hanc diffinitionem debeat quilibet numerus cubicarj : ut si uis cubicare 12, accipe cubum de 10, et cubum de 2 ; in quibus portionibus sint 12 diuisa , erunt 1008 ; super que adde triplum quadrati de 10 ductum in 2, et triplum quadrati de 2 ductum in 10 , scilicet 600, et 120, erunt in summa 1728, que sint cubus de 12 ; et sic potes operari

« sit tota … 3 in 2 » (fol. 171 verso, lin. 21 e 22; pag. 378, lin. 32, 33 e 34).



in cubicatione cuius uis numeri. Sed ut demonstremus modum, qualiter tres numeri equales uel diuersi in una multiplicatione multiplicandi sint; per quem modum etiam omnes numeri cubicantur; adiaceant tres numeri inequales, quorum primus sit 12, secundus 34, tercius 56; quos insimul multiplicari oporteat: describantur ipsi per ordinem, ut in margine cernuntur; et multiplicautur 2 per 4, erunt 8; que per 6, erunt unitates 48: ponantur 8 in loco unitatum, et retineantur 4; cum quibus addes multiplicationem eorumdem 6 in 5, erunt decene 44; et multiplicentur 2 per 3, et 4 per 1, erunt 10; que per 6, erunt decene 60; quas adde cum decenis 44, erunt decene 104: ponas 4 in loco decenarum, et retineas 10; | et 10, que multiplicata fuerunt per 6, multiplica per 5, et adde cum seruatis 10, erunt centene 60; et 1 per 3, erunt centenaria 3; que 3 multiplica per 6, erunt centenaria 18; que adde cum 60, erunt centenaria 78: pone 8 in loco centenariorum, et retineas 7; cum quibus adde multiplicationem de 1 in 3, ductam in 5, erunt millene 22: pone 2 in quarto gradu, et retineas 2, que pone in quinto gradu, et habebis pro quesita multiplicatione 22848; cuius multiplicationis probatio est, ut proba (*sic*) de 12 multiplices per probande (*sic*) 34; et proba que pronenerit, multiplica per probam de 56; et proba que pronenerit, erit proba de 22848: ad quam summam etiam peruenire poteris, si multiplicas 12 per 34; quod totum per 56.

fol. 173 recto.

« et 10 que.... que pronenerit » (fol. 173 *recto*, lin. 1-7; pag. 379, lin. 9-16).

22848
12
34
56

Item si uis multiplicare in una multiplicatione 123 per 456; quod totum per 789, describe numeros, ut in margine cernuntur; et multiplica figuras primi, et secundi numeri, secundum ordinem demonstratum in secundo capitulo; et multiplicationes, que prouenerint, duces per figuras tercii numeri, ut inferius ostendetur: primum quidem in multiplicatione de 123 in 456, multiplicantur 3 per 6, faciunt 18; que multiplica per primam figuram tercii numeri, scilicet per 9, erunt unitates 162. Quare ponas 2 in primo loco, et seruabis decenas 16; et multiplicabis eadem 16 per secundam figuram tercii numeri, scilicet per 8, erunt decene 144; et accipies multiplicationes positionis secunde figure duorum superiorum numerorum, scilicet 3 per 5, et 6 per 2, erunt 27; que multiplica per primam figuram tercii numeri, scilicet per 9, erunt decene 243; quibus additis cum decenis 16, et cum decenis 144 seruatis, scilicet cum decenis 160, erunt decene 403: pones 3 in secundo loco, et seruabis centenas 40; et accipies multiplicationes positionis tercie figure duorum superiorum numerorum, scilicet 3 per 4, et 6 per 1, et 2 per 5, erunt 28; et addes cum 40 seruatis multiplicationem positionis prime figure superiorum numerorum, scilicet de 18, in ultimam figuram tercii numeri, scilicet in 7, erunt centene 160; cum quibus adde multiplicationem inuentorum 27 in secundam figuram tercii numeri, scilicet in 8, erunt similiter centene 382; cum quibus adde multiplicationem inuentorum 28 in primam figuram tercii numeri, scilicet in 9, erunt similiter decene 634: pones 4 in tercio loco, et seruabis millenas 63. Cum quibus addes multiplicationem supradictorum 27 in 7 tercii numeri, et de 28 in 8 eiusdem numeri, erunt millene 476: et accipe multiplicationes positiones quarte figure in multiplicatione duorum superiorum, scilicet de 2 in 4, et de 6 in 1, erunt 13; que multiplica per 9 tercii numeri, erunt millene 117; quibus additis cum millenis 476, erunt millene 593: pones 3 in quarto loco, et retineas decem millenas 59; cum quibus addes multiplicationem supradictorum 28 in 7, et de 13 in 8, erunt decem millene 359; cum quibus adde multiplicationem de 1 in 4 ductam in 9, erunt decem millene 395: ponas 5 in quinto loco, et serua centum

« 18 per ... multiplicationem » (fol. 173 *recto*, lin. 16-21; pag. 379, lin. 24-31).

44253432
123
456
789

millenas 39; cum quibus adde multiplicationem predictorum 13 in 7, nec non et multiplicationem de 1 in 4 ductam in 8, erunt centum millene 162: pones 2 in sexto loco, et retineas 16, que sunt mille millene; cum quibus adde multiplicationem de 1 in 4 ductum in 7, scilicet 28, erunt mille millene 44: pones 4 in septimo loco, et 4 in octauo; et sic habebis pro quesita multiplicatione 44253432; et sic potes facere in similibus, nec non in cubicatione cuiusuis numeri trium figurarum. Vnde reuertamus ad inuentionem radicum cubicarum quorumlibet numerorum. Sed primum sciendum | est, qui sunt numeri cubi, qui fuerint a numeris primi gradus. Nam cubus unitatis est 1. Binarii 8, ternarii 27. Quaternarii 64. Quinarii 125. Sexnarii 216. Septenarii 343. Octonarii 512. Nouenarii 729. Et cubus itaque decenarii est 1000: quibus per ordinem cordetenus cognotis, sciatis, quod radix cubica numerorum unius et duarum, et trium figurarum est una figura. Quatuor uero figurarum, et quinque, et sex, radix cubica est numerus duarum figurarum; septem autem figurarum, et octo, et nouem, radix est numerus trium figurarum; et sic semper deinceps crescendo, unam, uel duas, uel tres figuras numero in eius radice crescet una figura tantum: his itaque intellectis, oportet docere, qualiter inueniatur differentia, que est inter aliquem cubum numerum, et suum. sequentem : multiplicabis itaque radicem unius per radicem alterius; et quod prouenerit triplicabis; et summe addes 1, quod prouenit ex cubicatione unitatis, in qua radix maioris cubi super habundat radicem minoris. Verbi gratia: uolo scire quantum addit cubus, qui fit a 3 super cubum qui fit (*sic*) 2: multiplicationem itaque de 2 in 3 triplica, erunt 18; quibus adde 1, erunt 19 pro differencia quesita; que 19 si addantur super cubum, qui fit a binario, scilicet super 8, ueuient 27, scilicet cubus, qui fit a ternario: his explicatis, inueniatur radix de 47 secundum propinquitatem : primum quidem accipe maiorem radicem, quam habent 47 in integris, et est 3; quorum cubum, scilicet 27, extrahe de 47, remanent 20: ergo radix cubica de 47 est 3, et remanent 20; que 3 sit linea *.a.b.*; et proportionabis 20 ad differentiam, que est inter cubum, qui fit a 3, et cubum, qui fit a 4: quam differentiam inuenies ex triplo multiplicationis de 3 in 4, uno addito, uel ex extracione 27 de 64; que differentia est 37, ex quibus 20 sunt plus medietate. Quare adde $\frac{1}{2}$ super lineam *.a.b.*; sitque *.b.g.*; et inueniatur cubus numeri *.a.g.*, qui sic inuenitur: cubicabo secciones *.a.b.*, et *.b.g.*, erunt $\frac{1}{8}$ 27; quibus super addam triplum quadrati numeri *.a.b.* in *.b.g.*, nec non et triplum quadrati numeri *.g.b.* in *.b.a.*, hoc est $\frac{1}{2}$ 13, et $\frac{1}{4}$ 2, erunt $\frac{7}{8}$ 42; a quibus usque in 47 desunt $\frac{1}{8}$ 4 : ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{2}$ 3, et superhabundant $\frac{1}{8}$ 4; que etiam proportionabis ad numerum, qui uenit ex triplo *.a.g.* in 4, que sunt radix sequentis cubi; qui numerus est 42, hoc est ex triplo de $\frac{1}{2}$ 3 in 4; ex quibus predicta $\frac{1}{8}$ 4 sunt quasi decima pars : quare adde numeru *.b.g.* $\frac{1}{10}$, que sit *.g.d.* Cuius cubus, qui est $\frac{1}{1000}$ cum triplo quadrati *.a.g.* ducto in *.g.d.*, silicet cum $\frac{3\ \ 6}{4\ 10}$ 3, nec non et cum triplo quadrati *.g.d.* ducto in *.g.a.*, scilicet cum $\frac{1\ \ 10}{2\ 100}$, extrahe de $\frac{1}{8}$ 4, remanebunt $\frac{344}{1000}$, que sunt $\frac{43}{125}$. Ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{10}\,\frac{1}{2}$ 3, scilicet $\frac{3}{5}$ 3, et remanet inde parum amplius de $\frac{1}{3}$ unius iotegri; quam terciam si proporcionaueris ad numerum, qui prouenit ex triplo *.a.d.* in 4, propius nimirum ad radicem de 47 deuenies.

Item si uis inuenire radicem cubicam de 900. Iam scis, quia radix eorum, quam habent in integrum, cum sint numerus tercii gradus, est una figura tantum; quam accipe ,

fol. 173 verso.

« 47 in ... 20 ergo » (fol. 173 verso, lin. 15; pag. 380, lin. 24 e 25).



et est 9, quorum cubus est 729: quibus extractis ex 900, remanent 171; et inuenies differentiam, | que est a cubo nouenarii usque in cubum decenarii; que differentia est 271: proportiona ergo residua 171 cum 271, uenient parum minus de $\frac{2}{3}$. Quarum duarum terciarum cubum, scilicet $\frac{8}{27}$, extrahe de 171, remanebunt $\frac{19}{27}$ 170: deinde multiplica triplum quadrati 9, scilicet 243 per $\frac{2}{3}$, hoc est accipe $\frac{2}{3}$ de 243, erunt 162; que extrahe de $\frac{19}{27}$ 170, remanent $\frac{19}{27}$ 8: deinde accipere (*sic*) quadratum de $\frac{2}{3}$, erunt $\frac{4}{9}$; quas triplica, ueniet $\frac{1}{3}$ 1; quem numerum multiplica per 9, uenient 12; que cum non possint extrahere de $\frac{19}{27}$ 8, extrahes $\frac{19}{27}$ 8 de 12, remanent $\frac{8}{27}$ 3 diminuta. Ergo radix de 900 est $\frac{2}{3}$ 9, et desunt inde $\frac{8}{27}$ 3, hoc est cubus de $\frac{2}{3}$ 9 est $\frac{8}{27}$ 903: quem inuenies, si de $\frac{2}{3}$ 9 facies tercias, scilicet 29; et cubicaueris 29, et eorum cubum per 27 diuiseris, scilicet per cubum ternarii. Et si propius ad radicen de 900 uenire uis, multiplica $\frac{2}{3}$ 9 per 10; et quod prouenerit triplica; uel triplum de $\frac{2}{3}$ 9 per 10 multiplica, exibunt 290. In quibus diuide $\frac{8}{27}$ 3; et quod prouenerit abice de $\frac{2}{3}$ 9, et habebis propositum. fol. 171 recto.

Rvrsus si uis inuenire radicem de 2345. Iam scis, quia radix eorum, quam habent in integrum, est numerus duarum figurarum. Quare ultima figura ipsius radicis ponenda est sub secundo gradu. Nam que figura ipsa esse debeat, indicabo. Relinque itaque ex 2345 tres figuras, que faciunt tercium, et secundum, et primum gradum, remanent 2; ex quibus accipe maiorem radicem, quam habent in integrum, que est 1, et remanet 1; quam radicem, scilicet 1, pones sub 4; et pro 1 quod remanet, pone 1 super 2; et copulabis ipsum cum 345, erunt 1345; et sic pro radice de 2345 habentur 10, scilicet 1 in secundo gradu, et remanent 1345; pro quibus ante positum 1 oportet ponere talem figuram sub 5, que multiplicata ipsa per triplum quadrati posite figure sub 4, nec non et multiplicata eadem posita figura per triplum quadrati ponende figure, etiam et cubitata ipsa ponenda figura; et hec omnia extracta cum fuerint de 1345, non remaneat inde ultra triplum multiplicationis tocius inuente radicis in numerum sequentem in ordine numerorum; quam figuram inuenire non poteris, nisi ex usitato arbitrio. Erit enim ipsa figura 3; qua posita sub 5, triplicabis quadratum posite figure, erunt 3, que pones sub tercio gradu; quia cum multiplicatur secundus gradus in se, tercium gradum facit; et multiplicabis posita 3 sub 5 per posita 3 sub 3, erunt 9; que extrahe ex copulatione de 1 posito super 2 cum sequentibus 3, scilicet de 13, remanent 4, que pone super 3 tercii gradus; et triplicabis quadratum positorum trium sub 5, erunt 27, que pones sub secundo, et primo gradu; quia cum primus gradus multiplicat se ipsum, primum gradum fatit (*sic*), uel terminantem in ipso: et multiplicabis ipsa 27 per 1 positum sub 4, et extrahes ipsam multiplicationem ex copulatione quaternarii positi super 3, et sequentis quaternarii, scilicet de 44, remanent 17 super ipsa 44; que copulabis cum 5 primi gradus, erunt 175; de quibus extrahe cubum ternarii positi sub 5, scilicet 27, remanebunt 148; que non excedunt triplum multiplicationis radicis inuente, scilicet de 13, in numerum sibi sequentem, scilicet in 14: ergo radix cubica de 2345 est 13, et remanent 148: accipe ergo | triplum multiplicationis de 13 in 14, et adde 1, erunt 547; ex quibus 148 sunt parum amplius quarte partis. Quare adde $\frac{1}{4}$ inuente raddici, erunt $\frac{1}{4}$ 13; et extrahe ergo cubicationem de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{1}{64}$ ex 148, remanent $\frac{63}{64}$ 147. Et accipe triplum quadrati de 13, erunt 507; que multiplica per $\frac{1}{4}$, uenient $\frac{3}{4}$ 126; que extraheude (*sic*) $\frac{63}{64}$ 147, remanent $\frac{15}{64}$ 21. Item accipe triplum quadrati de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{16}$; fol. 171 verso.

« est sub .... inuente » (fol. 171 recto, lin. 16-25; pag. 381, lin. 16-25).

1	4	8	
1	4	7	
2	3	4	5
		1	3
	3	2	7

et multiplica eas per 13, uenient $\frac{7}{16}$ 2; que extrahe de $\frac{13}{64}$ 21, remanent $\frac{54}{64}$ 18; et sic pro radice de 2345 habentur $\frac{1}{4}$ 13; et superhabundat ex eis $\frac{54}{64}$ 18. Quare multiplica $\frac{1}{4}$ 13 per primum sequentem numerum, scilicet per 14, erunt $\frac{1}{2}$ 185; in quibus diuide $\frac{54}{64}$ 18, exibit circa $\frac{1}{10}$; qua addita cum $\frac{1}{4}$ 13, reddent $\frac{17}{60}$ 13 pro quarta radice; et sic studeas facere in similibus.

[illegible] posita sub [illegible] fol. 151 verso, lin. 15-21; pag. 382, lin. 12-15.

```
      1
      2
      3 9
      8 9
      3   1
1       4 4
2 9 1 2 7
3 6 7 8 9
        3 8
      2 7
      1 9 2
        6 4
```

Ut si radicem cubicam de 56789 habere desideras. Iam sis (*sic*), quia radix eorum est numerus duarum figurarum. Quare dimisis tribus prim's figuris, radicem reliquarum, scilicet de 56, accipe, eritque 3, et remanent 29: pone igitur 3 sub secundo gradu, et 29 super 56; et triplica quadratum positi ternarii, erunt 27, que pone sub quarto, et tercio gradu; quia cum secunda figura multiplicatur in se, faciunt tercium gradum, uel terminantem in ipso: et studeas ante positum ternarium ponere talem figuram, que cum multiplicata fuerit per 27, que sunt in quarto, et tercio gradu; et ipsa multiplicatione extracta de 297, scilicet ex copulatione predictorum 29, et sequentium 7, remaneat inde numerus, qui copulatus cum fuerit cum sequenti figura, scilicet cum 8, possis ex ipsa copulatione extrahere multiplicationem tripli quadrati ponende figure in 3, scilicet in positam figuram, et remaneat inde numerus, qui cum copulatus fuerit cum 9 primi gradus, ualeas inde extrahere cubum ipsius ponende figure; et non remaneat inde ultra triplum multiplicationis totius radicis inuente in numerum sequentem: et hanc considerationem habeas in omni ponenda figura; eritque illa figura 8: qua posita sub primo gradu, multiplicabis eam per 27; hoc est primo per 2, et postea per 7. Nam ex ductis 8 in 2 ueniunt 16; quibus extractis de 29, remanent 13 super ipsis; et ex ductis 8 in 7, ueniunt 56; quibus extractis de 137, remanent 81 super ipsis: post hec multiplica 8 in se, erunt 64 terminantia in primo gradu; que triplica, erunt 192, similiter terminantia in primo gradu. Quare pones ea super suos gradus, scilicet sub tercio, et secundo, et primo; ex quibus multiplica ultimam figuram per 3 posita sub secundo gradu, facient 3 in quarto gradu. Quare extrahe eadem 8, scilicet ex ultima figura, de 81, remanent 5 super 8; et multiplica sequentem figuram de 192, scilicet 9, per eadem 3, erunt 27 terminantia in tertio gradu; quia cum secundus gradus multiplicat secundum, tercium gradum facit. Quare extrahe 27 de 51, que sunt in tercio gradu, remanent in eisdem gradibus 24; quibus copulatis cum 8 sequentibus, erunt 248; ex quibus extrahe multiplicationem figure primi gradus de 192 in 3 predicta, remanebunt 242; quibus copulatis cum 9 sequentibus, erunt 2429; et ex quibus extrahe cubum octonarii, scilicet 512, remanebunt 1917: uel aliter: multiplica 8 in se, erunt 64, que pone sub secundo, et primo gradu, multiplicans 6 per 8, extrahens de 242, remanent 194 super ipsis 242; quibus copulatis cum 9 sequen|tibus, faciunt 1949; ex quibus extrahe multiplicationem prime figure de 64 in 8, scilicet 32, remanebunt similiter 1917, que non super habundant triplum multiplicationis de 38 in 39. Ergo radix cubica de 56789 est 38, et remanent inde 1937. Quod residuum addit super predicte (*sic*) 38.

fol. 153 recto.

Rursus si uis inuenire radicem de 456789, diuisis tribus primis figuris, radice relinquarum trium, scilicet de 456, que est 7, pone sub secundo gradu; et residuum, quod est 113, pone super eis; et triplum quadrati de 7, scilicet 147, pone ita ut sint terminantia sub tercio gradu; et studeas inuenire figuram, que ponenda est sub primo gradu ante posita 7 per modum demonstratum; eritque 7, quam pone sub primo gradu;

et multiplica eam per 1 de 147, erunt 7; que extrahe ex 11, que sunt super 45, remanent 4 super quintum gradum; que copula cum 3 sequentibus, faciunt 43; de quibus tolle multiplicationem eorumdem 7 in 4 de 147, remanent 15 super 43; quibus copulatis cum 7, erunt 157; ex quibus tolle multiplicationem eorumdem 7 primi gradus in 7, que sunt iu 40, remanebunt 108 super 157: deinde triple (*sic*) quadratum septenarii primi gradus, erunt 147 terminantia in tertiu gradu; que ordinate per suas differentias per 7, que sunt posita sub secundo gradu, secundum quod in diuisione numerorum docuimus multiplica. Nam ex uno ducto in 7 ueniunt 7; quibus extractis de 10, remanent 3 super 0; et ex 4 ductis in 7 ueniunt 28; quibus extractis de 38, remanent 10 super 38; et ex ductis 7 in 7 ueniunt 49; quibus extractis de 108, remanent 59 super tercium, et secuudum gradum; quibus copulatis cum 9 primi gradus, faciunt 599; ex quibus extrahe cubum septenarii, scilicet 343, remanent 256; et sic radix inuenta est 77, et remanent 256.

* quod est .... differentias per » (fol. 175 *recto*, lin. 7-15; pag. 382, lin. 40 e 41 — pag. 383, lin. 6)

```
    1
    3 2
  1 6 5
  4 5 0 5
1 1 3 8 9 6
4 5 6 7 8 9
        7 7
  1 4 7
    1 4 7
      4 9
```

Adhuc si uis inuenire radicem de 9876543; diuisis siquidem tribus primis figuris, remanent 9876; quibus positis in aliam partem, eorum radicem inuenias ordine demonstrato, erit que 21; et remanebunt iude 615: pone ergo 21 sub tercio, et secundo gradu, cum radix septem figurarum sit numerus figurarum trium; et remanentia 615 pone super 876, vt hic ostenditur; et tripla quadratum de 21, erunt 1323; que ponenda sunt terminantia in terciu gradu, in quo terminatur multiplicatio unitatis in se, que posita est sub secundo gradu. Quibus ita positis, cadit ultima figura eorum sub sexto gradu: deinde pone 4 ante 21, que figura inuenitur ex magisterio superius demonstrato; et multiplicabis ipsa 4 per unam quamque figuram ordinate de 1323; et incipies extrahere a 6, que sunt super sextum gradum; quia cum primus gradus sextum multiplicat, sextum gradum facit: ergo multiplicabis 4 per 1, et extrahes de 6, remanebunt 2 super 6; et 4 per 3, et extrahes de 21, remanebunt 9 super 1; et 4 per 2, et extrahes de 95, remanebunt 87 super quintum, et quartum gradum; et 4 per 3, et extrahes de 875, remanebunt 863 super quintum, et quartum, et tertium gradum: deinde accipe triplum quadrati de 4, scilicet 48, et pone sub secundo, et primo gradu; et multiplicabis 4 ex ipsis 48 per 2 de 21 positis in radice, erunt 8, que extrahenda sunt de numero terminante in quarto gradu, scilicet de 86; quia cum secundus gradus multiplicat tercium, quartum gradum facit; remanebunt | 78 ex ipsis 86 super quintum, et quartum gradum; et eadem 4 multiplicabis per 1 de 21, erunt 4, que extrahenda sunt de numero terminante in tertio gradu, scilicet de 783; quia cum secundus gradus secuudum multiplicat, tercium gradum facit; remanebunt 779 super quintum, et quartum, et tercium gradum: deinde multiplicanda sunt 8, que restant de 48 gradatim per eadem 21. Ergo multiplicabis 8 per 2, faciunt 16; que extrahes de numero terminate in tercio gradu; quia cum primus gradus multiplicat tercium, tercium gradum facit; remanebunt 763 super quiutum, et quartum, et tercium gradum: et 8 per 1, faciunt 8; que extrahes de numero terminate in secundo gradu, scilicet de 7634; quia cum primus gradus multiplicat secundum, secundum gradum faciunt; remanebuut inde 7626 super quintum, et quartum, et tercium, et secundum gradum; que copula cum 3, que sunt in primo gradu, erunt 76263; de quibus extrahe cubum de 4, scilicet 64, remanebunt 76199 super radicem inuentam, que est 214: eodemque modo, si radice (*sic*) alicuius numeri octo, uel

* sub tercio .... quaideats » (fol. 175 *recto*, lin. 26 36 e 37 — pag. 383, lin. 16-28).

```
      6
    7 7
    7 8 2
    8 6 3
  2 9 7 9
  6 1 5 3 6
9 8 7 6 5 4 3

        2 1 4
  1 3 2 3
          4 8
```

fol. 175 *verso*.

nouem figurarum reperire uis, relictis primis figuris, radicem reliquarum per demonstratum modum inuenire studeas: et deinde copulato residuo earum cum tribus dimissis figuris, facies secundum quod modo fecimus; et inuenies quesitum, si deus uoluerit: eademque uia et ordine poteris operari in reperiendis radicibus cubicis numerorum decem, uel plurium figurarum.

Explicit de inuentione radicum cubicarum.

Incipit de multiplicatione earumdem inter se.

Si uis multiplicare radicem cubicam de 40 per radicem cubicam de 60, multiplica 40 per 60, erunt 2400; quorum radix cubica est id quod queris: et si uis 5 multiplicare per radicem cubicam de 90, cubica 5, erunt 125. Ergo uis multiplicare radicem cubicam de 125 per radicem cubicam de 90. Quare multiplicabis 125 per 90; et eius quod prouenerit radix cubica est illud quod queris. Et si uis multiplicare duas cubicas radices de 20 per tres radices cubicas de 40, reddige eas ad radicem cubicam unius numeri sic: pro duabus radicibus de 20 cubica 2, erunt 8; que multiplica per 20, erunt 160; quorum radix cubica equatur duabus radicibus de 20. Similiter pro tribus radicibus de 40 cubica 3, erunt 27; que multiplica per 40, erunt 1080; quorum radix cubica habetur pro tribus radicibus de 40. Multiplica ergo 160 per 1080; et eius quod prouenerit radix cubica, erit illud quod queris. Item si uis multiplicare radicem cubicam de 20 pro aliquid (*sic*), unde proueniat aliquis numerus datus, ut dicamus 10; cubica 10, erunt 1000; que diuide per 20, exibunt 50; quorum radix cubica est id quod queris.

Et si uis inuenire duas radices cubicas numerorum non cuborum, que insimul multiplicato (*sic*) faciant numerum ratiocinatum. Cubica unum numerum qualem uis, et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciant ipsum cubum numerum. Cubice autem radices ipsorum duorum numerorum erunt quesita. Verbi gratia: cubicentur 6, erunt 216; et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati, faciat 216; eruntque 9, et 24; quorum radices cubice sunt quesita. Aliter | adiaceant duo numeri quadrati quauis (*sic*) sintque 4, et 9; et multiplica unum quenque ipsorum per radicem alterius, exibunt 12, et 18; quorum radices insimilis (*sic*) multiplicate faciunt radicem cubi numeri, ut querebatur.

fol. 176 recto

Si uis diuidere radicem cubicam de 100 per radicem cubicam de 5, diuide 100 per 5, prouenient 20; quorum radix cubica est id quod queris. Et si diuiseris 5 per 100, prouenit $\frac{1}{20}$, cuius radix cubica est id quod prouenit ex radece (*sic*) de 5 diuisa in radicem de 100. Et si uis diuidere 8 per radicem de 32, cubum de 8, scilicet 512, diuide per 32, ueniet 16, quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis diuidere radicem de 80 per 2, diuide 80 per cubum binarii, uenient 10; quorum radix cubica est id quod queris.

Item si uis diuidere octo radices cubicas de 10 per tres radices cubicas de 5; reddiges pluralitatem ipsarum radicum ad radicem unam, et habebis 5120 pro octo radicibus de 10; et pro tribus radicibus de 5 habebitur radix de 135.

Explicit de multiplicatione radicum cubicarum.

Incipit de diuisione earum inter se.

Scias in additione, et disgregatione radicum cubicarum euenire ea, que inter radices eueniunt quadratorum, uidelicet quod quedam ex eis possunt inter se agregari, et

disgregari, et quedam non. Cum itaque cubi radicum inter se proportionem habuerint, ut cubus numerus ad cubum numerum, tunc inter se agregari possunt, et disgregari. Vnde eas, quarum cubi habent proportionem, sicut cubus numerus ad cubum numerum, agregare uis, radices ipsorum cuborum insimul adde; et quod prouenerit cubica; et cubicatam summam multiplica per multiplicitatem, quam habent cubi ipsarum radicum ad cubos proportionis. Verbi gratia: uis addere radicem cubicam de 16 cum radice cubica de 54, quorum numerorum proportio est sicut cubus numerus 8 ad cubum numerum 27; et unus quisque ipsorum duplus sui cubi: adde ergo radicem de 8 cum radice de 27, scilicet 2 cum 3, erunt 5; que cubica, erunt 125; que multiplica per 2 propter 16, et 54, que sunt duppla de 8, et de 27, erunt 250; quorum radix cubica est additio quesita: et si ipsas radices disgregare uis, radicem de 8 ex radice de 27 extrahe, remanebit 1; cuius cubum, scilicet 1, multiplica per predictam multiplicitatem, scilicet per 2, et habebis radicem de 2 pro residuo quesite extractionis. Item si uis addere radicem cubicam de 4 cum radice cubica de 32, quorum numerorum proportior(*sic*) est sicut 1 ad 8; et est unus quisque eorum quadruplus sui cubi. Quare radicem cubicam de 1 adde cum radice de 8, erunt 3; quorum cubum, scilicet 27, quadruplica, erunt 108; quorum cubicum (*sic*), scilicet ; quorum radix cubica est additio quesita. Et si radicem de 4 extrahere uis ex radice de 32, radicem de 1 extrahe ex radice de 8, remanet 1; cuius cubum, scilicet 1, quadruplica, erunt 4; quorum radix cubica est residuum quesite extractionis. Aliter sit linea *.a.b.* radix cubica de 32, et *.b.c.* sit radix de 4; et uolo scire quantitatem totius *.a.c.* Quoniam linea *.a.c.* diuisa est in duo super punctum *.b.*|, erunt duo cubi portionum *.a.b.*, et *.b.c.* cum triplo quadrati *.a.b.* in *.b.c.*, nec non et cum triplo quadrati *.b.c.* in *.a.b.*, equales cubo totius linee *.a.c.* Quare addantur cubi portionum *.a.b.*, et *.b.c.*, silicet 32 cum 4, erunt 36; et multiplicetur *.a.b.* in se, scilicet radix cubica de 32, in radicem cubicam de 32, ueniet radix cubica de 1024; quam radicem triplica, scilicet multiplica 1024 per 27, ueniet radix cubica de 27648; quam radicem multiplica in *.b.c.*, scilicet in radicem cubicam de 4, ueniet radix cubica de 110592, que est 48: uel aliter: ex quadrato linee *.a.b.* in *.b.c.* proueniet semper cubus numerus in similibus. Quare multiplica 1024 per 4, erunt 4096; quorum radix est cubica 16; que multiplica per 3, erunt 48; que adde cum 36, erunt 84. Item quadratum linee *.b.c.*, silicet radix cubica de 16, multiplica per *.a.b.*, silicet per radicem de 32, ueniet radix cubica de 512, que est 8; que multiplica per 3, erunt 24; que adde cum 84, erunt 108 pro cubo totius linee *.a.c.*: ergo *.a.c.*, silicet coniunctum ex radice de 32, et ex radice de 4, est radix cubica de 108, ut per alium modum inuenimus. Et si radicem de 4 per alium modum ex radice de 32 extrahere uis, quandam diffinitionem linee diuise, quam huic operi necessariam inueni, oportet predicere. Videlicet ut cum aliqua linea ut libet diuisa in duo fuerit, cubus totius linee cum numero solido, qui fit a quadrato unius sectionis, et a tota linea, equalis duplo numeri solidi, qui fit a quadrato totius linee, et ab eadem sectione, et solido, qui fit a quadrato relique sectionis, et a tota linea. Verbi gratia: sit linea *.a.b.* 5 diuisa super *.g.*; et sit *.a.g.* 3; quare *.g.b.* est 2. Erit itaque cubus linee *.a.b.* 125; et solidus, qui fit a quadrato linee *.g.b.* in lineam *.a.b.*, erit 20; quibus additis cum 125, erunt 145; quibus equatur duplum solidi, qui fit a quadrato linee *.a.b.* in linea *.b.g.*

fol. 176 *verso*

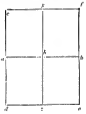
« radix .... ueniet » (fol. 176 *verso*, lin. 5; pag. 385, lin. 25-26).



« sit *.a.g.* .... 125; et » (fol. 176 *verso*, lin. 21; pag. 385, lin. 41).



(1) intellecta ... numeri, qui a (fol. 176 verso, lin. 27 e 28-37; pag. 385, lin. 4-14).



cum solido, qui fit a quadrato linee .*g.a.* in linea .*a.b.* Quia ex ductu .*a.b.* in se ueniunt 25; quibus ductis in .*g.b.*, erunt 50, quorum duplum est 100; quibus additis cum multiplicatione quadrati linee .*g.a.* in .*a.b.*, silicet cum 45, faciunt 145, ut oportet. Hac itaque diffinitione intellecta, pro radice cubica de 32 adiaceat linea .*d.e.*; et accipiatur ex ea portio .*e.z.*, que sit radix cubica de 4, remanet .*z.d.* ignota, quam inuenire uolumus. Constituam igitur super lineam .*d.e.* quadrilaterum equilaterum, et equiangulum .*c.d.e.f.*; et signabo punctum .*b.* in lineam .*e.f.*, ita ut .*e.b.* sit equalis linee .*e.z.*; et per punctum .*b.* protraham lineam .*b.a.*; et sit .*a.d.* equalis linee .*b.e.* Item per punctum .*z.* protraham lineam .*z.g.*; et sit .*g.f.* equalis .*z.e.*: quibus explicatis accipiam cubum linee .*d.e.*, qui est 32; et multiplicabo .*z.e.* in se, prouenit radix cubica de 16 pro quadrato .*h.z. e.b.*; quam superficiem ductam in altum, secundum quantitatem linee .*d.e.*, hoc est multiplicabo superficiem .*z.b.*, que est in plano, per equalem linee .*d.e.*; quam intelligo eleuatam in altum, scilicet radicem de 16 per radicem de 32, proueniet radix cubica ipsius numeri, qui prouenit ex 16 in 32: sed ex 16 in 32 prouenit idem quod ex dimidio de 16 in duplo de 32, scilicet ex 8 in 64: sed ex ductis 8 in 64 prouenit numerus cubus cum 8,| et 64 sint cubi. Cuius radix est illud, quod prouenit ex radice de 8 in radice de 64, scilicet de 2 in 4; sic habentur 8 pro solido, qui fit a quadrato linee .*e.z.* in lineam .*e.d.*: quibus 8 additis cum 32, silicet cum cubo linee .*e.d.*, erunt 40; de quibus si auferatur duplum solidi, qui fit a superficie .*a.d.e.b.*, et linea .*e.d.*, hoc est duo solidi, qui fiunt a superficie predicta, et a superficie .*z.e.f.g.* eleuatis in altum secundum lineam .*e.d.*, remanebit solidus, qui fit eleuatus in altum, secundum quantitatem linee .*d.e.* super quadratum linee .*z.a.* ignote, scilicet super quadratum .*c.a.h.g.* Nam solidus, qui fit a superficie .*a.d.h.* eleuata in .*d.e.* habetur ex multiplicatione .*b.e.* in .*e.d.* ducta in .*e.d.*, hoc est ex quadrato linee .*e.d.* in .*e.z.*: ergo multiplicabis radicem de 32 in se, ueniet radix de 1024; quam multiplicabis per .*b.e.*, hoc est per .*e.z.*, silicet per radicem de 4, ueniet radix illius, quod prouenit ex duplo de 4 in dimidium de 1024, scilicet ex 8 in 512: sed radix eius qui prouenit ex 8 in 512 est id, quod prouenit ex 2 in 8, silicet ex radice de 8 in radicem de 512: ergo solidus, qui fit ex .*d.e.* in .*e.z.* producta in .*d.e.*, erunt 16; quorum duplum extrahe de 40, remanent 8 pro solido, qui fit ex quadrato linee .*z.d.* in lineam .*d.e.* Quare si duseris (*sic*) 8 per lineam .*d.e.*, silicet per radicem cubicam de 32, ueniet radix cubica de 16 pro quadrato linee .*z.d.*, hoc est pro superficie quadrata .*a.g.* Quare radix quadrata radicis cubice de 16, scilicet radix cubica de 4, est linea .*h.a.*, hoc est linea .*z.d.*: ergo si ex radice cubica de 32 aufferatur radix cubica de 4, remanet radix cubica de 4, ut per alium modum inuenimus. Et quia inuenta est linea .*z.d.* equalis linee .*z.e.*, erit tota linea .*d.e.* duplum linee .*e.z.* Vnde ex hoc manifestum est, quod cum aliquis numerus fuerit octuplum alterius, tunc radix cubica maioris cubici erit duplum radix (*sic*) cubice minoris. Vnde radix cubica de 32 soluitur in duabus radicibus de 4. Quare cum uis addere radicem de 32 cum radice de 4, tunc uis addere duas radices de 4 cum una radice de 4; ex qua coniunctione proueniunt tres radices de 4, hoc est radix eius, quod prouenit ex ductis 27 in 4. Similiter, cum uis extrahere radicem de 4 ex radice de 32, tunc ex duabus radicibus de 4 extrahe unam radicem de 4, remanebit una radix de 4, ut modo inuenimus. Et

(fol. 177 recto.)

ut hoc melius declarescat, addatur radix de 135 cum radice de 1715; quorum proportio est sicut cubus 27 ad cubum 343; et est unusquisque eorum quincuplus sui cubi. Quare accipe radices ipsorum cuborum, erunt 3 et 7. Dic ergo, te uelle addere tres radices de 5 cum septem radicibus de 5. Ex qua iunctione proueniunt decem radices cubice de 5, hoc est una radix de 5000. Et si uis extrahere radicem de 135 ex radice de 1715, extrahe tres radices de 5 ex septem radicibus de 5, remanebunt quattuor radices de 5, silicet una radix de 320. Et sic intelligas in omnibus radicibus cubicis inter se comunicantibus: relique uero radices, que proportionem non habent, addi nec disgregari possunt. Vnde si uis addere radicem cubicam de 5 cum radice cubica de 3, proueniet ex eorum ad-| dictione radix de 5, et radix de 3. Et si uis eas disgregare, habebis radicem de 5, minus radice de 3; et aliter dici non possunt pulcrius. Vnde huic capitulo finem imponimus. fol. 177 verso

Incipit capitulum quintum decimum de regulis geometrie pertinentibus, et de questionibus aliebre et almuchabale.

PARTES huius ultima (*sic*) capituli sunt tres; quarum prima erit de proportionibus trium, et quattuor quantitatum, ad quas multe questionum geometrie pertinentium solutiones reddiguntur: secunda erit de solutione quarumdam questionum geometricalium: tertia erit super modum algebre, et almuchabale.

Incipit pars prima.

a Sint .... proportionem e (fol. 177 verso, lin. 9; pag. 387, lin. 19).



Sint primum tres numeri proportionales .*a.b.*, *b.c.*, *c.d.* secundum proportionem continuam, scilicet vt .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*b.c.* ad .*c.d.*; et sit coniunctum numerorum .*a.b.*, et .*b.c.* 10; et numerus .*c.d.* sit 9; et queratur disiunctio numerorum .*a.b.* *b.c.*: quoniam est sicut .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*b.c.* ad .*c.d.*; erit ergo sicut duo antecedentes ad unum ipsorum, ita et reliqui antecedentes ad suum consequentem; hoc est sicut .*a.c.* primus ad .*b.c.* secundum, ita .*b.d.* tercius est ad .*c.d.* quartum; et sunt noti primus, et quartus; et quia cum quattuor numeri sunt proportionales, multiplicatio primi in quartum equatur multiplicationi secundi in tercium: est enim primus .*a.c.* 10, et quartus .*c.d.* est 9; quorum multiplicatio, que est 90, equatur multiplicationi .*b.c.* secundi in .*b.d.* tercium: diuidatur itaque numerus .*c.d.*, silicet in duo equa super punctum .*e.*, erit una queque portio eorum $\frac{1}{2}$ 4. Et quia .*c.d.* numerus diuisus est in duo equa super .*e.*, et ei adiunctus est numerus .*b.c.*, erit multiplicatio adiuncti .*b.c.* in totum .*b.d.* cum quadrato numeri .*c.e.*, equalis quadrato numeri .*b.e.*: est enim multiplicatio ex .*b.c.* in .*b.d.* 90; et quadratus numeri .*c.e.* est $\frac{1}{4}$ 20; quibus in similibus (*sic*) iunctis, faciunt $\frac{1}{4}$ 110 pro quadrato numeri .*b.e.*; quorum radix, scilicet $\frac{1}{2}$ 10, est numerus .*b.e.*; de quibus auferatur numerus .*c.e.*, silicet $\frac{1}{2}$ 4, remanebit .*b.c.* numerus 6; quibus extractis ex numero .*a.c.*, silicet ex 10, remanebit numerus .*a.b.* 4. Item sit sicut numerus .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*b.c.* ad .*c.d.*; et .*a.b.* sit 4, et coniunctum ex numeris .*b.c.*, et .*c.d.* sit 15; erit ergo sicut .*a.b.* primus ad .*a.c.* secundum, ita .*b.c.* tercius ad .*b.d.* quartum: multiplicabis siquidem primum eorum in quartum, scilicet 4 per 15, erunt 60; quibus equatur multiplicatio secundi .*a.c.* in tercium .*b.c.*: quare addatur super 60 multiplicatio medietatis numeri .*a.b.* in se, erunt 64; ex quorum radice auferatur medietas numeri .*a.b.*, remanebunt 6 pro numero .*b.c.*; quibus extractis ex numero .*b.d.*, remanebunt 9 pro numero .*c.d.* Rursus sit sicut .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*b.c.* ad .*c.d.*; et .*b.c.* sit 6: coniunctum itaque ex nu-

per 7ma secundi euclidis

b remanebit .... .b.c., ita c (fol. 177 verso, lin. 26, pag. 387, lin. 33 e 35).



« adiaceat .... .c.e. est 13 » (fol. 177 verso, lin. 37; pag. 388, lin. 3 e 4).



per 6^{am} secunde

fol. 178 recto.

meris .*a.b.*, et .*c.d.* sit 13; quia multiplicatio primi in tercium equatur multiplicationi secundi in se in tribus numeris proportionalibus: ideo secundum numerum in se multiplica, erunt 36; quibus equatur multiplicatio ex .*a.b.* in .*c.d.*: adiaceat itaque numerus .*d.e.* equalis numero .*a.b.*; quare totus .*c.e.* est 13; qui diuidatur in duo equa super punctum .*f.*, erit una queque portio earum $\frac{1}{2}6$: et quoniam numerus .*c.e.* diuisus est in duo equalia super .*f.*, et in duo inequalia super .*d.*, erit | superficies recti angula in equalium portionum, scilicet multiplicatio .*e.d.* in .*d.c.* cum quadrato numeri .*d.f.*, equalis quadrato numeri .*e.f.*: quare multiplicetur .*e.f.*, silicet $\frac{1}{2}6$ in se, erunt $\frac{1}{4}42$; de quibus auferatur multiplicatio ex .*a.b.*, hoc est ex .*e.d.* in .*d.c.*; que multiplicatio est 36, remanebunt $\frac{1}{4}6$ pro quadrato numeri .*f.d.*; quorum radix, scilicet $\frac{1}{2}2$, est numerus .*f.d.*: quibus additis super numerum .*c.f.*, erit totus .*c.d.* 9; quibus extractis ex .*c.e.*, scilicet ex 13, remanebunt 4 pro numero .*d.e.*, hoc est pro numero .*a.b.* Item collectum ex numeris .*a.b. b.c. c.d.* sit 19; et queratur quantitas uniuscuiusque: hoc potest fieri infinitis modis; ex quibus ponam unum modum: summantur tres numeri continue proportionales; sintque 1, et 2, et 4; quos insimul iunge, erunt 7; in quibus diuide multiplicationes de 1, et 2, et 4 in 19.

« diuide .... remanebunt » (fol. 178 recto, lin. 11-20 e 21, pag. 388, lin. 16-26).



Rursus sit sicut .*a.* ad .*b.g.*, ita .*b.g.* ad .*e.d.*; et sit 2 numerus .*b.c.*, in quibus numerus .*b.g.* superhabundet numerum .*a.*; nec non et numerus .*e.d.* sit 9: sumatur ex numero .*e.d.* numerus .*e.f.* equalis superfluo, in quo numerus .*e.d.* superhabundat numerum .*b.g.*; erit itaque sicut numerus .*e.d.* primus ad .*b.g.* secundum, ita .*e.f.* tercius ad .*b.c.* quartum: multiplicabis ergo .*e.d.* in .*b.c.*, qui sunt noti, erunt 18; quibus equatur multiplicatio .*b.g.* in .*e.f.*; est enim .*f.d.* equalis numero .*b.g.*: ergo ex ducto .*e.f.* in .*f.d.* proueniunt 18; qui auferantur ex quadrato medietatis numeri .*e.d.*; que medietas sit .*e.z.*, remanebunt $\frac{1}{4}2$; quorum radix est $\frac{1}{2}1$, que sunt quantitas numeri .*f.z.*; quibus extractis ex .*z.e.*, remanebunt 3 pro .*f.e.*; quibus 3 extractis ex .*e.d.*, remanebunt 6 pro .*f.d.*, hoc est pro .*b.g.*; ex quibus extractis 2, silicet .*b.c.*, remanebit .*c.g.*, hoc est .*a.* 4. Sed sicut .*a.* ad .*b.g.*, ita .*b.c.* sit ad .*e.f.*; et sit .*a.* 4, et .*e.f.* sit 3: multiplicabis ergo primum numerum .*a.* notum per quartum .*e.f.*, erunt 12; quibus equatur multiplicatio secundi .*b.g.* in tercium .*b.c.*: et est notus .*c.g.*, cum sit equalis .*a.* noti: quare dimidium .*c.g.*, silicet 2, in se multiplica, erunt 4; que adde cum 12, que proueniunt ex .*b.c.* in .*b.g.*, erunt 16; de quorum radice tolle 2, silicet dimidium .*c.g.*, remanebunt 2 pro .*c.b.* numero; quibus additis cum .*c.g.*, erunt 6 pro numero .*b.g.*, hoc (*sic*) pro numero .*f.d.*; quibus addito numero .*e.f.*, habebuntur 9 pro numero .*e.d.* Sit etiam numerus .*b.g.* notus, qui sit 6; et numeri .*a.*, et .*e.d.* sint ignoti; et sit .*e.z.* 5, in quibus numerus .*e.d.* superhabundat numerum .*a.*; quoniam est sicut .*a.* ad .*b.g.*, ita .*b.g.* ad .*e.d.*: erit itaque multiplicatio ex .*a.* in .*e.d.*, equalis quadrato numeri .*b.g.*; qui quadratus est 36: ergo ex ductu .*z.d.*, qui est equalis .*a.*, in .*d.e.* prouenit 36; quibus si addatur quadratus medietatis numeri .*z.e.*, silicet $\frac{1}{4}6$, erunt $\frac{1}{4}42$; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}6$, tolle $\frac{1}{2}2$, scilicet dimidium .*z.e.*, remanebunt 4 pro .*z.d.*, hoc est pro numero .*a.*; quibus additis 5, erunt 9 pro toto numero .*e.d.* Et si proponeremus differentias predictas in quadratis, uel in cubis trium quorumlibet numerorum continue proportionalium, eueniret utique omnia, que diximus in eisdem; quia cum fuerit sicut primus numerus ad | secundum,

« quibus equatur .... tolle $\frac{1}{2}2$ » (fol. 178 recto, lin. 25-35; pag. 388, lin. 29-39).



« scilicet dimidium .... numerus ad » (fol. 178 recto, lin. 36-39; pag. 388, lin. 39 e 40-42).



per 6 secunde

fol. 178 verso

ita secundus ad tercium; per equale erit sicut quadratus primi ad quadratum secundi, ita quadratum secundi ad quadratum tercii; nec non si coniungantur, erit proportio summe quadratorum primi, et secundi ad quadratum secundi, sicut proportio quadratorum secundi, et tercii ad quadratum tercii, et econuerso; eritque similiter sicut quadratus primi ad quadratum secundi, ita superfluum, quod addit quadratus secundi super quadratum primi, ad id, quod addit quadratus tercii super quadratum secundi; et hec omnia accident in cubis.

Modus alius proportionis inter tres numeros.

Sunt tres numeri, ex quibus primus, et tercius sunt noti; secundus autem est ingnotus: sed proportio superhabundantie maioris super medium ad superhabundantiam medii super minorem est sicut maior numerus ad minorem: pone numeros diuersos, quos uis pro maiori, et minori numero. Sintque 20, et 12; et auferatur 12 de 20, remanebunt 8, que sunt summa duarum suprascriptarum superhabundantiarum, que opportet diuidere in ea proportione, quam 20 habent ad 12: quare addes 20 cum 12, erunt 32: erit ergo sicut 32 ad 12, ita 8 ad superhabundantiam medii super minorem: quare multiplicabis 8 per 12, ueniunt 96; que diuide per 32, ueniunt 3 pro superhabundantiam (*sic*) medii super minorem: quare si addatur 3 super 12, erit medius numerus 15. Sint itaque omnia que diximus inter predictos tres numeros; sed maior numerus sit ingnotus, reliqui duo sunt noti. Et quia est sicut tercius ingnotus ad primum notum, ita superhabundantia tercii ignoti ad superahabundantiam secundi noti: quare si permutauerimus proportionem, erit sicut tercius ad superhabundantiam eius super secundum, ita primus ad superhabundanciam secundi super primum: et quia primus, et secundus sunt noti, erit ipsa superhabundancia nota: pone igitur pro secundo, et primo numero numeros quales uis; sintque 15, et 12; et tercius numerus sit *.a.b.*; de quo aufferatur numerus *.a.g.*, qui sit 15, silicet equalis secundo numero: ergo *.g.b.* est superhabundantia numeri *.a.b.* super secundum numerum: demonstrata est proportio numeri *.a.b.* ad *.g.b.* esse ea, quam habet minor numerus 12 ad superhabundantiam secundi, scilicet ad 3; que proportio est in minimis, sicut 4 ad 1: ergo sicut 4 sunt ad 1, ita *.a.b.* ad *.g.b.*: quare proportio *.a.g.* ad *.g.b.* erit sicut 3 ad 1: ergo multiplicandus est numerus *.a.g.*, silicet 15 per 1; et summa diuidenda est per 3, uenient 5 pro numero *.g.b.*: quare totus *.a.b.*, silicet maior numerus, est 20. Sit siquidem ipsorum trium numerorum minor inguotus; reliqui duo sint noti; quorum medius sit 15, maior 20; quare superhabundantia eius super secundum est 5; et quia est sicut 20 ad minorem numerum ingnotum, ita 5 ad superhabundantiam secundi super primam: quare permutatim erit sicut 20 ad 5, hoc est sicut 4 ad 1, ita primus ignotus ad superhabundantiam secundi: sit itaque secundus numerus *.d.e.*, de quo sumatur numerus *.d.z.*, qui sit equalis minori ignoto numero; et quia est sicut 4 ad 1, ita primus ingnotus ad superhabundantiam secundi: ergo sicut 4 est ad 1, ita *.d.z.* ad *.z.e.*: quare coniunctim erit sicut 5 ad 4, ita *.d.e.* ad *.z.e.*; et quia *.d.e.* est 15, multiplica ea per 4; et summa (*sic*) diuide per 5, uenient 12 pro numero *.d.z.*; qui cum sit equalis primo, primus erit 12.

« sunt noti .... numerus » (fol. 178 verso, lin. 20; pag. 389, lin. 23 e 24).



« reliqui .... eius super » (fol. 178 verso, lin. 29; pag. 389, lin. 32 e 33).



Modus alius proportionis inter tres numeros.

Sint iterum tres numeri inequales, quorum maior et minor sint noti, scilicet dati;

medius autem sit ignotus; et sit superhabundantia medii super minorem ad superhabundantia maioris super medium, sicut maior numerus est ad minorem: pone ergo pro minori et maiori numero numeros quoslibet datos; sintque 12, et 4; et extrahe 4 de 12, remanent 8 pro summa duorum residuorum suprascriptorum: et quia est sicut 12 ad 4, ita superhabundantia prima ad superhabundantiam secundam. Erit ergo sicut compositum ex 12, et 4 ad 4, ita summa utriusque superhabundantie, scilicet 8, ad superhabundantiam secundam: quare multiplicanda sunt 4, silicet minor numerus, per 8; et summa diuidenda per 16, exibunt 2 pro superhabundantia maioris numeri, in qua excedit secundum: quare extractis 2 de maiori numero, remanent 10 pro medio numero. Sed sit datus primus et secundus numerus, quorum primus sit 4, secundus 10, tercius autem sit ingnotus; et quia est sicut tercius ad primum, ita superfluum primum ad superfluum secundum: erit igitur multiplicatio tercii in superfluum secundum equalis multiplicationi primi in superfluum, scilicet de 4 in sex; que multiplicatione (*sic*) est 24: sit itaque numerus *.a.b.*, de quo auferatur secundus numerus, qui sit *.a.g.*, remanebit *.g.b.* pro superfluo, in quo numerus *.a.b.* excedit secundum numerum: ergo ex ductu *.a.b.* in *.b.g.* prouenit 24; et est notus numerus *.a.g.*, cuius dimidium sit *.g.d.*, qui erit 5; quorum quadratum sic adderis (*sic*) super 24, erunt 49; quorum radix, scilicet 7, est numerus *.d.b.*; cui si addatur numerus *.a.*, erit totus *.a.b.* 12; de quibus si auferatur numerus *.a.g.*, remanebunt 2 pro numero *.d.g.* Sed sint dati secundus, et tercius numerus, quorum secundus sit 10, tertius 12; et sit primus numerus ingnotus; et quia est sicut 12 ad primum numerum ingnotum, ita superhabundantia secundi super primum, que est ingnota, ad superhabundantiam tercii super secundum, que est 2: quare multiplicatio de 12 in 2 equatur multiplicationi primi numeri in superhabundantiam primam: adiaceat itaque numerus *.d.e.*, qui sit 10, scilicet quantitas secundi numeri; et auferatur ab eo minor numerus, qui sit *.d.z.*, remanebit ergo *.z.e.* pro superhabundantia, quam habet secundus super primum: ergo diuisa sunt 10 in duas partes, quarum una multiplicata per aliam, facit 24; que partes sunt *.d.z.*, et *.z.e.*: diuidatur ergo *.d.e.* in duo equalia super punctum *.i.*; et multiplicetur *.e.i.* in se, erunt 25; de quibus extrahe 24, remanet 1; cuius radix, que est 1, est numerus *.i.z.*: quare *.z.e.* est 6, et *.z.d.*, qui est equalis primo numero, est 4.

fol. 179 recto

«quorum primus ... superfluum» (fol. 179 recto, lin. 9 e 10, pag. 390, lin. 10 e 11).



«ita superhabundantia ... que est 2» (fol. 179 recto, lin. 18, pag. 390, lin. 21 e 22-23).



Modus alius proportionis in tribus numeris.

Sit itaque proportio maioris ad minorem, que sit nota, sicut superfluum primum, et secundum ad secundum; et sit medius numerus ingnotus: ponamus pro maiori, et minori numero 12, et 6, qui sint dati; et extrahantur 6 de 12, remanebunt 6, que sunt summa anborum superfluorum: et quia est sicut 12 ad 6, scilicet sicut maior numerus ad minorem, ita 6, scilicet summa utriusque superflui ad superfluum secundum; idest multiplicabis 6 per 6, et diuides per 12, exibunt 3 pro secundo superfluo; quo extracto de maiori numero, remanent 9 pro mediato numero. Sit itaque tercius numerus ingnotus; et secundus sit 9, et primus 6; et adiaceat numerus *.a.b.* ingnotus pro maiori; et auferatur inde secundus numerus, qui sit *.a.g.*; ex quo etiam auferatur minor, qui sit *.a.d.*, remanebit *.d.b.* equalis duorum superfluorum; et *.g.b.* est superfluum secundum: et quia est sicut numerus *.a.b.* ad numerum *.a.d.*, ita *.d.b.* ad *.g.b.*; erit cum diuisserimus sicut *.b.d.* ad *.d.a.*, ita *.d.g.* ad *.g.b.*: quare multiplicatio *.b.d.* primi in *.g.b.* quartum est

«equalis ... numerum .a.d.» (fol. 179 recto, lin. 34, pag. 390, lin. 41 e 42).



sicut multiplicatio *.a.d.* secundi in *.d.g.* tercium: est enim *.a.d.* 6, et *.a.g.* est 9: quare *.d.g.* est 3; quibus multiplicatis in *.d.a.*, faciunt 18, quibus equatur multiplicatio *.d.b.* in *.g.b.*: sed *.d.g.* est notus, cui additus est numerus *.g.b.*; ergo ex *.d.b.* in *.g.b.* cum quadrato dimidii *.d.g.* equatur quadrato coniuncti ex *.g.b.* ex dimidio *.g.d.*; quod dimidium est | $\frac{1}{2}$ 1; cuius quadratus, scilicet $\frac{1}{4}$ 2 si addatur super 18, erunt $\frac{1}{4}$ 20; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}$ 4, si auferatur $\frac{1}{2}$ 1, scilicet dimidium ex *.g.d.*, remanebit *.g.d.* 3, in quibus maior *.b.a.* superhabundat numerum medium *.a.g.*, qui est 9; quibus additis cum 3, faciunt 12 pro maiori numero *.a.b.* Et si minor numerus *.a.d.* fuerit ingnotus; reliqui uero *.a.g.*, et *.a.b.* sint noti; quia est sicut *.a.b.* primus ad *.a.d.* secundum, ita summa duorum superfluorum, scilicet *.d.b.*, est ad superfluum secundum, silicet ad *.g.b.* : erit itaque multiplicatio *.a.b.* primi in *.g.b.* quartum, equalis multiplicationi *.a.d.* in *.d.b.*: et quia ex *.a.b.* in *.g.b.* proueniunt 36, qui sunt quadratus medietatis totius *.a.b.* ; idcirco radix eorum, scilicet 6, est minor numerus *.a.d.* , qui erat ingnotus.

fol. 179 *verso*.

Modus alius proportionis.

Sit itaque *.a.b.* ad *.a.d.* sicut summa duorum superfluorum ad superfluum primum, scilicet *.b.d.* ad *.g.d.*; et sit ingnotus numerus *.a.g.*; numeri uero *.a.d.*, et *.a.b.* sint noti; quorum *.a.b.* sit 25, et ..*a* sit 10: quare *.d.b.* est 15 ; et quia est sicut *.b.a.* ad *.d.a.*, ita *.b.d.* ad *.g.d.* ; ergo si multiplicauerimus *.a.d.* secundum in *.d.b.* tercium, scilicet 10 per 15, et diuiserimus summam per *.a.b.* , silicet per 25 , ueniunt 6 pro superfluo *.g.d.*; quibus si addatur numerus *.d.a.*, erit numerus *.a.g.* 16, qui erat ingnotus. Et si minor numerus *.a.d.* fuerit ingnotus, reliqui uero *.a.g.* , et *.a.b.* sint noti; quia est sicut *.a.b.* ad *.a.d.*, ita *.d.b.* ad *.g.d.*, erit cum diuiseris, sicut *.b.d.* ad *d.a*,. ita *.b.g.* ad *.g.d.*: quare cum permutaueris, erit *.b.d.* ad *.b.g.* sicut *.d.a.* ad *.d.g.* ; est enim *.d.a.* 10 , et *.g.a.* est 16 ex positione : quare si ex *.a.g.* auferatur *.a.d.*, remanebit *.d.g.* 6; ergo proportio *.a.d.* ad *.d.g.* est in minimis sicut 5 ad 3: ergo et proportio *.b.d.* ad *.g.b.* est sicut 5 ad 3: quare cum diuiseris, erit sicut 2 ad 3, ita *.d.g.*, scilicet 6, ad *.g.b.* ingnotum : ergo multiplicatio de 3 in 6 diuidenda est per 2; et si habebuntur 9 pro numero *.g.b.*, cui si addatur numerus *.g.a.*, erit totus *.a.b.* 25, qui erat ingnotus. Sed si (*sic*) ingnotus numerus *.a.d.*; reliqui uero *.a.b.*, et *.a.g.* sint noti; et quia est sicut *.a.b.* ad *.a.d.*, ita *.d.b.* ad *.d.g.* Et cum permutaueris, sicut *.a.b.* ad *.d.b.*, ita *.d.b.* ad *.g.b.*: ergo numeri *.a.b.*, et *.d.b.* continui proportionales sunt: quare si ex ductu *.a.b.* in *.g.b.* radicem acciperis, prouenict utique numerus *.d.b.* notus: est enim numerus *.a.b.* 25, et *.g.b.* est 9, cum *.a.g.* sit 16; quibus insimul multiplicatis, faciunt 225; quorum radix , scilicet 15, est numerus *.b.d.*; qui si auferatur ex numero *.b.a.*, remanebunt (*sic*) pro numero *.d.a.*

* ad superfluum . . . numerus .a.g. » (fol. 179 *verso* , lin. 10; pag. 391, lin. 16 e 17).



* sicut .b.d. . . . ad .b.g. (fol. 179 *verso*, lin. 17 ; pag. 391, lin. 23 e 24).



Incipit differentia tercia in proportione trium numerorum.

Et si proponatur, quod proporcio *.b.a.* ad *.g.a.* sit sicut superhabundantia maioris numeris (*sic*) super medium ad superhabundantia (*sic*) medii super minorem, hoc est sicut *.b.g.* ad *.g.d.*; et sit ingnotus quilibet numerorum *.a.b.* *a.g.* *a.d.*; dico, quod numeri *.a.b.* ad *.a.g.d.* sit (*sic*) continue proportionales; quod probabitur ita: quoniam est sicut *.a.b.* ad *.a.g.*, ita *.b.g.* ad *.g.d.*; hoc est sicut totus ad totum, ita pars ad partem: quare erit sicut pars ad partem, ita residuum ad residuum, ut in quinto euclidis ostenditur:

* ad .g.d. .... ad partem » (fol. 179 *verso*, lin. 35 e 36; pag. 391, lin. 42 e 43).



ergo erit sicut .b.g. ad .g.d., ita .a.g. ad .a.d.; sed sicut .b.g. ad .g.d., ita .a b. ad .a.g.: quare est sicut .a.b. ad .a.g., ita .a.g. ad .a.d.: ergo numeri .a.b. a.g. a.d. continui proportionales sunt: unde si aliquis illorum erit ignotus, poteris eum reperire | per modum superius demonstratum in numeris tribus continue proportionalibus. Sed sit sicut .b.a. ad .g.a., ita .d.g. ad .g.b.; et sit primum ingnotus numerus .g.a.; reliqui uero .a.b., et .a.d. sint noti; ex quibus .a.b. sit 12, et .a.d. sit 2; et quia est sicut .a.b. ad .a.g., ita .d.g. ad .g.b., erit, cum permutaueris, sicut .a.g. ad .a.b., ita .b.g. ad .g.d.; et cum composueris, erit coniunctus ex numeris .a.g., et .a.b. primus ad .a.b. secundum, ita .b.d. tercius ad .g.d. quartum: multiplicacio ex .a.b. secundi in .b.d. tercium est nota, quia surgit ex 12 in 10, cuius multiplicationis summa est 120, cui equatur multiplicatio coniuncti ex .a.g., et .a.b. in .b.d.: quare si numero .a.b. addatur numerus .b.e., qui sit equalis numero .a.g.; et auferatur ex numero .b.e. numerus .e.z., qui sit equalis numero .g.d., remanebit numerus .z.b. equalis numero .a.d., qui est 2; quare totus numerus .a.z. est 14, cui additus est numerus .z.e.: diuidatur ergo numerus .a.z. in duo equa super .i., erit ergo multiplicatio .a.e. in .e.z., que est 49, cum quadrato numeri .z.i., qui est 49, equalis quadrato numeri .i.e.: quare radix eorum, que est 13, est numerus .i.e.; de quibus si auferatur numerus .z.i., qui est 7, remanebunt 6 pro numero .z.e., hoc est pro .g.d.; cui si addatur numerus .a.d., habebis 8 pro numero .a.g. Et si .a.b. tantum fuerit ignotus; quia erit sicut .a.b. ignotus ad .g.a. notum, ita .d.g. notus ad .g.b. ignotum; quia multiplicatio noti .a.g. in notum .d.g., silicet de 8 in 6, equatur multiplicationi .a.b. ignoti in .g.b. ignotum: diuidatur ergo .a.g. in duo equa super .e.; et quia numerus .a.g. diuisus est in duo equa; et ei additus est numerus .g.b., erit multiplicatio .a.b. in .g.b. cum quadrato numeri .e.g., equalis quadrato numeri .e.b.: est enim multiplicatio .a.b. in .g.b. 48, et quadratus numeri .e.g. est 16; quibus insimilis (*sic*) iunctis, reddunt 64; quorum radix, que est 8, est numerus .e.b.; quibus si addatur numerus .e.a., erit totus numerus .a.b. 12. Sit itaque numerus .a.d. ingnotus, reliqui uero .a.g., et .a.b. sint noti; et quia est sicut .a.b. ad .a.g., ita numerus .d.g. ad .g.b. erit multiplicatio .a.b. in .g.b., silicet 48, equalis multiplicationi .a.g. noti in .d.g. ingnotum: quare diuide 48 per .a.g., silicet per 8, exibunt 6 pro numero .d.g.; quibus extractis ex numero .a.g., remanebunt pro numero .a.d.

Modus proportionis in tribus numeris.

Et si fuerit sicut .a.b. ad .a.g., ita summa superhabundantiarum eorum, scilicet .d.b. ad .g.b.; et sit ignotus numerus .a.g., et .a.b. sit 15, et .a.d. sit 5; quare summa habundantiarum predictarum, scilicet numerus .d.b. est 10; et quia est sicut .a.b. ad .a.g., ita .d.g. ad .g.b.; erit cum permutabitur, sicut .a.b. ad .d.b., ita .a.g. ad .g.b.: ergo cum iungetur, erit sicut .a.b. d.b., ita .a.g. g.b., hoc est .a.b. ad .g.b.: ergo est sicut 25 ad 10, ita 15, silicet .a.b. ad .g.b. ingnotum; sed 25 ad 10 sunt sicut 5 ad 2: quare multiplicabis 15 per 2, et diuides per 5; uel quintam de 15 multiplica per 2, uenient 6 pro numero .g.b.; quibus diminutis ex numero .a.b., remanent 9 pro numero .a.g. Et si tantum numerus .a.b. fuerit ignotus, quia est sicut .a.b. ad .a.g., ita .d.b. ad .g.b.; erit etiam cum conuerteretur, sicut .a.g. ad .a.b., ita .a.b. ad .g.d.; nec non cum diuidetur, erit sicut primus .a.g. ad secundum

fol. 180 *recto*.

reliqui . . 2 ; et a (fol. 180 *recto* lin. 2 e 3 ; pag. 392, lin 6).



... ad ... de 8 ... (fol. 180 *recto*, lin. 17; pag. 392, lin. 20 e 21).



erit multiplicatio .... in .d.g. ... (fol. 180 *recto*, lin. 25 ; pag. 392, lin. 29 e 30).



summa ... ad .a.g. ... (fol. 180 *recto*, lin. 30, pag. 392, lin. 35 e 36).



.g.b., ita secundus .g.b. ad tertium .g.d.; quare numeri .a.g., g.b. et .g.d. continui proportionales suot; erit [ergo multiplicatio .a.g. primi in .g.d. tercium equalis multiplicationi .g.b. in se: est enim ac (*sic*) .g. 9, et .g.d. est 4, in quibus numerus .a.g. superhabundat numerum .a.d. Vnde si multiplicationis de 9 in 4 radicem acceperis, uenient 6 pro numero .g.b.; quibus additis cum .a.g., uenient 15 pro numero .a.b. Et si onmerus .a.d. fuerit ignotus, reliqui uero .a.g. et .a.b. sint noti; et quoniam est sicut .a.b. notus ad .a.g. notum, ita .d.b. ignotus ad .g.b. notum; quare si multiplicaueris .a.b. io .g.b., silicet 15 in 6; et diuiseris summa (*sic*) per .a.g., silicet per 9, ueoient 10 pro numero .d.b.; quibus diminutis ex numero .a.b., remaoebunt 5 pro numero .a.d.

a ad tercium .... erit a (fol. 180 recto, lin. 39; pag. 393, lin. 1 e 2).

a d g b

fol. 180 verso.

Modus alius proportionibus (sic) *in tribus numeris.*

Et si fuerit sicut .a.b. ad .a.g., ita .d.b. ad .d.g.; fueritque .a.g. ignotus, reliqui .a.b. et .a.d. sint noti; in hac proportione demonstrabo, tercinm numerum excedere non posse secuodum, sic: quoniam est sicut .a.b. ad .a.g., ita .b.d. ad .g.d.; erit ergo, si diuiseris, sicut .b.g. ad .g.a., ita .b.g. ad .g.d.; sed qne eidem eadem propositionem (*sic*) habent, sibi ionicem suot equalia; ergo numeri .g.d. et .a.g. sibi inuicem sunt equales, minor maiori, quod est impossibile; maior est enim .g.a., quam .g.d. Vode non potest saluari, nisi numerus .b.g. sit zephirum, hoc est nichil; et tunc erit sicut zephirum, et .g.a. ad .g.a., ita zephirum, et .g.d. ad .g.d., hoc est sicut .g.a. ad .g.a., ita .g.d. ad .d.g.: est enim .g.d. id, in quo numerus .a.g. excedit numerum .a.d.; quare nnmerus .a.b. est equalis numero .a.g., cum superhabundantia .b.g. super .g.a. sit nichil: ergo cum notus est nnmerus .a.b., notus est numerus .a.b., notus est numerus .a.g. Aliter, quia est sicut .a.b. ad .a.g., ita .b.d. ad .g., erit, cnm conuertetur, sicut .a.b. ad .d.b., ita .g.a. ad .g.d.: ponamus .a.b. esse 8, et .a.d. esse 2; quare .b.d. est 6: quare est sicut 8 ad 6, ita .a.g. ad .g.d.; sed 9 ad 6, sicut 4 ad 3: ergo si extraxerimus 3 de 4, remanebit 1; quare est sicut 1 ad 3, ita .a.d. ad .d.g.: quare si multiplicatio de 2 in 3 diuiseris per 1, uenient 6 pro numero .g.d.; cui si addatur .d.a., silicet 2, erit onmerus .g.a. qualis (*sic*) numero .a.b., ut predixi: nec est enim necessarium ponere ingnotum aliquem numerorum .a.b. et .a.d.; quia si notus est numerus .a.g., notus et numerus .a.b., cum sit ei equalis; et si noti sunt numeri .a.g. et .a.b., notus erit et numerus .a.d., cum possit esse qualis uis numerum (*sic*) minor oumero .a.g.

a et .a.g. .... est enim a (fol. 180 verso, lin. 14; pag. 393, lin. 15 e 16).

a d g b

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Si uero proportio .a.g. a.d., sicut proportio .b.g. ad .g.d.; et sit ingnotus primus numerus .a.g.; reliqui uero .a.b., et .a.d. sint noti: quoniam est sicut .b.g. ad .g.d., ita .g.a. ad .d.a., erit, cum permutaueris, sicut .b.g. ad .g.a., ita .g.d. ad .d.a.; et cnm composueris, erit sicut .b.g. g.a. ad .g.a., hoc est sicut .b.a. ad g.a., ita .g.d. d.a., hoc est .g.a. ad .d.a.; quare numeri .a.b. a.g. a.d. continui proportionales suot: ergo cnm iognotus sit numerus .a.g., multiplicabitur .a.d. in .a.b., cuius summe radix est numerus .a.g.: et si fuerit ingnotus numerus .a.b., diuides quadratum numeri .a.g. per .a.d.; et he contra (*sic*) si ingootus fuerit numerus .a.d.; nec non et si duo illorum fueriot ingnoti, poteris per reliquum ipsos iouenire: uerbi gratia: sit numerus .a.d. 8: ponam .a.g. 12 ad libitum; et multiplicabo 12 io se, et summa (*sic*) diuidam per 8, prouenient 18 pro numero .a.b. Et si secundus fuerit 12, ponam ad libitum unum

a .g.d., ita ... .g.a., hoc est a (fol. 180 verso, lin. 32; pag. 393, lin. 34 e 35).

a d g b

fol. 181 *recto*.

ex reliquis, in quo diuidam | quadratum numeri .*a.g.*; et si maior eorum fuerit notus, faciam ex eo sicut feci de minori.

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Posam etiam, ut sit sicut .*a.g.* ad .*a.d.*, ita .*b.d.* ad .*g.d.*; et sit notus uterque numerorum .*a.d* et .*a.b.*; reliquis (*sic*) uero .*a.g.* sit ignotus; et quoniam est sicut .*a.g.* primus ad .*a.d.* secundum, ita .*b.d.* tercius ad .*g.d.* quartum; erit ergo multiplicatio .*a.d.* in .*d.b.* equalis multiplicationi .*a.g.* in .*g.d.*: sit ergo 8 numerus .*a.b.*, et numerus .*a.d.* sit 2 ; quare .*d.b.* est 4; et sic ex .*a.d.* in .*d.b.* ueniunt 8 ; quibus multiplicatio .*g.a.* in .*g.d.* equalis: et quoniam est notus numerus .*a.d.*, quadratum ipsius medietatis, scilicet 1, adde cum .*g.*, erunt 9; de quorum radice, scilicet de 3, extrahe dimidium .*a.d.*, remanebunt 2 pro numero .*g.*; de quibus si addatur numerus .*d.a.*, habebis 4 pro numero .*a.g.* Et si fuerit ignotus numerus .*a.b.*, inueniutur (*sic*), cum multiplicationem .*a.g.* noti in .*g.d.* notum diuiseris per .*a.d.* notum; tunc procreabitur inde numerus .*g.d.*, qui est 4; cui si addatur numerus .*a.d.* , erit 6 numerus .*a.b.* Et si numerus .*a.d.* fuerit ignotus tantum; quia est sicut .*a.g.* ad .*a.d.*, ita .*b.d.* ad .*g.d.*, erit, cum permutabitur, sicut .*a.g.* primus ad .*g.d.*, ita .*d.b.* ad .*g.b.*, qua in .*g.* notum ratum (*sic*): quare multiplicabis .*a.g.* notum, scilicet 4 per 2, erunt 8; quibus equatur multiplicatio .*g.d.* secundi in .*d.b.* tertium: quare si acciperis quadratum dimidii .*g.b.*, qui est 1, et addes eum cum 8, erunt 9; siper (*sic*) radicem quorum si adderis 1, scilicet dimidium numeri .*g.b.*, habebis 4 pro numero .*d.b.*; que si auferatur de numero .*a.b.*, remanebunt 2 pro numero .*a.d.*: in hac autem proportione, si unus numerus fuerit notum tantum, poteris per ipsum reliquos inuenire. Verbi gratia : quia est sicut .*a.g.* ad .*a.d.*, ita .*b.d.* ad .*g.d.* ; ergo erit sicut .*a.d.* ad .*a.g.*, ita .*d.g.* ad .*d.b.*: sed cum diuiseris, erit sicut .*a.d.* ad .*d.g.*, ita .*d.g.* ad .*g.b.* ; ergo numeri .*a.d.g.b.* continui proportionales sunt: primum quidem si numerus .*a.d.* fuerit notus, ponam .*d.g.* ad libitum, cuius quadratum diuidam per .*a.d.* notum; et sic perueniet numerus .*g.b.*: similiter si fuerit notus numerus .*g.b.*, ponam ad libitum, et numerum .*g.d.*; et multiplicabo .*g.d.* in se, et quod prouenerit diuidam per .*g.b.* , et ueniet numerus .*a.d.* : et si fuerit notus numerus .*a.g.*, accipiam ex eo ad libitum aliquem numerum, qui sit numerus .*g.d.*: similiter et pro numero .*a.d.* ponam numerum qualem uoluero, in quo diuidam quadratum numeri .*g.d.*, et proueniet numerus .*g.b.*

Modus alius proportionis in tribus numeris.

Ponam etiam, ut sit sicut .*a.g.* ad .*a.d.*, ita .*d.g.* ad .*g.b.*; et sit ignotus numerus .*a.g.*, ex reliquis autem numerus .*a.d.* sit 4, et numerus .*a.b.* sit 10 : quoniam est sicut .*a.g.* ad .*a.d.*, ita .*d.g.* a (*sic*) .*g.b.* ; erit ergo sicut compositus numerus ex .*a.g.* et .*a.d.* primus ad .*a.d.* secundum, ita compositus ex .*d.g.b.* tercius ad .*g.b.* quartum: quare id quod prouenit ex .*a.d.* in .*d.b.*, quod est 24, equatur ei, quod prouenit ex .*a.g.* et .*a.d.* in .*g.b.*: producatur enim recta .*b.a.* in .*e.*; et sit .*a.e.* equalis numero .*a.d.*, erit tota .*e.b.* 14, que est indiuisa in duo super .*g.*, ita quod multiplicatio .*b.g.* in .*g.b.* est 24: diuidatur ergo linea .*e.b.* in duo equa super punctum .*f.*,| erit .*b.f.* 7; de quorum quadrato, si auferatur multiplicatio .*b.g.* in .*g.e.*, remanebunt 25 pro quadrato linee .*g.f.*; quare .*g.f.* est 5; qui auferantur ex .*f.b.*, remanebunt 2 pro numero .*g.b.*; quibus extractis ex numero .*a.b.*, habebuntur 8 pro numero .*a.g.* Et |

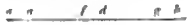
« [illegible] fuerit . . . .*g.d.* notum » (fol. 181 *recto*, lin. 11; pag. 394, lin. 12 e 13).



« ad .*d.g* ... sunt, primum » (fol. 181 *recto*, lin. 22; pag. 394, lin. 24 e 25).



« sit 10 ... numerus » (fol. 181 *recto*, lin. 31; pag. 394, lin. 34 e 35).



Si numerus .*a*.*b*. fuerit ignotus; reliqui uero .*a*.*d*., et .*a*.*g*. sint noti; quia est sicut .*a*.*g*. notus ad .*a*.*d*. notum, ita .*d*.*g*. notus ad .*g*.*b*. ignotum: multiplicabis ergo .*a*.*d*. in .*d*.*g*., silicet 4 per 4, et diuides per .*a* .*a*.*g*., ueniunt 2 pro .*g*.*b*.; quibus additis cum .*a*.*g*., erit totus .*a*.*b*. 10. Sed sit ignotus numerus .*a*.*d*. tantum; et quia est sicut .*a*.*g*. notus ad .*a*.*d*., ita .*d*.*g*. ad .*g*.*b*. notum: multiplicatio ergo ex .*a*.*g*. in .*g*.*b*., que est 16, equatur multiplicationi .*a*.*d*. secundi in tercium .*d*.*g*.; que multiplicatio, cum sit equalis quadrato medietatis numeri .*a*.*g*., scimus, numerum .*a*.*d*. dimidium esse numeri .*a*.*g*.; ergo .*a*.*d*. est 4.

fol. 181 verso

« Si numerus .... est sicut » (fol. 181 verso, lin. 1; pag. 395, lin. 1).



Modus ultimus proportionis in tribus numeris.

Sit itaque sicut .*a*.*g*. ad .*a*.*d*., ita .*d*.*b*. ad .*g*.*b*.: in hanc autem propositionem inuenietur senper, quod numerus est equalis superfluo tercii numeri super secundum; quod demonstrabitur ita: .*d*.*b*. ad .*g*.*b*. erit, supermutabitur (*sic*) et diuidetur, sicut .*a*.*d*. .*d*.*g*, ita .*b*.*g*. ad .*d*.*g*.; que ergo eidem eamdem proportionem habent, sibi inuicem equalia sunt; equalis ergo est numerus .*a*.*d*. numero .*g*.*b*., ut predixi. Vnde si ingnotus fuerit numerus .*a*.*g*. tantum, extrahes numerum .*a*.*d*. ex numero .*b*.*a*., et remanebit notus numerus .*a*.*g*.: et si fuerit numerus .*a*.*b*. ignotus, addes numerum .*a*.*d*. super numerum .*a*.*g*., habebis numerum .*a*.*b*.: et si fuerit ignotus numerus .*a*.*d*., extrahes numerum .*a*.*g*. ex numero .*a*.*b*., residuum erit numerus .*a*.*d*. Et notandum, cum aliqua predictarum (*sic*) trium numerorum omnes tres numeri ponantur ingnoti, et summa eorum ponatur nota, tunc inueniendi erunt tres numeri, qui sint in ipsa, quam uolueris, proportione, et eos insimul innges; et si id, quod prouenerit, fuerit equale summe quesite, habebis utique propositum; sin autem cadet proportionaliter, uidelicet sicut inuenta fuerit ad quesitam, ita unusquisque trium inuentorum numerorum erit ad suum cumsimilem.

« numerus .... extrahes » (fol. 181 verso, lin. 13 e 14, pag. 395, lin. 13 e 14).



Incipit de proportione quatuor numerorum.

Cum quattuor numeri .*a*.*b*.*g*.*d*. proportionales fuerint ut .*a*. ad .*b*., ita .*g*. ad .*d*., erit permutatim sicut .*b*. ad .*a*., ita .*d*. ad .*g*.; et sicut .*g*. ad .*a*., ita .*d*. ad .*b*.; et multiplicatio .*a*. in .*d*. equatur multiplicationi .*b*. in .*g*.; quare si fuerit ingnotus numerus .*d*., diuides factum ex .*b*. in .*g*. per .*a*.; et si .*a*. fuerit ingnotus, diuides per .*d*. factum ex .*b*. in .*g*.; et si fuerit ingnotus numerus .*b*., uel .*g*. per notum ipsorum, diuides factum ex .*a*. in .*d*. Sed si preponatur, quod summa numerorum .*a*.*b*. sit 14; et numerus .*g*. sit 22, et numerus .*d*. sit 6; et uis scire quantum sit numerus .*a*., uel numerus .*b*.; quia est sicut .*a*. ad .*b*., ita .*g*. ad .*d*., erit ergo ut .*a*.*b*. ad .*b*., ita .*g*.*d*. ad .*d*.: quare multiplicabis coniunctum ex .*a*., et .*b*., scilicet 14, per .*d*., hoc est per 6, erunt 84; que diuide per iunctum ex .*g*.*d*., hoc est per 28, ueniunt 3 pro numero .*b*.; quibus extractis ex 14, remanent 11 pro numero .*a*.: similiter procedes, si numeri .*a*. et .*b*., nec non et summa ingnotorum .*g*.*d*. fuerit nota. Item si fuerit ingnotus unusquisque numerorum .*a*.*g*.; sed summa eorum sit nota, et sint etiam noti numeri .*b*.*d*., erit sicut summa .*b*.*d*. nota ad notum .*d*., ita .*a*.*g*. notum ad .*g*. ingnotum: quare multiplicabis coniunctum ex .*a*.*g*. in .*d*., et diuides per coniunctum ex numeris .*b*.*d*.; et quod prouenerit erit numerus .*g*.; quod (*sic*) extracto ex summa numerorum .*a*.*g*., remanebit numerus .*a*. notus: similiter facies, cum ingnoti fuerint numeri .*b*.*d*., et eorum summa sit nota, nec non et unusquisque | numerorum .*a*.*g*. sit notus.

« numerus .... diuides » (fol. 181 verso, lin. 26-27; pag. 395, lin. 28-30).



« multiplicabis .... extractis ex » (fol. 181 verso, lin. 31-32; pag. 395, lin. 33-35).



fol. 182 recto.

« 9; et summa .... sicut 6 » (fol. 182 *recto*, lin. 4-8; pag. 396, lin. 3-8).



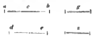
Item sit sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.g.* ad *.d.*; et sit summa numerorum *.b.g.* nota; sed unusquisque eorum sit ignotus: et sint etiam noti numeri *.a.d.*; quorum *.a.* sit 6, et *.d.* sit 9; et summa numerorum *.b.g.* sit 21: quia factus ex *.a.* in *.d.*, silicet 54, equatur facto ex *.b.* in *.g.*; oportet ut diuidautur 21 in duas partes, quarum una multiplicata per aliam facient 54: ergo ex quadrato medietatis de 21, silicet de $\frac{1}{4}$ 110, extrahes 54; et radicem residui, que est $\frac{1}{2}$ 7, extrahende (*sic*) $\frac{1}{2}$ 10, remanent 3 pro uno ex numeris *.b.g.*; quibus extractis de 21, remanent 18 pro alio numero: erit enim sicut 6 ad 3, ita 18 ad 9; uel sicut 6 ad 18, ita 3 ad 9: eodemque modo procedes, cum summa numerorum *.a.d.* ingnotorum fuerit nota cum numeris *.b.g.*: procedit enim ex hoc talis questio, quod quidam emit rotulos 6 nescio pro quot bizantiis; sed pro bizantiis 9 habuit rotulos nescio quod eadem rationem (*sic*); sed summa rotulorum et bisantiorum fuerit 36; de quibus extrahendi sunt rotuli 6, et bisani (*sic*) 9, remanent 21 pro summa duorum ingnotorum numerorum, qui adsimulantur (*sic*) numeris *.b.g.*

« numerus .... quare » (fol. 182 *recto*, lin. 18-21; pag. 396, lin. 16-20).



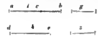
Sit item proportio numeri *.a.b.* ad numerum *.g.* sicut proportio *.d.e.* ad numerum *.z.*; et sint ignoti numeri *.a.b.*, et *.g.*; numeri autem *.d.e.z.* sint noti; et sit notum superfluum numeri *.a.b.* super *.g.*, quod sit numerus *.a.c.*; et quia maior est numerus *.a.b.*, quam *.g.*, maior erit numerus *.d.e.*, quam *.z.*: summantur itaque ex numero *.d.e.* numerus *.f.e.* equalis numero *.z.*; et quia est sicut *.a.b.* ad *.g.*, ita *.d.e.* ad *.z.*; erit itaque sicut *.a.b.* ad *.c.b.*, ita *.d.e.* ad *.f.e.*: quare si diuiseris, erit sicut *.a.c.* notus ad *.c.b.* ingnotum, ita *.d.f.* notus ad *.f.e.* notum: quare multiplicabis *.a.b.* primum per *.e.f.* quartum, et diuides per *.d.f.* tercium, et proueniet *.c.b.*, silicet *.g.* notus; quo addito cum *.a.c.* notum, erit notus totus numerus *.a.b.* Similiter si fuerint noti numeri *.a.b.*, et *.g.*; et numeri *.d.e.* et *.z.* sint ingnoti; sed sit notum id, in quo numerus *.d.e.* excedit numerum *.z.*, quod sit numerus *.d.f.*: adcipiam ergo ex numero *.a.b.* numerum *.c.b.* equalem numero *.g.*, remanebit *.a.c.* notus; erit proportio noti *.d.f.* ad ingnotum *.f.e.*, sicut *.a.c.* noti *.a.c.b.* notum: quare multiplicabis *.d.f.* in *.b.*, et summa diuidetur per *.a.c.*, et quod exierit, erit numerus *.f.e.*, hoc est numerus *.z.*; super quem si additus fuerit numerus *.d.f.*, erit notus numerus *.d.e.* Set sint ingnoti numeri *.a.b.* et *.d.e.*, et uterque numerorum *.g.z.* sit notus, nec non et superfluum *.a.b.* supra *.d.e.*, quod sit *.a.c.*; quoniam est sicut *.a.b.* ad *.g.*, ita *.d.e.* ad *.z.*: permutatim ergo erit sicut *.a.b.* ad *.e.*, ita *.g.* ad *.z.*: sit itaque numerus *.g.* 9, et numerus *.z.* sit 3, et superfluum *.a.b.* super *.d.e.*, hoc est *.a.c.*, sit 8: et quoniam est sicut *.g.* ad *.z.*, ita *.a.b.* ad *.d.e.*; erit ergo sicut superfluum *.g.* super *.z.*, scilicet 6, ad superfluum *.a.b.* super *.d.e.*, silicet ad 8, sicut *.z.* ad numerum *.d.e.*: quare multiplicabis numerum *.z.* per 8, erunt 24; que diuides per 6, ueniunt 4 pro numero *.d.e.*; cui addito numerus (*sic*) *.a.c.*, habebunt 12 pro numero *.a.b.*: aliter erit sicut 6 ad 8, ita numerus 8 ad numerum *.a.b.*; quare multiplicabis 8 per 9, et diuides per 6, uenient 12; de quibus si auferatur numerus *.a.c.*, remanebunt 4 pro numero *.d.*, | ut predixi. Sed sint numeri *.a.b.* et *.z.* ingnoti, et unusquisque numerorum *.d.e.* et *.g.* sit notus, nec non et superfluum *.a.b.* super *.z.*, quod sit *.a.c.*; et quia est sicut *.a.b.* ad *.g.*, ita *.d.e.* ad *.z.*, erit multiplicatio *.a.b.* in *.z.*, hoc est ex *.a.b.* in *.c.b.* est nota, cum equalis multiplicationi notorum *.d.e.* in *.g.*; cui multiplicatione (*sic*) si addatur quadratus numeri *.i.c.*, silicet dimidii numeri *.a.b.*, prouenit notus quadratus numeri *.i.b.*; quare radix ipsius est *.i.b.*;

« notus numerus .... ita .g. » (fol. 182 *recto*, lin. 30-32; pag. 396, lin. 28-31).



fol. 182 *verso*.

« radix .... radix » (fol. 182 *verso*, lin. 6-9 e 10; pag. 396, lin. 43 — pag. 397, lin. 4).



de qua si auferatur *.i.c.* notus, remanebit *.c.b.*, silicet *.z.*, notus : si addatur *.a.c.* notus, erit etiam notus numerus *.a.b.*; que etiam demonstrentur in numeris : ex *.g.* quidem in *.d.e.*, silicet ex *.g.* quidem in *.d.e.*, silicet ex 9 in 4; quibus si addatur quadratus medietatis numeri *.a.c.*, qui numerus *.a.c.* sit 9, erunt $\frac{1}{4}$ 56; quorum radix, que est $\frac{1}{2}$ 27, est numerus *.i.b.*; de quo si auferatur numerus *.i.c.*, remanebunt 3 pro numero *.c.b.*, hoc est pro numero *.z.*; cum quibus si addantur 9, idest numerus *.a.c.*, erunt 12 pro toto numero *.a.b.*

Item sit sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.g.* ad *.d.*; et sit summa quadratorum numerorum *.a.b.* 225, et numerus *.g.* sit 4, et numerus *.d.* sit 3; addes quadratum de 4 cum quadrato de 3, scilicet 16 cum 9, erunt 25: proportio enim de 25 ad 9 est sicut proportio de 225 ad quadratum numeri *.b.*: quare multiplicabis 9 per 225, et diuides per 25, exibunt 81 pro quadrato numeri *.b.e.*; quare numerus *.b.* est 9: ex his autem colliges, omnia euenire in quadratis quatuor numerorum proportionalium, que diximus in numeris simplicibus, etiam et eadem proueniunt in cubis ipsorum.

« cum 9 .... .b. est 9 » (fol. 182 verso, lin. 14-15; pag. 397, lin. 10-12).



Explicit pars prima vltimi capituli. Incipit secunda de questionibus geometrie pertinentibus.

Est asta iuxta quandam turrim erecta, habens in longitudine pedes .xx.; queritur, si pes aste separetur a turri pedibus 12; quot pedibus caput aste descenderit : sit itaque turis linea *.a.b.*; ex qua accipiatur *.b.c.* equalis date aste ; et protrahatur linea *.b.d.* in plano, que sit pedum 12; et iaceat asta *.d.g.* equalis linee *.b.c.*; et sic fit trigoni recti angulum ab asta *.d.g*, et a plano *.d.b.*, et a muro *.b.*; et est angulus rectus ipsius, qui sub *.g.b.d.* ; et quoniam ut heuclides testatur in penultima sui primi libri, quod in trigonis recti angulis quadratus lateris subtendentis angulum rectum equatur quadratis duobus lateris reliquorum duorum laterum angulum rectum continentium; quare quadratus aste *.d.g.*, silicet 400, equatur duobus quadratis linearum *.d.b.*, et *.b.g.*: sed quadratus linee *.d.b.* est notus, cum ipsa sit nota; quare si auferatur quadratus ipsius, scilicet 144, ex 400, remanebunt pro quadrato linee *.b.g.* 256; quorum radix, scilicet 16, est linea *.b.g.* ; qua extracta ex linea *.c.* , remanebunt 4 pro descensu capitis aste *.g.c.* Et si protrahatur pes aste donec caput eius descenderit pedibus 4; et queratur quantum pes elongabitur a turri; in hac ponitur notum latus *.b.g.*; quia extractis 4 ex linea *.e.b.*, que est longitudo aste, remanent 16 linea *.g.b.*; quorum quadratus si auferatur ex quadrato aste *.d.g.*, silicet 256 ex 400, remanebunt 144 pro quadrato linee *.b.d.*, que est separatio pedis aste a turri; et si fuerit nota altitudo *.g.b.*, et planum *.b.d.*, et ignoraueris *.b.d.*, et ignoraueris longitudinem aste *.d.g.*, addes quadratos linearum *.b.g.* et *.b.* in unum, scilicet 256 et 144, erunt 400, quorum radix, scilicet 20, est asta *.d.g.*; et hec memorie commenda, cum sint multum utilia.

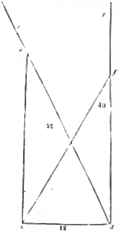
« equalis .... scilicet 20 » (fol. 182 recto, lin. 21 e 22-37; pag. 397, lin. 19-36).



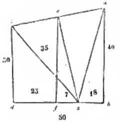
In quodam plano sunt erecte due aste, que distant in solo pedibus 12; et minor asta | est alta pedibus 35, maior quoque pedibus 40; queritur, si maior asta ceciderit super minorem, in qua parte ipsius erit cumtactus eorum: sit itaque minor asta linea *.a.b.*, maior uero *.g.d.*, et copuletur recta *.d.a.*; et quia quadratus maioris aste est plus duobus quadratis linearum *.a.b.* et *.b.d.*, scitur, quod linea *.d.a.* est minor, quam linea *.d.g.*: quare protrahatur linea *.d.a.* in punctum *.e.*, et sit equalis recta *.d.e.* recte *.d.g.*; ergo si asta *.d.g.* ceciderit super punctum *.a.*, faciet lineam *.d.e.* : erit ergo

fol. 183 recto

« est alta .... turris » (fol. 183 recto, lin. 1-14; pag. 397, lin. 18 — pag. 398, lin. 2).

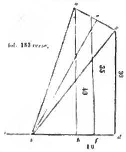


« descendentes .... ostendam » (fol. 183 recto, lin. 18-24 e 25; pag. 398, lin. 13-15).



« pro linea .... centrum erit » (fol. 183 recto, lin. 34-37; pag. 398, lin. 29 e 30-36).

fol. 183 verso.



trigonum .a.b.d. recti angulum; quare quadratus linee .a.d. equatur duobus quadratis linearum .a.b. et .b.d. : adde ergo insimul quadratos earum, scilicet 1225 et 144, erunt 1369; quorum radix, scilicet 37, est linea .d.a.; quibus extractis ex linea .d.e., scilicet ex asta .d.g., remanebunt 3 pro linea .a.e. Et si minor asta ceciderit super maiorem, extrahe 144 de 1225, remanent 1081; quorum radicem accipe in ista .d.g., sitque .d.f.; in puncto ergo .f. erit cumtactus aste minoris: et ut hec apertius uideas, protrahe lineam .b.f., ipsa erit subtendens angulum rectum, qui est ad .d.; quare quadratus linee .b.f. equatur duobus quadratis in earum (*sic*) .f.d. et .d.b.; qui quadrati, scilicet 1081 et 144, insimul iuncti, faciunt 1225; quorum radix, scilicet 35, est linea .b.f., que est equalis aste .b.a., ut oportet.

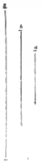
In quodam plano sunt due turres, quarum una est alta passibus 30, altera 40, et distant in solo passibus 50; infra quas est fons, ad cuius centrum uolitant due aues pari uolatu, descendentes pariter ex altitudine ipsarum; queritur distantia centri ab utraque turri: sit itaque maior turris linearum .a.b., minor sit .g.d.; spatium, quod erit inter eas, est linea .b.d.; et copulentur sumitates earum cum linea .a.g., que diuidatur in duo equa super punctum .e.; a quo protrahatur linea .e.f. equidistans linee .a.b. et .g.d.; et a puncto .e. protrahatur linea .e.z. faciens duos angulos rectos super linea .a.g., idest circa .e.: dico quod punctus .z. est centrum fontis; quod probabitur ita: protrantur (*sic*) a puncto .z. due recte, que sint .z.a. et .z.g., que sunt uolatus auium, quos ostendam esse equales: quia linea .z.a. est subtendens angulum rectum in triangulo .z.a.e., ideo quadratus ipsius equatur duobus quadratis linearum .z.e.e.a.: similiter quadratus linee .z.g. est equalis duobus quadratis linearum .g.e. et .z.e.; sed .g.e. est equalis .e.a., et quadratus linee .e.z. est comunis in predictis duobus trigonis; quare .g.z. et .a.z. sunt equales, et hoc uolumus: sed si secundum numerum procedere uis, adde passus utriusque turris, scilicet 40 cum 30, erunt 70; quorum dimidium, scilicet 35, est linea .e.f.: nam et dimidium spatii .b.d. est 25, quod est quelibet linearum .d.f. et .f.b.; et accipe differentiam, que est a minori turri usque in 35, que est 5; in quibus multiplica 35, erunt 175; que diuide per dimidium spatii, scilicet per 25, exibunt 7 pro linea .f.z.; cum quibus si addantur 25, silicet linea .d.f., erit linea .d.z. 32: et si auferatur 7 ex linea .f.b., remanebunt 18 pro linea .z.b.; quorum quadratus si addatur cum quadrato turris .b.a., scilicet 324 cum 1600, erunt 1924 pro quadrato linee .z.a., cui etiam equatur quadratus linee .z.g., cum proueniat ex additione quadratorum linearum .z.d. et .d.g., silicet de 1024 et de 900; et hoc uolumus. Et notandum, quod si quadratus maioris turris esset equalis duobus quadratis, qui fiunt a spatio .b.d., et a minori turri, tunc centrum fontis esset punctus .b., qui est pex maioris turris: et si quadratus ipsius maioris turris superhabundaret super summam predictorum quadratorum, tunc centrum erit | extra minorem turrim; quod inuenies eodem modo. Verbi gratia: sit spatium .b.d., quod est differentiam (*sic*) turrium, 10; et turres sint eedem, ut hac alia cernitur formula; et protrahatur linea .d.b. in infinitum super punctum .b.; et a puncto .e. protrahatur linea .e.f., nec non et linea .e.z. faciens angulos rectos super linea .a.g.; quare ostendentur ex his que diximus, linee .z.a. et .z.g. sibi inuicem esse equales: nam si prescripta 175 diuiseris per spatium .d.f., quod est 5, nimirum 35 uenient pro spatio .f.z.: quare centrum .z. distat a pede minoris turris, scilicet a puncto .d., passibus 40; ex quibus si extrahatur spatium .d.b., silicet 10, rema-

uebunt 30 pro spatio *.b.z.*, quod est extra maiorem turrim: et nota quia est super linea *.d.i.* protrahetur in plano linea ab utraque parte in infinitum per punctum *.z.*, secans ipsam ad rectos angulos; tunc in quacumque parte ipsius linee uelles, posset esse centrum predicte fontis. Et si a centro fontis due aues insimul discesserint, et pari uolatu super altitudines duarum turrium ab utrumque (*sic*) parte fontis existentium uno et eodem momento deuenerint; et uis scire utriusque turris altitudinem; et sit centrum predictum longe a minori turri passibus 32, a maiori passibus 18; sic facies: quadratum minoris spatii de quadrato maioris extrahe, scilicet 324 de 1024, remanebunt 700, que serua; et pone altitudinem minoris turris ad libitum, sicque (*sic*) 30; super quorum quadratum adde 700 seruata, erunt 1600; quorum radix, scilicet 40, erit altitudo maioris turris. Et si proponatur, quod maior turris alterior minore passibus 8, dimidium de 8 serua, et adde insimul distancias centri a turribus, scilicet 18 et 32, erunt 50; quorum dimidium, scilicet 25, extrahere (*sic*) de 32, remanent 7; que multiplica per eadem 25, erunt 175; que diuide per 4 seruata, exibunt $\frac{3}{4}$ 43 pro linea *.e.f.*; super que adde 4, erunt $\frac{3}{4}$ 47 pro altitudine maioris turris; de quibus extractis 8, in quibus ipsa excedit minorem, remanebunt $\frac{3}{4}$ 39 pro minori turri.

Quidam habuit libras 100, de quibus lucratus est in quodam foro aliquid; ex quibus omnibus lucratus est in alio foro proportionaliter, secundum quod lucratus fuerat in primo foro, et habuit libras 200: pone *.a.* pro libris 100, et *.b.* pro eo, quod habuit inter capitale et lucrum in primo foro; et *.g.* sit 200; quia est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.b.* ad *.g.*, erit multiplicatio *.a.* in *.g.* equalis quadrato numeri *.b.*: ergo multiplicabis 100 per 200, erunt 20000; quorum radix, que est circa libre 141, et soldi 8, et denarii $\frac{1}{8}$ 5, est numerus *.b.*; de quibus auferantur libre 100 capitalis, remanebunt libre 41.

Rursus quidam habuit libras 100, cum quibus fecit unum uiadium, et lucratus est nescio quot; et tunc accepit alias libras 100 in societate; et cum his omnibus lucratus est eadem ratione, qua lucratus fuerat in primo uiagio; et sic habuit libras 299; queritur, quot lucratus fuit: sit *.a.* 100; de quibus facit numerum *.b.* in primo uiagio; super quem addantur libre 100 societatis, et proueniat quantitas *.g.c.d.*; de qua *.g.c.* sit 100; et ex quantitate *.g.c.d.* facit in secundo uiagio libras 299, que sint numerus *.e.*; et diuidatur *.g.c.* in duo equa super *.z.*; et quia est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.g.d.* ad *.e.*, erit multiplicatio ex *.b.* in *.g.d.* equalis multiplicationi *.a.* in *.e.*: sed multiplicatio *.a.* in *.e.*, silicet de 100 in 299, est 29900; | quibus equatur multiplicatio ex *.b.* in *.g.d.*: sed *.c.d.* est equalis *.b.*; erit ergo multiplicatio *.g.d.* in *.c.d.* 29900; quibus si addatur quadratus numeri *.z.c.*, scilicet 2500, erunt 32400; quorum radix, scilicet 180, est numerus *.z.d.*; ex quibus si auferatur 50, scilicet *.z.c.*, remanebunt 130 pro numero *c.d.*: sed *.c.d.* est equalis *.b.*; ergo *.b.* est 130, qui fuit capitale et lucrum primi uiagii: de quibus aufferantur libre 100 capitalis, remanent libre 30 pro lucro: ergo ex libris 100 lucratus fuit 30; centesima pars quarum, scilicet soldos 6, lucratus fuit per libram in uno quoque uiagio. Item quidam habuit libras 100; de quibus, et de eorum proficuo lucratus est semper equaliter in tribus foris, et in fine habuit libras 200; queritur, quot in uno quoque habuit foro: hic intelliguntur quatuor numeri continui proportionales; ex quibus primus, et quartus sunt noti, scilicet libre 100 et libre 200; reliquos oportet nos inuenire. Et quoniam ut euclides

* remanebunt .... libre 41 » (fol. 183 verso, lin. 21-31; pag. 399, lin. 15 e 16-23).



* et proueniat .... est 29900 » (fol. 183 verso, lin. 36-39; pag. 399, lin. 28-32).

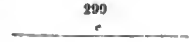


fol. 183 *verso*, margine inferiore esterno.



fol. 184 *recto*.

* pro lucro .... lucratus » (fol. 184 recto, lin. 6; pag. 399, lin. 38 e 39).



dicit, inter duos cubos numeros duo medi intercidunt numeri continuati cum ipsis in proportione continua; ideo cubicetur 100, erunt 1000000, quorum proportio est ad cubum denariorum primi fori, sicut primus numerus ad quartum, ut euclides ostendit. Et quia quartus numerus, scilicet 200, est duplum primi, duplica 1000000, erunt 2000000 pro cubo denariorum primi fori; quibus etiam duplicatis faciunt 4000000 pro cubo denariorum secundi fori; quibus duplicatis faciunt 8000000, scilicet cubum ducentarum librarum, quas ipse habuit in ultimo foro: ergo reperias radicem cubicam numerorum primi et secundi fori, et habebis qnesita secundum propinquitatem, cum ipsi numeri radicem cubicam non habeant: sed si primus numerus eorum, et ultimus essent cubi, uel habentes proportionem inter se sicut cubus numerus ad cubum numerum; tunc intercidereut inter eos duo numeri ratiocinati. Verbi gratia: si primus numerus 24, quartus uero sit 81; quorum proportio est sicut cubus 8 ad cubum 27: unde si uis inueuire numeros intercedentes, accipe radices cuborum, eruntque 2 et 3, in quorum proportione cadunt numeri intercidentes: quare triplum primi numeri diuides per 2; uel dimidium eius, quod est 12, triplica, ueuient 36 pro secundo numero; quorum dimidio iterum triplicato, uenient pro tercio numero 54; quorum etiam dimidio iterum triplicato, prouenit est (*sic*) quartus numerus 81, ut uolebamus: et notandum, quod quando in similibus inter primum numerum, et ultimum, scilicet inter capitale, et id quod habuit in fine suorum uiagiorum, unus intercidit numerus, ut in duobus foris, tunc proportio ipsorum trium numerorum dicitur esse duplicata in ea, quam habet ultimus numerus ad primum numerum; hoc est sicut ultimus numerus est ad primum, ita quadratus secundi numeri est ad quadratum primi, et quadratus ultimi ad quadratum secundi: et dicitur duplicata, quia quadratus numerus surgit ex duobus numeris equalibus: et cum duo intercidunt numeri, tunc ipsorum quattuor numerorum proportio dicitnr esse triplicata, hoc est, sicut ultimus est ad primum, ita cubus secundi ad cubum primi, et cubus tertii ad cubnm secundi, et cubus ultimi ad cubum tertii: et dicitur triplicata, quia omnis cubus numerus surgit ex tribus equalibus numeris, ut 8, qui surgit ex tribus binariis: et cum tres intercidcrent numeri, ut in questione quattuor uiagiorum, tunc proportio ipsorum quinque nnmerorum erit quadruplicata; hoc est, sicut proportio quinti ad primum, ita quadratus quadrati unius cuiusque sequentis erit ad quadratum quadrati sui antecedentis: et dicitur quadruplicata; |
fol. 184 *verso*. quia omnis quadratus quadrati surgit ex quatuor numerus equalibet (*sic*), ut 81, qui surgit ex quattuor ternariis; et sic per ordinem ascendit proportio ex aditione intercidentium numerorum: nam quiucuplata proporciu est in cubis quadratorum, uel in quadratis cuborum; ex quibus est 32, qui surgit ex 5 binariis, uel ex multiplicatione cubi binarii in quadratum eius: sexcuplata uero proportio est in cubis cuborum, qui numeri oriuntur ex sex numeris equalibus; ex quibus si acceperis radicem quadratam, proueniet numerus, cuius radix cubica est latus ipsorum numerorum; uerbi gratia: ut in 729, quorum radix quadrata est 27, qui numerus est latus de 729, secundum has multiplicitates. Ex his autem habetur, quod quando extremi numeri, scilicet capitale, et id quod habetur in fine duorum uiagiorum non habeant proportionem inter se sicut quadratus numerus ad quadratum nnmerum, tunc numerus intercidens inter eos erit radix numeri non quadrati. Et cum tres fuerint uiagii; et extremi non habuerint proportionem sicut cubus

numerus ad cubum numerum; tunc unus quisque duorum intercidentium numerorum erit radix cubica nnmeri non cubi: et si .iiii.^{or} fuerint uiadii; et extremi non habuerint proportionem inter se, sicut quadratus numerus quadrati ad quadratum quadrati, tunc unns quisque trium intercedentium numerorum erit radix radicis numeri non quadrati; et sic intelligas in reliquis.

Quidam habens bizantios, cum quibus lucratus est in quodam foro, ita quod inter capitale et proficuum habuit bizantios 80; de quibns lucratus est in alio foro eadem ratione, quod lucratus fuerat prius, et habuit aliquid; et fuerit proportio capitalis ad ultimum numerum, sicut est proportio quadrati de 5 ad quadratum de 9, hoc est sicut 25 est ad 81: multiplicabis itaque 5 per 9, erunt 45; quorum proportio ad 80 est sicut 25 ad qnesitum capitale; et sicut 81 ad ultimum nnmerum: quare multiplicanda sunt 25, et 81 per 80; et diuidenda utraque multiplicatio per 45, exibunt pro capitali bizantii $\frac{4}{9}$ 44, et pro ultimo numero bizantii 144. Eadem regula retinet, cum dicitur: inueniantur duo nnmeri, ex quibus $\frac{4}{5}$ unius sit $\frac{1}{9}$ alterius; et simul multiplicati faciant 89; erit primus numerus $\frac{2}{3}$ 6, scilicet radix de $\frac{4}{9}$ 44 predictis; et alius numerus erit 12, scilicet radix de 144; et inueniuntur ita: quia $\frac{1}{5}$ primi nnmeri est $\frac{1}{9}$ secundi; inueniendi sunt duo numeri, quorum $\frac{1}{5}$ unius est $\frac{1}{9}$ altius (*sic*); erunt que 5, et 9: multiplica ergo 5 per 89, et diuide per 9; et 9 per 89 diuide per 5, exibunt $\frac{400}{9}$, et 144 integra, quorum radices, scilicet $\frac{20}{3}$, et 12 sunt quesiti numeri. Et si uis inuenire duos numeros, ex quibus $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{4}{9}$ alterius, et insimul multiplicati facient 69: inuenies ergo duos numeros, ex quibus $\frac{2}{3}$ unius sint $\frac{4}{9}$ alterius; eruntque in minoribus numeris 9 et 10: multiplica ergo secundum regulam suprascriptam 10 per 60, et diuide per 9, exibunt $\frac{2}{3}$ 99; quorum radix est primus numerus. Item multiplicationem de 9 in 60 diuide per 19, erunt 54; quorum radix est secundus numerus.

Si uis inuenire dnas radices in integris, quarum quadrati in insimul coniuncti faciant quadratum numerum, scilicet habentem radicem, accipe duos nnmeros quadratos, uel habentes inter se proportionem quadratorum; et sint hambo (*sic*) pares, uel impares; et multiplica unum in alium, et uenientis numeri radicem accipe, que erit una ex radicibus quesitis: deinde agrega numeros prescriptos, et egredietur numerus par; et cum ambo sint pares, uel impares, cuius numeri dimidium accipe; et ex ipsa medietate minorem numerum extrahe, residuumque erit alia radix; uerbi gratia: sint dno quadrati numeri 1, et 9; quibus coniunc|tis faciunt 10; et ex multiplicatione unius in fol. 185 recto.
alium surgit 9, cuius radix est 3, quam habeas pro radice: et extrahe minorem numerum, scilicet 1, ex medietate decenarii, remanebunt 4 pro alia radice.

Inueniuntur hec per nnam ex suprascriptis diffinitionibus, scilicet cum numerus diuiditur in duas equales partes, et in duas inequales, erit multiplicatio minoris partis per maiorem cum quadrato numeri, qui est a minori parte usque ad medietatem totius numeri diuisi, equalis quadrato dicte medietatis. Quare ponamus iterum pares numeros habentes proportionem inter se, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; et ° 13: ergo …… scilicet in ° (fol. 185 recto, lin. 9; pag. 401, lin. 41 e 42).
sint 8 et 18, quorum proportio est sicut 4 ad 9, qui sunt nnmeri quadrati; qui insimul iuncti faciunt 26, cuius dimidium est 13: ergo 26 diuisus est in duas partes inequales,



scilicet in 8 et in 18; et in duas equales, scilicet in 3 et 13: esto ergo multiplicatio de 8 in 18 cum quadrato quinarii, qui est ab 8 in 13, equalis multiplicationi de 13

in se. Sed ex multiplicatione 8 in 18 surgit 144, qui est quadratus, cuius radix est 12; et ex multiplicatione quinarii in se, qui est alia radix, surgit 25; et sic habentur 169, cuius radix est 13. Aliter est quidem manifestum, quod omnes quadrati numeri componuntur aggregatione imparium numerorum per ordinem. Vt si super 1, qui est quadratus, et est primus impar, addatur 3, qui est secundus impar, habebitur 4, qui est secundus quadratus; super quem si addatur tercius impar numerus, scilicet 5, tertius quadratus, scilicet 9, procreatur; et sic infinitum (*sic*) ex continua collectione inparium quadrati per ordinem orientur. Quare si acceperimus aliquem quadratrum (*sic*) numerum imparem, uel ortum ex duobus, uel pluribus inparibus numeris continuis; et summam reliquorum imparium ab unitate acceperimus, nimirum duos quadratos habebimus, qui coniuncti aliquem quadratum numerum reddent. Verbi gratia: accipimus 49 pro uno quadrato; et colligamus omnes impares, qui sunt hab (*sic*) uno usque in 47, scilicet multiplicemus 24 in se, et habebitur 576 pro secundo quadrato, cuius radix est 24; et radix de 49 est 7, et summa horum quadratorum est 625, quorum radix est 25: similiter si posueris duos, uel plures numeros continuos impares, quorum coniunctio faciat quadratum numerum; radix quidem ipsius erit una ex quisitis (*sic*) radicibus; summe uero reliquorum imparium radix, qui sunt ab ipsis usque ad unitatem, erit alia.

De inuentione duarum radicum, quarum multipricationes faciant 25.

Si dicatur: ter tria faciunt 9, et quater quatuor faciunt 16; quibus insimul additis faciunt 25: uolo ut inuenias alias duas radices, quarum quadrati iterum faciant 25: quia 25 est numerus habens radicem, scilicet 5, reperiende sunt alie due radices, quorum quadrati insimul iuncti faciant alium quemlibet numerum habentem radicem, eruntque 5, et 12: nam 5 multiplicata in se faciunt 25, et 12 in se faciunt 144; quibus insimul iunctis faciunt numerum habentem radicem, uidelicet 169, cuius radix est 13: deinde multiplica radicem de 25, uidelicet 5, per 12 modo inuenta, erunt 60; que diuide per 13, exibunt $\frac{8}{13}4$ pro una ex duabus radicibus: deinde multiplica eadem 5 per alia inuenta 5, erunt 25; que similiter diuide per 13, exibit $\frac{12}{13}1$, que sunt alia radix. Verbi gratia: multiplicatio de $\frac{8}{13}4$ in se facit $\frac{12\ \ 3}{13\ 13}21$; et multiplicatio de $\frac{12}{13}1$ in se facit $\frac{1\ \ 9}{13\ 13}3$; quibus insimul iunctis faciunt 25, ut quesitum est; et sic potes multimode alias duas radices inuenire, quarum multiplicationes iuncte faciant 25, ex quibus sunt ex quibus sunt (*sic*) $\frac{4}{5}4$, et $\frac{3}{5}2$, uel hee $\frac{27}{37}4$ et $\frac{24}{37}1$, et etiam $\frac{36}{61}4$ et $\frac{88}{61}$. |

fol. 185 *verso*.

De inuentione duarum radicum, quarum multiplicationes faciant 41.

Item 4 uices 4 faciunt 16, et 5 uices 5 faciunt 25, que insimul faciunt 41; et queritur, ut inuenias alias duas radices, quarum quadrati faciant simul 41. Inueniantur quidem duo quilibet numeri, quorum multiplicationes iuncte faciunt quemlibet numerum habentem radicem; sitque 3 et 4, quorum multiplicationes iuncte faciunt habentem radicem, silicet 25; cuius radix, uidelicet 5, multiplicetur per utrasque radices propositas, scilicet per 4, et per 5, exibunt 20, et 25: deinde multiplica 20 per 20, erit 400, et 25 per 25, erunt 625; qui insimul iuncti faciunt 1025: uel multiplica 25 per 41, et erunt similiter 1025. In quibus alias duas radices poteris reperire in sanis preter 20, et 25, que faciunt 1025; quas inuenies sic: pone radices, que fecerunt 25, unam sub alia; ante quas pones eas, que fecerunt 41, ut hic ostenditur; et multiplicabis 3 per 4, que sunt ante ipsa 3, et que fuit una ex radicibus de 25; et 4 per 5, que

« Sitque ... quesitum » (fol. 185 verso, lin. 9 e 10-15; pag. 402, lin. 40 — pag. 403, lin. 3).

3	4
4	5

suut ante ipsa, et habebis 12, et 20, que seruabis ex parte. Rursus multiplicabis radices ex opposito, scilicet 3 per 5, et 4 per 4, erunt 15, et 16; que adde insimul, erunt 31; et extrahe 12 de 20, remanent 8; et sic habes pro quesitis duabus radicibus 31, et 8; quorum multiplicationes insimul iuncte, scilicet 961, et 64, faciunt 1025: quare diuideudum est uterque numerus, uidelicet 31, et 8 per 5, que multiplicasti superius, per positas radices, uidelicet per 4, et per 5, exibunt 6, et $\frac{1}{5}$, et $\frac{2}{5}$ 1; quorum multiplicationes, si insimul adderis, faciunt 41. Sunt enim 1025 alie due radices, quarum multiplicationes insimul iuncte faciunt iterum 1025, que reperiuntur ex predictis .1111.^{or} inuentis numeris sic: adde 12 cum 20, et extrahe 15 de 16; et egredientur pro ipsis radicibus 32, et 1; quibus per 5 diuisis, reddent $\frac{2}{5}$ 6, et $\frac{1}{5}$; quorum quadrati faciunt iterum 41: possumus enim cum multiplicatione duorum aliorum numerorum multimode ad eadem 41 peruenire, uidelicet si acceperimus alios duos numeros preter 3, et 4; quorum multiplicationes iuncte insimul faciunt alium numerum habentem radicem, ut 5, et 12, qui faciunt alium numerum habentem radicem, uidelicet 169; de cuius radice, uidelicet de 13, facias sicut fecisti de 5, reperies $\frac{4}{13}$ 3, et $\frac{9}{13}$ 6; quorum multiplicationes insimul iuncte faciunt similiter 41. Nam unde hee inuentiones precedunt (*sic*), geometrice demonstrata sunt in libello, quem de quadratis composui.

De petia panni, ex qua quidam uoluit facere linteamina.

Quidam habet petiam unam panni, que est longa ulnis 100, et ampla ulnis 30; ex qua uult facere lintheamina, quorum unum quodque habeat in longitudine ulnas 12, et in latitudine ulnas 5. Queritur, quot lintheamina inde facere potest. Multiplicabis itaque latitudinem petie per ipsius longitinem (*sic*), uidelicet 30 per 100, erunt 300; que diuide per longitudinem, et latitudinem lintheaminum, uidelicet per 5, et per 12, hoc est per $\frac{4\ \ 0}{6\ 10}$, exibunt lintheamina 50.

De archa prestita plena frumento.

Quidam recepit mutuo quandam archam plenam frumeuto, que habuit in singulis lateribus, uidelicet in latitudine, logitudinem (*sic*), et altitudine palmos 16: accidit nempe, quod ipsa archa fuerit igne cobusta (*sic*); sic quod non posset | frumentum cum ipsa fol. 186 recto. archa reddere; qui, cum cumueniretur, ut rederet frumentum suo prestatori, ait: habeo archam, que habet in singulis lateribus palmos 4, tolle cum ea tuum frumentum; queritur, quot archas frumenti ei reddere debeat: multiplicabis itaque latitudiuem maioris arche per longitudinem ipsius, uidelicet et (*sic*) 16 per 16, erunt 256; que multiplica per altitudinem, uidelicet per 16, erunt 4096; que diuide per 64, que exiit ex multiplicatione laterum minoris arce, uidelicet de 4 in 4; que in 4, exibunt arce 64: uel aliter: diuide latus maioris arce per latus minoris, uidelicet 16 per 4, exibunt 4; que cubica, erunt similiter arce 64, ut prediximus. Si autem aliqua prescriptarum archarum inequalia haberet latera priori regule non obstaret; quia semper multiplicanda est latitudo per longitudinem, et altitudinem maioris arce; et debes diuidere ipsam summam per latitudinem, et longitudinem, et altitudinem minoris.

De cisterna plena aqua, in qua eicitur lapis tetragonis (sic).

Est cisterna plena aqua, que tenet bariles 1000; et habet in latitudinem pedes 20, et in longitudinem pedes 24, et in altitudinem pedes 30. Queritur, si eiciatur in eam lapis quadratus, habens in singulis lateribus pedes 6, quanta aqua inde exierit: mul-

tiplicabis itaque cisterne latitudinem per longitudinem, scilicet 20 per 24, erunt 480; que multiplica per altitudinem, uidelicet per 30, erunt pro area totius cisterne pedes quadrati 14400, quos serua; et multiplica in unum latitudinem, et longitudinem, et altitudinem lapidis, scilicet 6 per 6; que per 6, erunt 216 quadrati pro archa (*sic*) ipsius lapidis. Quare proportionaliter est sicut 216 ad 14400, ita bariles euacuationis ad bariles 1000. Quare multiplica 216 per 1000, erunt 216000; que diuide per 14400, exibunt 15; et tot bariles aque exibunt de cisterna pro ipso lapide.

De cisterna, in qua eicitur columpna.

Item si in cisterna suprascripta eiciatur collumpna, que sit longa pedibus 10; et habeat in circuitu pedes 22, sic facies. Inuenies suprascripta 14400, que est summa pedum totius cisterne; deinde inuenies diametrum collumpne, que per geometriam sic inuenitur: uidelicet quod diuides circulum columpne, uidelicet 22 per $\frac{1}{7}$ 3, exibunt pro diametro pedes 7; quorum dimidium, quod est $\frac{1}{2}$ 3, multiplica per dimidium circuli, uidelicet per 11, erunt $\frac{1}{2}$ 38, que sunt area circuli columpne; quam multiplica per longitudinem columpne, uidelicet per 10, erunt pro area collumpne pedes quadrati 385; quos multiplica per bariles 1000, erunt 385000; quos diuide per 14400, exibunt $\frac{53}{72}$ 26; et tot bariles aque exierunt de cisterna pro columpna illa.

Rursus si in eadem cisterna eiciatur lapis, qui habeat formam piramidis circularis, hoc est, quod in basi sit ut pes columpne rotunde; et uadat ipsius rotunditas semper minuendo uersus altitudinem, donec ad nichilum redigatur; et sit circulus basis pedum 22; et in ipsius altitudinem habeat pedes 18. Inuenies siquidem diametrum ipsius basis; hoc est, quod diuides 22 per $\frac{1}{7}$ 3, et habebis 7 pro diametro ipsius; cuius dimidium, uidelicet $\frac{1}{2}$ 3, multiplicabis per dimidium circuli, scilicet per 11, erunt $\frac{1}{2}$ 38, que sunt area basis: deinde inuenies diametrum altitudinis piramidis; quod sic inuenitur. Mul-
fol. 186 verso. tiplicabis 18 per 18, erunt 324; de quibus extrahe multiplicationem | dimidii diametri circuli, uidelicet $\frac{1}{2}$ 3, in se, que multiplicatio est $\frac{1}{4}$ 12, remanebunt $\frac{3}{4}$ 311; quorum radix, que est parum amplius de $\frac{12}{17}$ 17, erit perpendicularis, uidelicet diametrum altitudinis ipsius. Cuius terciam partem, que est $\frac{15}{17}$ 5, multiplica per $\frac{1}{2}$ 38, erunt pedes $\frac{8}{17}$ 226; et tanta erit archa totius piramitis (*sic*); que multiplica per bariles 1000, et diuide per archam (*sic*) cisterne, uidelicet per 14400, exibunt bariles $\frac{0}{2}\frac{2}{5}\frac{2}{9}\frac{12}{17}$ 15.

De cisterna, in qua eicitur lapis ex utraque parte piramidatus.

Iterum si in eadem cisterna eiciatur lapis, qui habeat formam fusi, cum quo filant mulieres, in duo reddit piramides similes suprascripto piramidi; et quod ponatur in uentre, scilicet in sectione piramidorum circumdetur pedibus 44; et in longitudine habeat exterius pedes 26: inuenis itaque arcam piramidis per suprascriptam regulam; et addes eas in unum, erunt pedes $\frac{2}{3}$ 1124; quos multiplicabis per bariles 1000, et diuides per 14400, exibunt bariles $\frac{1}{2}\frac{5}{6}\frac{0}{9}$ 78.

De cisterna, in qua eiciatur spera rotunda.

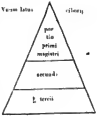
Adhuc si in suprascripta cisterna eiciatur forma rotunda, in cuius circuitu sint pedes 44, iuenies (*sic*) diametrum ipsius; scilicet quod diuides 44 per $\frac{1}{7}$ 3, exibunt pro diametro ipsius pedes 14; que multiplica per sextam partem ipsius, uidelicet per $\frac{1}{3}$ 2, erunt $\frac{2}{3}$ 32; que multiplica per 44, erunt 1437; et tot pedes quadrati continetur in suprascripta forma; quos multiplica per bariles 1000, et diuide per 14400, exibunt $\frac{57}{72}$ 99;

et tot bariles exierunt de cisterna pro eiectione illius forme: possumus est (*sic*) in suprascriptam cisterna (*sic*) uarias lapidis formas eicere, ut pote triangulatas, quadratas, pentagulatas, etiam plurium laterum habentes, seu obliquas; quas relinquimus demostrare his, qui geomatriam ignorant.

De trigonali ciborio picto a tribus magistris.

Quidam costruxit palatium; et pro tecto sui talami ciborium ex .III.^{or} trigonis constituit. Quorum unum quodque latus habebat in altitudine palmos 36; et in eorum base palmos 30; quod ciborium tribus magistris dedit ad pingendum. Quorum primus pincxit suam portionem, uidelicet terciam partem, incipiendo ad puncta illius ciborii, finiendo ad equi distantem lineam circiter cum base trigonorum; secunda (*sic*) suam terciam partem post primum circiter pingere studuit ; tertius uero pinxit residuum. Queritur quantum unusquisque ex ascendentibus lineis trigonorum pingerit, cum uuusquisque ipsurum tantum terciam partem ciborii pinxisse proponatur. Mensuram quidem basis in hac questione nil facere scias. Mensuram uero linearum ascendentium a base usque ad puncta ciborii, uidelicet 36 in se ipsa multiplicata, erunt 1296; et radicem tercie partis ipsi, uidelicet de 432 subtiliter inuenire studeas. Nam ipsa erit portio, quam primus ex ipsis lineis a puncti inferius descendendo depinxit. Similiter si de $\frac{2}{3}$ de 1296, scilicet de 864, radicem subtiliter acceperis, terminum secundi magistri ab eadem puncta inferius descendendo reperies. Residuum uero pincxit tercius, ut in subiecta figura ostenditur. Vnde manifestum est, quod ex quacumque parte de suprascriptis 1296 radicem acceperis, dabit puctum (*sic*), seu terminum tibi eiusdem partis suprascripti ciborii a puncta incipiendu, et inferius uidendo (*sic*), ut superius demonstrauimus.

« illius ciborii .... ab eadem » (fol. 185 *verso*, lin. 26-34; pag. 405, lin. 9-18).



Sunt tres numeri; ex quibus medietas primi est tertia pars secundi; et quarta pars secundi est quinta | pars tercii numeri; et multiplicatis ipsis tribus numeris in unum, scilicet primum per secundum; quorum summa multiplicata per tercium faciunt additionem eorumdem. Inuenias primum tres numeros, quorum medietas primi sit tercia pars secundi, et quarta secundi sit quinta tercii, eruntque 8, et 12, et 15: pone ergu ut primus numerus sit 8, secundus 12, tercius 15; et multiplica eos in unum, et etiam addes eos, erit eorum multiplicatio 1440; et eorum additio est 35. Vide ergo que pars sit additio dicta ex multiplicatione predicta ; quia eadem pars erit tetragonis uniuscuiusque quesitorum numerorum ex tetragono sui positi numeri in se. Itaque 35 de 1440 sunt $\frac{7}{288}$; quia tetragonus primi numeri quesiti est $\frac{7}{288}$ ex tetragono de 8, scilicet de 64. Similiter tetragonus secundi quesiti uumeri est $\frac{7}{288}$ ex tetragono de 12, scilicet ex 144. Item et tetragonus tercii quesiti numeri est $\frac{7}{288}$ ex tretragono de 15, scilicet de 225 : unde multiplicanda sunt 7, que sunt 7 super 288, per 64, et per 144, et per 225; et diuidenda una queque multiplicatio per 288; et habebis pro tetragono primi numeri $\frac{5}{9}$ 1, cuius radix est primus quesitus numerus; et pro tetragono secundi numeri habebis $\frac{1}{2}$ 3, cuius radix est secundus numerus; et pro tetragono tercii numeri habebis $\frac{30}{64}$ 5. Et notandum, quia cum numeri fuerint duo tantum, erit proportio uniuscuiusque positorum numerorum ad suum consimilem quesitorum, sicut proportio multiplicationis positorum ad additionem eorumdem; que proportio dicitur simplex. Et cum numeri fuerint tres , erit sicut multiplicatio trium positorum numerorum ad summam addictionis eorum, ita quadratus unius cuiusque positorum ad quadratum sui consimilis

fol. 187 *recto*.

quesitorum. Vt in hac, in qua fuerit proportio quadratorum de 8, et 12, et 15, scilicet positorum numerorum ad quadrato (*sic*) quesitorum numerorum, sicut 1410 ad 35, scilicet sicut summa multiplicationis ipsorum ad summam addictionis eorumdem: que proportio dicitur duplicata, cum quadrati surgant ex multiplicatione duorum equalium numerorum. Et cum numeri fuerint quatuor, erit sicut factus ex multiplicatione positorum ad factum ex additione eorumdem, ita cubus uniuscuiusque positorum ad cubum sui consimilis quesitorum; que proportio dicitur triplicata, cum cubi surgant ex multiplicatione trium equalium numerorum. Et cum numeri fuerint quinque, erit siquidem proportio positorum ad eorum consimiles quesitorum quadruplicata in his que diximus superius. Et in sex numeris cadet proportio quincuplata, et cetera.

Nam si cognoscere uis, utrum radices inuentorum tetragonorum, scilicet de $\frac{5}{9}$ 1, et de $\frac{1}{2}$ 3, et de $\frac{3\ 3}{4\ 8}$ 5 sint ad inuicem in quesitis proportionibus, scilicet sicut 2 sunt ad 3, ita radix de $\frac{5}{9}$ 1 sint ad radicem de $\frac{1}{2}$ 3; et sicut 4 sunt ad 5, ita radix de $\frac{1}{2}$ 3 sint ad radicem de $\frac{3\ 3}{4\ 8}$ 5: multiplicabis ergo $\frac{5}{9}$ 1, et $\frac{1}{2}$ 3 per 18, in quibus reperiuntur $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{2}$; et habebis 28, et 63: et quoniam 28 sunt ad 63, sicut tetragonum binarii ad tetragonum ternarii, hoc est sicut 4 ad 9; cognoscitur quod radix de $\frac{5}{9}$ 1 est ad radicem de $\frac{1}{2}$ 3, sicut 2 ad 3: similiter inuenies, radicem de $\frac{1}{2}$ 3 esse ad radicem de $\frac{3\ 3}{4\ 8}$ 5, sicut 4 sunt ad 5; cum $\frac{1}{2}$ 3 sint ad $\frac{3\ 3}{4\ 8}$ 5, sicut tetragonus quaternarii ad tetragonum quinarii. Item si uis cognoscere, utrum multiplicatio radicum trium inuentorum tetragonorum surgat in ascensione aditionum ipsarum, multiplica $\frac{5}{9}$ 1 per $\frac{1}{2}$ 3; quam multiplicationem
fol. 187 verso. multiplica per $\frac{3\ 3}{4\ 8}$ 5 | erunt $\frac{3\ 7\ 6}{4\ 8\ 9}$ 29, cuius numeri radix est summa multiplicationis radicum trium tetragonurum dictorum. Item ut habeas iunctionem ipsarum, iunge tres numeros inuentos superius in quesitis proportionibus, scilicet 8, et 12, et 15, erunt 35; et accipe tetragonum primi numeri, scilicet 64, et tetragonum de 35, scilicet 1225; quia in qua proportione est tetragonus primi positi numeri ad tetragonum iunctionis trium positorum numerorum, ita primus inuentus tetragonus est ad tetragonum iunctionis radicum trium inuentorum tetragonorum; hoc est, sicut 64 sunt ad 1225, ita $\frac{5}{9}$ 1 est ad tetragonum summe iunctionis trium radicum suprascriptarum. Quare multiplicanda sunt 1225 per $\frac{5}{9}$ 1, et diuidenda multiplicatio eorum per 64; et inuenies similiter $\frac{3\ 7\ 6}{4\ 8\ 9}$ 29 pro tetragono iunctionis trium predictarum radicum: possumus multas uarias questiones de similibus in tribus numeris, uel in pluribus proponere, secundum quod in duorum numerorum questionibus superius fecimus, quarum omnium solutiones per ea, que dicta sunt, satis aperte inuenire possunt.

Incipit pars tertia de solutione quarumdam questionum secundum Modum algebre et almuchabale, scilicet ad proportionem et restaurationem.

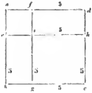
Maumeht

Ad compositionem quidem elgebre (*sic*), et elmulchabale tres proprietates, que sunt in quolibet numero, considerantur, que sunt radix, quadratus, et numerus simples. Cum itaque aliquis numerus multiplicatur in se, et prouenit aliquid. Tunc factus ex multiplicatione quadratus est multiplicati; et multiplicatus sui quadrati est radix. Vt cum multiplicatur 3 in se, ueniunt 9. Sunt enim 3 radix de 9; et 9 sunt quadratus ternarii. Et cum numerus non habet respectum ad quadratum uel radicem, tunc simpliciter numerus appellatur: he autem in solutionibus questionum inter se equantur sex modis, ex quibus tres sunt simplices, et tres compositi. Primus quidem modus est,

quando quadratus, qui census dicitur, equatur radicibus. Secuudus quando census equatur numero; tertius quando radix equatur numero. Vnde cum in aliqua questione inuenientur census, nel partes unius census equari radicibus, nel numero, debent reddigi ad equationem. Vuius (*sic*) census per diuisionem ipsarum in nnmerum census. Verbi gratia: cum duo census equantur .x. radicibus, diuides radices per nnmerum census, scilicet 10 per 2, exibunt radices 5, que equantur uni censui, hoc est radix census est 5, et census est 25; quia quot radices equantur censui, tot unitates snnt in radicem census. Item si tres census equantur radicibus 12, tunc tercia pars trium censium (*sic*) equatur tercie parti de radicibus 12, hoc est unus census equatur quattuor radicibus. Quare radix census est 4, et ceusus est 16. Similiter cum census $\frac{1}{2}$ 3 equantur radicibus 21, diuides 21 per $\frac{1}{2}$ 3; et inuenies, quod unus census equatur radicibus 6. Et si $\frac{1}{2}$ unius census equatur 5 radicibus, diuides 5 per $\frac{1}{2}$, hoc est multiplicabis 5 per 2, que sunt sub uirga; et diuides per 1, quod est super uirga, exibunt 10. Ergo unus census eqnatur 10 radicibus. Et si $\frac{2}{3}$ unius census equantur 8 radicibus, tunc census equaliter (*sic*) radicibus 12; quia diuisis 8 per $\frac{2}{3}$ ueniunt 12: hec omnia intelligantur cum census augmentatus, uel diminutus equabitur alicui numero. Sed ut hec apertius habeantur, ponantur 5 census equari denariis 45: diuides ergo 45 per 5, uenient denarii 9, qui equantur censui, hoc est census, est 9, et radix eius est 3. | Similiter cum census $\frac{1}{3}$ 4 equatur denariis 26, fol 183 recto.
diuides 26 per $\frac{1}{3}$ 4, scilicet 78 per 13, exibunt 6; quibus equatur unus census. Quare radix eius est surda, cum sit radix nnmeri non quadrati. Et cum $\frac{3}{4}$ unius census equantur denariis 12, tunc census equabitur denariis 16; quia diuisis 12 per $\frac{3}{4}$, scilicet 48 per 3, uenient 16. Quare radix census est 4. Similiter facies, cum radices, uel partes uuius radicis equatur numero: his autem ostensis, reliquos tres modos compositos demonstremus. Primus cnim modus est, quando census et radices equantur numero. Secundus, quando radices et numerus equantur censui; tercius modus est, quando census et numerus equantur radicibus. Vnde, cum in aliqua questione inuenietur census augmentatus, uel diminutus cum compositione radicum et numeri, tunc omnia reducenda sunt ad ceusum unum. Verbi gratia: duo census, et decem radices equantur denariis 30. Ergo unus census, et 5 radices equantur denariis 15: simili quoque modo, si tres census et 12 radices equantur denariis 39, diuides hec omnia per numerum censuum, scilicet per 3, proueniet unus census, et quatuor radices, que equantur denariis 13. Item si inueuiantur radices 15 et denarii 60, que equentur censibus 5, diuides hec omnia per numerum ceusuum, scilicet per 5; et inuenies, quod unus census equatur tribus radicibus, et denariis 12. Item si $\frac{4}{5}$ unius ceusus et radices 10 equautur denariis 20, diuides hec omnia per $\frac{4}{5}$, scilicet multiplicabis radices 10, et denarios 20 per 5, exibunt radices 50, et denarii 100; que diuides per 4; et sic inuenies, quod unus census, et radices $\frac{1}{2}$ 12 equentur denariis 25; et sic intelligas in similibus. Et cum hec omnia operari si uolueris (*sic*), et uolueris inuenire quantitatem census, qui cum datis radicibus eqnetur numero dato, sic facias: accipe quadratum medietatis radicum, et adde eum super numerum datum; et eius, quod prouenerit, radicem accipe; de qua numerum medietatis radicum tolle; et quod remanserit erit radix quesiti census. Verbi gratia: census et decem radices equentur 39. Dimidium itaque ex radicibus est 5; quibus in se multiplicatis faciunt 25; quibus additis cum 39 faciunt

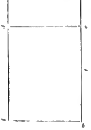
64; de quorum radice, que est 8, si auferatur medietas radicum, scilicet 5, remanebunt 3 pro radice quesiti census. Quare census est 9, et ipsius decem radices sunt 30; et sic census, et decem radices equantur 39. Nam unde hec regula procedat, per duplicem figuram ostendere procurabo: adiaceat siquidem tetragonum *.a.b.c.d.* habens in singulis lateribus amplius quam ulnas 5; et accipiatur super latus *.a.b.* punctus *.e.*, et super latus *.a.d.* punctus *.f.*, et super latus *.b.c.* punctus *.g.*, et super latus *.c.d.* punctus *.h.*; et sit una quaque (*sic*) rectarum *.b.e.*, *c.g.*, et *.c.h.* et *.d.f.* ulnarum 5; et compulentur (*sic*) recte *.e.h.* et *.f.g.*; et quia tetragonum est quadrilaterum *.a.c.*, erit latus *.d.a.* equalis lateri *.b.a.*; et cum de equalibus equalia auferantur, que remanent erunt equalia; quare si ex *.d.a.* auferatur *.d.f.*, et ex *.b.a.* auferatur *.b.e.*, quarum unaqueque est 5, remanebit siquidem *.e.a.* equalis recte *.f.a.*: sed recte *.a.e.* equalis est recta *.f.i.*, cum equalis sit recta *.f.g.* recte *.a.b.*; est enim recta *.i.g.* equalis recte *.e.b.*: propter eadem ergo et recta *.e.i.* equalis est recte *.a.f.*, cum recta *.e.h.* sit equalis recte *.a.d.*, et recta *.i.h.* | recte *.f.d.*: tetragona ergo sunt quadrilatera *.e.f.* et *.g.h.*: ponam itaque pro censu (*sic*) quesito quadrilaterum *.e.f.*, quod est ignotorum laterum, cuius radix est unaqueque rectarum *.e.i.* et *.i.f.*; sed recte *.e.i.* adplicata est superficies rectiangula *.b.i.*, que est quinque radices census *.e.f.*, cum ipsa superficies adplicata sit super radicem eius, et sit 5 unaqueque rectarum *.e.b.i.g.*: similiter et superficies *.i.d.* constat ex 5 radicibus census *.e.f.*, cum sit applicata super radicem ipsius, scilicet super latus *.i.f.*; et sit 5 una queque rectarum *.f.d.* et *.i.h.*; sed quia census et 10 radices equantur denariis 39; erunt ergo 39 predicte tres superficies, que sunt *.e.f.*, *b.i.*, *i.d.*; quibus si addantur 25, scilicet tetragonum *.g.h.*, cuius unum quodque latus est 5, habebuntur 64 pro toto tetragono *.a.b.c.d.*; quorum radix, scilicet 8, est longitudo uniuscuiusque lateris eius: quare si auferatur ex *.b.a.* recta *.b.e.*, silicet 5 de 8, remanebunt 3 pro linea *.e.a.*: ergo radix quesiti census est 3, et census est 9; quo addito cum decem suis radicibus, faciunt 39, ut oportet. Aliter, sit census quesitus tetrogonum (*sic*) *.e.i.*, et super latus *.d.e.* applicentur decem radices eius, scilicet superficies recti angula *.d.h.*, cuius hunumquodque latterum (*sic*) *.h.e.*, et *.l.d.* sit 10; et diuidatur recta *.h.e.* in duo equa super *.t.*; et quoniam census *.z.d.*, et eius 10 radices *.d.h.* equantur denariis 39, ergo tota superficies recti angula *.z.l.* est 39; que superficies cumstat ex *.i.z.* in *.h.z.*; recta quidem *.z.i.* equalis est recta (*sic*) *.z.e.*, cum sit tetragonum quadrilaterum *.e.i.*: ergo ex ductu *.z.e.* in *.z.h.* proueniunt 39; quibus si addatur tetragonum linee *.e.t.*, quod est 25, habebuntur 64 pro tetragono linee *.i.t.*: quare radix de 64, scilicet 8, est recta *.t.z.*; de qua si auferatur recta *.t.e.*, que est 5, remanebunt 3 pro linea *.e.z.*: ergo radix census *.e.i.* est 3, et census est 9, ut per alium modum inuenimus. Et cum ceciderit in solutione alicuius questionis, quod census equetur radicibus et numero, tunc quadradtum (*sic*) medietatis radicum addes super numerum; et super radicem eius, quod prouenerit, addes numerum medicetatis (*sic*) radicum, et habebis radicem quesiti census. Verbi gratia: census equetur decem radicibus, et denariis 39; addam siquidem quadratum medietatis radicum, scilicet 25 super 39, erunt 64; quorum radici, scilicet 8, superadde 5, silicet medietatem radicum, prouenient 13 pro radice quesiti census; quare census est 169. Nam, si unde hec regula procedit, scire uis, adiaceat tetragonum *.a.b.c.d.*

(«sit una quaque .... recta .d.f.» (fol. 188 recto, lin. 32-39; pag. 408, lin. 7-14).



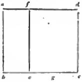
fol. 188 verso.

(«cum decem ... ceciderit» (fol. 188 verso, lin. 13-23 e 24; pag. 408, lin. 26-36).



cuius unum quodque latus sit plus quam 10; et protrahatur in ipso linea .*e.f.*; et sit 10 una queque rectarum .*e.c.* et .*f.d.*; et diuidatur .*e.c.* in duo equa super .*g.*; et sit census quesitus tetragonum .*b.d.*; quare decem radices erit superficies .*e.d.*, cum sit aplicata super latus .*e.f.*, quod est equale radici ipsius census, hoc est linee .*a.b.*; et est 10 unaqueque linearum .*e.c.*, et .*f.d.* : remanebit ergo superficies .*f.b.* 39, que proueniunt ex ductu .*f.e.* in .*e.b.*; sed .*f.e.* est equalis recte .*b.c.*, ergo ex .*b.e.* in .*b.c.*, proueniunt 39; quibus si addatur quadratus linee .*e.g.*, ueniunt 64 pro quadrato linee .*b.g.*: cuius radici addatur linea .*g.c.*, silicet 5, uenient 13 pro linea .*b.c.*, que est radix quesiti census; quare census est 169. Et cum | occurerit, quod census, et numerus equentur radicibus, scias hoc fieri non posse, nisi numerus fiat equalis, uel minor quadrato medietatis radicum: qui si equalis fuerit, habebitur pro radice census numerus medietatis radicum: et si numerus, qui cum censu equatur radicibus, fuerit minus quadrato medietatis radicum, extrahe ipsum numerum ex ipso quadrato; et eius quod remanserit radicem extrahe ex numero medietatis radicum; et si id quod remanserit non erit radix quesiti census, tunc addes id quod extraxisti super numerum, de quo extraxisti, et habebis radicem quesiti census. Verbi gratia: census et 40 equantur 14 radicibus; dimidiatis siquidem radicibus, ueniunt 7; de quorum quadrato, scilicet de 49, extrahe 40, remanent 9; quorum radicem, que est 3, extrahe de medietate radicum, scilicet de 7, remanebunt 4 pro radice quesiti census, census est 16; quibus additis cum 40, faciunt 56, que sunt radices 14 eiusdem census, cum ex ducta radice de 16 in 14 ueniunt 56; uel radicem de 9 addes super 7, erunt 10 pro radice quesiti census; et sic census erit 100; quo addicto cum 40, faciunt 140, que sunt radices 14 de 100, com ex multiplicatione radicis de 100 in 14 prouenient 140; et sic cum non soluetur questio cum diminutione, soluetur sine dubio cum additatione. Et si unde hec regula procedat nosse uis, adiaceat linea .*a.b.*, que sit 14; et diuidam eam in duo equalia super .*g.*, et in duo et equalia (*sic*) super .*d.*; et constituam super unam ex inqualibus (*sic*) proportionibus tetragonum: constituatur primum super minorem portionem, que est .*d.b.*, tetragonum .*d.z.*; et protrahatur .*z.e.* in directo in punctum .*i.*; et sit recta .*z.i.* equalis recte .*a.b.*; et copuletur recta .*i.a.* Et quia recta .*z.b.* est radix census .*d.z.*, et recta .*a.b.* est 14, erit tota superficies .*a.z.* radices 14 ex censu .*d.z.*: et quia census, et 40 equantur radicibus 14, erit superficies .*a.e.* 40, que prouenit ex .*e.d.* in .*d.a.*, hoc est ex .*b.d.* in .*d.a.*: quibus 40 si addatur quadratus sectionis .*d.g.*, habebuntur 49, scilicet quadratum linee .*g.b.*: quare quadratum linee .*d.g.* est 9; quorum radix, scilicet 3, est linea .*g.d.*; cui si addatur linea .*g.a.*, erit 10 tota linea .*a.d.*: et si auferatur .*g.d.* ex .*g.b.*, remanebunt 4 pro linea .*d.b.*, que est radix census .*d.z.* Et si super lineam .*a.d.* constituatur census .*a.l.*, ut in hac alia figura, remanebit superficies .*l.b.* 40, que prouenit ex .*l.d.* in .*d.b.*, hoc est ex .*a.d.* in .*d.b.*; que 40 si extrahantur ex quadrato linee .*a.g.*, remanebunt 9; quorum radix, scilicet 3, est linea .*g.d.*: quare .*a.d.* est 10; ergo radix census .*a.l.* est 10, et census est 100, ut prediximus. Cum his autem sex regulis possunt solutiones infinitarum questionum reperiri; sed oportet, eos qui per earum modum procedere uolunt, scire ea que diximus in multiplicatione, et diuissione, et extractione, seu additione radicum, et binomiorum atque recisorum; quibus perfecte cognitis, quedam questiones super hec proponantur.

« Nam si .... ueniunt 61 » (fol. 188 *verso*, lin. 30-37; pag. 408 lin. 43 — pag. 409 lin. 7).

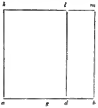


fol. 189 *recto*.

« et copuletur .... census est » (fol. 189 *recto*, lin. 21-31; pag. 409, lin. 29-39).



« 100, ut .... in ce, ueniunt » (fol. 189 *recto*, lin. 32 39; pag. 409, lin. 39 — pag. 410, lin. 4).



Expliciunt introdutiones algebre et almuchabale. Incipiunt questiones eiusdem.

Si uis diuidere 10 in duas partes, que insimul multiplicate faciant quartam multiplicationis maioris partis in se; pone pro maiori parte radicem, quam appellabis rem,
fol. 189 recto. remanebunt pro minori parte 10, minus re; que multiplicata in re, uenient | 10 res, minus censu; et ex multiplicata re in se prouenit census; quia com (*sic*) multiplicatur radix in se, prouenit quadratus ipsius radicis: ergo decem rex (*sic*), minus censu, equantur quarte parti census. Quare quadruplum ipsarum equabitur censui uni: ergo multiplica 10 res minus censu, per 4, uenient 40 radices, minus 4 censibus, que equantur censui. Restaura ergo 4 census ab utraque parte, erunt 5 census, qui equantur 40 radicibus. Quare diuide radices 40 per 5, exibunt radices 8, quibus equatur census: ergo portio, per quam possuisti rem, est 8; quibus extractis de 10, remanent 2, que sunt
primus .S. alia portio; et sic perduximus hanc questionem ad unam ex sex regulis, ad eam uidelicet, in qua census equatur radicibus; ad quam etiam reducemus hanc, in qua diuisi 10 in duas partes, ex quibus multiplicaui unam in aliam; et in id, quod prouenit, diuisi quadratum unius portionis, et prouenit $\frac{1}{2}$ 1: pone iterum rem pro una portione, remanebunt 10, minus re; et multiplica rem in 10, minus re, uenient 10 res, minus censu. Et multiplica rem in se, ueniet census; quem diuide per 10 res, minus censu; quod sic fit: tu scis, quia ex ipsa diuisione prouenit $\frac{1}{2}$ 1; ergo si multiplicas exeuntem per diuisorem, proueniet utique diuisus numerus, scilicet census: multiplica ergo 10 res, minus censu, per $\frac{1}{2}$ 1, exibunt 15 res, minus censu et dimidio, que equantur censui. Restaura ergo censum $\frac{1}{2}$ 1 ab utraque parte, et erunt census $\frac{1}{2}$ 2, qui equantur radicibus 15. Quare diuide 15 radices per $\frac{1}{2}$ 2, exibunt 6 radices, que equantur censui: quare census est 36; quorum radix, scilicet 6, est una ex duabus portionibus. Reliqua
Secundus .S. autem erit 4. Item diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum in se, et quod prouenit multiplicaui per $\frac{7}{9}$ 2; et id quod prouenit, fuit 100, scilicet quadratus de 10; sic facies: pone pro ipsa positam rem, quam multiplica in se, ueniet census; que multiplica per $\frac{7}{9}$ 2, uenient census $\frac{7}{9}$ 2, qui equantur 100: diuide ergo 100 per $\frac{7}{9}$ 2, uenient 36; quibus equatur census: quare radix eorum, que est 6, est una ex duabus portionibus; et sic perducta est hec questio ad secundam regulam, in qua census equatur
Tertius .S. numero. Item diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem earum per minorem; et id quod prouenit fuit $\frac{1}{3}$ 2; sic facies: pone rem pro una ex suprascriptis portionibus. Quare alia erit 10, minus re; et diuide 10, minus re in rem, quia ex ipsa diuisione ueniunt $\frac{1}{3}$ 2: multiplica diuisorem per $\frac{1}{3}$ 2, uenient res $\frac{1}{3}$ 2, que equantur 10, minus re: adde ergo rem utrique parti, et erunt res $\frac{1}{3}$ 3, que equantur 10: diuide ergo 10 per numerum rerum, scilicet per $\frac{1}{3}$ 3, ueniet quod una res equabitur tribus denariis. Quare una ex suprascriptis portionibus est 3; a quibus usque in 10 sunt 7 pro alia portione; et sic reducta est hec questio ad terciam regulam, ubi radices equantur numero.

Diuisi in duas partes 12, et multiplicaui unam earum per 27; et quod prouenit fuit equale quadrato alterius partis; sic facies: pone rem pro una partium, remanebunt 12, minus re, pro alia; quibus multiplicatis per 27, faciunt 324, minus 27 rebus; et multiplica rem in re, scilicet primam partem in se, proueniet census, qui equatur denariis 324, minus 27 rebus: quibus rebus additis utrique parti, ueniet census et 27 res, que equantur denariis 324; et sic reducta est hec questio ad unam ex tribus compositis

regulis, ad eam uidelicet, in qua census, et radices equantur numero. Vnde, ut procedas secundum ipsam regulam, multiplica $\frac{1}{2}$ 13, scilicet dimidium radicum in se, erunt $\frac{1}{4}$ 182; que adde cum 324, erunt $\frac{1}{4}$ 506; quibus radicem inuenias sic: fac quartas ex eis, erunt 2025; cui numero radicem inuenias, eritque 45; que diuide | per radicem de 4, que sunt sub uirga, scilicet per 2, exibunt $\frac{1}{2}$ 22; de quibus extrahe medietatem radicum, remanebunt 9 per radicem census, que sunt una pars: a quibus usque in 12 desunt 3 pro secunda parte. Multiplicaui 1 plus de $\frac{2}{3}$ unius numeri per unum plus de $\frac{3}{4}$ eiusdem; et prouenerunt 73 pro ipso numero rem (*sic*): ergo uis multiplicare $\frac{2}{3}$ rei, uno addito, per $\frac{3}{4}$ rei, plus uno; multiplica ergo $\frac{2}{3}$ rei per $\frac{3}{4}$ rei, proueniet medietas census; et multiplica unum per unum, faciet 1; et unum in $\frac{2}{3}$ rei, et unum in $\frac{3}{4}$ rei, ueniet res, et $\frac{5}{12}$ rei; et sic ex eorum multiplicatione habebitur medietas census, et res $\frac{5}{12}$ 1, et denarius unus, que equantur denariis 73: abice ergo denarium unum ab utrumque (*sic*) parte, remanebit medietas census, et res $\frac{5}{12}$ 1, que equantur denariis 72: re integra itaque censum tuum, et habebis censum, et res $\frac{5}{6}$ 2, que equantur 144: quare dimidia radices, exibunt $\frac{17}{12}$; quas multiplica in se, uenient $\frac{1}{144}$ 2; que adde cum 144, erunt $\frac{1}{144}$ 146; quibus radicem inuenies ordine demonstrato, scilicet multiplica 146 per 144, et adde unum, erunt centesime quadragesime quarte 21025; cuius numeri radicem diuide per 12, scilicet per radicem de 144, que sunt sub uirga; et habebis $\frac{1}{12}$ 12 pro radice quesita; de qua extrahe medietatem radicum, scilicet $\frac{5}{12}$ 1, remanebunt $\frac{2}{3}$ 10 pro numero quesito; super $\frac{2}{3}$ quorum si addatur 1, uenient $\frac{1}{9}$ 8, etiam et addito uno super $\frac{3}{4}$ ipsorum, uenient 9; et ex $\frac{1}{9}$ 8 multiplicatis in 9, surgunt 73, ut propositum fuit. Diuisi decem in duas partes, et addidi insimul quadratos ipsorum, et prouenerunt $\frac{1}{2}$ 62: pone itaque rem pro prima parte, et multiplica eam in se, ueniet census. Similiter multiplica secundam partem in se, que est 10, minus re; quam multiplicationem facies sic: ex 10 in 10 ueniunt 100; et ex re diminuta in rem diminutam pronenit census additus; et ex 10 multiplicatis bis in rem diminutam proueniunt 20 res diminute; et sic pro multiplicatione de 10, minus re, in se habentur 100, et census, 20 rebus diminutis: que si addantur cum quadrato prime partis, scilicet cum censu, erunt 100, et duo census, minus uiginti rebus, que equantur denariis $\frac{1}{2}$ 62: adde ergo uiginti res utrique parti, erunt 100, et duo census, que equantur 20 rebus, et denarijs $\frac{1}{2}$ 62: abice igitur $\frac{1}{2}$ 62 ab utraque parte, remanebunt duo census, et denarii $\frac{1}{2}$ 37, que equantur 20 radicibus; et sic perducta hec questio ad terciam regulam compositarum, ubi census et numerus radicibus equantur: quare ut ipsa (*sic*) inmiteris regulam, diuide numerum, et radices per numerum censuum, scilicet per 2, hoc est dimidia ea; et ueniet, quod census, et denarii $\frac{3}{4}$ 18 equantur radicibus 10: dimidia ergo radices, uenient 5; que multiplica in se, erunt 25; de quibus extrahe $\frac{3}{4}$ 18, remanent $\frac{1}{4}$ 6; quorum radicem, scilicet $\frac{1}{2}$ 2, extrahe de medietate radicum, scilicet de 5, remanebunt $\frac{1}{2}$ 2, que sunt una predictarum parcium; a quibus usque in 10 desunt $\frac{1}{2}$ 7, que sunt secunda pars. Et si extracto quadrato minoris partis de quadrato maioris, remaneant 40, sic facies: quadratum unius partis, scilicet censum, de quadrato alterius extrahe, scilicet de 100 et censu, uiginti rebus diminutis, remanebunt 100, diminutis 20 rebus; que equantur 50: quare adde utrique parti 20 res; et tolle de unaquaque 50, et remanebunt uiginti res, que equantur 50: quare diuide 50 per 20, ueniunt $\frac{1}{2}$ 2 pro minori portione. Multiplicaui siquidem terciam unius numeri

fol. 190 recto.

per quartam eius, et prouenit ex multiplicatioue idem numerus, et denarii 24: pone pro ipso numero rem; et multiplica $\frac{1}{3}$ rei per quartam eius, neniet $\frac{1}{12}$ census; que etquatnr (*sic*) rei, et denariis 24. Reintegra ergo censum, scilicet multiplica hec omnia per 12, et ueniet census; qui equatur duodecim | rebus, et denariis 288: multiplica ergo 6, que sunt dimidium radicum in se, erunt 36; que adde cum 288, erunt 324: super quotum radicem adde dimidium radicum, erunt 24; que sunt radix census: ergo quesitus numerus est 24; et sic reducta est hec questio ad secundam ex tribus regulis compositis, ubi census equatur radicibus ex (*sic*) numero. Diuisi 10 in duas partes; et diuisi illam per istam, et istam per illam, et proueuerunt $\frac{1}{3}$ 3. In hac questione opportet quedam predicere, etiam et demostrationibus demoustrare: sit itaque prima illarum partium .*a*., et secunda .*b*.; et diuidatur .*b*. in .*a*., et proueniat .*d*.; et .*a*. in .*b*., et proueniat .*g*.: coniuctum (*sic*) ergo ex .*g*.*d*. est $\frac{1}{3}$ 3; et quia cum diuiditur *a*. in .*b*., prouenit ergo si multiplicatur .*g*. in .*b*., proueuit .*a*.; quod si multiplicetur in .*a*., uenit quadratus numeri .*a*.; et cum diuidetur .*b*. in .*a*., prouenit .*d*.: ergo si multiplicetur .*d*. in .*a*., prouenit .*b*.; quod si multiplicetur in .*b*., prouenit quadratus numeri .*b*.: ergo ex .*a*. in .*d*. ducta in .*b*., et ex .*b*. in .*g*. ducta in .*a*., hoc est ex .*a*. in .*b*. ducto in coniunctum ex numeris .*g*.*d*., silicet in $\frac{1}{3}$ 3, prouenit summa quadratorum ex numeris .*a*.*b*.: quibus demostratis, sic (*sic*) prima pars .*a*. res, remanebit pro .*b*. 10, minus re; et multiplicetur .*a*. in se, prouenit census; et .*b*. in se, prouenient 100 et census, diminutis uiginti radicibus: quibus omnibus in unum iunctis, erunt 100, et duo census, minus 20 radicibus, pro duobus quadratis numerorum .*a*.*b*., que equantur multiplicationi ex .*a*. in .*b*. ducta in $\frac{1}{3}$ 3: quare multiplicetur .*a*. in .*b*., silicet res in 10, minus re, erunt 10 res, minus censu; que multiplica per $\frac{1}{3}$ 3, erunt res $\frac{1}{3}$ 33, minus censibus $\frac{1}{3}$ 3, que equantur 100 denariis, et duobus censibus, uiginti rebus diminutis: adde ergo utrique parti 20 res, et census $\frac{1}{3}$ 3; et habebis 100, et census $\frac{1}{3}$ 5, que equantur rebus $\frac{1}{3}$ 53: que omnia diuide per numerum censuum, scilicet per $\frac{1}{3}$ 5; et ueniet census, et denarii $\frac{3}{4}$ 18, que equantur radicibus 10: dimidia ergo radices; et multiplica eas in se, erunt 25; ex quibus extrahe $\frac{3}{4}$ 18, remanebunt $\frac{1}{4}$ 6; quorum radicem adde super medietatem radicum, et habebis $\frac{1}{2}$ 7 pro maiori portione; quare minor portio erit $\frac{1}{2}$ 2.

Rursus diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum per 6; et quod prouenit diuisi per aliam partem; et terciam eius, quod prouenit, addidi super summam multiplicationis prime partis in 6; et totum id, quod concretum est, fuit 39: pone siquidem pro prima parte rem; et ipsam multiplica per 6, et prouenient 6 res; quas debes diuidere per secundam partem, scilicet per 10, minus re; et eius quod prouenit terciam partem debes addere super 6 res, ut habueras (*sic*) 39: quare accipe terciam 6 rerum, erit (*sic*) due res; que diuise per 10, minus re, ueniet illud, quod debet addi super 6 res, ut ueniant 39: ergo id, quod prouenit ex diuissione duarum rerum in 10, minus re, est 39, exceptis 6 rebus: quare si multiplicas diuissorem per exeuutem, proueniet utique diuisus numerus, scilicet due res: multiplica ergo 10, minus rem (*sic*), in 39, minus 6 rebus; et prouenient denarii 390, et 6 census, diminutis 99 rebus, que equantur duabus rebus: adde ergo 99 res utrique parti, erunt sex census, et denarii 390, que equantur rebus 101: diuide hec omnia per numerum censuum, scilicet per 6, ueniet, quod census denarii 65 equantur rebus $\frac{5}{6}$ 16: quare de quadrato medietatis radicum

fol. 190 *verso*.

« diuiso ... In hac » (fol. 190 *verso*, lin. 4; pag. 412; lin. 8 e 9).

res	10 minus re
a	*b*

« proueniat ... ergo si » (fol. 190 *verso*, lin. 6 e 7; pag. 412, lin. 11-12 e 13).

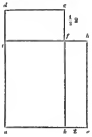
g	*d*

abice 65; et eius, quod remanserit, radicem accipe, que erit $\frac{5}{12}$ 2; quam abice de numero medietatis radicum, scilicet de $\frac{5}{12}$ 8, remanebunt 6, que sunt radix census: quare radix ipsius census, scilicet 6, est una ex duabus portionibus: que si per 6 multiplicata fuerit, uenient 36; quibus diuisis per secundam partem, ueniunt 9; quorum tercia si addatur super 36, uimirum 39 prouenient, ut propositum fuit.

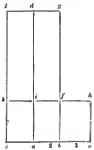
Divisi 60 in homines, et prouenit unicuique aliquid; et addi duos homines super illos; et per omnes ipsos diuisi 60; et prouenit unicuique denarii $\frac{1}{2}$ 2, minus ex eo, quod prouenerat prius: sit numerus| primorum hominum linea .*a.b.*; et erigatur super ipsam secundum rectum angulum linea .*b.g.*, que sit illud, quod contingit unicuique illorum de prescriptis denariis 60; et protrahe lineam .*g.d.* equalem, et equidistantem linee .*b.a.*; et copuletur recta .*d.a.*; erit ergo spatium quadrilateri .*a.b.g.d.* 60, cum colligatur ex .*a.b.* in .*b.g.* : deinde lineam .*a.b.* protrahe in punctum .*e.*; et sit .*b.e.* 2, silicet numerus hominem (*sic*) additorum: et signetur in lineam .*b.g.* punctus .*f.*; et sit .*g.f.* $\frac{1}{2}$ 2, scilicet illud, quod diminutum fuit unicuique per additionem duorum hominum; et per punctum .*f.* protrahatur linea .*h.i.* equalis, et equidistans linee .*e.a.*; et conpuletur (*sic*) recta .*e.h.*; eritque quadrilaterum .*h.e.a.i.* 60, cum colligatur ex .*a.e.* in .*e.h.*, silicet ex .*a.e.* in .*b.f.*; que .*b.f.* est id, quod prouenit unicuique ex denariis 60 in homines .*a.e.*: ergo superficies .*e.i.* equatur superficiei .*b.d.*: ergo multiplicatio .*g.b.* in .*b.a.* equatur multiplicationi .*e.a.* in .*f.b.*: quare ipse quatuor linee proportionales sunt: est ergo sicut .*g.b.* prima ad .*f.b.* secundam, ita .*e.a.* tercia ad .*b.a.* quartam: quare si diuidatur, erit sicut .*g.f.* ad .*f.b.*, ita .*e.b.* ad .*b.a.*; et cum permutaueris, erit sicut .*g.f.* ad .*e.b.*, ita .*f.b.* ad .*b.a.*: sed proportio .*g.f.* ad .*e.b.* est sicut 5 ad 4 ; ergo et .*f.b.* ad .*b.a.* est sicut 5 ad 4: ergo .*f.b.* continet semel, et quartam numerum .*b.a.* Pone igitur pro numero .*a.b.* rem, erit ergo .*b.f.* res $\frac{1}{4}$1; et multiplica .*a.b.* in .*b.f.*, et proueniet census $\frac{1}{4}$ 1 pro superficie .*b.i.*; et multiplica .*a.b.* in .*f.g.*, silicet .*i.f.* in .*f.g.*, prouenient res $\frac{1}{2}$ 2 pro superficie .*f.d.* : ergo tota superficies .*b.d.* est census $\frac{1}{4}$ 1, et res $\frac{1}{2}$ 2; sed ipsa est 60: ergo census $\frac{1}{4}$ 1, et res $\frac{1}{2}$ 2 equantur denariis 60 : diuide ergo hec omnia per numerum censuum, scilicet per $\frac{1}{4}$ 1, ueniet census, et radices 2, que equantur denariis 48: adde ergo quadratum medietatis radicum, scilicet 1, super 48, erunt 49; de quorum radice abice medietatum (*sic*) radicum, remanebunt 6 pro numero .*a.b.*: quare .*b.g.* est 10, et .*a.e.* est 8. Aliter quia superficies .*g.a.*, et .*a.h.* sibi inuicem equantur, cum quelibet ipsarum sit 60; si communiter auferatur recti angula superficies .*a.f.*, remanebit superficies .*d.f.* equalis superficiei .*e.f.*; equales ergo superficies, et equiangule circa equales angulos super mutue proportionis. Vnde est sicut .*g.f.* ad .*f.h.*, ita .*f.b.* ad .*f.i.*, hoc est ad .*b.a.*: sed .*g.f.* ad .*f.h.* est sicut 5 ad 4, ergo et .*f.b.* ad .*b.a.* est sicut 5 ad 4, ut superius inuentum est. Item diuisi 20 in homines, et prouenit aliquid; et additi (*sic*) tres homines; et inter omnes diuisi 30; et accidet unicuique 4, minus eo, quod euenerat prius: sit itaque linea .*a.b.* numerus primorum hominum, et .*b.g.* sit id quod accidit unicuique ex 20 ; quare superficies .*b.d.* recti angula est 20; et protrahatur .*a.b.* in .*e.*, et sit .*b.e.* 3; nec non et ex linea .*b.g.* extrahatur .*g.f.* , que sit 4 ; et per punctum .*f.* protrahatur linea .*i.h.* equidistans et equalis linee .*a.e.*; et copuletur .*h.e.*, et erit 30 superficies .*e.i.* : quare superficies .*i.e.* addit 10 super superficiei (*sic*) .*b.d.*: quare aplicetur linee .*i.d.* superficies

fol. 191 *recto*.

* 2, silicet . . . silicet .*g.f.* 2 (fol. 191 *recto*, lin. 5-16; pag. 413, lin. 12 e 13-26).



* accidit . . . . .*h.e.* in .*e.*: (fol. 191 *recto*, lin. 29-39; pag. 413, lin. 39 — pag. 414, lin. 7).

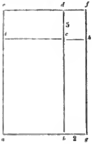


.*d.k.*, que sit 10; et protrahatur linea .*e.a.* in .*z.*; et sit .*a.z.* equalis .*i.k*; et compellatur (*sic*) linea .*l.z.*; et quoniam superficies .*b.d.* est 20, et super (*sic*) .*i.l.* est 10, erunt utique ambe superficies .*b.d.*, et .*i.l.* equales superficiei .*i.e.*: comuniter addatur superficies .*a.k.*, erit tota superficies .*e.k.* equalis toti superficiei .*b.l.*: et quia superficies .*d.k.* est 10, et est applicata linee .*d.i.*, que est 4, cum sit equalis linee .*g.f.*; si diuidatur 10 per 4, uenient $\frac{1}{2}$ 2 pro linea .*i.k.*, hoc est pro linea .*a.z.*: et quia superficies .*b.l.* prouenit ex .*g.b.* in .*b.z.*; et superficies .*e.k.* prouenit ex .*h.e.* in .*e.z.*; | ergo equalis est multiplicatio .*g.b.* in .*b.z.* multiplicationi .*h.e.*, hoc est .*f.b.* in .*e.z.*: erit ergo sicut .*g.b.* ad .*f.b.*, ita .*e.z.* ad .*b.e.*; et cum diuiseris, erit sicut .*g.f.* ad .*f.b.*, ita .*e.b.* ad .*b.z.*; et cum permutaueris, erit sicut .*g.f.* ad .*e.b.*, hoc est sicut 4 ad 3, ita .*f.b.* ad .*b.z.*: his itaque intellectis, pone numerum primorum hominum, scilicet .*b.a.*, esse rem; quare tota .*b.z.* erit res, et denarii $\frac{1}{2}$ 2: et quia est sicut 3 ad 4, ita .*z.b.* ad .*b.f.*: multiplica ergo .*b.z.* per 4, et diuides per 3, exibunt pro linea .*b.f.* res $\frac{1}{3}$ 1, et denarii $\frac{1}{3}$ 3: quibus si addatur .*f.g.*, que est 4, erit tota linea .*b.g.* res $\frac{1}{3}$ 1, et denarii $\frac{1}{3}$ 7: et quia ex .*a.b.* in .*b.g.* proueniunt 20, et ex .*a.b.* in .*b.g.* prouenit census $\frac{1}{3}$ 1, et res $\frac{1}{3}$ 7; ergo census $\frac{1}{3}$ 1, et res $\frac{1}{3}$ 7 equantur denariis 20: diuide igitur hec omnia per numerum censuum, scilicet per $\frac{1}{3}$ 1; et inuenies, quod census, et radices $\frac{1}{2}$ 5 equantur denariis 15: procede ergo secundam (*sic*) regulam eius, et inuenies, radicem census, scilicet .*a.b.*, esse 2: quare .*b.g.* est 10: potest etiam proportio .*f.b.* ad .*a.b.* promptius inueniri: ponam iterum lineam .*a.b.* rem, cui est equalis linea .*i.f.*; ergo .*i.f.* est res: multiplicabo siquidem .*i.f.* in .*f.g.*, silicet rem, in 4, et uenient 4 res pro superficie .*f.d.*; cui addam superficie (*sic*) .*e.i.*, que 30, erunt itaque due superficies .*i.e.*, et .*f.d.* 30, et 4 res; de quibus auferam superficiem .*a.d.*, que est 20. Ergo pro superficie .*e.f.* remanebunt 10, et 4 res; que superficies fit ex .*e.b.* in .*b.f.*: quare si diuidatur 10, et 4 res per .*e.b.*, silicet per 3, uenient $\frac{1}{3}$ 3, et res $\frac{1}{3}$ 1 pro linea .*b.f.*, ut per alium modum inuenimus.

fol. 191 verso.

Item diuisi 20 in homines, et accidit unicuique aliquid; et addi duos homines, et in omnes diuisi 60; et accidit unicuique denarii 5, plus eo, quod acciderat antea: ponam itaque .*a.b.* numerum primorum hominum; et .*b.c.* sit id quod contingit unicuique eorum ex denariis 20; et superaddam ei lineam .*c.d.*, que sit 5; et linee .*a.b.* addam lineam .*b.g.*, que 2; et explebo quadrilaterum equiangulum .*e.g.*, que constat sub rectis .*f.g.* *g.a.*; et est .*a.g.* numerus omnium hominum; et .*f.g.* est id quod contingit unicuique ex 60, cum sint equales linee .*d.b.*: ergo superficies .*g.e.* est 60, et superficies .*b.i.* est 20: ponam ergo pro .*a.b.* rem; erit ergo et .*i.c.* res: et multiplicabo .*i.c.* per .*c.d.*, ueniunt 5 res; que addam super superficiem .*b.i.*, que est 20, ueniunt in summa 20, et 5 res pro superficie .*b.e.*; que extraam ex superficie .*g.e.*, silicet de 60, remanebunt 40, minus 5 rebus, pro superficie .*g.d.*: de qua etiam auferam superficiem .*h.d.*, que est 10, cum proueniant ex .*h.c.* in .*c.d.*, silicet ex 2 in 5, remanebunt 30, minus 5 rebus, pro superficie .*g.c.*: si diuidatur per .*g.b.*, silicet per 2, uenient 15, minus rebus $\frac{1}{2}$ 2 pro linea .*b.c.*; et est id quod prouenit unicuique primorum hominum: quare multiplica eos in .*b.a.*, silicet rem in 5, minus rebus $\frac{1}{2}$ 2, uenient 15 res, diminutis censibus $\frac{1}{2}$ 2, que equantur 20: restaura ergo census $\frac{1}{2}$ 2, erunt census $\frac{1}{2}$ 2, et 20, que equantur 15 rebus: diuide ergo hec omnia per numerum censuum, scilicet

a equales linee .... scilicet 1, extrahe a (fol. 191 verso, lin. 25-35; pag. 414, lin. 33 — pag. 415, lin. 2).

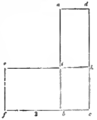


per $\frac{1}{2}$ 2, ueniet, quod census, et denarii 8 equantur 6 rebus: quare ex quadrato medietatis radicum, scilicet ex 9, extrahe 8, remanebit 1; cuius radicem, scilicet 1, extrahe de 3, scilicet medietatem radicum; uel adde eam super 3, et habebis pro numero priorum hominum 2 uel 4.

Item diuisi 60 in homines, et unicuique prouenit aliquid; et addidi tres homines; inter omnes diuisi 20; et accidet unicuique 26, minus quam acciderat prius: sit itaque 60 superficies *.a.b.c.d.* recti angula; et superficies *.e.f.c.h.* sit 20; et *.a.i.* sit 26; et *.b.|f.* sit numerus additorum hominum, scilicet 3; et *.b.c.* sit numerus primorum : quare *.b.a.* erit id quod prouenit unicuique eorum ex 60; et *.b.i.*, silicet *.e.f.*, est id quod prouenit unicuique hominum *.f.c.* ex 20; et sit *.c.b.*, silicet *.h.i.* res; et multiplicabo *.h.i.* in *.i.a.*, prouenient res 26 pro superficie *.i.d.*: cui addam 20, scilicet superficiem *.f.h.*; et erunt due superficies *.f.h.*, et *.i.d.* 26 res, et denarii 20; quibus duabus superficiebus equantur superficies due, que sunt *.f.i.*, et *.b.d.*: ergo superficies *.f.i.*, et *.b.d.* sunt res 26, et denarii 20; de quibus si auferatur superficies *.d.b.*, que est 60, remanebunt res 26, minus denariis 40, pro superficie *.f.i.* : que si diuidantur per *.f.b.*, silicet per 3, uenient res $\frac{2}{3}$ 8, minus denariis $\frac{1}{3}$ 13, pro linea *.b.i.*: quibus si addatur linea *.i.a.*, silicet 26, erit tota linea *.b.a.* res $\frac{2}{3}$ 8, et denarii $\frac{2}{3}$ 12: multiplicabo ergo *.c.b.* in *.b.a.*, hoc est rem in res $\frac{2}{3}$ 8, et in denarios $\frac{2}{3}$ 12, prouenient census $\frac{2}{3}$ 6, et res $\frac{2}{3}$ 12 pro superficie *.b.d.*; que superficies est 60 : ergo census $\frac{2}{3}$ 8, et res $\frac{2}{3}$ 12 equantur denariis 60: redige ergo hec omnia ad censum unum, scilicet diuide ea per numerum censuum, scilicet per $\frac{2}{3}$ 8, et ueniet unus census, et res una, et $\frac{6}{13}$ rei, que equantur denariis $\frac{12}{13}$ 6 : accipe ergo dimidium de re $\frac{6}{13}$ 1, quod est $\frac{19}{26}$; et multiplica illud in se, uenient $\frac{361}{676}$; quas adde cum $\frac{12}{13}$ 6, erunt $\frac{5041}{676}$; quibus inuenies radicem sic: accipe radicem de 5041, que est 71, et diuide eam per radicem de 676, scilicet per 26, exibunt $\frac{19}{26}$ 2; de quibus abice medietatem radicem, scilicet $\frac{19}{26}$, remanebunt 2, que equantur rei: ergo homines *.c.b.* fuerunt 2.

fol. 192 recto.

• 26 res .... accipe radicem de • (fol. 192 recto. lin. 5-11, pag 415, lin. 12-24).



Item diuisi 10 in homines, et prouenit unicuique aliquid; et addidi 6 homines, et diuisi in omnes 40; et prouenit unicuique illud idem, quod euenerat prius: extrahe 10 de 40, remanent 30, que sunt portio 6 hominum additorum: quare diuide 30 per 6, uenient 5 unicuique; in quibus etiam 5 diuidit 10, scilicet portionem primorum hominum, uenient 2; et tot homines fuerunt priores.

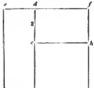
Diuisi decem in duas partes, et multiplicaui unam earum in se, et prouenit triguplum duplum alterius partis : ergo quadratus unius partis equatur multiplicationi secunde partis in 32. Vnde non oportet super hanc questionem aliquid dicere, cum superius super regulam huic consimilem demonstraui: est enim prima 8, secunda 2.

Emi nescio quot res pro denariis 36; emi cariores sibi inuicem equalis precii, uidelicet denariorum 36. Et fuit pretium unius cuiusque carioris denarii 3, plus precio aliarum; et inter omnes res fuerunt 10: sit itaque linea *.a.b.* numerus primarum rerum, et *.a.g.* sit secundarum; est ergo tota *.g.b.* 10; super quam, secundum rectum angulum, erigatur linea *.a.c.*, que sit equalis precio unius cuiusque uilium rerum; et addatur super lineam *.a.c.* linea *.c.d.*, que sit 3; erit ergo tota *.a.d.* equalis pretio uniuscuiusque cariorum rerum: et protrahatur per punctum *.d.* linea *.e.f.*, que sit equalis, et equi distans linee *.g.b.*; et copuletur recte *.e.g.* *f.b.*; et per punctum *.c.* protrahatur linea

.c.h. ; et quia linea .a.c. est precium uniuscuiusque rei uilioris , erit multiplicatio .c.a. in numerum multitudinis ipsarum rerum, scilicet in .a.b., 36: sed ex .c.a. in .a.b., prouenit superficies .a.h.; ergo superficies .a.h. est 36: similiter et superficies .d.g. est 36, que proueuit ex .d.a. in .a.g., silicet ex pretio unius cuiusque carioris rei in numerum multitudinis ipsarum: ergo superficies .d.g., et .a.h. sunt 72, scilicet duplum de 36 ; ergo tota superficies .g.f. est 72 ; et superhabundet ex ea superficies .c.f. : quibus omnibus intellectis, ponam lineam .a.b. rem; et multiplicetur .h.c. in .c.d., scilicet res, in 3, prouenient 3 res pro superficie .c.f.: ergo tota superficies .g.f. est 72 additi (*sic*) tribus rebus: et quia ipsa superficies prouenit ex .b.g. in .g.e., hoc est ex .b.g. in .a.d.; et est | .b.g. 10. In quibus ergo si diuidantur 72, et 3 res, prouenient $\frac{1}{5}$ 7, et $\frac{3}{10}$ rei pro linea .a.d.; de qua si auferatur linea .d.c., que est 3, remanebunt pro linea .a.c. $\frac{1}{5}$ 4, et $\frac{3}{10}$ rei: et quia ex .b.a. in .a.c. prouenit 36, multiplica .b.a. in .a.c., silicet rem, in $\frac{1}{5}$ 4, et in $\frac{3}{10}$ rei, prouenient ex multiplicatione res $\frac{1}{5}$ 4 , et $\frac{3}{10}$ census, que equatur denariis 36. Reintegra ergo censum tuum, scilicet multiplica omnia suprascripta per 10, et diuide ipsas multiplicationes per 3, que sunt super 10, et proueniet census, et radices 14, que equantur 120; super que adde quadratum medietatis radicum, silicet 49, erunt 169; de quorum radice, que est 13, abice 7, remanebunt 6 pro radice tui census; que radix est linea .b.a. : ergo .b.a. est 6; in qua si diuiseris 36, ueuient 6 pro linea .a.c.; quibus si addatur .c.d., erit tota .a.d. 9; et si extrahatur .a.b. ex 10, remanebunt 4 pro numero cariorum rerum, qui numerus est linea .a.g.

fol. 192 verso.

e .b.g. 10.... quibus si addatur (fol. 192 verso, lin. 1-8 e 9; pag. 416, lin. 10-12).



Diuis (*sic*) 12 in duas partes, et multiplicaui unam per aliam; et quod prouenit diuisi per differentiam ipsarum partium, et prouenit $\frac{1}{2}$ 4 : pone pro minori parte rem ; et multiplica eam per aliam, scilicet per 12, minus re, prouenient 12 res, censo diminuto; que diuide per differentiam, que est inter portiones, scilicet inter rem, et 12, minus re, que est 12, duabus rebus diminutis: et quia scis, ex ipsa diuissione euenire $\frac{1}{2}$ 4, multiplica $\frac{1}{2}$ 4 in 12, minus duabus rebus, ueniunt 54, diminutis 9 rebus, que equantur 12 rebus, minus censu. Restaura ergo in utrumque (*sic*) parte censum, et 0 res, et ueniet census, et 54, que equantur radicibus 21: quare ex quadrato medietatis radicum, scilicet ex $\frac{1}{4}$ 110, extrahe 54, remanet $\frac{1}{4}$ 56; quorum radix , que est $\frac{1}{2}$ 7 , extrahenda est ex medietate radicum, scilicet de $\frac{1}{2}$ 10, remanent 3 pro posita re, scilicet pro minori parte: quare maior pars est 0.

Rursus diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem partem per minorem; et quod prouenit addidi super 10; et multiplicaui hoc totum per 10, et prouenit 115: ex multiplicatione quidem de 10 in 10 proueniunt 100; quibus extractis de 115, remanet 15; que diuide per 10, euenit $\frac{1}{2}$ 1, quod est id quod prouenit ex diuisione maioris partis per minorem: quo intellecto, pone pro minori parte rem; et diuide per eam reliquam partem, scilicet 10, minus re; hoc est multiplica rem per $\frac{1}{2}$ 1, et ueniet res $\frac{1}{2}$ 1, que equantur 10, minus re: restaura ergo rem, et hebebis (*sic*) res $\frac{1}{2}$ 2, que equatur 10: diuide ergo 10 per $\frac{1}{2}$ 2, exibunt 4 pro minori parte; quare maior est 6.

Item diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem per minorem; et quod prouenit addidi super 10; et postea diuisi minorem per maiorem; et quod prouenit addidi iterum super 10; et multiplicaui factum ex prima iunctione per factum ex secunda, et prouenit $\frac{2}{5}$ 122: sit itaque .a.b. 10; quibus addatur .b.g., silicet id quod prouenit ex diuissione maioris

partis per minorem; et sit iterum .*d.e.* 10, cui addatur .*e.z.*, scilicet id quod prouenit ex diuisione minoris partis per maiorem: et quia ex .*a.g.* in .*d.z.* proueniunt $\frac{2}{3}$ 122; si auferatur ex his 100, que proueniunt ex .*a.b.* in .*d.e.*, remanebunt $\frac{2}{3}$ 22 pro tribus multiplicationibus, que sunt .*b.g.* in .*d.e.*, et .*b.g.* in .*e.z.*, et .*e.z.* in .*a.b.*: de quibus si auferatur multiplicatio .*b.g.* in .*e.z.*, quod est 1, remanebunt $\frac{2}{3}$ 21 pro duabus multiplicationibus, que sunt .*b.g.* in .*d.e.*, et .*e.z.* in .*a.b.*, que equantur multiplicationi summe numerorum .*b.g.*, *e.z.* in 10: quare diuide $\frac{2}{3}$ 21 per 10, exibunt $\frac{1}{6}$ 2, que sunt summa numerorum .*b.g.*, et .*e.z.*; et sic reducta est hec questio ad unam ex antecedentibus questionibus, in qua dicitur: diuisi 10 in duas partes, et diuisi istam per illam, et illam per istam; et que prouenerunt ex diuisionibus aggregaui; et illud fuit $\frac{1}{6}$ 2: operare ergo secundum illam regulam, et inuenies, illas partes esse 4 et 6: et scias, quia quotiens habueris duos numeros, et diuiseris maiores (*sic*) per minorem, et minorem per maiorem; et multiplicaueris id, quod prouenit ex una diuisione, in id quod prouenit ex alia, semper ex eorum multiplicatione procreabitur 1: et ideo dixi, 1 euenire ex .*b.g.* in .*d.e.* Item addatur diuisio maioris partis per minorem super 10; et diuisio minoris partis per maiorem tollatur de 10; et que prouenerit multiplicentur; et ex ipsa multiplicatione proueniat $\frac{1}{2}$ 107: sit itaque numerus .*a.b.* id quod prouenit ex diuissione maioris portionis super minorem; et .*b.d.* sit id quod prouenit ex diuisione minoris per maiorem; et multiplica 10 per 10, proueniunt 100; et multiplica .*a.b.* additum in .*d.b.* diminutum, proueniet 1 diminutum; quo extracto de 100, remanent 00; quibus extractis de $\frac{1}{2}$ 107, remanent $\frac{1}{2}$ 8, que proueniunt ex multiplicacione .*a.b.* in 10: extracta inde multiplicatione .*d.b.* diminuta in 10; ergo $\frac{1}{2}$ 8 proueniunt ex 10 multiplicatis in superfluum, quod est inter .*b.d.*, et numerum .*a.b.*; quod superfluum est .*a.d.*: diuidantur ergo $\frac{1}{2}$ 8 per 10, prouenient $\frac{5}{6}$ unius pro numero .*a.d.*: diuidatur ergo .*a.d.* in duo equa super .*e.*; erit ergo multiplicatio .*d.b.* in .*a.b.* cum quadrato numeri .*e.d.*, equalis quadrato numeri .*e.b.*: prouenit enim 1 ex .*b.d.* in .*a.b.*; cui si addatur quadratus numeri .*e.d.*, scilicet de $\frac{5}{12}$, erunt $\frac{169}{144}$; quorum radix, scilicet $\frac{13}{12}$, est numerus .*b.e.*; cui si addatur .*e.a.*, habebitur $\frac{1}{2}$ 1 pro numero .*a.b.*; et si auferatur .*e.d.* ex .*e.b.*, silicet $\frac{5}{12}$, de $\frac{13}{12}$, remanent $\frac{2}{3}$ pro numero .*b.d.*: deinde pone rem pro maiori parte, et diuide eam per reliquem (*sic*) partem, scilicet per 10, minus re, proueniet $\frac{1}{2}$ 1. Quare si multiplicas $\frac{1}{2}$ 1 per 10, minus re, habebis 5, et rem $\frac{1}{2}$ 1 diminutam, que equantur rei: quare res $\frac{1}{2}$ 2 equantur 15: diuide ergo 15 per $\frac{1}{2}$ 2, prouenient 6, que sunt maior pars: aliter, quia ex diuisione maioris partis in minorem prouenit $\frac{1}{2}$ 1; ergo minor pars est in maiori semel et semis, et est etiam illa minor pars in se semel; ergo est in 10 bis, et semis: quare si diuiseris 10 per $\frac{1}{2}$ 2, prouenient 4 pro minori parte.

Et si proponatur, quod super maiorem portionem ponatur predictus numerus .*a.b.*; et super minorem ponatur predictus numerus .*d.b.*; et multiplicentur insimul, et ueniunt 35: multiplicetur quidem .*a.b.* in .*b.d.*, prouenit 1; quo extracto de 35, remaneut 34; et multiplicetur .*a.b.* in minorem partem, et proueniet maior pars; et multiplicetur .*b.d.* in maiorem partem, et ueniet pars minor: ergo ex his duabus multiplicationibus proueniunt 10; quibus extractis de 34, remanet 24 pro multiplicatione huius partis earum in aliam; que extrahes ex quadrato medietatis de 10, remanet 1; cuius radix, scilicet 1, tolle de 5, et adde super 5, et habebis 4 et 6 pro quesitis partibus.

• sit iterum .*d.e.* 10 .... et .*b.g.* in .*e.z.*» (fol. 192 *verso*, lin. 31-33 e 34, pag. 417, lin. 1-4).



fol. 193 *recto*.

• extractis .... multiplicentur » (fol. 193 *recto*, lin. 8 e 9, pag 417, lin. 21 e 22).



Rursus diuisi 10 in duas partes; et diuisi illam per istam, et istam per illam; et que ex diuisione prouenerunt addidi super 10; et in id quod prouenit multiplicaui alteram partium, et prouenerunt 114: sit itaque *.a.* una ex predictis partibus, quam pone rem; et *.b.g.* sit 10; super que addantur numeri *.g.d.*, et *.d.e.*, qui proueniant ex diuisione partium inter se; et quia ex *.a.* in *.b.e.*, proueniunt 114; ergo ex *.a.* in *.b.g.*, et in *.g.d.*, et in *.d.e.* prouenient in summa similiter 114: quare si auferatur inde id quod prouenit ex *.a.* in *.b.g.*, silicet multiplicatio rei in 10, remanebunt 114, minus 10 rebus, pro multiplicatione numeri *.a.* in *.g.e.*: de qua si extraxeris multiplicationem ex *.a.* in *.g.d.*, silicet in id quod prouenit ex diuisione alterius partis per *.a.*; ex qua multiplicatione surgit pars diuisa, que est 10, minus re, remanebunt 104, minus 9 rebus, pro multiplicatione *.a.* in *.d.e.*: sed est *.d.e.* id quod prouenit ex portione *.a.* diuisa per aliam partem: et quia manifestum est, cum unus numerus diuidatur per alium; et in hoc quod prouenit ex diuisione, multiplicatur numerus diuisus, id quod ex ipsa multiplicatione prouenit est equale ei, quod proueniret, si quadratus diuisi diuideretur per diuisorem: ergo multiplicatio *.a.* diuisi in *.d.e.* equatur diuisioni quadrati numeri *.a.* in secundam partem, scilicet in 10, minus re. Quare multiplicetur *.a.* in se, | proueniet census; qui cum diuiditur per 10, minus re, proueniunt 104, minus 9 rebus: quare si multiplicaueris 10, minus re, in 104, minus 9 rebus, ueuient 1040, et 9 census, diminutis 194 rebus, que equantur censui: restaura ergo res diminutas, et extrahe unum censum ab utraque parte, remanebunt 8 census, et denarii 1040, que equantur rebus 194: diuide ergo hec omnia per numerum censuum; et ueniet census, et denarii 130, qui equantur rebus $\frac{1}{4}$ 24: procede ergo secundum suam regulam, et inuenies, partes esse 2, et 8.

ᵃ remanebunt ... est equale ᵃ (fol. 193 recto, lin. 34 e 35-37; pag. 418, lin. 10-14).



fol. 193 verso.

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem per minorem; et quod prouenit multiplicaui in hoc, quod est inter utramque partem, et fuit 24: ponam siquidem pro maiori parte linea(*sic*)*.a.b.*, que sit res; de qua auferantur *.b.g.*, que sit equalis minori parti; erit ergo *.g.a.* residuum, quod est inter utramque partem; et diuidatur *.a.b.* in *.g.b.*, et proueniat *.e.*: ex multiplicatione ergo *.e.* in *.a.g.* prouenient 24; et ex *.e.* in *.g.b.* prouenit diuisus, scilicet *.a.b.*: ergo ex *.e.* in *.a.b.* proueniunt 24, et res una; sed id quod prouenit ex *.e.* in *.a.b.* equatur ei, quod prouenit ex quadrato numeri *.a.b.* diuiso in *.g.b.*; ergo si diuidatur quadratus numeri *.a.b.* per numerum *.g.b.*, prouenient 24, et res una: ergo si multiplicauerimus *.g.b.*, scilicet 10, minus re, in 24, et rem unam, proueniet quadratus numeri *.a.b.*, silicet census: nam multiplicatio de 24 addita rei in 10, re diminuta, sic fit: ex 10 in 24 ueniunt denarii 240; et ex 10 in re addita ueniunt decem res addite; et ex 24 in re diminuta ueniunt 24 res diminute; a quibus si auferantur 10 res addite, remanebunt 14 res diminute; et ex re addita in rem diminutam prouenit census diminutis (*sic*); et sic habentur pro dicta multiplicatione denarii 240, censo diminutis et rebus 14, que equantur censui: quare addantur utrique parti census, et res 14, uenient duo census, et res 14, que equantur denariis 240: quare unus census, et radices 7 equantur denariis 120; uel aliter: quia ex *.e.* in *.a.b.* proueniunt 24, et res una; et ex *.e.* in *.g.b.* prouenit res una. Ergo ex *.e.* in 10 proueniunt 24, et due res. Quare si diuidantur 24, et due res per 10, uenient denarii $\frac{2}{5}$ 2, et rei (*sic*) $\frac{1}{5}$ pro numero *.e.*; que si multiplicata fuerint per numerum *.b.g.*, silicet per 10, minus re, prouenient denarii

ᵃ 24 addita ... res diminute ᵃ (fol. 193 verso, lin. 15 17 e 18, pag. 418, lin. 33-35).



24, minus $\frac{4}{5}$ census, et $\frac{2}{5}$ rei, que equantur rei, scilicet numero *.a.b.*, cum proueniat ex *.e.* in *.g.b.*: adde ergo utrique parti $\frac{4}{5}$ census, et $\frac{2}{5}$ rei, ueniet $\frac{1}{5}$ census, et res una, et $\frac{2}{5}$, que equantur denariis 24. Quincupla ergo hec omnia, et erit similiter census, et septem res, que equantur denariis 120: dimidia ergo radices, et cetera; et inuenies, 10 diuisa fuisse in 8, et 2.

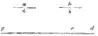
Diuisa (*sic*) 10 in duas partes, et diuisi istam per illam, et illam per istam; et quod proueait, multiplicaui in unam partium, et fuit 34: sit maior pars *.a.*, et minor sit *.b.*; et diuidatur *.a.* per *.b.*, et ueniet *.d.*; et *.b.* per *.a.*, et ueniet *.g.*: multiplicaui ergo coniunctum ex *.g.d.* in *.a.*, et prouenit 34: pone ergo *.a.* rem, remanebit *.b.* 10, minus re: et multiplicatur *.g.* per *.a.*, et ueniet *.b.*, silicet 10, minus re; que extrahatur de 24, remanent 24, addita re, pro multiplicatione numeri *.d.* in *.a.*; que multiplicatio equatur diuisioni quadrati ex numero *.a.* in *.b.*: quare si multiplicetur *.b.*, scilicet 10, minus re, per 24, re addita, uenient omnia, que dicta sunt in antecedenti questione.

« partes .... ergo .a. » (fol. 193 *verso*, lin. 27 e 28-30; pag. 419, lin. 6-9).



Diuisi 10 in duas partes, et diuisi istam per illam, et illam per istam; et differentiam, que prouenit inter exeuntes numeros ex diuisione, multiplicaui per unam partem, et fuerunt 5: sit iterum maior pars *.a.*, minor quoque sit *.b.*; et ex diuisione *.a.* in *.b.* proueniat *.g.d.*; et ex *.b.* in *.a.* proueniat *.e.d.*: quare *.g.e.* est id, in quo multiplicatur *.a.*, et proueniunt 5: pone itaque pro *.a.*, scilicet pro maiori parte, rem; erit ergo *.b.* 10, minus re; et multiplicetur *.g.e.* in *.a.*, uenient 5; et *.e.d.* multiplicetur iterum in *.a.*, | ueniet *.b.*; quo addito cum 5, faciunt 15, minus re: ergo ex multiplicatione *.g.d.* in *.a.* proueniunt 15, minus re; et est *.g.d.* id quod prouenit ex *.a.* diuiso in *.b.*; que multiplicatio equatur diuissioni quadrati numeri *.a.* in *.b.*: ergo si diuidatur quadratus numeri *.a.* per *.b.*, proueniunt 15, minus re. Quare si multiplicabitur numerus *.b.*, scilicet 10, minus re, per 15, minus re, reddibit utique quadratus numeri *.a.*, qui est census: ex ductis quidem 10, minus rem (*sic*), in 15, minus re, ueniunt denarii 150, et census, diminutis inde 25 radicibus, que equantur censui. Quare si addantur 25 radices utrique parti; et auferatur census ab eis, remanebunt denarii 150, que equantur 25 radicibus: diuide ergo 150 per 25, uenient 6 pro una quaque radice, scilicet pro numero *.a.* Quare *.b.* est 4.

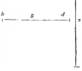
« quoque sit .... in .a. » (fol. 193 *verso*, lin. 37-39; pag. 419, lin. 16-19 e 29).



fol. 194 *recto*.

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi unam per aliam; et quod prouenit addidi parti, per quam diuisi; et fuit $\frac{1}{2}$ 5: pone pro prima parte rem, que sit *.a.*, et pro secunda 10, minus re, que sit *.b.g.*; et diuidatur *.a.* per *.b.g.*, et proueniat *.g.d.*: ergo *.b.d.* est $\frac{1}{2}$ 5; de qua si auferatur *.b.g.*, scilicet 10 minus re, manebit res, minus denariis $\frac{1}{2}$ 4, pro numero *.g.d.*: et quia numerus *.a.* diuisus est per *.b.g.*, et prouenit *.g.d.*; si multiplicaueris *.b.g.* in *.g.d.*, nimirum *.a.* prouenit: ergo multiplica 10, minus re, per rem, minus denariis $\frac{1}{2}$ 4; que multiplicatio sic fit: ex 10 in rem additam ueniunt decem res; et ex re diminuta in $\frac{1}{2}$ 4 diminuta ueniunt res $\frac{1}{2}$ 4 addite; et sic habentur res $\frac{1}{2}$ 14 addite; et ex 10 additis in $\frac{1}{2}$ 4 diminuta ueniunt 45 dragme diminute; et ex et ex (*sic*) re addita in rem diminutam prouenit census diminutus; et sic pro quesita multiplicatione habentur res $\frac{1}{2}$ 14, et censo (*sic*) diminuti denariis 45, que equantur rei. Restaura ergo utrique parti diminuta, et etiam de utraque tolle rem, et ueniet census, et denarii 45, qui equantur rebus $\frac{1}{2}$ 13: extrahe ergo 45 ex quadrato medietatis radicum, scilicet de $\frac{9}{16}$ 45, remanebunt $\frac{9}{16}$; quorum radix, que est $\frac{3}{4}$, si de medietate radicum, scilicet de $\frac{3}{4}$ 6, auferatur $\frac{3}{4}$, remanebunt 6, que equantur rei; quare reliqua portio, scilicet *.b.g.*, est 4.

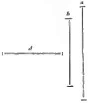
« Diuisi .... 45 dragme » (fol. 194 *recto*, lin. 9-16, pag. 419, lin. 29-37).



« a.b.; et pro .... ueniunt » (fol. 194 *recto*, lin. 25-27; pag. 420, lin. 3-6).



« qui equantur .... cognoscitur » (fol. 194 *recto*, lin. 29-36; pag. 420, lin. 7-18).



Diuisi 10 in duas partes, et diuisi unam per aliam; et quod prouenit addidi parti diuise; et hoc totum multiplicaui per aliam partem, et fuit 30: ponam siquidem rem pro parte diuisa, que sit *.a.b.*; et pro alia parte ponam 10, minus re, que sit *.g.*; et diuidatur *.a.b.* in *.g.*, et proueniat *.b.d.*: ergo ex *.a.d.* in *.g.* proueniunt 30; sed ex *.a.b.* in *.g.* proueniunt 10 res, minus censu; et ex *.b.d.* in *.g.* reddiit res diuisa; et sic pro *.a.d.* in *.g.* ueniunt res 11, minus censu, que equantur 30: adde ergo censum utrique parti, et habebis censum, et denarios 30, qui equantur 11 rebus: operare ergo per illud; et inuenies, primam partem fuisse 6, secundam 4.

Diuisi 10 in duas partes, et diuisi unam partem per aliam; et hoc quod exiit, multiplicaui per diuisam partem, et fuerunt 9: sit itaque prima pars *.a.*, que sit res; secunda sit *.b.*, que est 10, minus re; et diuidatur *.a.* per *.b.*, et ueniet *.d.*: ergo ex *.d.* in *.a.* ueniunt 9; quod idem est, si diuidatur quadratus numeri *.a.* per *.b.*; ergo si multiplicabis *.b.*, scilicet 10, minus re, in 9, proueniet quadratus numeri *.a.*, scilicet census; ergo denarii 90, minus 9 rebus, que proueniunt ex 9 in 10, minus re, equantur censui. Restauratis itaque 9 rebus, ueniet quod census, et 9 res equantur denariis 90, et cetera; eritque prima pars 6, secunda 4.

Est census, de quo si auferantur 72, remanebit radix eius: ex hac quidem positione cognoscitur, quod res, et denarii 72 equantur censui; quare quadratum medietatis unius, scilicet $\frac{1}{4}$, adde super 72, erunt $\frac{1}{4}$ 72; super quorum radicem, scilicet super $\frac{1}{2}$ 6, adde $\frac{1}{2}$, erunt 9, que sunt radix census; et census quesitus est 81.

N

fol. 194 *verso*.

« Reintegra .... erunt 9 » (fol. 194 *verso*, lin. 5; pag. 420, lin. 26 e 27).



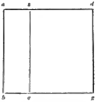
Sunt duo numeri, quorum maior excedit minorem in 6; et diuisi minorem per maiorem, | et prouenit $\frac{1}{3}$: pone pro minori rem; quare maior erit res, et denarii 6: et quia ex diuisione minoris per maiorem prouenit $\frac{1}{3}$; ergo si multiplicabitur $\frac{1}{3}$ per minorem numerum, prouenit numerus diuisus, scilicet minor: ex multiplicatione quidem maioris numeri per $\frac{1}{3}$ prouenit tercia rei, et denarii 2, que equantur rei: abice ergo $\frac{1}{3}$ rei ab utraque parte, remanebunt $\frac{2}{3}$ rei, que equantur denariis 2. Reintegra ergo rem tuam, et ueniet rex (*sic*), que equatur 3; ergo minor numerus est 3: super quem adde 6, erunt 9 pro maiori numero: aliter sit maior numerus *.a.b.*, et *.a.c.* sit minor; ergo *.c.b.* est 6: et quia diuiso *.a.c.* in *.a.b.* prouenit $\frac{1}{3}$; ergo proportio *.a.b.* ad *.a.c.* est sicut 3 ad 1; et cum diuiseris, erit sicut 2 ad 1, ita *.b.c.* ad *.c.a.*: ergo *.a.c.* est dimidium ex *.c.b.*: uel quia diuisa *.a.c.* per *.a.b.* prouenit $\frac{1}{3}$ unius integri, erit *.a.c.* tercia ex *.a.b.*; quare si duplicetur *.a.c.* erunt tres res, que equantur rei, et tribus dragmis, et cetera.

Est numerus, de quo ieecci terciam eius, et denarios 4; et eius quod remansit, proiecci quartam; et quod remansit fuit radix primi numeri: pone pro ipso numero censum; de quo abice terciam, remanebunt due tercie census; de quo etiam abice 4, remanebunt $\frac{2}{3}$ census, minus denariis 4; de quibus abice quartam, remanebunt $\frac{3}{4}$ duarum tertiarum census, minus $\frac{3}{4}$ de denariis 4, hoc est medietas census, minus denariis 3, que equatur radici positi census: restaura ergo 3 denarios, remanebit medietas census, que equatur rei, et denariis 3: quare census equatur duabus radicibus, et denariis 6: adde ergo super 6 quadratum medietatis radicum, scilicet 1, erunt 7; super quorum radicem, que est surda, adde 1, scilicet medietatem numeri radicum, proueniet utique binomium pro radice quesiti census; quod binomium est radix de 7, et denarius 1; quod cum in se multiplicaueris, prouenient 8, et radix de 28 pro quesito censu.

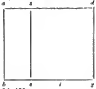
Est census, de quo proieci terciam; et quod remansit multiplicaui per tres radices ipsius, et proueuit idem census: tu scis, quia cum multiplicatur tercia radicis per tres radices, tunc prouenit inde unus census: quare $\frac{2}{3}$ quesiti census est una $\frac{1}{3}$ radicis; quare radix quesiti census est $\frac{1}{2}$; quo in se multiplicato fecit $\frac{1}{4}$ pro quantitate census.

Item est census, de quo extraxi 3 radices ipsius, et addidi eas cum 4 radicibus residui, et fuerunt 20: pone pro ipso censu tetrogonum (*sic*) *.a.b.g.d.*, cuius radix est *.b.g.*; et auferatur ex linea *.b.g.* recta *.g.e.*, que sit 3, cui equalis sit recta *.d.z.*; et copuletur *.e.z.*: ergo superficies *.e.d.* equatur tribus radicibus census *.b.d.*; que extracta ex superficie *.b.d.*, remanet superficies *.b.z.*, cuius 4 radices cum superficie *.e.d.* sunt 20: ergo si ex 20 auferantur tres radices census *.b.d.*, remanebunt 20, minus tribus radicibus, que equantur 4 radicibus superficiei *.b.z.*; quare quarta pars ex 20, minus tribus radicibus, scilicet 5, minus $\frac{3}{4}$ unius radicis, equatur uni radici superficiei *.b.z.*: quare multiplicetur 5, minus $\frac{3}{4}$ radicis, in se, erunt denarii 25, et $\frac{9}{16}$ census, minus radicibus $\frac{1}{2}$ 7, que equantur superficiei *.b.z.*, hoc est censui *.b.d.*, minus tribus radicibus suis, que sunt superficies *.e.d.*: quare si comuniter addantur res $\frac{1}{2}$ 7, erunt $\frac{9}{16}$ census, et denarii 25, que equantur censui, et rebus $\frac{1}{2}$ 4. Vnde si comuniter auferantur $\frac{9}{16}$ census, remanebunt $\frac{7}{16}$ census, et res $\frac{1}{2}$ 4, que equantur denariis 25: reddige ergo hec omnia ad censum unum, scilicet multiplica ea per 16, et diuide per 7; et erit census unus, et res $\frac{2}{7}$ 10, que equantur denariis $\frac{1}{7}$ 57; super quos adde quadratum medietatis radicum, et cetera; et inuenies, radicem *.b.g.* esse 4, et censum *.b.d.* 16.

« *.e.d.* equatur .... denariis 25 » (fol. 194 *verso*, lin. 26-33; pag. 421, lin. 2-17).



« $\frac{2}{7}$ 10, que .... tribus suis » (fol. 194 *verso*, lin. 35-39; pag. 421, lin. 19 e 24-25).



Et si proponatur, quod tres radices census *.b.d.* cum quattuor radicibus residui, scilicet superficiei *.b.z.*, equantur censui *.b.d.*, et denariis 4; extrahe ergo ex censu, et denariis 4 radices 3, remanebit census, et denarii 4, minus tribus radicibus, que equantur 4 radicibus superficiei *.b.z.*; sed superficies *.b.z.* equatur censui *.b.d.*, minus tribus suis | radicibus, ergo superficies *.b.z.* cum denariis 4 equatur 4 radicibus ipsius: pone ergo pro superficie *.b.z.* censum, quia cum denariis 4 equatur 4 radicibus: extrahe ergo 4 ex quadrato medietatis radicum, scilicet de 4, remanet zephyrum; quo addito, uel diminuto a medietate radicum, redderit 2 pro radice positi census: quibus 2 in se multiplicatis, reddunt 4 pro ipso censu, scilicet pro superficie *.b.z.*; que etiam fit ex *.b.e.* in *.e.z.*, hoc est ex *.b.e.* in *.b.g.*; ergo ex ductu *.b.e.* in *.b.g.* ueniunt 4: diuidatur ergo *.e.g.* in duo equa super 1, erit una queque portio *.e.i.*, et *.i.g.* $\frac{1}{2}$ 1; et quia ex *.b.e.* in *.b.g.* proueniunt 4; si eis addatur quadratus linee *.i.*, scilicet $\frac{1}{4}$ 2, habebuntur pro quadrato linee *.b.i.* $\frac{1}{4}$ 6: quare si super eorum radicem, scilicet super $\frac{1}{2}$ 2, addatur linea *.i.g.*, scilicet $\frac{1}{2}$ 1, habebuntur 4 pro linea *.b.g.*; quare census *.b.g.* est 16, cuius 3 radices, scilicet superficies *.e.d.* sunt 12; remanet ergo 4 pro superficie *.b.z.*, cuius quattuor radices sunt 8; quibus additis cum 12, reddunt denarios 4 super censum *.b.d.*, ut querebatur.

fol. 195 *recto*.

Et si dicatur: est census, de quo extraxi 8 radices; et addidi eas cum 10 radicibus residui, et prouenit census, et denarii 21: eodemque modo inuenies censum, qui cum 21 equetur decem suis radicibus; eritque 9, uel 49, unus quorum habeatur pro superficie *.b.z.*: quam si ponimus esse 9, erit tetragonum *.b.d.* rationatum; quod sic probatur: quia ex ductu *.b.e.* in *.b.g.* prouenient 9; si addatur quadratus numeri *.e.i.*, scilicet 16, erunt 25; quorum radix, scilicet 5, est linea *.b.i.*; quibus si addatur

.*i.g.*, silicet 4, erit tota .*b.g.* racionata, que erit 9; quare census .*b.d.* est 81: et si ex .*i.b.* auferatur .*i.e.*, remanebit .*i.b.* unum: et si ponam superficiem .*b.z.* 49, erit radix eius 7; et est media in proportione inter .*b.e.*, et .*e.z.*: quare ex .*b.e.* in .*e.z.*, hoc est ex .*b.e.* in .*g.b.*, ueniunt 49; quibus si addantur 16, scilicet quadratus numeri .*e.i.*, prouenicut 65; super quorum radicem si addatur .*i.g.*, erit tota .*a.g.* binomia quinta, scilicet radix de 65, et denarii 4; et si auferatur .*i.e.* ex .*i.b.*, remabit (*sic*) .*e.b.* recisum, quod est radix de 65, minus 4; quia multiplicata per .*e.z.*, scilicet per radicem de 65, et per 4, proueniet 49 pro superficie .*b.z.*

Adhuc si dictum fuerit: est census, cuius 4 radices multiplicaui per 5 radices eius; et quod prouenit fuit quattuor census, et denarii 48: ex ductis quidem 4 radicibus in 5 radices proueniunt 20 census, qui equantur quattuor censibus, et denariis 48: quare si communiter auferantur 4 census, remanebunt 16 census, qui equantur denariis 48: quare diuide 48 per 16, uenient 3 pro quantitate quesiti census.

Item est census, cuius $\frac{1}{12}$ equatur $\frac{1}{7}$ radices (*sic*) eius. Reduc ergo hec omnia ad censum unum, et erit quod census equatur radici $\frac{6}{7}$ 1; ergo radix census est $\frac{6}{7}$ 1; qua radice in se multiplicata reddit $\frac{169}{49}$.

Item census, quem si multiplicas in quadruplum ipsius, ueniunt 20; erit eius regula, quod cum multiplicas ipsum in se, proueniunt 5. Ipse namque est radix de 5.

Item est census, quem in terciam sui multiplicaui, et prouenit 10: erit eius consideratio, quoniam cum multiplicas ipsum in se, proueniunt 30. Dic ergo, quod census est radix de 30.

Item est census, quo multiplicato per quadruplum ipsius, prouenit tercia dragme: ergo si multiplicabitur ille census in duodecuplum ipsius, prouenit unum; ergo ille census est $\frac{1}{12}$.

Item est census, quo multiplicato in radicem ipsius, prouenit triplum census primi: erit eius consideratio, quoniam cum multiplicas radicem census in terciam ipsius, prouenit census; dico, quod istius census tercia pars est radix eius, et ipse est 9.

Item multiplicaui terciam census, et denarium 1 in quartam eius, et duos denarios, et prouenit census, et augmentum 13 denariorum: pone pro ipso censu rem; et multiplica terciam ei (*sic*) in quarta eius, et prouenit duodecima pars census, et terciam rei duos denarios, et quartam rei in denarium, et denarium in duos denarios; et sic habebis duodecimam census, et $\frac{11}{12}$ rei, et denarios 2, que equentur rei, et denariis 3: tolle ergo ab utraque parte $\frac{11}{12}$ rei, et duos denarios, remanebit itaque duodecima census; que fol. 195 verso equatur duo-|decime rei, et denariis 11: multiplica ergo hec omnia per 12, et ueniet census, qui equatur uni rei, et denariis 132, et cetera.

Est numerus, de quo si auferatur $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, et denarii 4, remanebit siquidem radix eius: pone pro ipso numero rem, et extrahe ex eo $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$, et denarios 4, remanebunt itaque $\frac{5}{12}$ rei, minus denariis 4, que sunt radix posite rei: quare multiplica ea in se, et quod prouenerit, equabitur rei; nam multiplicatis $\frac{5}{12}$ rei in se, proueniunt $\frac{25}{144}$ census; et ex duplo de $\frac{5}{12}$ rei in denariis 4 diminutis, ueniunt res $\frac{1}{3}$ 3 diminute; et ex denariis 4 in denarios 4 diminutos, ueniunt denarii 16 additi, omnia que equantur rei: adde ergo utrique parti res $\frac{1}{3}$ 3, uenient res $\frac{1}{3}$ 4, que equantur $\frac{25}{144}$ census, et denariis 16: reddite ergo hec omnia ad censum unum, scilicet multiplica unum quemque ipsorum numerorum

per 144; et diuide unam quamque multiplicationem per 25, et uenient radices $\frac{24}{25}$ 24, que equantur censui, et denariis $\frac{4}{25}$ 92, et cetera: et inuenies, censum esse binomium, scilicet $\frac{12}{25}$ 12, et radicem de $\frac{269}{625}$ 63. Et si dictum fuerit, quod multiplicato predicto residuo, scilicet $\frac{5}{12}$ rei, minus denariis 4, in se, faciat 12 ultra primum numerum; tunc eodem ordine erunt $\frac{25}{144}$ census, et denarii 4, qui equantur radicibus $\frac{1}{2}$ 4: et cum redigeris ea ad censum unum, erit census, et denarii $\frac{1}{25}$ 23, qui equantur radicibus $\frac{24}{25}$ 24: operare ergo per ea, et inuenies, quesitum numerum esse 24.

Mvltiplicaui numerum per 4 radices ipsius, et prouenit septuplum ipsius; nunquam multiplicabitur numerus aliquid (*sic*) per aliquid, ex qua multiplicatione proueniet septuplum multiplicati, nisi multiplicetur ipse numerus per 7: ergo cum multiplicatur quesitus numerus per 4 radices eius, tunc ipse multiplicatur per 7. Vnde manifestum est, quod radices 4 predicti numeri equentur denariis 7: ergo radix eius est $\frac{3}{4}$ 1, quod prouenit ex 7 diuisis in 4; quia radice in se multiplicata proueniunt $\frac{1}{16}$ 3 pro quesito numero.

Item est numerus, de quo proieci quartam ipsius; residuumque multiplicaui 4 (*sic*) radices eius, et prouenit septuplum illius: et quia ex multiplicatione de $\frac{3}{4}$ quesiti numeri in 4 radices eius prouenit septuplum eius; si multiplicatur pars extracta, scilicet $\frac{1}{4}$, per 4 radices predictas, prouenit duplum eiusdem numeri: ergo si multiplicabitur numerus quesitus per 4 radices eius, nimirum proueniet ottuplum eiusdem numeri: ergo 4 radices equantur denariis 8; ergo radix quesiti numeri est 2; et ipse numerus est 4.

Item numerus est, de quo proieci 4 radices ipsius; et de residuo accipi (*sic*) $\frac{1}{4}$; et fuit equale radicibus 4: ergo cum $\frac{1}{4}$ pars residui equatur 4 radicibus, totum ergo residuum equabitur radicibus 16; quibus si addantur radices 4, que fuerunt proiecte, totus numerus quesitus equabitur 20 radicibus: quare radix eius est 20, et ipse numerus est 400.

Item est numerus, de quo proiecci 3 radices ipsius; et quod remansit, fuit radix quadrupli ipsius numeri: pro quadruplo predicto accipe radicem de 4, que est 2; et adde eam cum 3, propter tres radices, erunt 5, que sunt radix numeri quesiti; et ipse numerus est 25.

Rursus est numerus, quo multiplicato per $\frac{2}{3}$ ipsius, proueniunt 5: dic ergo; cum ex multiplicatione predicta ueniunt 5; si multiplicabitur idem numerus per terciam ipsius, prouenient $\frac{1}{2}$ 2: ergo si numerus multiplicabitur in se, faciet $\frac{1}{2}$ 7; ergo ipse numerus est radix de $\frac{1}{2}$ 7: nam si uis scire, qualiter ipse multiplicetur per $\frac{2}{3}$ ipsius, multiplica ipsum in se, erunt $\frac{1}{2}$ 7; et multiplica $\frac{2}{3}$ ipsius in se, erunt $\frac{4}{9}$: quas partes accipe de $\frac{1}{2}$ 7, erunt $\frac{1}{3}$ 3; que multiplica per $\frac{1}{2}$ 7, uenient 25; quorum radix, scilicet 5, est summa quesite multiplicationis, ut oportet.

Item est numerus, de quo extracta tercia ipsius, et denariis 6, residuum, si in se multiplicabitur, reddet dupplum ipsius numeri: quamuis hec ad unam ex 6 regulis algebre produci ualeat, tamen qualiter proportionaliter fieri debeat, indicabo (1): sit itaque numerus quesitus linea .*a.b.*; de quo auferatur linea .*b.g.*, que sit tercia numeri .*a.b.*, remanebit numerus .*a.g.* $\frac{2}{3}$ numeri .*a.b.*; de quo etiam | auferatur linea .*g.d.*, que sit 6, remanebit

« proportionaliter .... auferatur » (fol. 195 *verso*, lin. 28 ; pag. 423, lin. 36 e 37).



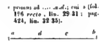
fol. 196 *recto*.

(1) Nel margine inferiore della carta 195 *verso* del Codice Magliabechiano C. I. 2616 si trova scritto ciò che segue: « Ad regulam algebre reducitur sic: pone pro numero rem; de qua abice tertia rei, et denarios 6, remaneut $\frac{2}{3}$ rei, minus denariis 6; que multiplica in se, uenient $\frac{4}{9}$ census, et denarii 36, minus rebus 8, que equantur duabus rebus, scilicet duplo ipsius numeri: redige hec omnia ad unum censum; et habebis, quod unus census, et denarii 81 equantur rebus $\frac{1}{2}$ 22 : procede ergo per 5am regulam, hoc est multiplica hec omnia per quartam nouenari, quod est super uirgam, hoc est per $\frac{1}{4}$ 2; et inuenies pro toto numero 18, idest pro linea *a.b.* »

ergo numerus *.a.d.*, qui est radix ex duplo numeri *.a.b.*: quare reperiendus est numerus, qui cum multiplicatus fuerit per numerum *.a.g.*, hoc est per $\frac{2}{3}$ totius linee, faciat duplum numeri *.a.b.*, eritque 3: ergo multiplicatio numeri *.a.g.* in 3 equatur multiplicationi numeri *.a.d.* in se: ergo est sicut *.a.g.* ad *.a.d.*, ita *.a.d.* ad 3, maior est *.a.g.* quam *.a.d.*; maior ergo *.a.d.* quam 3: auferantur itaque 3 ex numero *.a.d.* ; sitque *.a.e.*; et quouiam est sicut *.a.g.* ad *.a.d.*, ita *.a.d.* ad *.a.e.*; erit ergo cum diuiseris sicut notus *.g.d.* ad *.d.a.*, ita *.d.e.* ad *.e.a.* notum: multiplicabis ergo *.g.d.* notum in *.a.e.* notum, scilicet 6 per 3, erunt 18; quibus equatur multiplicatio *.e.d.* in *.a.d.*: quare si superaddatur quadratus medietatis numeri *.a.e.* , silicet $\frac{1}{4}$ 2, erunt $\frac{1}{4}$ 20; super quorum radicem, scilicet super $\frac{1}{2}$ 4, adde medietatem numeri *.a.e.*, que est $\frac{1}{2}$ 1, ueniunt 6 pro numero *.a.d.*: cui addantur 6, scilicet numerus *.d.g.*, erit numerus *.a.g.* 12, que sunt $\frac{2}{3}$ numeri *.a.b.*: multiplicentur ergo 12 per 3, et diuidantur per 2; uel super 12 addatur medietas eorum, uenient 18 pro toto numero *.a.b.* Et si proponatur, quod ex ductu *.a.d.* in se proueniat numerus *.a.b.* cum augmento denariorum 18 ; inuenies numerum, quo multiplicato per numerum *.a.g.*, faciat equale numeri *.a.b.*; eritque $\frac{1}{2}$ 1, qui sit linea *.a.e.*: ergo ex *.a.e.* in *.a.g.* prouenit numerus *.a.b.*; ergo si ex ipsa multiplicatione auferatur multiplicatio ex *.a.e.* in *.d.g.* , silicet ex $\frac{1}{2}$ 1 in 6, remanebit multiplicatio *.a.e.* in *.a.d.* equalis numero *.a.b.*, diminutis inde 9: sed ex *.a.d.* in se prouenit 18 ultra numerum *.a.b.*; ergo multiplicatio *.a.d.* in se superat multiplicationem ex *.a.e.* in *.a.d.* in 27: sed multiplicatio *.a.d.* in se equatur duabus multiplicationibus, que sunt ex *.a.e.* in *.a.d.*, et ex *.e.d.* in *.a.d.* ; ergo multiplicatio *.e.d.* in *.a.d.* est 27; cui addatur quadratus medietatis numeri, scilicet $\frac{9}{16}$, erunt $\frac{9}{16}$ 27; super quorum radicem, que est $\frac{1}{4}$ 5, si addideris $\frac{3}{4}$, scilicet dimidium numeri *.a.e.*, uenient 6 pro numero *.a.d.*; super quem si addideris numerum *.d.g.*, erunt 12 pro numero *.a.g.*; super quem si addideris dimidium eius, erit totus numerus *.a.b.* 18.

Adhuc est numerus, de quo proieicei (*sic*) terciam eius, et denarios 6 ; et quod remansit multiplicaui per 5; et rediit idem numerus (1): sit itaque linea *.a.b.* numerus quesitus, cuius tercia sit *.b.c.*; et *.c.d.* sit 6; et linea *.g.h.* sit 5; et auferatur ex *.g.h.* numerus *.g.f.*, qui sit $\frac{1}{2}$ 1, in quo multiplicatur numerus *.a.c.*, hoc est $\frac{2}{3}$, facit numerum *.a.b.*; et *.a.d.* in *.g.h.* facit similiter numerum *.a.b.*, hoc est unum, idest totam lineam: quare est sicut *.c.a.* ad *.d.a.*, ita *.h.g.* ad *.f.g.*: erit ergo cum diuidetur, sicut *.c.d.* primus ad *.d.a.* secundum, ita *.h.f.* tercius ad *.f.g.* quartum: ergo multiplicatio *.c.d.* in *.f.g.*, silicet de 6 in $\frac{1}{2}$ 1; que multiplicatio est 9, equatur multiplicationi *.d.a.* ingnoti in *.h.f.* notum : quare si diuidantur 9 per *.h.f.*, silicet per $\frac{1}{2}$ 3, uenient $\frac{4}{7}$ 2 pro numero *.a.d.* ; cui si addatur numerus *.d.c.* , erit *.a.c.* $\frac{4}{7}$ 8; super que si addatur dimidium eorum, silicet *.c.b.*, que est $\frac{1}{2}$ pars, cum tertia unius numeri sit medietas residui, uenient $\frac{6}{7}$ 12 pro toto numero *.a.b.*

« primus ad .... .a.d.; cui » (fol. 196 *recto*, lin. 29-31 ; pag. 424, lin. 32-35).



(1) Nel margine inferiore della carta 196 *recto* del Codice Magliabechiano C. I. 2616 trovasi scritto ciò che segue: « ·|. Nota, quod ad regulam algebre sic reducitur: pone pro quesito numero rem; de qua abice tertiam rei, et » denarios 6, remanet $\frac{2}{3}$ rei, minus denariis 6; que multiplica per 5, et uenient res $\frac{1}{3}$ 3, minus denariis 30, » que equatur quesitum numerum, uidelicet rem: quare da unicuique parti denarios 30. Et habebis, quod rex » (*sic*) 3, et tertiam rei equatur unam rem, et denarios 30; de quibus undique abice res (*sic*) unam. Et rema- » nebit, quod 2 res, et tertiam rei equatur denariis 30: ergo rem (*sic*) ualet denarios $\frac{6}{7}$ 12 pro quesito. »

Fra le linee 27 e 28 del medesimo *recto* trovasi : « .| hoc est unum, idest tota linea ».

Ex (*sic*) si ex .*a.d.* iu 5, scilicet in .*g.h.*, proueniant 24 ultra numerum .*a.b.*; erit tuuc multiplicatio .*g.f.* in .*a.d.* nonem, miuus multiplicatione .*g.f.* in .*a.c.*; que 9 proueniunt ex .*g.f.* in .*d.c.*, hoc est ex $\frac{1}{2}$ 1 iu 6 : ergo ex .*g.f.* in .*a.d.* proueuiunt 9 diminuta de uumero .*a.b.*; que si addantur super 24, erunt 33, que proueuiuut ex .*f.h.* iu .*a.d.* : quare si diuidautur 33 per $\frac{1}{2}$ 3, scilicet per .*f.h.*, uenient $\frac{3}{7}$ 0 pro numero .*a.d.*; quare numerus .*a.c.* est $\frac{3}{7}$ 15: quibus si addatur dimidium eorum, scilicet $\frac{5}{7}$ 7, erunt $\frac{1}{7}$ 23 pro toto numero .*a.b.*|

In quadam uegotiatione quidam habuit libras 12 capitalis, cum quibus lucratus est aliquid in mensibus tribus; super quod totum, scilicet super capitale et lucrum, quidam alius addidit libras 11; et cum his omnibus lucratus est proportionaliter, secundum quod lucratus fuerat primum (*sic*); et iu capite duodecim meusium lucratus est aliquid aliud; et fuit totum lucrum duodecim mensium, et trium libre 9; queritur, quot ex ipso lucro cadat uuicuique ipsorum, uel quot lucrabatur in unoquoque mense per libram. Ponam pro libris 12 lineam .*a.b.*, ex (*sic*) pro lucro earum trium mensium liucam .*b.c.*; et iaceat linea .*e.g.* equalis liuee .*a.c.*; et auferam ab ea liucam .*f.g.* equalem liuee .*b.c.*, remauebit .*e.f.* equalis liuee .*a.b.*; et addam liuee .*e.g.* lineam .*d.e.*, que sit 11; erit ergo tota .*d.f.* 23; et sit .*g.h.* lucrum numeri .*d.g.* in uno anno; erit ergo couiuuctum ex .*g.h.*, et .*b.c.* 9: et quia anuus quadruplus est trium mensium, accipiam ex .*g.h.* quartam eius, que sit .*g.i.*; erit ergo .*g.i.* lucrum iu tribus mensibus totius numeri .*d.g.* : quare proportioualiter est sic .*a.b.* ad .*b.c.*, ita .*d.g.* ad .*g.i.*; et quia uumerus .*g.h.* quadruplus est numeri .*g.i.*; erit sicut .*a.b.* ad .*b.c*, ita quadruplum ex .*d.g.* ad .*g.h.* fol. 196 verso.

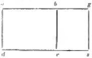
Permutatim ergo sicut quadruplum ex .*d.g.* ad .*a.b.*, ita .*g.h.* ad .*b.c.* Cumiunctim ergo sicut quadruplum ex .*d.g.* cum .*a.b.* ad .*a.b.*, ita cumiunctum ex .*g.h.*, et .*b.c.* ad .*b.c.* Cum euim .IIII.^{or} quantitates proportionales sunt, erit multiplicatio prime in quartam, sicut multiplicacio secuude in terciam. Quare quod fit ex couiuncto quadrupli .*d.g.* cum .*a.b.* in .*b.c.*, est sicut illud, quod fit ex .*a.b.* in cumiunctum ex .*g.h.* cum .*b.c.* Est euim .*a.b.* 12, et .*g.h.* cum .*b.c.* sunt 9; quorum multiplicatio surgit in 108. Ergo multiplicatio cumiuncti ex quadruplo .*d.g.*, cum .*a.b.* iu .*b.c.* surgit similiter in 108: deinde ut reducatur hec questio ad uuam ex questionibus algebre, ponam lucrum .*b.c.* rem; quare et .*f.g.* erit similiter res : ergo quadruplum totius .*d.g.* est 92, et .IIII.^{or} res; cum quibus si addatur uumerus .*a.b.*, qui est 12, erit cumiunctio quadrupli .*d.g.* cum .*a.b.* 104, et quatuor res. Que omnia multiplicata in .*b.c.*, scilicet iu rem, faciuut .IIII.^{or} census, et 104 radices, que equantur libris 108. Quare quarta pars eorum, scilicet ceusus, et radices 26 equautur quarte de 108, scilicet 27. Vnde si dimidium radicum in se multiplicabitur, surget in 169; cum quibus additis 27, faciunt 196; de quorum radice, scilicet de 14, si auferatur dimidium radicum suprascriptarum, remanebit 1 pro quantitate rei: ergo .*b.c.* cum sit res, est libra 1; qua diuisa per menses 3, ueniet pro lucro duodecim librarum in uuo mense denarii 80; quibus diuisis per libras 12, uenient denarii $\frac{2}{3}$ 6; et tot lucrabatur per libram iu uno quoque mense: deinde ut habeatur contingentis (*sic*) unicuique, addam .*b.c.* super .*a.b.*, prouenient libre 13; super quas addam lucrum ipsarum duodecim mensium, quod est librarum 4, et soldorum 5, et denariorum 8, uenient in summa libre $\frac{1}{2}$ 17 pro portione

capitalis, et lucri primi hominis; de quibus si auferatur capitale ipsius, scilicet libre 12, remanebunt pro lucro ipsius libre $\frac{1}{2}$ 5; reliquum, scilicet libre $\frac{2}{3}$ 3, remanet pro lucro unius anni contigente ei, qui miserat 11. |

fol. 197 *recto*.

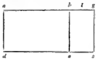
Inueniat quis numerum, quo multiplicato in se, et in radicem de 10, faciat nonuplum ipsius numeri: ponam pro ipso numero rem, que sit linea *.a.b.*; et addam ei lineam *.b.g.*, que sit radix de 10; et ordinabo super rectam *.a.b.* quadratum *.d.b.*, et per punctum *.g.* protraham lineam *.g.z.* equidistantem utrique rectarum *.b.e.*, et *.a.d.*; et ducam rectam *.d.e.* in punctum *.z.*; et erit tota superficies *.d.g.* recti angula nonuplum numeri *.b.a.* hoc modo: ex ductu quidem *.b.a.* in se prouenit tetragonum *.b.d.*; et ex ductu *.e.b.* in *.b.g.*, hoc est *.b.a.* in *.b.g.*, prouenit superficies *.e.g.*: ergo ex ductu *.b.a.* in se, et in radicem de 10 prouenit superficies *.d.g.*, que est nonuplum numeri *.b.a.*, hoc est numeri *.d.a.*: et quia *.b.* posumus (*sic*) rem esse; erit ergo et *.d.a.* res, scilicet radix; et tota superficies *.d.g.*, cum sit nonuplum numeri *.d.a.*, equabitur 9 radicibus; quare tota *.g.a.* est 9: de quibus si auferatur recta *.g.b.*, que est radix de 10, remanebit pro quesito numero *.b.a.* 9, minus radice de 10.

« rectarum .... superficies » (fol. 197 *recto*, lin. 5-8 e 9; pag. 426, lin. 7-10).



Et si dicatur, quod ex ductu *.a.b.*, scilicet numeri duti in se, et in radicem de 10, proueniat nonuplum quadrati, quod fit a numero *.b.a.*; ponam iterum *.b.a.* rem; et ex ductu eius in se prouenit census *.b.d.*; et ex ductu *.b.a.*, hoc est *.b.e.* in *.b.g.*, que est radix 10, prouenit radix 10 censuum; quia multiplica (*sic*) radix in se, fecit censum; et radix 10 in se, facit 10: multiplica ergo 10 in census, et prouenient 10 census; quorum accipe radicem, et erit radix 10 censuum, que est superficies *.e.b.g.*: ergo census, et radix decupli ipsius est nonuplum ipsius census, hoc est quod equantur 9 censibus: communiter si auferatur census, remanebit radix 10 censuum, equalis 8 censibus, hoc est superficies *.e.g.* est octuplum tetragoni *.b.d.*: ergo est sicut 8 ad 1, ita superficies *.e.g.* ad quadratum *.d.b.*: sed sicut superficies *.g.e.* ad quadratum *.b.d.*, ita numerus *.g.b.* ad numerum *.b.a.*: ergo est sicut 8 ad 1, ita *.g.b.* ad *.b.a.*: sed *.b.g.* est nota, cum sit radix de 10; ergo si multiplicauerimus radicem de 10 in 1, et diuiserimus per 8, uenient utique radix de $\frac{10}{64}$ unius dragme pro numero *.b.a.*: quare quadratum *.b.d.* est $\frac{10}{64}$ unius dragme. Nam ex ductu *.e.b.* in *.b.g.*, scilicet ex radice de $\frac{10}{64}$ in radicem de 10, ueniunt radix $\frac{100}{64}$; que radix est $\frac{10}{8}$, hoc est dragme $\frac{1}{4}$ 1; qui denarius $\frac{1}{4}$ 1 procul dubio occuplum est de $\frac{10}{64}$, hoc est quadrati *.b.d.*

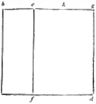
« sunt, inuenimus .... superficies *.d.g.* » (fol. 197 *recto*, lin. 29-32; pag. 426, lin. 33-37).



Item est numerus, quo multiplicato in se, et in radicem de 10, proueniunt 20: ergo per ea, que dicta sunt, inuenimus, si pro ipso numero ponimus rem; quare census, et radix 10 censuum equatur 20: et tunc si ponamus suprascriptum lineam, inuenies, quod census, et tot radices eius, quot unitates sunt in radicibus de 10, equantur 20: quare diuidam rectam *.g.b.* in duo equa super punctum *.I.*; et erit recta *.I.b.* radix quarte partis de 10, scilicet de $\frac{1}{2}$ 2; et tota superficies *.d.g.* est 20, que prouenit ex *.d.a.* in *.a.g.*, hoc est ex *.b.a.* in *.g.a.*: quibus 20 si addatur quadratus linee *.I.b.*, scilicet $\frac{1}{2}$ 2, uenient $\frac{1}{2}$ 22 pro quadrato linee *.I.a.*: quare si ex $\frac{1}{2}$ 22 auferatur radix de $\frac{1}{2}$ 2, scilicet ex *.I.a.* tollatur *.I.b.*, remanebit radix de 10 pro numero *.b.a.*: ergo tota *.g.a.* est radix de 40, que duabus radicum (*sic*) de 10 equatur. Nam si ducatur *.b.a.* in se, proueniunt 10; et ex ductu *.b.a.* in *.b.g.* proueniunt alia 10; cum una queque ipsarum sit radix de 10.

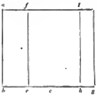
Multiplicaui occuplum radicis cuiusdam numeri per triplum radicis ipsius, et prouenienti | summe addidi denarios 20; et fuit totum illud equale quadrato ipsius: pone siquidem pro ipso numero rem; quare pro occuplo radicis ipsius habebuntur octo radices ipsius; et pro triplo radicis eius habebuntur radices 3; et ex multiplicatione octo radicum ipsius in tres eius ueniet uiguplum quadruplum ipsius numeri. Et quia possumus (*sic*) ipsum numerum esse rem, ueniet ex dicta multiplicatione radices 24; quibus si addatur 20, erunt 24 res, et denarii 20, que equantur censui, scilicet quadrato quesiti numeri: quare dimidia radices, erunt 12; quibus in se ductas (*sic*), erunt 144; quibus adde 20, erunt 164; super quorum radice adde medietatem radicum, et habebis radicem de 164, et denarios 12 pro quesito numero; qui numerus est binomium quintum. Quod binomium, si multiplicauerimus per 24, et addiderimus 20, equabitur multiplicationis (*sic*) ipsius binomii in se. fol. 197 *verso*.

Et si dicatur: multiplicaui radicem occupli cuiusdam numeri in radicem tripli eius; et prouenienti summe addidi 20, et ex hoc toto prouenit quadratum ipsius numeri; « superficiem . . . in .b.g. » (fol. 197 *verso*, lin. 14-21; pag. 427, lin. 16-24). ponam pro ipso numero lineam .*b.g.*, et describam super ipsam tetrogonum (*sic*) .*b.d.*; et auferam ab eo superficiem .*b.f.*, que sit 20, remanebit superficies .*f.g.* equalis multiplicacioni radicis occupli numeri .*b.g.* in radicem tripli eius; que multiplicatio est radix uigupli quadrupli quadrati .*b.d.*: ergo ex ductu .*f.e.*, hoc est .*b.g.* in .*e.g.*, prouenit numerus multiplicationis radicis occupli numeri .*b.g.* in radicem tripli eius. Sed ex multiplicatione occupli numeri .*b.g.* in triplum eius prouenit uiguplum quadruplum quadrati .*b.d.*; quod etiam prouenit ex quadrato .*b.d.* ducto in 24. Quare si multiplicauerimus radicem de 24 pro radicem (*sic*) quadrati .*b.d.*, scilicet pro numerum (*sic*) .*b.g.*, proueniet radix uigupli quadrupli quadrati .*b.d.*; quod idem prouenit ex .*e.g.* in .*b.g.*: ergo .*e.g.* est radix de 24; que si diuidatur in duo equa supra punctum .*h.*, erit utique .*e.h.* radix quarte partis de 24, scilicet de 6. Et quia ex ductu .*b.e.* in .*e.f.*, hoc est ex .*b.e.* in .*b.g.*, proueniunt 20; quibus si addiderimus quadratum numeri .*e.h.*, quod est 6, habebietur 26 (*sic*) pro quadrato linee .*b.h.*: ergo numerus .*b.h.* est radix de 26. Cui si addatur numerus .*h.g.*, habebitur pro quesito numero .*b.g.* radix de 20, et radix de 6; que nomina faciunt binomium sextum; quod binomium in se multiplicatum faciunt 32, et radicem de 624 pro quantitate numeri .*b.d.* : de quibus si auferatur superficies .*b.f.*, que est 20, remanebunt pro superficie .*f.g.* 12, et radicem de 624; que etiam habebuntur ex ductu radicis de 24 in radices de 26, et de 6. Nam ex ductu radicis de 24 in radicem de 6 ueniunt 12; et ex radice de 24 in radicem de 26 prouenit radix de 624, ut opportet.



Rursus multiplicaui radicem sexupli cuiusdam aueris in radicem quincupli eius, et addidi decuplum ipsius aueris, et denarios 20; et fuerunt hec omnia sicut multiplicatio ipsius aueris in se : ponam pro ipso auere rem; et multiplicabo radicem sexupli eius in radicem quincupli eius, hoc est radicem 6 rerum in radicem 5 rerum, proueniet radix 30 censuum; quia cum multiplicatur res in rem facit census: ergo cum multiplicatur radix rei in radicem rei prouenit radix census : deinde addam super radicem 30 censuum decuplum unius rei, et denarios 20; et habebo 10 res, et radicem 30 censium, et denarios 20, que equatur multiplicationi rei in se, | hoc est census. fol. 198 *recto*. In hac cadit regula radicum, et numeri, que equantur censui. Ad hoc itaque demon-

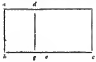
< latus est .... ergo .b. > (fol. 198 *recto*, lin. 3-10; pag. 428, lin. 1-10).



strandum, adiaceat quadratum equilaterum, et equiangulum .*a*.*g*., cuius latus est .*b*.*g*.; et ponam .*b*.*g*. rem; ergo quadratum .*a*.*g*. est equale radici 30 censuum, et 10 radicibus, et 20 dragmis: quare absidamus a quadrato .*a*.*g*. superficiem rectiauregulam (*sic*) .*a*.*e*., que sit radix 30 censium; et extra (*sic*) superficie .*f*.*g*. auferatur superficies .*f*.*h*., que sit equa 10 radicibus census .*a*.*g*.; quare .*e*.*h*. est 10, remanebit ex toto quadrato .*a*.*g*. superficies .*i*.*g*., que erit 20. Et quoniam superficies .*a*.*e*. est radix 30 censium; et prouenit ex multiplicatione .*a*.*b*. in .*b*.*e*.; et .*a*.*b*. est res, necessario sequitur, .*b*.*e*. radicem esse de 30; quia ex multiplicatione rei in radicem numeri prouenit radix census: ergo ex multiplicatione rei in radicem de 30 prouenit radix 30 censuum: addamus ergo .*b*.*e*. cum .*e*.*h*.; et erit tota .*b*.*h*. 10, et radix de 30, que est binomialis quarta; et diuidamus eam in duo equa ad punctum .*c*.; et erit una queque linearum .*b*.*c*., et .*c*.*h*. 5, et radix de $\frac{1}{2}$ 7. Et quia superficies .*i*.*g*. est 20, que prouenit ex ductu .*i*.*h*. in .*h*.*g*., hoc est ex .*b*.*g*. in .*h*.*g*.; si super 20 addamus multiplicationem ex .*c*.*h*. in se, que est $\frac{1}{2}$ 32, et radix de 750, habebitur pro quadrato linee .*c*.*g*. $\frac{1}{2}$ 52, et radix de 750: ergo .*c*.*g*. est radix de $\frac{1}{2}$ 52, et radicis de 750; cui si addamus lineam .*c*.*b*., habebitur pro tota .*b*.*g*., scilicet pro quesito anere, radix de $\frac{1}{2}$ 52, et radicis de 750, et denarii 5, et radix denariorum $\frac{1}{2}$ 7; que omnia sunt secundum propinquitatem circa $\frac{2}{5}$ 16.

Diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam in aliam; et quod prouenit diuisi per differentiam, que est inter utramque partem; et prouenit radix 6: pone pro una illarum duarum partium rem, et pro alia 10, diminuta re; et multiplica unam in aliam, et uenient 10 res, diminuto censu; que diuide per differentiam, que est inter utramque partem, scilicet per 10, diminutis duabus rebus, prouenit utique radix 6. Sed quando multiplicatur id, quod prouenit ex aliqua diuisione, in diuidentem numerum, prouenit numerus diuisus semper: ergo si multiplicauerimus radicem de 6 in 10, minus duabus rebus, prouenit 10 res, diminuto censu. Sed ex multiplicatione radicis de 6 in 10, minus duabus rebus, prouenit radix de 600, diminuta radice 24 censuum, que equantur 10 rebus, diminuto censu: adde ergo utrique parti censum, et radicem 24 censium, et ueniet census, et radix 600, que equantur 10 rebus, et radici 24 censuum: in hoc equantur radices census, et numero; quod ostendam in figura: ponam rectam .*a*.*b*. rem, et aplicabo ei superficiem recti angulam .*a*.*c*. continentem censum predictum, et radicem 600 denariorum; et quia inuenimus, hec equari 10 rebus, et radici 24 censuum, erit linea .*b*.*c*. 10, et radix 24; quia cum multiplicatur res in 10, et radice de 24, proueniunt 10 res, et radix 24 censuum, que equantur superficiei .*a*.*c*., scilicet censui, et radici sexcentorum: quare si absidamus de superficie .*a*.*c*. quadratum equilaterum, et equiangulum .*a*.*g*., qui erit census, remanebit superficies .*d*.*c*. radix sexcentorum; que radix prouenit ex .*d*.*g*. in .*g*.*c*., hoc est ex .*b*.*g*. in .*g*.*c*. Vnde si diuiserimus lineam .*b*.*c*. in duo equa ad punctum .*e*., erit multiplicatio .*b*.*g*. in .*g*.*c*. cum quadrato linee .*e*.*g*., sicut quadratus linee .*b*.*e*. Vnde si a quadrato linee .*b*.*e*. auferatur superficies, que fit ex .*b*.*g*. in .*g*.*c*., remanebit | quadratus linee .*g*.*e*.: est enim .*b*.*e*. 5, et radix 6, scilicet medietas 10, et radicis 24: quare ex .*b*.*e*. in se prouenerit 31, et radix $\frac{\text{ram}}{600}$; de quibus si auferatur id quod prouenit ex .*b*.*g*. in .*g*.*c*., quod est radix 600, remanebunt 31 pro quadrato linee .*g*.*e*.: ergo linea .*g*.*e*. est radix

< ostendam in .... censuum, que > (fol. 198 *recto*, lin. 29 e 30-33; pag. 428, lin. 30-34).



fol. 198 *verso*.

31; que si auferatur ex .*b.e.*, remanebit .*b.g.* 5, et radix 6, minus radice 31, que sunt res, scilicet una partium de 10; que si auferatur ex 10, remanebunt pro alia parte 5, et radix 31, minus radice de 6: quibus duabus partibus insimul multiplicatis faciunt radicem 744, minus denariis 12; quia ex ductis 5 in 5 neniunt 25; et ex ductu radicis 6 in radicem 31 additis prouenit una radix de 186 addita; et ex ductu radicis 6 diminute in radicem 31 diminutam prouenit alia radix addita de 186; et sic habemus 25, et duas radices de 186, hoc est 25, et unam radicem de 744: de quibus si auferamus multiplicationem radicis 6 adite in radicem 6 diminutam, et multiplicationem radicis 31 addite in radicem 31 diminutam, que faciunt 37 integra, remanebit radix de 744, minus integris 12; multiplicationis (*sic*) uero radicis 6 addite in 5, et radices 31 addite in 5 relinquimus, opponentes eas multiplicationibus de 5 in radicem 31 diminutam, et radices 6 diminute in 5: deinde, si ex (*sic*) acceperimus differentiam, que est inter utramque partem, que est 2 radices de 31, minus duabus radicibus de 6; et multiplicauerimus eam in radicem de 6, nimirum reddibit radix de 744, diminutis 12 dragmis; que ex multiplicatione radicis de 6 in duabus radicibus de 6 diminutis proueniunt 12 diminuta.

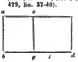
e insimul .... radices de 5 (fol. 198 verso, lin. 6 e 7-10; pag. 429, lin. 1-7).



Item diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum in radice 8, et aliam in se; et proieciit quod prouenit ex multiplicatione unius partis in radicem de 8 ex eo quod prouenit ex multiplicatione alterius partis in se; et remanserunt denarii 40. Pone pro una parcium rem, et pro alia 10, diminuta re; et multiplica rem in radicem 8, et pronenit radix 8 censium. Et multiplica 10, minus re, in se, erunt 100, et census, dimiutis 20 rebus: abice ergo ex hiis radicem 8 censium, remanebunt 40; ergo radix 8 censium, et 40 equantur censui, et 100, diminutis 20 rebus: adde ergo 20 res utrique parti, et tolle ab utraque parte denarios 40, remanet census, et denarii 60 equales 20 radicibus, et redici (*sic*) 8 censuum: dimidia ergo radices, erunt 10, et radix de 2; que multiplica in se, erunt 102, et radix 800; de quibus abice 60, que sunt cum census, remanebunt 42 radice (*sic*) de 800; quorum radix (*sic*) abice de medietate radicum, remanebunt 10, et radix de 2, diminuta radice de 42, et radicis de 800 pro quantitate rei: residium (*sic*) quod est usque in 10, silicet radix de 42, radicis 800, diminuta radice de 2, est alia pars, que multiplicata fuit in se. Et est hec operatio, que antecedentem figuram (*sic*): uel aliter, pone pro prima parte rem, et pro alia 10, dimiuuta re; et multiplica rem in se, et prouenit census, et 10 diminuta; rem multiplica per radicem 8, et uenit radix de 800, diminuta radice, et 8 censuum; super que adde 40, in quibus superat hec, et erit radix 800, et 40, diminuta radice 8 censuum, que equentur censui: adde ergo radicem 8 censuum utrique parti, et erit census, et radix 8 censuum, que equantur denariis 40, et radici de, et 2 sic 80 (*sic*). In hac census, et radices equantur numero; quod per figuram | geometricam demonstrare curaui. Ponam superficiem .*a.d.* equalem censui, et radici 8 censuum; et auferatur ab ea census .*a.g.*, remanebunt superficies .*e.d.* radix 8 censuum, et prouenit ex ductu .*g.e.* in .*g.d.*, et est .*g.e.* res; quare .*g.d.* est radix 8 denariorum: et quia census, et radix 8 censuum, scilicet superficies .*a.d.*, equantur 40 dragmis, et radici 800; ergo superficies .*a.d.* est 40, et radix de 800; et prouenit ex .*a.b.* in .*b.d.*, hoc est ex .*b.g.* in .*b.d.*: diuidatur ergo recta .*g.d.* in duo equa ad punctum .*i.*, cui iacet in directo recta .*b.g.*; quare superficies

fol. 199 *recto*.

e geometricam .... quare .g.d. e (fol. 199 *recto*, lin. 1-8; pag. 429, lin. 37-40).



.*b.g.* in .*b.d.*, scilicet 40, et radix de 800, cum quadrato linee .*i.g.*, quod est 2, equantur quadrato linee .*b.i.*: ergo quadratum .*b.i.* est 42, et radix 800: quare .*b.i.* est radix de 42, et radicis 800; de qua si auferatur recta .*g.i.*, que est radix de 2, remanebunt pro recta .*b.g.*, scilicet pro re, radix de 42, et radicis 800, minus radice de 2, ut per alium modum inuenimus.

Item diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum in radicem de 10, et aliam in se; et que prouenerunt, fuerunt equalia: ponam unam duarum partium rem, et aliam 10, minus re; et multiplicabo rem in radicem de 10, et prouenit radix 10 censuum; et ex 10, minus re in se prouenit census, et denarii 100, minus 20 rebus, que equantur radici 10 censuum: quare adde utrique parti 20 res, erunt 20 res, et radix 10 censuum equales censui, et denariis 100: dimidia ergo radices, et erunt 10, et radix de $\frac{1}{2}$ 2; que multiplica in se, erunt $\frac{1}{2}$ 102, et radix 1000 denariorum; de quibus abice 100, remanebunt $\frac{1}{2}$ 2, et radix 1000 denariorum; quorum radicem abice ex 10, et ex radice $\frac{1}{2}$ 2, remanebunt pro prima parte 10, et radix de $\frac{1}{2}$ 2, minus radice de $\frac{1}{2}$ 2, et radix radicis 1000 denariorum: quare secunda pars erit radix de $\frac{1}{2}$ 2, et radicis 1000 denariorum, diminuta radice denariorum $\frac{1}{2}$ 2: quam partem inuenienius aliter: uidelicet multiplicabo rem in se, et ueniet census; et ex 10, minus re, in radicem de 10, ueniet radix de 1000, diminuta radice 10 censuum. Et sic census equatur radici 1000 denariorum, diminuta radice 10 censuum: abice utrique parti radicem 10 censuum, erit census, et radix 10 censuum, equales radici 1000 denariorum: dimidia ergo radicem 10 denariorum, et ueniet radix de $\frac{1}{2}$ 2; quam multiplica in se, et ueuient denarii $\frac{1}{2}$ 2; quos adde cum radice de 1000, et abice ex eorum radice radicem de $\frac{1}{2}$ 2, remanebit radis de $\frac{1}{2}$ 2, et radix radicis 1000 denariorum, diminuta radice de $\frac{1}{2}$ 2, pro secunda parte, ut per alium modum inuenimus.

Super quoddam auere addidi denarios 10; et quod prouenit, multiplicaui in radicem de 5; quorum accepit radicem; et fuit sicut auere predictum: ponam pro ipso auere rem, cui addidi 10; et fuit quod prouenit res, et denarii 10; que multiplicata in radicem de 5, faciunt radicem 5 censuum, et radicem 500 denariorum; quorum radix equatur res: multiplica ergo rem in se, et prouenit census; et multiplica radicem radicis 5 censuum, et radicis 500 denariorum, que equantur censui; et sic census equatur radicibus, et numerorum (*sic*): dimidia ergo radices, ueniet radix de $\frac{1}{4}$ 1; quam multiplica in se, et ueniet denarios (*sic*) $\frac{1}{4}$ 1; que adde cum radice de 500, erunt $\frac{1}{4}$ 1, et radix de 500; super quorum radice adde radicem de $\frac{1}{4}$ 1, et habebis pro quantitate rei, scilicet pro quantitate quesiti aueris, radicem radicis de 500, et de denario $\frac{1}{4}$ 1, et radicem de denario $\frac{1}{4}$ 1.

Inter duas quantitates, quarum vna est maior, altera est 5; et multiplicaui maiorem quantitatem in decuplum eius; et eius quod prouenit, accepi radicem; et fuit
fol. 199 verso. sicut multiplicatio minoris quantitatis in se: | pone pro maiori quantitate rem, et minor quantitas erit res, diminutis 5 dragmis; et multiplica rem in decuplum eius, et uenient 10 census; de quibus accipe radicem, et erit radix 10 censuum; et multiplica rem, diminutis 5, in se, prouenerunt census, et dragme 25, diminutis 10 rebus, que equantur radici 10 censuum: adde ergo res utrique parti, et erunt census, et 25 dragme equales 10 radicibus, et radici 10 censuum; et sic census, et numerus equantur radicibus: dimidia ergo radices, et erunt 5, et radix de $\frac{1}{2}$ 2; que multiplica in se, et erunt $\frac{1}{2}$ 9,

et radix de 250; de quibus abice 25, que sunt cum sensu (*sic*), remanebunt $\frac{1}{2}$ 2, et radix de 250; super quorum radice adde medietatem radicum 5, et radix de $\frac{1}{2}$ 2, erunt 5, et radix de $\frac{1}{2}$ 2, et radix radicis de 250, et dragmarum $\frac{1}{2}$ 2 pro quantitate rei, scilicet maioris quantitatis; de quibus si auferantur 5, habebitur minor quantitas.

Item sunt duo numeri, quorum unus excedit alterum in 5; et multiplicaui maiorem eorum in radicem de 8, et minorem in radicem de 10; et que prouenerunt, fuerunt equalia: pone pro minori numero rem, et maior erit res, et denarii 5: duc ergo rem in radicem de 10, prouenit radix 10 censuum: et multiplica rem, et denarios 5 in radicem de 8, ueniet radix 8 censuum, et radix denariorum 200, que equantur radici 10 censuum. Abice ergo ab utroque (*sic*) parte radicem 8 censuum; et erit radix 10 censuum, diminuta radice 8 censuum, equalis radici 200 denariorum. Multiplica ergo radicem 200 in se, uenient denarii 200; et multiplica radicem 10 censuum, diminuta radice 8 censuum, in se, erunt 18 census, diminuta radice 320 censuum census. Verbi gratia: sit quantitas *.a.b.* radix 10 censuum; et auferatur ab ea quantitas *.c.b.*, que sit radix 8 censuum, remanebit quantitas *.a.c.*, quam uolumus multiplicare in se: et quoniam quantitas *.a.b.* diuisa est ut libet in duo ad punctum *.c.*, erunt quadrata quantitatum *.a.b.*, et *.c.b.* equalia duplo superficiei *.c.b.* in *.a.b.*, et quadrato quantitatis *.a.c.*: quare si ex quadratis quantitatum *.a.b.* et *.c.b.* auferatur duplum superficiei ex *.c.b.* in *.a.b.*, remanebit quadratum quantitatis *.a.c.*; proueniunt enim 10 census ex *.a.b.* in se, et ex *.c.b.* in se proueniunt 8 census; et sic pro quadratis quantitatum *.a.b.*, et *.c.b.* habentur 18 census; de quibus si auferamus duplum superficiei ex *.c.b.* in *.a.b.*, quod est radix 320 censuum census, remanebunt pro quadrato quantitatis *.a.c.* 18 census, diminuta radice 320 censuum census, ut dictum est. Nam ex *.b.c.* in *.a.b.*, hoc est ex radice 8 censuum in radicem 10 censuum, prouenit radix 80 censuum census; cuius duplum sunt due radices 80 censuum census. Ex (*sic*) due radices 80 censuum census sunt una radix de 320 censuum census: et quia radix 10 censuum, diminuta radice 8 censuum, equatur radici 200 denariorum; et eorum quadrata similiter sibi inuicem equabuntur; quare 18 census, et radix 320 censuum census equantur 200 denariis. Reduc ergo hec omnia ad censum unum; et illud est, vt multiplices ea per $\frac{1}{2}$ 4, et per radicem de 20. Nam ex multiplicatione de $\frac{1}{2}$ 4, et radicis de 20 in 18 census, diminuta radice 320 censuum census, prouenit census, ut inferius demonstrabo. Et ex multiplicatione $\frac{1}{2}$ 4, et ra|dicis 20 in denarios 200 proueniunt 900, et radix 800000; ergo census equatur denariis 900, et radici 800000; quorum radix, que est 20, et radix de 500 erit res, hoc est minor numerus; cui si addantur 5, habebunt pro maiori numero 25, et radix 500 denariorum.

« Verbi gratia .... quantitas » (fol. 199 *verso*, lin. 21; pag. 431, lin. 13 e 14).



fol. 200 *recto*.

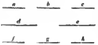
Modus autem inueniendi radice (*sic*) de 900, et radicis 800000 est ut de quadrato medietatis 900, quod est 2020500, auferas quartam de 800000, remanebunt 2500; quorum radicem, que est 50, adde super 450, scilicet super medietate de 900, erunt 500; et de 4500 abice 400; et accipe radicem de 500, et de 400, et uenient 20, et radix de 500, ut pro primo numero inuentum est. Et si uis scire modum redicendi (*sic*) 18 census, et radicem 320 censuum census ad unum censum; considera quod quando aliquod

Presso la figura contenuta nel margine laterale esterno della presente carta 199 *verso* del Codice Magliabechiano C. I. 2616, a sinistra della linea *a c b*, si legge: « $\frac{ia}{3}$ secundi ».

recisum multiplicatur in suum binomium, uel quando multiplicatur binomium aliquod in suum recisum, egreditur inde numerus ratiocinatus: dicimus enim, recisum 18, minus radice 320, cuius binomium est 18, et radix 320; quibus insimul multiplicatis faciunt 4; quia ex ductu 18 in se ueniunt 324 addita; et ex ducta radice 320 addita in radicem 320 diminutam ueniunt 320 diminuta; quibus extractis de 324 remanent 4 addita, vt diximus. Eodemque modo, si multiplicauimus 18 census, minus radice 320 censuum census, in suum binomium, scilicet in 18 census, et radicem 320 censium (*sic*) census, egredientur inde 4 censuum census. Vnde si diuiserimus 18 census, et radicem 320 censuum census per 4; et quod prouenerit multiplicauerimus in 18 census, minus radice 320, proueniet unus census; et quod prouenerit, scilicet 18, et radicem 320 multiplicauerimus in 18 census, diminuta radice 320 censuum census, egredientur inde 4 census tantum: quare si multiplicauerimus 18 census, minus radice 320 censuum census, in quartam de 18, et radicis 320, scilicet in $\frac{1}{2}$ 4, et in radicem de 20, nimirum unus census proueniet; et hoc quod uolui demonstrare.

Possumus aliter ad solutionem huius questionis uenire. Sed sunt quedam plus demonstranda, uidelicet cum fuerint tres quantitates continue proportionales in ea, quam habet aliqua alia data quantitas ad aliam quantitatem; erit multiplicatio minoris quantitatis illarum duarum quantitatum in coniunctum medie, et maioris illarum trium quantitatum, sicut multiplicatio maioris, erunt earumdem duarum quantitatum in coniunctum eiusdem medie, et minoris illarum trium quantitatum. Verbi gratia: sint tres quantitates .*a*.*b*.*c*. continue proportionales in ea quam habet quantitas .*d*. ad quantitatem .*e*.; et sit .*d*. minor quam .*e*.; et sit sicut .*d*. ad .*e*., ita .*a*. ad .*b*., et .*b*. ad .*c*.: dico, quod factum ex .*d*. in quantitates .*b*.*c*. est sicut factum ex .*e*. in quantitates .*a*.*b*.; quod sic probatur: quoniam est sicut .*a*. ad .*b*., ita .*b*. ad .*c*.; erit coniunctum sicut .*a*. et .*b*. ad .*b*., ita .*b*. et .*c*. ad .*c*.: permutatim ergo erit sicut quantitates .*a*.*b*. ad quantitates .*b*.*c*., ita .*b*. ad .*c*.; sed sicut .*b*. ad .*c*., ita .*d*. ad .*e*.: ergo sicut .*d*. ad .*e*., ita quantitates .*a*.*b*. ad quantitates .*b*.*c*.: quare multiplicatio .*d*. coniunctim ex quantitatibus .*b*.*c*. equatur multiplicationi quantitatis .*e*. in coniunctum quantitatum .*a*.*b*., ut predixi: quibus intellectis, rediam ad questionem suprascriptam; et ponam .*d*. radix de 8, et .*e*. radix de 10; et .*f*. sit 8, et .*h*. sit 10; et esto sicut .*f*. ad .*h*., ita .*a*. ad .*c*.; et sit .*c*. quinque plusquam .*a*.; et ponam inter numeros .*f*.*h*. numerum .*g*. medium in proportione, et numerum .*b*. inter numeros .*a*.*c*.: dico pro primum (*sic*), numeros .*a*.*b*.*c*. proportionales esse in ipsa, | quam habet quantitas .*d*. ad quantitatem .*e*.; quoniam .*d*. se ipsam multiplicans, numerum .*f*. fecit, et .*e*. se ipsam multiplicans, numerum .*h*. fecit: et posita est .*g*. quantitas inter numeros .*f*.*h*. in proportione media; quare est sicut .*d*. ad .*e*., ita .*f*. ad .*g*., et .*g*. ad .*h*.; et est sicut .*f*. ad .*h*., ita .*h*.*a*. ad .*c*.: sed sicut .*f*. ad .*h*., ita quadratum, quod est a numero .*f*., ad quadratum, quod est a numero .*g*., sicuti in geometria patet: est enim similiter sicut .*a*. ad .*c*., hoc est sicut prima ad terciam, ita quadratum, quod est a prima .*a*., ad quadratum, quod est a secunda .*b*.: ergo quia est sicut .*f*. ad .*h*., ita .*a*. ad .*c*. erit sicut quadratum, quod est ab .*f*., ad quadratum, quod est a numero .*g*., ita quadratum, quod est ab .*a*., ad quadratum, quod est a numero .*b*.: quare erit sicut .*f*. ad .*g*., ita .*a*. ad .*b*.; sed .*f*. ad .*g*. est sicut .*d*. ad .*e*.; ergo est sicut .*d*. ad .*e*., ita .*a*. ad .*b*.; sed est sicut .*a*.

* minoris .... ergo erit a (fol. 200 *recto*, lin. 27 e 28-32; pag. 432, lin. 20-25).



fol. 200 *verso*.

ad .*b*., ita .*b*. ad .*c*.; ergo est sicut .*d*. ad .*e*., ita .*a*. ad .*b*., et .*b*. ad .*c*.: numeri ergo .*a.b.c*. cumtinui sunt in proportione, quam habet quantitas .*d*. ad quantitatem .*e*.: quare multiplicatio ex .*d*. in numeros .*b.c*. et (*sic*) sicut multiplicatio .*e*. in numeros .*a.b*., ut superius demonstratum est. Sed qualiter inueniantur numeri .*a.b*., demonstrare uolo: quoniam est sicut .*f*. ad .*h*., ita .*a*. ad .*c*.; et .*h*. superat numerum .*f*. in 2; et numerus .*c*. numerum .*a*. in 5: est sicut 2 ad 5, ita .*f*. ad .*a*., et ita .*h*. ad .*c*.: quare si multiplicaueris numeros .*f.h*. per 5, scilicet 8, et 10; et summas, que sunt 40 et 50, diuiseris per 2, habebis 20 pro numero .*a*., et 25 pro numero .*c*.: et quia numeri .*a.b.c*. continue proportionales sunt, erunt multiplicatio numeri .*a*. in numerum .*c*., que est 500, sicut multiplicatio numeri .*b*. in se: quare numerus .*b*. est radix de 500; et sic inuenimus, primum numerum esse 20, et radix de 500; et secundus numerus addit 5 super ipsum, et est 25, et radix de 500, ut per alium modum inuenimus: et notandum, quod si radices .*d.e*. sibi inuicem commensurabiles essent, ita quod proportio quadrati radicis .*d*. ad quadratum radices (*sic*) .*e*. esset sicut proportio quadrati numeri ad quadratum numerum; essent itaque numeri .*a.b*. sibi inuicem commensurabiles; et coniunctum ex eis faceret numerum rationatum. Verbi gratia: sic (*sic*) .*d*. radix de 2, et .*e*. radix de 8, qui sunt quadrati radicum de .*d.e*.: est enim proportio de 2 ad 8 sicut proportio quadrati numeri 4 ad quadratum numerum 16.

• inuicem .... Verba • (fol. 200 *verso*, lin. 24; pag. 432, lin. 16 e 17).

d ———— e ————

pulcrius Et quia nolumus inuenire duos numeros, quorum unus excedat alterum in 5; et sit multiplicatio maioris eorum in radice de 2, sicut multiplicatio minoris in radicem de 8; multiplicabimus 2, et 8, que sunt quadrati radicum .*d.e*., per 5 predicta; et diuidemus que proueneriut per 6, que sunt differentiam (*sic*), que est inter 8 et 2, et habebimus pro numero .*a*. $\frac{2}{3}$ 1, et pro numero .*c*. habebimus $\frac{2}{3}$ 6: quare numerus .*b*., qui est medius inter utrumque, est duplum de $\frac{2}{3}$ 1, scilicet $\frac{1}{3}$ 3; cuius etiam tercius numerus, scilicet $\frac{2}{3}$ 6, duplus existit. Vnde addamus numeros .*a.b*. in unum, habebimus 5 pro minori numero; et si addamus numeros .*b.c*. simul, scilicet $\frac{1}{3}$ 3, et $\frac{2}{3}$ 6, facient 10 pro maiori numero. Et est proportio coniunctorum .*a.b*. ad cumiunctos .*b.c*., hoc est ad 10, sicut proportio .*d*. ad .*e*.: est enim radix de 2 medietas radicis de 8; et 5 similiter sunt medietas de 10; et sic in similibus studeas operari.

• que sunt .... $\frac{2}{3}$ 6 • (fol. 200 *verso*, lin. 29 e 30; pag. 432, lin. 23 e 24).

a	b	c
$\frac{2}{3}$ 1	$\frac{1}{3}$ 3	$\frac{2}{3}$ 6

Mvltiplicaui quodam auere in duplum eius, et radici uenientis summe addidit 2; et illud totum multiplicaui per auere predictum, et prouenerunt inde denarii 20: pone pro ipso auere rem; et multiplica eam in duplum eius, et uenient duo census; quorum raddici adde 2, et habebis radicem duorum censuum, et denarios 2; que multiplica per rem, et proueniet radix duorum censuum census, | et due res, que equantur denariis 30: redige ergo radicem duorum censuum census ad censum vnum; et hoc est, ut multiplices illud per radicem de $\frac{1}{2}$. Quia cum multiplicatur radix duorum censuum census per radicem duorum censuum census, proueniunt duo census censuum. Vnde si diuiserimus radicem duorum censuum census per censum, ueniet utique radix de 2: in qua si multiplicauerimus radicem dictorum censuum census, egredientur inde duo census tantum: quare si multiplicauerimus radicem duorum censuum census per medietatem radicis de 2, hoc est per radicem de $\frac{1}{2}$, ueniet inde unus census, ut diximus; et propter (*sic*) multiplica similiter duas res per radicem de $\frac{1}{2}$, veniet radix duorum cen-

fol. 201 *recto*.

suum; et sic habebis censum, et radicem duorum censuum, que equantur multiplicationi de 30 in radicem de $\frac{1}{2}$; que multiplicatio est radix de 450; et sic in hac questione census, et radices equantur numero: dimidia ergo radices, ueniet radix medietatis denarii; quam multiplica in se; ueniet $\frac{1}{2}$; quam adde cum radice de 450, et habebis pro quesito auere radicem de 450, et medietatem unius denariorum: de quorum radice extrahe radicem de $\frac{1}{2}$, remanebit radix radicis 450, et medietatis denarii, diminuta inde radice $\frac{1}{2}$ unius integri. Et notandum, quia quando diuiditur radix aliquot censuum census per censum, non est aliud nisi diuidere numerum per numerum; et cum diuiditur radix numeri per numerum, tunc diuidendus est numerus, cuius radix diuiditur per quadratum numeri, in quo radix diuidetur. Verbi gratia: uolumus diuidere radicem de 32 per 4; hic diuidenda sunt 32 per quadratum de 4; et radix eius quod prouenit, scilicet de 2, est id quod prouenit ex diuisione: eodemque modo et cum diuidimus radicem duorum censuum census per censum, tunc diuidimus duos census census per censum census; et radix eius, quod prouenerit, scilicet de 2, est illud quod prouenit ex diuissione, ut diximus. Item cum multiplicatur radix alicuius numeri per rem, aut per res, est sicut multiplicare radicem numeri per numerum: sed cum multiplicatur radix numeri per numerum, cum multiplicatur quadratum radicis per quadratum numeri, et radix eius quod prouenit, est id quod queratur. Verbi gratia: cum uolumus multiplicare radicem 8 per 4, multiplicamus 8 per 16; et radix uenientis summe, scilicet de 128, est summa quesite multiplicationis: similiter cum multiplicamus res per radicem numeri, debemus ipsas res multiplicare in se, et illud quod prouenit multiplicare per numerum radicis, et prouenientis summe radicem accipere; et ideo cum multiplicaulmus superius duas res in radicem de $\frac{1}{2}$, intelleximus multiplicationem duarum rerum in se, de qua proueniunt 4 census: quibus ductis in $\frac{1}{2}$, ueniunt duo census; radicem quorum diximus prouenire ex ipsa multiplicatione.

* partium .a. ... si multiplicatur » (fol. 201 recto, lin. 33-35; pag. 434, lin. 28-33).



Diuisi 10 in duas partes, et diuisi maiorem per minorem, et minorem per maiorem; et agregaui ea, que prouenerunt ex diuisione, et fuerunt radix 5 denariorum: sit una ipsarum partium .a., reliqua sit .b.; et diuidatur .b. per .a., et proueniet .g.d.; et .a. per .b., et pronenit .d.e.: dico primum, quod multiplicatio .a. in .b. producta in .g.e. est equalis duobus quadratis numerorum .a.b.; exemplumque: cum diuiditur .b. per .a., prouenit .g.d.; si multiplicatur .g.d. in .a., prouenit .b.; ergo si multiplicatio .g.d. in .a. ducatur in .b., erit sicut .b. in se. Rursus, quia cum diuiditur .a. per .b., prouenit .d.e.; ergo si multiplicatur .d.e. in .b., prouenit .a.: quare si multiplicatio .d.e. in .b. ducatur in .a., proueniet sicut .a. ducta in se: propterea si ducitur .a. in .b., et illud quod prouenit, duccatur in .g.e., erit sicut eumunctum quadratorum | numerorum .a.b.: et quia ita est; pro .a. pone rem, remanebunt pro .b. 10, minus re: et duc .a. in se, uenit census; et 10, minus re, in se, uenit 100, et census, diminutis 20 rebus; que adde cum censu, erunt 2 census, et denarii 100, diminutis 20 rebus: deinde multiplica .a. in .b., scilicet rem in 10, minus re, exibunt 10 res, diminuto censu; quod totum multiplica per .g.e.; quam quantitatem possumus radicem esse 5 denariorum, que ueniet radix 500 censuum, diminuta radice 5 censuum census, que equantur 2 censibus, et 100 denariis, diminutis 20 rebus. Restaura ergo 20 res, et radicem 5 censuum census utrique parti, erunt radix 5 censuum

fol. 201 verso.

census, et 2 census, et denarii 100 equales 20 rebus, et radici 500 censuum: redige hec omnia ad censum unum, hoc est ut multiplices hec omnia per radicem de 5, diminutis 2 denariis: nam ex multiplicatione radicis 5 censuum census, et duorum censuum in radicem 5, diminutis 2, prouenit census; quia cum multiplicatur radix 5, et denarii 2 in radicem de 5, minus 2, et prouenit 1; et ex multiplicatione 100 in radicem de 5, minus 2, prouenit radix 50000, diminutis 200 denariis: et ex multiplicatione 20 rerum, et radicis 500 censuum in radicem 5, minus denariis 2, ueniunt 10 res tantum; quia et ex multiplicatione radicis 5 in radicem 500 censuum prouenit radix 2500 censuum, scilicet 50 res; et ex multiplicatione 2 diminutorum in 20 res proueniunt 40 res diminute; quibus extractis de 50 rebus modo inuentis, remanet 10 res. Multiplicatio quidem 20 rerum in radicem de 5, que est addita, relinquimus, cum sit equalis multiplicationi radicis 500 censuum in 2 diminuta: et sic ex multiplicatione 20 rerum, et radicis 500 censuum in radicem 5, minus 2, proueniunt 10 res tantum, que equantur uni censui, et radici 50000, minus 200; et sic radices equantur censui, et numero: et nos ponamus hec in figura; ut que dicere uolumus clarius uideantur, sit superficiei recti-angule latus .*a.b.* equale rei; et .*b.c.* sit 10; et sic superficies .*a.c.* continebit 10 res: et quia 10 res equantur uni censui, et radici 50000, minus 200; auferamus a superficie .*a.c.* quadratum .*a.e.*, quod sit census, remanebit ex superficie .*a.c.* superficies .*f.c.*, que est radix 50000, minus 2000, que prouenit ex .*f.e.* in .*e.c.*, idest ex .*b.e.* in .*e.c.*: et diuidatur linea .*b.c.* in duo equa ad punctum .*d.*, et erit linea .*b.c.*, que est diuisa in duo equalia in punctum .*d.*, et in duo inequalia ad punctum .*e.*: quare si ex quadrato numeri .*b.d.*, quod est 25, auferamus multiplicationem ex .*b.e.* in .*e.c.*, que est radix 50000, minus 200, remanebunt 225, diminuta radice 50000, pro quadrato numeri .*d.e.*: quare si radix eius auferatur, que est numerus .*d.e.*, ex .*b.d.*, hoc est ex 5, remanebunt pro numero .*b.e.* 5, minus radice differentie, que est inter 225, et radicem 50000; et hec sunt una res, scilicet una duarum partium de 10: reliqua uero est numerus .*e.c.*, qui est 5, et radix differentie, que est inter radicem de 50000, et radicem de 225.

a sit superficies .... ex superficie a (fol. 201 verso, lin. 23 25; pag. 435, lin. 15 18).



Et si uis inuenire radicem de 225, minus radice de 50000; multiplica 225 in se, erunt 50625; de quibus abice 50000, remanet 625; quorum radix, que est 25, dimidia, uenient $\frac{1}{2}$ 12; que abice ex medietate de 225, que est $\frac{1}{2}$ 112, remanebunt 100: et adde $\frac{1}{2}$ 12 super $\frac{1}{2}$ 112, erunt 125; de quibus duabus (*sic*) numeris radices accipe, et minorem de maiori extrahe, remanebit radix de 125, minus 10, pro radice de 225, diminuta radice | 50000, que est numerus .*e.d.*: cui si addamus .*d.c.*, scilicet 5, habebitur pro tota .*e.c.* radix de 125, minus 5, que sunt maior pars: et si extraxerimus .*e.d.* ex .*b.d.*, scilicet radix de 125, minus 10 de 5, remanebunt pro minori parte, scilicet pro numero .*b.c.*, 15, minus radice de 125. fol. 202 *recto*.

Possumus enim aliter solutionem eiusdem questionis inuenire; et est ut ponas unam duarum partium rem, aliam uero 10, minus re; et ex diuissione 10, minus re in rem, veniat denarius; quare ex diuissione rei in 10, minus re, uenit radix 5, diminuto denario: et quia cum diuiditur 10 minus re per rem, prouenit denarius; si multiplicabitur denarius in rem, uenient utique 10 minus re; quia semper cum multiplicatur numerus diuidens per exeuntem, prouenit diuisus: similiter, quia cum diuiditur res per 10, minus

re, prouenit radix 5, diminuto denario; si multiplicaueris radicem 5, minus denario, in 10 minus re, prouenit inde res: sed ex multiplicatione radicis 5, minus denario, in 10 minus re, proueniunt 10, et radix 500, diminuta radice 5 censuum, et re 10; que multiplicatio sic fit: multiplicatur primum radix 5 per 10, et prouenit radix 500 addita; et radix 5 in re diminuta prouenit radix 5 censuum diminuta; et denarius diminutus in 10 addita proueniunt 10 denarii diminuti; et ex multiplicatione denarii diminuti in rem diminutam proueniunt 10 addita, diminuta re: et sic pro multiplicatione radicis 5, diminuto denario, in 10 minus re, prouenit radix 500, et denarii 10 minus re, et radicis 5 censuum, et denarii 10, que equantur rei: adde ergo utrique parti 10 denarios, et tolle ab utraque parte rem, et erunt 10, et radix 500, diminutis duabus rebus, et radice 5 censuum, que equatur 10, et denario: diuidamus per 10, et ueniet 1, et radix 5 censuum, diminuto $\frac{1}{5}$ rei, et diminuta radice $\frac{1}{20}$ census, que equantur uni denario: et quia ex ducto denario in rem prouenit 10 minus re; si id quod est equale uni denario, scilicet radix 5, et 1, minus quinta rei, et minus radice $\frac{}{20}$ (*sic*) census multiplicetur in rem, ueniet similiter ex ipsa multiplicatione 10 minus re: quare multiplicemus rem in radicem 5 et in 1, diminuta quinta rei, et radicem $\frac{1}{2}$ census, et uenient radix 5 censuum, et res, diminuta $\frac{1}{5}$ census, et radice $\frac{1}{2}$ census census, que equantur 10 minus re: adde ergo utrique parti rem, et $\frac{1m}{5}$ census, et radicem $\frac{1}{2}$ census census; et erunt radix $\frac{1}{5}$ census census, et $\frac{1}{5}$ census, et denarii 10 equales radici 5 censuum, et 2 rebus. Reduc ergo radicem $\frac{1}{2}$ census census, et quintam census ad censum unum; et est ut multiplices illud per radicem de 500, minus 20 denariis, et proueniet census: deinde ut reducas denarios 10, qui sunt cum censu, et radicem 5 censuum, et duas res, que opponuntur censui, multiplica eam per radicem 500, diminutis 20, et uenient 10 res, que equantur censui, et radici 50000, minus denariis 200, ut superius inuenimus: deinde operaberis ut supra, et habebis propositum.

• Est enim ... multiplicata • (fol. 202 *recto*, lin. 34, 35 e 36; pag. 436, lin. 26-29).



Est enim alius modus in soluendo similes questiones, quem demonstrare nequeo, donec quedam huic operi necessaria demonstrentur: si duo numeri quales cumque fuerint; et diuidatur secundus per primum, et primus per secundum; et que ex utrumque (*sic*) diuisione peruenerint, si insimul multiplicata fuerint, nimirum ueniet inde .1.: ad cuius rei euidentiam, sint duo numeri .*a*.*b*.; et diuidatur .*b*. per .*a*., et ueniat .*g*.*d*.; et .*a*. per .*b*., ueniat .*d*.*e*.: dico, quod si .*g*.*d*. multiplicetur in .*d*.*e*., egredietur ex ipsa multiplicatione .1.; quod sic probatur: qoia cum diuiditur | .*b*. per .*a*., prouenit .*g*.*d*.; ergo si multiplicetur .*g*.*d*. per .*a*., prouenit .*b*.; quod etiam prouenit, si multiplicetur .*i*. in .*b*.: quare est sicut .*b*. ad .*a*., ita .*g*.*d*. ad unitatem. Rursus quia cum diuiditur .*a*. per .*b*., prouenit .*d*.*e*.; si multiplicetur .*d*.*e*. in .*b*., prouenit .*a*.: sed si .*a*. ducatur in .*i*., prouenit similiter .*a*.; quare est sicut unitas ad .*d*.*e*., ita .*b*. ad .*a*.; sed sicut .*b*. ad .*a*., ita fuerit .*g*.*d*. ad unitatem; ergo est sicut .*g*.*d*. ad .1., ita unum est ad .*d*.*e*. Vnitas ergo media est inter .*g*.*d*. et .*d*.*e*.: quare multiplicatio .*g*.*d*. in .*d*.*e*. est sicut multiplicatio unitatis in se; sed ex ducto .*i*. in se prouenit .1.: ergo ex ducto .*g*.*d*. in .*d*.*e*. prouenit .*i*.; et hoc noluit (*sic*) demonstrare. Nunc reuertamur ad questionem; et diuidatur 10 in duas partes; et diuisi istam per illam, et illam per istam; et agregaui insimul que ex ipsis diuisionibus prouenerunt; et fuit totum hoc radix 5: diuidenda est ergo radix 5 in duas partes, quarum una multiplicata per aliam,

fol. 202 *verso*.

• diuidenda, ... diuidatur .g.b. • (fol. 202 *verso*, lin. 10, 11, 12 e 13; pag. 436, lin. 43 — pag. 437, lin. 1).



faciat 1; sintque predicte partes *.g.d.*, et *.d.e.*; et tota *.g.e.* sit radix 5; et diuidatur *.g.e.* in duo equa ad punctum *.c.*; et erit una queque pars *.g.c.*, et *.c.e.* radix de $\frac{1}{4}$ 1: et multiplicetur *.g.d.* in se, proueniet $\frac{1}{4}$ 1; et auferantur (*sic*) inde multiplicatio ex *.g.d.* in *.d.e.*, que est 1, remanebit $\frac{1}{4}$ pro quadrato numeri *.d.c.*; cuius radix, que est $\frac{1}{2}$, est numerus *.d.c.*; quo ablato ex *.g.c.*, remanebit pro *.g.d.* radix $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate denarii; et addita *.d.c.* super *.c.e.*, erit totus *.d.e.* radix de $\frac{1}{4}$ 1, et medietas denarii: ergo cum diuiditur maior pars de 10 per minorem, prouenit radix $\frac{1}{4}$ 1, et denarii $\frac{1}{2}$; et cum diuidetur minor pars per minorem, prouenit radix $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ denarii. Possumus enim has partes aliter inuenire: pone pro una duarum partium rem; alia erit radix 5, minus re: et multiplicetur res in radicem 5, minus re, uenit radix 5 censuum, diminuto censu, que equantur uni denario: adde ergo censum utrique parti, et erit census, et denarius 1, que equantur radici 5 censuum: dimidia ergo radicem 5 censuum; et erit radix $\frac{1}{4}$ 1; de qua abice 1, qui est cum censu, remanebit $\frac{1}{4}$. Cuius radicem, que est $\frac{1}{2}$, abice ex radice de $\frac{1}{4}$ 1, remanebit radix $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$, pro una duarum partium; reliqua uero erit radix $\frac{1}{4}$ 1 medietas denarii. Inuentis itaque his partibus, pone per (*sic*) maiori parte de 10 rem; minor uero erit 10, minus re; et diuide 10 minus re per rem, uenit radix $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$; quod multiplica per rem, uenit radix unius census, et $\frac{1}{4}$ census, minus medietate rei, que equantur 10, minus re. Adde ergo utrique parti medietatem rei, erunt 10, minus medietate rei, que et equantur radicem de censum (*sic*) $\frac{1}{4}$ 1: quare multiplica 10, minus medietate rei, in se, erunt 100, et $\frac{1}{4}$ census, diminutis 10 rebus; et multiplica radicem census $\frac{1}{4}$ 1 in se, et prouenit census $\frac{1}{4}$ 1: adde ergo utrique parti 10 res, et tolle ab utraque parte $\frac{1}{4}$ census, ueniet census, et 10 res, que equantur 100 denariis: operare deinceps in hoc secundum alzebra; et inuenies, maiorem partem, scilicet rem, esse radicem de 125, diminutis 5 denariis. Reliqua uero pars erit 15, diminuta radice de 125, ut superius inuenimus. Et nota: cum habuistis superius radicem unius census $\frac{1}{4}$, diminuta medietate unius rei, equari 10 denariis, et addidimus utrique parti dimidiam rem; tunc potuimus addere utrique parti rem; et essent radix census $\frac{1}{4}$ 1, et medietas rei, equales 10 denariis: et si secundum hanc processionem uis procedere, multiplica 10 in se, erunt 100; et multiplica radicem census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatem rei | in se, et prouenient census $\frac{1}{2}$ 1, et radix census census $\frac{1}{4}$ 1; et hec equantur denariis 100. Vnde, ut reducamus hec ad unum censum, multiplicabis ea per $\frac{1}{2}$ 1, minus radice de $\frac{1}{4}$ 1; et erit census equalis denariis 150, minus radice de 12500; quorum radix, que est radix de 125, minus 5, erit res, hoc est maior pars. fol. 203 recto.

Et si uolumus procedere per inuentionem minoris partis, pone eam rem; minor uero partis, erit 10, minus re; et quia ex diuissione 10, minus re, in rem, prouenit radix de $\frac{1}{4}$ 1, et medietas denarii, multiplica hec in rem, et uenit 10, minus re: sed ex multiplicatione radicis de $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis denarii in rem, prouenit radix census $\frac{1}{4}$ 1, et medietas rei; ergo hec equantur 10, minus rei. Vnde si ab utraque parte abstuleris medietatem rei, remanebit radix census $\frac{1}{4}$ 1 equalis 100, diminuta re $\frac{1}{2}$ 1: quare si multiplicabitur (*sic*) utramque partem in se, erit census $\frac{1}{4}$ 1, equális denariis 100, et censibus $\frac{1}{4}$ 2, diminutis 30 rebus. Adde ergo utrique parti 30 res; et tolle ab utrumque (*sic*) parte censum $\frac{1}{4}$ 1; et ueniet census, et denarii 10, que equantur 30 rebus. Age in hoc

secundum alzebra; et inuenies rem, scilicet minorem partem, esse 15, minus radice de 125, ut superius inuenimus. Et nota iterum: quando habuisti radicem census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatem rei equalem denariis 10, minus re; et extraxisti ab utrumque (*sic*) parte medietatem rei; tunc potuisti addere utrique parti rem, et esset radix census $\frac{1}{4}$ 1, et res $\frac{1}{2}$ 1, equales 10 denariis. Vnde, si multiplicaueris hec omnia in se, habebimus census $\frac{1}{2}$ 3, et radicem census census $\frac{1}{4}$ 11, equales denariis 100. Vnde, ut redigamus hec omnia ad proportionem huius census, multiplica ea per $\frac{1}{2}$ 3, minus radice $\frac{1}{4}$ 41, et uenit census equalis denariis 350, minus radice 112500; quorum radix, que est 15, diminuta radice 125, erit res, hoc est minor pars: maior uero pars est radix 125, minus 5. Possemus etiam in his aliis aliis (*sic*) modis procedere; sed ista que diximus, sufficiant: et scis, secundum hanc diuissionem, 10 diuisa esse media et extrema proportione; quia est sicut 10 ad maiorem partem, ita maior pars ad minorem: quare multiplicatis 10 in minorem partem, scilicet in 15, minus radice 125, faciunt equale multiplicationi maioris partis in se.

In qua proportione, si 10 diuidere uis, pone maiorem partem rem, minorem uero 10, diminuta re; in qua multiplica 10, erunt 100, diminutis 10 rebus; et multiplica rem in se, uenit census, qui equatur 100, diminutis 10 rebus. Adde ergo utrique parti 10 res, et erit census, et 10 res equales denariis 100. Age ergo in hiis secundum alzebra, et cetera.

minus re ... erunt 4 : fol. 203 recto, lin. 33, pag. 438, lin. 22 e 23

Diuisi 12 in duas partes, et diuisi qualibet (*sic*) illarum partium per aliam; et multiplicaui quodlibet exeuntium in se, et sunt 4 dragme. Pone pro maiori parte rem, pro minori 12, minus re; et diuidatur 12, minus re, in rem, et ueniat numerus .*a.b.*; et ex re diuisa in 12, minus re, ueniat .*b.c.*; et aggrega multiplicationes ex .*a.b.* in se, et ex .*b.c.* in se, erunt 4: et quia numerus .*a.c.* diuisus est in duo, scilicet in .*a.b.* et in .*b.c.*, erit multiplicatio dupli .*a.b.* in .*b.c.* cum quadratis numerorum .*a.b.* et .*b.c.*, equalis quadrato numeri .*a.c.*; sed ex quadratis numerorum .*a.b.* et .*b.c.* proueniunt 4; et ex duplo .*a.b.* in .*b.c.* ueniunt 2; quibus additis cum 4, faciunt 6 pro quadrato numeri .*a.c.*; ergo .*a.c.* est radix de 6: diuide ergo eam in duas partes per modum superius demonstratum. Vt ex minore ducta in maiorem ueniat 1; et erit minor pars radix $\frac{1}{2}$ 1, minus radice $\frac{1}{2}$; et maior erit radix $\frac{1}{2}$ 1, | et radix $\frac{1}{2}$: ergo cum diuideret 12, minus re, scilicet minor pars in rem, prouenit radix $\frac{1}{2}$ 1, minus radice $\frac{1}{2}$: multiplica radicem $\frac{1}{2}$ 1, minus radice $\frac{1}{2}$, in rem, et uenit radix census $\frac{1}{2}$ 1, minus radice medietatis census, que equatur denariis 12, minus re: deinde multiplica radicem unius census, et dimidii, minus radice medietatis census, in se, uenient duo census, minus radice trium censium census, que equantur multiplicationi 12, minus re in se, hoc est denariis 144, et uni censui, diminutis 24 radicibus: adde ergo utrique parti 24 res, et tolle ab utraque parte censum, et uenit census 24 res, diminuta radice trium censium census, que equantur denariis 144: multiplica ergo censum, minus radice trium censuum census in suum binomium, hoc est inde 1 radicem trium, et uenient duo census diminuti: quare multiplica unum censum, diminuta radice trium censuum census, in medietate sui binomium (*sic*), hoc est in $\frac{1}{2}$ in radicem de $\frac{3}{4}$, ueniet unus census diminutus: et multiplica 24 res similiter in $\frac{1}{2}$, et in radice de $\frac{3}{4}$, uenient 12, et res, et radix 432 cen-

fol. 203 verso.

Nel margine laterale esterno della carta 203 *recto* del Codice Magliabechiano C. I. 2616, a destra della figura a — b — c, si legge: « per 4 secundi ».

suum; et sic habetur ab una parte 12 res, et radix 432 censuum, diminuto censu, que equantur multiplicationi re (*sic*) 144 in $\frac{1}{2}$, et in radicem de $\frac{3}{4}$, hoc est denariis 72, et radici 15552: adde ergo censum utrique parti, et erunt res 2412, et radix 432 censuum, que equantur censui, et denariis 72, et radici de 15552; que radix est 12 radices de 108: dimidia ergo radices 12, et radicem 432, erunt 6 res, et radix de 108; que multiplica in se, uenient 144, et 12 radices de 108; de quibus abice numeros, qui sunt censu (*sic*), scilicet 72, et 12 radices de 108, remanebunt 72; quorum radicem abice ex medietate radicum, remanebunt 6, et radix de 108, diminuta radice 72 et pro quantitate rei, scilicet pro maiori parte: reliqua uero pars est 6 radix de 72; quam etiam partem inuenies, si ponas minorem partem rem; maior uero 12, minus re; et diuidas 12, minus re, per rem, ueniet radix $\frac{1}{2}$ 1 radix medietatis dragme; que multiplicata in rem, ueniunt radix census $\frac{1}{2}$ 1, et radix medietatis census, que equamtur (*sic*) 12, minus re: multiplica hec omnia in se, erunt duo census, et radix trium censuum, equales 144, et censui, diminutis 24 rebus: adde ergo utrique parti 24 res, et tolle censum ab utraque parte, remanebit radix trium censuum, et census 24 res, que equantur 144 dragmis: redige hec omnia ad censum unum; et est ut multiplices ea per radicem $\frac{3}{4}$, diminuta medietate dragme; et erit census, et radix 432 censuum, diminutis 12 radicibus, equales 12 radicibus de 108, minus 72 dragmis: multiplica ergo medietatem radicum, que sunt censu (*sic*), scilicet radix de 108, diminutis 6 radicibus in se, erunt 144, diminutis 12 radicibus de 108: super que adde 12 radices de 108, diminutis 72 dragmis, remanebunt 72; de quorum radice abice radicem de 108, minus 6, et habebis minorem partem radicem de 72, et dragmas 6, diminuta radice de 108. Vt superius inuenimus.

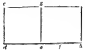
Diuisi 10 in duas partes, et diuisi quamlibet illarum per aliam; et multiplicaui quodlibet exeuntium in se ipsum, et minui minus ex maiori, et remanet 2 dragme. | Pone minorem partem rem, et maiorem 10, diminuta re; et diuidem (*sic*) 10, minus re, in rem, et uenit .*a*.; et ex re diuisa in 10, minus re, uenjet (*sic*) .*b*.: iam scis quia ex .*a*. ducta in .*b*. prouenit 1; quare si multiplicetur quadratus numeri .*a*. in quadratum numeri .*b*., ueuit quadratus unitatis, scilicet 1: quare ponamus pro numero .*b*. radicem unius census; et pro numero .*a*. radicem unius census, et duarum dragmarum; et multiplica .*b*. in se, ueniet census; et .*a*. in se, ueniet census, et 2 dragme: diminuto ergo censu, scilicet quadrato numeri .*b*. ex censu, et duabus dragmis, hoc est ex quadrato numeri .*a*., remanebunt itaque 2 dragme: multiplica ergo quadratum numeri .*b*. per quadratum numeri .*a*., scilicet censum per censum, et duas dragmas, uenient census census, et duo census, qui equantur uni dragme: deinde ponamus quadratum .*c*.*e*., qui sit equalis censui census; quare unum quodque latus ipsius erit census: et addamus linee .*d*.*e*., que est census, linea (*sic*) .*e*.*h*., que sit 2; et iaceat .*e*.*h*. in directo linee .*d*.*e*.; et compleatur figura recti angula .*g*.*h*., que prouenit ex .*g*.*e*. in .*e*.*h*., hoc est ex censu in 2: quare superficies .*g*.*h*. est 2 census; ergo tota superficies .*c*.*h*. est census census, et duo census, et equantur uni dragme; quia ex .*e*.*d*. in .*d*.*h*., prouenit dragma, scilicet ex censu in censum, et duas dragmas: diuidamus .*e*.*h*. in duo equalia in .*f*., et erit .*e*.*f*. 1; et quia ex .*c*.*d*. in .*d*.*h*. prouenit 1; et .*d*.*e*. equalis est etiam ex .*c*.*d*.; ergo ex .*d*.*e*. in .*d*.*h*. prouenit 1: cui si addamus quadratum unitatis .*e*.*f*., habebitur pro quadrato numeri .*d*.*f*. 2: super quorum radicem,

fol. 204 *recto*.

« minus re .... .*b*.: iam » (fol. 204 *recto*, lin. 2; pag. 439, lin. 25 e 26).



« uenient .... ex .*g*.*e*. in » (fol. 204 *recto*, lin. 9-12, pag. 439, lin. 34-37 e 38).

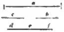


si addideris unitatem .h.f., scilicet (*sic*) erit totus .d.h. radix 2, et una dragma, hoc est quadratus numeri .a.; cuius radix, que est numerus .a., ducatur in .b., ueniunt 10, minus re: quare si multiplicauerimus quadratum eius, scilicet census, in quadratum numeri .a., scilicet in radicem 2 dragmarum, et in dragmam, ueniet quadratus 10, minus re, hoc est 100 dragme, et census, diminutis 20 rebus: sed ex multiplicatione census in radicem 2, prouenit duorum (*sic*) censuum census, et unus census, que equantur dragmis 100, et censui, diminutis 20 rebus: adde ergo 20 res utrique parti, et tolle ab utraque parte censum, remanebunt radix duorum censuum census 20 res, que equantur 100 dragmis: sed ut redigamus hec omnia ad censum unum, multiplica ea per radicem $\frac{1}{2}$ dragme; quia cum multiplicamus radicem 2 censuum census in radicem $\frac{1}{2}$ dragme, prouenit census; et cum multiplicamus 20 res in radicem $\frac{1}{2}$, prouenit radix 200 censium; et cum multiplicatur 100 in radicem $\frac{1}{2}$, prouenit radix 5000 dragmarum; ergo census, et radix 200 censuum (*sic*) equatur radici de 5000 dragmarum. Vtere, si uis, in hoc suprascripta figura; et pone quadratum .c.e. censum, et superficiem .g.h. radicem 200 censuum; quare .e.h. erit radix 200 dragmarum; qua diuisa in duo equa in .f., erit una queque quantitatum .e.f. f.h. radix 50: quare ex ductu quantitatis .d.e. in .d.h. cum quadrato quantitatis .e.f. est sicut .d.f. in se; sed ex .d.e. in .d.h., hoc est ex .c.d. in .d.h., prouenit radix 5000 dragmarum; et ex ductu .e.f. in se proueniunt 50; ergo ex ductu .d.f. in se proueniunt radix 5000, et 50 dragme: quare numerus .d.f. est radix radicis 5000 dragmarum de 50; de qua si auferatur .d.f., scilicet radix de 50, remanebit pro quantitate .d.e., que est res, radix radicis 5000 dragmarum, et
fol. 201 verso de 50, di|diminuta (*sic*) radice 50 dragmarum, que sunt minor pars: residuum, quod est usque in 10, scilicet 10, et radix 50, diminuta radice radicis quinque milium 50 dragmarum, est maior pars; quam habebis si pulsaueris eam rem, et minorem 10, diminuta re: quia cum diuiseris 10, minus re in rem, ueniet radix radicis duarum dragmarum, et minus dragma; quam si multiplicauerimus in se, ueniet radix duarum dragmarum, minus dragma; quam etiam si multiplicaueris in censum, scilicet in quadratum rei, ueniet radix duarum (*sic*) censuum census, diminuto censu, que equatur 100, et censui, diminutis 20 rebus: adde ergo utrique parti 20 res, et tolle ab utrumque (*sic*) parte censum, ueniet 20 res (*sic*), et radix duorum censuum census, diminutis duobus censibus. Radice (*sic*) hec ad censum unum; et est ut multiplices ea per 1, et radicem $\frac{1}{2}$ dragme; que cum multiplicatur radix duorum censuum census, minus 2 censibus, in suum binomium, ueniunt inde duo census diminuti: ergo cum multiplicaueris radicem duorum censuum census, diminutis duobus censibus, in medietatem sui binomii, scilicet in 1, et in radicem $\frac{1}{2}$ dragme, ueniet unus census diminutus: et cum multiplicantur 20 res in 1, et in radicem $\frac{1}{2}$, ueniunt 20 res, et radix, et 200 censuum; et cum multiplicantur 100 in 1, et in radicem $\frac{1}{2}$, uenient 100, et radix quinque milium. Et sic 20 res, et radix 200 censuum, diminuto censu, equantur 100, et radici 5000 dragmarum: adde ergo censum utrique parti, et erunt 20 res, et radix 200 censuum, equales censui, et 100 dragmis, et radici 5000 dragmarum: dimidia ergo radices, et age eis secundum alzebra, et inuenies rem, scilicet maiorem partem esse 10, et radix 50, diminuta radice radicis 5000, et dragmarum 50, ut superius diximus.

Diuisi 10 in duas partes, et per unamquamque ipsarum diuisi 10; et que ex dimi-

sione exierunt, fuerunt 5 dragme. Notandum est primum, quod quando aliquis numerus diuiditur in duas partes, et per unamquaque (*sic*) ipsarum diuiditur ipse numerus, quod id, quod aggregatur ex duabus diuisionibus, est 2 plus eo quod aggregatur ex duabus diuisionibus uniuscuiusque partis in aliam: exemplum: diuidatur numerus *.a.* in partes; et diuidatur *.c.* per *.b.*, et proueniat *.d.e.*; et *.b.* per *.c.*, et proueniat *.e.f.*; dico quod, si diuidatur *.a.* per *.b.* et per *.c.*, egredientur inde 2, plus numero *.d.f.*; quod sic probatur: quia *.b.c.* sunt equales numeri *.a.*; est, cum diuiditur *.a.* per *.b.*, sicut cum diuiduntur numeri *.b.c.* per *.b.*; sed cum diuiditur *.b.* per *.d.*, prouenit 1; et cum diuiditur *.c.* per *.b.*, prouenit *.d.e.*; ergo cum diuidantur numeri *.b.c.*, hoc est numerus *.a.*, per *.b.*, prouenit unus, plus eo quod prouenit ex *.c.* diuiso per *.b.* Item, cum diuiditur *.a.* per *.c.*, est sicut cum diuiduntur numeri *.c.b.* per *.c.*; sed cum diuiditur *.c.* per *.c.* (*sic*), prouenit 1; et cum diuidetur *.b.* per *.c.*, prouenit *.e.f.*; ergo cum diuiduntur numeri *.c.b.* per *.c.*, prouenit 1, plus eo quod prouenit ex diuissione ex *.b.* in *.c.*: quare cum diuiditur *.a.* per numeros *.b.c.*, ueniunt 2, plus eo quod prouenit ex duabus diuisionibus, que fiunt ex *.c.* per *.b.*, et ex *.b.* per *.c.*: ergo quia preponitur, 10 diuidere in duas partes; et per unam quamque earum diuidere 10; et ipsius diuisionibus ueniunt 5; tolle 2 de 5, remanent 3.

« duabus diuisionibus .... sunt equales » (fol. 204 *verso*, lin. 25-28; pag. 441, lin. 4-11).



Diuisi 10 in duas partes, et diuisi istam per illam, et illam per istam; et prouenerunt 3 dragme: operare secundum | quod dicta sunt superius, et habebis quesitum: utere in hoc uia alia, que est ut diuidas 10 in duas partes, et ponas minorem partem 5, minus re, aliam uero 5, et rem; et multiplica unam in aliam, uenient 25, diminuto censu; que duc in 3, ueniunt 75, diminutis tribus censibus; et multiplica unamquamque partinm in se, et prouenient 50, et duo census, que equantur dragmis 75, diminutis tribus censibus: adde ergo utrique parti 3 census, et tolle ab utramque (*sic*) parte 50, uenient 5 census equales 25 dragmis : diuiditur (*sic*) ergo 25 dragmas per 5, uenient 5 dragme pro quantitate census; quare radix earum est res: ergo minor pars erit 5, diminuta radice 5 dragmarum; et maior erit 5, et radix de 5.

fol. 205 *recto*.

Vel aliter : diuide 3 predicta in duas partes, quarum una multiplica per aliam faciat 1; erit minor pars $\frac{1}{2}$ 1, minus radice $\frac{1}{4}$ 1; et maior erit $\frac{1}{2}$ 1, et radix de $\frac{1}{4}$ 1: et ex hoc manifestum est, quod cum diuiduntur 10 in duas partes, et diuiditur maior earum per minorem, tunc prouenit $\frac{1}{2}$ 1, et radix $\frac{1}{4}$ 1 dragme : quare multiplica exeuntem per diuidentem, et ueniet inde diuisus numerus: ergo si multiplicaueris $\frac{1}{2}$ 1, et radicem de $\frac{1}{4}$ 1 per 5, minus re, proueniet numerus diuisus : sed ex ductu $\frac{1}{2}$ 1, et radix $\frac{1}{4}$ 1 in 5, minus re, ueniunt $\frac{1}{2}$ 7, et radix de $\frac{1}{4}$ 31, diminuta re $\frac{1}{2}$ 1, et radice census $\frac{1}{4}$ 1, que equantur dragmis 5 et rei: quare adde utrique parti rem $\frac{1}{2}$ 1, et radicem unius census, et $\frac{1}{4}$ census; et tolle ab utraque parte 5, remanebunt res $\frac{1}{2}$ 2, et radix census $\frac{1}{4}$ 1, que equantur dragmis $\frac{1}{2}$ 2, et radici $\frac{1}{4}$ 21 : multiplica ergo unam quamque istarum duarum partium in se, et erunt census $\frac{1}{2}$ 7, et radis $\frac{1}{4}$ 11 census census, que equantur dragmis $\frac{1}{2}$ 37, et 5 radicibus de $\frac{1}{4}$ 31, que sunt una radix de $\frac{1}{4}$ 751: reduc ergo omnia hec ad unum censum ; et est ut multiplices omnia que habes per $\frac{2}{10}$ dragme, diminuta radice $\frac{1}{20}$, ueniet census equalis dragmis 5: ergo res est radix 5 dragmarum; qua addita, et diminuta ad 5, uenient pro minori parte 5, minus radice 5 dragmarum; et alia erit 5, et radix 5 dragmarum, ut superius diximus. Et si uis scire,

quomodo multiplicatis $\frac{1}{2}$ 37, et radix $\frac{1}{4}$ 781 per $\frac{3}{10}$ dragme, dimiunta radice $\frac{1}{20}$ dragme; multiplica primum $\frac{1}{2}$ 37 per $\frac{3}{10}$, ueñient $\frac{1}{4}$ 11 addita; et multiplica radicem de $\frac{1}{4}$ 781 pro (*sic*) radicem $\frac{1}{20}$, hoc est accipe $\frac{1}{20}$ de $\frac{1}{4}$ 781, ueniet radix de $\frac{1}{16}$ 39 diminuta; que radix est $\frac{1}{4}$ 6: quibus extractis de $\frac{1}{4}$ 11, remanent 5 pro summa dicte multiplicationis. Nam multiplicatio de $\frac{3}{10}$ in radicem de $\frac{1}{4}$ 781 addita equatur multiplicationi radicis $\frac{1}{20}$, diminute $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{37}$.

Possumus etiam in hiis, et in similibus uti uia alia; et est ut diuidas 10 in duas partes, et ponas minorem partem 5, minus re, maiorem uero quinque, et re; et diuidantur 10 per utranque partem, et uenient 5, ut dictum est: multiplica secundum hunc modum 5, minus re, in 5 et rem, uenient 25, diminuto censu; que multiplica per 5, que uenient ex duabus diuisionibus predictis 125, diminutis 5 censibus, que equantur 100, scilicet multiplicationi de 10 in se, ut inferius demonstrabo: sed adde primum utrique parti 5 census, et tolle ab utraque parte 100, remanebunt 5, et census equales 25 dragmis; quare census est 5 dragme, ut dictum est. Age deinceps ut supra, et inuenies propositum.

diuidatur .... adiaceat » (fol. 205 *recto*, lin. 35 e 36 38 e 39; pag. 442, lin. 15-19).



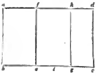
Adiaceant duo numeri .*a.b.*, et .*b.c.*; et diuidatur .*a.c.* per .*a.b.*, et proueniat .*d.e.*; et diuidatur etiam .*a.c.* per .*b.c.*, et ueniet .*e.f.*: dico quod multiplicatio .*a.b.* in .*b.c.* ducta in .*d.f.* est sicut multiplicatio .*a.c.* in se; quod sic probatur: quoniam cum diuidatur .*a.c.* per .*a.b.*, prouenit .*d.e.*; si multiplicetur .*d.e.* per .*a.b.*, prouenit numerus .*a.c.*: communis adiaceat numerus .*b.c.*, erit multiplicatio .*d.e.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.* sicut multiplicatio | .*a.c.* in numerum .*b.c.*: rursus, cum diuiditur numerus .*a.c.* per numerum .*b.c.*, prouenit numerus .*e.f.*; ergo cum multiplicatur .*e.f.* in numerum .*b.c.*, prouenit numerus .*a.c.*: communis adiaceat numerus .*a.b.*, et erit multiplicatio .*e.f.* in .*b.c.* ducta in .*a.b.*, sicut multiplicatio .*a.c.* in .*a.b.*: ergo multiplicatio .*d.e.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.* multiplicatione .*e.f.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.*, hoc est in .*b.c.* ducta in .*a.b.* est sicut multiplicatio .*a.c.* in .*b.c.* cum multiplicatione .*a.c.* in .*a.b.*. Sed multiplicationes .*a.c.* in .*b.c.*, et ex .*a.c.* in .*a.b.* sunt sicut multiplicatio .*a.c.* in se; ergo et multiplicationes .*d.e.* et .*e.f.* in .*a.b.* ducte in .*b.c.* sunt sicut .*d.f.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.*: sed multiplicatio .*d.f.* in .*a.b.* ducta in .*b.c.* est sicut multiplicatio .*a.b.* in .*b.c.* ducta in .*d.f.*; ergo multiplicacio numeri .*a.b.* in .*b.c.* ducta in .*d.f.* est sicut multiplicatio .*a.c.* in se; et hoc est quod uolui demonstrare. Vnde si .*a.c.* sit 10, et ipsa 10 sint diuisa in partes .*a.b.* et .*b.c.*; et ex diuisione 10 in .*a.b.*, et in .*b.c.* proueniunt 5: quesiui (*sic*) numerus .*e.f.* multiplicatio .*a.b.*, scilicet 5, minus re in .*b.c.*, hoc ergo est in 5, et rem ducta in 5, scilicet in .*d.f.*, sicut multiplicatio .*a.c.*, hoc est ex 10 in se, sicut superius operati fuimus.

fol. 205 *verso*.

« *a.c.* in .... multiplicatio .*d.e.* » (fol. 205 *verso*, lin. 1-3; pag. 442, lin. 20-22 e 23).



« in se ipsum .... census, erit » (fol. 205 *verso*, lin. 15-20; pag. 442, lin. 37-43).



De quodam auere minui duas radices eius, et 4 dragmas; et multiplicaui residuum in se ipsum, et prouenit occuplum ipsis (*sic*) aueris. Pone pro ipso auere censum, qui sit quadratum .*a.c.*, cuius uuum quodque latus sit radix illius census; et auferatur ab ipso superficies .*a.e.*, que sit 4 dragme; et ex superficie .*f.c.* auferatur superficies .*f.g.*, que sit 2 radices census .*a.c.*, remanebit superficies .*h.c.* pro residuo, quod remanet ex predicto censu, hoc (*sic*) ex predicto auere, ablatis ab ipsa 2 radices eius, et 4 dragmas, scilicet superficies .*a.g.*: ergo cum proponitur, quod ex multiplicatione residui .*h.c.* in se proueniat occuplum census, erit superficies .*h.c.*, que est residuum

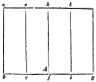
predictum, radix de 8 censuum. Sed superficies *.h.c.* prouenit ex *.h.g.* in *.g.c.* ; et *.h.g.* est res, cum sit equalis lateri *.a.b.*; quare numerus *.g.c.* est radix 8 dragmarum; quia ex ducta re in radicem 0 prouenit radix 0 censuum, scilicet superficies *.h.c.* : et quia superficies *.f.g.* est 2 radices census *.a.c.*, et prouenit ex *.e.f* in *.e.g.*; et *.e.f.* est res, necessario sequitur, numerum *.e.g.* esse 2: quare totus *.e.c.* est 2, et radix 8 dragmarum. Item quia superficies *.a.c.* est 4, et prouenit ex *.b.e.* in *.b.a.*, hoc est ex *.b.e.* in *.b.c.*; si diuidatur *.e.c.* in duo equa ad punctum *.i.*, erit multiplicatio *.b.e.* in *.b.c.* cum quadrato numeri *.e.i.*, sicut multiplicatio *.b.i.* in se: est enim *.e.i.* medietas de 2, et de radicis (*sic*) 8, hoc est 1, et radix dramarum (*sic*) 2: quo binomio in se multiplica (*sic*), ueniunt 3, et radix 8; quibus additis cum 4, que proueniunt ex *.b.e.* in *.b.c.*, faciunt 7, et radicem 8 pro quadrato numeri *.b.i.*: quare *.b.i.* est radix 7, et radicis 0 dragmarum: cui si addatur numerus *.i.c.*, qui est 1, et radix 2 dragmarum, erit tota *.b.c.*, que est radix census *.a.c.*, radix 7 dragmarum, et radicis 8, et una dragma, et radix duarum dragmarum. Vnde ut habeamus quadratum *.a.c.*, multiplica numerum *.b.c.* in se, cum sit radix census *.a.c.*: multiplicatio quidem *.b.c.* in se sic fit: quia numerus *.b.c.* diuisus est in duo, scilicet in *.b.i.* et in *.i.c.*, erunt quadrati numerorum *.b.i.* et *.i.c.* cum duplo multiplicationis *.i.c.* in *.b.i.*, sicut *.b.c.* in se: sed quadratus numeri *.b.i.* est 7, et radix 0 dragmarum; quibus insimul iunctis, faciunt 10, et duas radices 8, que sunt una radis de 32; et ex multiplicatione *.i.c.* in *.b.i.*, hoc est ex radice trium, et (*sic*) radices 0 in radicem 7, et radicis 8 prouenit radix 29, et radix radicis 10 radicum 8; cuius radicis duplum est radix quadrupli, scilicet ex 116, et radicis 40 radicum de 8. | Nam 40 radices 8 sunt una radix 12800 fol. 206 recto
dragmarum; et sic processum (*sic*) *.a.c.*, hoc est pro quesito auere, habentur 10, et una radix 32, et una radix de 116, et radicis 1212000; que omnia reducta ad numerum sunt inter $\frac{2}{3}$ 4 , $\frac{3}{4}$ 40.

Est quoddam auere, cuius radices, et radix medietatis eius, et radix tercie eius sunt equales censui. Pone pro ipso auere censum; et quia due res, et radix medietatis census, et radix tercie census equantur censui, fac quadratum suprascriptum *.a.c.* censum, et due radices ipsius census, fuit superficies *.d.g.*; et radix medietatis census esto superficies *.e.h.*; et radix tercie census sit superficies *.b.f.*; quare *.c.g.* erit 2, et *.e.g.* erit radix $\frac{1}{2}$ dragme, et *.b.e.* erit radix $\frac{1}{3}$ dragme; et sic tota *.b.c.*, que est res, erit 2, et radix $\frac{1}{2}$, et radix $\frac{1}{3}$: multiplica ergo hec in se, et uenient $\frac{5}{6}$ 4, et radix 8, et radix $\frac{1}{3}$ 5, et radix $\frac{2}{3}$ unius dragme pro quantitate census, hoc est quesiti aueris: et si uis scire quomodo multiplicantur 2, et radix $\frac{1}{2}$, et radix $\frac{1}{3}$ in se, multiplica primum 2 in se, et radicem medietatis dragme, et radicem tercie dragme in se, et uenient $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ 4, hoc est $\frac{5}{6}$ 4 : deinde multiplica duplum de 2 in radicem $\frac{1}{2}$, et ueniet radix 8; et multiplica iterum duplum de 2 in radicem $\frac{1}{3}$, et ueniet radix de $\frac{1}{3}$ 5: post hec multiplica radicem $\frac{1}{2}$ in radicem $\frac{1}{3}$, et ueniet radix $\frac{1}{6}$ dragme; quam radicem duplica, et ueniet radix $\frac{2}{3}$ dragme.

Est quoddam auere, cuius 2 radices, et radix medietatis eius, et radix tercie eius sunt 20 dragme. Pone pro ipso auere censum; et dic, quod 2 radices census, et radix $\frac{1}{2}$ census, et radix $\frac{1}{3}$ census equantur 20 dragmis; et tolle ab utraque parte duas res, et erunt 20 dragme, minus duabus rebus, equales radici medietatis census, et radici

tercie census: multiplica quidem 20, diminutis 2 rebus, in se, erunt 400, et 4 census, diminutis 80 rebus, que equantur multiplicationi radicum medietatis census, et tercie census; que multiplicatio surgit in $\frac{5}{6}$ census, et in radicem $\frac{2}{3}$ census census: adde ergo utrique parte (*sic*) 80 res, et tolle utraque parte $\frac{5}{6}$ census, et radicem $\frac{2}{3}$ census census: et erunt 400 dragme, et census $\frac{1}{6}$ 3, minus radice $\frac{2}{3}$ census census, que equantur 80 rebus: duo (*sic*) ergo hec omnia ad unum censum; et est ut multiplices ea per $\frac{144}{227}$ dragme, et per radicem $\frac{400}{227}\frac{2}{227}$. In quibus multiplicatis 80 rebus Veniunt (*sic*).

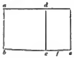
« eius, et .... in .a.g. » (fol. 206 *recto*, lin. 27-32; pag. 414, lin. 8-14 e 15).



Et si dixeris: de quodam auere minui duas radices eius, et radicem medietatis eius, et radicem tercie eius, et remanserunt 20 dragme. Pone pro ipso auere censum, qui sit quadratum *.a.g.*; et minue ab ipso duas radices eius, et radicem medietatis eius, et radicem tercie eius, que sunt superficies *.a.c.*, et *.e.f.*, et *.h.i.*, remanebit ex toto quadrato superficies *.k.g.*, que est 20: manifestum est enim, quod numerus *.b.c.* est 2, et *.c.f.e.* radix $\frac{1}{2}$, et *.f.i.* est radix $\frac{1}{3}$ dragme; quare totus numerus *.b.i.* est 2, et radix $\frac{1}{2}$, et radix $\frac{1}{3}$, et numerus *.i.g.* est ignotus: sed ex *.k.i.*, qui est res, in *.i.g.* proueniunt 20: sed *.b.g.* equalis est numero *.i.k.*; ergo ex *.b.g.* in *.i.g.* ueniunt 20: diuidamus itaque numerum *.b.i.* in duo equalia, que sint *.b.d.*, et *.d.i.*; erit ergo multiplicatio *.b.g.* in *.i.g.* cum quadrato numeri *.i.d.*, equalis quadratu numeri *.g.d.*; ergo numerus *.g.d.* erit notus. Cui si addatur numerus *.b.d.*, qui est notus, cum sit medietas de 2, et radicis $\frac{1}{2}$, et radicis $\frac{1}{3}$, erit totus numerus *.g.b.*, qui est res, notus; quem si multiplicauerimus in se, erit quadratum *.a.g.* notum, scilicet auere quesitum.

fol. 206 *verso*.

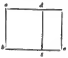
« eius .... in .b.e. » (fol. 206 *verso*, lin. 1-4; pag. 444, lin. 22-26).



Et si dicemus tibi: adde super quodam auere 4 radices eius, et radicem medietatis | eius, et radicem $\frac{2}{3}$ eius, et erunt 10 dragme, quantus est census: pone pro ipso auere censum, qui sit quadratum *.a.c.*; et aiungantur 4 radices eius, et radix medietatis eius, que sint superficies *.d.e.*; quare numerus *.c.e.* erit 4, et radix $\frac{1}{2}$, et radix $\frac{2}{3}$, secundum ea que premissa sunt: et quia tota superficies *.a.e.* ponitur esse 10, et proueniant ex *.a.b.* in *.b.c.*, hoc est ex *.b.c.* in *.b.e.*, si addamus ad 10 quadratum.

Medietatis (*sic*) numeri *.c.e.*, erit totus numerus *.b.f.* notus; de quo si auferamus numerum *.f.c.*, remanebit numerus *.b.c.* notus: et quia *.b.c.* est res, si ducamus eam in se, uenit quadratum *.a.c.*, hoc est quesitum auere nutum.

« totum .... prouenit » (fol. 206 *verso*, lin. 11-15; pag. 444, lin. 31-35).

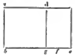


Et si dicemus tibi: super quodam auere addidi radicem eius, et radicem medietatis eius; et hoc totum multiplicaui in se, et prouenit quicuplum ipsius aueris: pone pro ipso auere censum *.a.g.*; et aiungatur ei superficies recti anguli *.d.e.*, que sit una radix ex quadrato *.a.g.*, et radix medietatis eius; et erit numerus *.g.e.* 1, et radix medietatis dragme numerus *.g.d.* sit res; nam ex multiplicatione rei in 1, et in radicem medietatis dragme, prouenit vna radix census, et radix medietatis.

eius (*sic*): et quia proponitur, quod ex multiplicato numero *.a.e.* in se prouenit quincuplum quadrati *.a.g.*, erit numerus *.a.e.* radix quinque censuum; et prouenit ex ducto *.a.b.* in *.b.e.*; et *.a.b.* est res; quare *.b.e.* est radix 5 dragmarum; quia cum multiplicatur res in radicem 5 dragmarum, prouenit radix 5 censuum, hoc est numerus *.a.e.* Vnde si ex *.b.e.* auferatur numerus *.g.e.*, qui est 1, et radix medietatis dragme, remanebit pro quantitate rei, hoc est pro numero *.b.g.*, radix 5 dragmarum, diminuta dragma, et radice medietatis dragme: que si multiplicauerimus in se, uenient dragme $\frac{1}{2}$ 6, et radix duarum dragmarum, diminuta radice 20, et radicem 10 dragmarum pro quantitate census *.a.g.*, hoc est pro quesito auere.

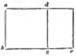
Item super quodam auere addidi radicem eius, et radicem medietatis eius, et hoc totum multiplicaui in se, et prouenit 20 dragme. Intellige utrum ista figura quadratum .*a.g.* esse censum, et superficies .*d.e.* radicem census, et radicem medietatis eius: et quia proponitur, quod ex cumiuncto predictorum multiplicato in se proueniunt 20, erit superficies .*a.e.* radix 20 dragmarum; et prouenit ex re .*a.b.* ducta in numerum .*g.b.e.*; sed ex .*a.b.* in .*b.e.* pronenit census .*a.g.*, et superficies .*d.e.*, que est radix census, et radix medietatis eius; et sit (*sic*) census, et res, et radix medietatis census equantur radici 20 dragmarum; et est, per ea que diximus, numerus .*g.e.* 1, et radix medietatis dragme: quare medietas ipsorum, que sit .*g.f.*, erit $\frac{1}{2}$; et radix $\frac{ue}{8}$ dragme: et quia ex .*a.b.* in .*b.e.*, hoc est ex .*b.g.* in .*b.e.*, prouenit radix 20; si addatur ei multiplicatio ex .*g.f.* in se, que est $\frac{3}{8}$, et radix $\frac{ue}{8}$ dragme, uenient radix 20, et radix $\frac{ue}{4}$ dragme, et insuper $\frac{3}{8}$ unius dragme pro quadrato numeri .*b.f.*: quot (*sic*) si ex radice ipsorum auferatur numerus .*b.f.*, qui est medietas dragme, et radix $\frac{ue}{8}$ dragme, remanebit pro numero .*b.g.*, scilicet pro re, radix radicis 20, et radicis $\frac{ue}{8}$ dragme; et ex $\frac{3}{8}$ dragme, diminuta medietate dragme, et radice $\frac{ue}{8}$ dragme pro quantitate rei .*b.g.* Qve est radix numeri quesiti aueris. |

« predictorum . . . . , et radix » (fol. 206 *verso*, lin. 28-31; pag. 445, lin. 4-7).



fol. 207 *recto*.

« et prouenit .... dragmarum » (fol. 207 *recto*, lin. 2-4; pag. 445, lin. 18-24).



Item super quodam auere addidi radicem medietatis eius; et multiplicaui agregatum in se, et prouenit quadruplum eius: sit suprascripta figura quadratum .*a.g.* census, et superficies .*d.e.* radix $\frac{1}{2}$ census: et quia proponitur, quod hec in se multiplicata faciunt quadruplum census, erit superficies .*a.e.* radix 4 censuum; et prouenit ex re .*a.b.* in numerum .*b.e.*; ergo numerus .*b.e.* est radix 4 dragmarum; et sic .*b.e.* est 2; de quibus si tollatur .*g.e.*, qui est radix $\frac{1}{2}$ dragme, remanebit pro re .*b.g.* 2, minus radice $\frac{1}{2}$ dragme; quibus in se multiplicatis, reddunt $\frac{1}{2}$ 4, minus radice 8 dragmarum pro quesito auere.

Multiplicaui quoddam auere, et radicem 3 per idem auere, et radicem 2 dragmarum, et prouenerunt 20 dragme: pone pro ipso auere rem; et multiplicata (*sic*) rem, et radicem 3 per rem, et radicem 2, ueniet census 6 dragme, et radix 12 censuum, et radix 8 censuum, que equantur 20 dragmis: tolle ab utraque parte sex, remanebit census, et radix 12 censuum, et radix 8 censuum, que equantur 14 dragmis: multiplica ergo medietatem radicum in se, hoc est radicem 3, et radicem 2 dragmarum, uenient 5 dragme, et radix 24 dragmarum; que adde cum 14, erunt 19, et radix 24: de quorum radice abice medietatem radicum, scilicet radicem 3, et radicem de 2, remanebit radix de 19, et radicis 24, diminuta radice 3, et radice 2 dragmarum pro quantitate rei, hoc est quesiti aueris.

Cuidam aueri addidi 7 dragmas; et multiplicaui aggregatum in radicem tripli ipsius aueris, prouenit decuplum ipsius: pone pro ipso auere rem, et adde ei 7; et multiplica aggregatum per radicem trium rerum, et uenient 10 res, hoc est decuplum rei. Multiplica ergo 10 res in se, uenient 100 census; et multiplica radicem 3 rerum in se, uenient 3 res; et multiplica rem 7, et dragmas in se, uenient 1 census, et 14 res, et dragme 49; cum que multiplica per 3 res, uenient 3 cubi, et 42, et census, et res 147, que equantur censibus 100: abice ab utraque parte 42, et census, remanebunt 3 cubi, et 147, et res, que equantur censibus 58: diuide hec omnia per rem, et uenient 3 census, et dragme 147, que equantur 58 rebus: reduc ergo hec omnia ad censum

unum; hoc est diuide ea per 3, exibit census, et dragme 49 equales rebus $\frac{1}{5}$ 10: dimidia ergo radixes (*sic*), erunt $\frac{3}{5}$ 0; que multiplica in se, erunt $\frac{4}{9}$ 93; de quibus abice 49, remaneut $\frac{4}{9}$ 44; quorum radicem, que est $\frac{2}{3}$ 6, abice de medietate radicum, remanebunt 3 pro quantitate rei, scilicet pro auere quesito.

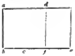
Super una quaque duarum inequalium quantitatum, quarum una est triplum alterius, addidi radicem eius, et multiplicaui unum ex aggregatis in aliud, et prouenit decuplum maioris quamtitatis (*sic*): pone pro minori quantitate rem, et pro mainri 3 res; et adde unicuique ad eorum radicem suam; et multiplica unum per alium, hoc est rem, et radicem rei in 3 res, et radicem 3 rerum, et uenient 3 census, et radix trium censuum, et radix 9 cuborum, et radix 3 cuborum; quia ex multiplicatione rei in 3 res ueniunt 3 census, et radicem rei in radicem 3 rerum prouenit radix 3 censuum; et ex re in radicem trium rerum prouenit radix 3 cuborum; et multiplicatione trium rerum in radicem rei prouenit radix 0 cuborum; et hec omnia equantur decuplo maioris quantitatis, hoc est 30 rebus: tolle itaque ab utraque parte 3 census, et radicem 3 censuum, remanebunt 30 res, diminutis 3 censibus, et diminuta radice 3 censuum, equales radici 9 cuborum, et radici 3 cuborum: multiplica quidem 30 res, diminutis 3 censibus, et diminuta radice 3 censuum in se, et prouenient 003 census; et cum census census, et radix 108 | censuum census census, diminutis 180 cubis, et diminuta radice 10800 censuum census, que equantur multiplicationi radicum 0 cuborum, et 3 cuborum in se: nam ex multiplicatione radicis 9 cuborum in se ueniunt 9 cubi; et ex ducta radice 3 cuborum in se ueniunt 3 cubi; et sic habentur 12 cubi; et ex duplo multiplicationis radicis 9 cuborum in radicem 3 cuborum prouenit radix 108 cuborum cubi, que radix est, sicut radix 108 censuum census census. Tolle ergo ab utraque parte radicem 108 censuum census census; et adde utrique parti 180 cubos, uenient 192, et cubi, qui equantur 9 censibus census, et 003 censibus, diminuta radice 10800 censuum census: diuide hec omnia per censum, et erunt 9 census, et 903 dragme, diminuta radice 10800 dragmarum, que equantur rebus 192; quia cum diuiditur cubus per censum, prouenit res: diuide ergo hec omnia per 0, ut reducas ea ad unum censum, et erit census, et dragme $\frac{4}{5}$ 100, diminuta radice dragmarum $\frac{4}{9}$ 133, que equantur rebus $\frac{4}{5}$ 21. Age secundum alzebra in hoc; et est, ut multiplices medietatem radicum in se, et erunt $\frac{7}{9}$ 113; de quibus abice $\frac{2}{5}$ 100, diminuta radice $\frac{4}{5}$ 133, remanebunt $\frac{4}{5}$ 13, et radix dragmarum $\frac{4}{5}$ 133; quorum radicem abice de $\frac{4}{5}$ 10, remanebunt $\frac{2}{5}$ 10, diminuta radice dragmarum $\frac{4}{5}$ 13, et radicis $\frac{4}{5}$ 133 pro quantitate rei, scilicet minoris quatitatis (*sic*).

De quodam auere accepi radicem, et radicem radicis eius, et radicem 2, et radicum eius, et radicem quincupli eius; et hec omnia fuerunt 10 dragme: pone pro ipso auere censum, et accipe radicem eius, et radicem radicis eius, et radicem 2 radicum eius, et radicem 5pli (*sic*) eius, et erunt res, et radix rei, et radix 2 rerum, et radix 5 censuum, equales 10 dragmis: proice ab utraque parte rem, et radicem 5 censuum; et erunt 10, diminuta re, et diminuta radice 5 censuum, equales radici rei, et radici 2 rerum: multiplica ergo 10, minus re, et diminuta radice 5 censuum in se, et erunt 100, et 6 census, et radix 20 censuum census, diminutis 20 rebus, et diminuta radice 2000 censuum, equales radici rei, et radici 2 rerum ductis in se, que sunt 3 res, et radix 8 censuum. Adde ergo utrique parti 20 res, et radicem, et 2000 censuum, et erunt

100 dragme, et 6 census, et radix 20 censuum census, equales 23 rebus, et radici 8 censuum, et radici 2000 censuum. Reduc ergo totum quod habes ad censum, et est quod ducas ipsum in $\frac{5}{8}$ dragme, diminuta radice $\frac{5}{8}$ octaue dragme: et duc 6 census, et radicem 20 censuum census in $\frac{5}{8}$, diminuta radice $\frac{5}{8}\frac{6}{8}$ dragme, et prouenit census: et duc 100 dragmas in $\frac{5}{8}$, diminuta radice $\frac{5}{8}\frac{6}{8}$ dragme, et prouenit $\frac{1}{2}$ 37, diminuta radice $\frac{4}{4}$ 781 dragmarum: et duc 23 res in $\frac{5}{8}$, diminuta radice $\frac{5}{8}\frac{6}{8}$, et prouenient 8 res, $\frac{5}{8}$ rei, diminuta radice censum $\frac{32}{88}$ 41: et ducamus radicem 2000 censuum in $\frac{5}{8}$, diminuta radice $\frac{5}{8}\frac{6}{8}$, et prouenit radix censuum $\frac{1}{4}$ 281, diminutis rebus $\frac{1}{2}$ 12: deinde duc radicem 8 censuum in $\frac{5}{8}$, diminuta radice $\frac{5}{8}\frac{6}{8}$, et prouenit radix census $\frac{4}{8}$ 1, diminuta radice $\frac{5}{8}$ census: erunt igitur post hec omnia census, et dragme $\frac{1}{2}$ 37, diminuta radice $\frac{4}{4}$ 781, equales radici censuum $\frac{4}{4}$ 281, et radici census $\frac{4}{8}$ 1, diminutis rebus $\frac{7}{8}$ 3, et diminuta radice censuum $\frac{32}{88}$ 41, et diminuta radice $\frac{5}{8}$ unius census: deinde fac ut dictum est superius, et inuenies quesitum.

Trium quantitatum inequalium, si multiplicetur minor per maiorem, erit sicut media in se; et si multiplicetur maior in se, uenit sicut minor in se, et sicut media in se insimul iunctis; et ex ductu minoris in | mediam proueniunt 10. Pone pro minori quantitate rem, fol. 208 recto. et pro media 10 diuisa per rem; et multiplica 10 diuisa per rem in se, et uenient 100 diuisa per censum; que diuide per rem, uenient 100 diuisa per cubum; hec erit maior quantitas: deinde multiplica minorem quantitatem, scilicet rem, in se, et uenient census; et multiplica mediam in se, scilicet 10 diuisa per rem, ueniunt 100 diuisa per censum; que adde cum censu, erunt census, et 100 diuisa per censum, que equantur multiplicationi maioris quantitatis, scilicet de [illegible]diuisa per cubum in se; ex qua multiplicatione proueniunt 10000 diuisa per cubum cubi. Multiplica ergo omnia que habes per cubum cubi; et est multiplicare per cubum cubi, sicut multiplicare per censum census census: ergo si multiplicamus 10000 diuisa per cubum cubi, hoc est per censum censum census, uenient 10000: et si multiplicauimus censum, sed (*sic*) quadratum minoris quantitatis per censum census census, habebimus inde censum census census census: et si quadratum medie quantitatis, scilicet 100 diuisa per censum, multiplicamus per censum censum census, ueniet 100 census census; ergo census census census census, et 100 census census equantur 10000 dragmis. Ponamus itaque quadratum .a.c. censum census census census, et erit unum quodque latus ipsius census census; quia cum multiplicatur censum census in se, prouenit census census census census: et aiungamus eidem quadrato superficiem .d.e., que sit 100 census census; et quia .d.c. est census census, erit .c.e. 100, cum superficie .d.e., que est 100 census census, sit ex .d.c. in .c.e.: et quia, ut dictum est, quod census census census census, et 100 census census equantur 10000; ergo tota superficies .a.e. erit 10000: quare ex ductu .a.b. in .b.e., hoc est ex .b.c. in .b.e. proueniunt 10000; quibus si addimus quadratum medietatis .c.e., que sit .c.f., habebantur pro quadrato numeri .b.f. 12500: quare .b.f. est radix de 12500; de qua si auferatur .c.f., que est 50, remanebit pro quantitate .b.c. radix 12500, diminutis 50 dragmis: sed .b.c. est census census; et quia res est radix radicis census census; et nos possuimus rem pro minori quantitate, erit utique ipsa minor quantitas radix radicis ex radice 12500 dragmarum, diminutis inde 50: et quia media quantitas fuit 10 diuisa per rem; et eius quadratus fuit 100 diuisa per censum quadrati quadrati

« conuenientius .... a.b. in .b.e. » (fol. 208 recto, lin. 15-17, pag. 447, lin. 33-36).



ipsius, erit 10000 diuisa per censum census: est enim superficies *.a.e.* 10000; et colligitur ex *.a.b.* in *.b.e.*; et *.a.b.* est census census, hoc est quadratus quadrati: si diuidamus 10000 per censum census, ueniet quantitas *.b.e.* pro quadrato quadrati mediane quantitatis quesite: sed *.b.e.* est quantum *.b.f.* et *.f.e.*: sed *.b.f.* ex (*sic*) radix 12500, et *.f.e.* est 50; ergo mediana quantitas est radix radicis, et radice (*sic*) de 12500, et ex 50 dragmis: maior uero quantitas erit radix amborum quadratorum, qui fiunt a minori, et a media quantitate; et hec est radix radicis radicis 12500, minus 50 dragmis, et radicis radix 12500, et 50 dragmarum.

Et si dicatur: diuisi 10 in 3 partes; et fuit multiplicatio minoris per maiorem sicut multiplicatio medie partis in se; et multiplicationes minoris in se, et medie partis in se sunt sicut multiplicatio maioris partis in se: pone primum pro minori parte dragmam, et pro media rem, et pro maiori censum; et hoc facies, quia multiplica (*sic*) dragma, que est minor pars, in censum, qui est maior pars, est sicut multiplicatio medie partis, scilicet rei in se: deinde multiplica dragmam in se, et uenit dragma; et multiplica rem in se, ueniet census; et multiplica censum, hoc est maiorem partem in se, et prouenit census census, qui equatur censui, qui prouenit ex re ducta in se, et dragma, que fol. 201 verso. prouenit ex dragma ducta in se: sed quando census census equatur censui, | et dragme est sicut quando equatur census rei, et dragme. Verbi gratia: pro censu census esto quadratus *.a.g.*, cuius latus est *.b.g.*; et accipiatur in *.b.g.* recta *.b.e.*, que sit 1; et per punctum *.e.* protrahatur linea *.e.c.*, erit ita superficies *.a.e.* census, cum prouenit ex ducta *.a.b.*, que est census, in *.b.e.*, que est 1; remanebit ergo superficies *.c.g.* 1, et prouenit ex *.g.e.* in *.e.c.*, hoc est ex *.g.e.* in *.b.g.* Nunc diuidamus *.b.e.* in duo equa ad punctum *.f.*, et erit multiplicatio *.e.g.* in *.b.g.* cum *.e.f.* in se, sicut multiplicatio *.g.f.* in se: sed ex multiplicatione *.e.g.* in *.b.g.* prouenit 1; et ex multiplicatione *.e.f.*, que est medietas dragme, prouenit $\frac{1}{4}$; et sic pro quadrato numeri *.g.f.* habetur $\frac{1}{4}$ 1: ergo *.g.f.* est radix de $\frac{1}{4}$ 1; cui si addatur *.f.b.*, que est $\frac{1}{2}$ dragme, habebitur pro tota *.b.g.* radix de $\frac{1}{4}$ 1 dragme; et est *.b.g.* census, cum totus quadratus *.a.g.* sit census census: et quia pro maiori parte posuisti censum, erit itaque ipsa maior pars radix $\frac{1}{4}$ 1, et $\frac{1}{2}$ dragme, quorum radix est media pars; et minor pars est 1, scilicet dragma: et cum hec tres partes coniuncte non equentur 10 dragmis; et nos uelimus 10 in suprascripta conditione diuidere, erit sicut coniunctum ex his tribus partibus inuentis ad 10, ita dragma ad id, quod prouenit ex 10 minori parti: quare ponamus, ut ex ipsis 10 ueniant minori parti re (*sic*); erit sicut coniunctum ex predictis tribus partibus inuentis ad 10, ita dragme ad rem: quare multiplicatio rei in predictas tres partes inuentas erit equalis multiplicationi dragme in 10: quare multiplicemus rem ipsas (*sic*) tres partes; et ex multiplicatione rei in dragmam ueniet res; et ex multiplicatione rei in radicem radicis $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis dragme prouenit radix census census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis census; et multiplicatione rei in radicem $\frac{1}{4}$ 1, et in medietatem dragme prouenit radix census $\frac{1}{4}$ 1, et medietas rei; que omnia equantur 10. Tolle ergo ab utraque parte rem, et medietatem rei, et radicem census $\frac{1}{4}$ 1, remanebunt 10, diminuta re $\frac{1}{2}$ 1, et diminuta radice census $\frac{1}{4}$ 1, equales radici radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis census: multiplica ergo 10 minus re $\frac{1}{2}$ 1, et minus radice census $\frac{1}{4}$ 1 in se, et uenient 100, et census $\frac{1}{2}$ 3, et radix censuum census $\frac{1}{4}$ 11, dimi-

nutis 30 rebus, et diminuta radice 500 censuum, qui equantur multiplicationi radicis radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, et medietatis census; que multiplicatio est radix census census $\frac{1}{4}$ 1, et medietas census: tolle ab utraque parte medietatem census, et adde utrique parti 30 res, et radicem 500 censuum, et erunt 100, et tres census, et radix censuum census $\frac{1}{4}$ 11, equales 30 rebus, et radici 500 censuum, et radici census census $\frac{1}{4}$ 1: tolle iterum ab utraque parte radicem census census $\frac{1}{4}$ 1; et hoc est, ut de radice censuum census $\frac{1}{4}$ 11 extrahas radicem census census $\frac{1}{4}$ 1; et hoc est de radice $\frac{1}{4}$ 11 extrahere radicem $\frac{1}{4}$ 1: est enim radix de $\frac{1}{4}$ 11 sicut 3 radices de $\frac{1}{4}$ 1. Vnde si ex ipsis tribus radicibus auferamus unam radicem de $\frac{1}{4}$ 1, remanebunt 2 radices de $\frac{1}{4}$ 1, que sunt una radix 5 dragmarum: propter quod cum de radice censuum census $\frac{1}{4}$ 11 tollatur radix census census $\frac{1}{4}$ 1, remanet inde radix 5 censuum census; et sic 100, et tres census, et radix 5 censuum census equantur 30 rebus, et radici 500 censuum: et reduc ergo 3 census, et radicem 5 censuum census ad censum, et est ut multiplices illud per quartam partem numeri sui recisi: nam recisus ipsius binomii est 3, minus radice de 5; in quo reciso si multiplices 3 census, et radicem 5 censuum census, uenient inde 4 census: quare multiplices 3 census, et radicem 5 censuum census per quartam ipsius recisi, scilicet per $\frac{3}{4}$, | diminuta radice $\frac{5}{16}$ dragme, ueniet census; et ideo multiplica 100 per $\frac{3}{4}$, minus radice $\frac{5}{6}$, uenient 757, diminuta radice 3125, que sunt cum censu; et multiplica iterum 30 res, et radicem 500 censuum per $\frac{3}{4}$, diminuta radice $\frac{5}{16}$, uenient 10 res tantum; quia ex $\frac{3}{4}$ in 30 res ueniunt res $\frac{1}{2}$ 22 addite; et ex radice $\frac{5}{16}$ diminuta in radicem 500 censuum ueniunt res $\frac{1}{2}$ 12 diminute; quibus extractis de radicibus $\frac{1}{2}$ 22, remanet 10 res, ut diximus. Relinquimus quidem multiplicationem de $\frac{3}{4}$ in radicem 500 censuum aditam, cum sit equalis diminute multiplicationi radicis $\frac{5}{16}$ in 30 res: ipsis his itaque intellectis, extrahe 75, diminuta radice 3125, de quadrato medietatis radicum, scilicet de 25, remanebit radix de 3125, minus 5 dragmis; quorum radicem accipe, et extrahe eam ex medietate radicum, scilicet de 5, remanebunt 5, diminuta radice radicis 3125, minus 50 dragmis; et hec sunt minor pars. Et si uolumus maiorem partem inuenire, pones pro ipsa dragmam, et pro media radicem rei, et pro minori parte rem; et hoc facias, ut sit multiplicatio rei in dragmam, sicut multiplicatio radicis radicis rei in se: et quia propositum est, ut multiplicatio minoris partis in se, et media in se sunt sicut multiplicatio maioris in se; multiplica ergo minorem in se, scilicet rem, ueniet census; et multiplica mediam in se, scilicet radicem rei, et ueniet res; et sic habes censum et rem, que equantur multiplicationi dragme, scilicet maioris partis in se; que multiplicatio est 1: diuide ergo hoc secundum algebra; et est, ut diuidas numerum rei in duo equa, ueniet $\frac{1}{2}$; cuius quadratum adde dragme, erit dragma $\frac{1}{4}$ 1; de cuius radice abice $\frac{1}{2}$, et remanebit pro quantitate rei radix de $\frac{1}{4}$ 1, subtracta inde medietate dragme; et hoc est pro minori parte, cuius radix est pro media parte, et est radix radicis de $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ dragme; pro maiori uero parte posita est dragma: et quia hec tres partes posite insimul iuncte non sunt 10, sit sicut 1 est ad summam ipsarum trium parcium, ita res aliqua sit ad 10; et erit multiplicatio ipsius rei in summam ipsarum trium partium sicut multiplicatio de 1 in 10: quare multiplica dragmam per rem, et uenit res; et multiplica 10 in radicem radicis de $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$, ueniet radix radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ census; et

fol. 209 recto.

multiplica rem in radicem de $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$, uenit radix census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ rei; et sic habes rem, et radicem radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ census, et radicem census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ rei, que equatur 10 dragmis: proice itaque ab utraque rem, minus medietate rei, et radicem census $\frac{1}{4}$ 1, que equantur radici radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate census. Multiplica ergo utramque partem in se, et multiplicatione (*sic*) 10, minus $\frac{1}{2}$ rei, et minus radice census $\frac{1}{4}$ 1, habebuntur 100, et census $\frac{1}{2}$ 1, et radix census census $\frac{1}{4}$ 1, diminutis 10 rebus, et diminuta radice 500 censuum, que equantur multiplicationi radicis radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate census $\frac{1}{4}$ 1; que multiplicatio est radix census census $\frac{1}{4}$ 1, minus $\frac{1}{2}$ census: adde ergo utrique parti $\frac{1}{2}$ census, et 10 res, et radicem 500 censuum; et tolle ab utraque parte radicem census census $\frac{1}{4}$ 1, et erunt duo census, et 100 dragme equales 10 rebus, et radicem 500 censuum. Dimidia ergo omnia que habes, ut reducas ea ad censum unum, et uenient census 50 equales 5 rebus, et radici 125: dimidia ergo radices et radicem 125 censuum, que sunt $\frac{1}{2}$ 2, et radix $\frac{1}{4}$ 31; et multiplica eas in se, uenient $\frac{1}{2}$ 37, et radix $\frac{1}{4}$ 781; de quibus abice 50, que sunt cum censu, remanebit radix $\frac{1}{4}$ 781, diminutis dragmis $\frac{1}{2}$ 12; quorum radicem abice ex medietate radicum, scilicet de $\frac{1}{2}$ 2, et radice $\frac{1}{4}$ 31, remanebuat $\frac{1}{2}$ 2,
fol. 209 verso. et radix | $\frac{1}{4}$ 31, diminuta radice differentie, que est inter $\frac{1}{2}$ 12, et radicem $\frac{1}{4}$ 781; et hec sunt maior pars. Minorem uero partem inuenimus esse 5, diminuta radice differentie, que est inter 50, et radicem 3125 dragmarum. Vnde si has duas inuentas extraxeris de 10, remanebunt pro media parte $\frac{1}{2}$ 2, et radix differentie, que est inter 50, et radicem de 3125; et radix differentie, que est inter $\frac{1}{2}$ 12, et radicem $\frac{1}{4}$ 781, diminuta ex his omnibus radice $\frac{1}{4}$ 31. Et nota, quod cum diximus superius radicem radicis census census $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate census, tunc intelleximus radicem acceptam ex radice census census $\frac{1}{4}$ 1, minus medietate census. Vnde, cum multiplicatur in se illa radix radicis, proueait radix census census $\frac{1}{4}$ 1, sublata inde medietate census.

Possumus enim ad inuentionem medie partis ex tribus partibus, que fiunt de 10, per hanc aliam uiam peruenire: uidelicet, ut ponamus pro ipsa media parte duas dragmas, et pro prima radicem rei; et multiplicemus radicem rei in se, et ueniet res; et multiplicemus duas dragmas in se, uenient 4 dragme. Agrega ea, et habebis re (*sic*), et 4 dragmas, que equantur multiplicationi maioris partis in se; quare maior pars erit radix rei, et 4 dragmarum: et quia proponitur, quod multiplicata minori parte in maiorem partem est sicut media in se, multiplicemus radicem rei, scilicet minorem partem in radicem rei, et 4 dragmarum, ueniet radix census, et radix 4 rerum, que equantur 4 dragmis, scilicet multiplicationi duarum dragmarum in se: multiplica iterum hec in se, et erit census, et 4 res equales 16 dragmis: dimidia itaque res, erunt 2; et que multiplica in se, et adde cum dragmis 16, erunt 20; de quorum radice abice medietatem radicum, remanebit radix 20, minus 2 dragmis, pro quantitate rei; quorum radix est minor pars, quia possuimus eam radicem rei: pars uero maior, que est radix rei et 4 dragmarum, erit radix radicis 20, et 2 dragmarum; et media pars est 2 dragme: et quia hec tres partes inuente non sunt 10, erit proportio cumiuncti ipsarum ad 10 sicut proportio 2 dragmarum ad id quod prouenit mediane parti, quod ponamus esse rem; et ideo multiplicatio rei in ipsas tres partes erit sicut multiplicatio 2 in 10: ergo multiplicemus rem in radicem 20, minus 2 dragmis, radice eorum inde accepta,

ueniet radix 20 censuum census, minus 2 censibus, radice inde accepta: et multiplicemus rem in 2, ueniet 2 res: et multiplicemus iterum rem in radicem 20, et duarum dragmarum, ueniet radix radicis 20 censuum census, et duorum censuum; que omnia equantur 20 dragmis: abice ergo ab utraque parte 2 et res, erunt 20, minus 2 rebus, equales radici radicis 20 censuum census, minus 2 censibus, et radici radicis 20 censuum census 2 censuum: multiplica igitur 20, minus 2 rebus, in se, uenient 400, et 4 census, minus 80 rebus; et multiplica radicem 20 censuum census, minus 2, et censibus, accepta inde radice; et radicem 20 censuum census, et 2 censuum, accepta similiter inde radice, in se, et erunt 8 census, et radix 80 census, que equantur 400 dragmis, et 4 censibus, diminutis 80 rebus: adde ergo utrique parti 80 res, et tolle ab utraque parte 4 census, remanebunt 80 res, et radix 80 censuum census, et 4 census equales 400 dragmis: redige ergo radicem 80 censuum census, et 4 census ad censum; et est, ut multiplices ea per radicem $\frac{5}{256}$, minus $\frac{1}{16}$ dragme: quare multiplica 80 res in radice $\frac{5}{256}$, minus $\frac{1}{16}$, ueniet radix 125 censuum, minus 5 rebus, que sunt cum censu; et multiplica 400 per radice (*sic*) $\frac{5}{256}$, minus $\frac{1}{16}$, ueniet radix 3125, minus 25 dragmis, que equantur censui, et radici 125 censuum, | sublatis inde 5 rebus: dimidia ergo radicem 125 censuum, minus 5 rebus, ueniet radix $\frac{1}{4}$ 31, minus $\frac{1}{2}$ 2: multiplica ea in se, uenient $\frac{1}{2}$ 37, minus radice $\frac{1}{4}$ 781; super que adde radicem 3125, minus 25: et scias quia radix de 3125 est duplum radicis $\frac{1}{4}$ 781, uenient $\frac{1}{2}$ 12, et radix $\frac{1}{4}$ 781; de quorum radice abice radicem $\frac{1}{4}$ 31, minus $\frac{1}{2}$ 2, remanebunt dragme $\frac{1}{2}$ 2, et radix dragmarum $\frac{1}{2}$ 12, et radicis $\frac{1}{4}$ 781, minus radice $\frac{1}{4}$ 31, pro quantitate rei; et hec sunt pars media. Volo demonstrare quomodo accepta radix radicis 20 censuum census, minus 2 censibus, et accepta radix radicis 20 censuum census, et 2 censuum multiplicentur in se. Sit itaque linea *.a.b.* radix accepta radicis 20 censuum census, minus 2 censibus; et *.b.g.* sit radix accepta de radice 20 censuum census, et 2 censuum; et uolumus scire quamtum (*sic*) ueniat ex *.a.g.* quantitate ducta in se. Iam scis, quod quadrata quantitatum *.a.b.* et *.b.g.* cum duplo *a.b.* in *.b.g.* equantur quadrato quantitatis *.a.g.*: ergo multiplicemus *.a.b.* in se, et uenit radix 20 censuum census, minus 2 censibus; et ducamus *.b.g.* in se, ueniet radix 20 censuum census, et 2 census: agrega hec insimul, uenient 2 radices 20 censuum census, que sunt una radix 80 censuum census: et multiplica quadratum quantitatis *.a. b.* in quadratum quantitatis *.b.g.*, et habebis quadratum multiplicationis ex *.a.b.* in *.b.g.*: sed multiplicatio quadrati *.a.b.* in quadratum *.b.g.* ueniunt 16 census census hoc modo: cum multiplicatur radix 20 censuum census per radicem 20 censuum census, ueniunt 20 census census; et cum multiplicantur 20 census additi in duos census diminutos, ueniunt 4 census census diminuti; quibus extractis ex 20 censibus census, remanent 16 census census; quorum radix, scilicet 4 census, est id quod prouenit ex *.a.b.* in *.b.g.*; quorum duplum, si addamus super radicem 80 censuum census, habebuntur utique 8 census, et radix 80 censuum census pro multiplicatione quantitatis *.a.g.* in se; et hoc nolui demonstrare. fol. 210 recto

Et si dicemus: diuisi 10 in duas partes, et de maiori parte extraxi duas radices eius; et super minorem addidi duas radices eius; et que prouenerunt fuerunt equalia. Pone pro minori parte 5, minus re, et pro maiori 5, et rem; et accipe 2 radices de 5, et re, que sunt radix 20, et 4 rerum; et abice eamdem 5 et re, remanebunt 5 et

res, diminuta radice 20 dragmarum, et 4 rerum: deinde adde super 5, minus re, 2 radices eius, que sunt una radix de 20, minus 4 rebus, et erunt 5, minus re, et radix de 20, minus 4 rebus, que equantur 5, et rei, minus radice 20 dragmarum, et 4 rerum. Tolle ab utramque partem (*sic*) 5, et adde utrique parti rem, et radicem 20 dragmarum, et 4 rerum, et erunt radix 20, minus 4 rebus, et radix 20, et 4 rerum, equales 2 rebus. Multiplica quidem utramque partem in se, et uenient ex multiplicatione 2 rerum in se 4 census; et ex multiplicatione radicis 20, minus 4 rebus, et radicis 20, et 4 rerum in se, ueniunt 40, et radix 1600 dragmarum, minus 64 censibus; que multiplicatio sic fit: ducitur primum radix 20, minus 4 rebus, in se, ueniunt 20, minus 4 rebus; et ducitur radix 20, et 4 rerum in se, et ueniunt 20, et 4 res: congrega ea, et erunt 40 dragme; et multiplica radicem 20, minus 4 rebus, in radicem 20, et 4 rerum, et ueniet una radix 400 dragmarum, minus 16 censibus: duplica eam, et erunt 2 radices 400 dragmarum, minus 16 censibus, que sunt una radix 1600 dragmarum, minus 64 censibus; et sic pro quesita multiplicatione, ut dictum est, habentur 40 dragme, et radix 1600, minus 64 censibus, que equantur 4 censibus: tolle ergo ab utraque parte 40, et erunt 4 census, minus 40 dragmis, que equantur radici 1600 dragmarum, minus 64 censibus: multiplica ergo radicem 1600, minus 64 censibus, in se, uenient 1600 dragme, minus 64 censibus: et multiplica 4 census, minus 40, in se, et uenient 16 census census, et 1600 dragme, minus 320 censibus, que equantur dragmis 1600, minus 64 censibus. Adde ergo utrique parti 320 census, et tolle ab utraque parte 1600 dragmas, remanebunt 16 census census equales 256 censibus: diuide hec omnia per censum, et uenient 16 census equales 256 dragmis: diuide ergo 256 per 16, et exibunt 16 pro quantitate census; quorum radix, que est 4, est res: quare si addantur 4 super 5, et tollantur 4 de 5, habebuntur 9 pro maiori parte, et 1 pro minori.

fol. 210 verso.

Aliter tolle de 5, et re duas radices eius; et adde super 5, minus re, 2 radices eius, erunt 5 et res, diminutis 2 radicibus 5 et rei, equales dragmis 5, minus re, et duabus radicibus dragmarum 5, minus re: tolle ergo ab utrumque (*sic*) parte 5, et adde utrique parti rem, et duas radices dragmarum 5 et rei, et erunt 2 res equales duabus radicibus 5 et rei, et duabus radicibus 5, minus re: dimidia ergo hec omnia, et erunt radix 5, et rei, et radix 5, minus re, equales rei. Vnde si multiplicauerimus rem in se, ueniet census equales multiplicationi radicis 5 et rei, et radicis 5, minus re, in se; ex qua multiplicatione proueniunt 10, et radix 100 dragmarum, diminutis 4 censibus: tolle ergo ab utraque parte 10, remanebit census, diminutis 10 dragmis, equales radici de 100 dragmarum, minus 4 censibus: multiplica ergo census, minus 10, in se, et uenient census census, et 100 dragme, minus 20 censibus: et multiplica radicem 100, minus 4 censibus, in se, uenient 100, minus 4 censibus, que equantur censui census, et 100 dragmis, diminutis 20 censibus. Tolle ergo ab utraque parte 100, et adde utrique parti 20 census, remanebit census census equalis 16 censibus; quare census est 16, et radix eius est 4, ut superius inuenimus.

Et scias, quod cum superius inuenimus, radicem 5, minus re, cum radice 5 et rei equari uni rei, potuimus aliter quam processibus (*sic*) procedere; uidelicet, ut tollatur radix 5 rei ab utraque parte, et erit tunc res, minus radice 5, et erit equalis radici 5, minus re: tunc si multiplicauerimus utraque (*sic*) partem in se, que prouenerint erunt equalia. Vnde multiplicemus rem, minus radice 5 et rei, uenient census, et 5 dragme,

et res, minus radice 20 censuum 4 cuborum. Verbi gratia : duc rem in se, prouenit census ; et duc radicem 5 et rei in se, ueniunt dragme 5 et res ; et sic habemus censum, et 5 dragmas, et rem : deinde duc duplum rei in diminutam radicem de 5, et rei; et hoc est multiplicare radicem 4 censuum per radicem 5, et rei; de qua multiplicatione prouenit radix 20 censuum 4 cuborum, diminuta (*sic*) census, et res, et dragme 5, diminuta radice 20 censuum, et 4 cuborum, equatur multiplicationi radicis 5, minus re, ducta in se, scilicet dragmis 5, minus re. Addamus ergo utrique parti rem, et radicem 20 censuum 4 cuborum; et tollamus ab utraque parte 5, remanebit census, et 2 res equales radici 20 censuum, et 4 cuborum: multiplicemus etiam utraque (*sic*) partem in se, et uenient census census 4 cubi, 4 census equales 20 censibus 4 cuborum. Age ergo in eis secundum algebra, et inuenies, census census equari 16 censibus: quare census est 16, et radix eius est 4, ut dictum est.

Est enim alius modus, quem demostrare nequiuimus donec intelligatur, quod quando duo numeri sunt, et tollatur ab uno eorum una uel plures radices eius; et super alium addatur equalis multitudo radicum ipsius, et que prouenerint fuerint equalia; tunc equabuntur in numero ueniente | ex multiplicatione radicis unius eorum in radicem alterius, Fol. 211 recto. sicut modo euenit de 4, et de 9; quia extractis 2 radicibus de 9, remanserunt 3; quibus 3 equatur 1 cum duabus suis radicibus; et hec tria ueniunt ex multiplicatione radicis de 1, que est 1 in radicem de 9, que est 3: et ego ostendam hec in figura: ponam tetragonum *.a.g.* pro maiori numero, et attabo super lineam *.g.d.* quadratum aliud *.d.e.*, quod erit equale quadrato *.a.g.*, cum ambo sint super unum latus; et anguli, qui ad *.g.* sint recti; et tollam ex quadrato *.a.g.* quantaslibet radices eius, ut dicamus 2; et sint superficies *.a.c.*: quare si superficies *.a.c.* est 2 radices quadrati *.a.g.*, erit recta *.e d.* 2 ex numeris; et accipiam in recta *.g.e.* rectam *.e.h.* equalem recte *.c.d.*; et per punctum *.h.* pertraham (*sic*) rectam *.b.i.* equidistantem utrique rectarum *.d.g.* et *.e.f.*; et protraham lineam *.k.c.* in punctum *.l.*: et quoniam equalis est recta *.g.e.* recte *.g.d.*, et est equalis recta *.c.d.* recte *.e.h.*, erunt et *.g.c.*, et *.g.h.* sibi inuicem equales. Equilaterum est ergo quadrilaterum *.c.h.* et *.e.* (*sic*) etiam recti angulum, cum anguli *.g.h.* sint recti; et recta *.h.m.* equidistet recte *.g.c.*; quare quadratum est quadrilaterum *.c.h.*; et ponam illum pro minori numero; et quia equalis est recta *.e.h.* recte *.d.c.*, quot unitates sunt in numero *.c.d.*, tot unitates sunt in numero *.e.h.*; quare quot radices in superficies *.a.c.*, et ex quadrato *.a.g.*, tot radices sunt in superficie *.e.m.* quadrato *.c.h.*: et quia *.b.g.* equalis est ex *.g.e.*, equalis erit superficies *.k.g.* superficiei *.c.e.*: sed superficies *.k.g.* est id quod remanet ex quadrato *.a.g.*, extractis ab eo radicibus, que sunt in superficie *.a.c.*; et superficies *.c.e.* est id quod prouenit ex coniuncto quadrati *.c.h.*, et radicum ipsius, que sunt in superficie *.m.e.*; ergo cum ex *.a.g.* quadrato tolluntur tot radices eius, quot sunt unitates in numero *.d.e.*; et super quadratum *.c.h.* adduntur tot radices eius, quot unitates sunt in numero *.e.h.*; et numerus *.e.h.* equalis est numero *.c.d.*, concordant sibi inuicem in superficie *.k.g.* , uel in superficie *.c.e.*, cum ambe ipse sibi inuicem superficies sint equales: et quia superficies *.k.g.* prouenit ex ductu *.g.c.* in *.b.g.*; et *.g.c.* est radix quadrati *.c.h.*, et *.b.g.* est radix quadrati *.a.g.*; numerus *.a.g.*, diminutis ab eo radicibus , que sunt in superficie *.a.c.* , equatur cum numero *.c.h.*, cum adduntur ei radices eius, que sunt in numero *.e.m.* In numero

ueniente ex multiplicatione radicis unius in radicem alterius; et hoc uolui demonstrare.

Et postquam hec demonstrata sunt, diuidam 10 in duas partes; et ponam minorem partem censum; maiorem uero 10, minus censu; et addam super minorem partem 2 radices eius, et erit census, et 2 res, que equantur multiplicationi radicis minoris partis in radicem maioris, hoc est in multiplicationi (*sic*) radicis census in radicem 10, minus censu; que multiplicatio est radix 10 censuum, diminuto censu census; et hec est radix differentie, que est inter censum census, et 10 census: deinde multiplicemus censum, et 2 res in se, uenient census census, 4 cubi, et 4 census; et multiplicemus radicem 10 censuum, minus censu census, in se, uenient inde 10 census, minus censu census, qui equantur censui census, et 4 cubis et 4 censibus. Age itaque in eis secundum algebra, et erunt 2 census census, et 4 cubi equales 6 censibus: dimidia hec omnia, et erit census census, et 2 cubi equales 3 censibus: diuide hec omnia per censum, exibit census, 2 res equales 3 dragmis. Age ergo in his secundum algebra, et inuenies, rem esse 1; quod multiplica in se, ueniet 1 pro quantitate census: et quia nos possumus (*sic*) minorem partem censum, et census est 1; ergo minor pars est 1: reliquum quod est usque in 10, scilicet 9, est maior pars. Et si nolumus uti figura suprascripta, possumus alio modo procedere; et est ut ponas quadratum .*a*.g. maiorem partem, et quadratum .*c*.*h*. minorem:
fol. 211 verso abscidatur a maiori .*a*.*g*. 2 | et radices eius, que sunt superficies .*a*.*c*.; quare .*d*.*c*. erit 2: et quia .*h*.*e*. equalis est .*c*.*d*., erit similiter .*h*.*e*. 2; quare superficies .*e*.*m*. continet 2 radices quadrati .*c*.*h*.: ergo cum adduntur super quadratum .*c*.*h*. 2 radices eius, scilicet superficies .*m*.*e*., prouenit inde superficies .*c*.*e*.; et cum tolluntur ex quadrato .*a*.*g*. 2 radices eius, scilicet superficies .*a*.*c*., remanet superficies .*k*.*g*., que est equalis superficiei .*c*.*e*.: sunt enim super equas bases, et in eisdem equidistantibus: hiis itaque intellectis, faciam quadratum .*c*.*h*. censum, et quadratum .*a*.*g*. 10, minus censum (*sic*); et adam (*sic*) super censum .*c*.*h*. superficies .*d*.*m*. et .*m*.*e*., que sunt 4 radices eius, cum unaqueque linearum .*d*.*c*. et .*e*.*h*. sit 2; super que omnia addam quadratum .*f*.*l*., quod est 4 dragme, cum una queque linearum .*f*.*m*. et .*m*.*l*. sit 2: est enim .*f*.*m*. equalis .*d*.*c*., et .*m*.*l*. recte .*h*.*e*.: et sic totum quadratum .*d*.*e*. constat ex censu .*c*.*h*., et ex 4 radicibus eius, et ex 4 dragmis; et est quadratum .*d*.*e*. equalis quadrato .*a*.*g*., scilicet 10 dragmis, minus censu: ergo census, et 4 res, et 4 dragme equantur 10 dragmis, minus censu. Adde ergo utrique parti censum, et tolle ab utrumque (*sic*) parte 4 dragmas, erunt 2 census, et 4 res equales 6 dragmis; quare dimidium eorum, scilicet census 2 radices equantur 3 dragmis: est enim superficies .*c*.*e*. census 2 radices eius; ergo superficies .*c*.*e*. est 3 dragme, et prouenit ex .*c*.*g*. in .*g*.*e*., hoc ex .*g*.*h*. in .*g*.*e*.; ergo ex .*g*.*h*. in .*g*.*e*. ueniunt 3; quibus si addatur quadratum numeri .*h*.*n*., quod est 1, habebuntur 4 pro quadrato numeri .*g*.*n*.; ergo .*g*.*n*. est 2: de quibus si tollatur .*h*.*n*., remanebit .*g*.*h*.1.; quo in se multiplicato, reddit 1 pro censu .*c*.*h*., hoc est pro minori parte; quo extracto de 10, remanent 9 pro maiori parte.

Item diuisi 10 in duas partes, et diuisi 10 per unamquamque ipsarum partium, et multiplicaui unum exeuntium in alium, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6: notandum est primum, quod quando ex aliquo numero fiunt 2 partes; et per unam quamque ipsarum partium diuiditur ille numerus, erit multiplicatio unius exeuntium in alium, sicut aggregatio

earundem: ad quod demonstrandum, diuidatur aliquis numerus .a. in duas partes, que sint .b.g.; et diuidatur .a. per .b., et ueniet .e.; et .a. per .g. , ueniet .d. : dico quod multiplicatio .d. in .e. est sicut agregatio .d. cum .e.; quod sic probatur: cum diuiditur .a. per .b., prouenit .e.; ergo cum multiplicatur .b. per .e., prouenit .a.: similiter, cum diuiditur .a. per .g., prouenit .d.; ergo cum multiplicatur .g. per .d., prouenit .a. : multiplicatio quidem ex .b. in .e. est sicut multiplicatio .g. in .d. : quare est sicut .b. ad .g., ita .d. ad .e.; coniunctim ergo sicut .b. et .g. ad .g., ita .d. et .e. ad .e.: permutatim ergo sicut .d. et .e. ad .b. et .g., ita .e. ad .g.: sunt enim numeri .b.g. equales numero .a.; ergo est sicut .d. et .e. ad .a., ita .e. ad .g.; sed sicut .e. ad .g., ita ductum ex .d. in .e. ad ductum ex .d. in .g.: sed ex ducto .d. in .g. prouenit .a.; ergo est sicut .e. ad .g., ita productum ex .d. in .e. est ad .a.: fuit etiam sicut .e. ad .g., ita coniunctum ex .d. et .e. ad .a.; ergo coniunctum ex .d.e. ad .a. est sicut ductum ex .d. in .e. ad .a. Quare equalis est multiplicatio .d. in .e. coniunctum eorumdem; et hoc uolui demonstrare. Possunt enim hec aliter inuestigari, si immemor non fueris de hiis, que superius demostrata sunt, uidelicet, cum omnium duorum numerorum unusquisque diuidatur per alium, et multiplicetur unum exeuntibus in alium , quod inde semper prouenit 1 : etiam et quando aliquis numerus fuerit diuisus in duas partes, et diuidatur ipse numerus per unam illarum duarum partium, quod id quod prouenit ex diuissione addit semper 1 super id quod prouenit ex diuisione alterius partis in ipsam partem: et quia hec ita sunt. Ponamus aliquem numerum .a. diuisum in partes .b.c.; et diuidatur .c. per .b., et ueniet res; et diuidatur .a. per .b., et ueniet 1 plus, idest res et dragma; et diuidatur .b. per .c., et ueniet denarius; et .a. per .c., et ueniet 1 | plus, idest dragma, et denarius 1: ergo cum diuiditur .a. per .b., prouenit res, et dragma; et cum diuiditur .a. per .c., prouenit dragma, et 1: dico quod multiplicatio rei, et dragme per denarium, et dragmam est equalis congregationi eorumdem. Verbi gratia : ex agregatione quidem eorum proueniunt 2, et res, et denarius; que etiam proueniunt ex multiplicatione unius ipsarum partium in aliam; quia cum ducitur dragma in dragmam, prouenit 1; et ex re in dinarium (*sic*), prouenit 1; et sic habes 2: et ex ducto 1, quod est cum dinario, in rem, prouenit res; similiter ex ducto 1, quod est cum re, in denarium, prouenit denarius; et sic habes 2, et rem, et dinarium pro multiplicatione rei et dragme in dinarium, et dragmam, sicuti habuisti pro agregatione eorum: et postquam hec manifesta sunt et aperta, dicemus: diuisi 10 in duas partes, et per unam quamque ipsarum diuisi 10, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Age in hiis secundum quod in consimili questione superius dicta sunt, et inuenies : uel pone pro una partium 2 , minus re , et pro alia 8 , et rem ; et multiplica unam ipsarum in alia , et illud totum per $\frac{1}{4}$ 6; et quod prouenerit, oppone cum 100, que proueniunt ex ducto 10 in se; et age secundum algebra, et inuenies, rem esse nichil; quare una ipsarum duarum parcium erit 2, et alias (*sic*) 8: et posuerimus unam illarum duarum partium 2 et rem, alia 8, minus re ; et multiplicabimus 2 et rem, in 8, minus re; et illud totum ducemus per $\frac{1}{4}$ 6, quod prouenerit, erit equale 100 dragmis. Vnde cum agimus secundum algebra in hiis inueniemus , rem esse 6; quibus additis cum 2, et extractis de 8, uenient 2 pro una partium, et 8 pro alia.

fol. 112 recto.

Et si dicemus: feci duas partes de 10, et per unam quamque ipsarum diuisi 20, et prouenerunt $\frac{1}{2}$ 12; quia 10 sunt $\frac{1}{2}$ de 20, accipe $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ 12, erunt $\frac{1}{4}$ 6; quia in qua proportione sunt 10 ad 20, in eadem est numerus, qui prouenit, quando diuiduntur 10 in duas partes, et diuiduntur 10 per unam quamque ipsarum duarum partium ad numerum, qui prouenit ex diuisione 20 in easdem partes, ut inferius demonstrabo; quare dic: diuisi 10 in duas partes, et diuisi 10 per unam quamque ipsarum, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Age in hiis, ut supradictum est, et inuenies, unam partem de 10 esse 2, et aliam 8: et ut demostremus que promisi in hac questione. Sint duo numeri *.a.b.*; et diuidatur *.a.* in duas partes, que sint *.c.d.*; et diuidatur *.a.* per *.c.*, ueniet *.e.*; et diuidatur *.a.* per *.d.*, ueniet *.f.*; et diuidatur *.b.* per *.c.*, ueniat *.g.*; et diuidatur *.b.* per *.d.*, ueniat *.h.*: dico quod est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.e.f.* ad numeros *.g.h.*; quod sic probatur: quia cum diuiditur *.a.* per *.c.*, prouenit *.e.*; ergo ex *.c.* in *.e.* prouenit *.a.* Similiter, cum diuiditur *.b.* per *.c.*, prouenit *.g.*; ergo ex *.c.* in *.g.* prouenit *.b.* Sed ex *.c.* in *.e.* prouenit *.a.*; quare est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.e.* ad *.g.*: similiter, quia cum numeri *.f.h.* multiplicantur per *.d.*, faciunt numeros *.a.b.*; quare est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.f.* ad *.h.*: fuit enim sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.e.* ad *.g.*; ergo est sicut *.a.* ad *.b.*, ita numeri *.e.f.* ad numeros *.g.h.* Vnde si *.a.* ponamus 10, et *.b.* 20; et diuidantur 10 in duas partes, et in unamquamque ipsarum diuidantur 10, et ueniant numeri *.e.f.*; et diuidantur 20 per easdem partes de 10, et ueniant numeri *.g.h.*, qui sint $\frac{1}{2}$ 12, ut propositum fuit: erit itaque, ut demostratum est, sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.e.f.* ad *.g.h.*, scilicet ad $\frac{1}{2}$ 12. Sed *.a.* ex *.b.* est medietas; quare numeri *.e.f.* ex numeris *.g.h.*, scilicet ex $\frac{1}{2}$ 12, sunt $\frac{1}{2}$, scilicet $\frac{1}{4}$ 6, ut predixi: et si numerus *.b.* esset plus, uel minus de 10, semper in qua proportiune essent 10 ad ipsum numerum, in eadem essent numeri *.e.f.* ad numeros *.g.h.* Vnde potes, secundum hunc modum, in omnibus similibus questiunibus procedere. Sed si uis sine inuentione numerorum *.e.f.*, in inuentione duarum partium de 10, aliter | procedere; ponamus iterum numeros *.a.b.*; et ex *.a.* fiant 2 ex (*sic*) partes, que sint *.g.d.*; in quibus diuidamus numeros *.a.b.*, et uenient numeri *.e.f.* et *.g.h.*, ut supra dicto (*sic*), quod multiplicatio *.g.* in *.d.* producta in summa numerum *.g.h.* est sicut multiplicatio *.a.* in *.b.*; quod sic probatur: quia, ut dictum est, cum multiplicatur *.c.* in *.g.*, prouenit *.b.*; si addiderimus numerum *.d.* in multiplicatione, erit multiplicatio *.c.* in *.g.*, scilicet (*sic*) hoc est *.c.* in *.d.* ducta in *.g.* ducta in *.d.*, sicut multiplicatio *.d.* in *.b.* Item, quia cum diuiditur *.b.* per *.d.*, prouenit *.b.*; ergo si multiplicetur *.d.* per *.h.*, prouenit *.b.* Vnde, si in comune addiderimus numerum *.c.*, erit multiplicatio *.d.* in *.h.* ducta in *.c.*, hoc est multiplicatio *.c.* in *.d.* ducta in *.h.*, sicut multiplicatio *.c.* in *.b.*; fuerit etiam multiplicatiu *.c.* in *.d.* ducta in *.g.*, sicut *.d.* in *.b.*: ergo multiplicatio *.c.* in *.b.* ducta in cumiunctum ex numeris *.g.h.* est sicut id quod prouenit ex *.c.* in *.b.*, et ex *.d.* in *.b.*: sed numeri *.c.d.* sunt sicut *.a.*; ergo multiplicatio *.c.* in *.d.* ducta in summa numerorum *.g.h.* est sicut *.a.* in *.b.*; et hoc uolui demonstrare. Vnde ponamus *.a.* 10, et *.b.* 20; et diuidantur 10 in duas partes, que sint *.c.d.*; in quibus, cum diuiduntur 20, proueniunt $\frac{1}{2}$ 12, qui sint numeri *.g.h.*: et ponamus numerum *.c.* rem; quare numerus *.d.* erit 10, diminuta re; et multiplicemus *.c.* per *.d.*, scilicet rem in 10, minus re, uenient 10 res, diminuto censu; quibus ductis in $\frac{1}{2}$ 12, scilicet in numeros *.g.h.*, erit

Fol. 212 verso.

illud quod prouenerit equale 200 dragmis, scilicet multiplicationi numeri .*a*. in numerum .*b*., hoc est .*d*. (*sic*) 10 in 20: oppone ergo in his, restaura secundum algebra, et inuenies, unam partem esse 2, et aliam 8. Vel pone unam partem de 10 quinque et rem, et aliam 5, minus re; et multiplica unam earum in aliam, erunt 25, minus censu; que duc in $\frac{1}{2}$ 12, et habebis similiter equale 200 dragmis.

Et si dicemus: de 10 feci duas partes; et per unam quamque partium diuisi 20; et multiplicaui unum exeuntium numerorum in alium, et proueniunt 25. Pone iterum numeros .*a.b*.; et ex .*a*. fiant 2 partes, que sint .*c.d*.; et per unam quamque ipsarum diuidatur .*a*. et .*b*., et prouenient numeri .*e.f*. et .*g.h*. Iam scis per ea que dicta sunt, que est sicut .*b*. ad .*a*., Ita numeri .*g*. *h*. ad numeros .*e*. *f*. : vnde si .*b*. duplus est ex .*a*., dupli sunt .*g.h*. ex .*e.f*.; et est etiam sicut .*a*. ad .*b*., ita .*e*. ad .*g*., et .*f*. ad .*h*.; vnde si dupli sunt .*g.h*. ex .*e.f*., duplus est .*g*. ex .*e*., et .*h*. ex .*f*. : multiplicatio ergo .*g*. in .*h*. erit quadrupla multiplicationis .*e*. in .*f*. Et si tripli sunt numeri .*g.h*. ex .*f*., erit multiplicatio .*g*. in .*h*. nonupla multiplicationis .*e*. in .*f*.: et si numeri .*g.h*. medietas fuerint numerorum .*e.f*., erit multiplicatio .*g*. in .*h*. quarta pars multiplicationis .*e*. in .*f*.; et sic intelligas in quolibet casu : vnde si ponamus .*b*. 20, et .*a*. 10, erunt numeri .*g.h*. dupli numerorum .*e.f*.; quare ex .*g*. in .*h*. prouenit quadruplum numeri uenientis ex .*e*. in .*f*.: sed ex .*g*. in .*h*. propositum est uenire 25; quare quarta eorum pars, scilicet $\frac{1}{4}$ 6, ueniet ex .*e*. in .*f*.: demonstratum est enim, quod multiplicatio .*e*. in .*f.e*. est sicut agregatio .*e*. cum .*f*.; ergo numeri .*e.f*. sunt $\frac{1}{4}$ 6. Vnde reuertere ad questionem, et dic: ex 10 feci 2 partes; et per unam quamque diuisi 10, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6. Age post hec secundum quod dictum est superius, et inuenies. Aliter: adiaceant numeri prescripti ordine eodem; et multiplicetur .*c*. in .*d*., et ueniat .*k*.; ex .*g*. in .*h*. ueniat .*b*.: dico quod multiplicatio .*k*. in .*l*. est sicut multiplicatio .*b*. in se; et erit .*b*. medius in portione (*sic*) inter .*k*. et .*l*.; quod sic probatur : quia cum .*b*. diuiditur per .*c*., prouenit .*g*.; et si multiplicatur .*c*. in .*g*., prouenit .*b*.: communiter addatur numerus .*d*., erit multiplicatio .*c*. in .*g*. ducta in .*d*., sicut | .*d*. in .*b*.; sed multiplicatio .*c*. in .*g*. ducta in .*d*. est sicut multiplicatio .*c*. in .*d*. ducta in .*g*. : sed ex .*c*. in .*d*. prouenit .*k*. ; ergo multiplicatio .*c*. in .*d*. ducta in .*d*. est sicut .*k*. in .*g*. ; quare multiplicatio .*k*. in .*g*. est sicut multiplicatio .*d*. in .*b*. : communiter addatur in multiplicatione numerus .*h*. ; et erit multiplicatio .*b*. in .*d*. ducta in .*h*., sicut multiplicatio .*k*. in .*g*. ducta in .*h*. : sed ex .*g*. in .*h*. prouenit .*l*.; ergo ex .*h*. in .*l*. prouenit sicut .*b*. in .*d*. ducta in .*h*.: sed ex .*d*. in .*h*. prouenit .*b*. ; quia cum diuiditur .*b*. per .*d*. prouenit .*h*.; ergo ex ductu .*b*. in .*d*. , et productu in .*h*. est sicut .*b*. in se ; ergo ex .*k*. in .*l*. prouenit sicut ex .*b*. in se; et hoc uolui demostrare. Nunc reuertamur ad questionem, et dic: diuisi 10 in duas partes, que sint .*c*. et .*b*.; et in ipsis diuisi numerum .*b*., qui sit 20, et prouenerunt numeri .*g.h*.; et multiplicaui .*g*. in .*h*., et prouenit qui (*sic*) .*l*. est 25: deinde pone .*c*. rem; quare .*d*. erit 10, minus re; et multiplica rem in 10, minus re; et illud totum duces in .*l*., scilicet in 25 ; et quod prouenit erit equale 400 dragmis, scilicet multiplicationi .*d*. in se. Vel pone .*c*. 5, minus re; et .*d*. erit 5 et res; et multiplica 5, minus re, in 5, et rem; et illud totum per 25, et habebis similiter equale 400 dragmis. Vel aliter : quia multiplicatio .*k*. in .*l*. est sicut .*b*. in se,

fol. 213 recto.

numeri .*k*.*b*.*l*. in continua proportione sunt: est enim sicut .*l*. ad .*b*., ita .*b*. ad .*k*. Vnde si multiplicauerimus .*b*. in se; et summam, que est 400, diuiserimus per .*l*., per 25, uenient 16 pro numero .*k*.: sed numerus .*k*. prouenit ex .*c*. in .*d*.; et numeri .*c*.*d*. sunt 10; ergo dic: diuisi 10 in duas partes, et multiplicaui unam earum per aliam, et prouenerunt 16. Age in his secundum algebra, et inuenies, unam illarum partium esse 2, et aliam 8.

Rursus diuisi 10 in duas partes, et per unam illarum diuisi 40, et per aliam 50; et multiplicaui unum exeuntium numerorum in alium, et prouenerunt 125; quia 40 quadrupla sunt de 10, 50 sunt quincupla: multiplica 4 per 5, ueniunt 20; de quibus diuide 125, uenient $\frac{1}{4}$ 6, qui sunt id quod prouenit quando ex 10 fiunt due partes; et diuidantur 10 per unam quamque ipsarum. Age deinceps, ut dictum est: uel pro una duarum partium de 10 pone 5 et rem, pro alia 5, minus re; multiplica unam earum in aliam, uenient 25, diminuto censu; que multiplica per 125, et quod prouenerit erit equale 2000 dragmis, scilicet multiplicationi de 40, et de 50; et sic studeas operari in similibus.

Et si dicemus tibi: de 10 feci duas partes, et per unamquamque earum diuisi 10; et quod e utraque diuisione prouenit, duxi in se, prouenit $\frac{1}{4}$ 20: accipe radicem de $\frac{1}{4}$ 20, que est $\frac{1}{2}$ 4; et erit illud quod prouenit ex ipsis duabus diuisionibus suprascriptis; operare deinceps ut supra. Et si diserit (*sic*): diuisio (*sic*) 10 in duas partes; et per unam quamque diuisi 10; et quod prouenit multiplicaui in se, et prouenerunt 30 dragme: pone pro una duarum partium 5 rem (*sic*), et pro alia 5, minus re; et dic (*sic*) unam earum in alia, et erunt 25. diminuto censu; que multiplica in se, erunt 625, et census census, diminutis 50 censibus; que multiplica per 30, erunt 18750, et 30 census census, diminutis 1500 censibus, que equantur 10000 dragmis, que proueniunt ex quadrato de 10 multiplicato in se: adde ergo utrique parti 1500 census, et tolle ab utraque parte 1000, remanebunt 30 census census 8750 dragme equales 1500 censibus: reduc ergo hec omnia ad censum census; et est ut diuidas ea per 30, et erit census, et dragme $\frac{2}{3}$ 291 equales 50 censibus: dimidia ergo census, et medietatem eorum multiplica in se, uenient 625; de quibus abice $\frac{2}{3}$ 291, remanebunt $\frac{1}{3}$ 333; quorum radicem abice de 25, remanebunt 25, diminuta radice $\frac{1}{3}$ 333 pro quantitate census, quorum radix erit res; quam rem adde cum 5, et tolle ea de 5, et habebis quesitum.|

Fol. 213 verso. Item diuisi 10 in duas partes, et per unamquamque diuisi 40; et quod prouenit multiplicaui in se, et prouenerunt 625: pone pro una parte 5 et rem, et pro alia 5, minus re; et duc unam earum in aliam, et illud totum per 25, scilicet per radicem de 625; et quod prouenit, equabitur 40 dragmis, scilicet multiplicationi de 10 in 40. Age deinceps ut supra, et inuenies unam ipsarum partium 2, aliam 8.

Diuisi 10 in duas partes, et per unam illarum diuisi 10; et quod prouenit multiplicaui per aliam partem, et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 20. Pone unam illarum duarum partium, et rem, et aliam 10, diminuta re; et diuide 10 per rem, exibunt 10 diuisa per rem; que multiplica per 10, minus re, ueniet 100, minus 10 rebus, diuisa per rem, que equantur $\frac{1}{4}$ 20: multiplica ergo hoc totum per rem, uenient 100, minus 10 rebus, que equantur rebus $\frac{1}{4}$ 20. Adde ergo utrique parti 10 res, erunt res $\frac{1}{4}$ 30 equales 100 dragmis: diuide ergo 100 per $\frac{1}{4}$ 30, uenient $\frac{4}{11}\frac{3}{11}$ 3 pro quantitate rei. Residuum quod est usque in 10, scilicet $\frac{7}{11}\frac{7}{11}$ 6, est alia pars.

Et si dicemus tibi: 30^{plam} cuiusdam census multiplicaui per 30, et quod prouenit fuit equale aditioni 30 dragmarum, et 30^{pli} eiusdem census: pone pro ipso censu rem, et multiplica 30 res per 30, uenient 900 res, que equantur 30 rebus, et 30 dragmis: tolle ab utraque parte 30 res, remanebunt 870 res equales 30 dragmis: diuide ergo 30 per 870, ueniet $\frac{1}{29}$ dragme pro quantitate rei.

IMPRIMATUR
Fr. Th. M. Lavco Ord. Praed. S. P. A. Mag. Soc.
IMPRIMATUR
Fr. A. Ligi-Bussi Min. Conv. Archiep. Icon. Vicesg.

LA

PRACTICA GEOMETRIAE

DI

LEONARDO PISANO

SECONDO LA LEZIONE

DEL CODICE URBINATE n° 292

DELLA BIBLIOTECA VATICANA

SCRITTI

DI

LEONARDO PISANO

MATEMATICO DEL SECOLO DECIMOTERZO

PUBBLICATI

DA

BALDASSARRE BONCOMPAGNI

SOCIO ORDINARIO DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI E SOCIO
CORRISPONDENTE DELL'ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO

VOLUME II.

(LEONARDI PISANI PRACTICA GEOMETRIAE ED OPUSCOLI)

ROMA

TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE

VIA LATA NUM.° 211 A.

1862

Incipit pratica geometrię composita a Leonardo pisano de filijs bonaccij anno .M.° cc.° xx.° fol. 1 recto.

ROGASTI AMICE DOMINICE ET REVERENDE magister, ut tibi librum in pratica geometrię conscriberem; igitur amicitia tua coactus, tuis precibus condescendens, opus iam dudum inceptum taliter tui gratia edidi, ut hi qui secundum demonstrationes geometricas: et hi qui secundum uulgarem consuetudinem, quasi laicalj more, in dimensionibus uoluerint operari super .viij. huius artis distinctiones, que inferius explicantur, perfectum inueniant documentum. Quarum prima est, qualiter latitudines camporum quatuor equales angulos habentium in eorum longitudines triplici modo multiplicentur. Secunda est de quibusdam regulis geometricis: et de inuentione quadratarum radicum in tantum quantum eis, qui per rationes solumodo geometricas uoluerint operari, necessarium esse putaui. Tertia de inuentione embadorum omnium camporum cuiuscunque formę. Quarta de diuisione omnium camporum inter consortes. Quinta de radicibus cubicis inueniendis. Sexta de inuentione embadorum omnium corporum cuiuscunque figurę, que continentur tribus dimensionibus, scilicet longitudine, latitudine, et profunditate. Septima de inuentione longitudinum planitierum, et inuentione altitudinum rerum eleuatarum. Optaua de quibusdam subtilitatibus geometricis. Tamen antequam ad harum distinctionum perueniam doctrinam, quedam introductoria necessaria preponenda esse putaui. Ad hec igitur secundum ingenij mei capacitatem perficienda, tuę correctionis aggressus fiducia, hoc opus curaui tuo magisterio destinare, ut que in eo fuerint emendanda, tua sapientia corrigantur.

Incipiunt introductoria.

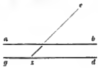
PUNCTUS est id quod nullam habet dimensionem, idest quod non potest diuidj. Linea est longitudo carens latitudine, cuius termini puncta sunt. Recta linea est que de puncto ad punctum recte protrahitur. Superficies quidem est que latitudinem, et longitudinem tantum habet, cuius termini sunt linee: et est plana, cum undique infra suos terminos super rectas lineas dilatatur. Planus uero angulus est inclinatio duarum linearum sese in plano tangentium, cum non iaceant indirecto; et est rectilineus, cum linee continentes angulum sunt recte. Cumque linea recta super lineam rectam steterit, feceritque circa se duos angulos sibi inuicem equales, dicitur rectus uterque angulus; et linea stans super ea, cui superstat, cathetus, siue perpendicularis appellatur. Amplus uero, uel obtusus angulus est qui maior est recto. Acutus namque qui minor recto inuenitur. Et terminus est finis rei. Figura quidem est que sub | uno, uel pluribus terminis iacet. Figura quidem rectilinea est que a rectis lineis circundatur. Trilatere quippe figure sunt que sub tribus rectis lineis continentur. fol. 1 verso.

Quadrilatere uero sunt que quatuor rectis lineis ambiuntur. Multilatere autem figure sunt que sub pluribus quam quatuor lateribus comprehenduntur. Circulus enim est quedam plana figura sub una linea contenpta; que linea uocatur circumferens, uel periferia, infra quem est punctus: a quo omnes recte protracte ad circumferentem lineam sibi inuicem sunt equales: punctus uero ille centrum circulj appellatur. Cumque per centrum aliqua recta protracta fuerit, et terminata in utraque parte periferie,

illa recta dȳameter circulj nuncupatur, que diuidit circulum in duas equas portiones. Quarum una queque semicirculus dicitur. Portio uero circulj est figura, que continetur sub circulj periferia, et recta linea, siue maior, uel minor sit semicirculo. Sector uero circulj est quedam plana figura contenpta sub duabus rectis a centro ad periferiam deductis, et arcu periferię ab ipsis rectis comprehenso. Recte linee, que in eadem superficie sunt, et ab utraque parte in infinitum protracte, et nunquam sibi inuicem concurrunt, dicuntur equidistantes: in quibus si aliqua recta inciderit, faciet duos angulos interiores ab una parte rectos, aut duobus rectis equales: et exterior angulus est equalis interiori angulo sibi opposito; et anguli qui permutati sunt, sibi inuicem equantur: ut si in duabus lineis equidistantibus *.a.b.* et *.g.d.* incidat quedam recta *.e.z.*; anguli quidem *.b.i.z.* et *.i.z.d.* aut recti sunt, aut duobus equales rectis. Illud idem est ex angulis *.a.i.z.* et *.i.z.g.*; et exterior angulus *.e.i.b.* interiori sibi opposito *i.z.d.* est equalis; et angulus *.a.i.z.* ei, qui permutati (*sic*) iacet, scilicet angulo *.i.z.d.* equatur: adhuc ergo et angulus *.b.i.z.* angulo *.i.z.g.* est equalis, ut in geometria ostenditur. Multa enim sunt que oportet scire eos, qui in mensuratione, et diuisione corporum, secundum subtilitatem geometricam procedere uolunt, que in euclide aperte monstrantur. Ex quibus sunt hec: super datam rectam, et terminatam constituere trigonum equilaterum: et datum angulum, uel lineam in duo equa secare: et super datam rectam a puncto dato in ipsa cathetum erigere: et super datam rectam á dato puncto, quod non sit in ipsa, cathetum ducere. Et recta super rectam duos angulos facit circa se duobus rectis equales. Et cum due recte se inuicem secant, duo anguli, qui sunt a uertice oppositi, sibi inuicem sunt equales. Et cum in duabus rectis recta incidit, et facit ab una parte duos angulos interiores, minores duobus rectis; si ab ipsa parte, á qua anguli sunt minores duobus rectis, ipse recte linee fuerint protracte, sibi inuicem concurrent. Et duarum linearum equalium et equidistantium due recte copulate fuerint, ipse sibi inuicem equales, et equi | distantes erunt. Et ad datam rectam, ad quod in ipsa punctum datum, dato angulo rectilineo, equalem angulum rectilineum constituere. Et per datum punctum date recte equidistantem rectam lineam ducere. Et trigona, et paralilogramina super equas bases: uel super eandem basem inter easdem equidistantes constituta, sibi inuicem equalia sunt, scilicet trigonum trigono: et paralilogramum paralilogramo, etiam paralilogramum duplum est trigono. Dicitur enim paralilogramum figura, que habet latera opposita equalia, et equidistantia; cuius anguli oppositi sibi inuicem sunt equales: et dȳameter etiam secat ipsum in duo similia trigona, et equalia; etiam si aliquod latus trigonj ab aliqua parte protrahatur, tunc faciet unum angulum extra ipsum trigonum, qui erit equalis duobus angulis sibi oppositis infra trigonum existentibus; et tres anguli cuiuslibet trigoni duobus rectis equantur. Et eidem equalia, et alternis equalia sunt. Et si equalibus equalia apponantur, tota sunt equalia. Et si ab equalibus equalia auferantur, que relinquntur, sunt equalia. Et si inequalibus equalia apponantur, tota sunt inequalia. Et si ab inequalibus equalia auferantur, reliqua sunt inequalia. Et eiusdem dupla equa sibi inuicem sunt, et eiusdem dimidia alternis equalia sunt; et super se inuicem coaptata sibi inuicem equalia sunt. Et totum sua parte maius est. Et due recte spatium non continent. Sine his omnibus, et siue radicum inuentione, ipsi qui secundum uulgarem modum procedere uoluerint:

fol. 2 *recto.*

« et equidistantium ... inuicem equales » (fol. 2 *verso*, margine inferiore interno; pag. 2, lin. 23-26).



cum his que ostendam inferius, conuenienti loco poterunt sufficienter procedere. His ita determinatis; cum quibus mensuris mensurentur agri, breuiter proposui explicare.

Quidam enim mensurare consneuerunt agros cum mensuris cubitalibus, uel ulnis, aut cum passibus. Alij cum perticis, siue cum alio quolibet mensurabilj instrumento; quelibet tamen suprascriptarum mensurarum intelligenda est quandoque linealis, quandoque superficialis. Linealis est que sola longitudine constat. Superficialis que tantum habet in longitudine, quantum in latitudine, et in se ipsa quadrata existens, et quatuor rectis constat angulis. Ex his superficialibus mensuris quidam in multiplicando colligunt quandam quantitatem, quam uocant iugerum, uel aripennium, siue carrucam, siue tornaturam, uel culturam, uel alias quantitates, que alijs censentur uocabulis. Ego uero, secundum pisanorum iucedere uolens consuetudinem, a pertica summam initium. Pertica pisana linealis, sex linealibus pedibus constat: pes uero linealis decem et octo punctis linealibus constat. Pertica quoque quadrata, scilicet superficialis, sex pedibus superficialibus constat. Habet enim pes superficialis unam perticam in longitudine, et sextam partem perticę in latitudine. Vntia uero superficialis habet unam perticam in longitudine, et optauam decimam partem longitudinis pedis in latitudine. Quare superficialis pes est sexta pars superficialis perticę. Vncia superficialis est octaua decima pars superficialis pedis, uel centexima optana pars super|ficialis perticę. Item superficialis pertica continet in se denarios .xxxvi. de mensura; et ita contingunt unicuique pedi denarij sex: et uncia superficialis est tertia pars denarij. Denarius quoque habet unum pedem in longitudine, et unum in latitudine; et ita denarius quadratus ex quatuor rectis constat angulis: et sic denarius est trigexima sexta pars totius perticę superficialis. Quatuor quidem pertice superficiales faciunt quandam mensuram, que uocatur scala. Quinque enim superficiales pertice, et semis faciunt unum panorum. Sexaginta nempe, et sex pertice quadrate faciunt mensuram quandam, que uocatur stariorum, ad quam uenduntur, et emuntur agri in episcopatu pisano; et ad quam mensuram colligere embada, hoc est areas camporum monstrabo: ex suprascripto uero starioro multiplicato colligitur quedam alia suma (*sic*), siue quantitas, que uocatur modiorum. Est enim modiorum id quod continet in se staiora .xxiiij.[or] fol. 2 verso.

Item scale .xvi et semis sunt staiorum unum; et scala una est undecima pars de duabus tertijs stariori; uel est scala soldi .xij. de mensura. Rursus panora .xij. sunt stariorum unum; quare panorum est duodecima pars stariori; et est panorum soldi xvi, et stariorum est soldi cxcviij. Mensurantur quidem agri, et spatia domorum cum perticis, et pedibus, et uncijs linealibus. Sed camporum embada colliguntur in starioris, et panoris, et soldis, et denarijs, uel in partes unius panori: domorum quoque spatia colliguntur in scalis, et in partibus scalę, et in soldis, et denarijs. His ita explicatis, ostendendum est, quid ex multiplicatione perticarum, et suarum partium in suprascriptis mensuris eueniat. Quicquid enim multiplicatur in perticam uel perticas, illud idem procedit ex ipsa multiplicatione: vt si pertica, uel pertice multiplicentur in perticas, quicquid ex multiplicatione colligitur, pertice erunt. Verbi gratia: tres pertice in nouem perticas multiplicate, faciunt perticas .xxvij. Et si pertica, uel pertice multiplicantur in panora, uel panora in perticas, quicquid ex multiplicatione consurgit, erunt panora. Verbi gratia: tres pertice multiplicate in nouem panora, uel nouem panora in tres

perticas, faciunt panora .xxvij.; et ita intelligendum est de multiplicatione perticarum in scalas, et stariora, et modiora; uel ex multiplicatione scalarum, et stariorum, et modiorum in perticas. Rursus pedes multiplicati in perticas, uel pertice in pedes, erunt pedes, siue medij solidj. Verbi gratia: tres pedes multiplicati in perticas nouem: uel nouem pertice in pedes tres, erunt pedes .xxvij., scilicet solidi xiij., et $\frac{1}{2}$ de mensura. Item uncie multiplicate in perticas, uel pertice multiplicate in uncias faciunt uncias, uel tertias unius denarij. Verbi gratia: uncie .iiij.^{or} multiplicate in perticas nouem, uel econtra, surgunt in uncias .xxxvij., hoc est in denarijs .xij. mensurę. Adhuc pedes multiplicati in pedes surgunt in denarios. Verbi gratia: pedes tres multiplicati in pedes quinque surgunt in denarios .xv. Iterum pedes multiplicatj in uncias faciunt octauas decimas unius denarij. Et uncie multiplicate in uncias faciunt octauas
fol. 3 recto. decimas partes | octauę decimę partis unius denarij, scilicet tercenteximas uigeximas quartas unius denarij.

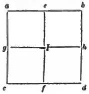
Et nota quia semper mensure que multiplicantur sunt lineales; et que colliguntur ex multiplicatione earum sunt superficiales. Nec non sciendum est, quod pertice .100. superficiales sunt stariorum unum et dimidium; et insuper pertica una, et centenarium scalarum est stariora sex; et insuper scala una, et centenarium panororum est stariora $\frac{1}{3}$ 8. Item quia soldi $\frac{1}{2}$ 16 sunt panorum unum; ergo soldi .33 sunt panora .2.; et soldi $\frac{1}{2}$ 49 sunt panora .3.; et soldi 66 sunt panora .4.; et soldi $\frac{1}{2}$ 82 sunt pàuora .5.; et soldi .99. sunt panora .6. Item scale $\frac{1}{2}$ 5 sunt panora .4.; et scale .11. sunt panora .8. Et nota quia ideo facimus mentionem de scalis, quia quidam utuntur colligere mensuras terrarum in scalis; et de ipsis scalis faciunt panora. Vnde nos relinquimus in hoc opere laborem de ipsis scalis; et docebimus colligere mensuram terrarum per stariora, et per panora, et per soldos, et per denarios. Vnde dicendum est, quod pertice $\frac{1}{2}$ 5 multiplicate in perticas quotlibet, tot panora ex multiplicatione eueniunt, quot fuerint ille pertice, in quas pertice $\frac{1}{2}$ 5 multiplicate fuerint: quare pertice .11. multiplicate in perticas quotlibet reddunt tot panora bis, quot ille pertice sunt: quare pertice $\frac{1}{2}$ 16 multiplicate in perticas quotlibet reddunt tanta panora ter; et pertice .22. quater tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 27 quinquies tanta; et pertice .33. sexies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 38 septies tanta; et pertice .44. octies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 49 nouies tanta; et pertice 55 decies tanta; et pertice $\frac{1}{2}$ 60 undecies tanta. Similiter et si pertice .66. multiplicate sint in perticas quotlibet, duodecies tanta panora egrediuntur ex multiplicatione illarum perticarum, in quas pertice .66. multiplicate fuerint, hoc est tot stariora, quot fuerint ille pertice: propter quod et pertice 132. multiplicate in perticas quotlibet faciunt bis tanta stariora; et sic intelligas de similibus. Et hoc est quod diximus superius de panoris, et starioris, et modioris multiplicatis in perticas; quia illud idem est multiplicare perticas .22. in perticas .3., quod panora .4. in perticas .3. Est enim illud idem multiplicare perticas .132 in perticas quotlibet, quod multiplicare stariora .2. in easdem perticas. Et notandum, quod pertica una in latitudine, et $\frac{1}{2}$ 5 in longitudine est panorum unum; et pertica una in latitudine, et duplum de perticis $\frac{1}{2}$ 5. in longitudine est duplum unius panorj; et sic intelligas de triplo, et quadruplo et de alio quouis multiplice perticarum $\frac{1}{2}$ 5, quod fuerit in longitudine, et pertica una in latitudine. Item pertica una in latitudine, et pertice .66. in longitudine est stariorum unum. Quare

pertice due in capite, et pertice .66. in longitudine sunt stariora .2.; et pertice .3. in capite, et pertice .66. in longo sunt stariora .3.; et sic intelligatur in similibus. Rursus duplum de pertica una in capite, et dimidium perticarum .66. in longum est unum stariorum; et triplum unius perticę in capite, et tertium de perticis .66. in longum est similiter stariorum unum: et hoc intelligas | de alio quouis multiplice unius perticę, si fuerint in capite; et ex eadem parte de perticis .66., si fuerint in longum. Vnde si queratur, cum pertice .6. fuerint in capite alicuius campi quadrati, quot pertice erunt in longo ipsius, ut perficiatur stariorum; tunc quia .6. est sexcuplum de pertica una, sextum de perticis .66., scilicet .11. accipies, et habebis longitudinem ipsius agri. Item si in capite fuerint pertice .7., perficietur stariorum: si in longum habueris septimam de perticis 63, egredientur pertice .9.; et de perticis tribus que restant á .63 usque in 66 fac pedes, erunt pedes .18.; quos diuide per .7., exibunt pedes .2, et restant pedes .4. diuidendj: ex quibus fac uncias, erunt uncie .72.; quas diuide per .7, exibunt uncie $\frac{2}{7}$ 10; et sic habemus perticas .9., et pedes .2, et uncias $\frac{2}{7}$ 10 pro $\frac{1}{7}$ perticarum .66.: sunt enim hec ualde utilia, ut in suo demonstrabitur loco. fol. 3 *verso*.

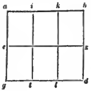
Incipit distinctio prima de multiplicatione latitudinum camporum quadratorum rectos angulos habentium in eorum longitudine, in quibus multiplicationibus eorum embada continentur.

Si uolueris metiri campum quadrilaterum: equilaterum: et equiangulum *.a.b.c.d.* habentem in singulis lateribus perticas .2. Dico quod eius area est illud quod colligitur ex multiplicatione lateris *.a.c.* in latus *.a.b.* sibi contiguum, scilicet duarum perticarum in duo; et sic est eius èmbadum perticarum .4. superficialium. Diuidantur autem linee *.a.b.* et *.c.d.* in duo equalia super puncta *.e.f.*; et protrahatur linea *.ef.* Item diuidantur linee *.ac.* et *.bd.* in duo equalia super puncta *.g.h.*, et protrahatur linea *.gh.*; et sic erit diuisum quadrilaterum *.a.b.c.d.* in quatuor quadrata equalia et ortogonia, quorum unumquodque habet in singulis lateribus perticam unam; et sic sunt pertice .4. superficiales in toto embado quadrilateri *.a.c.d.b.* Est enim *.a.e.* recta equalis, et equidistans recte *.c.f.*; quare recta *.e.f.* est equalis et equidistans linee *.a c.*; et *.ef.* est equalis et equidistans linee *.bd.*; cum ei sit equidistans et equalis linee *.a.c.*: similiter enim inuenietur linea *.gh.* equidistans et equalis utrique linee, scilicet *.ab.* et *.cd.* : et quoniam linea *.ef.* equidistans est linee *.ac.*, et linea *.a e.* linee *.cf.*; angulus ergo *.aef.* angulo *.acf.* sibi opposito est equalis. Rectus quidem qui sub *.acf.* Rectus uero qui sub *.aef.* : propter eadem ergo ostendetur rectus angulus *.e.f.c.*, cum sit equalis recto angulo *.c.a.e.* Quare ortogonium est quadrilaterum *.e.a.c.f.*, et continet in se duas perticas quadratas, quarum una est *.e.a.g.i.* quadrilaterum, et alia est *.i.g.c.f.* Ostenditur enim per supradicta omnes angulos esse rectos, qui ad *.I.*, nec non et angulos, qui ad *.g.* et ad *.h.* Nam superficies *.e.c.* continet dimidium superficiei *.b.c.*; quare et superficies *.e c.* superficiei *.e d.* est equalis: ergo totius superficiei *.a.d.* embadum est iiij.^{or} perticarum, ut prediximus. Item sit quadrilaterum longum rectiangulum *.a.b.g.d.*, in cuius capita opposita, scilicet in *.ag.* et *bd* sint pertice due, et in unoquoque reliquorum laterum sint pertice tres. Dico quod eius embadum est perticarum .6., quod colligitur ex multiplicatione unius capitis in unum laterum, scilicet de .2. in .3.: ad hec itaque demonstranda, diuidatur recta | *.ag.* et *bd* in duo equalia fol. 4 *recto*.

« in duo .... recte *.c.f.* » (fol. 3 *verso*, lin. 16-21; pag. 5, lin. 22-28)



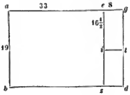
« capitis in unum .... diuidatur recta » (fol. 3 *verso*, margine inferiore interno; pag. 5, lin. 42-43).



super puncta *.ez.*; et copuletur recta *.ez.*; et diuidatur utraque rectarum *.ab.* et *.g.d.* in tria equalia super puncta *.i.t.* et *.k.l.*; et copulentur recte *.it.* et *kl*; tunc ostendetur per supradicti quadratj doctrinam, totum quadrilaterum *.ab'gd.* in sex quadrilatera equalia et ortogonia esse diuisum, quorum unumquodque continet in singulis lateribus perticam unam: denique his per demonstrationes ostensis, qualiter latitudines dictorum camporum per longitudinem multiplicarj debeant, ostendamus. Si uoluerimus multiplicare perticas .7. in latitudinem per perticas 23. in longitudinem, multiplica primum perticas .7. per perticas .22., scilicet per panora .4., egredientur inde panora .28. suprascripta ratione: deinde multiplica unam perticam, que remanet de .23., per .7., erunt pertice quadrate .7.; ex quibus pertice $\frac{1}{2}$ 5 sunt panorum unum; et pertica $\frac{1}{2}$ 1. que remanet, est soldi $\frac{1}{2}$ 4; et sic habemus in summa panora 29, et soldos $\frac{1}{2}$ 4 mensurę, hoc est stariora .2., et panora 5, et soldos $\frac{1}{2}$ 4.

Item si uolueris multiplicare perticas .13 per perticas .31., multiplica primum perticas .11., scilicet panora .2., per perticas .31., erunt panora .62., scilicet duplum de .31.: deinde perticas .2., que remanent ex ipsis perticis .13., multiplica per perticas .31., erunt pertice 62. quadrate, que sunt panora .11., et denari .18.; que adde cum panoris .62 inuentis, erunt panora .73., et denari .18.; que diuide per .12.: ideo quia stariorum est panora 12., exibunt stariora .6., et panorum vnum, et denari .18. mensurę. Item si uolueris multiplicare perticas 19. per perticas .41., multiplica primum perticas 19. per perticas .33., erunt media stariora .19., scilicet stariora $\frac{1}{2}$ 9.: deinde multiplica .8., que remanent de .41, per perticas $\frac{1}{2}$ 16, erunt panora .24.; quibus additis cum starioris $\frac{1}{2}$ 9, erunt stariora $\frac{1}{2}$ 11. Item quia remanent pertice $\frac{1}{2}$ 2, extractis perticis $\frac{1}{2}$ 16 de perticis .19., multiplicabis ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 iterum per suprascriptas perticas .8., erunt pertice .20. superficiales; ex quibus pertice $\frac{1}{2}$ 16 sunt panora .3; et relique pertice $\frac{1}{2}$ 3 sunt soldi $\frac{1}{2}$ 10; quibus panoris .3., et soldis $\frac{1}{2}$ 10. additis cum starioris $\frac{1}{2}$ 11., faciunt in summa stariora .11., et panora .9., et soldos $\frac{1}{2}$ 10. Cuius multiplicationis causam uolo demonstrationibus declarare. Esto quadrilaterum longum *.a.b.g.d.* continens in unoquoque capite, que sunt *.a.b.* et *.g.d.*, perticas .19.; et in uno quoque longiorum laterum, que sunt *ag.* et *bd.*, perticas .41.; accipiatur ex latere *.ag.* linea *.ae.* constans ex perticis .33., remanebit linea *.eg.* perticarum .8. Similiter ex linea *.bd.* accipiatur linea *.bz.* equalis linee *.ae.*; et copuletur recta *.ez.*, eritque *.ez.* perticarum .19., cum sit equalјs et equidistans utrique linee *.ab.* et *gd.* Et *zd* quidem est equalis linee *.eg.*, scilicet perticis .8. Rursus ex lineis *.ez.* et *gd.* accipiantur recte *.ei.* et *gt.*, quarum unaqueque sit perticarum $\frac{1}{2}$ 16; et copuletur recta *.it.*, eritque linea *.it* equalis utrique linee *eg* et *zd.* Cumque ex lineis *.ez.* et *gd.* auferantur linee *.ei* et *gt.*, quarum unaqueque | est perticarum $\frac{1}{2}$ 16, remanebit unaqueque rectarum *.iz.* et *td.* perticarum $\frac{1}{2}$ 2: cum itaque multiplicauimus superius perticas .19. in .33; tunc habuimus embadum quadrilateri *.az*, et remansit nobis quadrilaterum *.ez. dg.* ex toto quadrilatero *a.b.g.d.*; et fuit area quadrilateri *.e.a.b.z.* stariora $\frac{1}{2}$ 9: deinde cum multiplicauimus .8. in perticas $\frac{1}{2}$ 16, scilicet in panora .3., habuimus stariora .2. pro embado quadrilateri *.e.i.t.g.* Rursus cum multiplicauimus perticas $\frac{1}{2}$ 2. in perticas .8., tunc habuimus perticas .20. quadratas, scilicet panora .3., et soldos $\frac{1}{2}$ 10 mensurę pro embado quadrilateri *.i.z.d.t.* Nam tria quadrilatera *.az.* et *.e.t.* et *.tz.* toti quadrilatero *.a.b.g.d* equantur; et hoc uoluimus demonstrare. Item si

e *eg* et *zd* . . . quarum unaqueque » (fol. 4 *recto*, margine inferiore interno; pag. 6, lin. 34-35).



fol. 4 *verso*.

uis multiplicare perticas .25. per perticas .52., multiplica primum perticas .22. ex ipsis perticis 25., scilicet panora .4., per perticas .52., erunt tertie unius stariori .52. propter panora .4., que sunt tertia pars unius stariori. Sunt enim tertie .52. stariori stariora $\frac{1}{3}$ 17: deinde perticas .3., que remanent á 22 usque in .25., multipliea per perticas $\frac{1}{2}$ 49 ex illis perticis .52, scilicet per panora .9., erunt panora .27.; quibus additis cum starioris $\frac{1}{3}$ 17, reddent stariora 19., et panora .7.: post hoc multiplica ipsas perticas .3. per perticas $\frac{1}{2}$ 2, que sunt á $\frac{1}{2}$ 49 usque in .52., erunt pertice $\frac{1}{2}$ 7, scilicet panorum unum, et soldi .6; et sic habebis in summa stariora .19., et panora .8., et soldos .6.: uel aliter multiplica 25 per 52, erunt pertice 1300., que sunt stariora 13 cum totidem medijs starioris, et insuper pertice .13., scilicet stariora .19., et panora .8., et soldi .6., ut predixi. Item si uis multiplicare perticas .31. per perticas .69., multiplica primum perticas .31. per perticas .66., scilicet per stariorum unum, erunt stariora .31. Item multiplica 3, que remanent á 66 usque in .69., per perticas .31., erunt pertice 93, que sunt panora .17, minus denari .16.; et sic habemus in summa stariora .32., et panora .5., minus denari .18. Item si uis multiplicare perticas 43. per perticas 55., multiplica primum perticas 43. per perticas $\frac{1}{2}$ 62., scilicet per panora .15., erunt panora quindecies .43., scilicet stariora 43. cum totidem quartis, hoc est stariora $\frac{3}{4}$ 53: deinde multiplica perticas $\frac{1}{2}$ 2, que remanent ab $\frac{1}{2}$ 62 usque in .65., per perticas .43.; tamen multiplicabis primum ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 per perticas .33., scilicet per panora .6., erunt panora .15.; que adde cum starioris $\frac{3}{4}$ 53, erunt stariora .55.: et multiplicabis iterum ipsas perticas $\frac{1}{2}$ 2 per perticas .10., que remanent a 33 usque in .43., erunt pertice 25., que sunt panora .4., et soldi .9.; et sic habebis pro quesita multiplicatioue stariora 55., et panora 4 et soldos 9. Item si uis muliplicare perticas .54. per perticas .113., multiplica primum perticas .54. per perticas .110., scilicet per panora 20., erunt panora 1080.; quibus diuisis per .12. reddunt stariora .90.: deinde multiplicabis perticas .3., que remauent á 110. usque in .113., per perticas .54., hoc est per panora 9 et perticas $\frac{1}{2}$ 4., erunt panora 27., et pertice $\frac{1}{2}$ 13, hoc est panora .29., et soldi $\frac{1}{2}$ 7.; quibus additis cum starioris 90, faciunt sta|riora 92., et pauora 5., et soldos $\frac{1}{2}$ 7. Item si uis multiplicare perticas .72 per perticas 149., multiplica primum perticas .66. per perticas .149., erunt stariora .149.: deinde multiplica perticas .6., que remanent á 66 usque in .72, per perticas 149.; tamen primum per perticas 132, scilicet per stariora .2, et postea per perticas .17, que remanent á 132 usque in .149., erunt stariora .12., et pertice .102., hoc est stariora .13., et panora 6, et soldi 9.; quibus additis cum starioris .149., faciunt stariora 162, et panora 6, et soldos .9. fol. 5 recto.

Nvnc satis dictum est de multiplicatione perticarum integrarum in integras, modo de multiplicatione earumdem cum pedibus dicere uolumus: et quia cum multiplicatur pes in perticas quotlibet, ut dictum est, ueniunt tot medij soldi, quot sunt ille pertice: si duo pedes multiplicantur in perticas, uenient tot soldi, quot sunt ille pertice. Et si pedes .3. multiplicantur in perticas, ueniunt tot soldi, quot sunt pertice, et insuper totidem dimidij soldi. Et si pedes .4. multiplicantur in perticas, uenient duplicati soldi. Et ex pedibus .5 multiplicatis in perticas ueniunt item duplicati soldi ipsarum perticarum, et insuper totidem dimidij. Et ex multiplicatione pedum in pedes ueniunt denari, ut supra diximus.

Sivis multiplicare perticas .12 et pedem .1. per perticas .25. et pedes .2., multiplica

primum perticas 12 per perticas 25, erunt panora 54, et soldi .9.: retineas panora in manu dextra, et soldos in manu sinistra: deinde multiplica pedem .1. per perticas 25., erunt soldi $\frac{1}{2}$ 12; quos adde cum soldis 9., erunt in manu sinixtra soldi .21; et cum pedibus retineas drios (*sic*) 6., qui super sunt super illis soldis .21. Signa uero pedum sunt hec: positio punctę pedis sinistri super punctam dextri signat .1.: positio punctę sinistri super floccam dextri .2.; tactus calcanei dextri cum puncta pedis sinistri .3.; ducere pedem sinistrum post dextrum, et tangere punctam pedis dextri ab exteriori parte cum puncta sinistri .4.; ab eadem parte tangere cum puncta pedis sinistri nodum siue floccam dextri .5.: alia quinque signa sunt per ordiuem eodem modo cum pede dextro tangendo sinistrum; undecimum uero signum est, cum ponitur calcaneum pedis dextri super floccam pedis sinistri: pluribus signis non indigemus, cum denari .12 faciunt unum solidum, qui soldus retinetur in manu sinistra. De signis manuum nil dicendum est, cum ipsa sciant omnes, qui sciunt abbacum. Vnde reuertamur ad propositum: multiplicabis iterum pedes .2. per perticas .12, erunt soldi .12.; quibus additis cum soldis $\frac{1}{2}$ 21 seruatis, faciunt soldos $\frac{1}{2}$ 33. Item multiplicabis pedem .1. in pedes .2., erunt denari .2.; quos adde cum denarijs .6., qui seruantur in pedibus, erunt denari .8.; quos serua iterum cum pedibus; et sic habebimus panora .54., et soldos .33, et denarios .8., scilicet stariora .4., et panora .8., et denarios .8. pro quesita multiplicatione. Item si uis multiplicare perticas .17, et pedes .2. per perticas .36, et pedes .3., multiplica primum perticas .17. per perticas .38., erunt stariora .9., et panora .3., et soldi $\frac{1}{2}$ 4: retineas stariora in corde, panora retineas in manu dextra, soldos in | sinistra, denarios in pedibus; super que omnia adde multiplicationem de pedibus .2. in perticas .36., scilicet soldos .36.; et multiplicationem de pedibus .3. in perticas .17., scilicet soldos $\frac{1}{2}$ 25.; et multiplicationem de pedibus .3. in pedes .2., scilicet denarios .6.; et quotiens excreuerint tibi soldi in manu sinistra, fac ex eis panora quotienscumque poteris; et sic habebis in summa stariora .9., et panora 7, et denarios .6. Item si uis multiplicare perticas .26, et pedes .4. per perticas .43., et pedes .5., multiplica primum perticas .26. per perticas .43., que sunt stariora .16., et panora .11., et soldi $\frac{1}{2}$ 4. Item multiplica pedes .4., scilicet soldos .2., per perticas .43., erunt soldi .86., scilicet panora .5, et soldi $\frac{1}{2}$ 3.: item multiplica pedes .5, scilicet soldos $\frac{1}{2}$ 2 per perticas 26, erunt soldi .65: item multiplica pedes .4. per pedes .5, erunt denari 20.; quibus quatuor multiplicationibus in unum coniunctis, faciunt in summa stariora .17., et panora .8, et soldos 8., et denarios .8. Sj uis multiplicare perticas .28., et pedem .1., et uncias .7. per perticas .53., et pedes .5., et uncias .12.; multiplica primum perticas .28., et pedem .1. per perticas .53., et pedes .5., erunt stariora .22, et panora .11., et soldi .11., et denari .5: deinde multiplica uncias .7., scilicet denarios $\frac{1}{2}$ 2, per perticas .53.; tamen primum per 48., scilicet per soldos .4., et postea per denarios .5., erunt soldi .10., et denari $\frac{2}{3}$ 3.: item multiplica uncias 12., scilicet denarios .4., per perticas .28.: primum quidem per .24., scilicet per soldos .2., et postea per .4., erunt soldi .9., et denari 4.: post hoc multiplica uncias .7. per pedes .5., et uncias .12. per pedem .1., erunt sexte unius uncię 47, scilicet denari $\frac{11}{18}$ 2; et multiplica uncias .7. per uncias .12, erunt $\frac{24}{224}$ unius denarij, de quibus mentio facienda non est, cum non sint uncia .1.: adde ergo reliquas multiplicationes in unum, reddent pro tota summa stariora .23., et soldos .14., et denarios .9. Item si uis multiplicare perticas .37, et pedes .2., et uncias $\frac{1}{3}$ 5 per perticas .67, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{4}$ 10, multiplica primum perticas .37., et

Numeratio pedum usque in undecim.

fol. 5 verso.

pedes .2., et uncias .5. per perticas .67, et pedes .4; et uncie .10. erunt stariora .38., et panora .4., et soldi .8., et denari .5. et parum amplius: super que adde multiplicationem de tertia unius uncie in perticas .67, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{3}$ 10., scilicet parum amplius de uncijs $\frac{1}{2}$ 22. Et addes etiam multiplicationem de quarta unius uncię in perticas .37, et pedes .2., et uncias $\frac{1}{2}$ 5., scilicet parum minus de unciis $\frac{1}{8}$ 9, erunt in summa stariora 38, et panora .4., et soldi .9., et denari .5. parum minus. Et sic crebro studio utendo suprascriptis multiplicationibus poteris habere notitiam similium.

« est. Serua ..... per perticas » (fol. 3 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore esterno; pag. 9, lin. 13 e 14).

pertice	pedes
17	3
28	4

Si uolueris multiplicare perticas .17, et pedes .3. in perticas .28., et pedes .4., collocabis pedes lateris longioris sub pedibus lateris breuioris, et perticas sub perticis, scilicet pedes .4. sub pedibus .3.; et post ipsos pedes pone perticas .28. sub perticis .17. uersus sinistram retro, ut hic ostenditur; et multiplicabis pedes .3. per pedes .4., erunt denari .12.; quia cum multiplicamus pedes in pedes, egrediuntur ex multiplicatione denari, ut dictum est. Serua ergo pro illis denarijs .12., soldum .1. in manu sinistra; et multiplicabis pedes .3. per perticas | 28; et pedes .4 per perticas .17 in cruce, secundum quod docui in multiplicationibus duarum figurarum contra duas in libro maioris guise abbaci; sed dimidiabis has multiplicationes multiplicando; hoc est multiplicabis dimidium peduum .3. in .28., uel dimidium de 28. in .3. Similiter multiplicabis dimidium pedum .4. per 17., uel dimidium de 17. per 4.; et hoc facies, quia ex multiplicato pede in perticam, egreditur inde pes, scilicet medietas unius soldi: quare multiplicatio pedum .3. in dimidium perticarum .28., scilicet in .14., faciunt soldos 42; quos adde cum soldo .1. seruato in manu, erunt soldi .43. in eadem manu; et multiplicatio medietatis pedum .4. in perticas .17. facit soldos .34; quibus additis cum soldis 43., faciunt soldos .77.; ex quibus facies panora, erunt panora .4., et soldi .11. Serua quidem bis panora in manu dextra, et soldos in sinistra: post hec multiplicabis perticas .17 per perticas .28 per demonstratum modum; quia de multiplicatione perticarum in perticas satis subtiliter dictum est superius; et habebis in summa stariora .7, et panora .7., et soldos .3, et denarios .0.

fol. 6 *recto*.

« .41. sub .... et perticas » (fol. 6 *recto*, lin. 14-17; pag. 9, lin. 28-33).

pertice	pedes
19	0
41	4

Et Si uolueris multiplicare tantum perticas .19. in perticas .41., et pedes .4., collocabis perticas .41. sub perticis .19.; et in loco pedum ante .19. pones zefirum; et sub ipso ante perticas .41. pones pedes .4., ut hic ostenditur; et multiplicabis zefirum per pedes .4., faciet zefirum; et zefirum per dimidium de 41 faciet iterum zefirum; medietatem de pedibus .4. in .19. faciunt soldi 38., qui sunt panora .2. in manu dextra, et soldi 5 in sinistra; et perticas 19. in perticas .33 faciunt stariora $\frac{1}{2}$ 9.; et sic habebis in corde stariora .9., et in manu dextra panora .8., et in sinistra soldos .5.: et multiplicabis perticas .8., que sunt a 33 usque in .41., in perticas .19., scilicet in .11., et in .8., facient panora .16., et perticas .64.; que pertice 64 sunt panora .11, et soldi .9.; et sic capiunt in summa stariora 12, minus denaris .12. Item si uolueris multiplicare perticas .20., et pedes .4., et uncias .11. in perticas .46, et pedes .5., et uncias .12., collocabis perticas sub perticis, et pedes sub pedibus, et uncias sub unciis, ut hic ostenditur; et multiplicabis ad modum multiplicationum trium figurarum contra tres; et erunt uncie in loco prime figure, scilicet in loco unitatum, et pedes in loco secundę, scilicet decenarum; et pertice in loco tertię, scilicet centenariorum: quare multiplicabis uncias .11. per uncias .12, faciunt $\frac{132}{324}$ unius denarij; quia ex uncia multiplicata in unciam, prouenit $\frac{1}{324}$ unius denarij; nam regula de 324 est $\frac{1}{18}\frac{0}{18}$: quare si .132 diuiserimus per primum .18., qui est sub

« et erunt .... et quod prouenerit » (fol. 6 *recto*, lin. 25-29 e 30; pag. 9, lin. 39 — pag. 10, lin. 1).

pertice	pedes	unc.
20	4	11
46	5	12

uirgula, exibunt $\frac{1}{3}$ 7; uel sextam unciarum .12. multiplica per .11.; et quod prouenerit diuide per sextam de 18, exibunt similiter $\frac{1}{3}$ 7, que sunt $\frac{me}{24}$ unius denarij; seruabis .7. in manu, et fractiones seruabis in tabula, uel in corde; et multiplicabis uncias .11. in pedes .5.; et uncias .12. in pedes .4. in cruce; et adde has duas multiplicationes cum .7. seruatis, erunt .110., que sunt $\frac{me}{12}$ unius denarij; quia ex multiplicatione unciarum in pedes egredientur $\frac{me}{72}$ unius deuarij: quare diuisis $\frac{1}{3}$ 110 per 18, faciunt denarios .6, et $\frac{1}{3}\frac{2}{18}$; seruabis denarios .6 in manu, et fractiones in tabula, uel in corde; super quos addes multiplicationem | tertię partis unciarum .11. in perticas 46., uel tertiam partem de perticis .46. in .11.; quia multiplicatio uncię in perticam facit $\frac{1}{3}$ unius denarij, erunt denari $\frac{2}{3}$ 174, qui sunt soldi .14., et denari $\frac{2}{3}$ 6; super quos adde iterum multiplicationem tertię partis unciarum .12. in perticas .20.; et multiplicationem de pedibus .4. in pedes .5, erunt in summa soldi .22., et denari $\frac{2}{3}$ 10.: addes $\frac{2}{3}$ unius denari cum $\frac{1\ 2}{3\ 12}$ seruatis, faciunt $\frac{1\ 14}{2\ 12}$ unius denari; et de soldis .22., et denaris 10. seruabis in manu dextra panorum unum, et in sinistra soldos .6., et in pedibus denarios .4.; super que addes multiplicatiouem medietatum pedum in perticas in cruce: et perticarum in perticas, ut in antecedentibus fecimus; et habebis in summa stariora .14., et panora .9., et soldos 4., et denarios $\frac{1\ 14}{2\ 12}$ 4. Rursus si uis multiplicare perticas .21 per perticas 47, et pedes 2., et vncias .10, collocabis uncias .10 sub zefiro, et pedes .2 sub alio zefiro, et perticas 47. sub perticis 21., ut hic ostenditur; et multiplicabis uncias per uncias, scilicet zefirum per 10, facit zefirum: quod relinques, et multiplicabis .0. per 2., et .10 per 0. in cruce, faciunt zefirum; quod relinques iterum, et multiplicabis zefirum, quod est in loco unciarum, per $\frac{1}{3}$ de perticis 47., et 10 per $\frac{1}{3}$ de .21; et zefirum, quod est in loco pedum, per pedes .2, facient soldos .5., et denarios 10. Et multiplicabis zefirum, quod est in loco pedum, per $\frac{1}{2}$ de perticis 47, et $\frac{1}{2}$ duorum peduum in perticas .21., faciunt soldos 21.; et sic habes soldos 26, et denarios .10., hoc est panorum unum, et soldos 10, et denarios .4.: super quos adde multiplicationem de perticis .21. in perticas .47.; et habebis pro summa quesitę multiplicationis stariora .15., et panorum unum, et soldum .1., et denarios .4. mensurę. Et sic studeas semper cum zefiris supplere gradus laterum multiplicantium; ut quot sunt gradus in uno latere, tot sunt in alio: dicimus enim primum gradum uncias: secundum pedes: tertium perticas. Verbi gratia: uolumus multiplicare perticas 13, et uncias .11. per perticas .28., et uncias .14.; collocabis perticas sub perticis in tertio gradu, et uncias sub unciis in primo; et suppleatur secundus gradus, ponendo zefira inter uncias, et pedes, scilicet in secundo gradu, ut hic ostenditur: et multiplicabis numeros, secundum quod docuimus, et habebis in summa stariora .5, et panora .7., et denarios $\frac{5\ 14}{9\ 18}$ 1. Item uolumus multiplicare perticas 14, et pedes .2. in perticas .31, et uncias .15.; scribes eos sic. Et multiplicabis zefirum unciarum per uncias .15, faciet .0.; quo .0. diuiso per 18., facit iterum .0.; quod relinques, cum nihil sit: et multiplicabis .0. unciarum per .0. pedum, et uncias .15. per pedes .2., faciunt .30.; quibus diuisis per .18., facit denarium $\frac{2}{3}$1: et multiplicabis $\frac{1}{3}$ de zefiro unciarum per perticas 31., et $\frac{1}{3}$ unciarum .15. per perticas .14., et pedes .2 per .0. peduum; et addes cum denario $\frac{2}{3}$ 1., et facient soldos .6., minus $\frac{1}{3}$ unius denarij. et multiplicabis dimidium pedum .2. per perticas .31., et dimidium zefiri per perticas .14.; et addes cum soldis .6. seruatis, facient soldos .37., minus $\frac{1}{3}$ unius denarij, qui sunt panora .2, et soldi ˙, minus $\frac{1}{3}$ unius denarij: et de perticis .14. accipe perticas .11.; et mul-

fol. 6 verso.

« perticas, ut in .... in cruce » (fol. 6 verso, lin. 8-12 e 13; pag. 10, lin. 15-20).

pertice	pedes	unc.
21.	0.	0
47.	2.	10

« et denarios 4. .... et pedes » (fol. 6 verso, lin. 19-23; pag. 10, lin. 27-33).

pertice	pedes	unc.
13.	0.	11
28.	0.	14

« per uncias .15 .... perticas .14. » (fol. 6 verso, lin. 27-31; pag. 10, lin. 36-41).

pertice	pedes	unc.
14	2	0
31	0	15

tiplica eas per perticas .31., erunt panora .62.; et multiplicabis perticas .3., que remanserunt de perticis .14., per perticas .31., primum per 22, et postea per .9.; uel in una multiplicatione per .31., erunt panora .16 et | soldi .15.; et habebis in summa stariora .6., et panora .9., et soldos .2, et denarios $\frac{3}{5}$ 5 mensurę.

fol. 7 recto.

Rursus si uis multiplicare perticas 17, et pedes .4., et uncias $\frac{1}{2}$ 9. per perticas .32, et pedes .5., et uncias $\frac{3}{4}$ 14; collocabis perticas sub perticis, et pedes sub pedibus, et uncias sub uncijs; multiplicabisque uncias $\frac{1}{2}$ 9 per uncias $\frac{3}{4}$ 14.; sic primum .9 per 14. faciunt .126; super que adde medietatem de 14, et $\frac{3}{4}$ de 9 in cruce, faciunt plus de 139; quibus diuisis per .18., ueniunt plus de .7.; que .7. serua in manu; et multiplicabis in cruce uncias $\frac{1}{2}$ 9 per pedes .5., et uncias $\frac{3}{4}$ 14 per pedes 4.; et adde cum .7 seruatis, et erunt plus de .113; que diuide per 18., erunt denari $\frac{1}{3}$ 6; et multiplicabis $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ 9, scilicet $\frac{1}{6}$ 3 per perticas .32., erunt denari $\frac{1}{3}$ 101; quibus additis cum denaris $\frac{1}{3}$ 6 seruatis, facient soldos .9., minus $\frac{1}{3}$ unius denarij: super quos adde multiplicationem tertie partis de unciis $\frac{3}{4}$ 14. in .17., uel econtra; quam multiplicationem sic facies: de $\frac{3}{4}$ 14 accipe 12., cuius $\frac{1}{3}$ in integrum est .4.; que .4. multiplica per perticas .17, erunt denari .68.: post hec ex $\frac{3}{4}$ 2 accipe 2; et multiplica eas per 17., erunt uncie .34.; ex quibus fac denarios, scilicet diuide eas per 3, erunt denari $\frac{1}{3}$ 11; et sic habes denarios $\frac{1}{3}$ 79: post hec accipe $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{4}$ que restant, erit $\frac{1}{4}$; quod multiplica per 17, erunt denari $\frac{1}{4}$ 4; et sic habes denarios $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ 83 pro multiplicatione de $\frac{1}{3}$ unciarum $\frac{3}{4}$ 14. in 17.: uel aliter accipe $\frac{1}{3}$ de 17., quod est $\frac{2}{3}$ 5.; et multiplica ea per $\frac{3}{4}$ 14. sic: 5 per 14 faciunt denarios .70.; et $\frac{2}{3}$ de 14 sunt denari $\frac{1}{3}$ 9; et $\frac{3}{4}$ de 5 sunt denari $\frac{3}{4}$ 3.; et $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ sunt $\frac{1}{2}$ unius denarij; et sic habes denarios $\frac{7}{12}$ 83 ut supra: uel aliter: super $\frac{3}{4}$ 14 adde $\frac{1}{4}$, erunt 15; cuius $\frac{1}{3}$ accipe, quod est .5.; et multiplica per 17., erunt denari .85.; et ex ipso $\frac{1}{4}$, quam iunxisti, accipe $\frac{1}{3}$, erit $\frac{1}{12}$; quam partem accipe de .17., que est denarius $\frac{5}{12}$ 1; quem extrahe de 85., remanent, ut prediximus, denari $\frac{7}{12}$ 83.; et sic studeas in similibus procedere melius quod tibi uidebitur, secundum numerum unciarum: additis ergo denarijs $\frac{7}{12}$ 83. cum soldis 9, minus $\frac{1}{3}$ unius denarij, faciunt soldos 16, minus $\frac{3}{4}$ unius denarij; cum quibus adde multiplicationem peduum in pedes, scilicet 4. in .5., erunt denari .20., erunt soldi 17, et denari $\frac{1}{4}$ 7.: super quos adde, ut supra, multiplicationem medietatis peduum per perticas in cruce, et perticarum in perticas, et habebis in summa stariora 8, et panora 10., et soldos .7., et denarios $\frac{1}{4}$ 1.: potes enim aliter de fractionibus unciarum facere, uidelicet in principio, antequam incipias multiplicare. Accipe fractiones unciarum superiorum de perticis inferioribus: et fractiones unciarum inferiorum de perticis superioribus, ut in hac multiplicatione: pro uncia $\frac{1}{2}$, que est in superioribus uncijs, accipe medietatem de 32; et pro $\frac{3}{4}$, que sunt in uncijs inferioribus, accipe $\frac{3}{4}$ de 17 in cruce, erunt 16: et $\frac{3}{4}$ 12, hoc est uncie $\frac{3}{4}$ 28, que sunt fere denari .10., quos serua; et delebis ipsas fractiones unciarum de multiplicatione; et multiplicabis tantum perticas 17, et pedes .4., et uncias 9 per perticas 32, et pedes .5., et uncias .14.; et super summam adde denarios .10. seruatos. Si uolueris multiplicare perticas 13, et pedes .2. per perticas .21., et pedes .3, cum pes sit $\frac{1}{6}$ unius perticę, pone tot sextas post perticas, quot sunt pedes positi cum ipsis perticis, et habebis | perticas $\frac{2}{6}$ 13 ad multiplicandum per perticas $\frac{3}{6}$ 21: pone sextas sub sextis, et perticas sub perticis, ut hic ostenditur; et pones ex parte .6. bis sub una uirga; et nihil super sic $\frac{\ }{6\,6}$; et multiplicabis pedes 2 per 3, qui sunt super ambobus .6., erunt .6.; quem diuide

fol. 7 verso.

** diuide per 18. .... 17, erunt (fol. 7 recto, lin. 7 e 8-11; pag. 11, lin. 11-13).

pertice	pedes	unc.
17	4	$\frac{1}{2}$ 9
32	5	$\frac{3}{4}$ 14

primum .6., qui est ex parte sinistra sub uirga, quam modo posuimus, exibit .1., remanet .0.: retines itaque ipsum .1. in manu, et remanens .0. pone super ipsum $\frac{0}{66}$; et multiplicabis .2., que sunt super .6., per 21.; et 3, que sunt super alium .6., per 13 in cruce; et addes multiplicationem eorum cum uno seruato, erunt .82.; que diuide per alium .6., exibunt pertice .13, et remanent .4.: pone .4. super ipsum .6. sic: $\frac{0}{6}\frac{4}{6}$, et 13 serua in manu; super que adde multiplicationem perticarum .13. in perticas .21., erunt pertice .286.; quas diuide per $\frac{16}{116}$, scilicet per regulam perticarum stariori, exibunt $\frac{0}{11}\ \frac{2}{6}$ 4: copula hanc uirgvlam cum prima, et habebis $\frac{04}{66}\ \frac{6}{11}\ \frac{2}{6}$ 4: scias quia cum ita feceris, quicquid extra uirgulam comprehenditur, sunt stariora; et super .6., qui est in capite uirgulę post integrum, sunt dupla panora; et super .11. sunt pertice: et intelliges unamquamque ipsarum esse soldos .3.; et super alijs duobus .6. sunt denari; quos accipies sic: multiplicabis figuram, que est super .6., per alium .6., qui est post ipsum; et addes figuram, que fuerit super ipsum .6. Verbi gratia: pro .4., que sunt extra uirgulam, habemus stariora .4.; et pro .2., que sunt super .6, habemus panora .4.; et pro 4, que sunt super alium .6., habemus soldos .2.; quia multiplicatio de .4. in .6., et addito zefiro, quod est super ipsum .6., surgit in denarijs .24. Item si uis multiplicare perticas .14., et pedes .5 per perticas .41.; sub .14. pone .41., et $\frac{0}{6}$ sub $\frac{5}{6}$ sic: et scias quia ideo posuimus $\frac{0}{6}$ post 41., ut equiparentur fractiones subteriores cum fractionibus superioribus; et pone $\frac{1\ 0}{6\ 0}$ $\frac{0\ \ 0}{11\ 6}$ ex parte; et multiplicabis .5., quod est super 6., per .0., quod est super alium .6., faciet .0.: quare pones .0. super primum .6.; et multiplicabis in cruce 5 per 41., et .0. per .14., faciunt .205.; que diuide per sequentem .6., exibunt 34., et remanet .1.: pone .1. super 6, et 34. serua in manu; super quem adde multiplicationem de 14. in .41., faciunt 608; que diuide per $\frac{1}{11}\ \frac{6}{6}$, que restant in uirgula diuisionis, remanebunt .3. super .11., et .1. super .6., et 9 extra uirgulam, ut in questione ostenditur: notantur enim in ipsa summa stariora .2., et soldi .9., et denari .6. mensurę. Item si uis multiplicare perticas .15., et pedes .3., et uncias 12 per perticas .42., et pedes .2., et uncias .15.; oportet ut uncias redigas in sextis unius pedis, scilicet in sextas sextę unius perticę: et quoniam uncie .18 faciunt pedem .1.; ergo uncie .3 faciunt $\frac{1}{6}$ pedis; quare uncie .12. sunt $\frac{4}{6}$ unius pedis; quas sextas pone in una uirga post $\frac{3}{6}$: propter eadem ergo pro uncijs .15 pones $\frac{5}{6}$ post $\frac{2}{6}$ sub alia uirga, et habebis perticas $\frac{4\ 3}{6\ 6}$ 15 ad multiplicandum in perticas $\frac{5\ 2}{6\ 6}$ 42, ut hic ostenditur: post hec protrahe uirgulam ex parte, sub qua pone per ordinem .iiij.^{or} sexnarios, et $\frac{1\ \ \ 0}{11\ 6}$ cum ipsis sic: $\frac{}{666611 6}$; et multiplicabis .4. per .5., qui sunt super primis sextis; | et diuide per primum .6. uirgulę seruatę, exibunt .3., et remanent .2. super ipsum .6.; et multiplicabis in cruce 4 per 2, et 5 per 3, que sunt super uirgis; et addes cum tribus seruatis, erunt .26.; que diuide per secundum .6., exibunt .4, et remanent .2. super ipsum .6.: et multiplicabis .4. per 42, et 5 per 15, et 3 per 2; multiplicando uidelicet in antea, sicut multiplicamus tres figuras contra tres retrocedendo; et addes cum .4. seruatis, erunt 253.; que diuide per tertium 6., exibunt 42, et remanet .1. super ipsum .6.: super 42 uero addes multiplicationem de 3 in .42., et de 2 in .15 in cruce, facient .198.; que diuide per quartum .6., exibunt 33, et remanet .0. super ipsum .6.: et super 33 adde multiplicationem de 15 in 42., erunt pertice 653; quas diuide per .11., exibunt 60, et remanent .3. super ipsum .11.: deinde diuide .60. per 6., qui restant in capite uirgulę, exibunt .10. ante uirgulam, et .0. super ipsum .6.; et sic habes in

« perticas $\frac{2}{6}$ 13 .... retines » (fol. 7 *verso*, lin. 1-4; pag. 11, lin. 40 — pag. 12, lin. 2).

pertice	
$\frac{2}{6}$	13
$\frac{3}{6}$	21

« regulam perticarum .... super alijs » (fol. 7 *verso*, lin. 10-13; pag. 12, lin. 7-11).

pertice	
$\frac{5}{6}$	14
	41

Fol. 8 *recto*.

« 42. et 5 .... ipsum .11.: deinde » (fol. 8 *recto*, lin. 4-9 e 10; pag. 12, lin. 30-42).

		pertice
$\frac{4}{6}$	$\frac{3}{6}$	15
$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{6}$	42

summa stariora .10., et soldos 9, et denarium $\frac{4\ 3\ 3}{6\ 6\ 6}$1 mensurę: quia super primos duos senarios habemus partem unius denarij; et super alios duos .6. habemus denarios; et super .11. habemus perticas, scilicet triplos soldos; et super .6., qui est in capite uirgulę, habemus dupla panora. Rursus si uis multiplicare perticas .16., et pedem .1., et uncias .10. per perticas .43., et uncias $\frac{1}{2}$ 14; rediges uncias in sextas unius pedis, erunt sexte $\frac{1}{3}$ 3; de qua tertia fac sextas, erunt due sexte; et sic habes in superiori latere perticas $\frac{2\ 3\ 1}{6\ 6\ 6}$ 16 : possumus aliter facere sextas unius pedis de unceis (*sic*) .10.: quoniam uncie .10 sunt $\frac{10}{18}$ unius pedis; ergo uncie .10. sunt $\frac{2\ 0}{3\ 6}$ pedis: quare si diuiserimus .20 per regulam de 36., exibunt $\frac{2\ 3}{6\ 6}$ unius pedis, ut diximus: similiter duplabis uncias $\frac{1}{2}$ 14, erunt $\frac{29}{36}$ unius pedis; et sic habes in subteriori latere perticas $\frac{3\ 4\ 0}{6\ 6\ 6}$ 43, ut hic ostendimus: et pone sexties .6. sub una uirga post $\frac{4}{11}\frac{3}{6}$ sic : $\frac{}{666666116}$; et multiplicabis numeros, qui sunt super uirgulis; et integros, qui sunt ante uirgulas, ad modum iiij.^or figurarum in antea procedendo: uerbi gratia: multiplicabis .2 per 5, qui sunt super primo .6.; et diuides per primum .6.: deinde 2 per 4, et 5 per 3; et diuides per secundum .6.: post hec .2 per 0., et 5. per 1., et 3 per 4; et diuides per tertium 6.; et 2 per 43, et 5 per 16, et 3 per 0, et 4 per .1.; et diuides per quartum .6.; et habebis supra dictas .iiij.^or sextas partes tantum unius denarij: deinde multiplicabis .4 per 43, et 4 per 16, et 1. per .0, et diuides per quintum .6.; et habebis super ipsum denarios: deinde multiplicabis .1. per 43, et 0 per 16, et diuides per sextum .6.; et habebis super ipsum .6 medios soldos: ad ultimum multiplicabis perticas .16 per perticas .43., et diuides per $\frac{40}{116}$; et habebis super .11. triplos soldos, et super .6. dupla panora, et ante uirgulam stariora; et sic cum sextis sextorum pedis possumus procedere in infinitum, redigendo fractiones unciarum, que posite in multiplicationibus fuerint in sextis sextarum, si in ipsis ipse fractiones cadere potuerint: et si numerus sextarum unius lateris fuerit minus numero sextarum alterius, supplebis eas cum zefiris super ipsas sextas; hoc est si due sexte sunt in uno latere, et due sint in alio, et si tres tres, et deinceps. | Et si fractiones unciarum minime in sextis sextarum reducere poteris, nequaquam per hunc modum cum ipsis fractionibus operari poteris; sed derelinquas ipsas fractiones; et multiplicabis residuum de ipsis fractionibus, que in sextis sextarum cadere non possunt; et ex ipsis operaberis, secundum quod superius diximus.

° hic ostendimus: .... et habebis » (fol. 8 *recto*, lin. 21-27; pag. 13, lin. 10-18).

pertice

$\frac{2\ 3\ 1}{6\ 6\ 6}$ 16

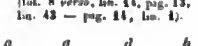
$\frac{3\ 4\ 0}{6\ 6\ 6}$ 43

fol. 8 *verso*.

In modo secundo.

Potes enim per modum suprascriptum multiplicandi doctrinam reperire modum multiplicandj in alijs regionibus, secundum diuersitates mensurarum ipsarum. Et ut ea, que in hac secunda distinctione promisimus plenarie demonstrentur, quedam huic operi necessaria dignum duximus preponenda. Videlicet *si numerus aliquis diuidatur in quantaslibet partes, et multiplicabitur unaqueque pars per totum numerum summa illarum multiplicationum equabitur quadrato totius numeri*, scilicet multiplicationi ipsius numeri in se. Vt si numerus .*ab*. diuidatur in quantaslibet portiones, que sint .*ag*. *gd*. *db*. Dico quod si multiplicabitur *ag*. in .*ab*., et *gd* in .*ab*., et adhuc *db*. in .*ab*., erunt ipse multiplicationes in unum coniuncte equales multiplicationi totius numeri .*ab*. in se. Quotiens enim unitas est in portione .*ag*., totiens numerus .*ab*. procreabitur ex multiplicatione *ag*. in .*ab*. Similiter quotiens unitas est in .*gd*., totiens numerus .*ab*. procreabitur ex multiplicatione .*gd*. in .*ab*.: propter eadem ergo quotiens unitas

° procreabitur .... .*db*., totiens » (fol. 8 *verso*, lin. 14, pag. 13, lin. 43 — pag. 14, lin. 1).



in numero *.db.*, totiens oritur numerus *.ab.* ex multiplicatioue *.db.* in totum *.ab.* Quare quotiens unitas est in numero *ab.* , scilicet in portionibus *ag. gd.* et *.db.* , totiens coadunabitur uumerus *.ab.* ex multiplicationibus *ag.* et *gd.* et *db.* in *.ab.* Verum quotiens unitas est in *.ab.*, totiens uumerus *.ab.* surgit ex multiplicatione *.ab.* in se. Quare summa multiplicationum *.ag.* et *gd.* et *db.* in *.ab.* equatur multiplicationi *.ab.* in se, quod oportebat ostendere. Nam ut hec clarius nideantur, esto recta *.ab.* .10. ulnarum; et portio *.ag.* sit .2.; *.gd.* uero .3; *.db.* quoque .5.; si autem multiplicentur 2. in .10., et 3 in .10., et .5. in. .10., hoc est *.ag*, et *gd.*, et *db.* in tota *.ab.*; et coniungantur multiplicationes in unum numerum .100. ex earum congregatione procreabuutur, que equantur multiplicationi de 10. in .10. *Item si recta linea diuidatur in quantaslibet portiones; et unaqueque multiplicabitur per aliam quamlibet lineam, omnes multiplicationes in unum couiuncte equabuntur multiplicationi totius linee diuisę in aliam lineam.* Quod ostendamus cum numeris. Sit linea .10. ulnarum diuisa iu .2., et 3., et 5.; et alia quelibet linea sit .12. ulnarum. Siquidem si multiplicentur 2, et 3, et 5. in .12, et inngantur eorum multiplicationes in unum, nimirum equabuntur multiplicationi de 10. in .12., scilicet .120. *Rursus si recta diuidatur ubilibet in duas portiones, erit multiplicatio unius portionis in se cum multiplicatione eiusdem portionis in aliam, equalis multiplicationi eiusdem portionis in totam lineam*: ut si linea *.ab.* diuidatur super punctum *.g.*, erit multiplicatio *.ag.* in se cum *.ag.* in *.gb.* equalis multiplicationi *.ag.* in tota *.ab.*: adiaceat itaque quedam recta *.d.* equalis recte *.ag.*; et erit multiplicatio linee *.d.* in *ag.*, et in *.gb.* equalis multiplicationi *.d.* in totam *.ab.*: verum multiplicatio *.d.* in *.ag.* est sicut multiplicatio *.ag.* in se ipsam, cum recta *.d.* sit equalis recte *.ag.*; | et multiplicatio recte *.d.* in *.gb.* est sicut multiplicatio recte *.ag.* in rectam *.gb.* Quare multiplicatio *ag* iu se cum *.ag.* in *gb.* equatur multiplicationi *.ag.* in *.ab.*, ut oportebat ostendere. Vel si hoc cum numeris demonstrare uolumus, sit *ag.* 3, et *bg.* .7; quare tota *.ab.* erit .10.: multiplicatio quidem *ag.* in se, scilicet de 3 in .3 cum multiplicatione de 3. in .7., scilicet de *.ag.* in *.gb.*, surguut in .30., que equantur multiplicationi *.ag.* in *.ab.*, scilicet de 3. in .10. ut dictum est. Adhuc si recta linea diuidatur ut accidat in duas portiones, erunt duo quadrati utriusque portionis cum duplo multiplicationis unius portionis in aliam, equales quadrato, scilicet multiplicationi totius linee in se. Vt si linea *.ag.* diuidatur in duas portiones, que sunt *.ab.* et *.bg.* Dico quod multiplicatio *.ab.* in se cum multiplicatione *.bg.* iu se, et cum duplo multiplicationis *ab.* in *.bg.*, equatur multiplicationi totius *.ag.* in se ipsam. Quoniam linea *ag.* dinisa est in duo in puncto *.b.*, erit multiplicatio *.ab.* in se cum *.ab.* in *bg.*, sicut multiplicatio *.ab.* in tota *.ag.*

« multiplicatione eiusdem .... totam lineam » (fol. 8 verso, lin. 30 e 31; pag. 14, lin. 17-18).



« et erit .... recte .ag. » (fol. 8 verso, lin. 33-35; pag. 14, lin. 20-21).



fol. 9 recto.

Similiter et multiplicatio *.bg.* in se cum multiplicatione *.gb.* in *.ba.* est sicut multiplicatio *.gb.* in totam *.ga.*: ergo multiplicatio *.ab.* in se cum *.bg.* iu se, et cum duplo multiplicationis *.ab.* in *.bg.* equantur duabus multiplicationibus, que sunt *.ab.* in *.ag.*, et *bg.* in *.ag.* Verum multiplicatio *ab.* in *.ag.* cum *.bg.* in *.ag.* equatur multiplicationi *.ag.* in se. Quare quadratum *.ab.* cum quadrato *.bg.*, et cum duplo multiplicationis *.ab.* in *.bg.* equatur quadrato linee *.ag.*, quod oportebat ostendere. Quod etiam demonstrabimus cum numeris. Sit linea *.ab.* 3., et *.bg.* 7.; quare tota linea *.ag.* erit .10. Vnde si acceperimus quadratum linee *.ab.*, scilicet .9.; et quadratum

« ostendere. Quod .... quare » (fol. 9 recto, lin. 17; pag. 14, lin 41-42).



.bg., scilicet .49., et duplum *.ab.* in *.bg.* equabuntur .100., scilicet multiplicationi *.ag.* in se ipsam. *Iterum si recta linea diuidatur ubilibet in duas portiones, erit duplum multiplicationis unius portionis in totam lineam cum quadrato alterius portionis, equale duobus quadratis, scilicet quadrato totius linee, et quadrato ipsius portionis, que multiplicatur bis in totam lineam.* Vt si linea *.bg.* diuidatur ubilibet super punctum *.a.* Dico quod duplum multiplicationis *.ab.* in *.bg.* cum quadrato linee *.ag.* equatur duobus quadratis linearum *.bg.* et *.ba.* Quoniam linea *.bg.* diuisa est in duo super punctum *.a.*, erit multiplicatio *.ba* in se cum *.ba.* in *.ag.*, sicut multiplicatio *.ba.* in *.bg.* Quare in duplo multiplicationis *.ba.* in *.bg.* est bis quadratus linee *.ba.*, et bis multiplicatio *.ba.* in *.ag.* Verum semel quadratus *.ba.* cum quadrato *.ag.* cum duplo multiplicationis *.ba.* in *.ag.* equatur quadrato totius linee *.bg.* Quare duo quadrati linee *.ba.* cum quadrato linee *.ag.*, et cum duplo multiplicationis linee *.ba.* in *.ag.* equatur duobus quadratis linearum *.bg.* et *ba.* Sed duo quadrati linee *.ba.* cum duplo multiplicationis *.ba.* in *.ag.* ostensi sunt equales duplo multiplicationis linee *.ba.* in totam lineam *.bg.* : propter quod duplum multiplicationis linee *.ba.* in totam lineam *.bg.* cum quadrato linee *.ag.* equatur duobus quadratis linearum *.bg.* et *ba.*, quod oportebat ostendere. Quod idem ostendamus cum numeris. Sit tota linea *.bg.* 10; de qua sit portio *.ba.* 3., et portio *.ag.* 7.; duplum quidem | multiplicationis *.ba.* in *.bg.*, scilicet de 3. in .10., cum multiplicatione linee *.ag.* in se, que surgit in .49., nimirum in .109. ascendunt, que equantur multiplicationj linee *.bg.* in se, scilicet .100., et linee *.ab.* in se, scilicet .9. Si recta linea diuidatur in duo equalia, et totidem inequalia, erit multiplicatio inequalium portionum, scilicet unius in aliam cum quadrato linee, que iacet inter utramque sectionem, equalis quadrato dimidię linee diuisę. Vt si linea *.ab.* diuidatur in duo equalia super punctum *.g.*, et inequalia super *.d.* Dico quod multiplicatio *.ad.* in *.db.* cum quadrato linee *.dg.* equatur quadrato linee *.ag.* Quoniam linea *.db.* diuisa est ubilibet super punctum *.g.*, cui adiacet quedam alia recta *.ad.*, erit multiplicatio *.ad.* in *.db.* equalis duabus multiplicationibus linee *.ab.* in *.bg.* et in *.gd.* Verum linee *.bg.* equalis iacet linea *.ga.* Quare multiplicatio linee *.ad.* in lineam *.ag.*, et in lineam *.gd.* est sicut multiplicatio linee *.ad.* in lineam *.db.* Rursus quoniam linea *.ag.* diuisa est ubilibet in duo super *.d.* punctum, erit multiplicatio portionum *.ad.* et *.gd.* in *.ag.*, sicut multiplicatio *.ag.* in se. Sed *.dg.* in *.ag.* equatur quadrato *.dg.*, et multiplicationi *.ad.* in *.dg.* Ergo multiplicatio *.ad.* in *.ag.* cum *.ad.* in *.dg.*, et cum quadrato linee *.dg.* equatur multiplicationi *.ag.* in se. Inuenimus autem superius *.ad.* in *.ag.* cum *.dg.* in *.da.* equari multiplicationi *.ad.* in *.db.* Quare *.ad.* in *.db.* cum quadrato *.dg.* equatur quadrato linee *.ag.*, quod oportebat ostendere. Quod etiam ostendamus cum numeris: sit linea *.ab.* 10. ulnarum diuisa in .5., et 5. super punctum *.g.*; et in .3, et in .7. super punctum *.d.*; erit tunc multiplicatio *.ad.* in *.db.*, scilicet de .3. in .7., cum quadrato *.dg.* equalis multiplicationi *.ag.* in se, scilicet de .5 in .5. Si recta linea diuidatur in duo equalia, et adiungatur ei in directo quedam alia linea cuiuslibet longitudinis, erit multiplicatio totius linee, que fit ex prima linea, et ex adiuncta in lineam adiunctam cum quadrato dimidię lineę diuisę, equalis quadrato linee, que fit ex dimidio primę linee, et ex adiuncta. Vt si linea *.ab.* diuidatur in duo equalia super punctum *.g.*, et adiungatur

« quadratis linearum .... .a., erit » (fol. 9 recto, lin. 25; pag. 15, lin. 7-8).



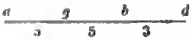
fol. 9 verso.

« linee .ad. . . . . multiplicatio .ag » (fol. 9 verso, lin. 12 e 13; pag. 15, lin. 29-31).



ci in directo alia quedam linea .*bd*. cuiusnis longitudinis. Dico quod multiplicatio linee .*ad*. in .*bd*., hoc est .*bd*. in .*ad*. cum quadrato linee .*gb*., uel .*ga*. equatur quadrato linee .*gd*. Quoniam linea .*ad*. diuisa est ubilibet super puncta .*g*. et .*b*. , erit multiplicatio .*bd*. in tota .*ad*. equalis summę trium multiplicationum, que sunt .*bd*. in .*ag*. in .*gb*. et in .*bd*. Sed quia linea .*ag*. est equalis linee .*bg*.; equa est ergo multiplicatio linee *bd*. in *ag*. multiplicationi .*bd*. in .*gb*. Quare due multiplicationes .*bd*. in .*ag*., et *bd*. in .*gb*. summam constituunt, que est dupla multiplicationis .*bd*. in .*gb*. Quare quadratus linee *bd*. cum duplo multiplicationis .*bd*. in .*gb*. equatur multiplicationi linee .*bd*. in totam .*ad*.: comuniter accipiatur quadratum linee .*gb*., erunt duo quadrati linearum .*bd*. et *bg*. cum duplo multiplicationis | *bd* in .*bg*. equales summe , que fit ex multiplicatione linee .*bd*. in .*ad*. , et ex quadrato linee .*bg*. Sed duo quadrati linearum .*bd* et *bg*. cum duplo .*bd*. in .*bg*. equatur quadrato linee .*gd*. Quare et multiplicatio linee .*bd*. in .*ad*. cum quadrato linee *bg*. equalis erit quadrato linee .*gd*. , quod oportebat ostendere. Quod etiam ostendatur cum numeris: sit linea .*ab*. 10. diuisa in duo equalia, scilicet in .5 et 5. super punctum .*g*., cui addatur in directo linea .*bd*. trium ulnarum, erit tota linea *ad*. 13., et *gd*. 8.: multiplicatio quidem .*bd*. in *ad*., scilicet de .3 in 13. cum quadrato linee .*gb*., scilicet cum .25., surgit in .64., scilicet in quadrato linee .*gd*. Si recta linea diuidatur in equalia, et in inequalia; qui ab inequalibus totius portionis quadrati dupli sunt eius qui á dimidia, et eius qui ab ea, que est inter sectiones quadrati. Vt si linea .*gd*. diuisa fuerit in equalia super punctum .*a*., et in inequalia super punctum .*b*. Dico quod quadrati portionum .*gb*. et .*bd*. dupli sunt duorum quadratorum linearum .*da*. et *ab*. Quoniam linea .*ag*. diuisa est in duo super punctum .*b*., erunt duo quadrati linearum .*gb*. et .*ba*. cum duplo multiplicationis .*ab*. in .*bg*. equalis quadrato linee .*ga*., hoc est quadrato linee .*ad*. Verum quadratus linee .*ba*., cum semel .*ba*. in .*bg*. est sicut .*ba*. in .*ag*. Quare quadratus .*bg*. cum *ba*. in .*ag*., et cum .*ba*. in .*b g*. equatur quadrato linee .*ad*.: comuniter adiaceat quadratus linee .*ba*., erunt duo quadrati .*gb*. et .*ba*. cum .*ba* in .*ga*, et cum *ba*. in .*bg*. equales quadratis linee .*ad*, et linee *ab*. Sed quadratus linee .*ba*. cum .*ab*. in .*bg*. est sicut .*ba*. in .*ag*.; ergo quadratus .*gb*. cum duplo .*ba*. in *ga*. equatur duobus quadratis linearum *da*. et .*ab*. Quare quadratus linee *da*. cum quadrato linee .*ab*. superhabundat quadratum linee .*gb*. in duplo multiplicationis linee .*ba*. in .*ga*., hoc est .*ba*. in .*ad*. Item quoniam linea .*bd*. diuisa est in duo super punctum .*a*., quadrati linearum .*da*. et .*ab*. cum duplo .*ba*. in .*ad*. equantur tetragono, scilicet quadrato linee .*bd*.: ergo tetragonum .*bd*. superhabundat tetragona *da* et .*ab*. in duplo multiplicationis .*ba*. in .*a d*. ; ergo quantum tetragona *da* et .*ab*. superhabundant tetragonum .*bg*., tantum superhabundatur a tetragono .*bd*. Quare tetragona .*gb* et *bd*. dupla sunt quadratis .*da*. et *ab*. , quod oportebat ostendere. Que etiam ostendamus in numeris. Sit linea .*gd*. 10. jn 5, et in .5. diuisa super .*a*., et in 3 et 7 super .*b*., erit tetragonum .*gb*. 9, et *bd*. 49.; que insimul iuncta surgunt in .58., hoc est in duplum quadratorum *da*. et .*ab*.; quia quadratus .*da*. est .25., et .*ab*. 4.

« multiplicationum, que .... est equalis » (fol. 9 *verso*, lin. 29 e 30; pag. 16, lin. 4 e 5).



fol. 10 *recto*.

« in .bg. equalis .... Verum quadratus » (fol. 10 *recto*, lin 15; pag. 16, lin. 24 e 25).



Item Si recta linea diuidatur in duo equalia, cui addatur in directo quedam alia linea, erit tetragonum totius linee effectę cum tetragono linee adiunctę duplum eius , quod fit á media linea diuisa , et eius quod fit á media et ab adiuncta. Vt

si linea .*ab*. in duo equalia diuisa fuerit super .*g*.; et apponatur ei in directo linea .*bd*. Dico quod tetragonum linee .*ad*. cum tetragono linee *bd*. duplum est tetragonorum linee .*ag*. et linee .*g.d*. Quoniam linea .*ad*. in duo utlibet diuisa est super .*b*.; erit itaque quadratus linee .*ad* cum quadrato linee .*bd* equalis quadrato .*ab*. et duplo *bd*. in .*ad*. Sed duplum .*bd* in .*ad* est sicut duo quadrati linee .*bd* cum duplo *bd*. in .*ba*. ; ergo tetragonum .*ab*. cum duobus quadratis linee .*bd*., et cum duplo .*bd*. in .*ab*. equantur quadratis linearum .*ad*. et *bd*. Verum multiplicatio .*bd*. in .*ab*. dupla est multiplicationj .*bd*. in *gb*., cum dimidia sit .*bg*. ex *ab*. Quare duplum .*bd* in .*ab*. est quadruplum ex *bd*. in .*gb*.; ergo tetragonum .*ab*. cum duobus quadratis linee *bd*, et cum quadruplo .*bd*. in .*gb*. equatur duobus quadratis linearum .*ad* et *bd*. fol. 10 verso.

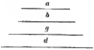
- .*bd*. in .*ad* ... duplo .*bd* » (fol. 10 verso, lin. 4-5; pag. 17, lin. 5-7).



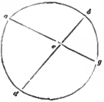
Sed tetragonum linee .*ab*. quadruplum est tetragoni, quod á media .*ab*. describitur, scilicet á linea .*gb*.; ergo quadruplum tetragoni .*gb*. cum duobus tetragonis linee .*bd*., et cum quadruplo multiplicationis .*bd*. in .*gb*. equatur duobus quadratis linearum *ad*. et *bd*. Rursus quoniam linea *gd* in duo diuisa est super .*b*., erunt duo quadrati portionum .*gb*. et *bd*. cum duplo .*bd*. in .*bg*. equales quadrato linee .*gd*. Quare duplum quadrati linee *gb*. cum duobus quadratis linee .*bd*., et cum quadruplo .*bd*. in .*gb*., erit duplum quadrati linee .*gd*. Reliquum uero duplum quadrati linee .*gb*. duplum est quadrati linee .*ga*. Ergo quadruplum quadrati linee *gb*., et duo quadrati linee .*bd*. cum quadruplo .*bd*. in *gb*. dupli sunt tetragonorum portionum .*ab*. et *bd*. Sed quadruplum quadrati linee .*gb*., et duo quadrati linee .*bd*. cum quadruplo .*bd*. in .*gb*. ostensi sunt equales duobus quadratis linearum *ad* et *bd*. Quare et quadrati linearum *ad*. et *bd*. dupli sunt quadratorum portionum .*ag*. et *gb*. ; quod oportebat ostendere. Que etiam ostendamus cum numeris. Sit linea .*ab*. 10. diuisa super punctum .*g*. in .5 et 5.; cui addatur in directo linea .*b d*. trium ulnarum, erit tota .*ad*. 13., et *gd*. .8.: quadratus quidem linee .*ad* est 169., et *bd*. est .9; qui insimul iuncti surgunt in .178., scilicet in duplo de 89., que sunt summa quadratorum .*ag* et *gd*., scilicet de 25 et 64. Quoniam superfluum uidetur nostris demonstrationibus demonstrare omnia, que Euclides super ostensionibus assignauit. Ideirco quedam ex ipsius libro huic operi necessaria sine demonstratione proponere procuramus. Si tres numeri, uel tres quantitates proportionales fuerint, ita quod sicut primus numerus fuerit ad secundum, ita secundus sit ad tertium ; tunc multiplicatio primi numeri in tertium equatur quadrato secundi numeri, scilicet multiplicationi eius in se. Exempli causa: sunt .4, et 6., et 9. in una proportione; quia sicut .4. sunt ad .6., ita .6. sunt ad .9.: uel sicut .9. sunt ad .6., ita .6. sunt ad .4. Quare multiplicatio de .4. in .9. surgit in multiplicatione de .6. in 6. Vnde quando ex tribus datis numeris multiplicatio primi in tertium facit quadratum secundi numeri; tunc illi tres numeri continue proportionales sunt. Item cum quatuor numeri proportiones (*sic*) sunt; fueritque sicut primus ad secundum, ita tertius ad quartum; tunc | multiplicatio primi in quartum equatur multiplicationi secundi in tertium. Verbi gratia: sicuti primus numerus .6. est ad secundum .8., ita tertius .9. est ad quartum .12.; erit quidem multiplicatio de .6. in .12. equalis multiplicationi de .8. in .9. Surgit enim utraque multiplicatio in .72.: ex hoc uero comprehenditur, quod cum multiplicatio primi numeri in quartum est equalis multiplicationi secundi in tertium; tunc illi quatuor numeri proportionales sunt, in ipsa uidelicet proportione, in qua fol. 11 recto.

primus est ad secundum, in eadem est tertius ad quartum. Et notandum, cum aliquis numerus diuiditur per aliquem numerum, si illud quod ex diuisione euenerit, multiplicabitur per diuisorem, nimirum diuisus numerus ex ipsa redibit multiplicatione. Vt si .20. diuidantur per .4., exibunt .5.; et ex multiplicatione igitur de .4. in .5. redijt diuisus numerus .20. Si autem ex tribus numeris proportionalibus duo erunt noti, scilicet primus et secundus, et tertius ignotus erit: quadratum secundi numeri per primum numerum diuide, et quod ex diuisione euenerit, erit tertius numerus. Verbi gratia: sit primus numerus .4., secundus .6, et tertium ignoramus. Quadratum de .6., scilicet .36., per 4., scilicet per primum numerum diuidemus, exibunt .9. pro tertio numero. Quare si exeuntem .9. per diuisorem .4. multiplicauerimus, redibunt .36., scilicet diuisum numerum: ergo cum ex multiplicatione primi numeri in tertium egreditur quadratum secundi numeri, tunc illi tres numeri proportionales sunt. Est ergo sicut .4. ad .6., ita .6. ad .9. Nam si ignorauerimus primum numerum, diuidemus eumdem .36. per tertium .9., et egreditur primus .4.; et si ignorauerimus secundum numerum, multiplicabimus primum per tertium, scilicet .4. per .9., exibunt .36.; quorum radix, que est .6., est secundus numerus. Item sit sicut primus numerus .*a*. ad secundum .*b*., ita tertius .*g*. sit ad quartum .*d*. Quoniam multiplicatio primi in quartum, scilicet *a*. in .*d*., est equalis multiplicationi .*b*. in .*g*. , scilicet secundi numeri in tertium. Si noti fuerint *a* et *b* et .*g*.; fueritque *d* ignotus, multiplicationem itaque ex *b*. in .*g*. diuidemus per .*a*., et egredietur .*d*. Et si eadem multiplicatio, scilicet de .*b*. iu .*g*., diuidatur per .*d*., egredietur .*a*.: propter eadem ergo si multiplicatio de .*a*. in .*d*. diuidatur per .*b*., egredietur .*g*.; et si diuisa fuerit per .*g*., egredietur .*b*. Verbi gratia: sit .*a*. 4 et *b*. 6 et *g*. 8. et .*d*. 12. ; si multiplicatio .*b*. in .*g*. , scilicet 48, diuidatur per .*a*., scilicet per .4., egredietur .*d*., scilicet 12. : que .48. si per 12 diuisa fuerint, scilicet per quartum numerum, egredietur .4., scilicet primus numerus. Simili quoque modo si multiplicationem primi numeri in quartum, scilicet de .4 in 12, hoc est .48., diuiserimus per secundum numerum, scilicet per .6., egredietur .8. pro tertio numero; que etiam .48. diuisa per tertium numerum, scilicet per .8., egreditur numerus secundus. HIS itaque memorie commendatis, dicendum est: cum in circulo due recte se inuicem secant, erit multiplicatio unius portionis unius linee in alteram sui partem equalis multiplicationi unius portionis alterius linee in suum residuum. Vt si in circulo .*abgd*. due recte .*ag*. et *bd*. se inuicem secauerint super punctum .*e*.; multiplicatio quidem .*ae*. in .*eg*. equatur multiplicationi .*be*. in .*ed* in Euclide ostenditur. Nunc uero ad radices numerorum inueniendas ueniamus.

« exibunt .36. ... per .4., et » (fol. 11 *recto*, lin. 19-22; pag. 18, lin. 13-19).



« egreditur numerus . . . *Distinctio secunda*. » (fol. 11 *recto*, lin. 30-35; pag. 18, lin. 28-3?).



Distinctio secunda.

Incipit capitulum de inuenctione radicum.

fol. 11 *verso*.

Cvm autem per geometricales regulas campos mensurare uolumus, oportet nos in quibusdam dimensionibus radices quinque numerorum inueuire. Quare qualiter radices numerorum inueniatur, secundum quod in hoc opere sufficere uideatur, presentialiter demonstrare curaui. Est enim radix numeri latus alicuius quadrature; quia cum multiplicatur latus in se ipsum, perficitur embadum illius quadrature : quare summa multiplicationis lateris recte dicitur quadratus; cum in se quadratam contineat superficiem. Et est notandum, quia una figura est radix numerorum unius figure, et duarum; due

figure sunt radix trium figurarum, et quatuor; tres figure sunt radix quinque figurarum, et sex; quatuor figure sunt radix septem figurarum, et octo, et sic deinceps. Radices autem quadratorum numerorum unius figurę, et duarum oportet scire cordetenus, ut possimus cum ipsis in inuentione radicum plurium figurarum subtilius procedere. Est enim unum radix de .1; quia semel vnum, vnum facit; et 2 sunt radix de .4., et 3 de 9, et 4 de 16., et 5 de 25., et 6 de 36, et .7 de 49, et 8 de 64, et 9 de 81., et 10 de .100. Reliqui uero, qui sunt infra hos quadratos numeros, non habent radicem. Sed possumus radici ipsorum cum minutis quantum necesse est per plures modos subtiliter appropinquare; quod in suo demonstrabitur loco. Cvm autem uolueris inuenire radicem integram alicuius numeri trium figurarum, inuenias primum radicem ultimę figurę; et pones eam sub secundo gradu; cum scias duas figuras esse necessarias in radice trium figurarum; et sic erit una sub secunda, et alia cadet sub prima: et quod superauerit ex ipsa tertia figura, pones super ipsam tertiam figuram; et copulabis ipsum superfluum cum secunda figura; et pones aliam figuram sub prima, scilicet ante figuram, que est posita sub secunda; quę multiplicata per duplum positę figurę in radice, faciat ita prope dictę copulationis, ut de superfluo quod inde superfuerit copulato cum prima figura possis extrahere multiplicationem ipsius figurę in se ipsam; et non remaneat inde ultra duplum radicis inuentę: et si de ultima figura nihil remanserit, intelliges euenire de secunda figura hoc quod diximus de copulatione superflui tertię figurę cum secunda. Verbi gratia: uolumus reperire radicem de .153., inuenies radicem de .1., quod est in tertio gradu, que est .1.; quod .1. pone sub .5., et ante ipsum .1. pone .2 sub .3.; quia multiplicato .2. in duplo radicis inuentę, scilicet in .2., faciunt .4.; quibus extractis de .5., remanet .1. super ipsum .5.; qun .1. copulato cum .3. primi gradus, facit 13.; de quo possumus extrahere multiplicationem de .2. in se ipsum, et remanet inde .2., que sunt minus duplo radicis inuentę, scilicet de .24.: ergo integra radix de .153. est .12, et remanent .9. Item si uis inuenire radicem de .864., pone .2 sub .6., cum .2 sint integra radix de .8.; et 4 que remanent | pone super .8.: deinde dupla ipsa .2, erunt .4., que pone sub .2.; et per ipsa .4 diuide .46., scilicet copulationem superflui tertię figure cum secunda, exibunt .11.: ex qua diuisione possumus habere arbitrium sequentis ponende figure, que multiplicanda est per duplum prime figure posite; et postea per se ipsam, erit ipsa figura aut parum minus, aut totidem quantum ex ipsa diuisione euenit; quod cognosces ex usu. Quare ponemus arbitrio .9. sub prima figura, que sunt minus de .11. predictis; et multiplicabis .9. per .4., scilicet per duplum inuenti binarij, et extrahes de 46. predictis, et ex remanentibus .10. pones 0. super .6., et .1. super .4.; et copulabis ipsa 10. cum .4. primi gradus, erunt .104.; de quibus extracta multiplicatione nouenarij in se ipso, remanent .23.; que.23.sunt minus dupla radicis inuenctę.

Rursus si radicem de .960 inuenire uolueris, pone radicem de .9., scilicet .3 sub .6.; et duplica ipsa .3., erunt .6., que pones sub ipso .3.; per que .6. oportet quamdam figuram multiplicare, que ponenda est ante .3.; et ipsam multiplicationem de .6. superiore extrahere, et remaneat inde figura; que cum fuerit copulata cum .0.; et possis extrahere multiplicationem ipsius figure in se ipsam, et non remaneat ultra duplum radicis inuentę; eritque illa figura .0. : quod .0. cum multiplicatum fuerit per .6., que fuerunt duplum de .3.; et ipsa multiplicatio extracta fuerit de .6., remanebunt eadem

« rema|neat inde .... cum .3 » (fol. 11 verso, lin. 25 e 26-31; pag. 19, lin. 18-24).

(9
1
1 5 3
1 2
2

fol. 12 recto.

« pone super .8. .... de 46. predictis » (fol. 12 recto, lin. 1-7; pag. 19, lin. 27-34).

(23
1
4 0
8 6 4
2 9
4

« extrahe|re, et .... .60., que » (fol. 12 recto, lin. 13 e 14-19; pag. 19, lin. 40 — pag. 20, lin. 2.

(60
9 6 0
3 0
6

6.; que cum copulata fuerint cum .0., quod est in primo gradu, faciunt .60.; de quibus .60. cum extracta fuerit multiplicatio de .0. in se ipso, remanebunt .60., que sunt duplum de 30, scilicet de radice inuenta. Si autem uolueris scire radicem numeri quatuor figurarum, inuenias primum radicem duarum figurarum ultimarum; et superfluum copulabis cum remanentibus duabus figuris, et operabis secundum hoc quod diximus in tribus figuris: ad cuius rei euidentiam sint .1231.; quibus uolumus radicem inuenire: pone sub .3. radicem ultimarum figurarum, scilicet de .12.; que radix est .3., et remanentia .3. pones super .2. de .12.; et copulabis ipsa .3. cum sequentibus figuris, erunt .334.; et duplicabis radicem inuentam, erunt .6.; que pones sub .3., scilicet sub radice inuenta: et considera, quot sunt multiplicationes, que multiplicande sunt secundum hoc quod dictum est superius; et quot sunt figure in numero, de quo debemus extrahere ipsas multiplicationes: sunt enim multiplicationes due, quarum una est multiplicatio ponende figure per duplum radicis inuentę, scilicet per .6.; alia multiplicatio est ipsius ponende figure in se ipsam: has quidem duas multiplicationes debemus extrahere de .334., et finire ultimam multiplicationem sub figura primi gradus. Ideo primam multiplicationem oportet extrahere de copulatione duarum figurarum ultimarum, scilicet de .33.; et ex copulatione superflui, et quaternarij, qui est in primo gradu, extrahes aliam. Quare pones .5. sub primo | gradu; quia diuisis .33 per .6, reddunt .5.; et multiplicetur .5 per .6., et extrahatur ipsa multiplicatio, scilicet 30 de 33, et remanebunt .3. in secundo gradu: que .3. copula cum .4. primi gradus, faciunt .34.; de quibus extrahe multiplicationem de .5. in se ipsum, remanent 9.; et sic habes 35 pro radice de 1234, et remanent .9. Rursus si uolueris inuenire radicem de .6142. Inuenias radicem de .61., quem (*sic*) est .7., et remanent .12: pone .7. sub .4., et 12 pone super .61.; et duplicabis .7. inuenta, erunt .14.; pones .4. sub .7., et 1 post ipsum septenarium; et intelligas copulationem remanentium .12. cum .42.; que copulatio facit .1242., in quo numero sunt .4. figure, ex quibus sunt extrahende tres multiplicationes. Quarum prima est ponende figure per positum vnum, et alia per .4., que sunt ante ipsum .1., et alia per se ipsam: quas tres multiplicationes debemus gradatim extrahere de .4. dictis figuris, ita ut ultima multiplicatio cadat in primo gradu. Et quoniam numerus figurarum excedit numerum multiplicationum in una figura, pro ipsa una figura oportet copulare ultimam figuram de 1242. cum sequente, erunt .12.; de quo .12. extrahe primam multiplicationem; et deinceps cadet secunda multiplicatio sub secundo gradu, et ultima sub primo: quare pones .8. ante posita .7.; et multiplicabis .8. per .1. predictum, et extrahes de .12., remanebunt tibi .4.: que copulabis cum sequentibus .4., que sunt in secundo gradu, erunt .44.; de quibus extrahe multiplicationem de .8. in .4.; que .4. sunt sub .7., remanent .12., que pone super .41.; et copulabis ipsa cum .2. primi gradus, erunt .122.: de quibus extrahes 64., scilicet multiplicationem de .8. in se, remanent .58.; et sic habes .78. pro radice de .6142., et remanent .58. Verum si radicem de .8172. reperire uolueris, radicem de 81., scilicet .9., pone sub .7.; et de duplo ipsius .9 pone .8 sub .9., et .1. post ipsum uersus sinistram; in quibus .1. et 8 oportet multiplicare ponendam figuram singulariter, et de inceps ipsam figuram in se ipsam; et sic sunt tres multiplicationes, que sunt extrahende gradatim de 72., que remanent de .81. post inuentionem radicis de .81.: unde euidenter cognoscimus, nullam post se cadere preter .0., cum deficiat gradus, unde possit extrahi prima multiplicatio; quia si prima multiplicatio extrahatur de .7., oportet secun-

[illegible] sunt figu- [illegible] (fol. 12 recto, lin. 23- [illegible] pag. 20, lin. 5-11).

(9

3
1 2 3 4
3 5
6

fol. 11 [illegible]

[illegible] 25 [illegible] (fol. 12 ver[illegible] lin. 4-9; pag. 20, lin. 21-26).

(58

1 2 4 2
6 1 4 2
7 8
1 4

[illegible] 78 pro radice [illegible] cum di[illegible] [illegible] (fol. 12 verso, lin. 20-23 e 25; pag. 20, lin. 37-42).

(72

81.72
90
18

dam extrahere de .2.; et sic non habemus unde extraheremus tertiam multiplicationem. Vel aliter, quouiam primus gradus quemcuoque gradum multiplicat, ipsum gradum surgit ex multiplicatione; quare ponenda figura, que cadit in primo gradu multiplicata in tertio gradu, scilicet in .1., facit tertium gradum; qui gradus minime est in .72.: ergo radix de .$\frac{72}{8}$., et 172 est 90, et remanent .72. Et si uolueris radicem alicui numero quinque figurarum inuenire, inuenies per premissam doctrinam radicem tribus ultimis figuris: et si inde aliqoid superfuerit, pones illum superfluum super ipsum gradum; uel gradus de quo, uel de quibus superfuerit; et copulabis ipsum superfluum cum duabus reliquis figuris; et pones duplum inuentę radicis sub ipsa radice; similem gradum sub similj gradu;| et per premissam notitiam stodebis ponere aliam figuram sub primo gradu; quia prima figura in radice quinque figurarum cadit sub tertio gradu, cum tres figure sint radix numerorum quinque figurarum. Verbi gratia: nolumus inuenire radicem de 12345. Inuenias quidem primum radicem de 123., que est .11, et remanent .2; et cum inueneris ipsa .11., pones primam .1. de .11. sub .3., et aliam sub .4.; et duplicabis ipsum .11., erunt .22, que pone sub .11.; et .2. que remanserunt pone super .3.; et copulabis ipsum .2 cum sequentibus figuris, erunt .245., in quo numero sunt tres figure; et multiplicationes quidem fiende erunt similiter tres. Quare de singula figura exit singula multiplicatio. Vnde oportet ponere talem figuram ante posita .11.; que cum multiplicata fuerit per primum binarium, postea per secundum, postea per se ipsam, possit prima multiplicatio exire de .2., que remanserunt super .3.; et alia de .4.; et alia de .5., que sunt in primo gradu; eritque illa figura .1.: multiplicato quidem .1. per primum binarium extracta; et extracta ipsa multiplicatione de duobus, que suot super .3., remanet nihil. Item multiplicato ipso .1. per sequentem binarium, et extracto de 4., remanent .2. super .4.; quibus .2. copulatis cum .5. primi gradus, faciunt .25.; de quibus extracto .1., quod surgit ex multiplicatione de .1. in se ipso, remaneot .21.; et sic habes .111. pro radice de 12345., et remanent .24. Quod si rectum est, ita per qualem uis probam cognoscitur: probam de .111. in se ipsam multiplica, et ex ipsa multiplicatione probam accipe; et super acceptam probam adde probam de .24.; et si ex hoc habueris, scilicet probam de 12345., rectum est quod fecimus. Verbi gratia: proba de 111. per .7 est .6; quia diuisis .111. per 7, remanent .6;. quibus in se multiplicatis, faciunt .36.; quibus per .7. diuisis, remanet .1.; quo addito cum proba de .24., que est .3, faciunt .4., scilicet probam de 12345.; quia dioisis .12345 per .7., remanent .4.; et hoc nolumus: et secundum hunc modum probabis semper io inuentione radicum. Rursus si uis inuenire radicem de 98763., inuenies radicem de .987., que est .31., et remanent .26.: pone .3. sub .7., et .1. sub .6., remanentem .26. pooe super 87., scilicet 2. super .8, et 6 super .7.; et copulabis .26. cuio alijs duabus figuris, erunt .2663.; et duplicabis 31, et habebis .6. sub .3., et 2 sub .1.: et quia quatuor restant figure in numero, quas gradatim debemus delere per tres multiplicationes, que fieri debent cum figura ponenda ante .31.; quarum una erit per .6., et alia per 2, et alia per se ipsam; oportet itaque, ut primam multiplicationem accipiamus de .26.: quare diuides .26. per 6., que sunt duplum de 3 inuentis in radice; et positis sub .3., exibunt .4.; et ideo ponenda sunt .4. ante .31.: ponemus ergo .4. ante .31., cum fieri possit; et multiplicabis ipsa .4 per .6., et extrahes de .26., et remanentia .2. pone super .6; et copulabis ipsa cum .6., que sunt in secundo gradu, faciunt 26.: de quo numero extrahes multiplicationem de .4. in .2.,

fol. 13 recto.

* copulabis ipsum . . . sequentem » (fol. 13 recto, lin. 6 e 7-13, pag. 21, lin 13-23.

(21

2
1 2 3 4 5
1 1 1
2 2

* remanentem 26 . . . , remanentia 2. pone » (fol 13 recto, lin. 24 e 25-32 e 33, pag. 21, lin. 34-42).

(169

1
2
2 6 8
9 8 7 6 3
3 1 1
6 2

que posita sunt sub .1., remanent .18., uidelicet .1. super .2, et .8 super .6.: et copulabis ipsa .18 cum .5 primi gradus, erunt .185.; de quibus | extrahes multiplicationem de .4. in se ipsis, remanent .169.; et sic habes .314 pro radice de 98765, et remanent 169. Et si uolueris inuenire radicem alicui numero sex figurarum. Inuenias primum radicem quatuor ultimis figuris; et residuum quod superfuerit, copulabis cum sequentibus duabus figuris; et deinceps operabis ut supra. Verbi gratia: uolumus reperire radicem de 123456. Inuenies primum radicem de .1234, que est 35, et remanent .9.; et pone .35 sub .45.; et .9. que remanent pone sub .4.; et copulabis ipsa .9. cum .56., faciunt .956.; et duplicabis inuentum .35., erunt .70.; de quibus pone .9. sub .5., et 7 sub .3.; et quoniam figure sunt tres que restant; et multiplicationes sunt tres, quarum prima debet fieri per .7., secunda pro zefiro, tertia exponenda figura in se; tunc scimus, quia prima multiplicatio debet exire de .9.: quare diuide .9. per .7., exibit unum pro ponenda figura ante .35. Quo uno multiplicato per .7., et extracta ipsa multiplicatione de .9., remanent .2. super .9.; quibus copulatis cum .5., et inde extracta secunda multiplicatione, scilicet de .1. in zefiro, remanent 25: quibus copulatis cum sequente figura, faciunt .256.: ex quibus extracta multiplicatione de .1. in se ipso, remanent .255.; et sic habemus .351. pro radice de .123456., et remanent .255. Rursus si uolueris inuenire radicem de 987854 Inuenies primum radicem de .9878., que est .99., et remaneat .75.: pone .99. sub 65., et 75 super .78.; et duplicabis radicem inuentam, erunt .198.: de quo numero pones 6 sub .9., que sunt in secundo gradu, et 9 sub 9, que sunt in tertio gradu; et .1. pones post ipsa; et copulabis 75 cum 54., erunt .7554., in quo numero sunt quatuor figure, quas debemus delere gradatim per quatuor multiplicationes, quas facere debemus cum ponenda figura, scilicet per tres figuras de .108., et per se ipsam: quare primam multiplicationem oportet extrahere de .7. tantum: et si cognoscimus ponendam figuram esse .3. ante .99.; quo .3. multiplicato per .1. de .198., et extracta ipsa multiplicatione de .7., remanent .4. super ipsis .7.: quibus copulatis cum .5. tertij gradus, faciunt .45.: de quo extracta multiplicatione de .3. in .9. de .198., remanent .18. super quartum et tertium gradum: quo 18 copulato cum .5., qui est in secundo gradu, faciunt .185.; de quibus extracta multiplicatione de .3. in .8. de 198, remanent .161. super quartum, et tertium, et secundum gradum: quibus 161. copulatis cum .4. primi gradus, faciunt 1614.: de quibus extracta multiplicatione de .3. in se, remanent .1605.; et in radice habemus .993. Item si uolueris inuenire radicem alicuius numeri septem figurarum. Inuenias primum radicem quinque figuris ultimis; et residuum, si fuerit, copulabis cum reliquis duabus figuris; et operaberis ut supra. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de .9876543.; et quoniam radix septem figurarum sunt quatuor figure, oportet ponere primam figuram radicis sub quarto gradu, | et sequentem figuram sub tertio, aliam sub secnudo: quas tres figuras inuenies inueniendo radicem quinque figurarum ultimarum, scilicet de 98765.; quorum radix est .314., et remanent .169. super quintum, et quartum, et tertium gradum: quibus 169. copulatis cum duabus reliquis figuris, scilicet cum .43, faciunt .16943.: deinde duplica inuenta .314., et habebis .8. sub .4., et 2 sub .1., et 6 sub .3.: per quas tres figuras multiplicanda est gradatim ponenda figura, et deinceps in se ipsam; et sic erunt quatuor multiplicationes, quas debemus extrahere gradatim de quinque figuris predictis, scilicet de 16943: quare prima multiplicatio extrahenda est de duabus ultimis figuris, scilicet

fol. 13 *verso*.

• superfuerit, copulabis .... .35. Quo » (fol. 13 *verso*, lin. 4-11; pag. 22, lin. 5-13).

255

2
9
1 2 3 4 5 6
3 5 1
7 0

• Inuenies primum .... cognoscimus ponendam » (fol. 13 *verso*, lin. 17-23; pag. 22, lin. 17-24).

1605

1 8
4 8
7 5
9 8 7 8 5 4
9 9 3
1 9 8

fol. 14 *recto*.

• et sequentem .... tres figuras » (fol. 14 *recto*, lin. 1-5; pag. 22, lin. 36-40.

4379

1 8 9
9 8 7 6 5 4 3
3 1 4 2

de .16.; quare diuides .16. per .6., qui primus multiplicandus est, exibunt .2.: quare pones .2. in primo gradu radicis; et multiplica ea per .6. de 628., erunt .12.; que extrahes de .16, remanent .4. super .6.; que copulabis cum .9, faciunt, .49: de quibus extrahes multiplicationem de .2. in .2, remanent .45 super 49; que copulabis cum .4. secundi gradus, faciunt .454.; de quibus extrahes multiplicationem de .2. in .8., remanent .438., scilicet .4 super quartum gradum, et 3 super tertium, et 8 super secundum: et copulabis .438. cum .3 primi gradus, faciunt 4383; de quibus extrahes multiplicationem de 2 in se ipsis, remanent .4379., que sunt minus duplo radicis inuente; et radix est .3142. Similiter si uis inuenire radicem octo figurarum, inuenies radicem sex figuris ultimis; et copulabis residuum cum reliquis duabus figuris, ut dictum est. Et sic cum his que dicta sunt possunt radices in infinitum quorumlibet numerorum inueniri. Nam si scire desideras quot figure erunt in radice alicuius numeri multarum figurarum, considera si numerus figurarum ipsius numeri fuerit par, uel impar. Si fuerit par, dimidia ipsum numerum; et quot unitates sunt in medietate, tot figurę erunt in radice ipsius. Si uero fuerit inpar, adde numero ipsorum unum, ut efficiatur numerus figurarum par. Et tunc quot unitates erunt in medietate numeri ipsarum, tot figure similiter erunt in radice. Et tunc incipies ponere primam figuram sub ipso gradu sub quo ceciderit. Nam si fractiones, que cadunt de superfluo inuentarum integrarum radicum, prope ueritatem nosse desideras, considera utrum numerus ille, cui radicem inueneris, fuerit perticarum secundum geometriam, aut graduum secundum astronomiam.

Quia iu radicibus perticarum fractiones in pedibus, deinde in unceis, et in partes unciarum reducere necesse est. In radicibus quoque graduum fractiones in minutis, et in secundis, et in partibus secundorum reducende sunt. Est enim pertica, ut diximus, pedes .6.; et pes est uncie .18.; et uncia est $\frac{1}{18}$ pedis; et pes est sexta perticę; pertica tota est uncie .108. Item gradus diuiditur in minutis .60., et minutum in secunda 60., et secundum similiter iu tertia .60.; quare totus gradus est secunda .3600., et tertia 216000.:| quibus ad memoriam reductis, cum uolneris radicem alicui numero perticarum inuenire, *fol. 14 verso.* multiplica ipsas perticas per multiplicationem de 108. vicibus 108., hoc est per .11664.; et sume (*sic*) multiplicationis radicem inuenias; et habebis numerum unciarum, que sunt in radice quesita: quibus unceis diuisis per .18., reddunt pedes, qui sunt in illa radice. Quibus pedibus in .6. diuisis, reddunt perticas. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de perticis 67., multiplica 67 per 11664., erunt 781488.; quibus inuenias radicem, que est .884., et remanent .32.: que 32 diuide per duplum de .884.; uel dimidium de 32, scilicet .16, diuide per 884., exibit fere $\frac{1}{55}$: ergo radix de perticis 67. sunt uncie 884, et $\frac{1}{55}$; quibus unceis diuisis per .18. reddunt pedes 49, et remanent uncie 2, et $\frac{1}{55}$: quibus pedibus .49. diuisis per 6 reddunt perticas 8, et remanent pes (*sic*) .1.: ergo radix de perticis .67 est pertice.8., et pes .1., et uncie 2, et $\frac{1}{55}$; et sic studeas facere in omnibus similibus. Et si uolueris radicem numero graduum inuenire. Multiplica secunda unius gradus, scilicet 3600. in se ipsis, erunt .12960000; per quem numerum multiplica gradus, quibus radicem inuenire desideras; et summe multiplicationis radicem inuenias; et superfluum diuide per duplum radicis inuentę, et habebis secunda, que fuerint in radice quesita: quibus secundis diuisis in .60. reddent minuta : quibus minutis diuisis in .60., reddent gradus; et sic habebis gradus, et minuta, et secunda, et partes unius secundi, que fuerint

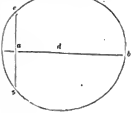
in radice quorumlibet gradnum. Et si primum perticas, deinde pedes, post hoc uncias, ad extremum partes uncie, que sunt in radice quarumlibet perticarum, gradatim inuenire desideras. Inuenias primum radicem perticarum, ut dictum est: deinde de perticis que remanserint, fac dimidios soldos, scilicet pedes; et diuide eos per duplum perticarum inuentarum in radice, et habebis pedes; et ex hoc quod remanserit, fac denarios; ex quibus extrahe multiplicationem peduum inuentorum in se ipsos; residuumque triplicabis, scilicet facies inde uncias; quas diuides iterum per duplum perticarum, et pedum inuentorum in radice, et habebis perticas, et pedes, et uncias, et partes uncię, que sunt in radice quarumlibet perticarum. Verbi gratia. Volumus iterum radicem de perticis 67. inuenire; primum quidem radix de perticis .67. sunt pertice .8. in integrum, et remanent pertice .3., que sunt medij soldi, uel pedes .18.: quibus diuisis per duplum de .8., scilicet per 16, egreditur pes .1., et remanent pedes .2., qui sunt denarij .12.: ex quibus extrahe multiplicationem unius pedis in se ipso, scilicet denarium unum; quia cum pes multiplicatur in pedem, facit denarium, ut dictum est, remanent denarj .11.: quibus multiplicatis per .3. faciunt uncias .33.; quibus diuisis per duplum de perticis .8., et pedem .1., scilicet scilicet (*sic*) per $\frac{1}{8}$ 16, ueniunt uncie 2, et remanet $\frac{1}{8}$ unius uncię: de qua $\frac{1}{8}$ si extraxerimus multiplicationem inuentarum duarum unciarum in se ipsis, remanebit ex ipsa tertia uncie, quasi $\frac{1}{33}$ unius uncię; cum diuiserimus ipsum
[A 15 *recto*. superfluum per duplum radicis inuentę. Rursus | si uolueris inuenire per hunc modum radicem de perticis .111., accipe radicem integram ipsarum, scilicet .10.; et duplica, erunt .20.; per quem diuide pedes perticarum .11. superfluarum, scilicet 66., exibunt pedes .3., et remanent pedes .6.,scilicet denari .36.: ex quibus extractis denarijs .9., qui procreantur ex multiplicatione peduum .3. in se, remanent denari .27.; quibus triplicatis faciunt uncias 81.; quibus diuisis per duplum radicis inuentę, scilicet per .21., exibunt uncie $\frac{6}{7}$ 3, et non remanet inde aliquid, unde possis extrahere multiplicationem unciarum inuentarum in se ipsis: quare pone aliquantulum minus de $\frac{6}{7}$ unius uncię; et sic habebis perticas .10., et pedes .3., et uncias $\frac{5}{6}$ 3. pro radice de perticis .111. Et nota ea que soperius diximus de multiplicatione perticarum, et pedum, et unciarum in perticas, et pedes, et uncias; et cognosces unde procedunt ea que facimus in inuentione peduum, et unciarum in radicibus.

Item si uis inuenire radicem de perticis 1234. Integra quidem radix ipsarum est pertice 35., et remanent pertice .9; que pertice 9. sunt pedes .54.: per quos pedes .54., cum sit minus duplo radicis inuentę, scilicet de .70., cognoscimus in hac radice nequaquam cadere pedes: quare de pedibus 54 facies uncias, erunt uncie .972.; quas diuide per .70., exibunt uncie .13, et $\frac{7}{8}$; et non remanet inde unde extrahas multiplicationem de unceis $\frac{7}{8}$ 13. in se ipsis: quare per $\frac{7}{8}$ pone minus, scilicet $\frac{6}{7}$, uel $\frac{5}{6}$, uel $\frac{4}{5}$, uel $\frac{3}{4}$ ad libitum; quia ita faciendo, parum poteris deuiare; et sic, secundum hunc modum, potes cuilibet numero perticarum, uel perticarum et peduum; etiam et perticarum, et peduum, et unciarum radicem subtiliter inuenire.

De fractionibus quidem graduum in minuta et secunda inueniendis in libro nostro abaci satis aperte monstrauimus; vere quidem radices numerorum, qui non sunt quadrati, in lineis haberi possunt, in numeris uero minime. Est enim modus reperiendi radices in lineis, ut protrahas lineam illius quantitatis, uel numeri, cuius radicem ha-

bere desideras, eique lineam unius unitatis super addas, et in medio illius lineę centrum figas, in spatio dimidię linee circulum ducas; et a puncto, quod est inter unitatem et lineam, ad rectos angulos lineam usque ad circulum protrahe; et illa linea erit uera radix quesiti numeri. Exempli causa: uolumus radicem .67. inuenire. Adiaceat quedam recta *.ab.*, que sit 67.; cui addatur in directo unitas *.ag.*, erit tota *.gb.* 68: diuidaturque *.gb.* in duo equalia super punctum *.d.*; et spatio *.dg.* uel *.db.* circulus circinetur *.gebz.* Et protrahatur ad rectos angulos linea *.ae.*; dico quod linea *.ae.* uera radix est linee *.ab.*, scilicet de 67.

« .bg. et .ez. .... .ag., sicut » (fol. 15 *recto*, margine inferiore esterno; pag. 25, lin. 14 e 15).



fol. 15 *verso*.

Protrahatur quidem recta *.ea.* in directo ad punctum *.z.*; et quoniam recta *.ba.* stat super rectam *ez.*, facit duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis equales. Rectus quidem qui sub *.bae.*, rectus quoque, qui sub *.baz.* Et quoniam recta *.ag.* per centrum ducta secat quamdam rectam *.ez.* ad rectos angulos, ipsam rectam per equalia secare necesse est. Equalis ergo recte *.ea.* recta *.az.* Rursus quoniam in circulo *.gebz.* due recte, que sunt *.bg.* et *.ez.* se inuicem secant supra punctum *.a.*, erit multiplicatio *.ba.* in *.ag.*, sicut | multiplicatio *.ea.* in *.az.* Sed multiplicatio *.ae.* in *.az.* est sicut multiplicatio *.ea.* in se ipsam. Quare multiplicatio *.ba.* in *.ag.* est sicut multiplicatio *.ae.* in se. Multiplicatio quidem *.ba.* in *.ag.*, scilicet de .67. in .1., facit 67. Et multiplicatio uero ex *.ae.* in se facit similiter .67.; et hoc nolumus.

De multiplicatione radicum.

Nvnc autem ostendamus, qualiter radices numerorum per radices multiplicentur. Et qualiter insimul addantur. Et quomodo minores de maioribus extrahantur. Etiam et quo ordine inter se diuidantur. Cvm autem uolueris multiplicare radicem de 16 per radicem de .25, cum 16 et 25 sint quadrati numeri. Accipe radices eorum, que sunt 4 et 5; et multiplica eas insimul, egredientur .20. pro quesita multiplicatione. Si uero radicem de 16 per radicem de 30. multiplicare uis; cum radix de 30 sit surda, multiplicabis .16 per 30, erunt .480.; quibus inuenies radicem quam propius poteris, et habebis summam dictę multiplicationis. Rursus si uolueris multiplicare radicem de 20 per radicem de 30., multiplica 20 per 30, erunt .600.; quibus inuenies radicem, et habebis propositum. Verbi gratia: sit *.a.* 20., et *.b.* .30., et *g* sit radix de .20., et *d.* sit radix de .30.; multiplicato quidem *.a.* in *.b.* faciat *.e.*, scilicet .600.; et multiplicato *.g.* in *.d.* faciat *.z.* Dico quoniam *.z.* radix est sexcentorum, scilicet ex *.e.* Sed primo dicendum est, quod sicut aliquis numerus est ad aliquem numerum, ita est quoduis multiplex unius ad idem multiplex alterius; et que uis pars unius ad eandem partem alterius: quod probabimus in .12 et 24.: in qua enim proportione sunt 12 ad 24, in eadem est duplum de 12 ad duplum de 24., et triplum ad triplum, et deinceps quadruplum, et que secuntur multiplicia. Similiter in qua proportione est 12 ad 24, in eadem proportione est dimidium de 12. ad dimidium de 24., et tertium ad tertium, et deinceps: his itaque demonstratis, reuertamur ad proposita. Quoniam numerus *.g.* radix est numeri *.a.*, scilicet de 20.; ergo *.g.*, se ipsum multiplicans, *.a.* facit; et *.g.* quidem *.d.* multiplicans, uumerum *.z.* facit. Quam multiplex ergo est *a* ex *.g.*, tam multiplex est *.z* ex *d.*: quare sicut *.g.* est ad *.d.*, ita *.a.* est ad *.z.* Rursus quoniam *.d.* radix est ex *.b.*, scilicet de 30; cum *.d.* itaque se ipsum multiplicat, *.b.* facit. Sed *.d.* multiplicans *.g*, *z* facit. Quam multiplex ergo est *.z.* ex *.g.*, tam multiplex est *.b.* ex *.d.* Quare sicut *.g.* est ad *.d.*, ita *.z.*

« de 20 per .... quod sicut » (fol. 15 *verso*, lin. 12-15; pag. 25, lin. 27-32).



est ad *.b.*: fuit itaque sicut *.g.* ad *.d.*, ita *.a.* ad *.z.*: per equale uero est sicut *.a.* ad *.z.*, ita *.z.* ad *.b.* Quare multiplicatio *.a.* in *b.* est sicut multiplicatio *z.* in se. Sed multiplicatio *.a.* in *b.* facit *.e.* , scilicet 600. Et multiplicatio quidem de *z.* in se facit similiter *.e.* Ergo *.z.* radix est ex *.e.*; quod oportebat ostendere. Et notandum, cum numeri, quorum radices insimul multiplicantur, habent inter se proportionem quadratorum numerorum eorum, multiplicatio surgit in quadratum numerum. Quare multiplicatio radicum ipsorum surgit in numerum rationabilem. Verbi gratia : uolumus multiplicare radicem de .8. per radicem de .18.; quorum proportio est sicut .4. ad .9., scilicet sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico quod multiplicatio de .8. in .18. surgit in | quadratum numerum, scilicet in .144 ; quorum radix, que est .12., est summa multiplicationis radicis de .8. in radicem de .18. Item si uis multiplicare 10 per radicem de .20, multiplica quadratum de .10., scilicet 100., per 20., erunt .2000.; quorum radix est summa dictę multiplicationis. Et nota quod id quod prouenit ex multiplicatione de .10. in radicem de .20., est equale .10. radicibus de .20. Vnde cum .10. radices de .20. uolumus redigere in radicem unius numeri, tunc multiplicamus quadratum de .10. in 20, et habemus .2000.; quorum radix est id quod aggregatur ex ipsis 10. radicibus: et hoc idem intelligendum est de similibus : vnde si radicem alicuius numeri in plures radices alterius redigere uis, diuide ipsum numerum per aliquem quadratum numerum; et quot unitates fuerint in radice ipsius quadrati numeri, tot radices uenient exeuntis numeri ex diuisione. Verbi gratia: vis reducere radicem de .1200. in plures radices alterius numeri, diuides .1200. per aliquem quadratum numerum, ut dicamus per .16., et uenient 75; et accipe radicem de .16., que est .4.; et tot radices de .75. habebis pro una radice de .1200.: et si diuiserimus .1200. per 25, quorum radix est .5., habebimus .5. radices de .48. pro una radice de .1200. Et sic possumus radicem de .1200. in plures radices diuersorum numerorum reducere.

fol. 16 recto.

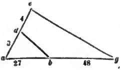
De addictione radicum.

Radices quidem numerorum quandoque cum radicibus ita iunguntur, ut suma (*sic*) iunctionis earum surgit in aliquem numerum raciocinatum, aut in radicem alicuius numeri; et quandoque non possunt coniungi, ut ex eorum coniunctione numerus, aut radix numeri egrediatur.

Cvm autem radices quadratorum in unum coniungere uolumus, tunc ex eorum coniunctione numerus procreatur: ut si radicem de 16 cum radice de 25 addere uolumus, coadunabimus 4 et 5, scilicet radices de 16 et de 25, egredientur .9. pro quesita coniunctione.

Quando uero radices numerorum inter se proportionem quadratorum habentium coniungere uolumus, tunc egreditur radix alicuius numeri ratiocinati. Vnde qualiter addantur, dupliciter ostendamus. Volumus addere radicem de .27 cum radice de .48.; inuenias quadratos, qui sunt in eorum proportione; eritque .9 et 16.; quorum radices addas in unum, erunt .7.; que multiplica in se, erunt .49.; que triplica propter 27 et 48., que sunt triplum de 9 et de .16., erunt .147.; quorum radix est summa predictę iunctionis. Que regula probatur per proportiones similium triangulorum hoc modo: adiaceant in directo recte *.ab.* et *.bg.*; quarum *.ab.* sit radix de .27., et *.bg.* de 48.; et a puncto *.a.* angulum faciens protrahatur recta *.ad. de.*; et *ad* sit .3., et *.de.* sit .4.; et copuletur *.eg.*

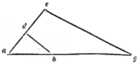
« erunt .7. . . . . et .de. sit » (fol. 16 recto, lin. 27-31; pag. 26, lin. 39-43).



et *.db*: est itaque quadratum linee *.ab.* triplum quadrati linee *.ad.*, et quadratum linee *.bg.* triplum quadrati linee *.de.* Ergo sicut *.ab.* recta est ad *.ad.*, ita recta *.bg.* ad *.de.* Quare recta *.db.* equidistans est linee *.eg.* Vnde trigonum *.adb.* simile est trigono *.aeg.*; habent angulum *.a.*| comunem; et angulus *.adb.* angulo *.aeg.*; et angulus *.adb.* angulo *.age.* sunt equales, scilicet exteriores interioribus. Est ergo sicut quadratus linee *.ab.* ad quadratum linee *.ad.*, ita quadratus linee *.ag.* ad quadratum linee *.ae.* Sed quadratus linee *.ab.* quadrati linee *.ad* triplus est; quare quadratus linee *.ag.* quadrati linee *.ae.* est similiter triplus: sed quadratus linee *.ae.* est .49; quare quadratus linee *.ag.* est triplus, scilicet .147. Ergo ex coniunctione linearum *ab* et *bg.* egreditur radix de 147., ut oportebat ostendere. Et nota, quod omnes radices numerorum proportiones habentium inter se possunt reduci ad radices unius numeri, diuidendo antecedentem numerum per antecedentem quadratum, et consequentem per consequentem. Verbi gratia: si uis reducere radices de 27 et de 48. in radices unius numeri, diuides antecedentem numerum, scilicet 27, per antecedentem quadratum, scilicet per 9; et sequentem .48. per sequentem quadratum, scilicet per .16., et euenient .3. ex unaquaque diuisione. Ergo quot unitates sunt in radice de .9., tot radices de 3 sunt in radice de .27.; et quot unitates sunt in radice de 16., tot radices de .3. sunt in radice de 48.; et sic pro una radice de .27 habentur tres radices de 3; et pro una radice de 48 habentur 4 radices de .3. Vnde si eas aggregare uolumus, habebimus .7 radices de .3. pro earum aggregatione: quas si ad radicem unius numeri reducere uis, multiplica quadratum de .7. per 3; et eius quod prouenerit radicem accipe; et pro earum aggregatione habebis radicem de .147., ut supra. Aliter iungantur primum .27 cum .48., erunt .75.; et multiplicentur 27. per 48., et illius multiplicationis radicem duplica, erunt .72.; que cum .75. adde, et habebis similiter .147. pro quadrato dicte iunctionis.

fol. 16 *verso*.

« linee .ab. .... diuidendo antecedentem » (fol. 16 *verso*, lin. 4-8; pag. 27, lin. 7-11).

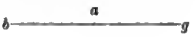


Que etiam demonstrabimus per exemplum: adiaceat in directo recta *.ab.* recte *.bg.*; et sit *.ab.* radix de .27., et *bg* de .48. Volumus itaque quantitatem scire totius linee *.ag.* Quoniam linea *.ag.* diuisa est in duo super punctum *.b.*, erunt duo quadrati portionum *.ab.* et *.bg.* cum duplo multiplicationis *.ab.* in *.bg.* equales quadrato totius linee *.ag.* Sed quadrati *.ab* et *bg.* sunt .27 et 48, scilicet .75; et multiplicatio linee *.ab.* in *.bg.* surgit in radicem multiplicationis de .27. in .48., scilicet in .36.; quorum duplum sunt .72.; quibus additis cum .75., reddunt .147. pro quadrato linee *.ag.*, ut prediximus. Si autem uolumus addere radicem de .20. cum radice de .30.; quia 20. et 30 inter se proportionem non habent, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum; et hoc cognoscitur, quia multiplicatio de 20. in 30. surgit in numerum non habentem radicem. Ideo suma iunctionis earum radicum non surgit in numerum, neque in radicem numeri. Verbi gratia: sit recta *.ba.* radix de .20, et recta *.ag.* sit radix de 30., erit quadratus linee *.ba.* cum quadrato linee *.ag.* .50.; et multiplicatio *.ba.* in *ag.* surgit in radicem de 600.; quare duplum multiplicationis *.ba.* in *.ag.* surgit in radicem quadrupli de 600., scilicet in radicem de 2400.: que cum radicem non habeant, scimus quod ex adiunctione predicta non possumus habere | numerum, aut radicem numeri; sed habemus pro earum coniunctione radicem numeri, et radicis, hoc est radicem de 50., et radicis de 2400. Vnde, ut inde habeamus illud quod possumus, inueniatur radix de .2400. quam propius potest, que est 49, minus $\frac{1}{98}$; et addantur 50 supradictis, erunt .99,

« portionum .ab. .... in .bg. » (fol. 16 *verso*, lin. 23 e 24-25; pag. 27, lin. 28-30).



« radicum non .... .ba. radix » (fol. 16 *verso*, lin. 34; pag. 27, lin. 35-36).



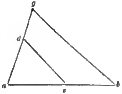
fol. 17 *recto*.

minus $\frac{1}{98}$; quibus inuenies radicem, et habebis propositum: uel inuenias radicem de 20 et de .30. quam propius potes; et adde eas insimul, et habebis similiter propositum.

De extractione radicum.

SI uero radicem quadrati numeri de radice quadrati numeri extrahere uolueris, ut radicem de 16 ex radice de 49., extrahes radicem de .16., scilicet .4., ex radice de .49., scilicet de .7., remanebunt .3. pro residuo dictę extractionis. ET si radicem de .45 ex radice de .125 extrahere uis; quia proportio eorum est proportio quadratorum, scilicet de .9. et de 25., extrahe radicem de 9 ex radice de .25., scilicet .3 de .5, remanent .2.; que multiplica in se, erunt .4.; que multiplica per 5. propter 45 et .125., que sunt quincupla de 9 et de .25., exibunt 20.; quorum radix est residuum dictę extractionis. Verbi gratia: adiaceat recta .*ab*., que sit radix de 125.; et a puncto .*a*. protrahatur recta .*ag*. faciens angulum .*bag*.; et sit .*ag*. .5., scilicet radix de 25.; et auferatur ex .*ag*. recta .*gd*., que sit 3, remanebit .*da*. 2.; et per punctum .*d*. protrahatur recta .*de*. equidistans lateri .*gb*.; et quoniam in trigono .*agb*. protracta est recta .*de*. equidistans lateri .*bg*., erunt latera .*ab* et .*ag*. proportionaliter secta in punctis .*de*. , scilicet quod est sicut .*ae*. ad .*eb*., ita .*ad*. ad .*dg*. Coniunctim ergo est sicut .*ba*. ad .*be*., ita .*ga*. ad .*gd*.: et si permutauerimus, erit sicut .*ba*. ad .*ag*., ita .*be*. ad .*gd*. Quare est sicut quadratum lateris .*ba*. ad quadratum lateris .*ag*. , ita quadratum linee .*be*. ad quadratum linee .*gd*. Sed quadratum lateris .*ba*. est quincuplum quadrati lateris .*ag*.; quare et quadratum rectę .*be*. est quincuplum quadrati linee .*gd*.: est enim .9. quadratum linee .*gd*.; quare quadratum linee .*be*. est 45.: ergo linea .*be*. est radix de 45.; quam uolumus extrahere ex .*ab*., scilicet ex radice de .125., et inueuire residuum, scilicet lineam .*ae*.; cuius quadrati proportio est ad quadratum linee .*ad*., sicut quadratum linee .*be*. ad quadratum linee .*gd*. Quare quadratum linee .*ae*. est quincuplum quadrati linee .*ad*. Sed quadratum linee .*ad*. est .4.; ergo quadratum linee .*ae*., scilicet quesiti residui, est .20.; et sic .*ae*. inuenta est esse radix de .20., ut supra. Vel si radices de 45 et de 125. reduxerimus in radices de .5., habebimus pro radice de .45. tres radices de 5., et pro radice de 125. habebimus .5. radices de .5.: unde si de 5 radicibus de .5. auferantur .3. radices de .5., remanent 2 radices de .5., que sunt una radix de .20., ut inuentum est. Aliter adde .45 cum .125., erunt .170.; de quibus extrahes duplum radicis multiplicationis de .45. in .125., idest 150., remanent .20. pro quadrato quesiti residui. Ad cuius exemplum sit linea .*ab*. radix de .125.; de qua summatur linea .*bg*., que sit radix de 45.: dico quod | linea .*ga*. est radix de 20. Quoniam linea .*ab*. in duo diuisa est super punctum .*g*. , erunt duo quadrati linearum .*ab*. et .*gb*. equales quadrato .*ag*., et duplo multiplicationis .*gb*. in .*ab*.: sunt enim duo quadrati .*ab*. et .*gb*. .170.; quibus equantur quadratus linee .*ag*., et duplum multiplicationis .*bg*. in .*ba*. Sed .*bg*. in *ba*. est radix multiplicationis de 45 in 125., scilicet .75.; que .75. duplicata faciunt .150.; que extracta de 170, remanent .20. pro quadrato linee .*ag*.; quod oportebat ostendere. ET si uis extrahere radicem de 20 ex radice de 30.; quia .20 et 30 non sunt in proportione quadratorum numerorum. Inuenies radicem de .20. et de 30 quam propius potes; et extrahe radicem de 20 de radice de 30.; et sic habebis residuum non ad plenum, sed fere: vel aliter adde .20 cum .30., erunt .50.; et multiplica .20 per 30., erunt .600.; de quibus accipe duas radices, scilicet duplum radicis eius, hoc est radicem quadrupli

« 20.; quorum .... ad .*dg*. Con-|iunctim » (fol. 17 *recto*, lin. 13-18 e 19; pag. 28, lin. 10-16).



« .*ab*. radix de .... dico quod » (fol. 17 *recto*, lin. ultima; pag. 28, lin. 32-33).



fol. 17 *verso*.

« re|manent .20. .... si uis ex-|trahere » (fol. 17 *verso*, lin. 5, 6 e 7; pag. 28, lin. 38-39).



de 600., que est fere 49., minus $\frac{1}{98}$; et extrahe eam de 50., remanet $\frac{1}{98}$ 1; cui inuenias radicem, et habebis quesitum residuum, secundum propinquitatem.

De diuisione radicum.

SI vis diuidere radicem de 600 per radicem de .40., diuide .600. per 40., exibunt .15.; quorum radix cadit ex diuisione predicta. Verbi gratia: sit *.a.* .40., et *b.* .600., et *.g.* .15.; et *d.* sit radix ex *.a.*, et *.e.* ex *.b.*: diuidatur quidem *.e.* per *.d.*, scilicet radix de .600., per radicem de .40., egrediatur *.z.* Dico *.z.* esse radicem ex *.g.*, scilicet de .15.; quoniam diuiso *.e.* per *d.* facit *.z.*: si *.d.* multiplicat *.z.*, facit *.e.* Sed *.d.* se ipsum multiplicans facit *.a.* Quam multiplex ergo est *.a.* ex *.d.*, tam multiplex est *.e.* ex *.z.* Quare est sicut *.d.* ad *.z.*, ita *.a.* ad *.e.* Rursus *.z.* multiplicans *.d.* facit *.e.*; et *.z.* se ipsum multiplicans facit *.I.* Est ergo sicut *d.* ad *z.*, ita *.e.* ad *.I.* Sed sicut *.d.* ad *.z.*, ita repertum est *.a.* ad *.e.* Quare est sicut *.a.* ad *.e.*, ita *.e.* ad *.I.* Sunt ergo *.a. e. i.* continue proportionales. Quare multiplicatio *.a.* in *.I.* est sicut *.e.* in se. Sed multiplicatio *.e.* in se facit *.b.*; ergo *.a.* in *.I.* facit similiter *.b.*, scilicet .600. Sed *.b.* diuiso per *.a.* uenit *.g.* Ergo multiplicatio *.a.* per *.g.* facit *.b.*; et *.a.* multiplicato per *.I.* facit *.b.* Quare numerus *.I.* equalis est numero *.g.* Sed *.z.* se ipsum multiplicans *.I.* facit. Quare ex multiplicatione *.z.* in se egredietur similiter *.g.*; ergo *.z.* radix est ex *.g.*, quod oportebat ostendere. Aliter *.d.* multiplicans *.z.* facit *.e.*; et *.e.* se ipsum multiplicans facit *.b.*; ergo multiplicatio *.d.* in *.z.* multiplicata per *.e.* facit *.b.* Item *.d.* se ipsum multiplicans *.a.* facit; et *.a.* multiplicans *.g.* facit *.b.*; ergo multiplicatio *.d.* in se, multiplicata per *.g.*, facit *.b.* Quare multiplicatio *.d.* in *.z.* producta in *.e.* equa est multiplicationi *.d.* in se producte in *.g.*: comuniter relinquatur multiplicatio *.d.*, remanebit multiplicatio *.z.* in *.e.* equa multiplicationi *.d.* in *.g.* Quare est sicut *.d.* ad *.z.*, ita *.e.* ad *.g.*, sed sicut *.d.* ad *.z.*, ita est *.e.* ad *.I.*; ergo *.e.* ad *.g.* et ad *.I.* eandem proportionem habent: quare *.g.* equalis est *.I.* Sed *.z.* radix est ex *.I.*; quare *.z.* radix erit ex *.g.* ET si radicem de .40. per radicem de .600. diuidere uis, diuide .40. per .600., exibit $\frac{1}{15}$; cui inuenias radicem, et habebis propositum. Sed qualiter radices fractionibus inueniantur, demonstrare procurabimus. Sed primum |notandum est, cum inter se diuiduntur radices numerorum quadratorum, uel eorum proportionem habentium, tunc semper egreditur numerus rationalis. Verbi gratia: uolumus diuidere radicem de .64. per radicem de .16.: diuisis .64. per .16., egrediuntur .4.; quorum radix, scilicet .2., egreditur ex dicta diuisione. Nam .8., que sunt radix de .64., diuisis per radicem de .16., scilicet per .4., egrediuntur similiter .2. Et nota, quia illud idem egreditur ex diuisione radicum omnium numerorum habentium eandem proportionem, quam habet .16. ad .64.: ut si radicem de .80 per radicem de .20. diuidere uolumus, egredientur .2. similiter ex dicta diuisione. SI alicui fractioni uel fractionibus radicem inuenire desideras, dupliciter tibi hoc facere demonstrabimus. Primus modus est, ut ipsam partem, uel partes accipias ex aliquo magno numero; et quot habueris, multiplica per ipsum numerum; et sume multiplicationis radicem inuenias; ipsamque per supradictum numerum diuide; et sic habebis propositum. Verbi gratia: uolumus inuenire radicem de $\frac{2}{3}$: accipe $\frac{2}{3}$ ex aliquo magno numero. Sitque numerus ille .60. Nam quanto maiorem numerum acceperis, tanto propius uere radici deueneris: $\frac{2}{3}$ quidem de .60. sunt .40.; quibus multiplicatis per .60., reddent .2400.; quorum radix, que est .49., minus

« multiplicat .z. ... in se facit » (fol. 17 *verso*, lin. 17 e 18-22 e 23; pag. 29, lin. 8-14).

40	15	600
a	*g*	*b*
d	*z*	*e*

fol. 18 *recto*

$\frac{1}{98}$, diuide per 60, et habebis propositum. Nam si hoc in pedibus, et unceis habere desideras, accipe $\frac{2}{3}$ ex unceis unius pertice, scilicet de .108., exibunt .72.; quibus multiplicatis per .108., ueniunt 7770; quibus accipias radicem, eritque $\frac{2}{11}$ 88; et tot uncie sunt in radice de $\frac{2}{3}$ unius pertice. Similiter si uis habere in minutis et secundis radicem de $\frac{4}{5}$ unius gradus, accipe $\frac{4}{5}$ ex secundis unius gradus, scilicet ex .3600, erunt 2880; que multiplica per .3600., erunt quarta 10368000.; quorum radix dabit tibi secunda, que sunt in radice de $\frac{4}{5}$.

Aliter uolumus inuenire radicem de $\frac{2}{3}$ unius pertice; quia ex multiplicatione pedix (*sic*) in pede egreditur denarius. Iccirco fac denarios de $\frac{2}{3}$ unius pertice, erunt denari .24.; quibus inuenias radicem, exibunt pedes .4., et remanent .8.; ex quibus fac octauadecimas unius denarij, erunt .144.; quas diuide per duplum radicis inuente, scilicet per .8., egredientur uncie .16., et remanent $\frac{16}{18}$: quos multiplica per 18, erunt $\frac{288}{324}$; ex quibus extrahe multiplicationem de unceis .16. in se, scilicet $\frac{256}{324}$, remanebunt $\frac{8}{81}$ unius denarij; quibus diuisis per duplum radicis inuente, egredietur circa $\frac{2}{11}$ unius uncie. Vel aliter: accipe radicem de denarijs 24., erit pedum (*sic*) .5., et deest tibi denarius .1.; ex quo fac octauadecimas, erunt .18.; quas diuide per duplum radicis inuencte, scilicet per .10., exibit uncia $\frac{4}{5}$ 1; quibus extractis de pedibus .5., remanent pedes .4., et uncie $\frac{1}{5}$ 16.

Incipit distinctio tertia
in mensuratione omnium camporum.

Hanc itaque distinctionem in quinque partes diuidere decreui. In prima quarum mensurabimus triangulos. In secunda quadrilateros. In tertia multilateros, qui ex rectis lineis constant. In quarta circulos, et eorum portiones, et obliquas figuras insuper, et commixtas ex rectis et curuis lineis. In quinta mensurabimus ipsos campos, qui in ascensione montium iacent. |

fol. 18 verso. *Incipit pars prima tertie distinctionis de mensuratione triangulorum.*

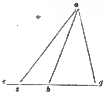
Campi qui trianguli uel trilateri sunt, alij orthogonij, scilicet rectianguli; alij oxigonij, scilicet acutianguli; alij quoque ampligonij appellantur: et hec nomina recipiunt ab angulis. Orthogonium quidem trigonum est, quod habet unum ex tribus angulis rectum. Reliqui uero duo anguli uni recto sunt equales. Oxigonium quoque trigonum est, quod omnes tres angulos acutos habet. Ampligonium autem est, quod unum ex tribus angulis habet maiorem recto. Recipiunt quidem trianguli nomina a lateribus, ex quibus quidam ysopleuri, idest equilateri; quidam uero ysocheli, idest equicrurij; et quidam diuersilateri, qui scaleni appellantur. Equilateri quidem sunt, quorum omnia tria latera sibi inuicem equantur. Equicrurij autem sunt, qui duo latera sibi inuicem equalia habent. Diuersilateri quippe sunt, qui omnia tria latera habent inequalia. Et notandum, quia in omni triangulo tres catheti, scilicet perpendiculares, exigi possunt. Ex quibus unaqueque cadit a quolibet angulorum super latus subtendens, uel recipiens ipsum angulum.

In orthogonijs autem trigonis una perpendicularium cadit infra trigonum; et est illa que producitur ab angulo recto super latus subtendens ipsum angulum. Relique quidem perpendiculares sunt duo latera continentia angulum rectum. In oxigonijs autem trigonis omnes tres perpendiculares cadunt interius. In ampligonijs namque due cadunt exterius, et alia interius. *Colligitur quippe embadum, scilicet area omnium trian-*

gulorum ex multiplicatione dimidij cathetus in totam basem, uel ex multiplicatione medietatis basis in totam perpendicularem ; que cum demonstrationibus ostendere procurabo. Si in trigono ab angulo, qui non sit minor alicui reliquorum angulorum, cathetus supra latus subtendens ipsum angulum erigatur, infra trigonum cadet. Si in trigono *.abg.* sit angulus *.bag.* non minor angulo *.abg.* uel *.bga.*; dico, si a puncto *.a.* super rectam *.bg.* cathetus erigatur, infra trigonum *.abg.* cadet.

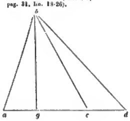
Non enim; sed si possibile est, cadat extra trigonum a latere *.b.*; et ducatur itaque *.gb.* in directo in infinitum super punctum *.e.*; et protrahatur super *.ge.* recta cathetus *.az.* ; eritque trigonum *.azb.* orthogonium habens angulum, qui sub *.azb.* rectum: et quoniam in trigono *.azb.* unum latus eductum est extra trigonum, scilicet *.zb.* in *bg.* Exterior quidem angulus, qui sub *.abg.* maiorem opposito et interiori, qui sub *.azb.*: rectus quidem, qui sub *.azb.*; maior ergo recto, qui sub *.abg.* Sed qui sub *.bag.* non minor est eo, qui sub *.abg.*; maior enim recto, qui sub *.abg.* Similiter et qui sub *.bag.* maior est recto. In trigono quidem *.abg.* sunt duo anguli duobus rectis maiores; quod est impossibile. Cum omnes tres anguli cuiuslibet trigoni duobus rectis sint equales, vt ait euclides 32.ª primi: non ergo cathetus ab *.a.* super latus *.bg.* ducta extra trigonum cadet ex parte *.b.* Similiter ostendetur, neque extra ex parte *.g.* intus enim cadet; quod oportebat | ostendere. Ex hoc enim comprehenditur, quod in oxigonio trigono ab angulo minore existente in ipso, et in ortogonio ab angulo recto, et in ampligonio ab angulo obtuso; si cathetus supra latera subtendentia ipsos angulos erigatur, infra ipsa trigona cadet. Demonstremus itaque, qualiter in orthogonio trigono latera contineentia angulum rectum sit cathetus in ipso. Adiaceat quidem trigonum orthogonium *.bgd.* rectum habens angulum, qui sub *.bgd.* Dico, rectam *.bg.* perpendicularem esse super *.gd.* rectam, et *.dg.* super *.bg.*: protrahatur recta *.gd.* in directo ad punctum *.a.*; et quoniam super rectam *.ad.* stat recta *.bg.*, facit circa se duos angulos, aut rectos, aut duobus rectis equales. Rectus quidem, qui sub *.bgd.* rectus manet, qui sub *.bga.* Quare *.bg.* cathetus est super *.ad.* Similiter si protrahatur recta *.bg.*, ostendetur, rectam *dg.* esse cathetum super *.bg.* Dico iterum : a puncto *.b.* alia cathetus cadere non posse super rectam *.ad.* preter cathetum *.bg.* Sed si possibile est; esto *.ba.* cathetus super *.ad.*, erit tunc in trigono *.bag.* duo angulj rectj; quod est inconueniens. Similiter si fecerimus eam cadere inter *.g.d.* super punctum *.e.*, erit in triangulo *.abe.* duo anguli recti, qui sub *.bge.*, et qui sub *.geb.*; quod est impossibile: non enim super rectam *.ad.* cathetus cadit preter *.bg.* Similiter ostendetur, nec a puncto *.d.* super *.bg.* cathetum cadere posse preter *.dg.*; quod oportebat ostendere. Si in oxogonio trigono ab angulo minore existente in ipso super latus subtendens ipsum angulum cathetus trahatur, infra trigonum cadet. Exempli causa: sit oxogonium trigonum *.abg.* minorem habens angulum, qui sub *.bag.* Dico; si ab *.a.* erigatur cathetus super rectam *.bg.*, infra trigonum cadet. Non enim; sed si possibile est cadat exterius super *.d.* punctum. Et quoniam recta *.ad.* cathetus est super rectam *.dbg.*, rectus est angulus, qui sub *.adb.* Sed angulus qui sub *.abg.*, qui est extra trigonum *.adb.*, maior est interiori sibi opposito, qui sub *.adb.* Sed qui sub *.adb.* est rectus; quare angulus, qui sub *.abg.* maior est recto; quod est inconueniens, cum acutiangulum sit trigonum *.abg.*: non enim cadit cathetus ab *.a.* extra trigonum *.abg.*: intus enim cadit; quod oportebat ostendere.

ᵃ .gb. in directo .... .bag. maior ᵃ (fol. 18 verso, lin. 25-31 e 32; pag. 31, lin. 8-14).

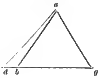


fol. 19 recto.

ᵇ ostendere. Ex hoc .... rectos, aut ᵇ (fol. 19 recto, lin. 1-8; pag. 31, lin. 18-26).



ᶜ angulum cathetus .... trigonum .adb. (fol. 19 recto, lin. 19-23; pag. 31, lin. 35-40).

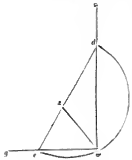


« Dico, si ab .... cathetum posse » (fol. 19 recto, lin. 30-35; pag. 32, lin. 3-9).

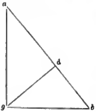


fol. 19 verso.

« infra trigonum .... ergo semicirculus » (fol. 19 verso, lin. 1-12 e 13, pag. 32, lin. 9-20).



« puncto .g. .... triangulo .agb. » (fol. 19 verso, lin. 20 e 21 28, pag. 32, lin. 29-37).



In ampligonio trigono si ab angulo acuto cathetus trahatur super latus subteudens ipsum angulum, extra trigonum cadet. Sit trigonum ampligonium .*bdg*., amplum habens angulum, qui sub .*bdg*. Dico, si ab angulo .*dbg*. cathetus ducatur super .*gd*. rectam, extra trigonum .*bdg*. cadet. Non enim; sed si possibile est, cadat inter .*dg*. ad punctum .*a*. Et quoniam .*ba*. cathetus est super rectam .*gd*.; angulus quidem, qui sub .*bad*., rectus est. Est enim maior recto, qui sub .*bda*. Quare in trigono .*bda*. sunt duo anguli duobus rectis maiores; quod est inpossibile. Non enim a puncto .*b*. super .*gd*. cathetus infra trigonum *bdg*. cadit. Similiter ostendetur, nec a puncto .*g*. super lineam .*bd*. cathetum posse | infra trigonum .*bgd*.: exterius enim cadunt; quod oportebat ostendere. Si in duabus lineis angulum continentibus recta aliqua inciderit; et in medio ipsius summatur punctus; et á puncto ad angulum protrahatur recta; si ipsa recta equalis fuerit linee iacentis á dicto puncto usque ad unam linearum continentium angulum, tunc angulus ille rectus erit. Exempli causa: sint due linee .*ab*. et *bg*. continentes angulum .*abg*.; et in eis incidit recta recta (*sic*) .*de*.; in medio cuius accipiatur punctus .*z*., protrahatur .*zb*. Dico quoniam si .*zb*. recta equalis est recte *ze*. uel *zd*., quod angulus .*abg*. est rectus. Quoniam tres linee, que sunt .*zb*. et *zd*. et *ze*. sibi inuicem equales sunt; si a puncto .*z*. spatio unius ipsarum circulus circinabitur, nimirum per puncta .*d.b.e*. ueniet; infra quem circulum coaptata est quedam recta .*de*., infra quam est centrum circulj; ideo recta .*de*. est dyameter illius circulj; á quo dyametro comprehensus est arcus .*d.b.e*.: ergo semicirculus est .*d.b.e*., infra quem est angulus .*dbe*. Angulus quidem, qui est in semicirculo, rectus est; ut Euclides in tertio suo libro ostendit. Ex hoc enim manifestum est, quod si recta .*zb*. maior esset quam recta .*zd*. uel .*ze*.; angulus quidem .*dbe*. acutus esset. Si uero minor esset .*zb*. quam .*zd*. uel .*ze*., obtusus esset angulus .*abg*.

In orthogonio quidem trigono quadratus lateris subtendentis angulum rectum equus est duobus quadratis laterum continentium angulum rectum. Sit trigonum orthogonium *abg*. rectum habens angulum, qui sub .*agb*. Dico quoniam quadratum linee .*ab*. equalem esse duobus quadratis linearum .*ag*. et .*gb*.: protraham super rectam .*ab*. a puncto .*g*. cathetum .*gd*.; eritque trigonum .*abg*. diuisum in duobus trigonis orthogonijs, que sunt .*gdb*. et *gda*.; et sunt sibi inuicem similia et toti, ut Euclides in sexto libro demonstrauit. Et quoniam simile est trigonum .*gdb*. trigono .*agb*., circa comunem angulum .*b*. habent latera proportionalia. Est enim sicut .*db*. ad .*bg* ex trigono .*dbg*., ita .*gb*. ex trigono .*bag*. est ad lineam .*ab*. Quare multiplicatio .*db*. in .*ba*. equa est quadrato linee .*bg*. Rursus quoniam simile est trigonum .*gda*. trigono .*agb*., circa comunem angulum ipsorum .*a*. latera habent proportionalia. Est ergo sicut recta .*da*. ad .*ag*. ex triangulo .*gda*., ita recta .*ga*. ex triangulo .*agb*. est ad rectam .*ab*. Quare .*ad*. in .*ab*. equatur quadrato linee .*ag*. Demonstratum quidem est et .*db*. in .*ba*. equari quadrato linee .*gb*. Quare multiplicatio .*db*.in.*ba*. cum multiplicatione linee .*ad*.in .*ab*. equatur duobus quadratis linearum .*bg*. et .*ga*. Sed multiplicatio .*db*. in .*ab*. cum .*da*. in .*ab*. equa est quadrato linee .*ab*.; ergo quadratus linee .*ab*. equatur duobus quadratis linearum .*bg*. et .*ga*.; quod oportebat ostendere. Iis itaque demonstratis, qualiter trigona mensurentur, demonstramus.

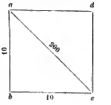
fol. 20 recto.

Sed notandum primum, quod ex trigonis orthogonijs ampligonijs alia | sunt equicruria,

alia diuersilatera. Oxigoniorum quidem, alia sunt equilatera, alia equicruria, alia uero diuersilatera. Vnde, ut doctrinam mensurandi omnia genera trigonorum perfecte habeamus, hanc partem, scilicet primam huius tertie distinctionis, in tres differentias diuidimus. In prima quarum mensurabimus trigona orthogonia : in secunda oxigonia : in tertia ampligonia.

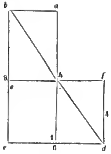
Incipit differentia prima.

« dimidium alterius .... et orthogonium, » (fol. 20 recto, lin. 6, 7-13; pag. 33, lin. 8-15).



Area omnium trigonorum orthogoniorum colligitur ex multiplicatione unius lateris in dimidium alterius continentibus angulum rectum. Exempli causa : Sit trigonum orthogonium et equicrurium *.abc.* habens in singulis lateribus *.ab.* et *.bc.* perticas .10.; latus quoque *.ac.* sit radix de perticis .200.; multiplicabis dimidium lateris *.ab.* in totum latus *.bc.*, uel e conuerso, scilicet .5 per .10.; et sic reddet pro area totius trigoni perticas .50. superficiales: et hoc probabitur, si á puncto *.a.* super lineam *.ba.*, secundum rectum angulum, lineam *.ad.* equalem linee *.bc.* protraxeris; et copulaueris lineam *.dc.*, que erit equalis linee *.ab.* Ideo quia quadrilaterum est *.abcd.* equilaterum, et orthogonium, ex quo trigonum *.abc.* dimidium continere in suprascripta figura aperte declaratur: totum ergo quadratum *.abcd.* est perticarum .100., que colliguntur ex multiplicatione de .10. in .10., scilicet ex uno latere in se ipso: quare trigonum *.abc.* cum sit dimidium ipsius quadrati, perticas 50 continere necesse est. Item est trigonum orthogonium diuersilaterum *.bcd.*, cuius latus *.bc.* est perticarum .8.; latus quoque *.cd.* est perticarum 6.; latus uero *.bd.* perticarum .10.; et angulus rectus est, qui ad *.c.* Quare multiplicabis dimidium *.bc.* per totam *.cd.*, hoc est .4. per .6.; uel dimidium *.cd.* in totam *.cb.*, scilicet .3. per .8., et habebis perticas .24. pro area trigoni *.bcd.*; quod esse uerum cognoscitur suprascripti trigonj doctrina: uel aliter diuidatur *.bc.* in duo equalia supra punctum *.e.*; et á puncto *.e.* equidistans et equalis linee *.cd.* protrahatur linea *.ef.*; et copuletur *.df.* Et quoniam linea *.cd.* equidistans est et equalis linee *.df.*, erit linea *.fd.* equalis, et equidistans linee *.ce.*, ut in geometria aperte declaratur. Quare linea *.df.* est pertice .4., et est equalis linee *.eb.*; et *.bh.* est equalis *.hd.*; et angulus *.ebh.* angulo *.hdf.* est equalis: unde recta *.eh.* recte *.hf.* equatur. Quare trigonum *.hfd.* equalis trigono *.beh.*: totum ergo trigonum *.bcd.* equalis est quadrilatero *.ecfd.* orthogonio, quod continetur ex multiplicatione linee *.ce.* in lineam *.cd.*, scilicet de 4 in 6. Quare trigonum *.bcd.* continetur ex multiplicatione dimidj *.bc.*, scilicet ex *.ec.* in *.cd.*, ut prediximus.

« uero .b.d. .... quod continetur » (fol. 20 recto, lin. 19-28, pag. 33, lin. 20-30).

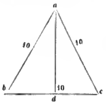


Similiter ostendetur, si á puncto *.i.*, scilicet dimidio *.cd.*, protrahatur linea *.ia.* equidistans et equalis linee *.cb.*; et copuletur recta *.ba.*; et erit triangulus *.abh.* equalis triangulo *.hid.*: communiter si addatur quadrilaterum *.bcih.*, erit totum quadrilaterum *.abci.* equale triangulo *.bcd.*; cuius quadrilateri area habetur ex *.ic.* in *.cb.*, hoc est de .3. in .8., ut supradiximus. Nam si latus *.bd.* per reliqua latera | inuenire uolueris, multiplica latus *.bc.* in se, scilicet per 8., erunt .64.; cui superadde multiplicationem lateris *.cd.* in se, scilicet .36., erunt .100.; cuius radix, que est .10., est longitudo *.bd.* ypotenuse. Sit ypotenusa *.bd.* pertice .10., et basis *.cd.* pertice .6.; et queratur longitudo catheti *.bc.*; multiplicabis ypotenusam in se, scilicet .10 per 10., erunt .100.; de quibus tolle multiplicationem basis in se, scilicet .36., remanent 64.; quorum radix, scilicet .8., est longitudo catheti *.bc.* Item ypotenusa sit .10., et cathetus sit .8.; fol. 20 verso.

et ingnoraueris basem *.cd.* Ex tetragono quidem *.bd.*, scilicet de.100.,extrahe tetragonum *.bc.*, scilicet .64., remanent .36.; quorum radix, scilicet .6., est latus *.cd.*

Incipit Differentia secunda.

« protra|hatur super .... area totius .abc. » (fol. 20 verso, lin. 11, 12-18; pag. 34, lin. 7-14).

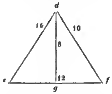


Omnium trigonorum oxigoniorum area colligitur ex multiplicatione catheti in dimidium basis, uel ex multiplicatione basis in dimidium catheti. Ad cuius rei euidentiam sit trigonum acutiangulum, et equilaterum *.abc.* habens in singulis lateribus perticas. 10.: protrahatur super rectam *.bc.* cathetus *.ad.*; quoniam *.ad.* cathetus est super rectam *.bc.*, equalis est uterque angulorum, qui ad *.d.*: ergo orthogonia sunt trigona *.adb.* et *.adc.*: et quoniam equalis est linea linea (*sic*) *.ab.* linee *.ac.*; et linea *.ad.* communis est utrique triangulo; basis ergo *.bd.* basi *.bc.* equalis erit; et trigonum *.adb.* trigono *.adc.* equale erit. Et quoniam orthogonium est trigonum *.adb.*, area ipsius colligitur ex multiplicatione catheti *.ad.* in dimidium basis *.bd.* , scilicet in $\frac{1}{2}$ 2. Similiter quoniam orthogonium est trigonum *.adc.*, area ipsius colligitur ex multiplicatione catheti *.ad.* in dimidium basis *.dc.*; quare area totius *.abc.* trigoni colligitur ex multiplicatione catheti *.ad.* in dimidium basis *.bc.*, ut supra diximus.

Eisdem uero dispositis ostendetur, quod area *.abc.* trigonj colligitur ex multiplicatione totius basis *.bc.* in dimidium catheti *.ad.* Nam si longitudinem catheti *.ad.* scire desideras, tetragonum linee *.bd.*, hoc est multiplicationem ipsius, uel potentiam extrahe ex potentia totius linee *.ab.*, scilicet .25., de .100., remanebunt .75.; cuius numeri radix, scilicet parum minus de perticis $\frac{2}{3}$ 8., est longitudo catheti *.ad.*: quibus perticis $\frac{2}{3}$ 8. multiplicatis per medietatem basis *.bc.*, scilicet per .5., reddunt parum minus de perticis $\frac{1}{3}$ 43. pro area totius trigoni *.abc.* Similiter multiplicatio totius basis, scilicet .10., in dimidio catheti, qui est parum minus de perticis $\frac{1}{3}$ 4., facit fere de perticis $\frac{1}{3}$ 43.; uel *.bd.* per *.ad.*, hoc est .5. per radicem de .75. multiplica, et habebis radicem de .1875. pro embado trianguli *.abc.*; que radix est secundum propinquitatem $\frac{1}{3}$ 43., minus $\frac{1}{36}$. Et si embadum suprascripti triangulj aliter inuenire uis ex quadrato unius laterum, scilicet de .100. tertiam et decimam partem accipe; et quod prouenerit, erit embadum secundum propinquitatem. Est enim proportio aree cuiuscumque trianguli equilateris ad quadratum sui lateris parum minus de proportione, quam habent .13. ad .30. Item sit equicrurium trigonum et acutiangulum *.def.*, habens latera *.de.* et *.df.* equalia; quorum unumquodque sit pertice .10.; latus quoque *.ef.* sit pertice .12.: inter equalia quidem crura ipsius, scilicet super basem *.ef.* cathetus protrahenda est; ideo quia cadit super dimidium *.ef.* ; et protracte | cathetj *.dg.* studeas longitudinem inuenire; uidelicet extrahere potentiam *.eg.* ex potentia lateris *.de.*, scilicet .36. de .100., remanent .64.; qui numerus est potentia catheti *.dg.*: quare *.dg.* est perticarum .8., scilicet radix de .64.: similiter .8. multiplicatis per dimidium basis *.ef.*, scilicet in .6.; uel tota base in dimidio catheti, scilicet .12. per .4., ueniunt pertice .48. pro area totius trigoni *.def.* Nam cum multiplicatur cathetus in dimidium basis, tunc constituitur ex ipso triangulo quadrilaterum longum, habens in longitudinem perticas .8., scilicet quantitatem catheti, et in latitudinem perticas .6., scilicet dimidium basis. Verbi gratia : describatur iterum trigonum *.def.*; et à puncto *.d.* protrahatur linea *.dh.*, equidistans et equalis linee *.gf.*, hoc est equalis linee *.ge.*; et copuletur recta *.hf.*, que erit equalis catheto *.dg.*

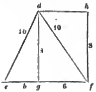
Quare quadrilaterum *.dgfh.* equale est trigono *.def.* Nam quadrilaterum *.dgfh.*

« embadum secundum .... et protracte » (fol. 20 verso, lin. 31-35; pag. 34, 27-33).



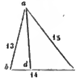
fol. 21 recto.

« radix de .64., ... trigonum .def. » (fol. 21 recto, lin. 3-7; pag. 34, lin. 35-41).



constat ex multiplicatione catheti *.dg.* in *.gf.*, scilicet indimidio *.ef.* Item sit trigonum diuersilaterum et acutiangulum *.abc.*; cuius latus *.ab.* sit pertice .13.; latus *.ac.* sit pertice .15;. basis *.bc.* sit pertice .14. In hoc enim triangulo cathetus inueniri non potest, donec primum inueniatur casus supra basem, in quo perpendicularis, scilicet cathetus, cadat; qui casus tribus modis inueniri potest. Primus quidem modus est, ut potentia unius lateris cum potentia basis iungas; et ex eorum summa extrahes potentiam alterius lateris; residuique dimidium per longitudinem basis diuide; et quod ex diuisione proueneri, erit casus ab illa parte, á qua coniungitur potentia lateris cum potentia basis. Vt in trigono suprascripto, cuius potentia basis, scilicet de .14. in se ipso, est .196.; que addita cum potentia lateris *.ab.*, scilicet cum multiplicatione de .13. in se, que est .169., faciunt .365.: de quibus extracta potentia lateris *.ac.*, scilicet .225., remanent .140.; quorum dimidium, scilicet .70., per basem, scilicet per .14., diuide, exibunt .5., que sunt casus á latere *.ab.*, scilicet quantitas *.bd.*: reliquum uero *.dc.* erit pertice .9., scilicet differentia, que est a .5. usque in .14.

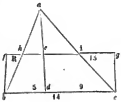
* constat ex multiplicatione .... scilicet cathetus » (fol. 21 *recto*, lin. 11-14; pag. 35, lin. 1-5)



Item potentia lateris *.ac.*, scilicet .225., addita cum potentia basis *.cb.*, scilicet cum .196., facient .421.; de quibus extracta potentia lateris *.ab.*, scilicet .169., remanent .252.; quorum dimidium, scilicet .126., diuisum per basem, reddunt .9. pro casu *.cd.* Modus alius est, ut addas perticas utriusque ypotenusę, ut in hoc trigono .13. cum .15. erunt .28.; quas diuide per .2., erunt .14.; quas multiplica per differentiam, que est ab una ypotenusarum usque in ipsis .14., scilicet per .1., erunt .14.; quas diuide per dimidium basis, scilicet per .7., exibunt .2.; quas adde super dimidium basis, erunt .9.; que sunt maior casus á latere maioris ypotenusę *.ac.* Similiter extractis ipsis .2. ex ipsis .7., relinquetur minor casus *.bd.* perticarum .5., ut per primum modum inuentum est. Tertius modus est, ut per potentiam minoris ypotenusę de potentia maioris extrahe, scilicet .169. de .225.; residuum uero, scilicet .56. per basem, scilicet per .14. diuide, exibunt .4. que adde cum base, erunt .18. quorum dimidium, scilicet .9., est maior casus: uel .4. extrahe de base, remanent .10.; quorum dimidium, scilicet .5., est minor casus. Et hic | uidetur mihi actior reliquis. Inuencto itaque casu, si perpendicularem *.ad.* inuenire uolueris, extrahe potentiam minoris casus, scilicet .25., de potentia lateris *.ab.*, scilicet de .169., remanebunt .144.; quorum radix, scilicet .12., est cathetus *.ad.*: uel potentiam maioris casus, scilicet multiplicationem de .9. in se ipso, scilicet .81., extrahe de potentia *.ac.*, scilicet de .225., remanebunt similiter .144. pro potentia catheti *.ad.*: quare cathetus *.ad.* est .12., ut prediximus. Multiplicatio quidem catheti in dimidium basis, uel e conuerso, reddit perticas .84. pro area totius trigoni *.abc.* In suprascripto quidem trigono equicrurio ostendimus, ipsum equalem esse ei quadrilatero rectiangulo, qui habet in longitudine quantitatem catheti eiusdem trigoni, et in latitudine quantitatem dimidij suę basis. *In hoc uero uolumus demonstrare, qualiter* trigona equiparantur ipsis quadrilateribus rectiangulis, qui habent in longitudine quantitatem totius basis trigonorum, et in latitudine quantitatem dimidij catheti: diuidatur cathetus *.ad.* in duo equalia supra punctum *.e.*, ut in hac alia cernitur formula; et per punctum *.e.* linea trahatur *.fg.*, que sit equalis, et equidistans linee *.bc.*; et copulentur recte *.fb.* et *.gc.*, que erunt equales et equidistantes sibi inuicem; propter quod recta *.fg.* est equidistans et equalis linee *.bc.*: et quoniam cathetus *.ad.* in duo equalia diuisus est secundum punctum *.e.*; et per punctum

fol. 21 *verso*.

* quantitatem dimidij . . . . erunt equales » (fol. 21 *verso*, lin. 10-15 e 16; pag. 35, lin. 36-41).



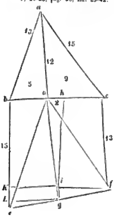
.*e*. protracta est basis .*bc*. equidistans recte .*fg*., que secat rectas .*ab*. et .*ac*. in duo equalia in punctis .*h*. et .*I*., secundum quod in geometria declaratur; et anguli, ad .*e*. recti erunt, sicut sunt anguli, qui ad .*d*.: quare anguli .*f*. et .*g*. rectj sunt: ideo si scindatur recta .*ae*. ab .*a*. in .*e*., et recta .*eh*. ab .*e*. in .*h*.; et ponatur trigonum .*aeh*. super trigonum .*bfh*., recta .*ae*. super rectam .*fb*. cadet: ideo quia recta .*fb*. equalis est recte *ed*., que est equalis recte .*ea*.; et recta .*eh*. super rectam .*hf*.; et recta .*ah*. super rectam .*hb*.; et angulus .*f*. equalis erit angulo .*aef*. Quare angulus .*f*. rectus est: propter eadem ergo rectus angulus qui ad .*g*., et trigonum .*cig*. equale est trigono .*aei*.: totum ergo .*abc*. trigonum quadrilatero .*fbcg*. equale est, quod habet in uno latere quantitatem basis; in alio quantitatem dimidij catheti, ut oportebat ostendere. Nec pretermictendum est, quod in quadrilatero .*fbcg*. angulus, qui sub .*bcg*. equalis est angulo, qui ad .*f*.; ideo quia oppositi sunt: quare et angulus .*fbc*. equalis est angulo qui ad .*g*.; que omnia in libro euclidis aperte declarantur, ubi ostenditur, quod omnes figure que habent latera opposita, equalia habebunt similiter et angulos equales: quare angulus .*fbc*. et .*bcg*. recti sunt: orthogonium ergo est quadrilaterum .*fbcg*., ut oportet. In secundo quidem euclidis libro demonstratur, unde procedit prima inuentio casus perpendicularis in oxigonio trigono.

fol 22 recto.

Et nos unde procedit inuentio eiusdem casus, per secundum et tertium modum uolumus | figuris geometricis demonstrare. Describatur rursus trigonum suprascriptum .*abc*.; et protrahatur in eo cathetus .*ad*.; et per puncta .*bc*. ad rectos angulos protrahantur recte .*eb*. et .*fc*.; et sit recta .*eb*. equalis recte .*ac*., scilicet 15; et recta .*fc*. equalis recte .*ab*., scilicet 13; et copulentur .*fe*. et .*fd*. et .*de*.; et diuidatur recta .*ef*. in duo equa super punctum .*g*.; et à punto .*g*. utrisque rectis .*fc*. et .*eb*. equidistans protrahatur recta .*gh*.; et per punctum .*f*. recte, et equidistans .*bc*. protrahatur recta .*fik*.

Rursus per punctum .*g*. rectis .*cb*. et .*fik*. equidistans protrahatur recta .*gl*.; et quoniam orthogonia sunt trigona .*adc*. et .*adb*. rectos habentia angulos, qui sub .*adc*. et .*adb*.; potentia quidem lateris .*ac*. equatur duobus potentijs linearum .*ad*. et .*dc*.; et potentia linee .*ab*. equatur duobus potentijs linearum .*ad*. et .*db*. Quare si communiter aufferatur potentia linee .*ad*., poterit potentia maioris casus .*dc*. plus potentia minoris .*db*., quantum potest potentia linee .*ac*. plus potentia linee .*ab*.

« communiter aufferatur .... et opposito, qui » (fol. 22 *recto*, lin. 9, 10-23; pag. 36, lin. 29-42.



Quare potentie linearum .*ab*. et .*dc*. equantur potentijs linearum .*ac*. et .*db*. Sed recta .*fc*. equalis est recte .*ab*., et recta .*eb*. recte .*ac*. Quare potentia linearum .*fc*. et .*cd*. equatur potentie linearum .*eb*. et .*bd*. Sed potentie linearum .*fc*. et .*cd*. equa est potentia linee .*fd*. cum angulus .*fcd*. sit rectus. Simili quoque modo potentia linee .*de*. equatur potentie linearum .*eb*. et .*bd*.: quare linee .*fd*. et .*de*. sibi inuicem sunt equales. Equicrurium ergo est trigonum .*fde*. Et quoniam basis .*ef*. in duo equa diuisa est super punctum .*g*.; linea quidem .*dg*. cathetus est super lineam .*ef*.: quare rectus est uterque angulus, qui sub .*dge*. et .*dgf*. Rursus quoniam recta .*gh*. equidistans est recte .*fc*.; et in eis incidit recta .*cb*.; anguli quoque qui sub .*fch*. et .*ghc*. duobus rectis sunt equales. Sed qui sub .*fch*. rectus est; quare qui sub .*ghc*. rectus erit; exterior angulus qui sub .*ghd*. est rectus; quia equalis est interiori et opposito, qui sub .*fch*.: cathetus ergo est linea .*gh*. super rectam .*bc*. Item quoniam per punctum .*f*. protracta est linea .*fik*. equidistans linee .*cb*.; et linea .*be*.

est equidistans linee *.fc.*; paralilogramum ergo est quadrilaterum *.kbcf.* Quare opposita latera sibi inuicem sunt equalia: equalis ergo est recta *.fk.* recte *.bc.*, et recta *.bk.* recte *.cf.* Ergo *.bk.* est 13, remanet *.ke.* 2. Nam recta *.ih.* equalis est utrique rectarum *.fc.* et *.kb.*

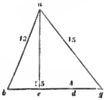
Paralilogramina enim sunt quadrilatera *.kbhi.* et *.ihcf.* Ergo recta *.hi.* est 13. Item quoniam in equidistantibus *.eb.* et *.gh.* recta incidit *.ef.*, exterior angulus, qui sub *.fgi.* equalis est opposito interiori, qui sub *.gel.* Et angulus quidem qui sub *.fig.* equalis est *.ei.*, qui sub *.gle.*: est enim uterque rectus. Reliquus qui sub *.gfi.* reliquo, qui sub *.egl.* est equalis; et recta *.fg.* recte *.ge.* est equalis. Quare reliqua latera reliquis laterihus equalia erunt, que equales angulos subtendunt : latus quippe *.gi.* lateri *.el.* est equale ; et latus *.fi.* lateri *.gl.* est similiter | equale. Sed recta *.gl.* recte *.ik.* est equalis; quia paralilogramum est quadrilaterum *.lkig.* Ergo recta *.fi.* equalis est recte *.ik.*; quare recta *.ch.* equa est recte *.hb.*: diuisa est ergo basis *.bc.* in duo equa super punctum *.h.*; quare *.ch.* est .7. Item quia paralilogramum est quadrilaterum *.lkig.*; equalis est recta *.lk.* recte *.ig.* Sed recta *.ig.* demonstrata est esse equalis recte *.le.*; quare et *.kl.* equa est recte *.le.* Sed tota *.ke.* est .2.; ergo unaqueque rectarum *.kl.* et *.le.* et *.ig.* est .1.: vnde tota *.hg.* est .14. Rursus quoniam rectus est angulus *.dgf.*, duo quidem angulj qui sunt *.dgh.* et *.hgf.* uni recto sunt equales. Similiter quoniam orthogonium est trigonum *.gif.* habens rectum angulum, qui sub *.gif.*; reliqui duo anguli qui sub *.igf.* et *.gfi.* uni recto sunt equales; ergo anguli *.dgh.* et *.hgf.* sunt equales angulis *.hgf.* et *.gfi.* Quare si communiter auferatur angulus *.hgf.*, remanebit angulus *.dgh.* equalis angulo *.gfi.* Nam et angulus *.gif.* angulo *.ghd.* est equalis. Reliquus *.igf.* reliquo *.hdg.* est equalis. Simile ergo est trigonum *.fig.* trigono *.ghd.*; quare est sicut *.fi.* ad *.ig.*, scilicet sicut .7. est ad unum, ita *.gh.*, scilicet .14., est ad *.hd.* Quare multiplicatio *.gi.* in *.gh.* diuisa per *.fi.* reddit *.hd.*; et hoc est quod in secundo modo fecimus. Videlicet addidimus latus *.ab.* cum latere *.ac.*, hoc est *.fc.* cum *.eb.* , et habuimus .28.; quorum dimidium, scilicet .14., fuit linea *.gh.*; que multiplicauimus per *.ig.*, quod est id, in quo *.gh.* recta superhabundat rectam *.fc.*, hoc est *.ab.*, uel *.gi.* est illud, in quo *.ac.*, scilicet *.eb.*, superhabundat lineam *.gh.*; ex qua multiplicatione habuimus .14.; que diuisimus per dimidium basis *.bc.*, scilicet per *.ch.*, hoc est per *.fi.*; quarum unaqueque est .7., et habuimus .2. pro quantitate *.hd* ; que addidimus dimidio basis, scilicet *.ch.*, que est .7., et habuimus .9. pro *.cd.* recta, que est maior casus; uel extraximus *.hd.* ex *.hb.*, scilicet .2. de .7., remanserunt nobis .5. pro minore casu *.db.*; quod oportebat ostendere.

fol. 22 verso.

a Adiaceat iterum . . . . quantitate multiplicationis a (fol. 22 verso, lin. 23-29 e 30 ; pag. 37 , lin. 37-43 — pag. 38, lin. 1).

modus tertius.

Adiaceat iterum supradictum trigonum *.abg.*, cuius latus *.ab.* sit .13.; latus quoque *.ag.* sit .15.; basis quidem *.bg.* sit .14.; et protrahatur super *.bg.* cathetus *.ac.*, et quoniam maior est latus *.ag.* quam *.ab.*, maior est casus *.gc.* quam *.cb.*: quare ex *.cg.* auferatur *.cd.*, que sit equalis recte *.cb.*, et erit recta *.bd.* diuisa in duo equa super punctum *.c.*; cui recte *.bd.* in directo addita est *.dg.* Quare multiplicatio *.dg.* in *.bg.* cum quadrato linee *.cd.*, uel *.cb.* equatur quadrato linee *.cg.* Quare quadratus linee *.cg.*, scilicet maioris casus, superhabundat quadrato linee *.bc.*, scilicet minoris casus



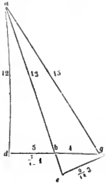
in quantitate multiplicationis linee *.dg.* in lineam *.bg.* Sed ostensum est superius in alia figura, quod superhabundantia quadrati casus *.cg.* ad quadratum casus *.cb.* est sicut superhabundantia quadrati lateris *.ag.* ad quadratum lateris *.ab.* Quare superhabundantia quadrati lateris *.ag.* ad quadratum lateris *.ab.* est sicut multiplicatio recte *.dg.* in rectam *.bg.* Sed quadratum lateris *.ag.*, scilicet .225., superhabundat potentiam lateris *.ab.*, scilicet .169. in .56.; quare multiplicatio *.dg.* in *.bg.* surgit in .56. Sed *.bg.* est .14.; in quibus diuisis | .56., reddunt .4. pro quantitate linee *.dg.*; quibus .4. extractis ex base *.bg.*, scilicet de .14., remanet linea *.bd.* 10.; quorum dimidium, scilicet .5., erunt in minori casu *.bc.*; quod oportebat ostendere.

fol. 23 recto.

Incipit differentia tertia.

Si autem trigonum ampligonium, et equicrurium fuerit, protrahes cathetum in ipso super latus maius; et operaberis secundum quod superius in trigono acutiangulo et equicrurio diximus. Sed si trigonum ampligonium diuersilaterum fuerit, vt trigonum *.abg.*, cuius latus *.ab.* sit pertice 13; et latus *.bg.* pertice 4; latus quoque *.ag.* pertice .15.; si ab angulo *.b.* obtuso cathetum protrahere uolueris super maius latus, scilicet super *.ag.*, infra triangulum cadet. Casum itaque seu cathetum, nec non et embadum ipsius inuenies, secundum quod docuimus in triangulo acutiangulo diuersilatero. Sed si ab angulo *.a.*, uel ab angulo *.g.* cathetos protrahere uolueris, extra triangulum cadent.

* inuenies, secundum . . . . 144.; cuius * (fol. 23 recto, lin. 9, 10-20; pag 38, lin. 17-27).



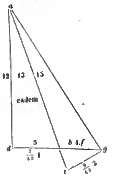
Quare qualiter casus ipsorum extra bases reperiantur, indicare necesse est. Ex potentia maioris lateris, que est .225., extrahes potentiam reliquorum duorum laterum; quorum potentia *.ab.* est .169., et potentia *.bg.* est .16., remanebunt .40.; quorum dimidium, scilicet .20., si per basem *.bg.* diuiseris, scilicet per .4., exibunt .5. pro quantitate casus *.bd.*, super quem cathetus *.ad.* erigitur. Et si eadem .20. per basem *.ab.*, scilicet per .13., diuiseris, habebis pro casu *.be.* perticam $\frac{7}{13}$ 1., super quem cathetus *.ge.* eleuatur. Deinde si potentiam *.db.*, que est .25., ex potentia *.ab.*, que est .169., extraxeris; uel si potentiam *.dg.*, que est .81., ex potentia *.ag.* dempseris, remanebunt pro potentia catheti *.ad.* 144.; cuius radix, scilicet .12., est longitudo catheti *.ad.*: quam si in dimidium sue basis, scilicet in .2., multiplicaueris, reddent perticas .24. pro area trigoni *.abg.* : uerbi gratia : trigonum *.adg.* orthogonium est ; et colligitur area ipsius ex multiplicatione dimidij catheti *.ad.*, scilicet de .6. in totam basem *.dg.*, scilicet in 9.: quare area trigonj *.adg.* est pertice .54.; ex qua si extraxeris aream trigonj orthogonij *.adb.*, que est :30., que colligitur ex multiplicatione eiusdem dimidij catheti *.ad.* in basim *.db.*, remanebunt pro area trigonij *.abg.* pertice .24.; que colliguntur iterum ex multiplicatione dimidij catheti *.ad.* in basim *.bg.*, uel ex multiplicatione catheti *.ad.* in dimidium basis *.bg.*, ut prediximus. Similiter si multiplicaueris cathetum *.ge.* in dimidium basis *.ba.*, eamdem habebis aream. Cathetum enim *.ge.* inuenies, si extraxeris potentiam linee *.eb.* ex potentia linee *.bg.*, uel potentiam linee *.ea.* ex potentia linee *.ag.* Et est cathetus *.ge.* perticarum $\frac{9}{13}$ 3.; quorum dimidium, scilicet $\frac{11}{13}$ 1., si per basem *.ab.*, scilicet per 13 multiplicauerimus, ad easdem perticas 24 pro embado trigonj *.abg.* ueniemus.

Est enim in secundo Euclidis libro aperte demonstratum, unde procedit modus supradictus in reperiendis casibus perpendicularium, que cadent extra obtusum angulum in ampligonijs trigonis. Possumus quidem per alios duos modos ipsos casus reperire |

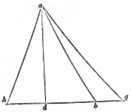
uidelicet per eos, quos demonstrationibus superius demonstrauimus. Et est iste primus modus: adde .13. cum .15., scilicet latus .*ab*. cum latere .*ag*., erunt .28.; quorum dimidium, scilicet .14., multiplica per differentiam, que est ab ipsis .14. usque ad unum ex lateribus predictis, scilicet per .1., erunt .14.; que si diuiserimus per .2., scilicet per dimidium basis, egredientur .7.; de quibus demptis .2., scilicet .*bf*., remanebunt .5. pro casu .*bd*.: super quibus namque .7., si addiderimus lineam .*fg*., habebimus .9. pro tota linea .*dg*. Alius quidem modus est, ut potentiam lineę .*ab*. ex potentia linee .*ag*. extrahas, scilicet .169. de .225.; residuumque, scilicet .56., per basem .*bg*. diuidas, scilicet per .4.; et que de ipsa diuisione peruenit, .4., scilicet basem extrahas, remanebunt .10.; quorum dimidium, scilicet .5., est casus .*bd*. Que euidentissime monstrabuntur, si lineam .*gd*. protraxerimus in puncto .*h*.: et sit linea .*dh*. equalis linee .*db*.; et copuletur .*ah*., ut in hac alia cernitur formula. Est enim in trigono .*ahg*., et infra ipsum trigonum cathetus ducta .*ad*.; et quoniam recta .*hd*. equalis est recte .*db*., et in eis est cathetus .*ad*., equalis est recta .*ah*. recte .*ab*.: ergo recta .*ah*. est 13, et recta .*ag*. est .15., et recta .*bg*. est .4., et recta .*bh*. est ignota; et est diuisa in duo equa supra punctum .*d*., cui iacet in directo linea .*bg*.; et est linea .*dg*. maior casus; linea quoque .*dh*. minor in trigono .*ahg*. Quare potentia lineę .*dg*. superhabundat potentiam linee .*dh*. in quantitate, in qua superhabundat potentia linee .*ag*. potentiam linee .*a h*., scilicet in .56. Sed potentia lineę .*dg*. superhabundat potentiam linee .*dh*. in multiplicatione .*bg*. in lineam .*gh*. Quare .*bg*. ducta in .*gh*. facit .56.: quare diuisis .56. per .*bg*. reddent .14. pro tota linea .*hg*.; de quibus dempta linea .*bg*., scilicet .4., nimirum .10. remanebunt pro linea .*bh*.; quorum dimidium, scilicet .5., est casus .*bd*., ut superius inuentum est. Nam si super rectam .*hg*. protraherimus ad rectos angulos lineas .*gc*. et .*hi*. Quarum .*gc*. sit equalis utrique linearum .*ab*. et .*ah*.; et linea .*hi*. equatur linee .*ag*.; et copuletur. *ci*.; et expleatur figura, secundum quod fecimus in trigono oxigonio. Inuenies lineam .*kl*. esse dimidium laterum .*ah*. et .*ag*.; et .*hl*. esse dimidium basis .*hg*. Quare .*dl*. est .2, et .*lg*. remanet ignota; et .*mk*. est 1., scilicet differentia, que est a linea .*kl*. ad quamlibet linearum .*cg*. uel .*hi*.; et est trigonum .*dlk*. simile trigono .*kmc*. Quare est sicut .*dl*. ad .*lk*., ita .*km*. ad .*mc*. Quare multiplicationem .*kl*. in .*km*. diuides per .2., scilicet per .*dl*., egredientur .7. pro linea .*mc*., scilicet pro .*lg*.; quibus additis .2, scilicet .*ld*., habebis .9. pro linea .*gd*.; de qua extracta .*gb*., scilicet .4., remanebunt .5. pro casu .*bd*., ut oportet. Aliter adiaceat rursus trigonum ampligonium .*acb*. obtusum habens angulum, qui sub .*acb*.; et sit .*ac*. .13., et .*ab*. 20., et .*bc*. 11.; et protrahatur extra ipsum cathetus .*ag*. super lineam .*bg*.; et á punctis .*c*. et .*b*. | ad rectos protrahatur .*bd*. et .*cf*., quarum .*bd*. sit equa linee .*ac*. et .*cf*. linee .*ab*., erit .*bd*. 13., et .*cf*. 20.; et copulentur .*df*. et .*fg*. et .*dg*.; et á puncto .*e*., scilicet á medio linee .*df*., protrahatur cathetus .*eh*. super lineam .*gb*.; et copuletur recta .*eg*.; et per punctum .*d*. protrahatur .*dk*. equidistans linee .*bh*.: et quoniam orthogonia sunt trigona .*agc*., et .*agb*. equatur potentia linee .*ac*. duobus potentijs linearum .*ag*. et .*gc*.; et potentia linee .*ab*. potentijs linearum .*ag*. et .*gb*. Quare potentia linearum .*ac*. et .*gb*. equatur potentie linearum .*ab*. et .*gc*., hoc est potentia linearum .*fc*. et .*gc*. equatur quadratis linearum .*db*. et .*bg*.: quare recte .*dg*. et .*gf*. sibi inuicem sunt equales; et recta .*ge*. est cathetus super .*df*.; et per reliqua supradicta ostendetur, .*hk*. esse .13., scilicet

fol. 23 *verso*.

« uidelicet per eos, ... quorum dimidium » (fol. 23 *verso*, lin. 1-9; pag. 39, lin. 1-10).

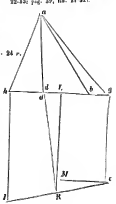


« hac alia cernitur .... superhabundat potentia » (fol. 23 *verso*, lin. 12-18; pag. 39, lin. 12-18).

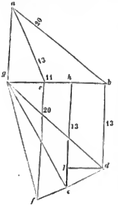


« dempta linea .*b.g*., ... trigonum ampligonium » (fol. 23 *verso*, lin. 22-33; pag. 39, lin. 21-32).

fol. 24 r.



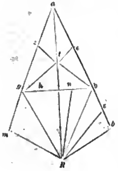
« erit .bd. 13. .... reddet pro area » (fol. 24 recto, lin. 2-15; pag. 39, lin. 35-43 — pag. 40, lin. 1-7)



equalem lineę .*db*. et .*ke*. esse superhabundantiam lineę .*he*. ad .*bd*.; et trigonum .*ghe*. esse simile trigono .*ekd*. Quare est sicut .*dk*. ad .*ek*., ita .*eh*. est ad .*hg*. Quare si multiplicatio .*ek*. in *eh*. diuidatur per .*dk*., scilicet per .*bh*., que est dimidium lineę .*bc*., exibit linea .*hg*. $\frac{1}{2}$ 10.: ex quibus extracta linea .*ch*., scilicet $\frac{1}{2}$ 5., remanebit casus .*cg*. .5., ut oportebat ostendere. Quare cathetus .*ag*. erit .12.; cuius dimidium, si per basem .*cg*., scilicet .6. per .11. multiplicauerimus, nimirum perticas .66. reddet pro area trigoni .*acb*. Nam ut mensurandi doctrina perfecte in hoc libro contineatur; qualiter quodlibet trigonum sine inuestigatione catheti mensurari possit, indicabimus. Trigonj latera in unum coniunge, et dimidium sumę accipe eorum; de qua extrahe per ordinem latera trigonj; et multiplica residuum unius lateris per residuum alterius; et summam multiplica per residuum alterius lateris; quod totum per medietatem trium laterum multiplica; et summe radicem inuenias, que erit area totius trigonj. Verbi gratia: additis in unum lateribus suprascripti trigoni, scilicet .13. et .11. et .20., faciunt .44.; cuius dimidium est .22., a quo maius latus distat perticis .2.; secundum perticis .9.; tertium perticis .11.: multiplicatio quidem residui primi lateris, scilicet .2., in residuo secundi lateris, scilicet in .9., multiplicata per residuum tertij lateris, scilicet per .11., faciunt .198.; quo numero iterum multiplicato per dimidium laterum, scilicet per .22., faciunt .4356.; que sunt potentia areę trigonj, quorum radix est .66., ut pro area ipsius superius inuenimus. AD cuius rei demonstrationem adiaceat trigonum .*abg*.; et diuidantur in duo equa anguli, qui sub .*abg*. et .*agb*. á rectis .*bt*. et .*tg*.; et á puncto .*t*. cathetus protrahantur .*th*. *te*. et .*tz*.; et copuletur .*at*.: et quoniam rectus est qui sub .*thg*., et qui sub .*tzg*., equalis est augulus qui sub .*thg*. angulo qui sub .*tzg*., nec non et angulus qui sub .*tgh*. angulo, qui sub .*tgz*. est equalis. Quare reliquus qui sub .*gth*. reliquo qui sub .*gtz*. equatur: equianguli enim sunt trianguli .*thg*. et .*tgz*.: et quoniam latus .*gt*. est commune eorum; reliqua quidem latera, que equos angulos subtendent, equalia habebunt; latus quoque .*th*. lateri .*tz*., et .*hg*. lateri .*gz*. equantur. Similiter ostendetur | rectam .*hb*. recte .*be*., et rectam .*th*. recte .*te*. esse equales; et trigonum .*thb*. equarj trigono .*teb*.: et quoniam utraque rectarum .*te*. et .*tz*. equales sunt recte .*th*., et sibi inuicem equalia sunt; ergo equalis est recta .*te*. recte .*tz*.: comunis adiaceat recta .*ta*.; due ergo, que sunt .*et*. et .*ta*., duabus, que sunt .*at*. et .*tz*., equantur; et angulus qui sub .*aet*. angulo qui sub .*azt*. est equalis; et latus .*at*. est commune. Quare equiangulum et equilaterum est trigonum .*aet*. trigono .*azt*. Quare latus .*az*. lateri .*ae*. equatur. Et quoniam equalis est recta .*az*. recte .*ae*. Si commune adiaceat eis recta .*eb*., erit quidem recta .*ab*. equalis duabus rectis, que sunt .*az*. et .*eb*., hoc est .*az*. et .*bh*. Rursus quoniam recta .*zg*. equalis est recte .*gh*.; erunt quidem due recte, que sunt .*ag*. et .*hb*., equales duobus rectis .*ab*. et .*gh*.; ergo .*ag*. et .*hb*., scilicet .*eb*., sunt medietas laterum trigonj .*abg*. Quare .*eb*. est id in quo medietas laterum trigonj .*abg*. superhabundat latus .*ag*. Similiter ostendetur, rectam .*ae*. esse illud, in quo medietas laterum trigonj .*abg*. superhabundat latus .*bg*.; et .*hg*., uel .*gz*. esse superhabundantiam á latere .*ab*. Quare recte .*ab*. et .*hg*. sunt medietas laterum trigoni .*abg*. Similiter et recte .*ag*. et .*hb*. sunt medietas laterum eiusdem trigoni: protrahantur ergo recte .*ab*. et .*ag*. in directo in punctis *L*.*M*.; et sit .*bl*. equalis recte .*hg*., et .*gm*. equalis recte .*hb*.; erit ergo utraque re-

fol. 24 verso.

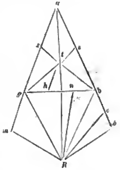
» Quare reliquus .... Similiter ostendetur » (fol. 24 recto, lin. 3 ab infra; pag. 40, lin. 24-27).



ctarum .*al*. et .*am*., sicut medietas laterum trigoni .*abg*. Deinde producatur .*at*. in puncto .*k*.; et copulentur recte .*lk*. et .*km*.; et sit rectus qui sub .*alk*. Quare rectus erit qui sub .*amk*.; quia due recte .*al*. et .*ak*. equales sunt rectis .*ak*. et .*am*.; et angulus qui sub .*lak*. angulo, qui sub .*kam*. est equalis: quare et latus .*lk*. lateri .*mk*. equatur; et reliqui anguli reliquis angulis, qui ab equalibus rectis subtenduntur, equabuntur: angulus quidem qui sub .*akl*. ei qui sub .*akm*., et qui sub .*alk*. ei qui sub .*amk*.; sed rectus qui sub .*alk*.; ergo rectus qui sub .*amk*., ut prediximus. Et secetur á linea .*bg*. equalis linee .*bl*.; et sit .*bn*.; et copulentur .*nk*. et .*kg*. et .*kb*.: et quoniam .*gh*. est superhabundantia dimidij laterum trigoni .*abg*. á latere .*ab*., equalis est linee .*bl*., hoc est .*bn*. Quare .*ng*. equatur .*gm*.; cum sit superhabundantia medietatis laterum á latere .*ag*. Et quoniam trigona .*gmk*. et .*klb*. orthogonia sunt, potentia linee .*gk*. equatur duabus potentijs linearum .*gm*. et .*mk*., hoc est .*gn*. et .*mk*.; et potentia linee .*bk*. equatur duabus potentijs linearum .*kl*. et .*bl*., hoc est .*kl*. et .*bn*. Sed potentie linee .*lk*. equa est potentia linee .*km*. Quare quantum potentia linee .*kg*. superhabundat potentiam linee .*kb*., tantum potentia .*ng*. superhabundat potentiam .*nb*. Quare linea .*kn*. cathetus est super lineam .*bg*., et est equalis linee .*kl*. Et quia anguli .*knb*. et .*blk*. recti sunt, remanent anguli .*nbl*. et .*lkn*. duobus rectis equales. Sed angulj .*ebn*. et .*nbl*. similiter duobus rectis sunt equales. Quare angulus .*ebn*. equalis est angulo .*lkn*.; et angulus .*lkb*. dimidium est anguli .*lkn*.; erit ergo equalis | angulo .*ebt*., qui est medietas anguli .*ebh*.; et angulus qui ad .*l*. est equalis ei qui ad .*e*.; cum ambo sint recti; et remanet angulus .*etb*. equalis angulo .*kbl*.: trigonum ergo .*kbl*. simile est triangulo .*ebt*. : proportio ergo .*kl*. ad .*lb*. sicut proportio .*be*. ad .*et*. : ductus ergo .*kl*. ad .*et*. sicut ductus .*lb*. ad .*be*. Sed proportio tetragoni .*et*. ad ductum .*et*. ad .*lk*., sicut proportio .*et*. ad .*lk*; et proportio .*et*. ad .*lk*. sicut .*ae*. ad .*al*.; cum .*et*. sit equidistans linee .*lk*.: proportio ergo .*ae*. ad .*al*. sicut proportio tetragoni .*et*. a ductu .*et*. ad .*lk*. sicut ductus .*eb*. ad .*bl*.: proportio ergo .*ae*. ad .*al*. sicut proportio tetragoni .*et*. ad ductum .*eb*. ad .*bl*. : ductus ergo tetragoni .*et*. ad .*al*. sicut ductus .*ae*. ad ductum .*eb*. ad .*bl*. Et ductus tetragoni .*et*. ad tetragonum .*al*. est sicut ductus .*ae*. ad ductum .*eb*. ad .*bl*., et producti .*al*. Sed ductus tetragoni .*et*. ad tetragonum .*al*. est sicut tetragonum superficiei trigoni .*abg*.; quod in sequenti demonstrabimus. Quare multiplicatio .*ae*., que est superhabundantia medietatis laterum trigoni .*abg*. a latere .*bg*. in .*eb*., que est superhabundantia á latere .*ag*. ducta in .*bl*., que est superhabundantia á latere .*ab*., et producti in .*al*., scilicet in medietate laterum trigonj .*abg*., reddit tetragonum aree trigoni .*abg*., ut oportebat ostendere. Sed ostendendum est, qualiter ductus tetragoni .*et*. ad tetragonum .*al*. est sicut tetragonum aree trigonj .*abg*. Quoniam trigonum .*abg*. in tribus trigonis resolutum est a puncto .*t*., que sunt .*atb*. et .*btg*. et .*gta*.; et catheti uniuscuiusque sunt equales sibi inuicem; et sunt .*te*. et .*th*. et .*tz*.; ergo ductus .*et*. in dimidio basis .*ab*. reddit aream trigoni .*atb*.: similiter ductus .*th*., scilicet .*te*., in dimidio .*bg*. reddit aream trigoni .*btg*.: propter eandem ergo et ductus .*tz*., hoc est .*te*., in dimidio .*ag*., reddit aream trigoni .*atg*.

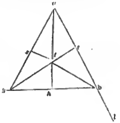
Quare ductus .*et*. in .*al*., scilicet in dimidio laterum trigoni .*abg*., reddit aream trigoni .*abg*.: quare ductus tetragonj .*et*. ad tetragonum .*al*. est sicut tetragonum aree

« trigoni .*abg*. . . . angulus quidem qui » (fol. 24 *verso*, lin. 12-22, pag. 40, lin. 38-43 — pag. 41, lin. 1-6).



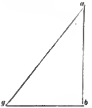
fol. 25 *recto*.

« reddit tetragonum . . . laterum trigoni .*abg*., » (fol. 25 *recto*, lin. 16-23; pag. 41, lin. 35-42).



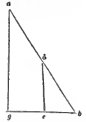
trigoni *.abg.*, ut oportebat ostendere. Et si in trigono aliquo duo tantum latera proponantur nota; et uolueris per ea habere embadi, et alterius lateris notitiam, ut in trigono *.abg.*, cuius latera *.ab.* et *.bg.* sint nota; considerandum est primum, utrum angulus contenctus á notis lateribus, scilicet angulus *.abg.* sit rectus, uel minor, aut maior recto. Esto primum rectus; quare recta *.ab.* super rectam *.bg.* cathetus est. Ex ductu ergo *.ab.* in *.bg.* dimidium prouenit area trigoni *.abg.* ; et si aceeperimus in unum quadrata linearum *.ab.* et *.bg.* notarum, proueniet notum quadratum linee *.ag.*, cuius radix habebitur pro linea *.ag.* Sed si angulus qui sub *.abg.* est minor recto, tunc accipies in lineam *.ab.* punctum aliquod, quod sit *.d.*; á quo super lineam *.bg.* cathetus trahatur *.de.* et mensurabis latera trianguli *.deb.*; et si proportio *.be.* ad *.bg.* est equalis proportionij *.bd.* ad *.ba.*, angulus qui ad *.g.* erit rectus; quia linea *.ad.* equidistans | erit lateri *.ag.*: quare si ex quadrato lateris *.ab.* auferatur quadratum lateris *.bg.*, remanebit quadratum lateris *.ag.* notum: uel quia linea *.de.* equidistaus est linee *.ag.*, erit proportionaliter sicut *.bd.* ad *.ba.*, ita *.ed.* ad *.ga.*: quare si multiplicauerimus latus *.ba.* in *.ed.*; et diuiserimus sumam per *.db.*, proueniet utique latus *.ag.* notum. Verbi gratia: sit latus *.ab.* 20., et *.bg.* 12.; et sit angulus qui sub *.abg.* minor recto; et sit *.bd.* perticarum .5., et *.de.* sit .4., et *.eb.* tres: erit ergo sicut *.bd.* ad *.ba.*, scilicet sicut .5. ad .20., ita .3. ad .12., hoc est *.be.* ad *.bg.*: quare recta *.de.* equidistat recte *.ag.*; quare angulus qui sub *.agb.* est rectus, cum rectus est qui sub *.deb.*: quare si ex quadrato lateris *.ab.* auferatur quadratum lateris *.bg.*, scilicet .144 ex 400., remanebunt .256. pro quadrato lateris *.ag.*; quarum radix, scilicet .16., est longitudo lateris *.ag.*: uel si multiplicauerimus *.ba.* in *.ed.*, scilicet .20. per .4.; et diuiserimus per *.db.*, scilicet per .5., prouenient utique .16. pro latere *.ag.*; quorum dimidio ducto per *.gb.*, scilicet .8. per .12., uenient .96. pro embado trianguli. Et si proportio *.be.* ad *.bg.* fuerit minor proportione *.bd.* ad *.ba.*, ut in hoc alio trigono cernitur; tunc angulus qui sub *.agb.* erit minor recto: quare oxigonium erit trigonum *.abg.*; et á puncto *.a.* cathetus cadat inter *.bg.*; unde ut habeamus casum ipsius, fiat sicut *.bd.* ad *.ba.*, ita *.be.* ad *.bf.*; et copuletur *.af.*, quia ipsa erit cathetus super *.bg.* rectam. Verbi gratia : sit iterum *.ab.* 20., et *.bg.* 17., et erit *.bf.* 12.; cum sit sicut *.bd.* ad *.ba.*, ita *.be.* ad *.bf.*: quare per ea que dicta sunt, inuenies, cathetum *.af.* esse .16.; cuius quadratum, scilicet .256., si addiderimus cum quadrato linee *.fg.*, scilicet cum .25., habebuntur .281. pro quadrato linee *.ag.*: et si multiplicauerimus dimidium catheti *.af.* in totam *.gb.*, uenient .136. pro embado trianguli *.abg.* Et si proportio *.be.* ad *.bg.* fuerit maior proportione *.bd.* ad *.ba.*, erit angulus qui sub *.agb.* maior recto; unde cathetus a puncto *.a.* cadet extra trigonum *.abg.* Quare protrahatur linea *.bg.* iu puncto *.h.*; et sit *.be.* ad *.bh.* sicut *.bd.* ad *.ba.*; et copuletur *.ah.*, qui erit cathetus, super lineam *.hb.* Verbi gratia: sit latus *.ab.* 20., et *.bg.* sit .7., et *.bd.* 5., et *.be.* sit .3., et *.de.* sit .4.; quare *.bh.* erit .12.: que reperies si multiplicationem ex *.be.* in *.ba.* diuiserimus per *.db.*; cum sit *.be.* ad *.bh.* sicut *.bd.* ad *.ba.*: et erit iterum *.ed.* ad *.ah.*, sicut *.bd.* ad *.ba.* Quare diuisa multiplicatione ex *.de.* in *.ba.* per *.db.* prouenient .16. pro catheto *.ah.*: et si ex *.bh.*, scilicet ex 12, auferatur *.bg.*, scilicet 7, remanebunt 5 pro casu *.gh.*; cuius quadratum, scilicet .25., si addatur quadrato linee *.ah.*, habebuntur .281. pro quadrato linee *.ag.*: quare latus *.ag.* est radix de .281.; et ex ducto dimidio *.ah.* in *.gb.* proueniunt .56. pro embado tri-

« trigoni *.abg.*, ... est minor recto » (fol. 25 *recto*, lin. 24, 28-32; pag. 42, lin. 1-8).

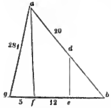


fol. 25 *verso*.

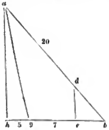
« erit lateri *.ag.* . . . . ergo sicut *.bd.* » (fol. 25 *verso*, lin 1-6; pag. 42, lin. 12-17)



« ducto per *.gb.*, ... quadrato linee » (fol. 25 *verso*, lin 13-20; pag. 42, lin. 23-31).



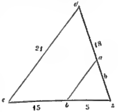
« si proportio *.be.* . . . . Et si unum » (fol. 25 *verso*. lin 23-25; pag. 42, lin. 33-43 — pag. 43, lin 1).



goni *.abg.* Et si unum tantum latus alicuius trigoni proponatur notum; et nolueris per ispum reliquorum laterum, et ipsius embadi habere notitiam. Vt trigoni *.dez.*; cuius latus *.dz.* sit notum, | accipiam in rectam *.dz.* partem aliquam, que sit *.az.*; et a puncto *.a.* super rectam *.az.* protraham lineam *.ab.* equidistantem linee *.de.*; et mensurabo lineas *.ab.* et *.bz.*, ut sint nota latera trigoni *.abz.*: et quia recta *.ab.* equidistat recte *.de.*, proportionaliter est sicut *.za.* ad *.zd.*, ita recta *.zb.* ad *.ze.*, nec non et recta *.ab.* ad *.de.* Sed proportio *.za.* ad *.zd.* est nota; quare latera *.de.* et *.ez.* erunt nota. Verbi gratia: sit *.dz.* 18., et *.az.* 6., et *.ab.* sit .7., et *.bz.* sit .5.; et sic *.zd.* ex *.za.* est tripla; quare *.de.* erit tripla ex *.ab.*, et *.ez.* ex *.bz.* similiter est tripla: ergo latus *.de.* est .21., et latus *.ez.* est .15.; et cum latera trigoni *.dez.* sint nota, erit notum embadum ipsius per ea que dicta sunt superius. Vel habeatur embadum trigoni *.abz.* per modum predictum, scilicet accipiatur dimidium laterum ipsius, quod est .9.; et accipiamus differentiam laterum, que est usque in .9., scilicet .2., et .3., et .4.; et multiplicemus .2. per .3.; quod totum per .4.; quod totum per .9., erunt .216.; quorum radix est embadum trianguli *.abz.*

fol. 26 *recto*.

* gratia: sit *.dz.* 18. .... trianguli *.abz.* * (fol. 26 *recto*, lin. 6-14, pag. 43, lin. 8-16).



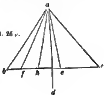
Et quoniam simile est trigonum *.abz.* trigono *.dez.*, erit embadum trigoni *.abz.* ad trigonum *.dez.*, sicut quadratum lateris *.za.* ad quadratum lateris *.zd.*, ut euclides ostendit: et quia latus *.dz.* est triplum ex *.az.*, erit quadratum linee *.dz.* nonuplum quadrati linee *.az.*; quare embadum trigoni *.dez.* est nonuplum trigoni *.abz.* Quare si multiplicaueris .216. per quadratum nouenarij, scilicet per .81., habebis .17496. pro quadrato embadi trigoni *.dez.*; quorum radix, que est parum plus de $\frac{1}{4}$ 132., habebitur pro embado ipsius. Diximus autem, simile esse trigonum *.abz.* trigono *.dez.*; cum ad inuicem habeant angulos equales: est enim recta *.ab.* equidistans recte *.de.*; quare angulus *.zab.* equalis est angulo *.zde.*, exterior interiori: propter eadem et angulus *.zba.* equalis est angulo *.zed.*; et habent enim angulum qui sub *.dze.* comunem; quare equiangulum est trigonum *.abz.* trigono *.dez.*; et sic ipsa trigona sunt similia.

Modus uulgaris quo uti debent agrimensores, et est sufficiens in mensuratione omnium trigonorum.

Stet mensor super maiorem trigoni angulum, et aspiciat super latus maius, ubi ab ipso angulo cathetus cadere debeat; et si hoc ad oculum perfecte comprehendere nequiuerit, habeat lensam fili, et figat unum caput in ipso angulo; et extendat ipsum filum in partes, in quibus cathetus cadere ei uidebitur; et producat ipsum aliquantulum extra maius latus trigoni; et tunc ducat eam lensam circiter, donec in utraque parte cum manu tanget ipsum maius latus; et signet utrumque contactum, et diuidat spatium quod fuerit inter utrumque in duo equalia, et ibi erit casus catheti: tunc mensuret cum pertica cathetum, et multiplicet eam per longitudinem dimidię basis, scilicet per medietatem maioris lateris; et habebit aream trigoni. Ad cuius euidentiam esto trigonum *.abc.* habens latus *.bc.* maius quam *.ab.*, uel quam *.ac.* Quare ab angulo *.a.* cathetus dirigendus est super latus | *.bc.*; et si latus *.ab.* equalis est lateri *.ac.*; cadet cathetus in medio lateris *.bc.*; si minus cadet uersus *.b.*; et si maius cadet uersus *.c.* Vnde stabit mensor super punctum *.a.*; et considerabit ubi ab ipso puncto *.a.* cadere debeat super lineam *.bc.*: quo facto figet lensam in puncto *.a.*; et extendet eam super lineam *.bc.* uersus *.ab.* latus, cum sit minor lateri *.ac.*: sitque lensa illa *.ad.*;

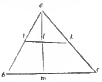
* *.b.c.*; et si ... lineam *.b.c.* * (fol. 26 *verso*, lin. 1-3; pag. 43, lin. 39-42).

fol. 26 *v*.



tenebit cum manu lensam super punctum .*d*. , scilicet aliquantulum extra trigonum ducet ipsam lensam uersus .*c*., donec .*d*. punctus tangat lineam .*bc*.; sitque contactus eius punctus .*c*.; quare lensa .*ac*. erit lensa .*ad*.: deinde ducet lensam uersus .*b*., donec punctus .*d*. tangat lineam .*bc*., ubi sors dediderit; sitque contactus ipsius punctus .*f*., hoc est cum lensa .*af*. sit lensa .*ad*.; et diuidat lineam .*ef*. in duo equalia supra punctum .*h*.; et a puncto .*a*. in punctum .*h*. protrahet lineam .*ah*. Dico quoniam .*ah*. cathetus est super lineam .*bc*. ; ideo quia equalis est linea .*af*. linee .*ac*., et linea .*fh*. linee .*he*.; quare mensurabit cum pertica cathetum .*ah*., nec non et latus .*bc*.; et multiplicabit dimidium catheti per totam basem .*bc*., uel econuerso, et habebit aream trigoni .*abc*. Nam si trigonum suprascriptum .*abc*. tam magnum fuerit, uel lensa quam habuerit, fiat minor catheto, aut area trigoni uineata, uel arborata fuerit, aut plena segetibus, ita quod cathetus ordine suprascripto habere non possit; tunc quot sunt pertice in latere .*ab*., tot pedes sint in linea .*ai*.: similiter et quod pertice fuerint in latere .*ac*., tot pedes sint in linea .*ak*.; et copuletur linea .*ik*., et inueniat cathetum cum lensa, suprascripto modo, in trigono .*aik*.; sitque .*al*., et protrahet cathetum .*al*. in directo supra punctum .*m*.; linea uero .*am*. est cathetus trigoni .*abc*., ut in geometria aperte declaratur.

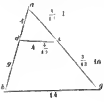
(lensa quam ... et protrahet ... (fol. 26 verso, lin. 14, 15-19; pag. 44, lin. 10-15)



De proportionibus et accidentijs, que fiunt in trigonis per protractionem linearum in ipsis.

Cvm duo sint nota latera trigoni; et in eis recta protrahatur equidistans reliquo lateri; et sectiones unius lateris note fuerint; tunc sectiones alterius note erunt, et linea protracta nota erit. Sit trigonum .*abg*., et in ipso protracta sit linea .*de*. equidistans basis .*bg*., secansque latera .*ab*. et .*ag*.; et sit .*ad*. 4., et .*bd*. 9., et .*ag*. 15., et .*bg*. 14. Dico quod sectiones .*ae*. et .*eg*. note erunt.

(et in ipso ... 60 per 13 (fol. 26 verso, lin. 25-31; pag. 44, lin. 21-29)

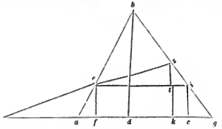


Quoniam equidistans est linea .*de*. linee .*bg*., proportionaliter secta sunt trigoni latera, ut Euclides in sexto libro ostendit. Est enim ut .*ad*. ad .*db*., ita .*ae*. ad .*eg*. Ergo sicut .4. est ad .9., ita .*ae*. est ad .*eg*. Similiter erunt coniuncte proportionales sicut .*ad*. ad .*ab*., ita .*ae*. est ad .*ag*., scilicet sicut .4. ad .13., ita .*ae*. ad .*ag*., scilicet ad .15. Quare multiplicatio de .4. in .15. est sicut multiplicatio de .13. in lineam .*ae*.: ergo diuisis .60. per .13., ueniunt $\frac{8}{13}$ 4. pro linea .*ae*.; quibus extractis ex .*ag*., scilicet de .15., remanent $\frac{5}{13}$ 10. pro linea .*eg*. Vel aliter, quia permutatim est sicut .*ab*., scilicet .13., ad .*db*., scilicet .9., ita .*ag*., scilicet .15., est ad .*eg*. Quare si diuiserimus nouies .15., scilicet .135., per .13., nimirum ad eadem $\frac{5}{13}$ 10. ueniemus pro linea .*eg*.; uel quia est sicut .4. ad .9., ita .*ae*. est ad .*eg*.: diuidenda est | linea .*ag*. in .4. et .9., scilicet in .13. partes, et erunt pro linea .*ae*. $\frac{4}{13}$ ex tota .*ag*.; et pro linea .*eg*. erunt $\frac{9}{13}$ similiter ex .*ag*.: quare acceptis $\frac{4}{13}$ et $\frac{9}{13}$ de .15., habebimus supradicta $\frac{8}{13}$ 4. et $\frac{5}{13}$ 10. Sed sit .*ad*. 4., et .*db*. 9., et .*ae*. $\frac{8}{13}$ 4.; et .*eg*. sit ignota. Quoniam est sicut .4. ad .9., ita $\frac{8}{13}$ 4. sunt ad .*eg*.: multiplicabis itaque .9. per $\frac{8}{13}$ 4.; et diuides per .4., exibunt $\frac{5}{13}$ 10. pro linea .*eg*.: et si ignorauerimus lineam .*ae*. tantum, multiplicandum erit .4. per $\frac{5}{13}$ 10., et diuidendum per .9.; quia sicut .*bd*. ad .*da*., ita .*ge*. ad .*ea*. Similiter demonstrabimus, lineam .*de*. esse notam; cum ipsa sit equidistans linee .*bg*., erit simile trigonum .*ade*. ei quod est .*abg*. Quare circa equales angulos latera sunt proportionalia: est ergo sicut .*ad*. ad .*de*., ita .*ab*. ad .*bg*. Quare si multiplicatio ex .*ad*. in .*bg*., scilicet de .4. in .14., diuisa fuerit per .*ab*., egredientur $\frac{4}{13}$ 4. pro linea .*de*., que oportebat ostendere.

fol. 27 recto.

Volumus inuenire quantitatem linee protractae, et terminate in notis terminis duorum laterum trigoni, que non sit equidistans reliquo lateri. Sit idem trigonum *.bag.*; et protracta sit linea *.ez.* et sit *.eb.* due tertie linee *.ba.* et *.z.* sit in medio *.bg.*: ergo *.be.* est $\frac{2}{3}$ 8., remanet *.ea.* $\frac{1}{3}$ 4.: uolumus ergo scire quantitatem *.ez.*: protrahatur cathetus *.bd.*, quam esse .12. superius demonstrauimus; et est minor casus *.ad.* 5.; maior quoque *.dg.* est .9.; et per punctum *.e.* basi *.ag.* equidistans ducatur *.ei.*; et per punctum *.z.* equidistans catheto *.bd.* protrahatur *.ztk.* Et quoniam linea *.zk.* equidistans est linee *.bd.*, est sicut *.zg.* ad *.gb.*, ita *.gk.* ad *.gd.*, et *.zk.* ad *.bd.*: sed *.gz.* ex *.gb.* est medietas. Quare *.gk.* ex *.gd.* et *.zk.* ex *.bd.* sunt medietas.

Ergo *.gk.* est $\frac{1}{2}$ 4., et remanet *.kd.* totidem, et *.zk.* est .6. Rursus protrahatur *.ef.* equidistans catheto *.bd.*; eritque sicut *.ae.* ad *.ab.*, ita *.af.* ad *.ad.*, et *.ef.* ad *.bd.* Quare *.af.* est $\frac{2}{3}$ 1., remanet *.fd.* $\frac{1}{3}$ 3., et *.ef.* est .4., scilicet tertia pars ex *.bd.* Et quoniam equidistantes sunt linee *.ef.* et *.tk.* catheto *.bd.*; et sibi inuicem equidistantes sunt, et copulant equidistantes *.et.* et *.fk.*; quare *.tk.* est equalis *.ef.*, et *.et.* linee *.fk.* Sed *.fk.* equatur duabus, que sunt *.kd.* et *.df.*, hoc est $\frac{1}{2}$ 4. et $\frac{1}{3}$ 3. Quare tota *.kf.* est $\frac{5}{6}$ 7. Ergo *.te.* est $\frac{5}{6}$ 7. Similiter *.tk.* est 4, cum sit equa *.ef.*, remanet *.tz.* 2. Et quoniam in duabus equidistantibus *.ei.* et *.ag.* recta incidit *.zk.*; exterior angulus *.zte.* equalis est opposito, et interiori *.zkf.* Sed rectus *.zkf.*, cum rectus sit qui sub *.bdk.*, rectus quoque qui sub *.zte.* Orthogonium ergo est trigonum *.zte.*; et sunt duo latera nota, illa uidelicet que continent angulum rectum. Quare tertium latus, scilicet *.ez.*, notum erit, ut prediximus; cum quadratus eius equetur duobus quadratis linearum *.zt.* et *.te.* Nam quadratus ex *.zt.* est .4., et ex *.te.* est .61., et tertia, et trigesima sexta pars unius; quibus additis cum .4., reddent $\frac{13}{36}$ 65. pro quadrato linee *.ez.*; quorum radix, que est parum amplius ex $\frac{1}{12}$ 8., est quantitas linee *.ez.*; quod oportebat ostendere. Possumus autem aliter ad notitiam| ° aliter ad notitiam » (fol. 27 recto, margine inferiore verso l'angolo esterno; pag. 45, lin 24).



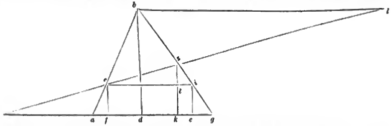
linearum *.zt.* et *.te.* deuenire. Est enim trigonum *.zti.* simile trigono *.bdg.* propter rectam *.ti.*, que est equidistans linee *.dg.* et *.zt.* linee *.bd.*: est enim latus *.zi.* lateri *.bg.* simile; et *.it.* lateri *.gd.*; reliquum *.zt.* reliquo *.bd.* est simile: est ergo sicut *.zi.* ad *.bg.*, ita *.it.* ad *.gd.*, et *.zt.* ad *.bd.*; est enim *.gi.* tertia pars ex *.gb.*; et *.gz.* est medietas ex *.gb.* Quare *.iz.* est sexta pars ex *.gb.*, scilicet $\frac{1}{2}$. Ergo *.zt.* est sexta ex *.bd.*, scilicet .2.; et *.it.* est sexta ex *.gd.*, scilicet $\frac{1}{2}$ 1.; quo extracto ex *.ie.*, que est $\frac{1}{3}$ 9., remanet *.te.* $\frac{5}{6}$ 7, ut prediximus. fol. 27 verso

Aliter protrahatur *.ic.* equidistans linee *.bd.*; et erit trigonum *.icg.* simile trigonis

.bdg. et *.zti.* : est ergo sicut *.gi.* ad *.gb.*, ita *.gc.* ad *.gd.*, et *.ic.* ad *.bd.* Est enim *.gi.* tertia pars ex *.gb.*; et *.gc.* est tertia ex *.gd.*; et *.ic.* est tertia similiter ex *.bd.*: ergo *.gi.* est 5, et *.gc.* 3, et *.ic.* 4. Et quoniam trigonum *.zti.* simile est trigono *.icg.*, est sicut *.zi.* ad *.ig.*, ita *.ti.* ad *.cg.*: est enim *.gi.* medietas ex *.ig.*; quare *.it.* est medietas ex *.gc.* et *.zt.* est medietas ex *.ic.*; que oportebat ostendere.

Verum si lineas *.ze.* et *.ga.* extra trigonum in puncto *.h.* protraherimus; et uoluerimus scire quantitatem linearum *.ah.* et *.eh.*; ducemus lineam *.te.* in *.ef.*; et diuidemus summam in *.zt.*, et habebimus lineam *.fh.*; et hoc faciemus, quia trigonum *.zte.* simile est trigono *.efh.*: est enim *.te.* equidistans recte *.gh.*; et in eis incidit recta *.zh.* exterior angulus, qui sub *.zet.* equalis est interiori et opposito, qui sub *.ehf.*; et angulus *.zte.* equalis angulo, qui sub *.efh.*; cum ambo sint recti. Reliquus autem qui sub *.tze.* reliquo, qui sub *.feh.* est equalis. Quare est sicut *.zt.* ad *.te.*, ita *.ef.* ad *.fh.* Quare multiplicatio *.te.* in *.ef.* diuisa per *.zt.*, reddit lineam *.fh.* Vel quia permutatim est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.te.* ad *.fh.* Est enim *.zt.* medietas ex *.ef.*; quare *.te.* est medietas ex *.fh.*, hoc est *.fh.* est duplum ex *.te.* Sed *.te.* est $\frac{5}{6}$ 7; quare *.fh.* est $\frac{2}{3}$ 15; de quibus extractis *.fa.*, remanet *.ah.* 14. Item enim est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.ze.* est ad *.eh.* Quare est duplum ex *.ez.* Sed quia *.ez.* est surda, accipiemus proportionem in quadratis earum, uidelicet est sicut quadratus linee *.zt.* ad quadratum linee *.ef.*, hoc est sicut 4 est ad 16, ita quadratum linee *.ze.* est ad quadratum linee *.eh.* Quare quadratum linee *.eh.* est quadruplum quadrati linee *.ez.* Vel adde in unum quadrata linearum *.af.* et *.fh.*; et ueniet quadratum linee *.eh.* Aliter protrahatur linea *.hz.* extra trigonum, donec concurrat linee *.bl.* in puncto *.l.*; et sit *.bl.* equidistans linee *.hg.* Et quoniam equidistantes inter *.bl.* et *.hg.* incidit linea *.hl.*, angulus qui sub *.elb.* equalis est *.ei.*, qui sub *.zhg.*; et angulus qui sub *.lbz.* ei qui sub *.zgh.* est equalis; reliqui qui ad *.z.* equales sibi inuicem, qui sunt a uertice. Ergo trigonum *.lbz.* simile est trigono|

e sibi inuicem, ... est trigono · (fol. 27 verso, margine inferiore pag. 46, lin. 25).

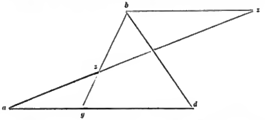


fol. 28 recto. *.hgz.* Quare est sicut *.gz.* ad *.zb.*, ita *.hg.* ad *.bl.*: est enim *.gz.* equalis *.zb.*; et *.hg.* equatur *.bl.* Rursus quia similia sunt trigona *.leb.* et *.eha.*, erit quidem sicut *.ae.* ad *.eb.*, ita *.ah.* ad *.bl.*, hoc est ad *.hg.* : est enim *.ae.* ex *.ab.* tertia pars. Quare *.ae.* est medietas ex *.eb.*; et *.ha.* erit medietas ex *.bl.*, hoc est ex *.hg.* ; remanet *.ag.* medietas ex *.hg.* Quare *.ha.* equatur *.ag.* Sed *.ag.* est .14.; quare *.ah.* erit similiter .14.; et quelibet rectarum *.hg.* et *.bt.* erit .28. Nam si coniunctionem linearum *.ze.* et *.eh.* habere uolumus; quia est sicut *.zt.* ad *.ef.*, ita *.ze.* ad *.eh.* Sed *.zt.* est ad *.ef.* sicut medietas *.zt.* ad medietatem ex *.ef.*, hoc est sicut .1. est ad .2. Adiaceat quidem quidam recta *.mno.*;

et sit *.mni.*, et non sit .2. Et quia est sicut *.mn.* ad *.no.*, ita *.ze.* ad *.eh.*; et coniuncte proportionales erunt; eruntque sicut *.mn.* ad *.mo.*, ita *.ez.* ad *.zh.* Quare est sicut quadratum linee *.mn.* ad quadratum linee *.mo.*, hoc est sicut .1. est ad .9., ita quadratum linee *.ze.* est ad quadratum linee *.zh.* Quare quadratum linee *.zh.* erit nonuplum ex quadrato linee *.ze.* Quare si per .9. multiplicauerimus $\frac{13}{36}$ 65., que sunt quadratum linee *.ze.*, habebimus $\frac{1}{4}$ 588. pro quadrato linee *.zh.*

Aliter quia trigonum *.zkh.* orthogonium est habens angulum qui ad *.k.*; iungantur quidem quadrata linearum *.zk.* et *.kh.*; et habebimus quadratum linee *.zh.* Nam *.kd.* inuenta est superius esse $\frac{1}{2}$ 4., et *.da.* 5., et *.ah.* 14.: quare tota *.kh.* est $\frac{1}{2}$ 23.; cuius quadratum est $\frac{1}{4}$ 552.; et quadratum linee *.zk.* est .36.; et sic habemus pro quadrato linee *.zh.* $\frac{1}{4}$ 588., ut prediximus. Rursus sit trigonum *.bgd*, cuius *.bg.* latus, ut diximus, sit .13., *.gd.* 14., et *.bd.* 15.; et emictatur *.gd.* in punctum *.a.*, et sit *.ga.* 10.; et super *.gb.* accipiatur punctus *.z.*; et sit *.gz.* 5., remanebit *.zb.* 8. Queritur; si protrahatur *.az.*, et emictatur usque in *.e.*, quanta erit quantitas sectionum *.de.* et *.eb.* Ducatur quidem per *.b.* punctum linea *.bi.* equidistans linee *.gd.* ; et emictatur linea *.ae.* in punctum *.i.*, eruntque duo trigona *.bzi.* et *.azg.* sibi inuicem similia. Quare est sicut *.ag.* ad *.gz.*, ita *.ib.* est ad *.bz.* Sed *.ag.* est duplum ex *.gz.*; quare *.ib.* erit .16., scilicet duplum ex *.bz.* Item quia trigonum *.aed.* simile est trigono *.eib.*, est sicut *.ad.* ad *.bi.*, ita *.de.* ad *.eb.* Nam *.ad.* ad *.bi.* est sicut octaua pars ex *.ad.* ad octauam partem ex *.bi.*: est enim .3. octaua ex *.ad.*, et .2. est octaua ex *.bi.*; ergo est sicut .3. ad .2., ita *.de.* ad *.eb.*; et coniunctim proportionales erunt.

Quare sicut .3. est ad .5., ita *.de.* ad *.db.* Quare *.de.* est $\frac{3}{5}$. ex *.db.*, scilicet .9., et *.eb.* .6.; que oportebat ostendere. Sint itaque note portiones *.bz.* et *.zg.* et *.be.* et *.ed.* ; et sint eodem suprascripte, et trigonum sit idem; et ignorantur *.ag.* et *.bi.*: primum quidem quia est sicut *.de.* ad *.eb.*, scilicet sicut .3. est ad .2., ita |



.ad. ad *.bi.* Ergo *.ad.* est semel *.bi.*, et dimidium eius. Rursus quia est sicut *.gz.* ad *.zb.*, scilicet sicut .5. est ad .8., ita *.ag.* ad *.bi.* Ergo *.ag.* est $\frac{5}{8}$. ex *.bi.*: tota quidem *.ab.* inuenta est esse duodecim octaue ex *.bi.*; cum tota *.ad.* sit semel .61., et dimidium eius. Quare extractis $\frac{5}{8}$. ex $\frac{12}{8}$., remanet *.gd.* $\frac{7}{8}$. ex *.bi.* Ergo est sicut .7. ad .8., ita *.gd.* ad *.bi.* Quare multiplicatis .8. per .14., scilicet per *.gd.*; et diuisa summa per .7. Vel septimam de .14., scilicet .2., multiplica per .8., egredientur .16. pro linea *.bi.*; ex quibus .16. acceptis $\frac{5}{8}$., egredientur .10. pro linea *.ag.* Item sit idem trigonum *.abg.*; et extra ipsum summatur *.d.* punctus, qui non sit indirecto linee *.bg.*; et per *.d.* punctum protrahatur linea *.de.*

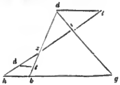
• est .14 quare .ah. ...., pro quadrato linee » (fol. 28 *recto*, lin. 6-15; pag. 46, lin. 31-32 — pag. 47, lin. 1-6).



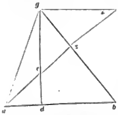
• ad .2. ita » (fol. 28 *recto*, nel margine inferiore, angolo esterno; pag. 47, lin. 25).

fol. 26 *verso*.

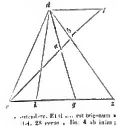
• *.ad.* ad *.bi.* ... egredientur .16. » (fol. 28 *verso*, lin. 1-6; pag. 47, lin. 26-31).



« Et sumatur .... ita .gi. » (f. 28 verso, lin. 11-17; pag. 48, lin. 2-8).

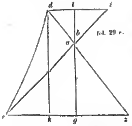


« et trigonum .... transierit linea » (fol. 28 verso, lin. 19-25; pag. 48, lin. 9-16).

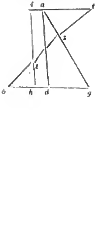


« ostendere. Et si .... est trigonum » (fol. 28 verso, lin. 4 ab infra; pag. 48, lin. 22-27).

fol. 29 r.



« .bd. nota est, ... equidistans catheto » (fol. 29 recto, lin. 3-10, pag. 48, lin. 29-35).



equidistans basi *.bg.*; et sint *.de.* et *.bg.* note, remanebit *.ea.* nota; cum tota *.ab.* sit nota. Et sumatur in *.ab.* punctus *.z.* notus; et copuletur *.dz.*; et emictatur in punctum *.i.* Dico, quod proportio *.gi.* ad *.ia.* erit nota; compleatur figura. Et quoniam trigonum *.dze.* simile est trigono *.zat.*, est sicut *.ez.* ad *.za.*; quorum proportio est nota, ita nota *.de.* est ad *.ad.* Quare *.at.* erit nota. Rursus quoniam similia sunt trigona *.hzb.* et *.zat.*, est sicut *.az.* ad *.zb.*, que sunt note, ita *.at.* nota est ad *.bh.* Quare *.bh.* erit nota posita est *.bg.*; ergo nota est tota *.hg.* Et quoniam similia sunt trigona *.hig.* et *.iat.* est sicut *.hg.* nota ad notam *.at.*, ita *.gi.* ad *ia.*: ergo proportio *.gi.* ad *.ia.* est nota, ut oportebat ostendere. Rursus sit trigonum notum *.gab.*, cuius cathetus sit *.gd.*; et sumatur in ipso punctus notus *.e.*; et per puncta quidem *.ae.* protrahatur linea *.aez.* Dico quidem, quod proportio *.bz.* ad *.zg.* erit nota: protrahatur itaque linea *.gi.* equidistans linee *.ab.*; et producatur *.az.* in *.i.*, et erunt trigona *.aed.* et *.ieg.* sibi inuicem similia. Quare est sicut *.de.* ad *.eg.*, ita *.ad.* ad *.gi.*; erit itaque nota *.gi.*, cum nota sit *.ad.*; ad quam *.gi.* proportionem habet recta *.ab.*, sicut *.bz.* ad *.zg.*: ergo proportio *.bz.* ad *.zg.* est nota; quod oportebat ostendere.

Et si punctus, per quem transierit linea ab angulo nequaquam in catheto fuerit, ut in trigono *.dez.*, in quo datus est punctus *.a.* in lineam *.dg.*, que non est cathetus, per quem punctus transit linea *.eab.*; et sit nota proportio *.ga.* ad *.ad.*, nec non et sit nota *.ge.* Dico quidem, proportionem *.zb.* ad *.bd.* notam esse: eisdem dispositis. Compleatur quidem figura; et quoniam est sicut *.ga.* nota ad *.ad.* notam, ita *.eg.* nota ad *.di.* Quare *.di.* nota erit; et est sicut *.ez.* nota ad notam *.di.*, ita *.zb.* ad *.bd.* : ergo proportio *.zb.* ad *.bd.* nota est, ut oportebat ostendere. Et si proportio sectionum linee transeunctis per punctum *.a.* datum, que sit equidistans catheto, nota fuerit que linea terminata sit ab una parte super basem in puncto *.g.*, et ab alia super lineam *.di.* in puncto *.t.*, ut in hac alia cernitur figura. Dico iterum, proportionem *.zb.* ad *.bd.* notam esse. Quoniam simile est trigonum | *.eag.* ei quod est *.ait.*, est sicut *.ga.* ad *.at.*, ita *.eg.* ad *.ti.*: protrahatur quidem in trigono *.dez.* cathetus *.dk.*, et erit *.dt.* equalis *.gk.*; quia paralilogramum est quadrilaterum *.dg.* Quare si addatur linee *.ti.* equalis linee *.gk.*, scilicet *.td.*, erit nota tota *.di.*: et quoniam est sicut *.ez.* ad *.di.*, ita *.zb.* ad *.bd.* Quare proportio *.zb.* ad *.bd.* nota est, ut prediximus. Et si punctus datus infra trigonum fuerit inter cathetum, et angulum, á quo per punctum extenditur linea ad latus subtendens ipsum angulum; similiter sectiones illius lateris note erunt. Sitque in trigono *.abg.*, cuius cathetus est *.ad.* datus, punctus *.e.*; et á puncto *.b.* per *.e.* ducta est linea *.bez.*

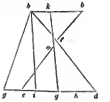
Dico iterum, sectiones *.gz.* et *.za.* note erunt: protrahatur per punctum *.a.* linea *.it.* equidistans linee *.bg.*; et expleatur linea *.bt.*, et per punctum *.e.* equidistans catheto *.ad.* protrahatur *.hi.*; et sit nota proportio *.he.* ad *.ei.*; et sint nota latera trigoni *.abg.*, nec non et linea *.bh.* sit nota: et quoniam nota sunt latera trigoni *.abg.*, notus erit et casus *.bd.*; de quo si extrahatur *.bh.* nota, reliqua *.hd.* nota erit. Quare et *.ia.* nota est, cum sit equalis *.hd.* propter *.id.* paralilogramum; et quia trigona *.beh.* et *.eit.* similia sunt, est sicut *.he.* ad *.ei.*, ita *.bh.* ad *.it.*; ergo nota erit *.it.*; de qua si auferatur *.ia.*, remanebit *.at.* nota. Et quoniam est sicut *.bg.* ad *.at.*, ita *.gz.* ad *.za.* Ergo sectiones *.gz.* ad *z.a.* nota erunt, ut prediximus. Similiter si per punctum datum infra trigonum á puncto dato in uno laterum trigoni linea protrahatur usque ad unum. Ex

lateribus trigoni inuenietur proportio sectionis illius lateris. Exempli causa: in trigono .*bdg*. sit datus punctus, punctus notus .*e*. in base .*gd*.; et infra trigonum sit datus punctus .*a*. Similiter notus in linea .*zk*., que est equidistans catheto .*bi*.; et per puncta .*ea*. linea protrahatur .*et*. Dico, proportionem .*dt*.ad.*tb*. notam esse: compleatur figura. Et quoniam linea .*zk*. equidistans est catheto .*bi*. , et .*bk*. est equidistans .*iz*. ; ergo equalis est .*bk*. recte .*iz*. et .*zk*. catheto .*bi*.: que cum sit nota, eritque nota .*zk*. et .*za*. nota est, remanet .*ak*. nota: et quoniam est sicut .*za*. ad .*ak*., ita .*ez*. ad .*kh*. Ergo .*kh*. est nota: cui si addatur .*kb*., scilicet .*zi*., que nota esse ponitur, erit .*bh*. nota. Et quoniam similia sunt trigona .*etd*. et .*tbh*., est sicut .*ed*. ad .*bh*., ita .*dt*. ad .*tb*.; quod oportebat ostendere. Item sit trigonum .*abg*., cuius .*ab*. sit .13., et .*bg*. 14., et .*ag*. 15.; cuius cathetus .*ad*. est .12.; et summatur punctus .*d*. extra trigonum, a quo ducatur recta .*az*. equidistans catheto .*ad*.; et sit .*ez*. 2., et .*zb*. 1.; quare .*zd*. erit .4. : et sumatur iterum infra trigonum punctus .*i*.; et sit .*it*. 3.; et sit equidistans catheto .*ad*.; et sit .*tz*. 9.; et per puncta .*ei*. protrahatur linea .*eik*. Dico quod proportio .*gk*. ad .*ka*. est nota : protrahatur linea .*al*. equidistans basi .*bg*. ; et emittetur .*eh*. in puncto .*l*., et .*i*. in punctis .*h*. et .*m*.; et sit .*tm*. equalis .*ez*.; et copuletur .*em*.; | et quoniam recte .*ez*. et .*it*. equidistantes sunt catheto .*ad*., erit recta .*tm*. equidistans recte .*ze*., et sunt equales sibi inuicem, erit recta .*em*. equalis et equidistans recte .*zt*.: ergo .*em*. est .9.; et est equidistans recte .*al*.; et .*th*. est .12., cum sit equalis .*ad*.: tota ergo .*mh*. est .14.: est enim .*mi*. 5., remanet .*ih*. 9.; est ergo sicut .*mi*. ad .*ih*., ita .*em*. ad .*hl*.; hoc est sicut .5. est ad .9., ita .9. est ad .*hl*.; ergo .*hl*. est $\frac{1}{5}$ 16. Quare tota .*al*. est $\frac{1}{5}$ 21. Item quia equidistans est .*ez*. recte .*ti*., similia sunt trigona .*enz*. et .*int*. Quare est sicut .*ti*. ad .*ez*., ita .*tn*. ad .*nz*. Quare .*tn*. est $\frac{2}{5}$ 5. Vel aliter: quia trigona .*nit*. et .*lih*. sunt similia sibi inuicem, est sicut .*ti*. ad .*ih*., hoc est sicut .3. est ad .9., ita .*nt*. est ad .*hl*.; ergo .*nt*. est tertia ex .*hl*., scilicet $\frac{2}{5}$ 5.: cui si addatur .*tg*., erit .*ng*. $\frac{2}{5}$ 9.; et est sicut .*ng*. ad .*al*., ita .*gk*. ad .*ka*.: est enim .*al*. $\frac{1}{5}$ 21, que sunt quinte .106., et in .*gn*. sunt quinte .47.; ergo sicut .47. est ad coniunctum de .47. et de .106., scilicet ad .153., ita .*gk*. est ad .*ga*., scilicet ad .15.: quare est sicut .47. ad tertiam de .153., scilicet ad .51., ita .*gk*. est ad tertiam de .15., scilicet ad .5.Quare si multiplicauerimus .5. per .47., et summam diuiserimus per .51., exibunt $\frac{4\ 12}{5\ 17}$ 4. pro linea .*gk*. Reliquum quidem est usque in .15., scilicet $\frac{2\ 6}{5\ 17}$ 19. remanebit pro .*ka*. Aliter emictantur linee .*em*. et .*ag*. in .*o*., erit sicut .*eo*. ad .*al*., ita .*ek*. ad .*ka*.: per hanc quidem proportionem inueniemus .*ak*., et tunc habebimus .*kg*.; quod oportebat ostendere.

Nam notitiam ex .*go*. et ex .*oe*. habebitur pro premissa; quia trigonum .*agd*. simile est trigono .*afo*. Item si notitiam puncti .*c*., per quem linea .*el*. secat, cathetum .*ad*. habere uolumus; quia trigonum .*ncd*. est simile trigono .*lca*., est sicut .*nd*. ad .*al*., scilicet sicut due quinte sunt ad se, et ad quintas .106., scilicet sicut 2 sunt ad .108., ita .*dc*. est ad .*da*. Quare .*dc*. est $\frac{2}{9}$. unius integri, remanet .*ca*. $\frac{7}{9}$ 11. Vel si protraxerimus cathetum .*nx*., erit sicut .*ex*. ad .*xn*., ita .*nd*. ad .*dc*.: est enim .*ef*. equalis .*dz*., et .*dn*. equalis .*fx*. Quare .*ex*. nota est.

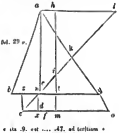
Rursus sit .*ge*. uice .*ez*. in hac alia figura, et sit 2; Latera uero trigonj et cathetus, nec non et linea .*ti*. sint ubi prediximus; et sit angulus .*egt*. rectus. Quare equidistans erit rectis .*it*. et .*ad*.: et protrahatur per puncta .*ei*. linea .*ef*. Volumus ergo

° .gz. ad .ae. .... .et. Dico ° (fol. 29 recto, lin. 17-22; pag. 48, lin. 41-43 — pag. 49, lin. 1-4).

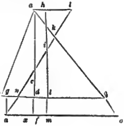


° catheto .ad. .... et copuletur .em.; ° (fol. 29 recto, lin. 23-35 e margine inferiore esterno; pag. 49, lin. 13-16).

fol. 29 v.

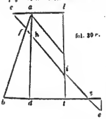


° ita .9. est .... .47. ad tertiam ° (fol. 29 verso, lin. 6-13 e 14; pag. 49, lin. 21-28).



scire sectiones linearum *.gb.* et *.ad.*, nec non et *.ab.* Emietatur quidem linea *.ef.* in puncto *.c.*, et linea *.ti.* in puncto *.l.*; et copuletur *.cal.*; et sit equidistans linee *.bg.*; eritque ut *.eg.* ad *.ti.*, ita *.gz.* ad *.zt.* Quare erit sicut *.eg.* et *.ti.* ad *.ti.*, hoc est sicut .5. ad .3., ita *.gt.* ad *.zt.*: ergo *.zt.* erit $\frac{2}{5}$ 2., cum *.gt.* sit .4. Item est sicut *.ti.* ad *.il.*, ita *.zt.* ad *.tc.* Quare *.lc.* est $\frac{1}{5}$ 7; de qua dempta *.la.*, remanet *.ac.* $\frac{1}{5}$2. Item est sicut *.td.* ad se et ad *.ac*, ita *.dh.* ad *.da.* Quare *.dh.* est $\frac{4}{5}$ 9, remanet *.ha.* $\frac{2}{5}$ 2. | Rursus quia est sicut *.zb.* ad se et ad *.ac.*, ita *.bf.* ad *.ba.*; erit ergo *.bf.* $\frac{3}{75}$ 11; reliqua *.fa.* erit $\frac{70}{75}$ 1.

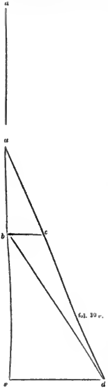
* Quare equedistans . . . . remanet .ha. $\frac{2}{5}$ 2. » (fol. 29 verso, lin. 28-35; pag. 49, lin. 42, 43 — pag. 50, lin. 1-6).



fol. 30 r.

In trigono orthogonio notorum laterum protrahatur extra trigonum latus subtendens angulum rectum per longitudinem notam; et á termino ipsius linee ad angulum rectum recta producatur, erit etiam ipsa linea nota. Exempli causa: sit trigonum orthogonium *.abc.* notorum laterum, habens angulum *.abc.* rectum; et emittatur latus *.ac.* extra trigonum in punto *.d.*; et sit tota *.ad.* nota; et á puncto *.d.* ad punctum *.b.* protrahatur recta *.bd.* Dico, lineam *.db.* notam esse; quod sic probatur. Protraham rectam *.ab.* secundum rectitudinem in infinitum per punctum *.c.*; et per punctum *.d.* protraham rectam *.de.* equedistantem linee *.bc.*; et erit angulus *.aed.* rectus; cum sit equalis angulo *.abc.*: quia cum in duabus rectis equidistantibus recta incidit, erit interior angulus equalis exteriori et opposito. Nam in equidistantibus *.bc.* et *.ed.* recta incidit *.ae.*; quare angulus *.aed.* equalis est angulo *.abc.* . propter eadem ergo et angulus *.ade.* equalis angulo *.acb.*; et angulus qui ad *.a.* est comunis. Quare trigona *.abc.* et *.aed.* equiangula sunt, et sibi inuicem similia.

* .d. ad punctum .... Sed proportio » (fol. 30 recto, lin. 8-25 e margine inferiore esterno; pag. 50, lin. 12-39).

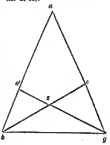


fol. 30 v.

Similia uero trigona circa equales angulos latera habent proportionalia. Quare est sicut *.ac.* ad *.cb.*, ita *.ad.* ad *.de.*: permutatim ergo erit sicut *.ad.* nota ad *.ac.* notam, ita *.ed.* ad *.bc.* notam. Quare recta *.ed.* erit nota. Similiter est sicut *.ad.* ad *.ac.*, ita *.ae.* ad *.ab.* notam. Quare recta *.ae.* erit nota: de qua si auferatur recta *.ab.* nota, remanebit recta *.be.* nota; cuius quadratum si addatur cum quadrato linee *.de.*, egredietur quadratum linee *.bd.* notum: et sic ostenditur, lineam *.bd.* esse notam, ut predixi. Ex hac quidem figura egreditur solutio subscripte questionis mihi proposita á quodam ueronense. qui proposuit, arborem quamdam erectam esse prope ripam cuiusdam fluminis; et fuit longitudo arboris pedunm .40.: quam longitudinem posui lineam *.bg.*; et spatium, quod erat á pede arboris usque ad flumen, posuit esse pedum .5.; quod spatium posui lineam *.bc.*; et fuit in arbore *.bg.* acceptus punctus quidam *.a.*; et fuit *.ba.* 10. pedum; et in puncto *.a.* secta fuit arbor, et cecidit superior pars *.ag.*, que erat .30. pedum super lineam *.ad.* tangens punctum *.c.*; et fuit linea *.ad.* 30.: petijt quanta esset quantitas linee *.db.* egredientis á puncto summitatis arboris usque ad punctum pedis ipsius. Vnde cum uellem hanc questionem soluere, intellexi figuram suprascriptam; et aggregaui quadrata linearum *.ba.* et *.bc.*, hoc est .100. et .25., et habui .125. pro quadrato linee *.ac.*: et quia erat sicut *.ad.* ad *.ac.*, ita *.ed.* ad *.bc.*, fuit sicut quadratum linee *.ad.* ad quadratum linee *.ac.*, hoc est sicut .900. ad .125., ita quadratum linee *.ed.* ad quadratum linee *.bc.*, quod est .25. Sed proportio | de .900. ad .125. est in minimis numeris sicut .36. ad .5.; ergo est sicut .36. ad .5., ita quadratum linee *.ed.* ad .25.: permutatim ergo fuit .36. ad quadratum linee *.ed.*, sicut .5. ad .25. Sed .5. de .25. est quinta pars; quare .36. fuit $\frac{1}{5}$. quadrati linee *.ed.* Quare multiplicaui .36. per .5., et habui .180. pro quadrato linee *.ed.*: quod quadratum extraxi ex quadrato linee *.ad.*, scilicet de

.900., remanserunt .720. pro quadrato linee *.ae.*: vel aliter quia est sicut *.ad.* ad *.ac.*, ita *.ae.* ad *.ab.*: fuit ergo sicut .36. ad .5., ita quadratum linee *.ea.* ad quadratum linee *.ba.*, hoc est ad .100.: quare permutatim est sicut .5. ad .100., ita .36. ad quadratum linee *.ae.* Quare multiplicanda sunt .36. per .20.; quia .5. sunt $\frac{1}{20}$. de .100.; et habentur similiter .720. pro quadrato linee *.ae.*; ergo *.ae.* fuit radix de .720.: de qua extraxi lineam *.ab.*, que est .10., remansit mihi radix de .720. minus .10. pro linea *.eb.* : quam multiplicaui in se, et habui .820. minus radice de .288000. pro quadrato linee *.eb.*; cui addidi quadratum linee *.ed.*, quod est .180., et habui .1000. minus radice de .288000. pro quadrato linee *.bd.* Quare *.bd.* est radix de .1000. minus radice de .288000. Et ut hec reducerem ad numerum ratiocinatum, accepi radicem de .288000., quam inueni esse $\frac{2}{3}$ 536. minus $\frac{1}{96}$.; quam etiam extraxi de .1000., remanserunt $\frac{11}{32}$ 463.: de quibus etiam accepi radicem, et habui $\frac{1}{2}$ 21., et unam quadragesimam unius pedis pro quantitate linee *.bd.* Nec etiam pretermictendum est demonstrare uiam habendi quadratum lineę *.eb.*, que recisum uel abscisio, seu residuum nuncupatur; cum sit differentia, que est inter duas lineas potentia solum commensurabiles, scilicet inter *.ae.* et *.ab.* rectas; quarum *.ae.* est radix numeri ratiocinati, scilicet de .720., et *.ab.*, que est .10., est numerus. Et quoniam recta *.ae.* diuisa est in duo in puncto *.b.* Quadrata linearum *.ae.* et *.ab.* equantur duplo multiplicationis *.ab.* in *.ae.*, et quadrato linee *.eb.*, ut superius demonstratum est: ergo si ex quadratis linearum *.ae.* et *.ab.*, scilicet ex .720. et ex .100., hoc est de .820. auferatur duplum multiplicationis ex *.ab.* in *.ae.*; quod duplum est equale .20. radicibus de .720.; que etiam equantur uni radici numeri prouenientis ex multiplicatione quadrati de .20., hoc est de .400. in .720.; et qui numerus est .288000., remanebunt .820. minus radice de .288000., ut superius demonstraui. Rursus si in trigono *.abg.* ab angulis *.gb.* egrediantur recte *.be.* et *.gd.* se inuicem secantes super punctum *.z.*; et sit nota proportio ex *.ge.* ad *.ea.*, et ex *.bd.* ad *.da.* , erunt utique note proportiones *.bz.* ad *.ze.* et *.gz.* ad *.zd.* Sed antequam hec demonstrare possimus, oportet nos tractare de compositione proportionum ex duabus, uel pluribus proportionibus. Nam illa proportio composita dicitur, que prouenit ex multiplicatione omnium antecedentium ad multiplicatum omnium consequentium duarum, uel plurium proportionum. Verbi gratia: ex proportione, quam habent .2. ad .3., et ex ea quam habent .4. ad .5 componitur proportio ex .8. ad .15.; cum ex multiplicatione de .2. in .4. prouenient .8.; ex .3. in .5. uenient .15. Item ex proportione quam habent .2. ad .3. et .4. ad .5. et .6. ad .7. componitur | proportio quam habent .48. ad .105.: cum ex multiplicato omnium antecedentium prouenient .48, scilicet ex .2. in .4. productam in .6.; et ex multiplicato consequentium, scilicet ex .3. in .5. ducto in .7., ueniunt .105.; sed proportio de .48. ad .105. est illa in minimis numeris, quam habent .16. ad .35. Et est intellectus talis compositionis, quod inter .16. et .35. cadunt tres numeri in proportionibus suprascriptis, uidelicet sicut .2. ad .3., ita .16. ad .24.; et sicut .4. ad .5., ita .24. ad .30.; et sicut .6. ad .7., ita .30. ad .35. Ex his enim procedit compositio proportionis duarum quantitatum, uel duorum numerorum: cum inter ipsas quantitates eiciatur quantitas aliqua, erit tunc proportio prime quantitatis ad secundam composita ex proportione, quam habet prima quantitas ad eiectam, et ex ea quam habet quantitas eiecta ad secundam. Cuius exemplum ponamus in numeris: sint .7. eiecta inter .3. et .10. Dico quod proportio de .3. ad .10. componitur ex ea quam habet .3. ad .7., et ea quam

« uni radici . . . . prouenient ». (fol. 30 *verso*, lin. 25-34, pag. 51, lin. 21-31).

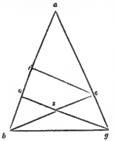


fol. 61 *recto*.

habent .7. ad .10. Nam multiplicatio ex antecedentibus ad multiplicatum ex consequentibus fit sicut .3. ad .10.; quam si multiplicauerimus insimul antecedentes, scilicet .3. per .7., proueuient .21.: et si multiplicauerimus insimul consequentes, scilicet .7. per .10., proueniunt .70.: proportio quidem de .21. ad .70. est proportio septimę partis de .21. ad septimam partem de .70.; et est illa quam habent .3 ad 10., ut diximus. Similiter inter duas quantitates possunt eici due, uel plures quantitates; et erit proportio ipsarum duarum quantitatum composita ex ipsis proportionibus: ut si inter .3. et. 10 eiciantur .5 et .6 et .7., erit proportio de .3. ad .10. composita ex proportione, quam habent .3. ad .5., et ex eis quam habent .5. ad .6., et .6. ad .7., et .7. ad .10.

His optime intellectis, oportet nos etiam demonstrare, quomodo et ex proportione data extrahatur proportio aliqua: ut si nolueris ex proportione quam habent .7. ad .8., extrahere proportionem quam habent .6. ad .5.; multiplicabis antecedens proportionis, de qua extrahenda est proportio, per consequens proportionis extrahendę, scilicet .7. per .5., prouenient .35. pro antecedente proportionis residuę: et multiplicabis antecedens extrahendę proportionis per consequens, de qua extrahitur proportio, scilicet .6. per .8., erunt pro consequente residuę questionis: ergo si ex proportione quam habent .7. ad .8. auferatur proportio de .6. ad .5., remanebit utique proportio de .35. ad .48. Vnde si addiderimus proportiones quam habent 6 ad 5, et 35 ad 48, proueniet proportio quam habent .210. ad .240.; et est ipsa eadem quam habet trigesima pars unius ad trigesimam partem alterius, scilicet .7. ad .8. His itaque intellectis, oportet nos ostendere, antequam redeamus ad propositum, quomodo proportio quam habet in suprascripto trigono *.abg.* recta *.ga.* ad *.ea.* componatur ex proportione, quam habet tuta reflexa *.gd.* ad partem suam *.zd.*, et ex proportione quam habet *.bz.* ad *.be.*; et est ista demonstratio, que uocatur cata coniunctum: a puncto quidem *.e.* protrahatur recta *.ei.* equidistans linee *.gd.*, ut in hac alia ostenditur figura; et erit trigonum *.aie.* simile trigono *.adg.* Quare | fol. 31 verso. erit sicut *.ga.* ad *.ae.*, ita *.gd.* ad *.ei.*: eiciatur itaque recta *.zd.* inter *.gd.* et *.ei.*; et erit per ea, que supra diximus, proportio *.gd.* ad *.ei.* composita ex proportione *.gd.* ad *.dz.* et ex *.dz.* ad *.ei.* Sed proportio *.zd.* ad *.ei.* est sicut proportio *.bz.* ad *.be.*, cum simile sit trigonum *.bzd.* trigono *.bei.*, cum *.zd.* equidistet recte *.ei.*: ergo proportio *.gd.* ad *.ei.* componitur ex proportione *.gd.* ad *.dz.* et *.bz.* ad *.be.* Sed proportio *.gd.* ad *.ei.* est sicut proportio *.ga.* ad *.ae.*; ergo proportio *.ga.* ad *.ae.* componitur, ut diximus, ex proportione *.gd.* ad *.dz.* ex *.bz.* ad *.be.* Dico iterum quod proportio *.ga.* ad *.ae.* componitur ex proportione *.gd.* reflexa ad reflexam *.be.*, et ex ea quam habet *.bz.* ad *.zd.*; quoniam equalis est proportio *.gd.* ad *.ei.* proportioni *.ga.* ad *.ae.* Si inter proportionem quam habet *.gd.* ad *.ei.* eiciatur recta *.be.*, erit proportio recte *.ga.* ad *.ae.* composita ex proportione quam habet *gd.* ad *.be.*, et *.be.* ad *.ei.* Sed proportio *.be.* ad *.ei.* est sicut proportio *.bz.* ad *.zd.*; ergo proportio *.ga.* ad *.ae.* componitur ex proportione *.gd.* ad *.be.*, et ex *.bz.* ad *.zd.*; quod oportebat ostendere.

« .gd. ad .dz. . . . . ad .ei. Sed » (fol. 31 verso, lin. 3-12; pag. 52, lin. 27-36).

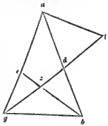


Nam semper contingit, cum aliqua proportio composita fuerit ex duabus proportionibus, erit etiam ipsa eadem proportio composita ex proportione antecedentium ad permutatos consequentes. Verbi gratia: proportio de .8. ad .15. est composita ex proportione quam habet .2. ad .3., et .4. ad .5.; erit etiam proportio de .8. ad .15. composita ex permutatis proportionibus, sicut ex ea quam habet .2. ad .5., et ex ea quam habet

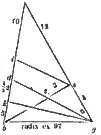
.4. ad .3.; quia multiplicatio de .3. in .5. equa est multiplicationi de .5. in .3.; et sunt .3. et .5. in utraque compositione consequentes; et .2. et .4. sunt antecedentes. Simili quoque modo ostendetur, quod proportio *.ba.* ad *.ad.* componitur ex proportione *.be.* ad *.ez.*; et ex ea quam habet *.gz.* ad *.gd.*: si protraxerimus infra trigonum a puncto *.d.* lineam equidistantem linee *.be.*; et sic ex proportione quam habet *.ga.* ad *.ae.* ostensa est una concubinatio compositarum proportionum. Rursus dico, quod proportio *.bd.* ad *.da.* componitur ex proportione *.bz.* ad *.ze.*, et ex proportione *.ge.* ad *.ga.*; quod sic probatur: a puncto quidem *.a.* protrahatur recta *.at.* equidistans linee *.be.*, ut in hac alia cernitur figura, que cata dicitur disiunctum; et emictatur recta *.gd.* usque ad punctum *.t.*; et quia equidistantes sunt recte *.at.* et *.zb.*; et in eis incidit recta *.ab.*, equalis est angulus, qui sub *.tad.* angulo, qui sub *.dbz.*: propter eadem et angulus qui sub *.atd.* equalis est angulo, qui sub *.dzb.*; et anguli qui ad *.d.* cum sint a uertice sibi inuicem sunt equales: ergo equiangula sunt trigona *.atd.* et *.dbz.*, et circa equales angulos habent latera proportionalia: quare erit sicut *.db.* ad *.bz.*, ita *.da.* ad *.at.*: permutatim ergo erit sicut *.bd.* ad *.da.*, ita *.bz.* ad *.at.*: eiciamus ergo rectam *.ze.* inter *.zb.* et *.at.*; erit tunc proportio *.bz.* ad *.at.*, hoc est proportio *.bd.* ad *.da.* composita ex proportione, quam habet *.bz.* | ad *.ze.*, et ex ea quam habet *.ze.* ad *.at.*, hoc est *.ge.* ad *.ga.*; cum simile sit trigonum *.gez.* trigono *.gat.*: ergo proportio *.bd.* ad *.da.* componitur ex proportione *.bz.* ad *.ze.*, et *.ge.* ad *.ga.* Vel proportio *.bd.* ad *.da.* componitur ex proportione *.bz.* ad *.ga.*, et ex proportione *.ge.* ad *.ez.*; quod sic ostenditur: inter *.bz.* et *.at.* eiciatur recta *.ga.*, erit proportio quidem *.bz.* ad *.at.* composita ex proportione *.bz.* ad *.ga.*, et ex proportione *.ga.* ad *.at.* Sed proportio *.ga.* ad *.at.* est sicut proportio *.ge.* ad *.ez.*; ergo proportio *.bz.* ad *.at.*, hoc proportio *.bd.* ad *.db.* componitur ex proportione *.bz.* ad *.ga.*, et ex proportione *.ge.* ad *.ez.*; quod oportebat ostendere. Et sic ostensa est una combinatio compositionis proportionis *.bd.* ad *.da.* Similiter ostendetur, quod proportio *.ge.* ad *.ea.* componitur ex proportione *.gz.* ad *.zd.*, et ex proportione *.bd.* ad *.ba.*: si protraxerimus a puncto *.a.* equidistantem linee *.gd.*, et copulauerimus eam cum linea *.be.* NVNC reuertamur ad propositum; et ostendam, quod si proportiones *.ge.* ad *.ea.*, et *.bd.* ad *.da.* fuerint note; eruntque utique proportiones *.bz.* ad *.ze.* et *.gz.* ad *.zd.* note. Cum itaque proportio quam habet *.ge.* ad *.ea.* nota componatur ex proportione quam habet *.gz.* ad *.zd.*, et ex proportione quam habet *.bd.* ad *.ba.* Si ex proportione quam habet *.ge.* ad *.ea.* auferatur proportio *.bd.* ad *.ba.*, que est nota, remanebit nota proportio *.gz.* ad *.zd.* Similiter si ex proportione quam habet *.bd.* ad *.da.* auferatur proportio *.ge.* ad *.ga.*, remanebit nota proportio *.bz.* ad *.ze.*: que omnia ut clarius uideantur, ponamus lineam *.ag.* esse 10, et lineam *.ab.* esse .13.; et sit *.ge.* tertia pars ex *.ea.*; et *.bd.* sit dimidium ex *.da.*; erit ergo proportio *.ge.* ad *.ea.* sicut 1 ad 3: de qua si extrahatur proportio *.bd.* ad *.ba.*, scilicet ea quam habet 1 ad 3, remanebit proportio *.gz.* ad *.zd.*, sicut .3. ad .3.; quare equalis est recta *.gz.* recte *.zd.*; et sic proportio *.gz .zd.* inuenta est nota. Similiter si ex proportione quam habet .1. ad .2., scilicet *.bd.* ad *.da.*, extraxerimus proportionem quam habet .1. ad .4., scilicet *.ge.* ad *.ga.*, remanebit proportio, quam habet .2. ad .1., proportione *.bz.* ad *.ze.* Et quanuis proportiones sectionum reflexarum sint note, tamen longitudines ipsarum reflexarum habere non possumus nisi per basis notitiam; quam ponamus esse radicem de .97.; et studeamus super latus

fol. 32 recto.

« ad .ze., ... et ex proportione » (fol. 32 recto, lin. 3-13 e 11; pag. 53, lin. 19-26).



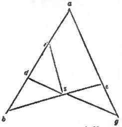
« inuenta est .... quod est .16. » (fol. 32 recto, lin. 24-32; pag. 53, lin. 39-43 — pag. 54, lin. 1-4).



.*ag*. inuenire casum perpendicularis cadentis super eam ab angulo .*b*.; et inueniemus ipsum esse, per ea que demonstrata sunt inuentione casuum, punctum .*e*.; quare reeta .*be*. cathetus est super rectam .*ag*. Orthogonia ergo sunt trigona .*beg*. et .*eba*.: quare si quadratum lateris .*eg*., quod est .16., auferatur ex quadrato linee .*bg*., scilicet de .97., remanebunt .81. pro qnadrato linee .*be*.; quare reeta .*be*. est .9.: et quia .*bz*. ad .*ze*. est sicut .2. ad .1.; si coniungerimus proportionem .*bz*. ad .*ze*., inueniemus ipsam sicut .3. ad

fol. 32 verso. .1. Quare | recta .*be*. tripla est reete .*ze*.: quare cum .*be*. sit .9., erit .*ze*. 3, et .*zb*. erit .6. Item ut inueniamus longitudinem recte .*gd*. , faciemus cadere cathetum a puncto .*g*. super lineam .*ab*., que sit linea .*gk*.; et erit notus casus .*bk*. per ea que demonstrauimus in inuentione casuum: quare .*kd*. remanebit nota, et erit $\frac{4}{5}$ 2.: unde si ex quadrato linee .*gb*. extraxerimus quadratum linee .*bk*., que est $\frac{1}{5}$ 2., remanebunt pro quadrato linee .*gk*. $\frac{4}{25}$ 92.; quibus si addiderimus quadratum linee .*dk*., scilicet .8. minus $\frac{4}{25}$., uenient .100. pro quadrato linee .*gd*.; ergo linea .*gd*. est .10.: quare quelibet rectarum .*gz*. *zd*. est .5., cum ambe sibi inuicem inuente sint equales. Iterum sine base reiteretur figura trigoni supradieti, dico quod proportio .*gd*. ad .*dz*. componitur ex duabus proportionibus linearum .*ga*. ad .*ae*., et .*be*. ad .*zb*.; quod sic probatur. In puncto quidem .*z*. protraham lineam .*zi*. equidistantem linee .*ga*.; et erit trigonum .*d.z.i*. simile trigonō .*dga*.; quare proportionaliter est sicut .*gd*. ad .*dz*., ita .*ga*. ad .*zi*. : et eiciatur .*ae*. inter .*ga*. et .*zi*.; et erit proportio .*ga*. ad .*zi*. composita ex proportione .*ga*. ad .*ae*., et ex .*ae*. ad .*iz*. Sed proportio .*ea*. ad .*zi*. est sicut proportio .*eb*. ad .*bz*., cum simile sit trigonum .*bzi*. trigono .*bea*.; ergo proportio .*ga*. ad .*zi*., hoc est proportio .*gd*. ad .*dz*., componitur ex proportione .*ga*. ad .*ae*. , et ex proportione .*eb*. ad .*bz*. ; quod oportebat ostendere. Ex hoc ergo manifestum est , quod quando proportio duarum quantitatum componatur ex proportione tertię quantitatis ad quartam, et ex proportione quintę quantitatis ad sextam; tunc proportio tertię quantitatis ad quartam erit composita ex proportione primę quantitatis ad secundam, et sextę ad quintam : fuit enim proportio primę quantitatis .*ag*. ad secundam .*ae*. composita ex duabus proportionibus, scilicet ex ea quam habet tertia quantitas .*gd*. ad quartam .*zd*., et ex proportione quintę .*bz*. ad sextam .*be*.: modo inuenimus, proportionem tertię quantitatis .*gd*. ad quartam .*zd*. compositam esse ex proportione primę quantitatis .*ga*. ad secundam .*ae*., et ex proportione sextę quantitatis .*be*. ad quintam .*bz*. Ostendam rursus in eadem figura, quod proportio .*gd*. ad .*dz*. componitur ex proportione .*ga*. ad .*zb*. , et ex proportione quam habet .*be*. ad .*ae*. ; quod sic probatur : est enim sicut .*gd*. ad .*dz*., ita .*ga*. ad .*zi*.: adiaceat quidem reeta .*zb*. inter .*ea*. et .*zi*.; et erit proportio .*ga*. ad .*zi*. composita ex .*ga*. ad .*zb*., et ex .*zb*. ad .*zi*. : si proportio .*bz*. ad .*zi*. est sicut proportio .*be*. ad .*ea*.; ergo proportio .*ga*. ad .*zi*., scilicet proportio .*gd*. ad .*dz*. componitur ex proportione .*ga*. ad .*bz*., et ex proportione .*be*. ad .*ea*., ut prediximus: et sic in hac figura ostensa est alia combinatio proportionum . Sunt enim decem et octo combinationes proportionum , que ostendi possunt in hac figura cata , et quas etiam in libro meo in regula baraeti demonstraui. Sed quia ex his | colligitur tantum scientia habendi notitiam alicuius ignotę quantitatis per notitiam quinque quantitatum notarum; ex quibus sex quantitatibus proportio unius ad aliam componatur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitatum, non euro reliquas combinationes osten-

* .ga. ad secundam ..., hac figura * (fol. 32 verso, lin. 26-34; pag. 54, lin. 30-39).



fol. 38 recto.

dere. Sed qualiter ad notitiam quantitatis ignotę per quinque quantitates notas uenire debeamus, ex ordine cum suprascriptis numeris demonstrare curaui. Sit itaque proportio primę quantitatis .*a*. ad secundam .*b*. composita ex proportione tertię quantitatis .*g*. ad quartam .*d*., et ex proportione quintę quantitatis .*e*. ad sextam .*z*.; et sit ignota quantitas .*a*.: et quia proportio .*a*. ad .*b*. prouenit ex proportione multiplicati antecedentium duarum reliquarum proportionum ad multiplicatum duarum consequentium earumdem, erit multiplicatio multiplicati ipsarum antecedentium in quantitatem .*b*. equalis multiplicationi ipsarum consequentium in quantitatem .*a*. Quare si multiplicauerimus multiplicationem ex .*e*. in .*g*., que sunt quantitates antecedentes, per quantitatem .*b*.; et diuiserimus summam per factum ex multiplicatione .*d*. in .*z*., que sunt consequentes, prouenit utique quantitas .*a*. nota. Verbi gratia: sit .*a*. .16., et .*b*. sit .12., et .*g*. sit .10., et .*d*. sit .5., et .*e*. sit .6., et .*z*. sit .9.; et multiplicentur .6. per .10., scilicet .*e*. in .*g*., uenient .60.; quibus ductis in .6., scilicet in .12., prouenient .720. Similiter si multiplicauerimus .9. per .5.; quod totum per .16., prouenient .720.· ergo cum equalis sit multiplicatio ex .*e*. in .*g*. ducta .*b*. multiplicationi .*z*. in .*d*. ducta in .*a*.; si multiplicationem ex .*z*. in .*d*. diuiserimus factum ex multiplicatione ex .*e*. in .*g*. ducta in .*b*., scilicet .720. per .45., prouenient utique .16. pro quantitate .*a*. Sed si quantitas .*b*. ignota; et relique quinque quantitates sint note; diuiserimus .720., que proueniunt ex .9. multiplicatis in .5.; quod totum in .16. per .60., que proueniunt ex .6. multiplicatis in .10., prouenient .12. pro quantitate .*b*. Sed sit ignota quantitas .9.; diuidemus iterum .720., que proueniunt ex .*a*. in .*d*. et in .*z*. per factum ex .*b*. in .*e*., scilicet per .72., prouenient .10. pro quantitate .*g*. Sed sit ignota tantum quantitas .*d*.; diuidemus iterum .720., que proueniunt ex .*e*. ducta in .*g*.; quod totum in .*b*. per factum ex .*a*. in .*z*., scilicet .144., prouenient .5. pro quantitate .*d*.

* ad quartam .*d*. .... sit .5., et .*e*. » (fol. 81 *recto*, lin. 8-15; pag. 55, lin. 4-12).

prima.	tertia.	quinta
16.	10.	6
a	g	e
secta	quarta	sexta
.12.	5.	9
b	d	z

Rursus sit tantum ignota quantitas .*e*.; diuidemus iterum .720. que proueniunt ex .*z*. in .*d*. et in .*a*. per factum ex quantitatibus .*bg*., scilicet per .120., prouenient .*b*. pro quantitate .*e*. Ad ultimum sit ignota quantitas .*z*.; et relique quantitates sint note; diuidentur iterum .720., que proueniunt ex .*e*. in .*g*. ducta in .*b*. per factum ex .*a*. in .*d*., scilicet per .80., prouenient .9. pro quantitate .*z*. Et notandum, quod quantitates .*adz*. uocantur societates prime. Relique uero tres quantitates, scilicet .*bge*., uocantur societates secunde. Componitur quidem proportio unius cuiuscumque quantitatis prime societatis ad unamquamque secundę ex duabus | proportionibus reliquarum quatuor quantitatum, secundum unam combinationem, uidelicet proportio quantitatis .*a*., que est ex societate quantitatis primę ad quantitatem .*b*., que est ex societate secunde componitur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitatem, scilicet ex proportione, quam habet .*g*. ad .*d*., et ex ea quam habet .*e*. ad .*z*., secundum quod demonstratum est: uel componitur proportio .*a*. ad .*b*. ex proportione quam habet .*g*. ad .*z*., et .*e*. ad .*d*. Item componitur proportio quantitatis .*a*. ad quantitatem .*z*. ex proportionibus .*b*. ad .*d*. et .*e*. ad .*z*. Vel ex proportione quam habet .*b*. ad .*z*. et .*e*. ad .*d*. Componitur etiam proportio quantitatis .*a*. ad quantitatem .*e*. ex proportionibus .*b*. ad .*z*. et .*g*. ad .*d*., uel ex proportionibus .*b*. ad .*d*. et .*g*. ad .*z*. Simili quoque modo componitur proportio quantitatum .*dz*., que sunt ex societate prime ad tres quantitates reliquas ex proportionibus quatuor reliquarum quantitatum; et sic sunt nouem

fol. 83 *verso*.

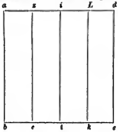
proportiones composite ex tribus quantitatibus societatis primę ad tres quantitates societatis secundę: eodemque modo egredientur alie nouem compositiones proportionis ex quantitatibus societatis secundę ad tres societates quantitatis primę; et quelibet ipsarum compositionum proueniet combinata; et sic erunt inter omnes decem et octo combinationes proportionum in ipsis sex quantitatibus: et quanuis mutentur proportiones, tantum non uocantur societates predicte: quare multiplicatum unius cuiusque societatis erit 720, ut superius inuenimus; et est illud quod procedit ex antecedente composite proportionis in consequentes compositionum. Non enim aliqua ex sex quantitatibus predictis proportionem compositam habere poterit ad aliquam ex sua societate ex proportione reliquarum quatuor quantitatum, uidelicet proportio quantitatis *.a.* ad quantitatem *.d.*, uel ad quantitatem *.z.* componi non potest ex proportionibus reliquarum quatuor quantitatum; nec etiam proportio quantitatis *.d.* ad quantitatem *.z.*; uel ad quantitatem *.z.* componitur; neque proportio quantitatis *.z.* ad quantitatem *.d.a.* componi poterunt ex reliquis quatuor quantitatibus.

Similiter non componetur proportio quantitatum *.b.g.e.* inter se, cum sint unius societatis; et sic erunt duodecim proportiones in his sex quantitatibus, que non componentur ex duabus proportionibus reliquarum quatuor quantitatum. His itaque explicatis, ueniamus ad mentionem quadrilaterorum camporum.

Incipit pars secunda tertię distinctionis
de mensuratione quadrilaterorum.

Aree quidem camporum quadrilaterorum rectos angulos habentium colliguntur, secundum quod superius in alia distinctione docuimus. Qui cum habent latera equalia, multiplicatur unum ex lateribus in se; et cum habent latera inequalia, multiplicantur | fol. 84 recto. longitudines ipsorum per latitudines; et sic habemus embadum ipsorum. Reliqua uero quadrilatera in quatuor differentias diuiduntur; in prima quarum sunt rumbi, in secunda rumboides, in tertia capita abscissa, que duo tantum latera habent equidistantia; in quarta sunt diuersilatera, quorum nullum laterum reliquis equidistat; quorum omnium mensurationes aperte in suo loco monstrabuntur. Sed antequam ad dimensiones ipsorum quadrilaterorum ueniamus, quedam super prescriptis quadrilateribus, que ad notitiam huius artis animum introducunt, proposui demonstrare. Que pertinent ad solutionem sex regularum, que ueniunt ex tribus essentijs, que sunt in numeris. Sunt enim numeri et fractiones eorum, aut radices quadratorum, aut quadrati, aut numeri simplices. Quando numeri in se multiplicantur radices dicuntur facti ex multiplicatione quadrati, seu census appellantur. Cum autem numeri non habent respectum ad radices uel ad quadratos numeros, tunc simpliciter numeri uocantur. Quare secundum hanc distinctionem omnis numerus est quandoque radix, uel quadratus, uel simplex. Nam ex hiis tribus essentijs tres regule simplices, totidemque composite proueniunt. Simplices enim sunt quando in questionibus arithmeticis uel geometricis inueniuntur, radices equari quadratis, uel numero quadrati, uel partes unius quadrati equari radicibus, uel numero. Vel cum numerus equatur radicibus, uel quadratis et econuerso. Composite quidem sunt quando inueniuntur, radices equari quadratis et numero, uel quadrati radicibus et numero, aut numerus radicibus et censibus. Quadratum antem quod radicibus equatur est ac si dicas. Quadratum equatur quatuor radicibus; radix ergo

quadrati est .4.; et quadratum est .16., hoc est latus superficiei quadrate et equilatere et equiangule est .4.; et eius embadum est .16. Nam quot unitates sunt in unoquoque laterum ipsius, tot radices in eius embado continentur, ut in hoc quadrilatero *.abcd.* ostenditur, quod habet in unoquoque laterum perticas .4. Quare embadum eius equatur quatuor radicibus, quarum una est quadrilaterum *.ae.*; secunda *.zt.*; tertia *.ik.*; quarta quadrilaterum *.lk.cd.*: et si latus quadrati fuerit .5., equabitur radicibus; et erit quadratum .25. Et cum dicitur: quatuor quadrati equantur .24. radicibus, tunc unum quadratum equatur sex radicibus; et unaqueque radix est .6., et quadratus est .36.: et cum dicitur: medietas quadrati, siue census equatur quatuor radicibus, tunc census equabitur .8. radicibus; et erit census .64., et radix eius erit .8. Item quinta pars quadrati equatur tribus radicibus; ergo quadratum, scilicet embadum eius, equatur .15. radicibus. Quare embadum est .225., et latus quadrati est .15. Similiter quoque quod fuerit maius quadrato |



aut minus, ad unum reducendum est quadratum. Et eodem modo fit quando radices equantur censibus, inueniende sunt radices, que equantur uni censui. Item quando dicitur: quadratum equatur numero, ut dicamus perticis .36.; tunc embadum est .36., et eius latus est .6.: et cum quinque quadrata equentur .125., tunc quadratum est .25., et eius radix est .25.: uel cum quarta pars quadrati equetur secundum arthmetricam dragmis .16.; tunc census, scilicet quadratum, erit .64., et eius radix est .8.

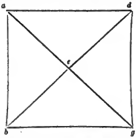
Similiter omnis census augmentatus et diminutus ad unum reducendus est censum. Et eodem modo fit quando numerus equatur censibus. Radices uero que numeris equantur, est sicut si dicas: radix equatur quatuor; ergo radix est .4.; et census qui est ex ea est .16.: et sicut si dicas: sex radices equantur .30.; una igitur radix equatur .5.: et similiter si dicas: medietas radicis equatur .9.; ergo radix est .18.; et census qui est ex ea est .324. Radices siquidem, que equantur quadratis et numero sunt ac si dicas: .36. radices equantur tribus censibus et .105. dragmis; hoc .12. radices equantur uni censui, et dragmis .35.: et si dicas: .5. radices equantur dimidio censui, et dragmis .12.; hoc radices .10. equantur uni censui et .24. dragmis. Quadrata antem que equantur radicibus et numero sunt ac si dicas: tria quadrata equantur .12. radicibus et dragmis .36.; hoc unus census equatur .4. radicibus et .12. dragmis: et si dicas : quarta census equatur duabus radicibus et .12. dragmis; hoc est quadratus equatur octo radicibus et dragmis .48. Numerus quoque qui equatur quadratis et radicibus est ac si dicas: .78. dragme equantur duobus quadratis et .10. radicibus ; hoc est unum quadratum et .5. radices equantur 39. Et si dicas: .32 equantur dimidio quadrati et sex radicibus; hoc est unum

* quadrato * (fol. 84 *recto*, lin. ult. margine inferiore interno ed esterno; pag. 57, lin. 12).

fol. 84 *verso*.

quadratum, et duodecim radices equantur .64. dragmis: et sic semper debemus questiones redigere ad unum censum; et secundum illud quod proportionaliter ceciderit reductio plurium quadratorum, uel partes unius quadratj ad unum quadratum in eadem proportione reducende sunt radices et numeri, qui cum quadratis, uel contra eos proponeutur, ut ueniamus ad notitiam quadratorum et radicum eorum, ut in sequentibus osteudemus. Si in quadrato qnidem *.abgd.*, quod in singulis lateribus habet perticas .10., dyametrum eius *.ag.*, vel *.bd.* habere desideras, ipsius embadum, scilicet .100., duplica, erunt .200.; quorum radicem accipe, et habebis longitudinem unius dyametrorum. Verbi gratia: quoniam rectus est angulus, qui sub *.abg.* orthogonium est est, trigonnm *.abg.*; quare multiplicatio lateris' *.ag.* in se, quod recto sub tenditur angulo, equatur duobus quadratis linearum *.ab.* et *.bg.* Sed quadratum lateris *.bg.* est embadum tetragoni *.abgd.*; et quadratum lateris *.ab.* equatur quadrato lateris *.bg.*; quare duo quadrata linearum *.ab.* et *.bg.* dupla sunt quadrato |

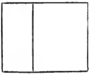
' quadrato lateris ' (fol. 34 *verso*, lin. ultima, margine inferiore interno ed esterno; pag. 58, lin. 12-13).



fol. 35 *recto*.

lateris *.bg.* Sed quadratum dyametri *.ag.* equum est quadratis linearum *.ab.* et *.bg.*; ergo quadratum dyametri *.ag.* duplum est quadrati lateris *.bg.*; sed quadratum lateris *.bg.* est area tetragoni *.abgd.*; ergo quadratum lateris *.ag.* duplum est embado tetragoni *.abgd.*; quod oportebat ostendere.

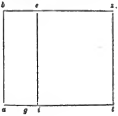
' dyametro *.bd.*, ... sunt recte ' (fol. 35 *recto*, lin. 7-14; pag. 58, lin. 20-25).



Et est id in quo census equatur numero, scilicet embadum equatur 100. Quare duplum embadi, scilicet quadratum dyametri, erit 200. Dico iterum, dyametrum *.ag.* equum esse dyametro *.bd.*; quoniam recta *.bg.* equa est recte *.ad.* Si comuniter accipiatur recta *.ad.*, erunt due recte *.ab.* et *.bg.* equales duabus rectis *.ba.* et *.ad.*; et angulus *.abg.* equalis est angulo *.bad.*: quare dyametrum *.ag.* equum est dyametro *.bd.* Dico iterum quod dyamitri *.ag.* et *.bd.* se se inuicem secant per equalia super punctum *.e.* Quoniam sibi inuicem equales sunt recte *.ad.* et *.bg.*; et in eorum terminis copulate sunt recte *.ab.* et *.gd.*, que sibi inuicem equantur; erunt siquidem equidistantes recte *.ad.* et *.bg.*: et quoniam in eis recte incidunt *.bd.* et *.ag.*, equatur quidem angulus *.adb.* angulo *.dbg.*; et angulus *.dag.* angulo *.agb.*; reliquus *.aed.* reliquo *.beg.* est equalis. Quare trigonum *.aed.* trigono *.beg.* equatur; et recta *.be.* recte *.ed.* est equalis. Similiter et recta *.ge.* recte *.ae.* est equalis; ergo per equalia sese secant dyametri *.ag.* et *.bd.*; que oportebant ostendere. Nam si dyameter tetragoni dati fuerit radix ducentorum; et ignoraueris embadum, nec non et eius latus, accipe dimidium de .200., erunt .100., que habeas pro embado; et earum radicem, scilicet .10., habebis pro

latere; hoc est duo quadrati equantur .200.: quare unum quadratum, scilicet embadum tetragonj, erit .100. Et si quadratum dyametri cum embado tetragonj fiant .300.; ergo tres quadrati equautur .300.; quare tertia pars eorum, scilicet .100., erit embadum. Relique quidem .cc. habebuntur pro quadrato dyametri; et radix embadi erit latus tetragoni. Et si embadum et quatuor eius latera faciunt .cxl. ; et uis separare latera ab embado. Adiaceat tetragonum .ezit., et addatur ei superficies .ae. rectiangula; et sit .ai. indirecto recte .it., et .be. indirecto .ez.; et sit unaqueque rectarum .be. et .ai. 4. propter numerum laterum tetragonj; quare superficies .ae. equatur quatuor lateribus tetragonj .et., cum latus ipsius .ei. sit unum ex lateribus superficiei .ae.; et superficies quidem .et. continet embadum tetragonj .zi. , nec non et quatuor eius latera ; ergo superficies .za. est .140.; et hoc est illud quod diximus, uidelicet census cum quatuor radicibus equantur .140.; et est census tetragonum .et., quatuor eius radices sunt superficies .ae. Diuidatur quidem recta .ai. in duo equa super punctum .g.; et quoniam linea .ti. addita est linee .ai., erit superficies rectiangula .it. in .at. cum quadrato linee .gi. equa tetragono linee .gt. Sed superficies .it. in .at. est sicut superficies .zt.| in .at., cum .it. equa sit ex .tz. Ergo superficies .zt. in .at. cum quadrato linee .gi. equatur quadrato linee .gt. Sed .zt. in .at. est superficies .za., que est .140.; quibus addito quadrato linee .gi., scilicet .4., reddunt .144. pro quadrato linee .gt.; quare .gt. est .12., scilicet radix de .144. Quare si ex .gt. relinquatur .gi., scilicet .2., remanebit .it. 10., quod est latus tetragoni .et.; cui embado, scilicet .100., si addatur quatuor eius latera, que sunt .40., erunt .140., ut oportet. Et sic fiat in omnibus questionibus, in quibus numerus equatur uni quadrato et radicibus, uidelicet super ipsum numerum addatur quadratum medietatis radicum, et summe radix inueniatur; ex qua tollatur medietas positarum radicum, remanebit radix quesiti census; que in se multiplicata faciet censum. Verbi gratia: dragme .133. equantur uni censui et duodecim radicibus. Quare si quadratum medietatis radicum, scilicet .36., addiderimus super .133., facient .169.; de quorum radice, scilicet de .13, extractis 6., scilicet medietas radicum, remanebunt .7. pro radice quesiti census; et census erit .49.

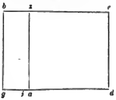
« tetragonj .ai. .... superficies. zt. » (fol. 35 recto, lin. 30-35; pag. 59, lin. 10-15).



fol. 35 verso.

Item est tetragonum, ex cuius embado si tollantur quatuor eius latera, remaneut 77. Adiaceat tetragonum .bd., et sumatur punctus .a. in .gd. rectam; et sit .ga. 4. perticarum; et per punctum .a. producatur recta .az. equidistans ubilibet rectarum .gb. et .de.: et quoniam .ga. est .4. superficies .ba.; quatuor latera, scilicet .4. radices ex tetragono .bd. continere necesse est. Quare si de tetragono .bd. extrahatur quadrilaterum .ba., scilicet quatuor eius latera, remanebit superficies .zd. 77. Et quoniam due superficies .ba. et .zd. equantur tetragono .bd.; ergo census equatur radicibus et numero, hoc est quadratus .bd. equatur .4. suis radicibus et .77. Diuidatnrque .ga. in duo equa. Et quoniam recta .ga. diuisa est in duo equa super punctum .i., et ei adiuncta est in directo recta .ad., erit multiplicatio .ad. in .gd. cum quadrato linee .ai. equalis quadrato linee .di. Sed multiplicatio .ad. in .dg. est sicut multiplicatio .da. in .de.; cum .de. equa sit linee .dg. Sed .da. in .de. est superficies .zd., que est .77.; ergo .da. in .de. facit .77. : quibus si addatur quadratum linee .ai., quod est .4., erunt .81. pro quadrato linee .di., cuius radix, scilicet .9., est linea .di.: cui si addatur linea .ig., habebitur .11. pro latere .dg. Quare embadum quadrati .bd. est undecies undecim, sci-

« .77. Et quoniam due .... est superficies .zd. » (fol. 35 verso, lin. 20-25; pag. 59, lin. 34-40).



licet .121.; et quatuor eius latera, scilicet superficies *.ba.*, est *.ba.* est .44., remanet superficies *.zd.* 7., ut oportebat. Et sic faciendum est in omnibus questionibus, in quibus quadratum equabitur radicibus et numero; uidelicet super numerum addatur quadratum medietatis radicum; et de summa collecta accipiatur radix, eique addatur medietas radicum; et sic habebitur radix qnadrati, que in se multiplicata faciet quesitum quadratum: ut si proponatur quod census equatur decem radicibus et .39. dragmis, addatur quadratum quinque radicum, scilicet .25. super .39., erunt .64. ; super quorum

fol. 36 *recto*.

radice, scilicet super .8., | addatur medietas radicum, scilicet .5., et habebis .13. pro radice census; et census erit .169.; et eius decem radices sunt .130., que procreantur ex multiplicatione de .10 in 13. Item est tetragonum, cuius embadum si tollatur ex summa quatuor laterum ipsius, scilicet ex quatuor suis radicibus, remanebunt pertice .3. Adiaceat tetragonum *.ge.* habens iu singulis lateribus minus de perticis .4.; et adiaceat *.de.* linea *.da.*; et sit tota *.ae.* 4; et diuidatur *.ae.* in duo equa super punctum *.b.*; et protrahatur recta *.az.* equidistans et equalis *.dg.*; et protrahatur *.fg.* in punctum *.z.*; et quoniam recta *.ae.* est 4, et *.ef.* est latus tetragoni *.ge.*; erit itaque *.fe.* in *.ea.*, scilicet superficies *.ze.*, equalis quatuor radicibus, scilicet lateribus tetragoni *.ge.*: ex quibus si tollatur tetragonum *.ge.*, remanet superficies *.ga.* 3. perticarum. Sed tetragonum *.ge.*, et superficies *.ga.* equantur superficiei *.ze.*; ergo quatuor radices equantur censui, et perticis tribus: oportet itaque ut inueniamus censum et eius radicem. Quoniam linea *.ae.*, que est .4., diuisa est in duo equalia super punotum *.b.*, et in duo inequalia super punctum *.d.*, erit multiplicatio *.ed.* in *.da.* cum quadrato linee *.bd.* equalis quadrato linee *.be.*, quod describitur a medietate linee *.ae.* Sed ex multiplicatione *.ed.* in *.da.* oritur superficies *.ga.*, que est .3.; cum *.dg.* equalis sit *.de.*; ergo superficies *.gd.* in *.da.* cum quadrato linee *.bd.* equatur quadrato linee *.be.*, qui est .4.; ergo quadratum *.bd.* est .1.; cuius radix, scilicet .1., si tollatur ex linea *.be.*, remanebit de .1., que est latus tetragoni *.ge.*; cuius embadum, scilicet quesitus census, erit similiter .1. Et si medietas linee *.ag.* fuerit inter *.de.* super punctum *.b.*, ut hac alia cernitur figura; adde super *.eb.*, scilicet super .2., lineam *.bd.*, et erit tota *.de.* 3., que est radix quadrati *.ge.* qnesiti; et quadratum erit .9.; et superficies *.ga.* erit similiter .3., ut prediximus. Et sic fiat semper in omnibus questionibus, in quibus radices equentur quadrato et numero. Videlicet ex quadrato medietatis radicum tollatur numerus, et residuo inueniatur radix, que tollatur ex medietate dicta, uel addatur super eam, et habebis radicem quesiti quadrati. Vt iu hac in qua proponitur, duodecim radices equari uni quadrato et .27. dragmis: medietas itaque radicum est .6., quorum quadratus est .36.; de quibus extractis .27., remanent .9.; quorum radix, scilicet .3., si extrahatur ex medietate radicum, remanebunt .3. pro radice quesita; et census erit .9.: uel si .3. addantur super .6., habebis pro radice quesita .9.; et quadratum erit 81: et sic semper, cum radices equantur censui et numero, soluuntur questiones dupliciter. Vnde in quibusdam questionibus quandoque cadet una solutio, quandoque alia. Item quadratum dyametri et embadum, nec non et quatuor dati tetragoni latera equantur perticis 279; et queritur quantitas lateris tetragoni. Quoniam quadratus dyametri est duplum tetragoni;

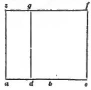
fol. 36 *verso*.

ergo quadratus | dyametri cum tetragono tripla erunt tetragoni; et tria quadrata et quatuor radices equantur 297. Quare ut reducas hec ad censum unum, accipe tertiam

« equalis quatuor .... equantur censui (fol. 36 *recto*, lin. 9-14; pag. 60, lin. 16-18).

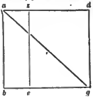


« radicum, tollatur .... .3. pro radice quesita » (fol. 36 *recto*, lin. 25-30; pag. 60, lin. 31-36).



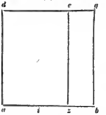
ex omnibus predictis, et inuenies, censum et radicem $\frac{1}{9}$ 1 equari perticis 91. Accipe ergo medietatem radicum, scilicet $\frac{5}{9}$, et multiplica eas in se, erunt $\frac{25}{81}$; que adde cum 91, erunt $\frac{25}{81}$ 91; de quorum radice tolle $\frac{5}{9}$, scilicet medietatem radicum, remanent 9 pro latere tetragoni; ergo embadum est 81, et quadratus dyametri est 162. Rursus quatuor tetragoni latera equantur $\frac{4}{9}$ totius tetragoni. Adiaceat tetragonum *.abgd.*; et in *.bg.* et *.ad.* rectis accipiantur puncta *.ez.*; et sit unaqueque rectarum *.be.* et *.az.* perticarum 4; et copulentur recte *.ez.*, eruntque paralilogramina *.ae.* et *.zg.* sub equidistantibus *.ad.* et *.bg.*: quare erit sicut paralilogramum *.ae.* est ad paralilogramum *.zg.*, ita basis *.be.* est ad basem *.eg.* Sed paralilogramum *.ae.* equatur quatuor radicibus tetragoni *.ag.*; ergo paralilogramum *.ae.* est $\frac{2}{9}$. ex tetragono *.ag.*; remanet itaque paralilogramum *.zg.* $\frac{7}{9}$. ex tetragono *.ag.*; ergo superficies *.ae.* ad superficiem *.ze.* est sicut .2 ad 7. Quare est sicut .2 ad 7., ita *.be.*, scilicet .4., est ad *.eg.* Quare multiplica .4 per .7, et diuide per .2., exibunt .14. pro linea *.eg.*: uel aliter quoniam dupla sunt .4 ex 2., ita dupla est recta *.eg.* ex .7.; ergo *.eg.* est .14.; quibus additis .4., scilicet *.eb.*, habebis pro *.bg.* .18., scilicet pro latere tetragoni *.ag.*; quod oportebat ostendere. Vel aliter secundum computationem algebrę, quoniam superficies *.ae.* equatur quatuor radicibus, uel $\frac{2}{9}$. tetragoni *.ag.*; ergo quatuor radices equantur $\frac{2}{9}$. census. Vnde ut reintegretur census, multiplica .9 per 4., et diuide per .2.; uel medietatem de .9. multiplica per .4. Quia quotiens due none sunt in .9. nonis, scilicet in censu, totiens .4. erit in radice tetragoni *.ag.* Quare quadratum *.ag.* equatur .18. radicibus, ut prediximus; et continentur in eius embado pertice .324. Rursus .4. latera et $\frac{3}{8}$. embadi tetragoni equantur $\frac{1}{2}$ 77. Quare redige $\frac{3}{8}$. census ad censum unum, et habebis quod census et radices $\frac{2}{3}$ 10. equantur $\frac{2}{3}$ 206.: et hoc inueniemus multiplicando radices .4. et $\frac{1}{2}$ 77. per 8., et diuidendo utramque multiplicationem per .3. Dimidia itaque radices, erunt $\frac{1}{3}$ 5.; quorum quadratum accipe quod est $\frac{4}{9}$ 28.; quem numerum adde cum $\frac{2}{3}$ 206., erunt $\frac{1}{9}$ 235.; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{3}$ 15. deme dietatem radicum, remanent .10. pro latere tetragoni; et embadum est .100. Et si quatuor eius latera equentur embado tetragoni, tunc quatuor eius radices equantur censui. Quare unum quodque latus est .4., et census est .16. Et si latera duplum essent embadi, tunc quatuor radices equarentur duabus radicibus; ergo latus tetragoni esset .2., et area esset .4. Item si ex area tetragoni auferantur tria latera, scilicet tres radices eius, remanent .40., ergo tres radices et .40. equantur censui. Medietatem quidem radicum in se multiplica, erunt $\frac{1}{4}$ 2.; que adde super .40., | erunt $\frac{1}{4}$ 42.; super quorum radicem, scilicet super $\frac{1}{2}$ 6., adde medietatem radicum, erunt .8., que sunt latus tetragoni. Item diuisi aream quadrati per dyametrum eius, et prouenit .10., quanta est dyameter et latus eius. Quoniam ex diuisione embadj per dyametrum proueniunt .10.; ergo ex multiplicatione dyametri in .10. prouenit embadum. Quare ex multiplicatione dyametri in duplo de .10. prouenient duplum embadj. Sed duplum embadi equatur quadrato dyametri; ergo ex multiplicatione dyametri in .20. prouenit quadratum dyametri. Sed ex multiplicatione dyametri in se prouenit idem quadratum. Quare dyameter est .20., et eius quadratum .400.; et embadum est dimidium eius, scilicet .200.: latus quoque est radix de .200., que est parum minus de $\frac{1}{7}$ 14. Item demptis quatuor lateribus ex area remaneant .4.; quantum est ergo eius latus. Adiaceat tetragonum *.abgd.*; et sumantur puncta *.ez.*; et sit unaqueque rectarum *.az.* et *.de.* 4.; et copuletur *.ze.*

« ergo medietatem .... ad paralilo-gra|mum » (fol. 33 verso, lin. 4. 10 e 11; pag. 61, lin. 2-8).

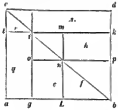


fol. 37 recto.

« .az. et .de. 4. .... si addatur » (fol. 37 recto, lin. 12-19; pag. 61, lin. 42 — pag. 62, lin. 1-7).

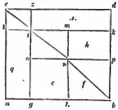


« tetragonum .gk. .... scilicet .on. » (fol. 37 recto, lin. 31-35 e margine inferiore esterno; pag. 62, lin. 18-22).



fol. 37 verso.

« superficies .gn. .... .nk.; ergo » (fol. 37 verso, lin. 11-18; pag. 62, lin. 31-39).



Erit itaque superficies .dz. equalis quatuor lateribus tetragoni .db., remanet itaque superficies .eb. 4.; ergo quatuor radices et .4. equautur tetragono .db.: diuidatur itaque recta .az. in duo equalia super .i.; eritque multiplicatio .zb. in .ab. cum quadrato linee .iz. sicut tetragonum linee .ib. Sed .zb. in .ab. est sicut .zb. in .ze. Sed .zb. in .ze. facit superficiem .eb., scilicet .4.; ergo ex .zb. in .ab. proueniunt .4.; quibus addito trigono linee .iz., erunt .8. pro quadrato linee .ib.; ergo recta .ib. est radix de .6.: cui si addatur recta .ia., scilicet .2., habebimus .2. et radicem de .6. pro tota linea .ab., que est latus tetragoni .db.

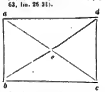
Et si dyametri quadrati supra unumquodque latus eiusdem quadrilateri addatur .6.; quantum erit latus eius. Multiplica itaque .6. in se, erunt .36.; que duplica, erunt .72.; supra radicem quorum adde .6., et habebis latus; ergo latus est .6. et radix septuaginta duorum. Verbi gratia. Adiaceat quedam recta .ab., et sit equalis dyametro dati quadrilateri; et latus eius sit .bg., remanet .ga. 6., in quibus dyameter superhabundat latus: et constituatur super rectam .ab. tetragonum .ad.; et protrahatur in ipso dyameter .eb.; et per punctum .g.; protrahatur recta .gz. equidistans rectis .ae. et .bd.; et per punctum .i. protrahatur recta .tk. equidistans rectis .ed. et .ab. : deinde summatur in .bg. recta punctus .l.; et sit .gl. equalis .ga.; et compleatur figura eadem in tetragono .gk.: et quoniam tetragonum est quadrilaterum .ad., tetragona sunt ea que sunt circa dyametrum ipsius, scilicet .tz. et .gk.: est enim latus tetragoni .tz. recta .t.i., que est equalis recte .ag.; ergo .ti. est .6; et tetragonum .tz. est .36. Item tetragona sunt quadrilatera .om. et .lp.; sunt enim circa dyametrum tetragoni .gk.; et est tetragonum .om. equale tetragono .tz. propter rectam .on., | que est equalis recte .gl., et .gl. recte .ga., et .ga. recte .ti. ostensa est equalis. Et quoniam recta .bg. est latus tetragonj, cuius .ba. est dyameter; quod a recta .ba. describitur tetragonum duplum est eius, quod describitur a recta .bg.; ergo tetragonum .ad. duplum est tetragoni .gk. Quare ignomon .q.r.s. equatur tetragono .gk.: auferatur itaque ex gnomone .q.r.s. tetragonum .tz.; et ex tetragono .gk. tetragonum .om., que sunt equalia, remanent supplementa .ai. et .id. equalia gnomonj .c.f.h. Sed supplementum .ai. equale est superficiei .il.; habet enim unum latus commune, quod est .ig.; et recta quidem .lg. recte .ga. est equalis. Similiter et supplementum .id. equale est superficiei .ip.; ergo due superficies .il. et .ip. equales sunt gnomonj .c.f.h. Quare si comuniter auferatur superficies .gn. et .nk., remanebit duplum tetragoni .om. equale tetragono .lp. Sed tetragonum .om. est .36. Quare tetragonum .lp. est .72; cuius latus, scilicet .bl., est radix septuaginta duorum: cui si addatur .lg., que est .6., habebimus pro tota .6. et radicem septuaginta duorum, ut oportebat ostendere. Cui si addatur .ga., erit tota .ag., scilicet dyameter dati quadrilateri .12. et radix septuaginta duorum. Vel aliter quoniam recta .ag. est .6.; et .gi. est latus tetragoni, cuius dyameter est equalis linee .ab., erit propter hoc quadrilaterum .ai. equale sex radicibus tetragoni .gk.; et est quadrilaterum .id. equale quadrilatero .ai.; ergo quadrilaterum .id. est sex radices quadrati .gk.; et quadratum .tz. est .36.: quare totum gnomon .q.r.s. est .36. et .12. radices tetragoni .gk. Et est gnomon .q.r.s. equale tetragono .gk., ut ostensum est. Vnde si ponamus rectam .bg. rem, erit tetragonum .gk. census, qui equatur .12. suis radicibus et .36. dragmis: operare ergo in hoc secundum quod dictum est quando census equatur radicibus et numero.

Rursus multiplicaui dyametrum per latus, et prouenit .100.; quanta est ergo dyameter et latus tetragonj. Quoniam multiplicato dyametro per latus proueniunt .100. Si multiplicauerimus quadratum dyametri per quadratum lateris, scilicet per aream tetragoni, prouenit quadratum de .100., scilicet decem milia. Quare si multiplicauerimus quadratum dyametri per duplum embadi, scilicet per quadratum dyametri, proueniet duplum eius, scilicet uiginti milia. Ergo dyameter est radix radicis uiginti milium. Quare embadum, cum sit medietas ex quadrato dyametri, erit radix quinque milium; quare latus erit radix radicis quinque milium. Item multiplicaui dyametrum per aream tetragoni, et prouenit .500.; quanta est ergo dyameter et latus eius. Quoniam multiplicatio dyametri per embadum facit .500.; erit itaque multiplicatio dyametri per duplum embadi, scilicet per quadratum dyametri, .1000.; ergo dyameter est radix cubica de .1000. Nam radix cubica de .1000 est 10.; | ergo dyameter est .10.; et quadratum eius est .100.; et area est dimidium eius, scilicet .50.; et latus est radix de .50. fol. 38 *recto*.

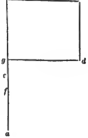
Explicit de quadrilatero: incipit de parte altera longiori.

Adiaceat quadrilaterum parte altera longius .*abcd*., habens in singulis lateribus breuioribus, que sunt .*ab*. et .*dc*., perticas .6.: in longioribus quoque .*ad*. et .*bc*. perticas .8.; eiusque embadum colligitur ex multiplicatione lateris .*ab*. in .*bc*.; quare area ipsius est .48. Nam si eius dyametrum .*ac*. habere desideras, adde quadrata linearum .*ab*. et .*bc*. in unum, scilicet .36 et 64., erunt .100.; quorum radix, scilicet .10., est dyameter .*ac*. Item sit dyameter .10., et latus .*cb*. sit. 8.; quantum est ergo latus .*ab*.: de quadrato linee .*ac*. extrahe quadratum linee .*bc*., et remanebit quadratum linee .*ab*., et econuerso, ut in trigono orthogonio superius diximus. Simili quoque modo inueniemus dyametrum .*bd*. esse .10. propter equalitatem trigonorum .*abc*. et .*bad*. Dico quidem quod ipsa dyametra sese per equalia secant super punctum .*e*.; sunt enim equidistantes recte .*ad*. et .*bc*.; quare angulus .*ade*. angulo .*ebc*. est equalis: propter eadem ergo et angulus .*dae*. angulo .*ecb*. est equalis: reliquus .*aed*. reliquo .*bec*. est equalis: equiangula enim sunt trigona .*aed*. et .*bec*., et habent latera .*ad*. et .*bc*. sibi inuicem equalia; quare reliqua latera reliquis lateribus, que equalibus angulis subtenduntur, sibi inuicem equalia erunt; latus quoque .*be*. lateri .*ed*. Et latus .*ce*. lateri .*ea*. Et quoniam dyametrum .*ao*. equale est dyametro .*bd*., et sunt secta per equalia super .*i*. punctum. Quantum enim recte, que sunt .*ia*. et .*ib*. et .*ic*. et .*id*. sibi inuicem equales sunt: est enim unaqueque earum .5., scilicet dimidium sui dyametri; que oportebat ostendere. Nam si area fuerit .48.; et latus breue aggregatum fuerit cum longiore sint .14.; et uis scire quantum sit longius, uel breuius latus; medietatem itaque de .14., scilicet .7., in se multiplica, erunt .49.; de quibus tolle aream, remanet .1.; cuius radicem adde super .7., erunt .8. pro latere longiori; a quibus usque in .14. desunt .6. pro breuiore latere. Verbi gratia: adiaceat quadrilaterum .*b.g.d.e*. parte altera longius; et sit .*bg*. breuius latus, et .*gd*. sit longius; et protrahatur recta .*bg*. in puncto .*a*.; et sit recta .*ga*. equalis recte .*gd*.; et diuidatur recta .*ab*. in duo equa super punctum .*c*.; erit ergo tota linea .*ba*. 14.; quare .*bc*., uel .*ac*. est .7.: et quoniam recta .*ba*. diuisa est in duo equalia et totidem inequalia super punctis .*gc*., erit .*bg*. in .*ga*. cum quadrato linee .*gc*. equalis quadrato linee .*ca*. Sed .*bg*. in .*ga*. est sicut .*bg*. in .*gd*.; et ex .*bg*. in .*gd*. prouenit area; ergo .*bg*. in .*ga*. est .48.: cui si addatur quadratum linee .*ge*.,

« est equalis .... .ib. et .ic. et » (fol. 38 *recto*, lin. 15-19; pag. 63, lin. 26-31).



« longius; et protrahatur .... addat super » (fol. 38 *recto*, lin. 26-35 e margine inferiore externo; pag. 63, lin. 38-43 — pag. 64, lin. 1-3).

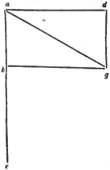


faciet .49.: ergo quadratus linee .*gc*. est .1.; cuius radix, scilicet .1., est linea .*gc*. quadrata super .*ac*., erit tota .*ag*., scilicet .*gd*. 8, quod est maius latus; remanet ergo .*gb*. 6., ut

fol. 28 *verso*.

prediximus. Item sit area 48 et latus longius addat super | breuius secundum quantitatem duorum. Accipe medietatem ipsorum duorum, erit .1.; cuius quadratum adde super .48., erunt .49.; de quibus accipe radicem, que est .7., et adde super eam .1., quod fuit medietas duorum supradictorum, erunt .8., quod est latus longius; de quo tolle .2., in quo longius latus superhabundat breuius, remanent .6.; quod etiam possumus comprehendere in figura suprascripta. Sit longius latus ut prediximus .*gd*., cui iacet equalis recta .*ga*.; et auferatur a recta .*ga*. recta .*gf*., que sit .2.; erit ergo recta .*af*. equalis recte .*gb*. Diuidatur itaque recta .*gf*. in duo equalia super punctum .*c*., erit recta .*ac*. equalis recte .*cb*.; ergo recta .*ab*. diuisa est in duo equalia super punctum .*c*., et in duo inequalia super punctum .*g*.; et est recta .*gc*. .1., que inter iacet sectionibus. Est ergo multiplicatio .*ag*. in .*gb*. cum quadrato linee .*gc*. equalis quadrato linee .*ac*. Sed .*bg*. in .*ga*. est .48.; et quadratum ex .*cg*. est .1.; ergo .*bg*. in .*ga*. cum quadrato linee .*gc*. est .49.; quorum radix, scilicet .7., est linea .*ac*.: cui si addatur .*cg*., que est .1., erit tota .*ag*. 8., quod est maius latus. Item si ex .*cb*., que est .7., cum sit equalis .*ca*., auferatur .*cg*., remanet .*gb*. .6., ut prediximus. Vel aliter: pone latus breuius radicem; eritque tunc latus longius radix et .2. Et quoniam ex multiplicatione breuioris lateris in longius prouenit .48.; ergo ex multiplicatione radicis in radicem et in .2. proueniunt similiter 48. Nam ex multiplicatione radicis in radicem prouenit census; et ex multiplicatione radicis in .2. proueniunt due radices; ergo census et due radices equantur .48.: fac ergo ut supra diximus in his in quibus census et radices equantur numero, et habebis optatum. Item dyameter sit .10., et embadum sit .48.; quantum est ergo unumquodque latus: super quadratum dyametri adde duplum embadi, erunt .196.; cuius radix, scilicet .14., est longitudo utriusque lateris. Verbi gratia: adiaceat quadrilaterum .*abgd*.; cuius dyameter .*ag*. sit .10.: protrahatur quidem recta .*ab*. in punctum .*e*.; et sit .*be*. equalis .*bg*. Et quoniam recta .*ae*. diuisa est ubilibet in duo super punctum .*b*., erunt duo quadrata portionum .*ab*. et .*be*. cum duplo .*ab*. in .*be*. equales quadrato totius linee .*ae*. Sed portio .*be*. equa est lateri .*bg*.; ergo quadrata linearum .*ab*. et .*bg*. cum duplo .*ab*. in .*bg*. equantur quadrato linee .*ae*. Sed quadrata laterum .*ab*. et .*bg*. faciunt quadratum dyametri .*ag*.; et duplum .*ab*. in .*bg*. facit duplum aree, scilicet .96.; quibus iunctis cum .100. faciunt .196. pro quadrato linee .*ae*.; ergo .*ae*. est radix ipsorum, scilicet .14., ut prediximus: post hec, ut separes .*ab*. ex .*bc*., scilicet ex .*bg*., procedas, ut superius dictum est ubi diximus, embadum erunt .48., et duo latera coniuncta .14. Rvasus dyameter sit .10., et duo latera coniuncta sint .14.; et

« dyameter sit .10 .... ut prediximus » (fol. 33 verso, lin. 22-32; pag. 64, lin. 23-33).

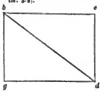


fol. 29 *recto*.

uolo scire embadum, nec non et unumquodque | latus: multiplica igitur .14. in se, erunt .196.; de quo tolle quadratum dyametri, scilicet .100., remanet .96.; quorum dimidium, scilicet .48., est embadum: post hec per supradicta studeas latera segregare. Que inueniuntur in supradicta figura hoc ordine: quadratum dyametri .*ag*. equatur duobus quadratis laterum .*ab*. et .*bg*., hoc est quadratis portionum .*ab*. et .*be*. Sed quadrata portionum .*ab*. et .*be*. cum duplo .*ab*. in .*be*. equantur quadrato linee .*ae*.; ergo quadratum dyametri .*ag*. cum duplo .*ab*. in .*be*. equatur quadrato linee .*ae*. Quare si auferatur quadratum dyametri, scilicet .100., ex quadrato linee .*ae*., scilicet de .196., re-

manebunt .96. pro duplo *.ab.* in *.be.*, hoc est pro duplo *.ab.* in *.bg.*: ergo *.ab.* in *.bg.* facit 48., scilicet dimidium de .96. Sed *.ab.* in *.bg.* facit embadum; ergo embadum est .48., ut prediximus: cum quo predicto modo separabis latera; et erit breuius latus .6., longius uero .8. Iterum coniunxi dyametrum cum uno latere, et prouenerunt inde .16.; et aliud latus est .8. Quanta est ergo dyameter, et quantum est latus ei coniunctum. Multiplica .16. in se, erunt .256.; de quibus tolle quadratum dati lateris, scilicet .64., remanent .192.; que diuide per duplum de .16., exibunt .6., que sunt latus coniunctum dyametro; quod latus tolle de .16., remanent .10. pro dyametro. Verbi gratia: adiaceat quadrilaterum *.b.g.d.e*; et sit dyameter *.bd.* cum latere *.bg.* perticarum .16.; et latus *.dg.* sit .8.: pone itaque latus *.bg.* radicem, remanet dyameter *.db.* 16 minus radice; que multiplica in se, habebis .256. et unum quadratum minus radicibus .32. pro quadrato dyametri *.bd.* Sed quadrato dyametri *.bd.* equantur duo quadrata laterum *.bg.* et *.gd.*; ergo quadrata laterum *.bg.* et *.gd.* equantur 256. et uni quadrato lateris *.bg.*, detractis inde radicibus .32.: restaura ergo ipsas radices et erunt quadrata linearum *.bg.* et *.gd.* cum radicibus .32. equales .256. et uni quadrato lateris *.bg.*: comuniter auferatur quadratum lateris *.bg.*, remanebit quadratum lateris *.gd.* cum radicibus .32. equale .256.: comuniter auferatur quadratum linee *.gd.*, scilicet .64., remanebunt radices 32. equales .192. Ecce reduximus (*sic*) hanc questionem ad unam ex sex regulis supradictis, ad eam uidelicet in qua radices equantur numero. Quare diuide .192. per .32, exibunt .6. pro radice, hoc est pro latere *.bg.*; quibus extractis de .16., remanent .10. pro dyametro *.bd.*, ut predixi. Et si dyameter addat .4. super latus breuius; et longius latus sit .8., quanta est ergo dyameter. Multiplica .8. in se, erunt .64.; quibus adde multiplicationem quaternarij in se, erunt .80.: et dupla ipsa .4., erunt .8.; in quibus diuide .80., erunt .10. pro quantitate dyametri; de quibus tolle .4., que dyameter addit super latus breuius, remanebunt .6. pro ipso latere. Producitur enim hec questio ad unam ex sex regulis supradictis hoc modo: primo quidem manifestum est | quod duo quadrata, breuioris uidelicet et longioris lateris equantur quadrato dyametri. Quare pone dyametrum radicem, quam in se multiplica, facit quadratum dyametri. Item pro latere breuiori pone radicem dyametri minus .4.; que multiplica in se, ueniet quadratum dyametri et .16. minus .8. radicibus dyametri pro quadrato lateris breuioris; cum quibus adde quadratum lateris longioris, habebis quadratum dyametri et 80. minus .8. radicibus dyametri, que equantur quadrato dyametri. Restaura ergo ipsas radices ab utraque parte, remanebit quadratum dyametri et .80., que equantur quadrato dyametrj et .8. radicibus: tolle ergo ab utraque parte quadratum dyametri, remanent 80., que equantur .8. radicibus dyametri. Quare diuisis 80 per 8 uenient .10. pro dyametro, ut predixi. Et Si ex multiplicatione longioris lateris in area proueniet 384.; et breuius latus sit .6.; et uis scire quanta sit area. Quia ex multiplicatione breuioris lateris in longius prouenit area; et ex multiplicatione aree in latus longius prouenit .384.; ergo ex multiplicatione breuioris lateris in quadratum longioris idem prouenit. Quare si diuiserimus 384. per .6., scilicet per breuius latus, prouenient .64. pro quadrato longioris. Quorum radix, scilicet .8., est latus longius. Et Si proponatur, embadum esse .48.; et diuiso latere maiore per minus proueniat $\frac{1}{3}$ 1.; et uis scire unum quodque latus, pone breuius latus .3 propter $\frac{1}{3}$., quod denominatur ab ipso; et multiplica .3. per $\frac{1}{3}$ 1., erunt .4., quod pone pro maiori

* latus .6. .... pro dyametro. » (fol. 39 *recto*, lin. 12-16; pag. 65, lin. 3-8).



fol. 39 *verso*.

latere. Ergo in qua proportione est .3. ad .4., in eadem est breuius latus ad maius: multiplica itaque .3 per 4., erunt .12.; in quibus diuide 48., uenient .4.; de quibus accipe radicem, que est .2.; et multiplica in eam posita .3 et 4, et babebis .6. pro breniori latere, et .8. pro maiori. uel aliter: multiplica 3 per 48, et diuide per 4, exibunt .36.; quorum radix est breuius latus. Item multiplica .4 per 48, et diuide per .3., exibunt .64., quorum radix est latus longius. Et si latus minus diuidatur per maius, et prouenient $\frac{3}{4}$.; pone pro maiori latere .4. propter $\frac{3}{4}$., que denominantur ab ipso; et accipe $\frac{3}{4}$. de .4., erunt .3.; que pone pro minore, et fac ut supra, et habebis .6. pro minori latere, et .8. pro maiori.

Item latus breuius cum dyametro sit .16.; et latus maius addat .2. super latus minus; et uis scire quantum sit dyameter et unum quodque latus. Qnoniam maius latus excidit minus latus in .2.; Ergo si addiderimus maius latus cum dyametro, uenient .18.: multiplica itaque .18. in se, et .16. in se; et aggrega multiplicationes eorum, erunt .580.; de quibus tolle quadratum duorum predictorum, remanent .576.; quorum radix, scilicet .24., est summa duorum laterum et dyametri: de quibus tolle dyametrum et fol. 40 recto. latus breuius, scilicet .16., remanebunt .8., que sunt latus | maius; de quo tolle .2., remanent .6. pro latere breuiori uel .18., scilicet maius latus; et dyametrum tolle de .24. QVe si ad computationem algebre reducere uis, pone latus breuius rem, remanebit dyameter .16., excepta re: multiplica ergo rem in re, proueniet census; quem aggregabis cum quadrato maioris lateris; quod quadratum inuenies sic: quia maius latus excidit minus in .2.; pones ipsum maius latus rem et duas dragmas; que multiplica in se, egredientur census et .4. radices et .4. dragme pro quadrato longioris lateris: que adde cum quadrato breuioris, scilicet cum censu, erunt duo census, scilicet duo quadrata breuioris lateris et .4. radices et .4. dragme, que equantur quadrato dyametrj, scilicet multiplicationi de 16., excepta re in se. Que multiplicatio est 256 et census, exceptis triginta duabus radicibus. Restaura ergo radices, remanebunt 256 et census, que equantur duobus censibus et 36 radicibus et .4. dragmis: tolle itaque ab utraque parte censum et .4. dragmas, remanebunt census et radices 36, que equantur 252.: media ergo radices et censum, secundum quod superius diximus, ubi census et radices equantur numero. Et si maius latus cum dyametro sit 18.; et maius excedat minus in .2.; tunc minus latus cum dyametro esset .16.; cum quibus operaberis ut supra. Rursus duo latera cum embado surgunt in 62.; et maius latus addit super minus .2.; quantum est igitur unumquodque latus: modus inueniendi hoc erit ut minuas .2. ex 62., et remanebunt .60. Duo igitur adiunge medietati laterum, et prouenient .4.; ipsum itaque adiunge .60., et prouenient .64.: horum ergo radicem, que est .8., assume; ipsum namque est latus longius: quod si uis breuius, minue .2. ex .8., remanebunt 6, quod est latus breuius. Exempli causa: pone latus minus rem, erit tunc latus maius res et due dragme. Ex multiplicatione quidem breuioris lateris in longius prouenit embadum. Quare multiplica rem, scilicet minus latus, in rem et in duas dragmas, et habebis censum et duas radices pro embado: quibus si addantur duo latera, scilicet 2 radices et .2 dragme, erunt census et 4 radices et 2 dragme, que equantur dragmis .62.: tolle ergo ab utraque parte dragmas .2., et remanent census et 4 radices, que equantur .60 et cetera.

Et si multiplicatio maioris lateris in dyametrum sit 80., et latus breuius .6., multiplica 60 in se et 6 in se, erunt .6400 et 36: accipe ergo quadratum medietatis de

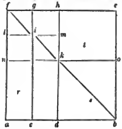
.36., scilicet .324.; et adde cum .6400., erunt .6724.; super quorum radicem, que est .82., adde medietatem de 36., erunt .100.; quorum radix, scilicet .10., est dyameter; in quo diuide 80., uenient .6., que sunt latus longius: uel de .80 deme .16., remanent .64., quorum radix est latus longius. Quod si hec ad computationem algebre reducere uis; quia ex multiplicatione longioris lateris in dyametrum proueniunt 80; ergo ex multiplica|tione quadratorum ipsorum prouenit quadratum de 80., scilicet .6400. Sed quadratus dyametri equatur duobus quadratis, longioris uidelicet et breuioris lateris; et est quadratum breuioris lateris .36. Ergo ex multiplicatione quadrati maioris lateris in se et in 36 proueniunt 6400. Quare pone quadratum maioris lateris rem, que in se multiplicata et in .36. facit censum et 36 radices, que equantur sex milibus et quadringentis et cetera. Similiter secundum hanc regulam facies si ex multiplicatione breuioris lateris in dyametrum proueniet 60; et maius latus sit .8.; tunc census et 64. radices equabuntur 3600. Item latus breuius cum area faciunt 54.; et latus maius addit super minus .2. Quantum est ergo quodque latus. Quia ex multiplicatione breuioris lateris in longius prouenit embadum; si ponamus breuius latus rem, est latus longius res et duo; que si multiplicauerimus per rem, scilicet per breuius latus, egredientur census et due radices pro area: quibus si addamus breuius latus, scilicet radicem, erunt census et tres radices, que equantur 54.: multiplica ergo $\frac{1}{2}$ 1., scilicet medietatem radicum in se, erunt $\frac{1}{4}$ 2.; que adde cum 54, erunt $\frac{1}{4}$ 56; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}$ 7, tolle $\frac{1}{2}$ 1., remanent .6., quod est breuius latus; maius ergo erit .6.: et si longius latus surgat in 56 cum embado. et minus latus sit .2. minus maiore; pone maius latus rem, erit minus latus res, exceptis duobus: multiplica ergo maius latus per minus, ueniet census minus duabus radicibus; cui superadde radicem, scilicet latus longius, erit census, una radice excepta, que equantur .56. Restaura ergo radicem, et oppone eam, remanebit census, qui equatur uni radici et 56: accipe quidem medietatem radicis; et multiplica eam in se, erit $\frac{1}{4}$; quod adde super 56, erunt $\frac{1}{4}$ 56; super quorum radicem, scilicet $\frac{1}{2}$ 7., adde medietatem radicis, erunt .6., quod est latus longius. Si autem ex aggregatione 4 laterum cum area parte altera longioris proueniant 76; et maius latus addat super minus .2.; tunc pone latus breuius rem, et latus longius rem et duo: multiplica ergo rem in re et duo, erit census et due radices, que equantur embado; cum quibus adde duas radices pro duobus breuioribus lateribus, et duas alias pro duobus lateribus longioribus et .4., in quibus maiora latera superhabundant minora, erunt census et sex radices et 4. dragme, que equantur 76.: tolle ergo .4. ab utraque parte, remanebit census et sex radices, que equantur .72.: pone itaque quadratum medietatis radicum super 72, erunt 81.; de quorum radice, scilicet de .6., tolle medietatem radicum, remanebunt .6. pro breuiori latere. Si uero ex area diminuatur latus breuius, et remaneant .42.; et latus maius addat super minus .2.; pone ergo latus minus rem, quam multiplica per rem et duo, scilicet per latus longius, egredietur census | et due radices, que equantur aree; de quibus tolle unam radicem, scilicet breuius latus, remanet census et radix, que equantur 42. : pone ergo super 42 quadratum medie radicis, scilicet $\frac{1}{4}$, erunt $\frac{1}{4}$ 42; de quorum radice, scilicet de $\frac{1}{2}$ 6, tolle $\frac{1}{2}$, remanebunt .6., quod est latus breuius. Et si ex area tollatur maius latus, et remanent autem .40.; et maius sit duo plus minore. tunc erit manifestum: quod si minus latus tollatur ex

fol. 40 verso. fol. 41 recto.

area, remanebunt duo plus ex eo quod remanet, cum ex area tollitur maius latus; ergo dempto minore latere ex area, remanent 42: fac ergo ut supra, et habebis propositum, si deus noluerit.

Vel aliter: pone maius latus rem, et multiplica eam per latus breuius, scilicet per rem, exceptis duobus, erit census, minus duabus radicibus, que equantur aree: deme ergo inde unam radicem, scilicet latus maius, remanebit census, exceptis tribus radicibus, que equantur quadraginta. Restaura ergo radices, et oppone eas, et habebis censum, qui equatur tribus radicibus et .40. et cetera. Item diminutis .4. lateribus ex embado, remanent .20.; et maius latus addit super minus .2. Quantum est ergo quodque latus: pone latus breuius rem, et maius rem et duo. Quare .4. latera erunt .4. res et 4 dragme. Ex multiplicatione quidem rei in rem et duo proueniunt census et due res, que equantur embado. De quibus tolle 4 latera, scilicet 4 res et 4 dragmas, remanebit census minus duabus rebus et 4 dragmis, que equantur 20. Restaura ergo duas, scilicet res, scilicet .2 radices, et 4 dragmas, ueniet census, qui equatur duabus radicibus et 24 dragmis. Media siquidem radices, erit .1.; cuius quadratum adde super .24., erunt .25.; super cuius radicem adde ipsum .1., erunt .6, quod est breuius latus et cetera. Item si maius latus et minus addantur cum dyametro, et sint sicut medietas aree; et area sit .48.; et uis scire quantum sit dyameter, nec non et quodque latus. Accipe ergo dimidium aree, scilicet .24., que sunt summa duorum laterum et dyametri; et multiplica ea in se, erunt 576.: de quibus tolle duplum embadj, remanent 480; dimidium quorum diuide per 24., scilicet per summam coniunctionis duorum laterum cum dyametro, exibunt .10. pro dyametro. Vel aliter: duplica embadum, erunt 96.; que diuide per 24., uenient .4.; que extrahe de .24., remanent .20.; quorum dimidium habeas pro dyametro; quibus extractis de 24., remanent .14. pro quantitate duorum laterum. Ex hoc ergo talis oritur questio. Aggregatio duorum laterum est 14., et area est .48. : fac ergo ut superius dictum est: et habebis propositum. Nam si unde ista procedant noscere uis; adiaceat quedam recta .*ab*. .24 ulnarum, in qua continetur summa coniunctionis duorum laterum et dyametrj; et sit .*ac*. equalis maiori lateri dati quadrilateri parte altera longioris, et .*cd*. minori; remanebit ergo .*bd*. equalis dyametro. Constituatur siquidem super rectam .*ab*.|

a maiori lateri ...... rectam .ab. a (fol. 41 *recto*, lin. 34-35 e margine laterale esterno ed inferiore: pag. 68, lin. 28 e 29).

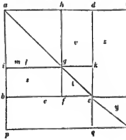


Fol. 41 *verso*.

tetragonum .*ae*.; et protrahatur dyametrum .*fb*.; et per puncta .*cd*. protrahantur recte .*cpig*. et .*dkmh*. equidistantes ut libet rectarum .*af*. et .*be*.; et per puncta quidem .*ik*. protrahantur recte .*lim*. et .*nko*. Quoniam tetragonum est .*ae*., tetragona sunt que describuntur circa dyametrum ipsius; ergo tetragonum est .*kdbc*. et .*knfh*. Rursus quia

tetragonum est quadrilaterum .*nh*., tetragona quidem sunt *pimk*. et *ilfg*.; et est latus tetragoni *do*. recta *db*. Quare .*do*. tetragonnm equale est quadrato dyametri; et tetragonum quidem .*pm*. est latus; recta .*pk*., que est equalis recte .*cd*., et .*cd*. est equalis minori lateri. Ergo tetragonum .*pm*. equale est tetragono minoris lateris. Similiter ostendetur, tetragonum .*lg*. equale esse quadrato maioris lateris propter rectas *fg*. et *li*., qne sunt equales recte .*ac*. ; et *ac*. iacet equalis maiori lateri dati parte altera longioris. Et quoniam tetragonum est .*pm*., equalis est recta .*kp*. recte .*pi*.; ergo .*pi*. est equalis minori lateri, et .*il*. est eqnalis maiori. ergo supplementum .*ni*. est equale aree dati quadrilateri; et suplementum .*ih*., ut euclides ostendit, est equale suplemento .*ni*. Ergo suplementa .*ni*. et .*ih*. dnpla sunt embado dati parte altera longioris ; que suplementa sunt 96.: si tollantur ex area tetragoni .*ae*., scilicet ex 576, remanebunt tetragona .*lg*. et .*pm*., et gnomon .*rst*. 480. Sed tetragona .*lg*. et .*pm*. eqnalia sunt tetragono .*do*., scilicet dyametri; ergo .*do*. tetragonum cum gnomone .*rst*. sunt .480. Sed ex .*do*. tetragono et gnomone .*rst*. dimidium est superficies .*ao*.; ergo snperficies .*ao*. est 240., que constat ex ductu .*ab*. in .*bo*.: ergo si .240. diuiserimus per .*ab*., scilicet per .24., uenient .10. pro linea .*ob*., scilicet pro linea .*bd*., qne est equalis dyametro; ergo dyameter est .10. Vel secundum aliam supradictam regulam cum de quadrato linee .*ab*., scilicet de .24. uicibus .24. tollitur duplum embadj, scilicet suplementa .*ni*. et .*ih*.; et embadum est duplum quantitatis linee .*ab*.; ergo duplum embadi est quadruplum de .24.; ergo si ex 24. uicibus .24. tollatur quadruplum de .24., remanebunt .20. uicibus .24. pro area tetragonorum .*lg*. et .*pm*., et ignomoni .*rst*.; ex quibus superficies .*ao*. dimidium continet, ut ostensum est. Quare snperficies .*ao*. constat ex .10. uicibus 24. : ergo cum .*ab*. sit .24., sequitnr necessario, .*bo*. esse .10.; que oportebat ostendere. ITem aggregatio duorum laterum cum dyametro est .24.; et maius latus addit supra minus .2. Quantum est ergo quodque latus: duplica itaque quadratum de .24., scilicet 576, erunt .1152.; super que adde quadratum superhabundantię, in qna maius latus superhabundat minns, scilicet duorum, eruut .1156.; de quorum | radice, scilicet de .34., tolle .24. predicta, remanent .10., que sunt dyameter; á quibus usque in .24. desnnt .14., qne sunt duo latera: de quibus .14. tolle .2., remanent .12.; quorum medietas, scilicet .6., est breuius latus. Ad cuius regule demonstrationem adiaceat tetragonum .*abcd*. habens in singulis lateribus quantitatem duorum laterum et dyametrj; et sit .*be*. equalis maiori lateri, et .*ef*. minorj. Remanebit .*fc*. equalis dyametro: et protrahatur dyameter .*ac*.; et per punctum .*f*. protrahatur linea .*fgh*. equidistans utrique linearum .*ba*. et .*cd*.; et per punctnm .*g*. protrahatur recta .*igk*.; et erit recta .*ig*. equalis recte .*bf*.: et auferatur á recta .*gi*. recta .*gl*., que sit eqnalis recte .*fe*.; remanet ergo .*li*. equalis recte .*eb*.; ergo .*gl*. est equalis minori lateri, et .*li*. maiori: auferatur itaque ab *li*. recta .*im*., scilicet id in quo maius latus superaddit minus, remanebit .*ml*. equalis .*lg*., scilicet maiori lateri: et educatur .*ad*. in puncto .*n*.; et sit .*dn*. equalis .*fc*., scilicet dyametro; et constituatur super .*an*. tetragonum *nopa*.; et quoniam tetragona sunt .*bd*. et .*pn*., et sunt circa unnm angulnm, qui ad .*a*. circa eumdem dyametrum sunt; ergo si protrahatur dyameter .*ac*. in pnnctum .*o*., ueniet ergo recta .*ao*. dyameter. Protrahatur quidem recta .*dc*. in .*q*., et recta .*bc*. in .*r*.; tetragonum ergo est .*qr*. continens in se quadratum dyametri dati parte altera longioris: totum igitur tetragonum .*pn*. equatur tetragono .*bd*. et ignomini .*stu*. De-

« tetrago|no .*do*. .... duplum quantitatis » (fol. 41 *verso*, lin. 19-26; pag. 69, lin. 12-19).



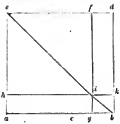
fol. 42 *recto*.

monstrabo siquidem, ignomon .*stu*. equale esse tetragono .*bd*., et tetragono linee .*im*., que est superhabundantia, in qua maius latus superhabundat minus. Sunt enim suplementa .*pc*. et .*cn*. equalia superficiebus .*bk*. et .*fd*. Sed due superficies .*bk*. et .*fd*. equantur ignomonj .*xyz*. et tetragono .*fk*. Quibus superaddatur equale tetragono .*qr*., quod est equale tetragono .*fk*., erit duplum tetragoni .*fk*. cum ignomone .*xyz*. equale ignomoni .*stu*. Restat siquidem demonstrandum, duplum tetragoni .*fk*. equale esse tetragono .*ih*. et .*ei*., quod describitur á recta .*im*.; est enim recta .*gm*. in duo equa diuisa in puncto .*l*., cui in directo adiuncta est recta .*mi*.; erit itaque tetragonum, quod describitur a recta .*gi*., scilicet tetragonum .*ih*. cum eo quod describitur á recta .*im*., duplum eorum, que describuntur á rectis .*gl*. et .*li*. Sed tetragona que describuntur á rectis .*gl*. et .*li*. equantur tetragono .*fk*.; quare duplum tetragonj .*fk*. equatur tetragono .*ih*. et .*ei*., quod describitur á recta .*im*.; ergo ignomon .*stu*. equatur tetragono .*bd*., et quadrato superhabundantię maioris lateris, ut prediximus. Nunc ueniamus ad causam. Multiplicauimus superius .24. per 24., et habuimus quadratum .*bd*.; que duplauimus, hoc est addidimus super eum equale illius; et superaddimus postea .4.; hoc est super quadratum .*bd*. superaddimus | ignomon .*s.t.u*.; et sic habuimus .1156. pro quadrato .*pn*., cuius latus est radix illius: ergo .*po*. est 34.; de qua extracta .*pq*., scilicet .*bc*., remanet .*qo*. 10., cui equalis est recta .*cf*.; ergo *cf* est .10., ut predixi. Possumus etiam aliter ad notitiam supradictorum laterum deuenire. Videlicet ut ponas latus minus rem. Eritque latus longius res et duo; quibus extractis de .24., remanent pro dyametro .22., exceptis duabus rebus. multiplica rem in se, erit census et rem. et duo in se, erit census et 4. res et IIII.^{or} dragme: quibus in unum couiunctis, erunt duo census et .4. res et .4 dragme, que equantur quadrato dyametri, scilicet multiplicationi de 22, exceptis duabus rebus in se; que multiplicatio est 4 census et 484, exceptis .88. radicibus. Restaura ergo radices, et oppone duos census et 4 dragmas, et inuenies, 92 radices equari duobus censibus et 480. Redige ergo hec ad censum unum, et erit census et 240, que equantur 46 radicibus et cetera. Vel pone latus longius rem, eritque latus breuius res minus duo; que extrahe de 24., remanent .26., exceptis duabus rebus: et operare de inde ut supra; et inuenies, census et 336 equari 50 radicibus. Si autem dyameter addiderit super latus maius .2., et maius super minus totidem; et uis scire dyametrum et quodque latus. Semper cum superhabundantie laterum erunt equales, multiplicabis ipsam superhabundantiam per 5., et habebis dyametrum; et ipsam per .4., et habebis longius latus; et ipsam per 3, et habebis breuius. Verbi gratia: superhabundantia quidem laterum est .2.; quibus multiplicatis per .5. et per .4. et per .3., egrediuntur .10. pro dyametro, et 8 pro latere longiori et 6 pro breuiori: et hec contingunt propter quadrilaterum parte altera longius; cuius latus longius est .4., breuius .3., dyameter quoque .5.: horum quidem laterum superhabundantia est unum. Quare sicut .1. erit ad quam uolueris superhabundantiam, ita hec tria latera erunt ad latera illius parte altera longioris, de quo superhabundantia aliqua data fuerit. Verbi gratia: si superhabundantia erit .3.; quia 3 tripla sunt de uno, ideo tripla erunt latera ex lateribus predictis, scilicet dyameter erit .15.; latus quoque maius .12., minus autem .9. Vnde si proponatur, dyametrum esse .20.; et uis scire superhabundantism laterum, diuide .20. per .5., exibunt .4., que sunt superhabundantia laterum: quam multiplica per

4, et per .3., erunt .16. et 12, que sunt latera. Item latus longius sit .20. ; diuide ergo ipsum per .4., quia quaternarius est similis lateribus longioribus et 3 breuioribus et 5 dyametris. Diuisis ergo .20 per .4., ueniunt .5. pro superhabundantia; quam multiplica per .3. et per .5., uenient .15. pro latere breuiori et 25 pro dyametro. Rursus latus breuius sit .18.: diuide ergo ipsum per .3., exibunt .6. pro superhabundantia laterum; quam multiplica per 4. et per 5., uenient 24 pro latere longiori, et 30 pro dyametro. Nam si superhabundantie inequales | fuerint ut in quadrato, in quo proponitur, dyametrum addere .1. super latus maius, et maius supra minus .7.; tunc operabimus per algebram: ponemus siquidem latus breuius rem, eritque latus longius res et 7; et dyameter erit res et .8.: multiplica itaque rem in rem, facit censum. Et rem, et .7. in se, facit censum et 14 res et 49 dragmas; quibus insimul iunctis, erunt duo census et 14 res et .49, que equantur quadrato dyametri, scilicet multiplicationi unius rei et 8 in se; que multiplicatio est census et 16 res et 64. : tolle ergo ab utraque parte censum et 14 res et .49., remanebit census, qui equatur duabus radicibus et 15. Quare media radices, ueniet .1.; quod multiplica in se, erit .1.; quod adde cum .15., erunt .16.: super quorum radicem, scilicet super .4., adde medietatem radicum, erunt .5, que sunt minus latus: super que adde .7., erunt 12, que sunt maius latus: super que adde .1., erunt .13, que sunt dyameter. Item maius latus addit super minus .7. ; et dyameter est .13.; quantum est ergo quoque latus: quadratum itaque superhabundantię ex quadrato dyametri abice, scilicet 49 de 169., remanebunt .120.; cuius dimidium, scilicet 60., est area. Exempli causa: adiaceat recta .*ab*. equalis duobus lateribus; et sit .*bg*. equalis minori lateri, remanet .*ga*. equalis maiori; et sit .*ac*. 7., in quo maius latus .*ag*. superhabundat minus .*bg*. ; ergo .*gc*. equalis est recte .*gb*. Constituatur itaque super rectam .*ab*. tetragonum .*ad*., et expleatur figura; erit quidem latus tetragoni *gk*. recta .*gb*., hoc est .*gi*.; latus quoque tetragoni *hf*. est recta .*hi*. uel .*if*., que sunt equales recte .*ag*.: suplementum ergo .*ai*. est equale quadrilatero dato, quia constat ex rectis .*ag*. et .*gi*., que sunt equales duobus lateribus dati quadrilateri. Et suplementum .*id*. est equale suplemento .*ai*.; ergo suplementa .*ai*. et .*id*. dupla sunt aree dati quadrilateri; ergo duplum aree cum tetragonis .*hf*. et *gk*. est equale tetragono .*ad*. Sed duo tetragona .*hf*. et .*gk*. sunt equalia quadrato dyametrj; ergo suplementa .*ai*. et .*id*. cum quadrato dyametrj dati parte altera longioris equalia sunt tetragono .*ad*. Sed tetragonum *ad*. cum eo quod á recta .*ac*. describitur duptum est tetragonis, que describuntur á rectis .*ag*. et .*gb*. Sed ea que describuntur á rectis .*ag*. et .*gb*. equalia sunt tetragono dyametri. Ergo duplum tetragoni dyametri equale est tetragono .*ad*., et ei quod á recta .*ac*. describitur. Sed semel tetragonum dyametri equale est tetragonis .*hf*. et .*gk*.; remanet ergo tetragonum dyametri equale suplementis .*ai*. et .*id*., et tetragono quod á recta .*ac*. Quare extraximus tetragonum, quod est á recta .*ac*., scilicet .49., ex quadrato dyametri, et remanserunt nobis .120. pro suplementis .*ai*. et .*id*.: quorum dimidium, scilicet .60., est area .*ai*. quadrilateri, quod est equale dati quadrilateri. ergo area dati quadrilateri est .60.| ut predixi. Sed ut habeas latera, dices: aream est 60; et maius latus addit .7. super minus ; fac ergo ut supra docuimus. Aliter pone latus minus rem ; eritque latus maius res et .7. : multiplica ergo rem in re, et rem et 7 in se; et adde ea, et erunt duo census et 14 radices et 49 dragmas; que oppone quadrato dyametri , et habebis quod queris.

fol. 43 recto.

« dupla sunt ... dyametri equale » (fol. 43 recto, lin. 23-39; pag. 71, lin. 28-31).



fol. 43 verso.

Item est pars altera longior, cuius dyameter est .20.; et id quod addit dyameter super latus maius non est equale ei quod addit maius super minus. Quantum est ergo quodque latus. Inuenias quidem aliqnod quadrilaterum, cuius latera et dyameter sit rationabilia; et augmentum ipsius non sit eqnale. Sitque supradictnm quadrilaterum, cui latus minus est .5.; maius qnoque est .12.; dyameter qnidem est .13.; que .13 habeas pro antecedente, cum ponatur dyametrum esse .20. Quare multiplicabis 20 per 12, et 20 per 5; et diuide utramque multiplicationem per 13, et habebis mains latus $\frac{6}{13}$ 18., minus quoqne $\frac{9}{13}$ 7. Et si maius latus fuerit .20.; et uis inuenire minus latus seu dyametrum; tunc multiplicabis .20 per 5, et 20 per 13; et diuides utramque multiplicationem per 12; et habebis minus latus $\frac{1}{3}$ 8.; dyametrum quoque $\frac{2}{3}$ 21. Rursus minus latus sit .20.; tunc multiplicabis .20 per 12, et 20 per 13, et diuides utramque multiplicationem per 5.; nel quintam de .20., scilicet .4., multiplica per 12 et per 13; et inuenies, maius latus esse 48., et dyametrum .52. Sed ut in similibus sanius procedere ualeamus, quedam adiaceant demonstranda. Videlicet ut snper qnemlibet datum numerum doceamus addere quadratum numerum, et proneniat numerus quadratus. Esto datus numerus .*a*., oportet super numerum .*a*. quadratum nnmerum addere, et earum summa fiat qnadrata, hoc est quod habeat radicem. Inuenias quidem duos numeros ineqnales, qni insimul multiplicati faciant numerum .*a*. : sintque .*bg*. *gd*. ; et diuidatur .*bd*. in duo equalia super punctum .*e*.; et quoniam numerus .*bd*. diuisus in duo eqnalia super punctum .*e*. et inequalia super punctnm .*g*.; erit multiplicatio .*dg*. in .*gb*. cum quadrato nnmeri .*ge*. equalis quadrato .*de*. Sed multiplicatio .*dg*. in .*gb*. numerum .*a*. facit; ergo numerus .*a*. cum quadrato numeri .*ge*. equatur quadrato numeri .*de*.; quod oportebat facere. Si autem unum ex lateribus quadrilateri continentibus angulum rectum datum fuerit; et uis aliud latus, nec non et dyametrum in numeris inuenire; et sit datum latus .13., multiplica itaqne 13. in se, erunt .169., que sint linea .*ab*.; et inueniantur duo nnmeri, qui insimul multiplicati faciant numerum .*ab*. Sintque *ab*., et nnitas .*bg*. Nam ducta unitate in quo uis numero, idem prouenit numerus; ergo mnltiplicatio .*bg*. in .*ba*. numerum facit, scilicet .169.: diuidaturque numerus .*ag*. in duo equalia super punctum .*d*., eritque .*gd*. dimidium ex .*ag*., scilicet .85., que est dyameter; remanebit .*bd*. 84., quod est aliud latus. Et quoniam infinitos duos ineqnales numeros tamen cum fractionibns | inuenire possimus, quorum superficiès contineret numerum .*ab*. Infinita quidem latera et dyametri inueniri possunt conuenientia dato lateri. Verum si proponatur, dyametrum esse 34; et uis latera inuenire. Duplica quidem 34, et egrediatur inde numerus .*ef*., scilicet .68.: et diuidatur .*ef*. in duo equalia super punctnm .*g*., eritque .*gf*. 34.; et sumatur super numerum .*ef*. punctus .*d*., et sit proportio .*fd*. ad .*de* sicut aliquis quadratus numerus ad aliquem quadratum numerum. Sit itaque .*fd*. 4., remanebit .*de*. 64: et quoniam .*fd*. et .*de*. habent proportionem quadratorum ex .*fd*. in .*de*., egredietur quadratus numerus, scilicet .256., quorum radix, scilicet .16., erit unum latus; reliquum erit .*dg*., qnod est .30.; dyameter autem .*gf*., scilicet .34. Item si dictum fuerit: augmentum dyametri super latus longius est equale angmento longioris super breuins; et multiplicatio angmenti in dyametrum faciat .20. Supradicta ratione diuide .20 per 5, egredinntur .4., quorum radix, scilicet .2., est augmentnm; multiplica ergo augmentum in .5. et in .4 et in .3, et habebis dyametrum .10.; latus quoque maius .8., minus uero .6.

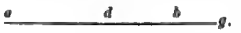
« Videlicet ut super .... et proueniat » (fol. 43 verso, lin. 19 e 20; pag. 72, lin. 14-15).



« quadratum numerum .... radicem. Inuenias » (fol. 43 verso, lin. 20, 21 e 22; pag. 72, lin. 16 e 17).



« facit, scilicet .169.: .... punctum .d., eritque » (fol. 43 verso, lin. 33; pag. 72, lin. 28 e 29.)



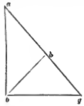
fol. 44 *recto*.

« punctum .g. .... et sit proportio » (fol. 44 recto, lin. 3 e 6; pag. 72, lin. 34-35).



Et si proponatur: est quadrilaterum longius altera parte, cuius dyametri proportio ad ipsius longitudinem est sicut proportio longitudiuis eius ad eius latitudinem, etiam dyameter est 10. In hac autem diuidende sunt .10. secundum mediam et extremam proportiouem; et quod medie proportioni ceciderit, erit minus latus; ipsumque per .10 multiplicandum est; et ipsius multiplicationis radix erit latus longius: verbi gratia: adiaceat trigonum orthogonium .*abg*., scilicet dimidium quadrilateri parte altera longioris, cuius dyameter est .*ag*., latus longius .*ab*., breuius quoque .*bg*.; et protrahatur super .*ag*. cathetus .*bd*.; et sit sicut .*ga*. ad .*ab*., ita .*ab*. ad .*bg*. Et quoniam recta .*bd*. cathetus est super rectam .*ag*., trigona .*bdg*. et .*bda*. sibi inuicem similia sunt, et toti trigono .*abg*. Quare est sicut .*ga*. ad .*ab*., ita .*ba*. ad .*ad*. Sed sicut .*ga*. ad .*ab*., ita .*ab*. est ad .*bg*.; ergo recta .*ab*. ad rectas .*bg*. et .*ad*. eandem habet proportionem. Quare recta .*ad*. recte .*bg*. est equalis. Item quia trigona .*abg*. et .*bdg*. sibi inuicem similia sunt, est sicut *ag*. ad .*gb*., ita *bg*. ad *gd*.; nam .*bg*. equalis est recte .*ad*.: est ergo sicut .*ag*. ad .*ad*., ita .*ad*. est ad .*dg*. Ergo .*ag*., scilicet .10., diuisa est secundum mediam et extremam proportionem; et est media, scilicet maior pars eius .*ad*., cuius minus latus quesiti parte altera longioris, scilicet .*gb*., iacet equalis. Nam ut inuenias quantitatem eius, secundum Euclidis regulam, dimidium de .10., scilicet .5, in se multiplica; et quod prouenerit adde cum quadrato linee .*ag*., scilicet cum .100., erunt .125.; de cuius radice abice .5., scilicet dimidium linee .*ag*.; et sic habebis pro minori latere, scilicet pro linea .*gb*., radicem de .125. minus .5. Nam ut habeamus maius latus .*ab*. | Quoniam est sicut .*ga*. ad .*ab*., ita .*ab*. ad .*bg*.; erit quidem superficies .*bg*. in .*ga*. equalis quadrato linee .*ab*. Quare multiplica .*ag*. in .*gb*., scilicet 10., in radice de .125. minus .5, et egredietur radix de 12500 minus .50. pro latere .*ab*. Procedunt multe et diuerse questiones ex lateribus etiam et ex dyametro, seu ex area supradictorum duorum quadrilaterorum, quarum solutiones, per ea que dicta sunt, poteris inuenire.

« ita .ab. ad .bg. .... Nam ut inuenias » (fol. 44 recto, lin. 23 31, pag. 73, lin. 6.16).



fol. 44 verso.

Incipit pars secunda tertie differentie.

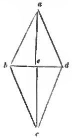
Reliqui quidem quadrilateri in IIII^or partes diuiduntur: in prima quorum sunt rumbi, qui omnia IIII.^or latera sibi inuicem equalia habent, sed angulos minime rectos habent. In secunda quidem sunt rumbi, idest qui tantum habent latera opposita sibi inuicem equalia et equidistantia, nec non et angulos oppositos equales habent. In tertia sunt campi, qui duo latera habent equidistantia, sed non equalia: qui diuiduntur in IIII.^or genera, secundum quod inferius demonstrabimus. In quarta uero sunt diuersilateri campi, qui nullam equidistantiam in eorum lateribus habent.

Incipit de rumbo.

SIT Rumbus .*a.b.c.d*. habens in singulis lateribus perticas 13.; cumque hunc mensurare uolumus, oportet nos habere notitiam unius dyametrorum. Esto itaque dyameter eius breuius .*bd*. perticarum .10. Erit itaque rumbus .*a.b.c.d*. ab ipso dyametro in duo trigona equalia diuisus, quorum unumquodque est equicrurium. Nam duo latera, que sunt .*ab*. et .*ad*., duobus lateribus .*cb*. et .*cd*. equantur; et comunis eorum est .*bd*.

Quare angulus, qui sub .*bad*., angulo, qui sub .*bcd*. est equalis; et totum trigonum .*abd*. toti trigono .*cbd*. equatur. Ergo si aream huius rumbi habere uolumus, duplicabimus aream trigoni .*abd*. uel .*bcd*.; et sic habebimus propositum. Nam area trigoni .*abd*. colligitur ex ducto catheto .*ae*. in dimidium basis .*bd*., ut in trigonis de-

ˢ duplum aree .... linee .ae. ˢ (fol. 44 verso, lin. 24-33; pag. 74, lin. 5-11).

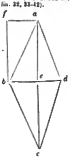


monstratum est. Quare si multiplicauerimus cathetum .ae. in totam .bd., ueniet duplum aree trigoni .abd., hoc est area rumbi .abcd. ˢ cadit itaque cathetus .ae. in medio .bd., cum equicrurium sit trigonum .abd. Quare si notitiam eius habere uis, extrahe quadratum linee .eb. ex quadrato linee .ab., scilicet .25 de 169, remanebunt 144.; quorum radix, scilicet .12., est cathetus .ae.: propter eadem ergo et cathetus .ce. est similiter .12.; et est .c.e. recta in directo recte .ea. Cum anguli .aed. et .dec. sint recti. Quare dyameter est recta .ac., et est .24. Ergo area rumbi .abcd. colligitur ex multiplicatione dimidij dyametri .ac. in toto dyametro .bd.; que multiplicatio est .120.: similiter si data fuerit dyameter .ac. 24 perticarum, inuenimus siquidem per ipsum supradicto modo dyametrum .bd. Quia equicruria sunt trigona .bac. et .dac., et sunt sibi inuicem equalia. Quare si ex potentia lateris .ba. extraxerimus potentiam linee .ae., scilicet .144 de 169, remanebunt .25. pro potentia catheti .be.; ergo .be. est .5. Quare tota dyameter .bd. est .10. Et quoniam si multiplicauerimus cathetum .be. per dimidium basis | .ac., egredietur nobis area trigoni .abc. Quare si multiplicauerimus cathetum .be., scilicet dimidium dyametri .bd., in totum dyametrum .ac., reddetur nobis area totius rumbi .abcd. Nam multiplicatio .be. in .ac., scilicet .5. in .24., facit .120., quod est area rumbi .abcd. Ergo area omnium rumborum colligitur ex multiplicatione unius dyametrj in dimidio alterius; et hec est regula uniuersalis in ipsis.

fol. 45 recto.

Nam si proponatur quod maior dyameter sit 24., minor quoque .10.; et uis scire latera rumbi. Quadrata medietatis dyametrorum, scilicet linearum .ae. et .eb. in unum coniunge; quorum radicem, scilicet .13., habeas pro uno quoque latere. Possumus quidem multas questiones ex dyametris et ex area, etiam et ex lateribus rumbi proponere; que omnes reduci possunt ad questiones illius parte altera longiores, cuius latus longius est medietas longioris dyametri rumbi: breuius quoque est medietas breuioris. Quod quadrilaterum dimidium rumbi aree continere probabimus: protrahatur itaque, ut in hac alia cernitur figura, .af. equalis et equidistans linee .eb.; et copuletur .fb. Dico quidem, quadrilaterum .ef. dimidium esse rumbi abcd.; et sunt latera eius equalia medietatis dyametrorum ac. et bd. Nam .ae. dimidium continet ex .ac., et .be. ex .bd.: est enim trigonum .abd. dimidium rumbi abcd. Sed trigonum .abd. equale est quadrilatero .ef.; constat enim utrumque ex ductu .ae. in .eb.; ergo quadrilaterum .ef. dimidium est rumbi .abcd., ut predixi. Nam qualiter questiones rumbi ad quadrilaterum perducantur, quedam de multis uolumus proponere. Si Dictum tibi fuerit: ˢ aggregaui duos dyametros, et fuit .34.; et rumbi area est .120. Quantum est ergo queque dyameter. Cum itaque dyametri sint .34.; dimidium ipsarum, scilicet .ae. et .eb., sunt .17.; et area quadrilateri .ef. est .60.: ergo perduxisti hanc questionem ad unam ex questionibus parte altera longioris; ad eam uidelicet, in qua proponitur aream esse .60., et aggregationem laterum .17.: ex quadrato quidem medietatis .17, scilicet ex $\frac{1}{4}$ 72, tolle 60, remanet $\frac{1}{4}$ 12.; quorum radicem tolle ex medietate .17., remanebunt 5. pro linea .be.: reliquum quod est usque in .17., est linea .ae.; ergo duplum eorum, scilicet .24. et .10., sunt dyametri. Item aggregatio dyametrorum sunt .24.; et maius addit super minus .14. Quantum est ergo area: tolle .14 et 34., remanebunt .20.; quorum dimidium, scilicet .10., est dyamiter breuior. Reliquum, scilicet .24., est longior; multiplica quidem dimidium unius dyametrorum per alium, et habebis aream.

ˢ aggregaui duos .... scilicet .24. ˢ (fol. 45 recto, lin. 20 e 21-30; pag. 74, lin. 32, 33-42).

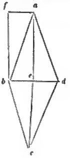


Rnrsus aggregaui duos dyametros cum area rumbi, et prooenerunt .154.; et maior dyameter addit super minorem .14. Quoniam duo dyametri rumbi equantur .m.or lateribus quadrilateri .ef.: pone latus breuius rem; eritque latus longius res et 7. : multiplica ergo rem in re et in .7., proueniet census et .7. radices, que sunt area | quadrilateri .ef. Et quoniam quadrilaterum .ef. dimidium contioet rumbi. Duplica ergo censum et 7 radices, erunt duo census et .14 res, que equantur rumbo: super que adde .4 res et 14., scilicet quatuor latera, erunt duo census et 18. radices et .14., que equantur .154.: tolle ergo ab utraque parte .14.; et redige ea ad censum unum, ueniet census et 9 radices, que equantur .70.: media ergo radices, erunt $\frac{1}{2}$ 4.; que multiplica in se, erunt $\frac{1}{4}$ 20.; que adde cum .70, erunt $\frac{1}{4}$ 90; de quorum radice abice $\frac{1}{2}$ 4., remanebunt .5. pro .be.; quorum duplum, scilicet .10., est dyameter .bd.: quibus additis .14., erunt .24. pro dyametro longiori; á quibus dyametris usque in .154. remanet .120. pro area. ADhuc aggregaui dyametrum breuiorem, et latus rumbi, et fuerunt .23.; et dyameter maior addit super minorem .14. Quantum est ergo latus, nec non et queque dyameter. Quoniam dyameter maior addit .14 super minorem; ergo medietas dyametri longioris addit .7. super medietatem brenioris, scilicet latus .ae. super latus .eb. Ergo .be. cum .ae. addit .7. super dyametrum .bd. Sed .bd. cum latere .ab. sunt 23; ergo .be. et .ea. cum .ab. sunt .30. Vnde talis est hec questio. Aggregaui duo latera quadrilateri cum dyametro ipsius, et fuit .30.; et maius latus addit super minus .7: fac ergo ut supra dictum est, et cetera. Item moltiplicasti uoam quamque dyametrum in se, et aggregasti eas: et quod proueoerit fuit .676.; et area est .120. Queque igitur dyameter quanta est. Accipe itaque quartum de .676.; quia quadrata lioearum .ae. et .eb. quarta pars sunt ex quadratis dyametrorum; cum ipsarum latera sint dimidium ipsorum, exibunt .169., quorum radix, scilicet 13., est dyameter quadrilateri .ef., scilicet latus rumbi. Et quoniam ostensum est superius, quod quadratum dyametri parte altera longioris addit super duplum embadi quadratum superhabuodantię laterum ipsorum. Iccirco si extraxerimus embadum rumbi .abcd., quod est duplum aree quadrilateri .ef., ex quadrato dyametri ipsius, scilicet .120 ex .169, remanebunt .49., quorum radix, scilicet .7., est superhabundantia laterum: ergo area quadrilateri est .60., et maius latus addit super minus .7.; quantum est ergo quodque latus, et cetera. Item moltiplicaui maiorem dyametrum rumbi per minorem, et prouenit 240.; et maior dyameter addit super minorem .14.; quanta est ergo queque dyameter: ex moltiplicatione quidem medietatis unius dyametri in totam aliam prouenit embadum rumbj; ergo .240., scilicet multiplicatio unius dyametri in aliam suot dupla ex area rumbi; ergo area rumbi est .120., que est duplom aree quadrilateri .ef. Ergo area qoadrilateri .ef. est .60. Vnde talis oritur qoestio. Est quadrilaterum parte altera longius, cuius area est .60.; et maius latus addit super minus | 7., scilicet dimidium de .14., in quibus maior dyameter superhabundat minorem, et cetera.

Rursus aggregaui dyametros, et quod prouenit fuit .34.; et ex multiplicatione unius dyametri per aliam prooeoerunt .240. Quanta est ergo queque dyameter. Ad hec quidem ostendenda, adiaceat recta .ab. 24. perticarum; et sit diuisa in duo equa, et totidem inequalia super puncta .g.d.; et sit .ad. equalis dyametro breuiori; remaoet ergo .db. eqnalis maiori. Ex multiplicatione quidem .ad. in .db. cum quadrato linee .dg. egreditur quadratum linee .gb., scilicet de .17., quod est .289.: ex quibus si extraxeris

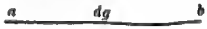
fol. 45 verso.

• radice abice .... Item multiplicasti unamquamque » (fol. 45 verso, lin. 7-17 e 18; pag. 75, lin. 10-20).



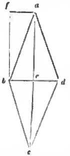
fol. 46 recto.

• equa; et totidem ... equalis dyametro » (fol. 46 recto, lin. 5. pag. 75, lin. 40-41).



multiplicationem ex *ad.* in *.db.*, remanebunt .49. pro quadrato *.dg.*; ergo *.dg.* est .7.; quibus additis cum *.bg.*, erit tota *.bd.*, scilicet maior dyameter .24.; remanet *.da.* 10., que est minor dyameter. Iterum diuisi maiorem dyametrum per minorem, et egredietur ex diuisione $\frac{2}{5}$ 2., et area rumbi est .120.; quanta est ergo queque dyameter. Quoniam est sicut totum ad totum, ita quelibet pars est ad eandem partem. Erit itaque sicut maior dyameter est ad minorem, ita medietas maioris ad medietatem minoris; et medietas maioris est maius latus quadrilateri *.ef.*, scilicet linea *.ae.*; et medietas minoris est linea *.eb.*, scilicet minus latus. Nam omnes numeri, qui habent unam et eandem proportionem, si diuidantur maiores per minores, semper ueniet idem ex diuisione. Ergo si diuiserimus maius latus quadrilateri *.ef.* per minus, prouenient similiter $\frac{2}{5}$ 2.; ergo talis est questio: area quadrilateri est .60., scilicet dimidium aree rumbi; et diuisi maius latus per minus, et prouenerunt $\frac{2}{5}$ 2.: et multiplica ita .1. per $\frac{2}{5}$ 2.; que multiplica per .60., erunt .144., quorum radix est .12.; que diuide per numeros proportionis, scilicet per .1., et per $\frac{2}{5}$ 2., egredientur 12 et 5., que sunt latera quadrilateri, scilicet dimidium dyametrorum; ergo maior dyameter est .24., et minor est .10. Nam si unde hec procedant noscere uis, adiaceat unitas *.a.*; et $\frac{2}{5}$ 2. sit *.b.*; multiplicentur *.a.* per *.b.*, et proueniat *.g.*; et sit minus latus quadrilateri *.d.*, maius quoque *.e.*; et area sit *.f.*; et quoniam ex diuisione maioris lateris per minus prouenit $\frac{2}{5}$ 2.; est sicut .1. ad $\frac{2}{5}$ 2., ita minus latus est ad maius, hoc est sicut *.a.* ad *.b.*, ita *.d.* ad *.e.* Quare ductus *.a.* in *.e.* est sicut ductus *.b.* in *.d.* Sit ergo multiplicatio ex *.a.* in *.e.*, uel ex *.b.* in *.d.* numerus *.h.*; et *.h.* multiplicetur in se, proueniat .i.: et multiplicetur quidem *.d.* in *.f.*, et proueniat *.k.*: dico, numerum *k* equalem esse numero *.i.* Multiplicasti quidem *.a.* in *.b.*, et uenit *.g.*; et *.d.* in *.e.*, et uenit *.f.*; et *.g.* in *.f.*, fecit *.k.*: ergo numerus *.k.* factus est ex multiplicatione *.a.* in *.b.* ducta in *.d.* et producta in *.e.* Item multiplicasti *.a.* in *.e.*, et prouenit *.h.*; et *.b.* in *d.*, et prouenit similiter *.h.*; et ex *.h.* in *.h.* factus est .i.: ergo .i. factus est ex multiplicatione *.a.* in *.e.* ducta in *.b.* et producta in *.d.* Sed multiplicatio *.a.* in *.b.* ducta in *.d.* et producta | in *.e.* equatur multiplicationi *.a.* in *.e.* ducta in *.b.* et producta in *.d.*; ergo *.k.* equalis est .i., ut prediximus. Multiplicauimus quidem superius *.a.* in *.b.*, et prouenit $\frac{2}{5}$ 2.; que multiplicauimus per aream, scilicet *.g.* per *.f.*, et habuimus numerum *.k.*, hoc est numerum *.i.*, qui fuit .144.; de quibus accepimus radicem, que fuit *.h.*; quia ex multiplicatione *.h.* in se prouenit .i.; ergo *.h.* est .12. Et quoniam ex *.a.* in *.e.* prouenit *.h.*, scilicet .12.; et *.a.* est .1. Ideo diuisimus .12 per 1., scilicet *h* per *a*, prouenit .12., quod est *.e.*, scilicet maius latus. Item ex *b.* in *d.* prouenit *.h.*, scilicet .12; et *b* est $\frac{2}{5}$ 2. Quare diuisimus .12, scilicet *h*, per *b*, scilicet per $\frac{2}{5}$ 2; et habuimus *.d.*, scilicet minus latus, quod fuit .5. Nam si area, scilicet *.f.*, esset .100, tunc *k*, scilicet .i., esset .240., cuius radix est *.h.* Sed 240. non habet radicem; vnde cum non possumus diuidere *.h.* per *.a.* et per *.b.*, accipiemus quadratos eorum, et in ipsis diuidemus numerum .i. Vel aliter accipiemus proportionem in sanis numeris, quam habet unitas *.a.* ad *.b.*, eruntque .5. et 12. Sit ergo *.a.* 5., et *.b.* 12., et *.g.* .60. Quare *.k.* uel i erit .6000.; que diuidemus per quadrata numerorum *.a* et *b.*, scilicet per 25, et per 144., egredietur per maiore latere radix ducentorum quadraginta; minus uero erit radix de $\frac{2}{3}$ 41. Vel aliter: pone latus minus rem, eritque latus maius due res et due quinte rei: multiplica ergo rem in duabus rebus et duabus quintis, erunt

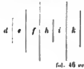
a semper ueniet . . . . ita minus a (fol. 46 *recto*, lin. 18-27; pag. 76, lin. 9-19).



a sicut ductus .... numerus *.h.* et *.h.* a (fol. 46 *recto*, lin. 29; pag. 76, lin. 19 a 20).



a *.k.* equalem esse .... et producta a (fol. 46 *recto*, lin. 31-35; pag. 76, lin. 22 25).



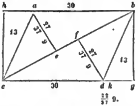
fol. 46 *verso*.

duo census et due quinte census, que equantur aree date. Sit ergo area data .100.; que diuide per $\frac{2}{5}$ 2., proueniet $\frac{2}{3}$ 41; quorum radix est .*d*., scilicet latus minus. Et quoniam est sicut .*a*. ad .*b*., ita *d*. ad .*e*.; erit itaque sicut quadratus numeri .*a*. ad quadratum numeri .*b*., ita quadratus quantitatis .*d*. ad quadratum quantitatis .*e*. Quare multiplica quadratum uumeri .*b*. per quadratum quantitatis .*d*., scilicet .144 per $\frac{2}{3}$ 41.; et multiplicationis summam diuide per quadratum numeri .*a*., scilicet per 25, egredientur .250., quorum radix est latus maius.

Incipit de rumboide differentia secunda.

Rumboides quidem est figura paralilograma habens tantum latera opposita, et angulos ut diximus equales. Cumque hanc metiri uolumus, protrahemus in ea dyametrum, per quam figura diuisa erit in duo trigona equalia. Quare si cathetum unius per totam basem, scilicet per dyametrum ipsius multiplicauerimus, reddet aream totius rumboidis. Ad cuius rei euidentiam sit romboides .*abcd*. habens in singulis lateribus .*ab* et *cd*. perticas .30., que sibi inuicem opposita et equidistantia sunt. Reliqua uero duo latera .*ac*. et .*bd*. similiter sunt equalia et equidistantia, continentia in uno quoque latere perticas .13.: et sit dyameter .*bc*. pertiearum .37., á qua rumboides .*abcd*. in duo equalia trigona diuisus est, que sunt .*abc*. et .*dbc*.; utrumque ipsorum est ampligonium propter potentiam dyametri .*bc*., que est maior duabus potentijs laterum .*ba*. et .*ac*., uel .*bd*. et .*dc*. Supra basem quidem .*bc*. protrahatur cathetus á puncto .*a*. in trigono .*abc*; sitque *ae*.; et multiplicabis cathetum .*ae*. per basem .*cb*., et habebis aream totius rumboidis |

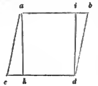
* .*ae*., et multiplicabis cathetum * (fol. 46 *verso*, lin. ultima, margine inferiore; pag. 77, lin. 20).



abcd.; vel inuenies cathetum .*df*. in trigono .*bcd*. super basem .*bc*.; et multiplicabis ipsum cathetum .*df*. per basem .*bc*., et habebis similiter embadum romboidis .*abcd*. Verbi gratia: Rumboides .*abcd*. est duplum trigono .*bcd*., cuius trigoni area colligitur ex multiplicatione catheti *df* in dimidium basis .*bc*.: quare multiplicatio catheti *df*. per totam basem .*bc*. facit duplum aree trigoni *bdc*.; ergo facit aream totius rumboidis, qui est duplus trigoni .*bcd*. Nam utramque cathetum .*ae*. et *df*. inuenies esse perticas $\frac{27}{37}$ 9. Quibus $\frac{27}{37}$ 9. multiplicabis per dyametrum .*bc*., scilicet per 37, addunt perticas 360 pro area totius rumboidis .*abcd*. Similiter si extra trigonum .*bcd*. cathetum .*bg*. protraxeris supra basem .*cg*.; et multiplicauerimus ipsum cathetum .*bg*. per basem trigoni, scilicet per lineam .*cd*., habebis embadum totius rumboidis .*abcd*. Item multiplicato catheto .*ch*. per basem .*ab*., reddet eiusdem rumboidis embadum. Reperitur autem utraque cathetus per regulam, quam superius in trigono ampligonio demonstrauimus. Verbi gratia: extractis potentijs laterum *ca* et *ab*, uel *bd* et *dc*., scilicet 169 et 900. de potentia lateris .*bc*., scilicet ex 1369., remanent 300;

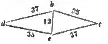
fol. 47 *recto*.

« remanent 200 ; . . . . siquidem huius » (fol. 47 *recto*, lin. 15-19; pag. 77, lin. 43 — pag. 78, lin. 1-5).



cuius dimidium si diuisum fuerit per basem *.cd.*, scilicet per 30, reddit .5. pro quantitate *.dg.* uel *.ah.*; cuius potentia, scilicet .25., extracta ex potentia *.bd.*, scilicet de .169., remanet .144.; cuius radix, scilicet .12., est cathetus *bg*. Quo multiplicato per basem *.cd.*, scilicet 12 per 30, reddunt perticas .360 pro embado dicti rumboidis, ut superius inuenimus. Inuestigatur siquidem huius rumboidis area per duos alios cathetos, qui sunt *.di.* et *.ak.*, qui reperiuntur per dyametrum *.ad.* et per latera rumboidis. Quia protracto ipso dyametro resoluitur ipse rumboides in duobus trigonis oxigonijs, ut in hac alia figura depingitur, quorum unum est trigonum *.acd.*, aliud *.abd.*; et est cathetus *id.*, uel *.ak.* perticarum .12.: et notandum quia ab *.a.* in *.i.*, ubicumque cathetum protraxerit infra rumboidem inter *k* et *d.*, super lineam *.kd.* cadet. Nam casus catheti illius poteris inuenire per ea que in trigonis oxigonijs diximus, uel cum lensa quemadmodum in triangulis docuimus. EST enim quandoque rumboides, qui per breuiorem dyametrum resoluitur in duobus trigonis orthogonijs, ut rumboides *.bcde.*; cuius *.bc* et *de.* latera sunt perticarum 35.; reliqua uero duo latera *.bd* et *ce.* perticarum .37.; dyameter quoque *.be.* breuior sit perticarum 12. Dico quidem rumboidem *.bcde.* diuisum esse in duo trigona orthogonia propter potentiam linee *.ec.*, que equatur potentijs linearum *cb* et *be.* Quare rectus est angulus qui sub *.cbe.* Similiter reperitur rectus qui sub *bed.* Et est equale trigonum *.cbe.* trigono *.bed.* Et quoniam ex multiplicatione catheti *.be.* in basem *.ed.* dimidium colligitur area trigonj *.bed.* Si multiplica|uerimus itaque *.be.* dyametrum in *.ed.* latus, habebimus perticas .420. pro embado totius rumboidis *.bc.de.*: similiter fit rumboides, qui per unamquamque dyametrum diuiditur in duobus trigonis ampligonijs.

« catheti *.be.* in basem » (fol. 47 *recto*, lin. ult. margine inferiore; pag. 78, lin. 19-20).

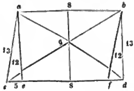


fol. 47 *verso*.

Incipit de figuris que habent capita abscisa de quibus IIII.^or^ *sunt genera in differentia prima.*

PRIMVM genus tertie differentie camporum quadrilaterorum, qui habent duo latera equidistantia et inequalia, est figura, que eque caput abscisa dicitur, cuius reliqua duo latera equalia sibi inuicem sunt, ut quadrilaterum *.abcd.*, cuius latus *.ab.* est pertice .8.; et est equidistans lateri *.cd.*, quod latus est pertice 18; quodlibet reliquorum *.ac.* et *.bd.* sit pertice .13. In hac aut figura latus *.a.b.* capitis abscissio, et latus *.cd.* abscissio basis appellatur. Cuius figure embadum colligitur ex multiplicatione catheti in dimidio laterum *.ab.* et *.cd.*; et cathetus ducitur a capite in basim. Vnde si a puncto *.a.*, uel á puncto *.b* cathetum super basim *.cd.* erigere uolueris; abscisio capitis, scilicet .8., ex abscissione basis deme, scilicet de .18., remanent 10; cuius dimidium, scilicet .5., erit casus *.ce.* uel *.df.*: á puncto enim *.a.* cathetus cadit super *.e.*; á puncto uero *.d.* cadit super *.f.* Quare si potentiam *.ce.* ex potentia *.ae.*, uel potentiam *.df.* ex potentia *.bd.*, scilicet .25 de 169 extraxeris, remanebunt .144.; cuius radix, que est .12., est perpendicularis *.ae.*ˇuel *.bf.*: quibus .12. multiplicatis in dimidium laterum *.ab.* et *.cd.*, scilicet in dimidium de .26., hoc est in .13, reddent .156. pro embado ipsius quadrilateri *.abcd.* Verbi gratia: protractis cathetis *.ae.* et *.bf.* efficitur quadrilaterum parte altera longius *.aefb.*; cuius area colligitur ex multiplicatione catheti *.ae.* in *ef.*, equalis est linee *.ab.*; ergo *.ef.* est pertice .8. In quibus multiplicatis perticis .12. catheti *.ae.* reddunt perticas .96. pro embado quadrilateri *.aefb.*: quo quadrilatero extracto ex quadrilatero *.abcd.*, remanent duo trigona orthogonia et equalia, que sunt *.aec.* et *.bfd.*:

« ca|theti in .... de 169. extra|seris » (fol. 47 *verso*, lin. 10 e 11 — 16 e 17; pag. 78, lin. 31-36).

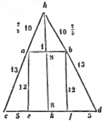


multiplicatio enim catheti *.ae.* in dimidium *.ec.* reddit aream trigoni *.aec.* Quare multiplicatio linee *ae.* in totam *.ec.* reddit embadum duorum trigonorum *.aec.* et *.bfd.*, que multiplicatio est .60.; qua addita cum 96., scilicet cum embado quadrilateri *aefb.*, reddit .156., ut prediximus pro area quadrilateri *.abcd.* Nam si dyametrum *.da.* uel *.cb.* inuenire uolueris, potentiam linee *.de.* uel *.cf.*, scilicet .169. cum potentia catheti *.ae.*uel *.bf.*, scilicet cum .144. adde, erunt 313.; cuius radix est longitudo dyametri *.da.* uel *.bc.* Et si punctus in quo se intersecant dyametri habere uis, adde caput cum base, erunt .26.; que in se multiplica, erunt 676. Item caput *.ab.* in se multiplica, erunt .64.; et basis in se, erunt 324.: multiplica ergo .64. per quadratum unius dyametrorum, scilicet per 313, et diuide | summam per 676.; uel quartum de 64, scilicet .16, multi- fol. 48 recto.
plica per 313, et diuide per quartum de 676., hoc est per 169., exibunt $\frac{3\ 8}{13\ 13}$ 29. ; quorum radix est linea *.ag.* uel *.bg.* Similiter multiplica quartum de 324., scilicet 81. per 313; et diuide summam per quartum de 676., scilicet per .169., et habebis quadratum linee *.gc.* uel *.gd.* Et nota, quia ideo accepimus quadrata predictarum linearum, quia 313, scilicet quadratum unius dyametrorum non habet radicem. Nam si dyameter rationabilis esset, multiplicauissemus eum per 8 et per 18, et diuisissemus summam eorum per 26; et sic haberemus abscissiones dyametrorum; que omnia uolumus geometrice demonstrare. Quoniam recta *.ab.* equidistans est linee *.cd.* Simile est ergo trigonum *.agb.* trigono *.dgc.*; et est angulus *.abg.* angulo *.gcd.* equalis; et angulus *.bag.* angulo *.gdc.* Quare est sicut *.ab.* ad *.bg.*, ita *.dc.* ad *.cg.* ; et permutatim est sicut *.ab.* ad *.cd.*, ita *.bg.* ad *.gc.* Similiter est iterum sicut *.ab.* ad *.cd.*, ita *.ag.* ad *.gd.* Est enim *ab* ex *cd* $\frac{4}{9}$.; quare *.bg.* ex *.gc.*, uel *.ag* ex *gd.* sunt similiter $\frac{4}{9}$. Et quouiam que disiuncte proportionales sunt, et coniuncte proportionales erunt: est ergo sicut *.ab.* ad se et ad *.cd.*, hoc sicut 8 est ad .26, uel 4 ad 13., qui minimi sunt eandem proportionem habentes, ita *bg.* est ad totam *.bc.*, et *.ag.* ad totam *.ad.*; ergo *.bg.* est ex *bc* $\frac{4}{13}$. , et *.ag.* ex *.ad.* similiter est $\frac{4}{13}$. Quare si ratiocinata ex dyametro *.bc.* acciperemus $\frac{4}{13}$., haberemus lineam *.bg.* uel *ag.* Reliquum uero *.gc.* uel *.gd.* esset $\frac{9}{13}$. ex toto dyametro. Sed quia quadratum dyametri, scilicet de .313., radicem non habet, accepimus quadrata de 4. et de 13, scilicet 16 et 169; et multiplicauimus 16 per 313, et diuisimus per 169.; quia cum est sicut *ab.* ad se et ad *cd.*, ita *bg.* ad *bc.*; erit itaque sicut quadratum linee *ab.* ad quadratum summe iunctionis linearum *.ab.* et *.cd.* , scilicet sicut 64. est ad 676, uel sicut quartum de 64. est ad quartum de 676., scilicet 16. ad 169, ita quadratum linee *bg.* est ad quadratum dyametri *.bc.*, scilicet ad 313.; et in eadem proportione est quadratum linee *.gc* ad quadratum linee *.ad.* Quare recta *ag.* equalis est recte *.bg.*; habent enim eandem proportionem ad equalia: et quoniam cum de equalibus equalia tolluntur, que remanent sibi inuicem equalia sunt. Equalis est ergo recta *.gc.* recte *.gd.*; et habent proportionem ad totum dyametrum, scilicet ad radicem de .313., sicut *.cd.* habet ad se et ad *ab.* rectam. Que proportio est sicut .9. ad 13. Quare proportio quadrati linee *.gc.* uel *.gd.* est ad 313., scilicet ad quadratum dyametri, sicut quadratum de .9. est ad quadratum de 13, scilicet sicut .81. est ad 169. Quare multiplicauimus superius 81 per 313, et diuisimus per 169, et habuimus quadratum linee *.gc.* uel *gd.*; que oportebat ostendere.

Nam si linea *.ca* et *db.* in partes *.ab.* protrahantur, donec ad punctum *.h.* con-

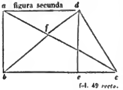
fol. 48 *verso*.

« ut in hac .... .ab. equidistant » (fol. 48 *verso*, lin. 1-8 e 9; pag. 80. lin. 1 8.



currant], ut in hac alia figura, in qua quadrilaterum *abcd* transmutatur in trigono *hcd.*; et uolueris scire quantitatem linee *.ah.* uel *.bh.* Dimidium capitis ex dimidio abscissionis basis extrahe, scilicet .4. de. 9.; super reliquum uero, scilicet super .5., diuide multiplicationem dimidij abscisionis capitis in lineam *.ca.*, scilicet de .4. in 13., exibunt $\frac{2}{3}$ 10. pro quantitate linee *.ah.* uel *.bh.*: et si multiplicaueris eadem 4 per cathetum *.ae.*, scilicet per 12; et diuiseris per 5., exibunt $\frac{2}{5}$ 9 pro catheto trigoni *.hab.*, scilicet pro linea *.ih.*: qua protracta usque in puuctum *.k.*, erit tota linea *.hk.* cathetus trigonj *.hcd.*: et quoniam in trigono *.hcd.* protracta est quedam recta *ab* equidistans basi *cd.*, erit trigonum *.hai.* scilicet trigono *.hcd.*, hoc est quod habent equales angulos adiuuicem, scilicet angulus *.hab.* angulo *.hcd.*, scilicet exterior interiori equalis est; et angulus *.hba.* angulo qui ad *.d.* similiter equalis est: comunis autem angulus, qui sub *.ahb.* Similia uero trigona circa equales angulos habent latera proportionalia, ut in geometria declaratur. Quare sicut latus *.ha.* est ad *.ab.*, ita *hc* est ad *.cd.*; et sicut *hb* est ad *.ba.*, ita *.hd.* est ad *.dc.*: permutatim ergo sicut *.ha.* est ad *hc.*, ita *hb.* est ad *hd.*, et *.ab.* ad *.cd.* Rursus sicut *.ab.*, scilicet basis trigoni *.hab.* est ad basem *.cd.*, ita latus *.ha.* est ad latus *.hc.*, et *hb.* ad *hd*, nec non et cathetus *.ih.* ad cathetum *.hk.*; ergo que pars est *.ab.* ex *.cd.*, scilicet .8. de 18., eadem pars erit *.ha.*, scilicet $\frac{2}{3}$ 10. ex *.ac.*, scilicet de $\frac{1}{3}$ 23.; et *hb* ex *hd*, et cathetus *.ih.* ex catheto *.hk.* Nam .8 de 18 est $\frac{4}{9}$; quare *.ha.* ex *hc.* et *hb.* ex *hd.*, nec non et *.ih* ex *hk.* sunt quatuor none. In hac etiam figura est trigonum *.cea.* simile trigouo *.aih.*, habent enim angulos equales. Angulus siquidem *hia.* angulo *.aec.*; quia uterque ipsorum rectus est; et angulum qui ad *.c.* angulo *iah.*; quia equidistans est linea *.ab.* linee *.cd.* Reliquum ergo qui sub *.ahi.* reliquo qui sub *cae* est equalis, propter tres angulos cuiuslibet trigonj, qui sunt duobus rectis equales. Est enim sicut *.ce.*, scilicet .5., ad *.ea.*, scilicet ad .12., ita *.a.i.*, scilicet 4., est ad *.ih.* Quare multiplicauimus superius .4 per 12.; et diuisimus per 5., et habuimus $\frac{2}{5}$ 9 pro catheto *.hi.* Item sicut *.ec.* est ad *ca.*, scilicet .5. ad .13., ita *.ia.*, scilicet .4 est ad *.ah.* Quare multiplicauimus superius .4. per 13.; et diuisimus per 5, et habuimus $\frac{2}{5}$ 10 pro linea *.ha.*: per has enim proportiones inuestigantur altitudines: et longitudines: et profunditates rerum, ut in suo loco demonstrabimus. Secundum uero genus huius tertię differentię est figura, que semicaput abscisa dicitur, cuius duo latera equidistantia sunt, sed non equalia. Reliqua uero duo inequalia, quorum unum eleuatur supra basem secundum rectum angulum, faciens similiter rectum angulum cum capite absciosionis (*sic*); reliquum uero latus eleuatur ab alia parte basis secundum acutum angulum, ut quadrilaterum *.abcd.*, cuius latus *.ad.*, scilicet caput, est equidistans | basi *.bc.*, cuius longitudo est pertice .18.; basis *.bc.* perticarum 30.; cathetus *.ab.* 16.; latus quoque *.dc.* 20. Ad habendam ergo aream totius quadrilateri adde 18 cum 30., scilicet caput cum base, erunt .48.; quorum medietas, scilicet .24., multiplica per lineam *.ab.*, scilicet per .16.: ideo quia ipse erigitur orthogonaliter, erunt pertice 384 in embado quadrilateri *.abcd.* Verbi gratia: super rectam *.bc.* á puncto *.d.* cathetus *.de.* protrahatur; erit quidem quadrilaterum *.abcd.* in duo diuisum, scilicet in quadrilaterum *.abcd.* parte altera longius, et in trigono *dec.* ortogonium; et est *.be.* equalis *.ad.*, et *ad.* est 18., et *be.* est similiter .18.; et *.de.* cathetus catheto *.ab.* est equalis: est enim uterque illorum 16.; area ergo quadrilateri *.abed.* est .288., que colligitur

« acutum angulum .... est equidistans » (fol. 48 *verso*, lin. ult., margine inferiore interno ed esterno, pag. 80, lin. 34 e 35).



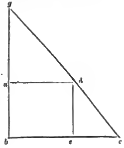
fol. 49 *recto*.

ex multiplicatione *.de.* in *.eb.*, hoc est de 16. in .18.: area quidem trigonj *.dec.* colligitur ex multiplicatione catheti *.de.* in dimidium *.ec.*, scilicet .16. in 6. faciunt .96.; quibus additis cum 288., scilicet cum embado quadrilateri *abed.*, reddunt 384. pro embado quadrilateri *.abcd.*, ut predixi.

Et si dyametrum *.ac.* habere uis; quia orthogonium est trigonum *.abc.*, adde potentias linearum *.ab.* et *.bc.*, scilicet .256 cum .900., erunt .1156.; cuius radix, scilicet 34., est longitudo dyametri *.ac.* Item ut habeas dyametrum *.bd.*, adde potentiam catheti *.de.* cum potentia basis *.eb.*, scilicet 256. cum .324, erunt .580.; quorum radix, que est surda, est longitudo dyametri *.bd.* Quare dicemus, dyametrum *.bd.* radicem esse de 580.; uel quadratum dyametri *.bd.* esse .580. Sed ut sciamus intersecationem dyametrorum, faciemus ut supra, uidelicet addemus capud cum base, scilicet .18. cum 30, erunt .48.: est ergo sicut .18 ad .48., ita *.af.* est ad totum dyametrum *.ac.* Nam .18. ad .48. est sicut 3 ad .8. Quare est sicut .3. ad .8., ita *.af.* est ad *.ac.* Quare multiplicabis .3 per 34, et diuidemus per 8., hoc est 3 per 17; et diuidemus per 4., exibunt $\frac{3}{4}$ 12. pro linea *.af.* Reliquum quod est usque in .34., scilicet $\frac{1}{4}$ 21., est linea *.fc.* Similiter quia simile est *.afd.* trigono *.bfc.*, erit sicut *.af.* ad *.ac.*, hoc est sicut .3 est ad .8., ita *.df.* est ad *.db.*; ergo *.df* ex *.db.* est $\frac{3}{8}$; remanet *.fb.* $\frac{5}{8}$ ex *.db.* Sed quia surda est linea *db.*, accipiemus proportionem earum in quadratis ipsorum. Est ergo quadratum de .3. ad quadratum de .8, hoc est sicut .9. est ad .64., ita ad quadratum dyametri *.bd.*, scilicet ad 580. est quadratum. linee *.df.*: quare multiplicabimus .9. per 580., et diuidemus summam per 64.; uel multiplicabimus .9. per quartum de .580., scilicet per 145., et diuidemus summam per quartum de .64., scilicet per .16.; quia semper debemus imitari modum euitationis. Quem in libro abbaci docuimus, scilicet accipere minimos numeros eandem proportionem habentes in multiplicationibus et diuisionibus: Est enim .580 ad 64., sicut quarta de 580. ad quartam de 64, exibunt $\frac{9}{16}$ 81. pro quadrato linee *.df.* Rursus | quia linea *.fb.* est $\frac{5}{8}$ ex dyametro *.bd.*; multiplicabis quadratum de 5, scilicet 25 per 145, et diuidemus summam per .16., exibunt $\frac{9}{16}$ 226 pro quadrato linee *.fb.*

fol. 49 *verso*.

« quia linea . . . . . *.da.* scilicet » (fol. 49 *verso*, lin. 1-8; pag. 81, lin. 25-33).

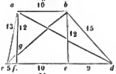


Nam si in partes *.a* et *d.* recte *.ba.* et *.cd.* protracte fuerint. donec se tetigerint in punctum *.g.*, ut in hac alia figura ostenditur; et uolueris scire quantitatem linee *.ag.*; multiplica quidem *.ed.* per *.da.*, scilicet .16 per 18, et diuide per *ce.*, scilicet per 12., exibunt .24. Est enim simile trigonum *dec.* trigono *gad.*; quare est sicut *.ce.* ad *.ed.*, ita *.da.* ad *.ag.*: per equale enim erit sicut *ec.* est ad *.cd.*, ita *.ad.* est ad *.dg.* Quare multiplicato *.cd.*, scilicet .20., per *.da.*, scilicet per 18; et diuiso per *ec.*, reddit .30 pro quantitate *.dg.*, ut suprascripta figura ostenditur.

Tertium uero genus ex hac tertia differentia est figura, que diuersecaput abscisa dicitur. cuius caput et basis equidistantia et inequalia sunt. Reliqua uero latera eleuantur supra basem secundum acutum angulum; et sunt inequalia, ut quadrilaterum *.abcd.*, cuius caput *.ab.* est perticarum .10.; et est equidistans basi *.cd.*, que est perticarum .24.; latus quoque *.ac.* est .13.; latus uero *.bd.* .15.: huius enim figure embadum colligitur ex multiplicatione catheti, qui deducitur á capite in basem in dimidium capitis et basis. Nam si ipsam cathetum á puncto *.a.*, uel á puncto *.b.* supra basem *.cd.* protrahere uolueris, oportet primum inuenire casus ipsorum cathetorum; quorum inueniendj modus est, ut extrahas caput á base, scilicet .10. de 24, remanent .14.: de

« latus uero .... .14. de inde » (fol. 49 *verso*, lin. 15-19; pag. 81, lin. 39-43 — pag. 82, lin. 1).

figura tertia

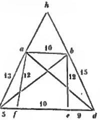


inde extrahe potentiam lateris *.ac.*,scilicet .169., ex potentia lateris *.bd.*, scilicet de 225, remanent .56.; que diuide per .14. suprascripta, exibunt .4.; que adde cum .14., erunt 18.; cuius dimidium, scilicet .9., est casus longior *.de.* á parte lateris *.bd.*: á quibus .9. usque in 14. desunt .5., que sunt casus breuior *fc.* á latere *.ac.*, ut in trigonis acutiangulis diximus. Extracta quidem potenctia minoris casus, scilicet ex *.cf.*, que est .25., ex potentia lateris *.ac.*, scilicet ex .169., remanent .144.; cuius radix, scilicet .12., est cathetus *.af.* Similiter extracta potentia *.ed.* ex potentia *bd.*, remanebit potentia *.be.* 144.; quare *.be.* est .12., sicut *.af.*: addictio quidem capitis et basis, scilicet .10. et .24., faciunt .34.; quorum dimidio, scilicet .17., multiplicato per cathetum *.af.*, uel *.be.*, scilicet per 12., reddunt .204. pro embado quadrilateri *.abcd.*

Quadratum quoque dyametri *.cb.* colliges si quadratum linee *.ce.* cum quadrato catheti *.eb.* coadunaueris, et est .369., quorum radix est dyameter *.cb.* Nam si ubi intersecat cathetum *.af.* scire desideras, hoc dupliciter facere potueris: primum quidem quia equidistans est linee *.ab* linee *.cf.*, est sicut *ab.* ad se et ad *.cf.*, ita *.ag.* est ad *.af.*; ergo *.ag.* est $\frac{2}{3}$ ex *.af.*, scilicet .8., remanet *.gf.* 4. Sunt enim similia trigona *.agb.* et *.cgf.* Similiter et *.bg.* est | $\frac{2}{3}$ ex *.bc.* Similiter quadratum eius est $\frac{4}{9}$ ex quadrato ipsius dyametrj. Quare multiplica .4. per 369, et diuide per 9.; uel nonam de 369 multiplica per .4., erunt .164 pro quadrato linee *.bg.* : et quia *.bg.* est $\frac{2}{3}$ ex *.bc.*, remanet *.gc.* $\frac{1}{3}$ ex *bc.*; quare quadratus eius est $\frac{1}{9}$ de 369 , scilicet .41. Aliter quia similia sunt trigona *.ceb.* et *.cfg.*, est sicut *.cf.* ad *.ce.*, ita *.fg.* ad *.eb.*, scilicet tertia pars. ergo *.fg.* est .4. ut predixi. Similiter propter eandem et *cg* est $\frac{1}{3}$ ex *cb.*, et cetera.

fol. 50 recto.

« dato super .... pro longitudine » (fol. 50 *recto*, lin. 10-17 e 18; pag. 82, lin. 24-32).



Possumus enim, secundum ea que dicta sunt in hac parte, etiam et in trigonis reperire dyametrum *.da.*; et scire ubi intersecat cathetum *.be.*, nec non ubi se secat cum dyametro *.bc.*, etiam si ab angulis *.cd.*, uel ab aliquo puncto dato super rectam *.cd.*, uel intus, uel extra figuram protraheretur linea super datas partes laterum *.db.* uel *.ca.*; et emitteretur extra figuram pariter cum linea *.ab.*, donec insimul coniungerentur, possumus scire punctum coniunctionis ipsarum, nec non et quantitatem linearum protractarum. Nam si latera *.ca.* et *.db.* extra educere uolueris, donec ad punctum *.h.* concurrant caput, scilicet 10 ex base, scilicet de .24 extrahe reliquum, scilicet per 14. diuide multiplicationem capitis *.ab.* in latus *.ac.*, scilicet de .10. in .13, exibunt $\frac{2}{7}$ 9 pro linea *.ah.* Similiter si diuiseris multiplicationem *.ab.* in *.bd.*, scilicet de .10. in .15. per 14., uenient $\frac{5}{7}$ 10. pro longitudine linee *.bh.* Quartum uero genus est figura, que caput abscisa declinans dicitur, cuius caput et basis sunt inequalia et equidistantia. Ex reliquis duobus lateribus unum supra basem eleuatur secundum acutum angulum. Reliquum super eandem basem facit angulum amplum, ut in quadrilatero *.abcd.* subscripto, cuius caput *.ad.* est pertice .12.; basis uero *.bc.* pertice .16.; latus quoque *.ab.* pertice .15.; latus quoque *.dc.* pertice .13.: hec etiam figura colligitur ex multiplicatione catheti in dimidium capitis et basis ipsius. Nam á puncto *a.* supra basem *.bc.* cathetus cadit infra quadrilaterum *.abcd.*; á puncto uero *.d.* cathetus cadet extra. Quare ut inueniamus quantitatem catheti interioris uel exterioris, oportet ut inueniatur primum casus ipsius. Cuius inueniendi modus est ut extrahatur caput á base, scilicet .12. de .16., remanent .4.; quorum potentia, scilicet 16, addatur cum potentia lateris *.cd.*, scilicet cum .169., erunt 185.; que extrahantur ex potentia *.ab.*, scilicet de .225., remanent

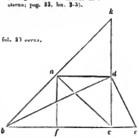
.40.; quorum dimidium, scilicet 20, diuidenda sunt per suprascripta .4., exibunt .5. pro exteriori casu .ce., ut in trigono ampligonio demonstrauimus : quibus .5. additis cum base .cb., scilicet cum .16., reddunt .21. pro tota linea .eb.; ex qua extractis .12., que sunt quantitas capitis, remanent .9. pro quantitate casus .fb. interioris. Quare extracta potentia ex .fb., scilicet .81., ex potentia lateris .ba., scilicet ex .225.; uel extracta | potentia ce., scilicet .25.,ex potentia .cd., scilicet ex 169, remanebunt .144.; quorum radix, scilicet .12., est cathetus .af. uel .de.: quibus scilicet 12 multiplicatis per dimidium capitis et basis, scilicet per 14., reddunt perticas .168. pro area totius quadrilateri .abcd. In similibus quoque figuris, que capita declinantia nuncupantur, duo catheti que producuntur ab angulis capitis in basem, quandoque una cadit interius, et alia exterius, ut in suprascripta figura. Quandoque una cadit interius super angulum basis, qui oppositus est ei angulo, á quo cathetus producitur: et alia cadit exterius; quandoque utreque cadunt exterius, ut in his subscriptis figuris ostenditur; quarum figurarum catheti inueniuntur, secundum quod superius demonstrauimus. QVADRATVM quidem ex .be. est .441., et .ed. est .144.; quibus in unum coniunctis faciunt 585. pro quadrato dyametri .bd. Item quadrato linee .cf., scilicet .49., addito cum quadrato catheti fa., scilicet cum .144., egrediuntur .193. pro quadrato dyametrj .ac. Secationem uero dyametrorum per ea que superius dicta sunt habere potes. Verum si in partes .a.d. latera .ba. et .cd. in puncto .k. protraxerimus, erit quidem ka. ad kb., et kb et kd. ad kc., sicut .ad. est ad .bc., hoc est $\frac{3}{4}$. Quare .ab. ex kb., et dc ex kc. sunt quarta pars. ergo .ka. est triplum ex .ab., et kd. ex .dc. Quare ka. est .45., et kd est .39. SI QVADRILATERI latera nequaquam equidistantia fuerint, ut in quadrilatero .abcd., cuius latus .ab. est pertice .13.; latus quoque bc sit pertice .15.; latus quoque .dc. pertice .17.; latus quoque da pertice .16.; quod quadrilaterum mensurati (*sic*) potest, si habeatur notitia unius dyametrorum, á quo ipsum quadrilaterum diuiditur in duo trigona, quorum area in unum coniuncta reddit aream totius quadrilateri. Verbi gratia: sit dyameter .ac. pertice .14.,eritque area trigonj .abc. pertice .84.; trigonj .acd. pertice $\frac{1}{2}$104.; quibus areis in unum coniunctis reddunt $\frac{1}{2}$ 188. pro embado totius quadrilateri .abcd.: et est hic modus uniuersalis in omnibus quadrilateribus. Vel aliter á puncto .a. protrahatur recta .ae. equidistans lateri .bc.; et secundum ea que dicta sunt in precedenti parte accipiatur area quadrilateri .abce., cui superaddatur triangulus .ade., et habebitur area totius quadrilateri.abcd.Pretcrea est figura, que barbata dicitur, similiter diuersa habens latera, in qua una ex dyametris cadit interius, altera uero exterius, ut in quadrilatero .defg., cuius dyameter .eg. cadit interius á puncto .f. in puncto .d., cadit linea .fd. extra quadrilaterum .d.e.f.g.: huius itaque figurę aream habebis, si aream trigonj .deg. cum area trigonj .feg. coadunaueris; uel si ex area trigonj .def. dempseris aream trianguli .d.g.f.

Incipit pars tertia in dimensione camporum plura latera quam quatuor habentium.

MODVS itaque metiendi multilateras figuras est, ut diuidas ipsas in trigonos, et areas omnium trigonorum in unum colligas, et sic | habebis aream cuiuslibet multilaterę figure. Et notandum quia multilatera figura, que constat ex quinque lateribus, soluitur adminus in tria trigona. Que uero constant ex sex lateribus in quatuor; et sic semper omnis multilatera figura soluitur in duo trigona minus laterum ipsius. et quamuis

* cum .16. reddunt .... uel extracta * (fol. 50 *recto*, lin. 33-38, e margine inferiore interno ed esterno; pag. 83, lin. 3-5).

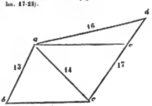
fol. 51 *verso*.



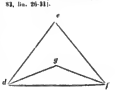
* producuntur .... et alia exterius * (fol. 50 *verso*, lin. 5 e 6, pag. 83, lin. 9 e 10).



* .ac. Secationem .... .13.; latus * (fol. 50 *verso*, lin. 13-18, pag. 83, lin. 17-23).



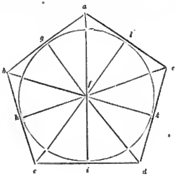
* quadrilateri. Verbi .... area totius * (fol. 50 *verso*, lin. 22-27; pag. 83, lin. 26-31).



fol. 51 *recto*.

per resolutionem ipsarum in trigona multilatere figure mensurare possint, tamen quandoque subtilius in quibusdam procedere possumus, scilicet cum figura fuerit penthagona, hoc est ex quinque lateribus; et poteris ex ea facere duo petia, quorum unum erit trigonum, et alterum fit quadrilaterum, in quo latera ipsius erunt equidistantia, ut in penthagono *.abcde.*, ex quo absciso trigono *.abe.*, remanet quadrilaterum *.ebcd.* caput abscisum, cuius *.be.* latus equidistans est lateri *.cd.*; tunc colliges aream trigoni *.abe.*, et addes eam cum area quadrilateri *.bcde.*, et habebis aream penthagoni *.abcde.* Similiter cum possibile fuerit de exagono, scilicet ex figura que habent sex latera, facies duo quadrilatera, quorum unumquodque habeat duo latera equidistantia. Vel faciat inde unum quadrilaterum, quod habeat duo latera sibi inuicem equidistantia, et duo trigona; et sic studeas in reliquis figuris multilateribus operari. Verum si figura multilatera fuerit equilatera et equiangula, quam metiri desideras, aliter quam dictum sit, poteris ad ipsius embadum peruenire, cum in ipsa cadat circulus contingens medium uuius cuiusque laterum ipsius. Multiplicabis itaque semidyametrum ipsius circulj per dimidium laterum ipsius figurę, et habebis embadum ipsius. Ad cuius rei euidentiam adiaceat penthagonum equilaterum et equiangulum *.abcde.* In quo uolumus describere circulum contingentem laterum ipsius, quod sic fit: diuidam angulos *.eab.* et *abc.* in duo equa á duobus (*sic*) lineis *.af* et *fb.*, et protraham lineas *.fc. fd. fe.*, et signabo puncta *.g.h.i.k.l.* in medio laterum ipsius, et copulabo lineas *.fg. fh. fi. fk. fl.*; quas demonstrabo esse sibi inuicem equales. Quoniam equiangulum est penthagonum *.abcde.*, erit angulus *.fab.* equalis angulo *.fba.*; cum sint dimidium angulorum penthagoni. Quare trigonum *.fab.* est equicrurium habens latera equales angulos subtendentia sibi inuicem equalia. Quare equalis est recta *.fa.* recte *.fb.* et *.fg.*, que est cathetus super lineam *.ab.*, cum cadat in medio ipsius: est enim *.la.*, cum sit medietas recte *.ae.*, equalis recte *.ag.*: communiter adiaceat recta *fa.*, erunt due recte *.ga.* et *af.* equales duobus rectis *fa* et *al.*; et angulus qui sub *.gaf.* equalis est angulo qui sub *.fal.*: quare et basis *fl.* equalis est basi *.fg.*; et angulus *.afl.* equalis est *.afg.* angulo *.agf.*, rectus qui sub *.agf.*, et qui sub *.alf.* erit rectus: quare recta *.fl.* cathetus est |

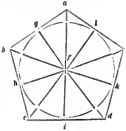
* basis *fl.* .... cathetus est (fol. 51 *recto*, lin. 34-35, e margine inferiore interno et externo; pag. 84, lin. 27-28).



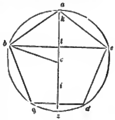
super rectam .ae.; et quia .al. equalis est recte .el., si comuniter adiaceat recta .fl., erunt duo recte .fl. et .la. equales duabus rectis .fl. et le.; et anguli qui ad .l. sunt equales; cum rectus sit uterque eorum: quare recta fe. equalis est recte .fa.; et trigonum .afl. equale est trigono .lfe.; et totum trigonum .bfa. est equale toti trigono .afe. Similiter ostendetur, quamlibet rectarum .fh. fi. fk. equalem esse cuilibet rectarum .fg. fl. Quare centro .f. spatio unius rectarum .fg. fh. describetur circulus .ghikl., et erit penthagonum .abcde. diuisum in quinque trigona equalia, que sunt .fab. fbc. fcd. fde. fea.; et catheti cadentes in ipso sibi inuicem sunt equales, qui sunt .fg. fh. fi. fk. fl.: et quia ex ductu .fg. in dimidium .ab. prouenit area trigonj .fab.; si multiplicauerimus semidyametrum circulj cadentis in penthagono, scilicet .fg., in quincuplum medietatis .ab., hoc in medietate laterum penthagonj .abcde., prouenit quincuplum aree trigonj .fab., hoc erit area penthagonj .abcde., ut prediximus. Similiter ueniet in omnj figura equilatera et equiangula, in qua cadit circulus. Ex hoc enim manifestum est, quod multiplicatio semidyametrj circulj in plus medietate linee circunferentis facit plus embado ipsius circulj. Possumus autem penthagonum equilaterum et equiangulum alio modo metirj, cum cadat in circulo contingente omnes angulos ipsius. Multiplicetur quidem medietas, idest dodrans et quarta ipsius dyametrj, per medietatem, idest destunce et tertiam cordę anguli penthagonicj, et habebis embadum ipsius: ad cuius rei euidentiam sit penthagonum .abgde. descriptum in circulo .abgde., cuius dyameter sit .az., et centrum eius sit .c.; et copuletur recta .be., que est corda anguli penthagonicj .bae.; et accipiatur .c.i. medietas semidyametrj .cz., et erit tota .ai. medietas et quarta totius dyametri .az.; et sit sicut .ai. ad .ac., ita .te. ad .tk.: est enim ac. ex .ai. due tertie: similiter et tk. est due tertie ex .te., hoc est ex .tb.; equalis quidem est .bt. ex .te.; quare .tk. est tertia pars totius cordę .be.; quare .bk. est medietas et tertia cordę .be. Dico quidem quod ex multiplicatione .ai. in .bk. prouenit embadum penthagonj .abgde.; quod sic probatur: quia est sicut .ia. ad .ac., ita .te. ad .tk.; erit multiplicatio .ca. in .te., hoc est in .tb., equalis multiplicationj .ia. in .tk. Sed ex multiplicatione .ca. in .bt. preuenit duplum trigonj .cba.; ergo ex ductu .ai. in tk. prouenit duplum trigonj .cba.: et quia .tk. dupla est ex .ek.; si multiplicauerimus .ia. in .ek., prouenict equale trigono .cba., quod est quinta pars totius penthagonj .abgde. Quare si multiplicauerimus .ai. in .bk., scilicet quincuplum ex ke., proueniet utique | quincuplum aree trigonj .cba.: sed quincuplum trigonj .cba. est equale penthagono .abgde.; ergo ex ductu .ai. in .bk. prouenit embadum penthagonj .abgde., ut predixi. Et notandum, quod si dyameter circulj fuerit ratiocinatus, tunc latus penthagonicum cadens in ipso erit linea minor, scilicet radix recisi quarti, uel abscisionis quartę; que abscisio constat ex numero minus radice: quorum duorum nominum maius nomen potest super minus, eo quod ab incommensurabilj sibi longitudine et corda anguli penthagonicj erit linea maior, scilicet radix binomij quartj; quod constat ex numero et radice, cuius nomen maius potest plus minore, eo quod ab incommensurabilj sibi longitudine sunt eorundem nominum latus penthagonicum et corda angulj penthagonicj: ut si latus penthagonicum .ab. fuerit radix de .40. minus radice de .320.; et corda .be. erit radix de .40, et radicis de 320.; et hoc est cum dyametrum .az. ponimus esse .8., ut in suo demonstrabitur loco.

fol. 51 verso.

« anguli qui . . . . ab. prouenit » (fol. 51 verso, lin 5-10; pag. 85, lin. 2-9).

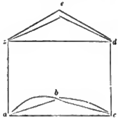


« sit .c. et . . . . tk. equalis » (fol. 51 verso, lin. 23-30; pag. 85, lin. 20-24).



fol. 52 recto.

« Si uero .... .zed. indicabo » (fol. 52 recto, lin. 14-20; pag. 86, lin. 1-7).



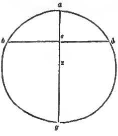
Si uero campus rectilineus non fuerit, ut quadrilaterum *.abcdez.*, cuius duo latera *.az.* et *.cd.* sunt rectilinea, reliqua nero *.abc.* et *dez.* sunt curua; qnaliter ipsum etiam et similia mensurarj debeas, indicabo. Ex *.a.* quidem in *.c.* et ex *.z.* in *d.* recte protrahantur *.ac.* et *.dz.*; deinde quadrilaterj *acdz.* rectilinej aream, secundnm ea que dicta sunt, colligere studeas; super quam aream uentris *.zed.* superadde; ex quo toto diminuas aream uentris *.abc.* , et habebis aream quesitj campi. Nam qualiter habeatur area uentris *.zed.* indicabo : super dimidinm arcus *zed.* punctum fige *.e.*, et copulabis rectas *ez. ed.*, et erit trigonum *.ezd.* rectilineum, et remanebunt ex toto uentre *.zed.* ueutres *zge.* et *ead.*; in unoquoque quorum, si eodem modo trigona rectilinea ordinaueris, remanebunt uentres mj^{or}, quos solueris eos in triangulos rectilineos ; et hoc eodem modo si semper fiet in reliquis uentribus, ueniet aliquando quod ex toto uentre *.zed.* non remanebit aliquid sensibile: unde si arem omnium trigonorum contentorum infra uentrem *.zed.* coniunxerit, habebis siquidem aream uentris *.zed.* Similiter si eodem modo processeris in uentre *.abc.*, habebis utique aream ipsius.

Incipit pars quarta in dimensione circulorum et eorum partium.

Cvm itaque campum rotundum, idest circlum, mensurare desideras, ipsius dyametrj notitiam habeas; quem in $\frac{1}{7}$ 3 multiplica, uel in .22 extende; et quod ex multiplicatione prouenerit per 7 partire, et habebis quantitatem linee circunferentis, et continentis ipsum circulum. Cum dimidium dyametrj per dimidium circunferentis lineę duxeris, nimirum area ipsius circulj inde proueniet : uel ex quadrato sui dyametrj undecim quartas decimas accipe; et habebis similiter | circuli embadum. Vel si secundum pisanum modum mensnrare desideras, dyametrum in se multiplica; et quod prouenerit diuide per 7, et habebis panora embadj ipsius circulj. Et ut bec omnia apertius declarentur; adiaceat circulus *abgd.*, iu quo sumantur duo puncta *.b.d.*; et copuletur recta *.bd.*, et diuidatur in duo equa super *.e.* punctum, à quo protrahatur recta *.ag.*, faciens rectos angulos cum recta *bd.*; et erit utique recta *.ag.* dyameter circulj, in cuius dimidio est centrum ipsius circulj, quod sit *.z.*; et ponamus, dyametrum *.ag.* esse .14 perticarum; que si multiplicauerimus per $\frac{1}{7}$ 3., prouenient pertice .44. pro linea circunferente *.abgd.*; que nocatur periferia: uel 14. per 22 multiplica; et quod prouenerit diuide per 7, et uenient similiter 44 pro curua *.abgd.*; cuius dimidium, scilicet .22., si per dimidium dyametrj multiplicauerimus, prouenient 154 pro embado circulj *.abgd.* Vel si de quadrato dyametrj, quod est 196., acceperis $\frac{11}{14}$, scilicet multiplicabis 196 per 11, et diuides per 14.; uel quartam decimam partem de 196., que est .14., extende per .11., et prouenient similiter 154 pro embado ipsius. Similiter si dyametrum in se multiplicauerimus, erunt 196; quibus diuisis per 7, uenient panora 28 pro embado circulj *abgd.*, quibus equantur pertice 154. superius inuente; cum unumquodque panorum contineat perticas $\frac{1}{2}$ 5.

fol. 52 verso.

« .bd. et erit .... prouenient similiter » (fol. 52 verso, lin. 6-13. pag. 86, lin. 26-34).

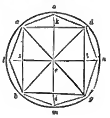


Et si per notitiam circunferentis linee dyametrum circulj babere desideras, ipsam in $\frac{1}{7}$ 3 diuide, hoc est septuplum eius diuide per 22. Verbi gratia : sit linea circunferens 44.; quorum septuplum si diuiserimus per 22; uel si uigeximamsecundam partem de 44 multiplicauerimus per .7., nimirum .14. pro eius dyametro prouenient: et si embadum circulj ex linea circunferente tantum habere desideras, qnadratum medietatis ipsius per 7 multiplica; et quod proueniet diuide per 22. Verbi gratia : medietas curuę *abgd.* est 22, quorum quadratum est .484.; quod per 7 multiplicatum facient 3388.; quibus per

22 diuisis, ueniunt 154., ut superius inuenimus: uel si 484 diuiserimus per 22, uenient .22; quibus multiplicatis per 7 faciunt similiter 154. Et si dyameter circulj fuerit .10., erit utique circunferens linea $\frac{3}{7}$ 31., que proueniunt ex multiplicatione .10. in $\frac{1}{7}$ 3. Quare si dimidium dyametrj, scilicet .5., multiplicauerimus per dimidium circunferentis lineȩ, scilicet per $\frac{5}{7}$ 15, uenient $\frac{4}{7}$ 78. Vel si quadratum dyametrj, scilicet 100., multiplicauerimus per 11, et summam diuiserimus per 14.; uel si .11. multiplicauerimus per dimidium de 100, et summam diuiserimus per dimidium de 14, scilicet per 7, proueniunt utique $\frac{4}{7}$ 78 pro area suprascripti circulj. Vel si 100 diuiserimus per 7, prouenient panora $\frac{2}{7}$ 14., que equantur perticis $\frac{4}{7}$ 78 suprascriptis. Et si $\frac{2}{7}$ unius panori in usitatas partes reducere uis, scilicet in soldos et denarios, multiplica 2, que sunt super uirgam, per soldos unius panori, erunt soldi 33; quos diuide per 7, uenient soldi 4 et denarii $\frac{4}{7}$ 8 mensurȩ. Ergo pro embado suprascripti circulj habetur stariorum unum et panora duo | et soldi iiij^{or} et denarii $\frac{4}{7}$ 8; et sic studeas facere in similibus. Verum si nosse uis unde habeatur quod ex multiplicatione semidiametrj circunferentiȩ dimidium embadum circulj proueniat, reiterabo circulum .*abgd*., cuius centrum sit .*e*.; et describam in ipso rectilineum aliquod, et quotcumque uoluerit laterum; et sit quadrilaterum .*abgd*., quod resoluam á centro .*e*. in quatuor trigona, uidelicet secundum numerum laterum ipsius, que sint .*eab*. *ebg*. *egd*. *eda*. ; et est equicrurium unumquodque ipsorum; cum linee .*ea*. *eb*. *eg*. *ed*. sibi inuicem sint equales; sunt enim á centro ad periferiam ducte: quare si in ipsis trigonis catheti producantur á centro .*e*., cadet unusquisque super dimidium basis sui trigoni. Quare ponamus super dimidium ipsorum trigonorum puncta basium .*z*.*i*.*t*.*k*., per que puncta producantur á centro .*e*. ad periferiam recte .*el*. *em*. *en*. *eo*.; et copulentur .*al*. *lb*. *bm*. *mg*. *gn*. *nd*. *do*. *oa*., et erunt quatuor trigona super bases *ab*. *bg*. *gd*. *da*. constituta : et quoniam recta .*ez*. cathetus est super rectam .*ab*. ; si multiplicauerimus *ez*. in dimidium .*ab*., prouenient utique embadum trigonj .*eab*. Similiter quia .*lz*. cathetus est trigonj .*lab*. , proueniet utique ex .*zl*. in dimidium .*ab*. embadum trigonj .*lab*. Quare si multiplicauerimus totam .*el*., scilicet semidyametrum circulj, in dimidium .*ab*., proueniet utique embadum quadrilateri .*ealb*. Simili quoque modo si multiplicauerimus .*em*. , scilicet .*el*., in dimidium linee .*bg*., proueniet embadum quadrilateri .*ebmg*. Eodemque modo si multiplicauerimus .*en*. in dimidium .*gd*., et .*eo*. in dimidium . *da*., prouenient embada quadrilaterorum .*egnd*. et .*edoa*.; hoc est si multiplicauerimus .*el*., scilicet semidyametrum in dimidium laterum quadrilaterj .*abgd*. , proueniet embadum multilaterȩ figurȩ cadentis in circulo. Sed embadum ipsius multilaterȩ figure, que est .*albmgndo*., est minor embado circulj. Ergo ex multiplicatione semidyametrj circulj ín dimidium rectarum .*ab*. *bg*. *gd*. *da*. proueniet minus embado circulj. Sed dimidium linearum .*abgd*. minus est medietate circunferentiȩ .*abgd*. Ergo ex multiplicatione semidyametrj circulj in minus dimidio circunferentiȩ ipsius circulj facit minus embado circulj : demonstrauimus itaque in preterita parte in dimensione multilaterum figurarum continentium circulum , quod ex multiplicatione semidyametrj circulj in plus medietate circunferentiȩ ipsius prouenit plus embado circulj. Quare concluditur, quod ex multiplicatione semidyametrj circulj in dimidium lineȩ circunferentis prouenit embadum ipsius. Sed querendum rursus est vnde procedat inuentio embadj circulj per

fol. 53 recto

ᵃ rectilineum aliquod .... et copulentur ᵃ (fol. 53 recto, lin. 4-10 e 11; pag. 87, lin. 16-23).



adsumptionem undecim quartarum decimarum quadrati sui dyametrj. Quoniam embadum alicuius circulj ad embadum alterius est sicut quadratum dyametrj unius ad quadratum dyametrj alterius, ut Euclides in secundo theoremate duodecimj sui libri demonstrauit.
fol. 53 verso. Erit permutatim sicut quadratum dyametrj | alicuius circulj ad embadum ipsius, ita omnia quadrata dyametrorum omnium circulorum erunt ad embada ipsorum circulorum. Quare cum inuenta fuit proportio quadrati dyametri unius circulj ad suum embadum, tunc fuit inuenta proportio quadrati dyametrj unius cuiuslibet circulj ad suum embadum. fuit enim quadratum dyametrj suprascripti circulj 196., et embadum ipsius .154, quorum proportio est sicut 14 ad 11. in minimis numeris. Quare erit sicut 14 ad quadratum dyametrj cuiusuis circulj, ita .11. erit ad embadum ipsius. Vnde cum multiplicauerimus .11. per quadratum dyametrj cuius uis circulj; et summam diuiserimus per .14., proueniet embadum ipsius circulj; quod oportebat ostendere. Similiter si perticas 154 redigemus in panora, uenient panora 28. Ergo erit sicut 196 ad panora .28., ita quadratum dyametrj cuius uis circulj erit ad panora continentia embadum ipsius. Sed 196 ad .28. sunt sicut .7 ad .1.; quare erunt sicut .7. ad .1., ita quadratum dyametrj cuius uis circulj erit ad panora embadi ipsius. Quare si ex quadrato dyametrj cuius uis circulj septimam acceperimus, nimirum panora, que sunt in embado ipsius circulj, prouenient, ut superius demonstrauimus. Et notandum, quia que proportio est unius quantitatis ad aliam, eadem erit cuius uis multiplicis unius ad idem multiplex alterius. Quare que proportio est dyametri antecedentis circulj ad dyametrum consequentis, eadem erit linee circunferentis antecedentis circulj ad lineam circunferentis consequentis. Et eadem erit proportio medietatis linee circunferentis antecedentis circulj ad medietatem linee circunferentis consequentis. Quare erit sicut quadratum diametrj antecedentis circulj ad quadratum dyametrj consequentis, ita quadratum semicircunferentie antecedentis ad quadratum semicircunferentie consequentis: et quia est sicut quadratum dyametrj antecedentis circulj ad quadratum dyametrj consequentis, ita embadum ad embadum: erit utique sicut quadratum semicircunferentię antecedentis circulj ad quadratum semicircunferentię consequentis, ita embadum antecedentis circulj ad embadum consequentis: permutatim ergo erit sicut quadratum semicircunferentię antecedentis circulj ad suum embadum, ita quadratum semicircunferentię consequentis erit ad suum embadum; fuit medietas lineę circunferentis supradictj circulj 22, cuius quadratum est 484; et embadum eius fuit 154.; quorum proportio in minimis numeris est sicut 22. ad .7; ergo sicut 22 est ad .7, ita quadratum semicircunferentis lineę cuius uis cir-
fol. 54 recto. culj erit ad suum embadum. Quare cum multiplicautur .7 per quadratum | semicircunferentis linee alicuius circulj; et summa diuiditur per 22, prouenit utique embadum ipsius circulj. Ostendendum est etiam quomodo inuentum fuit, lineam circunferentem omnis circulj esse triplam et septimam sui dyametrj ab Archimenide phylosopho; et fuit illa inuentio pulcra et subtilis ualde: quam etiam reiterabo non cum suis numeris, quibus ipse usus fuit demonstrare; cum possibile sit cum paruis numeris ea que ipse cum magnis ostendit plenissime demonstrare. Adiaceat quidem circulus *.abgd.*, cuius dyameter sit linea *.ag.*; et centrum eius sit *.c.*; et protraham lineam *.ez.* contingentem circulum super punctum *.a.* Quare dyameter *.ag.* cathetus est super rectam *.ez.*: deinde super rectam *.ac.*; et in ipso puncto *.c.* protraham angulum *.ace.*, qui.

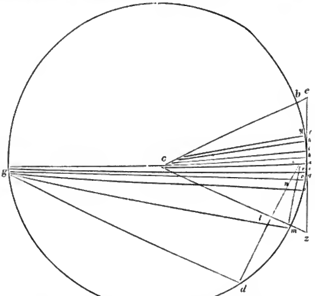
sit tertia pars recti; quare angulus *.aec.* erit $\frac{2}{3}$ unius anguli recti, cum angulus *.eac.* sit rectus. Sunt enim omnis trigonj tres anguli duobus rectis equales: et iaceat *.az.* equalis recte *.ae.*; et copuletur recta *.cz.*, et erit trigonum *.caz.* equale trigonu *.cae.*; et angulus *.cza.* equalis est angulo *.cea.*: est enim unus quisque eorum $\frac{2}{3}$ angulj recti. Similiter cum angulus *.ecz.* duplus sit angulo *.eca.*, erit similiter angulus *.ecz.* $\frac{2}{3}$ angulj recti: equiangulum ergo est et equilaterum trigonum *.cez.*; quare recta *.ez.* erit latus exagonj equilaterj et equiangulj continentis circulum *.abgd.* (idest circa circulum *.abgd.*) Quibus ita per ordinem peractis, ponam *.ce.* esse 30; quare *.ae.* erit 15: et quia orthogonium est trigonum *.cae.*, si ex quadratu lateris *.ce.* tollatur quadratum lateris *.ae.*, scilicet .225 de 900, remanebunt 675 pro quadrato lateris *ca.*; ergu latus *.ca.* est radix de 675: quam si subtiliter ceperemus, inueniemus, ipsam esse secundum propinquitatem perticarum .26. minus unceis $\frac{1}{13}$2. Constat enim pertica ex unceis .108.: deinde diuidatur angulus *.eca.* in duo dimidia á linea *.cf.*, que diuidet arcum *.ab.* super punctum *.y.* Et cum habeatur ex demonstrationibus EVCLIDIS, equales angulos á centro super equales periferias consistere; equalis est ergo periferia *.ay.* periferie *.by.*: fuit itaque *.ae.* semilatus exagonicj. Quare et *.af.* erit semilatus dodecagonj continentis circulum *.abgd.* (idest circa circulum *.abgd.*) Et quia angulus *.eca.* in duo equa diuisus est á linea *.cf.*, proportionaliter erit sicut *.ec.* ad *.ca.* ita *.ef.* ad *.fa.*, ut EVCLIDES in sexto declarauit libro: quare erit sicut coniunctum ex *.ec.* et *.ca.* ad *.ea.*, hoc est sicut 56 minus unceis $\frac{1}{13}$ 2 est ad *ea.*, ita coniunctum ex *ef. fa.*, quod est .15., ad lineam *.fa.*: permutatim ergu erit sicut coniunctum ex *ec.* et *.ca.* ad *ea.*, hoc sicut 56 minus unceis $\frac{1}{13}$ 2 sunt ad 15., ita *.ca.* erit ad *.af.* Quare ponam *.ea.* esse 56 minus $\frac{1}{13}$ 2, et *.af.* erit 15. Quare | si coniunxerimus quadrata linearum *ca.* et *af.*, habebimus pro quadrato linee *.cf.* 3359 minus unceis $\frac{2}{3}$ 16; quorum radix, que est 58, minus unceis $\frac{4}{5}$ 4, est latus *.cf.* Deinde diuidam angulum *.fc.* in duo equa á linea *.ch.*; et erit *ah* semjlatus figure equilaterg habentis latera .24., et descripta circa circulum *.abgd.*: et quia angulus *fca.* diuisus est in duo equa á linea *ch.*, erit proportio coniuncti ex *fc.* et *ca.* ad *.ca.* sicut *.fa.* ad *.ah.*: permutatim ergo erit sicut cuniunctum ex *.fc.* et *.ca.* ad *.fa.*, hoc est sicut 114 minus unceis $\frac{7}{8}$ 6 ad .15., ita *.ca.* ad *.ah.*: quare ponam *.ca.* esse .144 minus unceis $\frac{7}{8}$ 6, et *ah.* erit 15; quare si ex coniunctione quadratorum ipsorum radicem acceperimus, habebimus 115 minus unceis $\frac{16}{23}$ 8. pro linea *.ch.* Rursus diuidam angulum *.hca.* in duo equa cum linea *.ci.*; et erit *.ai.* semilatus equilatere figure habentis latera .48, et descriptg circa circulum *.abgd.*, cuius *.ai.* proportio ad *ac* erit sicut .15. ad coniunctum ex *ac* et *ch.*, hoc est ad 229, minus unceis $\frac{11}{12}$ 15, secundum maximam propinquitatem. Non enim possumus uere procedere quando oportet inuenire radices numerorum surdorum, eorum uidelicet qui radicem non habent in numeris. Ponam ergo *.ca.* esse 229 minus unceis $\frac{11}{12}$ 15; et *ai* ponam esse .15.; et diuidam iterum angulum *.ica.* in duo equa á linea *.ck.*, et erit *.ak.* semilatus figure descriptg circa circulum *.abgd.*, babentis latera .96. continentia ipsum circulum. Addam iterum quadrata linearum *ca* et *ai*; et habebo quadratum lateris *.ci.*, cuius radix est 229, et uncie $\frac{1}{24}$ 7 aliquantulum minus; sed proportio *.ca.* ad *.ak.* est sicut proportio coniuncti ex *ic* et *ca.* ad *ai.*; ergo proportio *.ca.* ad *ak.* est quasi $\frac{1}{2}$ 458 ad 15. Sed proportio *.ca.* ad *.ak.* est sicut proportiu dyametrj *.ga.* ad duplum

linee supra dyametrum

fol. 84 verso.

« duplum .*ai*. .... circulum .*abgd*.» (fol. 54 *verso*, lin. 23 e margine inferiore, pag. 90, lin. 1).

.*ai*. Sed duplum .*ai*. est latus equilatere figure descripte circa circulum .*abgd*., |



fol. 55 *recto*.

habentis latera 96; quare est sicut $\frac{1}{3}$ 458 ad 15., ita dyametrum .*ga*. ad unum ex lateribus figure supradicte habentis latera .96. Quare si multiplicauerimus 15 per 96, prouenient .1140. pro summa laterum ipsius figure: ergo proportio omnium laterum figure supradicte ad dyametrum circulj cadentis in ipsa est sicut 1440 ad $\frac{1}{3}$ 458.

linee circa dyametrum

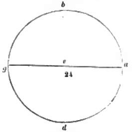
Inueniam rursus proportionem circulj ad dyametrum ipsius per latus figure cadentis in ipso habentis latera .96. in hunc modum: ponam in eodem circulo *abgd*. latus exagonici .*ad*., quod est equale semidyametro .*ca*.; et copulabo .*gd*. , et erit trigonum .*gda* orthogonium, cum sit in semicirculo .*gda*.: omnis enim angulus, ut in tertio libro EVCLIDIS habetur, qui est in semicirculo, est rectus; et quia linea .*ad*. est latus exigonicum, erit periferia .*ad*. tertia pars periferie .*dag*.; quare periferia .*gd*. dupla est periferie .*da*. Vnde angulus .*gad*. duplus est angulo .*agd*.; et sunt ambo simul equales uni angulo recto; quare angulus .*agd*. est tertia pars recti. Ponam ordine suprascripto, dyametrum .*ag*. esse 30; quare recta .*ad*. erit .15, et recta *gd* erit 26, minus unceis $\frac{1}{13}$ 2 per ea que superius demonstrauj : et diuidam angulum .*agd*. iu duo equa á linea .*gm*.; et copulabo rectam .*am*., et erit proportio recte .*al*. ad .*ld*. sicut .*ag*. ad rectam .*gd*.: et cum coniunxerimus, erit proportio recte .*ad*. ad .*ld*. sicut coniuncti ex *ag* et *gd*. rectis ad rectam .*gd*. ; et cum permutauerimus, erit sicut .*ag*. et .*gd*.

recte ad rectam *.ad.*, hoc est sicut 56 minus unceis $\frac{1}{11}$ 2. ad 16., ita *gd.* ad *.dl.*: et quia angulus *.agd.* in duo equa diuisus est a linea *.gm.*, equalis est angulus *.agm.* angulo *dgm.*, et angulus *.gdl.* eqnalis est angulo *.gma.* : est enim uterque eorum rectus, cum sit in semicirculo *.gdma.*; reliquus ergo angulus, qui sub *.gld.*, reliquo, qui sub *gam.* est equalis; equiangulum ergo est trigonum *.gdl.* trigono *.gma.*: quare est sicut recta *.gd.* ad *.dl.*, ita recta *.gm.* ad *.ma.* : quare ponam *.gm.* esse 56 minus unceis $\frac{1}{11}$ 2; et *.ma.* recta erit 15; et est recta *.am.* latus dodecagoni, cum periferia *am.* dimidium sit periferie *.amd.* Rursus diuidam angulum *.agm.* in duo equa cum linea *.gno.*; et copulabo rectam *.ao.*, et inueniam radicem coniunctam ex quadratis linearum *gm. ma.*, que est 58 minus unceis $\frac{1}{5}$ 4 pro latere *.ag.*; et erit sicnt coniunctum ex *.ag.* et *.gm.* ad lineam *.ma.*, hoc est sicut .114 minus unceis $\frac{7}{8}$ 6. ad 15., ita *.gm.* ad *.mn.* Sed sicut *.gm.* ad *.mn.*, ita *.go.* ad *.oa.*; sunt enim trigona *.gmn.* et *.goa.* similia et orthogonia: est ergo sicut 114. minus unceis $\frac{7}{8}$ 6. ad .15., ita *go.* ad *.oa.*: quare ponam *.go.* esse .tt4 minus $\frac{7}{8}$ 6 uncie, et *.oa.* 15; et accipiam iterum radicem ex quadratis linearum *.go.* et *.oa.*, et habebo pro linea *.ga.* t15 minus unceis $\frac{11}{24}$ 8; et linea *.oa.* est latus figure descriptę intra circulum *abgd.*, habentis latera .24.: dididam rursus angulum *.ago.* in duo media á linea | *.gq.*; et copulabo *.qa.*, et erit sicut *.ag* et *go* ad *.oa.*, ita *.go.* ad *.op.* Sed sicnt *.go.* ad *.op.*, ita *.gq.* ad *.qa.*; erit ergo sicut 229, minus unceis $\frac{11}{72}$ 15, ad 16., ita *gq.* ad *.qa.*: quare ponam *.gq.* esse .229 minus unceis $\frac{11}{72}$ 15, et *qa.* 15; et coniungam quadrata eorum; et coniuncto radicem inueniam, et habebo .229, et parum minus de unceis $\frac{1}{2}$ 37.; et est *aq.* latus figure habentis latera 48. Diuidam iterum angulum *.agq.* in duo equa a linea *.grs.*; et copulabo *.sa.*, que erit latus figurę haheutis latera .96. cadentis intra circulum *.abgd.*; et qnia angulus *agq.* dinisus est in duo equa cum linea *.gs.*, erit proportio *.gq.* ad *.qr.* sicut *ag.* et *.gq.* ad *.qa.*, hoc est sicut $\frac{1}{2}$ 458 ad .15., ita *.gq.* ad *.qr.* Sed sicut *gq.* ad *.qr.*, ita *gs.* ad *.sa.*, cum trigona *.gqr.* et *.gsa.* sint similia: quare erit sicut $\frac{1}{5}$ 458 ad .15., ita *gs.* ad *.sa.*: coniungam iterum quadrata linearum *.gs.* et *.sa.*, et coniuncto radicem inneniam, et habebis $\frac{1}{9}$ 458 pro dyametro *.ga.*: multiplicabo ergo rectam *.sa.* per .96, erunt .1440 pro summa omnium laterum figurę descriptę intra circulum *.abgd.*: quare est sicut .1440 ad $\frac{1}{9}$ 458., ita omnia latera predictę figurę in circulo *.abgd.* descriptę snnt ad dyametrum circulj *.ga.* Innenimus per inuestigationem lateris exterioris figure, qnod proportio omnium laterum ipsius ad dyametrum circulj est sicut .1440 ad $\frac{1}{5}$ 458; et linea circunferens est minus omuium laterum figurę continentis circulum; et est plus omnium laterum figurę descriptę intra circulum; erit proportio circulj ad suum dyametrum, sicut 1440 ad $\frac{1}{3}$ 458, cnm sint in medio inter $\frac{1}{9}$ 458 et $\frac{1}{5}$ 458. Sed proportio de t440 ad $\frac{1}{3}$ 458 est sicut triplum unius nnmerorum ad triplum alterius, hoc est sicut 4320 ad 1375; quorum proportio in minimis numeris est sicut 864 ad 275: sed proportio de 864 ad 275, minus $\frac{1}{11}$, est sicut $\frac{1}{7}$ 3 ad 1; et quia parua est differentia inter proportionem, quam habet circulus ad suum dyametrum, et proportionem, quam babent $\frac{1}{7}$ 3 ad 1.; ideo posuerunt sapientes antiqui, circulum esse triplum et septimam sui dyametrj; et hoc uolui ostendere. fol. 53 verso.

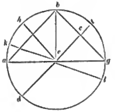
SI autem campum semicircularem metirj desideras, embadum ipsius circulj per unum ex demonstratis modis quere; et dimidium eius habeas pro embado ipsius semicirculj.

*

« Quare si acceperimus . . . quod est .576. » (fol. 55 verso, lin. 31-35; pag. 92, lin. 2-7).



« panora embadi . . . . . uni recto sunt » (fol. 56 recto, lin. 4-11; pag. 92, lin. 10-17).



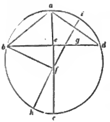
Ad cuius rei euidentiam esto semicirculus .*abg*., cuius dyameter .*ag*. sit .24.; et expleatur circulus .*abgd*.; et erit suplementum .*adg*. similiter semicirculus. Quare si acceperimus dimidium embadj circulj .*abgd*., habebimus utique embadum dati semicirculj .*abg*. Vel dimidium dyametri, scilicet 12, in $\frac{1}{7}$ 3 multiplica, et habebis $\frac{3}{7}$ 37 pro arcu .*abg*.: cumque dimidium dyametrj per dimidium arcus .*abg*. multiplicaueris; uel si quartam partem dyametrj in toto arcu .*abg*. duxeris, uenient $\frac{5}{7}$ 226 pro embado semi-
f. 56 r. circulj .*abg*.: uel si ex quadrato dyametri, quod est .576. | undecim uigeximas octauas acceperis; uel si ex quadrato ipsius dyametrj uigeximam optauam acceperis, et eam per 11 multiplicaueris, ad eundem embadum peruenies: et si ex quadrato dyametrj quartam decimam partem acceperis, habebis panora embadj suprascripti, que sunt $\frac{1}{7}$ 41. Et si ad notitiam arcus .*abg*., qui est semilinea circunferentia circulj aliter uenire desideras, á centro .*e*. super dyametrum .*ag*. lineam .*eb*. orthogonaliter erigas, que erit semidyametrj circulj .*abgd*.; et copulabis rectas .*ab*. *bg*., et erit angulus, qui sub *abg*. rectus; cum sit in semicirculo .*abg*.: uel quia .*be* equalis est rectis *ea*. et *eg*., erit utrumque trigonum .*aeb*. et *beg*. equicrurium: quare anguli, qui sub *eba*. et *eab*. et *ebg*. et *bge*. sibi inuicem sunt equales; et est unusquisque eorum dimidium angulj rectj: quare duo angulj, qui sub .*abe*. et .*ebg*. uni recto sunt equales; rectus est ergo angulus, qui sub .*abg*.: et quia due recte .*ae*. et .*eb*. duabus rectis .*be*. et .*eg*. sunt equales; et anguli, qui sub .*aeb*. et *beg* sunt rectj, equales erunt sibi inuicem recte .*ab*. et .*bg*.; quare quadratum dyametrj .*ag*. est duplum quadrato unius cuiusque linearum *gb*. et *ba*., nec non et unum quodque quadratorum linearum .*gb*. et .*ba*. unicuique quadratorum linearum .*ae*. et .*be*.: et iterum .*be* et .*eg*. est duplum; quare est sicut .*ag*. ad .*gb*., ita *gb* ad *be*., uel ad .*eg*.: quare si multiplicauerimus .*ag*. in .*be*., scilicet .24. per 12, habebimus .288. pro quadrato uniuscuiusque linearum .*ab* et *bg*.: uel si quadrati dyametrj .*ag*. dimidium acceperimus; aut duplicauerimus quadratum semidyametrj .*ge*. uel .*ea*., habebimus similiter .288 pro quadrato unius cuiusque linearum .*gb* et *ba*.; et est .*ge*. arcus medietatis semicirculj .*abg*.: deinde si diuiserimus cordam *bg* super punctum .*c*. in duo equa; et per puncta .*c*.*e*. protraxerimus lineam .*df*., erit *df*. dyameter circulj .*abgd*.; et faciet angulos rectos super punctum .*c*. cum corda .*bg*., nec non et diuidet arcum .*bfg*. in duo equa. Quare si á puncto .*f*. protraxerimus lineas .*fb*. et .*fg*., erit unaqueque ipsarum corda quarte partis semicirculj .*gba*.: ad quarum notitiam ueniemus sic: quia angulus, qui sub .*bce*., est rectus; si quadratum linee .*bc*., quod est 72, scilicet quartam partem quadratj corde .*bg*. extraxerimus ex quadrato linee .*be*. subteudentis angulum rectum, qui sub .*bce*., remanebunt .72. pro quadrato linee .*ce*.: quare tota .*dc*. est 12, et radix de 72.; et uocatur binomia, cum non possit exprimi ipsa in numeris. Vnde si extraxerimus .*ec*. ex .*ef*., remanebunt .12 minus radice de .72. pro linea .*cf*.: et uocatur ipsa linea .*cf*. abscisio, uel recisum, aut apotamj, cum constet ex numero minus radice: deinde accipiemus quadrata linearum .*fc*. et *cb*., et habebis quadratum corde .*bf*. uel *fg*.:
fol. 56 verso. nam qualiter accipiamus quadratum | abscisionis .*cf*., uolo presentialiter demonstrare: pones nomina ipsius, scilicet 12 et 72, ut in margine cernitur; et multiplicabis 12 per 12, erunt 144; et radicem de 72 per radicem de 72, erunt 72; quibus iunctis insimul, erunt .216.; de quibus extrahes duplum de 12 multiplicatum in radicem de 72,



uenient 24 radices de 72; et sic habentur pro quadrato linee .*cf*. 216, minus 24 radicibus de 72, que sunt una radix de 41472. Vel quia linea .*ef*. diuisa ut libet super puntum .*c*., erunt duo quadrata linearum *ef*. et *ec*. equalia quadrato .*cf*., et duplo rectiangule superficiei .*ec*. in .*ef*. Nam quadrata linearum *ef* et *ec*. sunt 216; de quibus si auferamus duplum multiplicationis *ef*. in .*ec*., scilicet 24. in radicem de .72., prouenient utique 216 minus radice de 41472; et uocatur recisum primum, ut in suo demonstrabitur loco: cui quadrato si addiderimus quadratum linee .*bc*., hoc est 72, habebimus 288 minus radice de 41472 pro quadrato corde .*bf*.; quod uocatur recisum quartum, cuius radix est illa linea, que dicitur minor. Nam si secundum propinquitatem notitiam linee .*bf*. habere uis, radicem de 41472, que est parum minus de $\frac{2}{3}$ 203, de 288 extrahe, remanebunt parum plus de $\frac{1}{3}$ 84 pro quadrato unius cuiusque IIII.^or^ cordarum .*gf*. *fb*. *bh*. *ha*.: uel aliter quadrato linee .*ce*. radicem inuenias, que est parum minus de $\frac{1}{2}$ 8; et ipsam extrahe ex linea .*ef*., scilicet ex 12., remanebunt parum plus de $\frac{1}{2}$ 3 pro linea .*cf*.; quorum quadratum, quod est parum plus de $\frac{1}{4}$ 12, si addiderimus cum quadrato linee .*bc*., habebimus similiter parum plus ex $\frac{1}{4}$ 84 pro quadrato unius cuiusque suprascriptarum IIII^or^ cordarum: quod si multiplicauerimus per quadratum quaternarij, scilicet per 16., habebimus 1330 pro quadrato summe ipsarum IIII^or^ cordarum, quorum radix est circa $\frac{1}{2}$ 36. Sed arcus .*abg* est $\frac{5}{7}$ 37. Vnde adhuc sumus aliquantulum longe a notitia ipsius per inuentionem quatuor cordarum. Quare diuidam iterum unam ex IIII^or^ predictis cordis in duo equa; et sit corda .*ah*. diuisa super punctum .*I*.; et protraham per puncta .*i*.*e*. dyametrum .*kl*., que diuidit arcus .*akh*. in duo equa super punctum .*k*.; et protraham cordam .*ak*., erit latus figure cadentis in circulo .*abgd*. habentis latera 16: et ueniam ad notitiam eius secundum id quod demonstratum est, videlicet ex quadrato linee .*ae*., hoc est ex 144., auferam quadratum linee .*ai*., quod est circa $\frac{6}{11}$ 22., scilicet quarta pars quadrati linee .*ah*., remanebunt $\frac{10}{11}$ 121 pro quadrato linee .*ei*.: quare ipsa linea est circa $\frac{1}{11}$ 11.; que si auferamus ex linea .*ek*., remanebit .*ak*. circa $\frac{10}{11}$ unius pertice; cuius quadrato, quod est circa $\frac{9}{11}$, si addiderimus cum quadrato linee .*ai*., habebimus $\frac{10}{11}$ 21 pro quadrato corde .*ak*., que est corda octaue partis arcus .*abg*.: quare si multiplicauerimus $\frac{10}{11}$ 21 per quadratum octonarij, scilicet per 64, habebimus circa .1402. pro quadrato octo equalium cordarum cadentium in semicirculo | *abg*., quorum radix est minus de $\frac{1}{2}$ 37. Sed arcus *abg*. est plus, videlicet $\frac{5}{7}$ 37. Quare si eodem modo si inueniemus cordam semiarcus .*ak*., erimus propius longitudine arcui .*abg*.; et sic semper diuidendo arcus ueniemus ad notitiam corde, cuius differentia ad suum arcum erit quasi insensibilis; et sic poteris ad notitiam cuius uis arcus circulj deuenire. Et ut hoc liquidius deprehendatur, adiaceat circulus .*abcd*., cuius dyameter .*ac*. sit 10; et in eo data sit corda nota .*bd*., que sit .8.; et uolumus arcum .*bad* per notitiam ipsius corde inuenire: primum quidem ostendam inuenire per notitiam corde longitudinem utriusque sagipte; et per notitiam sagipte inuenire etiam longitudinem corde; et est ista demonstratio super hoc; quia linea .*ac*. diuisa est in duo equalia super punctum .*f*., et in duo inequalia super punctum .*e*.; erit utique multiplicatio .*ae*. in .*ec*. cum quadrato linee .*ef*. equalis quadrato linee .*fa*. Sed .*fa*. equalis est .*fb*., cum utraque ipsarum producantur á centro .*f*., et terminentur in periferia circulj: quare multiplicatio .*ae*. in .*ec*. cum quadrato fol. 57 recto.

lineę *.ef.* equatur quadrato lineę *.fb.* Sed quadratum lineę *.fb.* equale est duobus quadratis linearum *be.* et *.ef.*; ergo multiplicatio *.ae.* in *.ec.* cum quadrato lineę *.ef.* equalis est duobus quadratis linearum *.be.* et *.ef.*: quare si comuniter auferantur quadrata lineę *.ef.*, remanebit multiplicatio *.ae.* in *.ec.* equalis quadrato lineę *.be.*: quare si extraxerimus quadratum lineę *.be.* ex quadrato lineę *.bf.*, scilicet .16 de 25., remanebunt .9 pro quadrato lineę *.ef.*: quare *.ef.* est .3.; quibus additis cum *.cf.*, erunt 8. pro sagipta *.ce.*: similiter extracta *.fe.* ex *.af.*, remanebunt .2. pro linea *.ae.*: est enim multiplicatio *.ae.* in *.ec.*, scilicet de .2 in .8., equalis quadrato lineę *.be.* Vnde recte *.ae.* et *.eb.* et *.ec.* continue proportionales sunt: est enim ut *.ae.* ad *.eb.*, ita *.be.* ad *.ec.* inuenta est; ergo notitia sagiptarum *.ae.* et *.ec.* per notitiam cordę *.bd.* Sed sint *.ae.* et *.ec.* sagitte note; quare *.ae.* sit .2, et *ec.* 8; et uolumus inuenire cordam *.bd.*: quia multiplicatio *.ae.* in *.ec.* equatur quadrato lineę *.be.*; si multiplicauerimus *ae* in *ec.*, scilicet .2 per 8, habebimus .16 pro quadrato lineę *.be.*; quorum radice, scilicet .4., duplicata, habebimus .8. pro corda *.bd.* Sed sit corda *bd* nota, nec non et sagitta *.ea.*, et ignotus dyameter *.ac.*, multiplicabis dimidium cordę *bd.* in se, erunt .16.; que diuide per sagittam *.ae.*, scilicet per 2., ueuient 8 pro sagitta *.ec.*: quare dyameter *.ac.* erit 10.: similiter si diuiserimus quadratum linee *.be.* per sagittam *.ec.*, proueniet sagitta *.ae.* Notandum quia in semicirculo *abc.* recta *.be.* uocatur sinus rectus utriusque arcus *.ab.* et *.bc.*; et recta *.ae.* uocatur sinus uersus arcus *.ab.*; et recta *.ec* uocatur sinus uersus arcus *bc.*, ut in arte AStrologię reperitur: his itaque demonstratis redeamus ad causam: | protrahamus cordas duorum arcuum *.ba.* et *.ad.*, que sunt recte *.ba* et *.ad*; quarum notitiam habebimus, si coniunxerimus quadrata linearum *.ae* et *.ed.*, uel *.ae.* et *eb.*, erit quadratum unius cuiusque linearum *.ab.* et *.ad.* radix de .20: quare si dimidiauerimus cordam *.ad.* in puncto *.g.*; et per puncta *.gf* duxerimus dyametrum *.hi.*, inueniemus per ea que dicta sunt notitiam sagittarum *.ig.* et *gh.*: cumque quadrata linearum *.ag.* et *.gi.* coniunxerimus, habebimus quadratum cordę *.ai.*, que est corda arcus *.ai.*, que est quarta pars totius arcus *bad.*: cumque frequenter sic fecerimus, poterimus secundum propinquitatem tutius arcus *bad.* notitiam habere; cumque ipsum ex linea circunferente, scilicet ex *.adbg.* periferia scilicet de $\frac{2}{7}$ 31 extraxerimus, remanebit arcus *.b.c.d* notus.

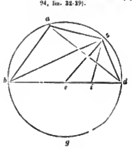
[Margin: ¢ cuum multiplicatio .... Sed sit corda ¢ (fol. 57 *recto*, lin. 22-28; pag. 94, lin. 7-14).]



[Margin: fol. 57 *verso*.]

Est enim alius modus reperiendi cordas semiarcuum, ex quibus arcubus corde sunt note; et quem Tholomevs posuit in almagesto. Sit quidem in circulo *abgd.* dyameter *.bd.* notus, nec non et corda *.ad.* nota; uolo inuenire cordam medietatis arcus *.ad.*: protraham cordam *.ab.*, et erit nota, cum corda *.ad.* sit nota; cum angulus *dab* sit rectus. Quare quadratum dyametrj *.bd.* equatur quadratis duarum cordarum *.da* et *ab.*; et adiaceat recta *.be.* equalis recte *.ba*; et diuidam angulum, qui sub *.abe.* in duo media á linea *.bz.*; et copulabo rectas *.zd.* et *.ze.* et *.za.*; et á puncto *.z.* super dyametrum *.bd.* protraham cathetum *zi.*; equalis est recta *ab.* recte *.be.* : si comuniter adiaceat recta *.bz.*, erunt due recte *.ab.* et *bz* duabus rectis *.zb.* et *.be.* equales; et angulus qui sub *.abz.* angulo qui sub *.zbe.* est equalis; quare basis *.az.* basi *.ze.* est equalis. Sed recta *.az.* recte *.zd.* est equalis, cum equales sint sibi inuicem periferie *.az.* et *.zd.*; quia equales angulj super equales periferias consistunt, siue ad centrum, siue ad periferiam fuerint anguli constitutj: sunt enim anguli qui ad *.b.* sibi inuicem

[Margin: ¢ *.abgd.* dyameter .... *.be.* equales ¢ (fol. 57 *verso*, lin. 13-20; pag. 94, lin. 32-39).]



equales, et consistunt super periferias *.az. zd.*; quare recta *.ze.* equalis est recte *.zd.*; equicrurium est ergo trigonum *.zed.*; quare punctus *.i.*, qui sunt casus catheti *.zi.*, cadit in medio *.ed.*: et quia orthogonium est trigonum *bzd.*, cum sit in semicirculo; et in eo super basem ab angulo recto protracta est cathetus, utique trigonum *.bzd.* in duo trigona diuisum sibi inuicem similiter; habent enim unumquodque ipsorum trigonorum unum angulum rectum, et unum comunem cum toto trigono *.bzd.*, ut EVCLIDES in octauo theoremate sexti libri ostendit. Quare erit sicut *.bd.* ad *dz.*, ita *zd* ad *di.* Quare multiplicatio *.di.* in *.bd.* equatur quadrato lince *.zd.*; est enim *.id.* nota, cum sit dimidium ex *ed.*, que est nota propter *be.*, que est equalis cordę *.ba.* note. Quare si auferatur corda *.ba.*, | hoc est *.be.*, ex dyametro *.bd.*, remanebit *.ed.* fol. 58 recto.
uota; quare dimidium eius *.id.* erit uotum. Vnde si multiplicauerimus *di* notam in *.bd.* notam, proueniet quadratum corde *.zd.* uotum; quare recta *zd* erit uota, ut prediximus: que etiam ostendantur cum numeris. Sit dyameter *.bd.* 10; et corda *.da.* sit .8.; quare corda *.ab* erit .6.; cui cum equalis sit recta *.be.*, erit *.be.* similiter .6.; quibus extractis ex dyametro *.bd.*, remanebunt .4. pro recta *.ed.*; quarum dimidium, scilicet 2, erit recta *id.*: ex multiplicatione quidem *.id.* in *.bd.* ueniunt .20, que equantur quadrato corde *.zd.*; quare corda *zd.* est radix de .20.; quod oportebat ostendere. Similiter si extraxerimus quadratum linee *.zd.* ex quadrato dyametro dyametri *.bd.*, remanebunt .80 pro quadrato corde *.bz.*; quorum radix, que est 9 minus $\frac{1}{18}$, si extraxerimus ex dyametro *.bd.*, remanebit $\frac{1}{18}$ 1; cuius dimidium si multiplicauerimus in dyametrum *.bd.*; uel si multiplicauerimus $\frac{1}{18}$ 1 per dimidium dyametrj, scilicet per 5, uenient $\frac{5}{18}$ 5 pro quadrato corde semiarcus *.dz.* Et secundum hunc modum possumus inuenire cordas medietatum quorumlibet datorum arcuum.

Sed hec talis inuestigatio non est operanda ab agrj mensoribus, qui secundum uulgarem modum procedere uolunt. Nam cum uulgariter longitudinem alicuius arcus habere desiderant, habeant aliquam mensuram lineam, que sit unius pedis, que possit curuari et extendi; et cum ipsa studeant metiri arcus, quos metirj desiderant; uel habeant funem unius perticę uel plurium; et cum ipsa studeant circiter mensurare arcus portionum circulorum figendo sepe arundines per girum circulj, ut ipsa funis non deuiet á circunferentia circulj; et sic poterit habere mensuram omnium arcuum circulorum.

Sed ut ipsi, qui secundum geometricam scientiam operarj desiderant lcuius quam dictum sit, per notas cordas arcus ipsarum reperiri ualeant, sequentes tabulas composui, in quibus ordinate arcus 66 notos proposui; et ante unum quemque suam cordam in perticis et pedibus et unccis et punctis describi feci. Est enim pertica sex peduum; et pes est decem et octo unciarum; et uncia uiginti punctorum; uel pertica est unciarum .108. et punctorum 2160.; et suprascripte corde .66. intelliguntur esse protracte in semicirculo uno, cuius dyameter est 42 perticarum; et quia quelibet corda, que in circulo protracta est, est corda duorum arcuum equalium; si ipsa corda fuerit dyameter, | uel inequalium, si non fuerit dyameter; ideo duos arcus ante ipsas cordas ordinaui, ut in sequentibus tabulis ostenditur: fol. 58 verso.

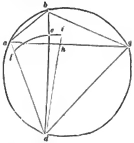
Arcus pertice	Arcus pertice	Corde pertice	Ar pedes	Cuu vncie	M puncta	Arcus pertice	Arcus pertice	Corde pertice	Ar pedes	C V vncie	VM puncta
1	131	0	6	17	17	34	98	30	2	0	17
2	130	1	5	17	13	35	97	31	0	8	6
3	129	2	5	17	4+	36	96	31	4	8	7
4	128	3	5	17	2	37	95	32	2	5	15
5	127	4	4	12	10	38	94	33	0	1	9
6	126	5	5	16	7+	39	93	34	3	13	0
7	125	0	5	14	6	40	92	35	1	4	15
8	124	7	5	12	9	41	01	35	4	12	10
9	123	8	5	8	10	42	00	36	2	0	0
10	122	0	5	7	8	43	89	30	5	3	6
11	121	10	5	4	2	44	88	37	2	4	6
12	120	11	4	17	18	45	87	37	5	3	2
13	119	12	4	13	0	46	86	38	1	17	15
14	118	13	4	7	10	47	85	38	4	12	13
15	117	14	4	1	0	48	84	38	1	4	0
16	110	15	3	11	18	49	83	39	3	11	15
17	115	10	3	3	12	50	82	39	5	17	2
18	114	17	2	12	8	51	81	40	2	2	1
19	113	18	2	0	15	52	80	40	4	2	10
20	112	19	1	8	12	53	79	40	0	0	11
21	111	20	0	13	18	54	78	40	1	14	5
22	110 .	21	0	0	0	55	77	41	3	7	8
23	109	21	5	2	10	56	76	41	4	16	2
24	108	22	4	4	5	57	75	41	0	4	12
25	107	23	3	4	8	58	74	41	1	8	1
20	100	24	2	3	2	59	73	41	2	9	0
27	105	25	1	0	6	60	72	41	3	7	14
28	104	25	5	16	2	61	71	41	4	9+	2
29	103	26	4	8	0	62	70	41	4	15	10
30	102	27	3	0	3	63	09	41	5	6	9
31	101	28	1	9	7	04	68	41	5	12	17
32	100	28	5	10	4	65	67	41	5	6	14
33	99	29	4	3	0	60	66	42	0	0	0

33

fol. 59 *recto.*

Cvm per has tabulas, qualiter arcus circulorum inueniri debeant, demonstrare proposuerim, ut ipsa doctrina melius habeatur ostendendum est: quod si in circulo duo arcus inequales fuerint, erit proportio maioris arcus ad suam cordam maior proportione minoris arcus ad suam; quod patet, et etiam ad oculum deprehendi potest in tabulis suprascriptis: proportio quidem arcus semicirculj ad suam cordam, scilicet ad dyametrum circulj, est sicut .66 ad 42; et hec est sicut .11 ad .7; et proportio arcus septe (*sic*) partis circulj ad suam cordam est sicut 22 ad 21: maior quippe est proportio de 11 ad .7 quam de 22 ad 21. Similiter in omnibus arcubus suprascriptarum tabularum inuenies, proportionem maioris arcus ad suam cordam superhabundare proportionem minoris arcus ad suam cordam. Sed ut hoc geometrice demonstretur, adiaceat circulus *abgd.*; et in ipso sint duo arcus inequales *.ab.* et *.bg.*; et sit arcus *.bg.* maior; et protrahatur corda arcui *.abg.*, que sit recta *.ag.*; et diuidatur angulus, qui sub rectis *.abg.* in duo equa á linea *.bd.*, que secat cordam *.ag.* super punctum *.e.*; et copulentur recte *.ad. gd.*; et quia angulus, qui sub rectis *.abg.* diuisus est in duo equa á linea *.bd.*, equalis est angulus, qui sub *.abd.* angulo *.dbg.*; quare equalis est arcus *.ad.* arcui *.dg.*; cum habeatur in tertio Euclidis, equales angulos super equas periferias consistere, cum ad centrum uel ad periferiam sint constituti; quare equalis est recta *.ad.* recte *.dg.* Comunis adiaceat recta *.db.* Erunt quidem due recte *.ad.* et *.db.* duabus rectis *.bd.* et *.dg.* equales. Sed basis *ba* minor est base *.bg.*; quare angulus, qui sub *.gdb* rectis maior est angulo, qui sub *.bda.*; uel quia maior est periferia *.gb.* periferia *.ba.*, maior est angulus, qui fit á rectis *.gd.* et *.db.* angulo, qui fit á rectis *.bd.* et *.da.*; quia est sicut periferia *.gb.* ad periferiam *.ba.*, ita angulus qui sub rectis *.gdb.* ad angulum qui sub rectis *.bda.* Et quoniam equalis est recta *.ad.* recte *.dg.*, si á puncto *.d.* cathetus ducatur super lineam *.ag.*, in medio ipsius cadet. Cadet ergo inter *.eg.* puncta, scilicet super lineam *.eg.*; quia maior *.ge.* recte *.ae.*, cum sit sicut recta *.gb.* ad rectam *.ba.*, ita *.ge.* ad *.ea.*: cadat quidem cathetus super punctum *.h.* á puncto *.d.*; et quia rectus est angulus, qui sub *.dhe.*, maior est recta *.de.* quam *.dh.*, et maior est recta *.da.* quam *.de.*: iaceant utreque rectarum *.di.* et *.df.* equales rectę *.de.*; et centro *.d.* spatio rectarum *.di.* et *.de.* circinetur arcus *.i.e.f.*; maior est enim sector *.die.* trigono rectilineo *.dhe.*, et sector *.d.i.f.* minor est trigono *.dea.*; quare proportio sectoris *.die.* ad sectorem *.def.* maior est proportione trigonj *.dh+e.* ad trigonum *.dea.* Sed proportio sectoris *.d.i.e.* ad sectorem *.d.e.f.* est sicut proportio angulj *.ide.* ad angulum rectilineum *.edf.*; ergo proportio | anguli *.ide.* ad angulum *.idf.* maior est proportione trianguli *.dhe.* ad trigonum rectilineum *.dae.* Sed proportio trigonj *.hde.* ad trigonum *.ade.* est sicut recta *.he.* ad *.ea.*, cum ambo trigona sint sub eadem altitudine, que est ex *.d.* in *.h.* Nam cathetus *.dh.* perpendicularis est trigonis *.hde.* et *.ade.*; ergo proportio anguli *.ide.* ad angulum *.eda.* est maior proportione recte *.he.* ad rectam *.ea.*: et si composuerimus, erit proportio anguli *.ida.* ad angulum *.eda.* maior proportione *.ah.* recte ad rectam *.ae.* Sed angulus *.gdi.* equalis est angulo *.adh.*; et recta *.gh.* equalis est recte *.ah.*; quare proportio anguli *.gdi.* ad angulum *.eda.* maior est proportione recte *.gh.* ad rectam *.ae.* Sed proportio anguli *.i.d.e.* ad angulum *.ade.* inuenta est maior proportione *.he.* recte ad rectam *.ea.* Quare proportio totius anguli *.gde.* ad angulum *.eda.* maior est proportione recte

« ad sec|torem .... ergo proportio » (fol. 59 *recto*, lin. 34, 35, e margine inferiore; pag. 97, lin. 32 e 13).

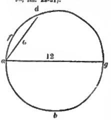


fol. 59 *verso.*

.ge. ad rectam *.ea.* Sed proportio anguli *.gde.* ad angulum *.ade.* est sicut proportio arcus *.gb.* ad arcum *.ba.*; et proportio *.ge.* ad *.ea.* est sicut proportio cordę *.gb.* ad cordam *.ba.* Ergo proportio arcus *.gb.* ad arcum *.ba.* est maior proportione corde *.gb.* ad cordam *.ba.*: permutatim ergo erit proportio arcus *.gb.* ad cordam *.gb.* maior proportione arcus *.ba.* ad cordam *.ba.*; quod oportebat ostendere. His itaque intellectis, si per cordam datam alicuius circulj; cuius dyameter sit nota, arcum ipsius corde inuenire desideras; ipsam cordam per dyametrum tabularum, scilicet per 42, multiplica, et quod prouenerit, diuide per dyametrum circulj dati, et quod prouenerit, erit corda tabularum similis date corde: accipe arcum eius in tabulis, et multiplica cum per dyametrum dati circulj, et quod prouenerit, diuide per dyametrum tabularum, et habebis arcum quesitę cordę. Ad cuius rei euidentiam esto circulus *.abg.*, cuius dyameter *.bg.* sit perticarum .10.; et in ipso data sit corda *.ab.* 5 perticarum; et uis habere notitiam ex arcu *.abe.*; multiplica *.ab.* cordam per 42, et diuides per dyametrum *.bg.*, prouenient .21. pro corda tabularum similis corde *.ab.*: quam quere in tabulis, et accipe arcum, qui est indirecto ipsius; et qui est minor semicirculo, cum queras notitiam ex arcu *.aeb.*, qui est etiam minor semicirculo; et est minor arcus corde ipsius perticarum .22.; quas si multiplicaueris per 10, scilicet per dyametrum *bg*; et summam diuiseris per 42, prouenient $\frac{5}{21}$ 5 pro arcu *.aeb.*: et si uolueris habere notitiam maioris arcus *.h.d.g.a.*, inuenias maiorem arcum in tabulis, qui est in directo cordę inuente; et inuenies, ipsum esse .110 perticarum: multiplicabis eas similiter per 10, et diuides per 42, et uenient pertice $\frac{4}{21}$ 26 pro | arcu *.b.d.g.a.* Item sit corda *.ab.* perticarum .8., et pedum .3., et unciarum $\frac{2}{7}$16.; et dyameter *.bg.* sit .10., ut diximus: multiplica ergo perticas .8, et pedes .3, et uncias $\frac{2}{7}$ 16 per 42; et summam diuides per 10., venient 36, et pedes .2., que sunt corda tabularum similes corde date *.ba.*; quare arcum eius minorem, si minorem uis scire, uel maiorem; si de maiori, scilicet ex arcu *.bdga.* notitiam uis habere; et est minor arcus ipsius cordę. 42; que multiplica per 10, scilicet per dyametrum *.bg.*; et quod prouenerit, diuide per dyametrum tabularum, qui est 42., et prouenient 10 pro arcu *.aeb.*: et si maiorem arcum corde perticarum 36, et pedum 2., que est .90, multiplica per .10.; et summam diuiserimus per 42, uenient $\frac{2}{7}$ 21 pro arcu maioris semicirculj *.bdg.* Rvrsvs adiaceat circulus alter *.abgd.*, cuius dyameter *.ag.* sit .12; et uis corda *.ad.* sit perticarum .6, et unius pedis; et queritur notitia ex arcu *.afd.*, qui est minor semicirculo; multiplica itaque 6, et pedem unum per 42, erunt pertice 259; quas diuide per 12, scilicet per *.ag.*, uenient pertice .21, et pedes .3, et uncie .9. pro corda tabularum similis corde *.ad.*; que corda non inuenitur in tabulis, sed cadit inter cordam arcus perticarum 22, et cordam arcus perticarum 23., scilicet inter 21 et 21, et pedes .5., et uncias 2, et puncta .16. Vnde ut habeamus arcum inuentę cordę, uolumus per figuram geometricam demonstrare. Adiaceat semicirculus *.ezitk.*, cuius dyameter *.ek.* sit perticarum .42, scilicet dyameter tabularum; et ex ipso accipiatur arcus *.ez.* et *.et.*, quorum *.ez.* sit .22, et *et.* sit .23; et protrahantur corde *.ez.* et *.et.*, erit corda *.ez.* perticarum .21; et corda *.et.* perticarum 21, et pedum .5., et unciarum .2., et punctorum .16., ut superius in tabulis continetur; inter quas cordas cadit corda inuencta, cuius arcum querimus in tabulis. Vnde scimus, ipsum arcum cadere inter arcum *.ez.*, et arcum *.et.*: cadat itaque in puncto *.i.*; et protrahatur corda *.ei.*, que erit perticarum .21, et pedum 3, et

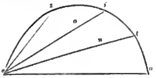
fol. 60 *recto*.

« tabularum similes.... .6 et unius » (fol. 60 *recto*, lin. 3 e 4-11; pag. 98, lin. 22-31).



unciarum .9., ut superius inuentum est. Et ex his omnibus uolumus inuenire quantitatem arcus *.ei.* Sed nos scimus ex premissis, quod proportio arcus *.ez.* ad cordam *.ez.* est minor proportione arcus *.ei.* ad cordam *.ei.*: sed si ponamus proportiones arcus *.ei.* ad cordam *.ei.* eam quam habet arcus *.ez.* ad cordam *.ez.*, erit arcus *.ei.* perticarum .22, et pedum .3, et unciarum .12., que proueniunt ex diuisa multiplicatione corde *.ez.* in cordam *.ei.* per arcum *.ez.* Sed proportio arcus *.ei.* ad cordam *.ei.* est maior proportione arcus *.ez.* ad cordam *.ez.*; ergo arcus *.ei.* est plus inuentarum perticarum 22, et pedum 3, et unciarum 12. Item si ponamus arcum *.ei.* ad cordam *.ei.* in proportione arcus *.et.* ad cordam *.et.*, erit arcus *.ei.* perticarum .22, et pedum .4, et unciarum .4., et punctorum 13.| Sed proportio arcus *ei* ad cordam *ei* est minor proportione arcus *.et.* ad cordam *et.*; ergo arcus *.ei.* est minor perticarum 22, et pedum 4, et unciarum 4, et punctorum .13.: et superius inuentum est, arcum *.ei.* esse plus perticarum 22, et pedum .3, et unciarum .12. Vnde si dimidiauerimus differentiam que est à perticis 22, et pedibus .3, et unceis .12 usque in perticas 22, et pedes .4., et uncias 4, et puncta .13.; et illam medictatem que prouenit addemus super perticas 22, et pedes 3, et uncias .12, habebimus secundum propinquitatem quantitatem arcus *.ei.* Vel aliter agregemus arcus *.ez.* et *.et.*, erit .45.; et agregemus cordas *.ez.* et *.et.*, erunt pertice .42., et pedes .5, et uncie .2., et puncta .16.; in quibus diuidamus multiplicationem de .45. in cordam *.ei.*, scilicet in perticas .21, et pedes 3, et uncias .9., et habebimus perticas .22, et pedes .4., et unciam .1., et puncta .6. pro arcu *.ei.* Vel aliter abscindamus ex cordis *.ei.* et *.et.* quantitatem cordę *.ez.*; et remaneat ex corda *.ei.* quantitas *.oi.*, que est pedum $\frac{1}{2}$ 3; et ex corda *.et.* remaneat quantitas *.nt.*, que est pedum .5., et unciarum .2., et punctorum .16.: et ponamus arcum *.zi.* ad arcum *.zt.*, scilicet ad perticam unam, sicut *.oi.* ad *.nt.*, hoc est multiplicabimus arcum *.tz.*, qui est unius perticę, scilicet .2160 punctorum per *.oi.*, scilicet per puncta .1260., et diuidemus sumam per *.nt.*, scilicet per puncta 1856., habebimus pro arcu *.zi.* pedes .4., et uncia una (*sic*), et puncta .6.: quibus additis cum arcu *.ez.*, qui est perticarum .22., habebimus perticas 22, pedes .4., et unciam .1., et puncta .6. pro arcu *.ezi.*, qui est similis arcui quesito ***ad.*** superioris figurę. Quare si multiplicauerimus ipsum per sextam dyametrj *.ag.*, scilicet per 2., et diuiserimus per sextam dyametrj tabularum, scilicet per .7., uenient pertice 6, et pedes .2, et uncie .15, et puncta .15 pro arcu *.ad.* ET si arcum *.abd.*, qui est maior semicirculo, per cordam *.ad* habere uis, extrahes cordam *.e.i.* ex corda *.et.*, remanebunt puncta .596.; que multiplica per arcum *.tz.*, scilicet per puncta .2160.; et quod peruenerit, diuide per *.nt.*, scilicet per .1856., extrahe puncta .596, que sunt pes .1., et uncie .16, et puncta .14. pro arcu *.ti.*; que si addideris arcum maiorem tabularum, cuius corda est linea *.et.*; et ipse arcus est .109. perticarum, habebimus perticas .109, et pedem .1., et uncias .16., et puncta .14. pro arcu tabularum: que si multiplicauerimus per 12, et diuides per 42.; aut si multiplicaueris ipsum per sextam de .12., et diuiseris summam per sextam de .42, habebis perticas .31, et pedem .1., et uncias .7., et puncta $\frac{6}{7}$ 6 pro arcu *.abd.* ET si per arcum ***.afd*** notum cordam *.ad.* ignotam habere uis, multiplica arcum ***.afd.*** per dyametrum tabularum, et sumam diuide per dyametrum *.ag.*, et habebis perticas .22, et pedes .4., et unciam .1., et puncta .6. pro arcu suprascripto *.ezi.*, qui est arcus cadens in tabulis inter arcum *.ez.*, et arcum *.ezt.* Vnde ut inueniamus cordam ipsius

r ad cordam *.et.* . . . . . punctorum 13. » (fol. 60 *recto*, lin. 25, e margine inferiore; pag. 99, lin. 8 e 9).



fol. 60 *verso*.

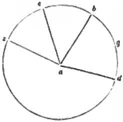
s et diuiseris . . . . .6. pro arcu » (fol. 60 *verso*, lin. 30-33; pag. 100, lin. 38-42).



fol. 61 *recto.* *.ei.*, que erit similis corde | *ad.* dati circulj *.abgd.* ex inuento arcu *.ezi.*; et extrahes arcum *.ez.*, remanebunt pedes .4., et uncie .1., et puncta .6., que sunt in summa puncta 1466.; que multiplica per differentiam, que est inter cordam *.ez.*, et cordam *.et.*, que sunt note ex tabulis; et est illa differentia linea *.nt.*, que est punctorum 1856; et diuides summam per puncta unius pertice, scilicet per arcum *.t.i.z.*, exibunt pedes $\frac{2}{3}$ 3. pro linea *.o i.*; quibus superadde lineam *.eo.*, que est equalis corde *.ez.*, habebis perticas 22, et pedes $\frac{2}{3}$ 3. pro corda *.ei.*, que est similis corde tue *.ad.*: quare multiplicabis eam per sextam de 12, et diuides eam per sextam de 42., exibunt pertice .6, et pes unus pro corda *.ad.*; et sic secundum ea que diximus, cum dyametri circulorum erunt noti, poterimus per datas cordas notas in ipsis arcus eorum igñotos reperire, et cetera.

CVM itaque arcus per cordas: et cordas per arcus, per ea que diximus, inuenire scieris; et uolueris aream alicuius sectoris circulj inuenire, arcum eius inueoire studeas, et dimidium ipsius per semidyametrum circulj multiplica; et quod prouenerit, erit area ipsius sectionis. Verbi gratia: sit sector *.abgd.* contentus sub rectis *ab.* et *ad.* et arcu *.bgd.*, quoniam sector est figura *.abgd.*, erit unaqueque rectarum *.ab.* et *ad* semidyameter circulj; quare punctus *.a.* est centrum circulj, de quo recisus est sector *.abgd.*: compleatur itaque circulus, de quo recisus est sector *.abgd.*, qui sit circulus *.gbed.*; et sint arcus *.be.* et *.ez.* equales arcui *.bgd.*; et compleantur recte *.ae.* et *.az.*, erit itaque unus quisque sectorum *abe.* et *.aez.* equalis sectori *.abgd.*: quare est sicut arcus *.db.* ad arcum *.be.*, ita sector *.abgd.* ad sectorem *.abe.*: similiter et sector *.aez*; equalis est sectorj *.adb.*; quare est sicut arcus *db.* ad arcum *.ez.*, ita sector *.abgd.* ad sectorem *.aez.*; tres itaque sectores *.abgd.* et *abe.* et *.aez.* sibi inuicem sunt equales.

« sector .abgd. .... cuiuscumque » (fol. 61 *recto*, lin. 21-28; pag. 100, lin. 20-27).

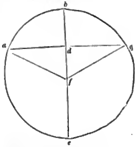


Duo enim illorum reliquo sunt dupli. Quare sector *.adbe.* duplus est sectorj *.aez.*; et arcus *.dbe.* duplus est arcui *.ez.*; quare est sicut arcus *.dbe.* ad arcum *.ez.*, ita sector *.adbe.* ad sectorem *.aez.* Vnde si totum circulum diuiserimus in sectores, inueniemus quod proportio unius eorum ad totum circulum est sicut arcus ipsius ad totam lineam circunferentem circulj; sed proportio arcus cuiuscumque sectoris ad totam lineam circunferentem est sicut dimidium arcus ipsius ad dimidium linee circunferentis. Nam proportio numeri facti ex semidyametro circulj in semiarcum sectoris est ad numerum factum ex semidyametro in dimidium linee circunferentis, sicut semiarcus sectoris ad dimidium linee circunferentis. Sed ex facto á semidyametro, et in medietatem linee circunferentis linee prouenit embadum circulj. Ergo est sicut multiplicatio semidyametri circulj in dimidium arcus sectoris ad embadum circulj, ita sector | est ad embadum circulj; ergo aree sectorum omnium colliguntur ex multiplicationis (*sic*) semidyametri suorum circulorum in dimidium arcus ipsorum; et hoc uolui demonstrare. Et ut hoc in numeris declarescat; sit quelibet rectarum *.a b.* et *.ad.* perticarum .5.; et arcus *.bgd.* sit perticarum .8; erit ergo dyameter tota perticarum .10.; multiplicabis itaque semidyametrum *.ad.* per dimidium arcus *.bgd.*, scilicet .5 per 4, uenient 20 pro area sectoris *.a bgd.*: et si aream sectoris *.a bez.* habere uis, multiplicabis semidyametrum *.ae.* in dimidium arcus *.bez.*, venient 40. pro area sectoris *.a bez.* Et si aream tantum alicuius sectoris minoris semicirculo habere uis, ut aream sectoris *.a bg.*, cuius corda *.a g.* sit perticarum 16; et sagitta *.bd.* sit perticarum 4; dyametrum circulj, unde ipsa sectio est, inuenire studeas hoc modo: protrahes lineam *.bd.* in directo usque ad pun-

fol. 61 *verso.* (margin note beside "catio semidyametri … ita sector | est")

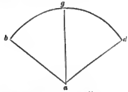
ctum *.e.*; et sit proportio recte *.de.* ad rectam *.da.* sicut *.da.* ad *.db.*; quare *.ed.* erit .16, scilicet duplum linee *.da.*; cum *.da.* sit duplum linee *.db.* Vel aliter multiplicetur *.ad.* in *.dg.*, scilicet .8 per 8., erunt 64; que diuidantur per rectam *.bd.*, scilicet per .4., uenient .16 pro linea *.de.*, ut diximus; erit ergo tota dyameter *.be.* 20.; et sumatur centrum circulj punctus *.f.*; et copulentur *.fa. fg.* , et erit sector *.fabg.* : quare si multiplicauerimus *.fb.* in dimidium arcus *.abg.*, scilicet in arcu *.bg.*, ueniet area sectoris *.fabg.*; de qua si astulerimus aream trigoni rectilinei *.fag.*, que colligitur ex *.fd.* in *.dg.*, remanebit utique area sectionis contente sub *.ag.* recta, et arcu *.abd.* Et si aream relique portionis circulj, que continetur sub recta *.ag.*, et arcu *.aeg.* , habere desideras, semidyametrum, scilicet *.fe.*, in medietatem arcus *.aeg.* multiplica, et prouenienti sume aream trigoni *.fag.* superadde, et habebis embadum sectionis *.aeg.*; et sic studeas operari in similibus.

« 16; et sagitta .... aream trigoni » (fol. 61 verso, lin. 10-18; pag. 100, lin. 42 — pag. 101, lin. 1-7).

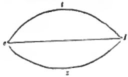


Et si occurreret tibi metiendi campum habentem figuram sectoris, uidelicet quod sit composita ex triangulo, et circulj portione, ut campum *.abgd.*, qui componitur ex triangulo *.abd.*, et sectione circulj *.bgd.*, que cognoscitur, sectorem non esse si linee *.ab.* et *.ad.* inequales sibi inuicem sint; uel si protracta recta infra figuram, ut linea *.ag.* inequalis fuerit uni rectarum *.ab.* et *.ad.*; cuius embadum habebis , si areas sectionis *.bgd.* , et triangulj *abd* in unum coniunxeris. Item si uolueris mensurare campum habentem figuram piscis. Videlicet que sit composita ex duabus circulj sectionibus , ut figuram *.ezit.* , que componitur ex duabus sectionibus circulj, que sunt *.ezi.* et *.e.t.i.* , accipies siquidem embadum unius cuiusque sectionis ; et quod ex ipsa coniunctione prouenit , erit embadum figure *.e.z.i.t.* Rvrsvs |

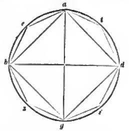
« quod sit .... mensurare campum » (fol. 61 verso , lin. 26-31 ; pag. 101, lin. 13-19).



« ut figuram .... Rvrsvs » (fol. 61 verso, lin. 33-35; pag. 101 , lin. 20-22).



« ex ipsa . . . . Rvrsvs » (fol. 61 verso, lin. 35, e margine inferiore; pag. 101, lin. 22).



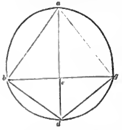
est campus, cui figura elaua, uel obliqua dicitur, que circumdatur ab una tantum linea minime circulum faciente, cuius duo dyametri *.ag.* et *.bd.* se se secundum rectum angulum secantes sibi inuicem sunt inequales: hanc itaque poteris mensurare, si eam in figuris rectilineis soluere procuraueris; ex quibus prima, et maior erit quadrilaterum rectilineum contentum sub rectis *ba.* et *bg.* et *da.* et *dg.*, et remanebunt ex ipsa figura pectora quatuor, quorum unum continetur sub recta *.ab.*, et curua *.aeb.* Aliud namque est contenctum á recta *.bg.*, et curua *.bzg.* Tertium uero est sub recta *.gd.*, et curua *.gid.* Quartum quidem continetur sub rectis *.da.* et curua *.dta.*; in quibus quatuor pectoribus si protraxerimus triangulos *.eab.* et *.zbg.* et *.igd.* et *.tad.* rectilineos, non remanebit ex tota figura nisi parum quod continetur sub pectoribus .8.: et si in quolibet ipsorum

fol. 62 recto.

protrahatur triangulus; et in residuis pectoribus illud idem operari studueris, resoluetur tota figura elana suprascripta dicta in figuris rectilineis; et non remanebit ex ea aliquid sensibile; quarum rectilinearum figurarum omnium, si embada in unum reduxerimus, nimirum embadum totius figurę incontanter habebimus. Aliter dyametros .*ag*. et .*bd*. in unum coniunge, et ipsorum dimidium per $\frac{1}{7}$ 3 multiplica; et quod prouenerit erit quantitas curue linee .*a.b.g.d*.; cuius dimidium si per dimidium medietatis duorum dyametrorum multiplicaueris, embadum suprascriptę figurę prouenerit. Et ut hec in numeris habeantur, sit dyameter .*bd*. 16., et dyameter .*ag*. 12; quibus insimul iunctis faciunt .28.; quorum dimidium si per $\frac{1}{7}$ 3 diuiseris, uenient .44. pro curua linea .*abgd*.; cuius dimidium, scilicet .22., si per meditatem medietatis dyametrorum, scilicet per .7., multiplicaueris, reddent .154 pro embado ipsius.

Si in circulo trigonum describatur, cuius tres anguli periferiam cinguli contingant, possibile est per notitiam ipsius trigoni laterum dyametrum inuenire.

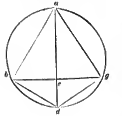
« periferias equales .... qui sub .dag. » (fol. 62 recto, lin. 34, 35, e margine inferiore; pag. 102, lin. 21-22).



Ad cuius rei euidentiam adiaceat trigonum .*a.b.g*. descriptum in circulo *abdg*., cuius tres anguli contingunt cingulum in punctis .*a.b.g*.: á puncto quidem .*a*. protrahatur dyameter .*ad*. secans latus trigonj .*bg*. super punctum .e. Dico per notitiam laterum trigoni .*abg*. esse possibile quantitatem dyametri .*ad*. inuenire. Adiaceant quidem primum duo latera trigonj .*ab*. et .*ag*. sibi inuicem equalia; et compleantur recte .*bd*. et .*dg*.; et erit unumquodque trigonorum .*abd*. et .*agd*. orthogonium, cum unumquodque ipsorum sit in semicirculo: et quia latus .*ab*. est equale lateri .*ag*., equalis erit latus .*bd*. lateri .*dg*.; quare periferia .*bd*. periferie .*dg*. est equalis. Super equales ergo periferias equales anguli cousistunt; quare angulus, qui sub .*bad*. angulo qui sub .*dag*. | est equalis; quare basis .*be*. basi .*eg*. est equalis. Ergo dyameter .*ad*. secat rectam .*eg*. in duo equalia; quare ad rectos angulos ipsa secare necesse est, ut Euclides in tertio suo libro demoustrat; orthogonia quidem sunt, et equalia trigona .*aeb*. et .*aeg*., et similia, cum anguli unius equales sint angulis alterius; et quia trigonum .*adb*. habet angulum .*bad*. comunem cum trigono .*abe*.; et angulus .*aeb*. angulo .*abd*. est equalis, cum unusquisque ipsorum sit rectus: reliquus uero qui sub .*adb*. reliquo qui sub .*abe*. est equalis; equiangula ergo sunt trigona .*abd*. et .*aeb*. Similiter ostendetur, trigonum .*agd*. equiangulum esse cum trigono .*aeg*. Quatuor ergo trigona .*aeb*. *aeg*. *abd*. *agd*. sibi inuicem suut similia. Similia enim trigona circa equales angulos habent latera proportionalia. Quare est sicut .*da*. subtendens angulum rectum, qui sub .*abd*. ad .*ab*. continentem ipsum, ita .*ab*., uel .*ag*., qui subtendens subtendentes augulos rectos ad rectam .*ae*.; quare multiplicatio .*ad*. in cathetum .*ae*. equatur unicuique quadratorum linearum .*ab*. et .*ag*., uel multiplicationi ex .*ab*. in .*ag*.

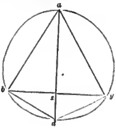
fol. 62 verso.

« Euclides .... equales angulos » (fol. 62 verso, lin. 2 e 3-10, pag. 102, lin. 24-31).



Quare si multiplicauerimus .*ab*. in .*ag*., uel acceperimus quadratum lineę .*ab*., uel linee .*ag*., et summam diuiserimus per cathetum .*ae*., proueniet quantitas dyametri .*ad*.; et est nota cathetus .*ae*., cum sint nota latera trigoni .*abg*.; quare et dyameter .*ad*. erit nota. Que ut demoustrentur in numeris, sit quelibet rectarum .*ab*. et .*ag*. perticarum 10, et recta .*bg*. sit 12. Quare cathetus .*ae*. erit 8: ex ductu quidem .*ab*. in .*ag*., uel ex quadrato lineę .*ab*. uel .*ag*. proueniunt 100; quibus diuisis per .*ae*., scilicet per .8., uenient $\frac{1}{2}$ 12 pro dyametro .*ad*.: uel aliter quia due recte .*ad*. et .*bg*. se se inuicem secant in circulo .*abdg*., erit multiplicatio .*ae*. in .*ed*. sicut multipli-

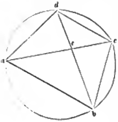
catio $.be.$ in $.eg.$: quare si multiplicauerimus $.be.$ in $.eg.$, et diuiserimus per $.ae.$, scilicet 36 per 8, uenient $\frac{1}{2}$ 4 pro linea $.ed.$ Quare tota $.ad.$ dyameter erit $\frac{1}{2}$ 12, ut prediximus. Sed sit unaqueque rectarum $.ab$ et $ag.$ cum dyametro $.ad.$ nota; et recta $.bg.$ sit ignota; quoniam orthogonium est trigonum $.abd.$; et ab angulo ipsius recte super basem $.ad.$ ad rectos angulos protracta est recta $.be.$, erunt trigona $.abe.$ et $.bed.$ sibi inuicem similia, nec non et toti trigono $.abd.$; quare est sicut $.da.$ ad $.ab.$, ita $.ab.$ ad $.ae.$; quare si diuiserimus quadratum lineę $.ab.$, quod est 100, per dyametrum $.ad.$, uenient .8. pro catheto $.ae.$; quorum quadratum si auferatur ex quadrato lateris $.ab.$, remanebunt 36 pro quadrato lineę $.be.$: uel si multiplicauerimus $.ae.$ per $ed.$, hoc est .8. per $\frac{1}{2}$ 4, uenient similiter 36 pro quadrato lineę $.be.$; ergo $.be.$ est .6., et tota $.bg.$ est .12.: uel aliter quia trigonum $.aeb.$ est simile trigono $.adb.$, erit sicut $.ad.$ ad $.db.$, ita $.ab.$ ad $.be.$; habent enim latera circa equales angulos proportionalia: est | quidem angulus, qui sub $.abe.$, equalis angulo qui sub $.adb.$; quare si multiplicauerimus fol. 63 *recto.* $.db.$ in $.ba.$, hoc est $\frac{1}{2}$ 7. in .10; et diuiserimus per $.ad.$, uenient .6. pro linea $.be.$, que est medietas lineę $.bg.$ Sed non sint equales recte $.ab.$ et $.ag.$; sit minor earum $.ab.$ in hac alia cernitur figura: et protrahatur in trigono $.abg.$ cathetus $.az.$; et quia in sectione $.bdga.$ sunt duo anguli, quorum unus est qui sub $.bga.$, et alter qui sub $.bda.$, erunt ipsi anguli sibi inuicem equales; et angulus qui sub $.azg.$ angulo qui sub $.abd.$ est equalis, cum sit uterque eorum rectus; reliquus sub $.zag.$ reliquo qui sub $.bad.$ est equalis: equiangula enim sunt trigona $.azg.$ et $.abd.$ Similiter ostendetur, trigonum $.azb.$ esse simile trigono $.agd.$: sunt enim in sectione contenta a recta $.ga.$, et arcu $.abdg.$ anguli qui sub $.abg.$ et $.adg.$ Quare ipsi anguli sibi inuicem sunt equales; et anguli $.azb.$ et $.agd.$ sunt recti; quare reliquus qui sub $.zab.$ reliquo qui sub $.gad.$ est equalis. Simile est ergo trigonum $.azb.$ trigono $.agd.$; et quia similia sunt trigona $.abd.$ et $.azg.$, erit sicut $.da.$ ad $.ab.$, ita $.ga.$ ad $.az.$ Quare si multiplicauerimus $.ab.$ in $.ag.$, et diuiserimus per $.az.$, proueniet dyameter $.ad.$ Exemplum in numeris: sit $.ab.$ 13., et $.ag.$ 15, et $bg.$ sit .14.; quare $.bz$ erit .5., et $zg.$ erit .9., et $az.$ erit .12. Ex ab quidem in $.ag.$ ueniunt .195.; quibus diuisis per $.az.$, scilicet per 12, proueniunt $\frac{1}{4}$ 16 pro dyametro $.ad.$ Sed sit nota dyameter $.ad.$ cum unaquaque rectarum $.ab.$ et $.ag.$, recta uero $.bg.$ que est corda arcus $.bag.$, sit ignota; quia similia « arcus .bag. .... si multiplicationem » (fol. 63 *recto*, lin. 20-29; pag. 103, lin. 10-19). sunt trigona $.adg.$ et $.azb.$, circa equales angulos habent latera proportionalia; quare est sicut $.ad.$ ad $.dg.$, ita $.ab.$ ad $.bz.$; quare multiplicatio $.ab.$ in $.dg.$ equa est multiplicationi $.ad.$ in $.bz.$ Rursus quia similia sunt trigona $.abd.$ et $.azg.$, erit sicut $.ad.$ ad $.db.$, ita $.ag.$ ad $.gz.$; quare multiplicatio $.ag.$ in $.db.$ equatur multiplicationi $.ad.$ in $.zg.$ Sed multiplicatio $.ab.$ in $.gd.$ fuit equa multiplicationi $.ad.$ in $.bz.$; ergo multiplicatio $.ab.$ in $.gd.$ cum multiplicatione $.ag.$ in $.bd.$ equatur duabus multiplicationibus, que sunt ex $.ad.$ in $.bz.$, et ex $.ad.$ in $.zg.$; que due multiplicationes equantur facto ex $.ad.$ in $.bg.$; ergo multiplicatio $.ab.$ in $dg.$ cum $.ag.$ in $.db.$ equatur facto ex $.ad.$ in $.bg.$; ergo si multiplicationem ex $.ab.$ in $.dg.$ coniunxerimus cum facto ex $.ag.$ in $.bd.$, et summam diuiserimus per $.ad.$, ueniet nota corda $.bg.$, ut prediximus. Que demonstrentur in numeris: ex quadrato quidem dyametri $.ad.$ auferatur quadrata(*sic*) linearum ab et $ag.$, et remanebunt nota quadrata linearum $.bd.$ et $.dg.$, cum orthogonia sint trigona $.abd.$ et $.agd.$; et erit $.bd.$ $\frac{3}{4}$ 9; et recta $.gd.$ erit $\frac{1}{4}$ 6. Vnde si mul-



tiplicauerimus $\frac{4}{4}$ 6. per .13., hoc est *gd*. per .*ab*., et $\frac{3}{4}$ 9 per 15, hoc est .*bd* per *ag*., habebimus $\frac{4}{2}$ 227; quibus diuisis per dyametrum .*ad*., hoc est per $\frac{1}{4}$ 16, reddunt .14. | pro corda .*bg*.; et quibus diuisis per $\frac{1}{4}$ 16, scilicet per dyametrum .*ad*., uenient 14 pro corda .*bg*.: et hoc est ualde utile in reperiendo corda cuilibet arcui agregato ex duabus arcubus, quorum corde sint note. Fuerunt quidem note corde arcuum .*ba*. et .*ag*., scilicet recte .*ab*. et .*ag*.; per quarum notitiam inuenimus cordam .*bg*. arcui .*abg*., qui fuit agregatus ex arcu .*ba*. et .*ag*.; et hoc demonstrauit THOLOMEVS in compositione tabule arcuum, et cordarum in almagesti per alium modum. DEMonstrauit quidem THOLOMEVS per consimilem figuram, quod omnis quadrilateri qualitercumque cadentis in circulo, si duo dyametri protrahantur in ipso, multiplicatio unius dyametri in alium equatur duabus multiplicationibus oppositorum laterum; quod sic probatur. In circulo quidem .*abcd*. sit quadrilaterum .*abcd*.; et in ipso sint dyametri ipsius quadrilateri .*ac*. et *bd* se inuicem secantes super punctum .*e*. Dico quod multiplicatio .*ac*. in .*bd*. equatur duabus multiplicationibus, que fiunt ex *ab*. in .*cd*., et ex *ad*. in .*bc*. Anguli quidem .*bae*. et .*ead*. aut sunt equales, aut inequales: sint prius equales; et ostendetur, trigonum .*aed*. simile esse trigono .*abc*., cum anguli qui sub .*adb*. et .*acb*. sint sibi inuicem equales. Sunt enim in eadem sectione reliquus qui sub .*aed*. reliquo qui sub .*abc*. similiter est equalis; quare est sicut .*ac* ad *cb*., ita *ad*. ad .*de*.: erit ergo multiplicatio .*ad*. in .*cb*. equalis .*ac*. in *de*.

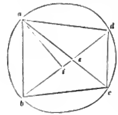
fol. 63 *verso*.

« ag.; et hoc .... duabus multiplicationibus » (fol. 63 *verso*, lin. 6-13 e 14; pag. 104, lin. 7-11).



Similiter ostendetur, trigonum .*aeb*. simile esse trigono .*adc*.; quare erit sicut .*ac*. ad .*cd*., ita .*ab*. ad .*be*.: multiplicatio ergo .*ac*. in .*eb*. est equalis multiplicationj .*ab*. in *cd*.; ergo multiplicatio .*ad*. in .*bc*. cum .*ab*. in .*cd*. equatur multiplicationi .*ac*. in .*bd*., ut predixi. SED sit angulus .*bae*. maior angulo .*ead*.; et iaceat angulus .*bai*. equalis angulo .*ead*.; communis accipiatur angulus .*iae*., erit angulus .*bae*. equalis angulo .*iad*.; quare ostendetur, trigonum .*iad*. simile esse trigono .*abc*.; et trigonum .*aib*. simile esse trigono .*adc*., et prouenient de inceps que diximus superius; et ostendetur, multiplicatio dyametri .*ac*. in dyametrum .*bd*. equari duabus multiplicationibus oppositorum laterum. Vnde si una ex ipsis cordis fuerit ignota, per notitiam reliquorum poteris ipsam inuenire. Verbi gratia: sit ignotus unus ex dyametris, reliquus uero cum lateribus quadrilateri sit notus.

« accipiatur angulus .... cum facto ex » (fol. 63 *verso*, lin. 25-32; pag. 104, lin. 21-31).

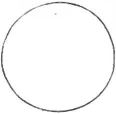


Multiplicabo quidem .*ab*. in .*cd*.; et addam id quod prouenerit cum facto ex .*ad*. in .*bc*.; et summam que proueuerit diuidam per dyametrum notum. Et si fuerit ignotum latus .*ab*., ex multiplicatione .*ac*. in .*bd*. extraham factum ex .*ad*. in .*bc*.; residuumque diuidam per .*cd*., et ueniet .*ab*.; et sic intelligas in reliquis. |

fol. 64 *recto*.

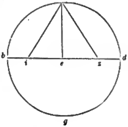
« pro quadrato .... in ipso » (fol. 64 *recto*, lin. 3 e 1-10; pag. 104, lin. 33-44).

SI in circulo, cuius dyameter sit 8, latus trigoni equilateri cadentis in circulo inuenire desideras, ex quadrato totius dyametri quartam partem remoue, uel quadratum semidyametri triplica, et habebis .48. pro quadrato unius cuiusque laterum trigoni cadentis in ipso circulo: quod si in dimidium sui catheti multiplicaueris, scilicet per .3, uenient tres radices de .48., hoc est una radix de .432. pro embado ipsius trigonj, quod est perticarum .20., et pedum .4., et unciarum $\frac{2}{3}$ 12. Vnde habetur quod proportio aree unius cuiusque trigonj cadentis in ipso circulo ad quadratum sui dyametri est sicut .20, et pedes .4, et uncie $\frac{2}{3}$ 12 ad 64.: quare si multiplicauerimus ea per quadratum, cuius uolueris dyametri, et diuiserimus per 64, habebimus aream trigonis (*sic*) cadentis in ipso circulo. Et quia trigonum cadens in circulo est medietas exagoni cadentis in



ipso circulo, erit proportio areę exagoni ad quadratum dyametri sui circulj sicut .41, et pedes 3, et uncie $\frac{1}{2}$ 7 ad 64.; quibus multiplicatis per quadratum dyametrj cuius uis circulj, si summa diuidatur per 64, ueniet utique embadum exagoni cadentis in ipso circulo. Et si in circulo .*a bgd*. eius dyameter .*bd*. sit .8.; et uis latus penthagonicum, seu decagonicum cadens in ipso circulo reperire, super dyametrum .*b.d*. á centro .*e*. cathetus erigatur .*ea*.; et diuidatur .*ed*. in duo equa super punctum .*z*.; et copuletur recta .*az*.; et iaceat recta .*z*. equalis recte .*az*., et copuletur recta .*ai*. Dico quidem quod recta .*ai*. latus est penthagonicum: et recta .*ie*. latus est decagonicum; quod sic probatur: quia linea .*ed*. diuisa est in duo equa super .*z*.; et indirecto ipsius adiuncta est linea .*ei*., erit multiplicatio .*ei*. in .*id*. cum quadrato linee .*ez*. est equalis quadrato lineę .*zi*. Sed .*zi*. recta iacet equalis recte .*az*.; ergo factum ex .*ie*. in .*di*. cum quadrato linee .*ez*. equatur quadrato linee .*az*. Sed quadrato linee .*az*. equantur quadrata linearum .*ae*. et .*ez*.; ergo factum ex .*ie*. in .*id*. cum quadrato lineę .*ze*. equatur duobus quadratis linearum .*ae*. et .*ez*.: comuniter auferatur quadratum linee .*ez*., remanebit multiplicatio .*ei*. in .*id*. equalis quadrato semidyametri .*ae*., hoc est quadrato semidyametri .*de*., cum .*de*. sit equalis linee .*ae*.; ergo linea .*di*. diuisa est media, et extrema proportione.

« linee .ea. .... linea .de. » (fol. 64 recto, lin. 23-31; pag. 105, lin. 10-18).

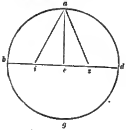


Est enim ut .*id*. ad .*de*., ita .*de*. ad .*ei*.; et est latus exagonicum linea .*de*.: cum itaque lateri exagonici adiungatur recta, que cum tota diuisa sit secundum mediam, et extremam proportionem in puncto coniunctionis ipsarum, ipsa recta, que coniungitur lateri exagonico, est latus decagonicum, ut Euclides in tertio decimo libro demonstrat. Quare recta .*ei*. est latus | decagonicum. Et quia, ut idem Euclides in eodem libro ostendit, latus penthagonicum posse super latus exagonicum et decagonicum, erit siquidem recta .*ai*. latus penthagonicum, cum possit equale quadratorum linearum .*ae*. et .*ei*., scilicet quadratis lateris exagonici, et decagonici, quod .*ai*. latus. Monstrabo cum numeris, esse lineam minorem, scilicet radicem abscisionis quartę.

xi.ª tertij xi.

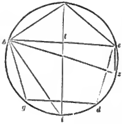
fol. 64 *verso*.

« Monstrabo cum .... radix numeri » (fol. 64 *verso*, lin. 4, 5-13; pag. 105, lin. 25-34).



Verbi gratia: dyameter .*bd*. est .8.; quare utraque rectarum .*ae*. et .*ed*. est .4.; quorum dimidium, scilicet .*ze*., est .2. Vnde si adiunxerimus quadrata linearum .*ae*. et .*ez*., habebimus .20. pro quadrato uniuscuiusque linearum .*az*. *zi*.; ergo recta .*ei*. constat ex radice minus numero: est enim ipsa radix de .20. duobus inde demtis: quam si in se multiplicauerimus, uenient 24., minus IIII.or radicibus de .20.; que IIII.or radices sunt una radix sexdecupli de 20., scilicet de .320.; que si addiderimus cum quadrato linee .*ae*., scilicet cum .16., habebuntur .40, minus radice de 320. pro quadrato lineę .*ai*.; quorum radix est linea .*ai*.: et quia ipsa est radix numeri, minus radice, dicimus, ipsam esse lineam minorem, cum differentia, que est inter quadratum de 40, scilicet inter .1600. et .320. non sit quadratus numerus, cuius recisi radix secundum propinquitatem sic accipitur: radix de 320., que est circa 18, minus nona, extrahitur de .40., remanent $\frac{1}{9}$ 22., quorum radix, que est .4., et pedes 4, et uncie 3., et puncta .17., secundum maximam propinquitatem est linea .*ai*., scilicet latus penthagonicum cadens in circulo suprascripto. Ex hoc enim facile possunt haberi omnia latera penthagonica quorumlibet circulorum; quia est sicut 4, et pedes 2., et uncie .3, et puncta 17 ad 8., ita erit latus penthagonicum cuius uis circulj ad suum dyametrum. Vnde si multiplicauerimus dyametrum cuiuslibet circulj per 4, et pedes 2, et uncias 3, et puncta 17,

.zeb. est in .... binomio; idcirco a (fol. 64 verso, lin. 28-35; pag. 106, lin. 4-11).



fol. 65 recto.

et diuiserimus per 8., habebimus latus dĕcagonicum ipsius circulj. Si uero cordam anguli penthagonici .be. in penthagono .abcde., circa quod peuthagonum sit circulus .abgde. descriptus, inuenire desideras. Dyametrum ipsius circulj .bz. protrahe, que sit .8.; et copulabis .ze., que erit latus decagonicum: et quia angulus .zeb. est in semicirculo .zeb.; ideo est rectus. Quare si ex quadrato dyametri .bz., quod est .64., auferatur quadratum lateris decagonici .ze., quod inuenimus esse superius .24., minus radice de 320.; quorum radix dicitur linea maior, cum sit radix binomij quarti, remanebunt 40, et radix de 320., que est longitudo corde .be. Vnde potest haberi, quod quorumcumque nominum fuerit quadratum penthagonici, eorumdem nominum erit corda anguli peuthagonici. Sed latus penthagonicum est radix recisi quarti, scilicet numeri, minus radice; et quadratum cordę est binomium quartum; et quia minus est reciso suo binomio; idcirco | radix quarti recisi dicitur linea minor: et radix quarti binomij dicitur maior.

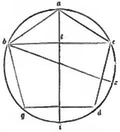
Aliter protrahatur dyameter .ati. secans cordam .be. super punctum .t.; et copulabo rectam .ib., et erit trigonum .iba. orthogonium; et est diuisum à catheto .bt. in duo trigona sibi inuicem similia et toti; quare est sicut .ia. ad .ab., ita .ab. ad .at.: quare si diuiserimus quadratum lineę .ab., quod est .40, minus radice de .320., per dyametrum .ai., scilicet per .8., habebuntur .5, minus radice de .5. pro linea .at.: quibus extractis ex tota .ai., remanebunt .3, et radix de .5. pro linea .ti.: unde si multiplicauerimus .ti. in .ta., et quadruplicauerimus illud quod prouenerit, habebuntur similiter .40, et radix de .320 pro quadrato linee .be.: est enim radix de 320. 18 minus $\frac{1}{9}$; quibus additis cum .40, faciunt 58, minus noua, pro quadrato lineę .be., quorum radix est .7, et pedes .2, et uncie .11, et puncta .14. Per quam etiam cordam poteris habere notitiam similium cordarum cadentium in quolibet circulo, si ipsam per dyametrum ipsius circulj duxeris, et summam diuiseris per .8. Et ut habeamus embadum suprascripti penthagoni, multiplicabimus $\frac{5}{4}$ dyametri, scilicet .6 per $\frac{3}{8}$ corde .be.; uel $\frac{5}{8}$ de .6, que sunt .5., multiplica per totam cordam .be., et uenient circa perticas .38, et denarios $\frac{1}{2}$ 1. mensurę pro embado penthagoni .abgde.: per quod etiam possumus habere notitiam embadorum omnium penthagonorum cadentium in quibuslibet circulis: si multiplicauerimus perticas 38, et denarios $\frac{1}{2}$ 1. per quadrata dyametrorum ipsorum circulorum, et diuiserimus per quadratum prepositi circuli, scilicet per 64.; quia et Euclides in principio duodecimi libri ostendit similia rectilinea in circulis ad se inuicem sunt sicuti ad dyametrorum tetragona: permutatim ergo est sicut quadratum dyametri unius circulj ad multilaterum cadens in ipsum, ita quadratum alterius circulj ad simile multilaterum cadens in ipsum: possumus etiam aliter habere notitiam corde .be.; et habebitur ex ea que probantur in quarto decimo libro Euclidis, quod corda anguli penthagonici cum latere penthagonico possunt quincuplum tetragoni semidyametri circulj: quare si acceperimus quincuplum quadrati medietatis dyametri, habebimus .80.; de quibus si extraexerimus quadratum lateris penthagonici, scilicet 40, minus radice de 320, remanebunt 40, et radix de 320. pro quadrato corde .be., ut prediximus: uel si multiplicauerimus dyametrum per $\frac{5}{64}$, habebimus .40. pro maiori nomine: et si ex quadrato quadrati dyametri acceperimus $\frac{5}{64}$, hoc est de 4096, habebimus 320; quorum radix est minus nomen; et sic poteris facere in alijs circulis.

Embadum quidem trigoni equilateri et equianguli cadentis in circulo, cuius dya-

meter est .8.; inuenimus esse superius perticas quadratas .20, et pedes .4., et uncias $\frac{3}{4}$ 12. Embadum quidem tetragonj est 32, scilicet dimidium de 64., scilicet ex tetragono | dyametri. Penthagoni uero $\frac{1}{24}$ 38. Exagoni quoque .41, et pedes .3, et uncie $\frac{1}{2}$ 7. Octagoni embadum quidem est perticarum 45, et pedis .1, et uncie $\frac{1}{2}$ 9, que habentur ex multiplicatione dupli dyametri in medietatem lateris tetragoni, scilicet ex 16 in radice de .8. Embadum quoque decagonj est perticarum 47, et unciarum $\frac{1}{2}$ 2, que habentur ex multiplicatioae quiucuplationis quarte partis dyametrj in latus penthagonicum, scilicet ex .10., in perticas .4, et pedes .4., et uncias .3, et puncta .17. Embadum namque dodecagonj est .48 perticarum, que proueniunt ex multiplicatione medietatis dyametrj in medietate omnium laterum exagoni cadentis in ipso circulo. Cvmque omnium harum notitiam habueris: poteris embadum similium figurarum cadentium in alijs circulis de facilj habere: si in memor non fueris ex predictis. Explicatis itaque que ad circulorum demonstrationes pertinent; nunc ad diminutionem camporum, qui in ascensione montium iacent, accedamus.

fol. 65 *verso*.

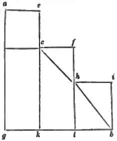
¹ dyametri. Penthagoni .... medietate omnium » (fol. 65 *verso*, lin. 1-8; pag. 107, lin. 3-10).



Incipit pars quinta in dimensione camporum qui in montibus iacent.

Cvm itaque campum aliquem qui sit in ascensione, siue in decliuibus montium metiri desideras, latera superficiei iacentis in plano sub ipso diligenter inquiras, per que embadum ipsius plane superficiei habere studeas.

² montes secundum .... per notitiam » (fol. 65 *verso*, lin. 18-27; pag. 107, lin. 19-28).



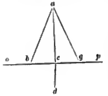
Nam ipsum erit embadum quarti campi. Non enim mensurantur montes secundum superficies apparentes in eis; cum domus, et edificia, arbores, nec non et semina non secundum rectum angulum super ipsas superficies eleuentur. Vnde queruntur embada ipsorum planorum, super que apparentes superficies montium iacent: et super que plana predicta omnia secundum rectum angulum eleuantur. Nam qualiter per latera decliuarum superficierum habeas notitiam laterum planarum superficierum existentium sub ipsis, uolo presentialiter demonstrare. Adiaceat quidem linea .*ab*. pro latere alicuius decliuis superficiei iacentis in monte; et sit linea .*bg*. latus plani existentis sub latere .*ab*.; et cadat super .*bg*. perpendiculariter recta .*ag*. faciens angulum qui ad .*g*. rectum: oportet quidem per notitiam apparentis lateris .*ab*. occultum latus .*bg*., nec non et notitiam perpendicularis .*ag*. uerissime reperire. Quod dupliciter fit. Primus enim modus: et quo sapientes agrimensores utuntur: ut in puncto .*a*. caput metientis pertice ponas, extendens eam uersus .*b*. super lineam .*ab*., et caput pertice, quod est super .*a*. immobiliter tene: aliud uero sursum erige donec ipsa pertica iaceat equidistanter linee .*gb*.; quod scitur per quoddam instrumentum, quod uocatur archipendulum, ut inferius demonstrabo: et tunc per inferius caput pertice lapillum cadere relinquas super lineam .*ab*.; et ubi | lapillus ceciderit, ibi cum eadem pertica incipias eodem ordine cum pertica mensurare; et sic facies donec expleueris mensurando totam lineam .*ab*.

fol. 66 *recto*.

Verbi gratia: sit pertica primo posita .*ae*., que equidistet lateri .*gb*.; et per .*e*. punctum cadat lapillus super punctum .*c*.; super quem punctum ponat iterum caput pertice, tenendo eam cum archipendulo equidistantem cum linea .*gb*., que sit .*cf*.; et à puncto .*f*. cadat lapillus super punctum .*h*., et á puncto .*h*. uersus .*b*.; et ponas iterum perticam equidistantem linee .*bg*., que sit .*hi*.; et per .*i*. cadat lapillus super punctum .*b*. Nam quotiens pertica sit posita cadens super lineam .*ab*., totiens pertica

una erit in latere .*gb*. Verbi gratia: quia pertica .*ae*. equidistat lateri .*gb*., erit angulus .*eag*. rectus, cnm sit rectus angulus, qui ad .*g*.: et quia .*ec*. est casus lapillj, si emiserimus lineam per .*c*. á puncto .*e*. super lineam .*gb*., que sit linea .*ek*., erit recta .*ek*. cathetus super rectam .*gb*.: quare recta .*ek*. equidistans est: et equalis recte .*ag*.; quare .*gk*. equalis est longitudini pertice .*ae*. Similiter si per .*h*. protracxerimus lineam .*f.l*., inuenies, eisdem dispositis, lineam .*kl*. equari pertice .*ef*. Rursus si per casum lapillj cadentis ab .*i*. in .*b*. punctum protraxerimus lineam .*ib*., erit ipsa equidistans, et equalis linee .*hl*.; quare et .*lb*. equalis est .*hi*., scilicet pertice; ergo quotiens pertica accepta fuit equidistanter linee .*gb*. super lineam .*ab*., totiens unius pertice longitudo erit linea .*gb*., ut prediximus. Est enim archipendulus istrumentum ligneum habens formam trianguli equicrurij; et ab uno angulorum pendit filum cum plumbo: cumque posueris basem ipsius anchipendulj super perticam, et ab angulo superiori plumbum cum filo ceciderit super dimidium basis ipsius: tnnc pertica stabit equidistanter illj plano, quod mensurare uolueris; quod potueris ad oculum deprehendere in snbiecta figura, in qua ponitnr pro pertica linea .*po*., super quam erectus est archipendulus .*abg*.; et á puncto .*a*. cadit filum cnm plumbo .*ad*. per punctum .*e*., qui est in medio .*bg*. Et si in antecedente figura apparens latus .*ab*. recte descenderit, non oportebit ponere perticam cum archipendulo nisi semel; quia cum posueris perticam .*ae*. equidistantem lateri .*gb*.; et super casum .*ec*. erecxeris arundinem equalem linee .*ec*., erit triangulus .*aec*. similis triangulo .*abg*.; quia cum in equidistantibus .*ae*. et .*bg*. recta incidit .*ab*., erit angulus .*aec*. equalis angulo .*abg*: similiter quia in equidistantibus .*ag*. et .*ec*. recta incidit .*ab*., erit angulus .*gab*. equalis angulo .*eca*.; quare reliquus qui sub .*aec*. reliquo | qui sub .*agb*. remanet equalis: quare proportionaliter erit sicut .*ac*. ad totam .*ab*., ita pertica .*ae*. ad totam .*gb*. Vnde si multiplicauerimus .*ab*. in .*ae*., et diuiserimus per .*ac*., proueniet utique linea .*gb*.; hoc est si feceris perticam equalem linee .*ac*., et cum ipsa mensurabis totam lineam .*ab*., habebis similiter lineam .*gb*.; quia quot equales linee .*ac*. sunt in linea .*ab*., tot equales pertice .*ae*. sunt in latere .*gb*.: similiter quot equales linee .*ac*. sunt in linea .*ab*., tot equales linee .*ec*. sunt in altitudine .*ag*. Vnde si multiplicauerimus .*ab*. per .*ec*., et diuiserimus per .*ac*., proueniet utique altitudo catheti .*ag*.: et hec inuestigatio catheti est multum utilis in reperiendis altitudinibus pyramidum.

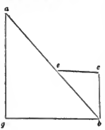
« pendit filum .... perticam cum » (fol. 66 *recto*, lin. 22-29; pag. 108, lin. 11-18).



fol. 66 *verso*.

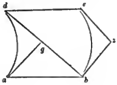
Sapientes uero antiqui ordinabant cum aruudinibus triangulum similem in hunc modum. Descripta itaque figura suprascripta .*agb*., cuius latus .*ab*. iaceat in apparentia montis, per quod uolebant habere longitudinem plani .*bg*., nec nou et altitudinem .*ag*.; erigebant itaque super radicem montis arundinem .*bc*. orthogonaliter cuiuscumque magnitudinis, super quam ponebant aliam arundinem facientem angulum .*c*. rectum, cuius caput alter iacebat super lineam .*ab*.; que arundo sit linea .*ce*.; et sic triangulus .*cbe*. erat similis triangulo .*abg*.; quare erat sicut .*be*. ad .*ba*., ita .*ec*. ad .*bg*.: multiplicabant igitur .*ab*. per .*ce*., et diuidebant per .*be*.; et sic habebant notitiam lateris .*bg*. Similiter quia erat sicut .*be*. ad .*ba*., ita .*cb*. ad .*ag*.; multiplicabant .*ab*. per .*bc*., et diuidebant per .*be*.; et sic habebant altitudinem .*ag*. Et si campus in monte positus habuerit formam superficiei alicuius portionum colupne, ita quod apparens superficies sit gimbosa, ut superficies .*abde*., cuius latera .*ab*. et .*de*. sint arcus

« Sapientes uero .... igitur .*ab*. per » (fol. 66 *verso*, lin. 10-17; pag. 108, lin. 32-39).



circulj; reliqua uero latera *.ad.* et *.be.* sint recta; et sit latus *.be.* in uertice montis; latus quoque *.ad.* sit inuersus radicem. Intelligam primum latera plani existentis sub ipsa superficie *.agdz.* et *.gz.*, nec non et altitudines *.bg.* et *.ez.* cadentes orthogonaliter super planum *.adzg.*, et in puncta *.g.z.*; quare anguli *.agb.* et *.dze.* sunt recti: mensurabo siquidem super arcus *.ba.* et *.ed.* cum pertica et archipendulo, probiciendo lapillos super ipsos arcus, incipiendo á punctis *.be.*, que sunt in eminentia campi, et descendendo usque ad puncta *.ad.*; et sic habebo quantitates *.ag.* et *dz.*: et quia latus *.ad.* est rectus, nec non et in plano superficiei *.gadz.*, mensurabo ipsum sicuti mensurantur latera planorum.

« .agb. et .dze. .... lateris .gz. » (fol. 66 *verso*, lin. 27-32; pag. 109, lin. 4-10).

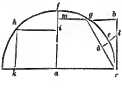


Deinde mensurabo latus latus (*sic*) *.be.* si fuerit equidistans et equale lateri *.gz.*; quod cognoscitur si catheti *.bg.* et *.ez.* fuerint equales; et sic habebo notitiam lateris *.gz.* Nam qualiter cognoscatur utrum catheti *.bg.* et *.ez.* sibi inuicem sint equales uel non, in subscripta figura demonstrabitur: uel poterit ad oculum | deprehendi, si puncta *.b.e.* fuerint in eodem plano: si autem aliquis eorum fuerit altior, erit linea *.be.* in puncto *.e.* ascendens, uel descendens. Esto *.e.* punctus altior puncto *.b.*; quare super latus *.eb.* mensurabo cum pertica et archipendulo ordine suprascripto; et sic habebo notitiam lateris *.zg.*: et si planum *.adzg.* fuerit orthogonium, multiplicabo *.ga.* in *.ad.*, et habebo aream quadrilateri *.az.*, quod erit area apparentis gibosę superficiei: et si planum *.az.* orthogonium non fuerit: studebo inuenire dyametrum *.gd.*, cuius notitiam habebo, si super arcum *.bd.* mensurabo cum pertica et archipendulo : deinde aream trigonorum *.gad.* et *.dzg.* in unum coniungam, et habebo quesitum.

fol. 67 *recto*.

Et si gibositas campi fuerit declinans ad utramque partem, ut arcus *.cfh.*, cuius altior pars sit punctus *.f.* Intelligam rursus latus plani *.ca.* orthogonaliter coniungi cum altitudine *.af.*: et si arcus *.fe.* equalis fuerit arcui *.fh.*, duplum linee *.ca.* erit corda arcus *.cfh.*, scilicet longitudo lateris totius plani cadentis sub arcu *.cfh.*, dum tamen arcus *.cfh.* non sit maior semicirculo : quia si esset maior semicirculo, tunc dyameter circulj esset longitudo superficiei apparentis. Sed sit arcus *.fh.* minor arcu *.fc.*; et intelligam lineam *.hi.* coniungi orthogonaliter cum linea *.fi.* ; et intelligam, lineam *.cak.* equidistantem esse linee *.ih.*, et equalem *.ak.* linee *.ih.*: quare si protrahatur *.hk.*, erit equalis et equidistans lineę *.ia.* et *.hk.* ; quare angulus qui ad *.k.* est rectus; quare tota linea *.ck.* erit latus plani cadentis sub arcu *.cfh.*; et *.hk.* est altitudo, que est ab *.a.* in *.i.* : his itaque intellectis mensurabo cum pertica et archipendulo *.abf.* in *.c.*, et ab *.f.* in *.h.*, et habebo longitudinem lateris *.ck.*: uel aliter erigam arundinem super punctum *.c.* orthogonaliter, que sit *.cb.* ; et aptabo cum ipsa aliam arundinem tantę magnitudinis, que cum fecerit in *.b.* punctum angulum rectum, aliud latus tangat arcum *.fc.*; que arundo sit linea *.bg.* Inuestigabo igitur quam subtilius potero longitudines arundinum *.cb.* et *.bg.*, et coniungam quadrata earum : et coniuncto radicem inueniam, que erit longitudo cordę *.cg.*; quam diuida (*sic*) in duo equa super punctum *.d.*; et á puncto *.d.* intelligam, cathetum *.de.* eleuatum esse super cordam *.cg.*: quare *.e.* punctus diuidet arcum *.cg.* in duo media. Et quia ut in undecimo habetur libro, esse omnem triangulum in superficie una; si rectam *.de.* protraham á parte *.e.* per superficiem *.bcg.*, cadet super unum ex lateribus *.cb.* et *.bg.*, uel in angulum *.b.* contenptum ab ipsis. Quando *.cb.* et *.bg.* fuerint equales, tunc cadet

« arcu .fc. .... his itaque » (fol. 67 *recto*, lin. 17-21; pag. 109, lin. 27-32).



super punctum .*b*.. et si una ipsarum fuerit maior, tunc cadet super maiorem ipsarum.

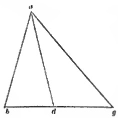
fol. 67 verso. Estu siquidem | maior .*cb*. quam .*bg*.; et protrahatur in intellectu linea .*de*. douec concurrat cum linea .*cb*. in puncto .*l*.; erunt siquidem trigona .*cbg*. et .*edl*. orthogonia et similia, cum habeant angulum .*lcd*. comunem: quare erit sicut .*bc*. ad .*bg*., ita .*cd*. ad .*dl*.: quare multiplicabo .*bg*. per .*cd*., et diuidam per .*bc*., et habebo notam .*dl*. Item est sicut .*bc*. ad .*cg*., ita .*cd*. ad .*el*.: quare multiplicabo .*cg*. per .*cd*., et diuidam per .*bc*., et habebo quantitatem lineę .*cl*.; quam accipiam subtiliter, et ibo; et accipiam arundinem rectam, que cadat ab .*l*. in .*e*., cuius longitudinem tollam ex inuenta .*ld*., et remanebit sagitta .*ed*. nota: quare si multiplicauero .*cd*. in .*dg*., et diuidam per .*de*.; et quod prouenerit addam cum .*ed*., habebo dyametrum circulj, cuius est arcus .*cfh*.: cumque per inuentum dyametrum cordam dupli arcus .*gf*. inueneris per ea que in tabulis diximus; et ipsius cordę dimidium acceperis, habebis sane notitiam lineę .*gam*.: cui si addideris longitudinem arundinis .*bg*., habebis notitiam totius lineę .*bm*., hoc est lineę .*ce*. Similiter si per eundem dyametrum inueneris cordam duplj arcus .*fh*., dimidium eius erit linea .*hi*., que est equalis lineę .*ak*.; et sic habebis notitiam totius rectę .*ck*., scilicet longitudinem plani existentis sub gibosa superficie. Cumque latera planorum, super que apparentes superficies montium eleuantur, inuenire scieris, poteris eorum embada per ipsa latera subtiliter inuenire: cum ipsa plana sunt ex tribus lateribus, uel ex nu^or^, uel ex pluribus: uel rotunda: uel ex aliqua parte circulj: uel quod etiam habeat formam obliquam deuiantiam a uera rotunditate. Cumque formam ipsius plani habueris per ea que in hac tertia distinctione dicta sunt, embadum ipsius inuenire poteris: quare huic distinctioni finem imponens, ad quartam distinctionem accedamus, in qua docebimus diuidere campos cuiuscumque sint formę.

* in duo equa . . . sibi inuicem a (fol. 67 verso, lin. 33-35, e margine inferiore: pag. 110, lin. 33-36).

Explicit distinctio tertia, incipit quarta de diuisione camporum inter consortes.

Qvartam siquidem distinctionem in partes quatuor diuidimus: in prima quarum triangulos: in secunda quadrilateros: in tertia multilateres: in quarta circulos, et eorum portiones diuidere docebimus.

Incipit pars prima de diuisione triangulorum.



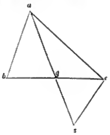
Cvm itaque triangulum aliquem in duas equas partes ab uno angulorum diuidere uis, ab ipso angulo super dimidium lateris subtendentis ipsi lineam protrahe; et habebis optatum. Verbi gratia: uolumus trigonum .*abg*. à puncto .*a*. in duo equa diuidere: diuidatur siquidem latus .*bg*. in duo equa super punctum .*d*.; et copuletur recta .*ad*.; dico siquidem, trigonum .*abg*. in duo equa trigona esse diuisum: sunt enim trigona .*abd*. et .*adg*. sibi inuicem | equalia, cum sint super equales bases, et sub eadem altitudine, que est ductio catheti ab .*a*. in lineam .*bg*.: sunt enim trigona sibi inuicem sub eadem altitudine existentia, sicut bases in principio sexti libri habentur: quare est sicut .*bd*. ad .*dg*., ita trigonum .*abd*. ad trigonum .*adg*.: est enim basis .*bd*. equalis basi .*dg*.; quare trigona .*abd*. et .*adg*. sibi inuicem sunt equalia, ut prediximus; uel si protraxerimus cathetum ab .*a*. super lineam .*bg*., erunt utique cathetus ipse utriusque trigoni .*abd*. et .*adg*.; cuius catheti dimidium si multiplicauerimus in basem .*bd*. et .*dg*., equabitur multiplicationi dimidij eiusdem catheti in basem .*bg*. Nam ex multi-

fol. 68 recto.

plicatione dimidij catheti ipsius in bases *.bd.* et *.dg.*, proueniunt embada trigonorum *.abd.* et *.adg.* Quare probatur, trigonum *.abd.* equalem esse trigono *.adg.*

Trigona unum angulum uni angulo equalem habentia proportionem habent compositam ex lateribus angulos continentibus equales. Ad cuius rei euidentiam sint trigona *.abg.* et *.gez.* equales habentia angulos, qui ad *.g.* Dico quidem, trigona *.abg.* et *.gez.* proportionem habere compositam ex his proportionibus, que sunt laterum continentium angulos equales, ex ea uidelicet quam habet latus *.bg.* ad latus *.ge.*, et ex ea quam habet latus *.ag.* ad latus *.gz.*; quod sic probatur: recta *.ae.* copuletur; et eiciatur inter trigona *.abg.* et *.gez.* trigonus *.age.*; erit ergo proportio trigoni *.abg.* ad trigonum *.gez.* composita ex duabus proportionibus, scilicet ex ea quam habet trigonum *.abg.* ad trigonum *.age.*, et ex proportione *.age.* trigoni ad trigonum *.gez.* Sed proportio trigonj *.abg.* ad trigonum *.age.* est sicut basis *.bg.* ad basem *.ge.*, cum sint sub altitudine una; nec non et proportio trigoni *.eag.* ad trigonum *.egz.* est sicut latus *.ag.* ad latus *.gz.*; ergo proportio trigoni *.abg.* ad trigonum *.gez.* componitur ex proportionibus laterum *.bg.* ad *.ge.*, et *.ag.* ad *.gz.* continentium angulos equales; quod oportebat ostendere. Componitur etiam proportio trigonj *.abg.* ad trigonum *.gez.* ex proportionibus *.bg.* ad *.gz.*, et *.ag.* ad *.ge.*, cum latera *.ag.* et *.bg.* sint antecedentia, et latera *.ge.* et *.gz.* sint consequentia: et quia ut diximus in tractatu angulorum, proportionem compositam cadere ex facto anteeedentium ad factum ex consequentibus, erit utique proportio trigoni *.abg.* ad trigonum *.gez.*, sicut factum ex *.bg.* in *.ag.* ad factum ex *.eg.* in *.gz.*: quare si equalis fuerit multiplicatio lateris *.eg.* in latus *.gz.* multiplicationi laterum *.bg.* in *.ga.*, equale erit trigonum *.egz.* trigono *.abg.*; et si minor minor, et si maior maior; et hoc uoluj demonstrare.

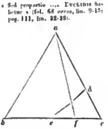
ᶜ ergo proportio .... trigonj *.abg.* ᶜ (fol. 68 *recto*, lin. 19-26; pag. 111, lin. 9-16).



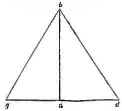
Et si á trigono recta protracta fuerit secans duo latera trigonj, que cum ipsis | duobus lateribus faciant trigonum habentem angulum unum comunem cum ipso trigono, erit proportio unius trigoni ad alium, sicut facta ex lateribus continentibus ipsum angulum. Ad cuius rei euidentiam. Esto trigonum *.abc.*; et in ipso protracta fuerit linea *.de.* secans latera *.ca.* et *.cb.* super puncta *.ed.* Dico, trigonum *.abc.* proportionem habere ad trigonum *.dec.*, sicut factum ex *.ac.* in *.cb.* ad factum ex *.dc.* in *.ce.*; quod sic probatur: super latus *.ac.* applicabo trigonum *.acf.* equale trigono *.dec.*; et quia trigona *.abc.* et *.afc.* sub una sunt altitudine, est sicut *.bc.* ad *.fc.*, ita trigonum *.abc.* ad trigonum *.afc.* Sed proportio *.ac.* ad *.fc.* est sicut factum ex *.ac.* in *.cb.* ad factum ex *.ac.* in *.cf.*; ergo proportio trigoni *.abc.* ad trigonum *.afc.* est sicut factum ex *.ac.* in *.bc.* ad factum ex *.ac.* in *.cf.* Et quia trigonum *.dec.* equale est trigono *.acf.*, est proportio trigoni *.acb.* ad trigonum *.dce.* sicut factum ex *.acb.* in *.acf.*: et quia trigona *.acf.* et *.dce.* sibi inuicem sunt equalia, et habeut unum angulum comunem; quare circa ipsum angulum comunia patiuntur latera; hoc est quod sunt mutuę proportionis, ut in quinto decimo theoremate sexti libri Euclidis habetur: ergo est sicut *.ac.* ad *.dc.*, ita *.ce.* ad *.cf.*; quare factum ex *.dc.* in *.ce.* equatur facto ex *.ac.* in *.cf.*; ergo proportio trigoni *.abc.* ad trigonum *.dec.* est sicut factum ex *.ac.* in *.cb.* ad factum ex *.dc.* in *.ce.*; quod oportebat ostendere. Et si in aliquo laterum sit punctus datus, á quo lineam rectam protrahere uis diuidentem triangulum in duo equa, ut in trigono *.bgd.*, in quo datus sit punctus *.a.* super latus *.gd.*; et sit primus

fol. 68 *verso*.

ᵃ Sed proportio .... Euclidis habetur ᵃ (fol. 68 *verso*, lin. 9-15; pag. 111, lin. 32-38).

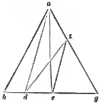


ᵉ ex *.ac.* in *.cf.* .... una uel ᵉ (fol. 68 *verso*, lin. 17-28; pag. 111, lin. 40 — pag. 112, lin. 1-3).



punctus .*a*. super dimidium .*gd*.; copulabo siquidem .*a*. cum .*b*., et erit trigonum .*bgd*. in duo trigona equalia diuisum á linea .*ba*., que sunt .*bga*. et .*bad*. super equas bases, et sub altitudine una; uel quia factum ex .*bd*. in .*dg*. duplum est facti ex .*bd*. in .*da*., duplus est triangulus .*bgd*. triangulo .*bad*., cum habeant unum angulum comune. Sed non sit datus punctus super dimidium alicuius laterum, ut in hoc alio trigono .*abg*., in quo datus sit punctus .*d*., qui sit propius puncto .*b*. Diuidam latus .*bg*. in duo equa super .*e*., et copulabo rectas .*ad*. et .*ae*.; et per punctum .*e*. protraham lineam .*ez*. equidistantem linee .*ad*., et copulabo rectam .*dz*. Dico quidem, trigonum .*abg*. in duo equa diuisum esse á linea .*dz*.; quod sic probatur: in equidistantes quidem .*ad*. et .*ez*.; et super basem .*ad*. sunt trigona .*ade*. et .*adz*. sibi inuicem equalia: comuniter addatur ei trigonum .*abd*., erunt duo trigona .*abd*. et .*adz*., hoc est quadrilaterum .*abdz*. equalia duobus trigonis .*abd*. et .*ade*., hoc est trigono .*abe*. Sed trigonum .*abe*. dimidium est trigoni .*abg*.; quare et quadrilaterum .*abdz*. dimidium est trigonj .*abg*.; reliquum uero, scilicet trigonum .*zdg*., est alia medietas trigonj .*abg*.: diuisum | est ergo trigonum .*abg*. á puncto .*d*. per lineam .*dz*. in duas partes equales, ut oportebat facere. Et si secundum numerum punctum .*z*. inuenire desideras; scias quia que pars est .*ed*. ex .*dg*., eadem est .*az*. ex .*ag*., cum in trigono .*adg*. protracta sit .*ez*. equidistans lateri .*ad*.: quare multiplicabis .*ed*. per .*ga*.; et quod proueuerit diuides per .*gd*.; et quod exierit, erit .*az*. Verbi gratia: sit latus .*ab*. 13, et .*bg*. .14., et .*ga*. .15.; quare .*ge*., uel .*eb*. est .7.: et sit .*de*. duarum perticarum; quare .*gd*. erunt .9.; si multiplicauerimus ergo .*ed*. in .*ga*., scilicet .2. per 15., uenient .30; quibus diuisis per .*gd*., uenient $\frac{1}{3}$ 3 pro linea .*az*.; quibus extractis ex .*ag*., remanent $\frac{2}{3}$ 11 pro linea .*gz*.: quare si multiplicauerimus eam per .*gd*., qui est .9., uenient 105, scilicet dimidium multiplicationis .*bg*. in .*ga*.: quare probatur, trigonum .*zgd*. dimidium esse trigoni .*abg*., cum utrique eorum comunis sit angulus qui ad .*g*.: est enim proportio trigoni .*abg*. ad trigonum .*zdg*. composita ex duabus proportionibus laterum continentium angulum comunem: hoc est ex ea quam habet .*bg*. ad .*gd*., et ex ea quam habet .*ag*. ad .*gz*.: quare est sicut factum ex antecedentibus .*bg*. in .*ga*. ad factum ex consequentibus .*dg*. in .*gz*.: ita trigonum .*abg*. ad trigonum .*zdg*. Sed factum ex .*bg*. in .*ga*. duplum est facti ex .*dg*. in .*gz*. Duplum est ergo trigonum .*abg*. trigono .*zdg*. Vnde si multiplicauerimus .*ag*. per dimidium .*gb*., scilicet .15. per .7., et summam diuiserimus per .*gd*., scilicet per .9., uenient utique $\frac{2}{3}$ 11 pro linea .*gz*., ut superius inuenimus.

r in duo equa .... .abg. diuisum » (fol. 68 verso, lin. 28-35; pag. 112, lin. 7-14).



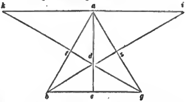
fol. 69 recto.

Preparatoria in diuidendis trigonis per datum punctum infra triangulum.

SI á duobus angulis trigoni super dimidium laterum subtendeutium ipsos due recte protrahantur, se se proportionabiliter secabunt, ita quod quelibet portio, que est inter angulum et sectionem sui residui est dupla: et si á reliquo angulo super reliquum latus per punctum sectionis recta trahatur: diuidet utique ipsum latus in duo equa. In trigono quidem .*abg*. ab angulis .*abg*. et .*bag*. super dimidium laterum .*ag*. et .*bg*. recte protrahantur .*ae*. et .*bz*. se inuicem secantes super punctum .*d*. Dico quod proportio .*ad*. ad .*de*. est sicut proportio .*bd*. ad .*dz*.; et quelibet ipsarum sui residui est dupla; quod sic probatur: a puncto quidem .*a*. equidistantem recte .*bg*. ducam rectam .*ai*.; et protraham rectam .*bz*. donec concurrat cum .*ai*. in puncto .*i*.,

et erunt trigona *.azi.* et *.gzb.* sibi inuicem similia; quare est sicut recta *.az.* ad *.zg.*, ita *.iz.* ad *.zb.*, et *.ia.* ad *.bg.* equalis est enim *.az.* ex *.zg.*; equales ergo erunt *.zi.* ex *.zb.*, et *.ia.* ex *.bg.* Rursus quia similia sunt trigona *.adi.* et *.bde.*, est sicut *.ia.* ad *.be.*, ita *.ad.* ad *.de.*, et *.id.* ad *.db.* Sed *.ia.* recte equalis est recta *.bg.*; quare est sicut *.bg.* ad *.be.*, ita recta *.ad.* ad *.de.*, et *.id.* ad *.db.*: dupla est enim *.bg.* ex *.be.*; quare dupla est *.ad.* ex *.de.*, et *.id.* ex *.db.*: et quoniam equalis est *.iz.* ex *.zb.*, comuniter si adiungatur|

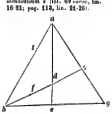
« est *.ad.* .... si adiungatur » (fol. 69 *recto*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 113, lin. 5-6).



recta *.zd.*, erit tota recta *.id.* equalis duabus *.bz.* et *.zd.* Sed *.id.* ostensa est dupla ex *.db.*; quare due recte *.bz.* et *.zd.* duple sunt recte *.bd.* : comuniter si auferatur recta *.db.*, remanebit recta *.bd.* equalis duplo recte *.dz.*; quare *.bd.* ex *.dz.* est dupla : ostensa est enim rectam *.ad.* duplam esse ex *.de.*; ergo est sicut *.ad.* ad *.de.*, ita *.bd.* ad *.dz.*; quod oportebat ostendere. Et si ab angulo *.g.* per punctum *.d.* transeat linea *.gt.* Dico quod latus *.ab.* diuisum est in duo equa super punctum *.t.*: protraham quidem rectam *.gt.* extra triangulum *.abg.*, donec concurrit super punctum *.k.* lineae *.ik.*, et erunt trigona *.adk.* et et (*sic*) *.edg.* sibi inuicem similia; quare est sicut *.ad.* ad *.de.*, ita *.ak.* ad *.ge.*: sed *.ad.* ex *.de.* est dupla; quare recta *.ak.* est dupla recte *.ge.*, cui etiam dupla est recta *.bg.*, cum equalis sit *.be.* ex *.eg.*: que uero eidem dupla sunt, et sibi inuicem sunt equalia; quare equalis est recta *.ak.* recte *.bg.* Rursus quia similia sunt trigona *.atk.* et *.btg.*, est sicut *.ak.* ad *.bg.*, ita *.at.* ad *.tb.*; est enim *.ak.* equalis recte *.bg.*, et *.at.* quidem equalis est recte *.tb.*: diuisum est ergo latus *.ab.* in duo equa á linea *.gt.*; quod oportebat ostendere.

fol. 69 *verso*.

« Et quia in trigono .... angulis descendentium » (fol. 69 *verso*, lin. 16-21; pag. 113, lin. 21-26).



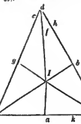
Et quia in trigono *.abg.* ab angulis *.abg.* et *.agb.* due recte concurrunt super dimidium laterum subtendentium ipsos, que sunt recte *.bz.* et *.gt.* se inuicem secantes super punctum *.d.*, erit proportio sectionum ipsarum, una uidelicet est sicut *.bd.* ad *.dz.*, ita *.gd.* ad *.dt.* Dico Rursus quod si a reliquo angulo super dimidium lateris subtendentis ipsum recta trahatur, transibit per punctum sectionum reliquarum duarum linearum á reliquis angulis descendentium super dimidium reliquarum basium. Verbi gratia : describatur rursus trigonum *.abg.*; et super dimidium basium ipsius signentur puncta *.t.ez.*; et copulentur recte *.ae.* et *.bz.* sese inuicem secantes super punctum *.d.* Dico siquidem si a puncto *.g.* in punctum *.t.* recta trahatur, per punctum *.d.* transibit: quod si ita non est, transibit recta ex *.g.* in *.t.* super lineam *.bz.* inter puncta *.bd.*, uel inter puncta *.dz.*: transeat primum super rectam *.bd.* per punctum *.f.*; et quoniam due recte *.bz.* et *.gt.* ab angulis *.abg.* et *.bga.* descendunt super dimidium laterum *.ab.* et *.ag.* sese inuicem secantes super punctum *.f.*, erit *.bf.* dupla ex *.fz.*: sed *.ad.* ex *.dz.* est dupla; ergo est sicut *.bf.* ad *.fz.*, ita *.bd.* ad *.dz.*: permutatim ergo est sicut *.bf.* minor ad *.bd.* maiorem, ita *.bd.* maior ad *.dz.* minorem; quod est inconue-

15

niens; non enim recta protracta ex .g. in .t. transiet per .bz. inter puncta .bd. Similiter ostendetur, ipsam transire non posse inter puncta .dz.; per punctum enim .d. transiet ut dictum est. Ex hoc ergo manifestum est, quod infra trigona non est punctus preter unum, per quem ab angulis transeant | recte diuidentes latera trigonj in duo equa. Quare si per punctum ipsum rectam transire uolumus, que diuidat triangulum in duas equas partes, erit utique unaqueque ex descendentibus rectis ab angulis super dimidium laterum ipsius, per quam trianguli in equas portiones diuidentur. Verbi gratia: in trigono suprascripto .abg. datus sit punctus .d., per quem transeant protracte ab angulis recte .ae. et .bz. et .gt. diuidentes latera ipsius trigonj in portiones equales; quelibet enim ipsarum diuidit trigonum .abg. in duo equa: sunt enim trigona .aeb. et .aeg. super equas bases, que sunt .be. et .eg., et sub una altitudine, que est ex .a. in .bg. perpendicularis ducta; quare equale est trigonum .aeb. trigono .aeg., propter eadem et trigona .bzg. et bza. sibi inuicem sunt equalia; nec non et trigona .gat. et .gtb. sibi inuicem equantur. Sectum est ergo trigonum .abg. in duas medietates ab una quaque linearum .ae. et .bz. et .gt. transeunte per datum punctum .d. Similiter si datus punctus cadat super lineam .ae. inter .ad. uel .de., diuidetur etiam in duo equa trigonum .abg. á linea .ae. transeunte per punctum datum infra triangulum: quod idem intellige si punctus datus fuerit in protractu alicuius duarum linearum .bz. et .gt. Et si punctus datus non ceciderit in lineis descendentibus ab angulis super dimidium laterum ipsius: tunc si ab angulis transire fecerimus rectas per ipsum punctum uenientes usque ad latera trigonj, erunt sectiones unius cuiusque lateris sibi inuicem inequales; ex quibus due sectiones maiores medietate ipsorum laterum erunt circa unum ex angulis trigonj, et due minores circa alium, et una maior, et altera maior reliquum angulum continebunt. Verbi gratia: in trigono quidem .dez. protrahantur recte .da. eb. zg. diuidentes latera ipsius per equalia in punctis .a.b.g., et sese inuicem secantes super punctum .i. Et sit punctus datus aliquis infra triangulum .dez., qui non sit in lineis .da. eb. zg., quem oportebit esse infra unum ex sex trigonis continentibus totum triangulum .dez.: que trigona sunt .dib. et .dig. et .die. et .aie. et .aiz. et .zib.: sit primum datus punctus .f. infra triangulum .dib.; cumque duxerimus lineam ex .d. in .f.; et fecerimus eam penetrare super latus .ez., nimirum inter puncta .az. ueniet; et hoc fiet, quia punctus .f. est infra triangulum .daz.: ueniet ergo super punctum .k.; quare .zk. est minus medietate sui lateris .ez. et .ek. est plus. Item ab angulo .z. per punctum .f. rectam fecerimus penetrare cadet utique inter .dg. super rectam .de. cum punctus .f. sit infra triangulum .gzd.; quare ponamus ipsam cadere super punctum .c., erit ergo .ec. plus | medietate lateris .de. et .cd. minus. Ergo circa angulum .e. sunt due sectiones maiores, que sunt .ke. et .ec. Rursus si ab angulo .dez. protraxerimus per .f. punctum, rectam cadentem super latus .zd., nimirum inter .db. cadet, cum punctus .f. sit infra triangulum .deb.: cadat ergo recta ducta ab .e. per .f. super punctum .h.; quare .zh. erit plus, et .hd. erit minus medietate lateris .zd.: quare et circa angulum .edz. sunt due sectiones minores medietate laterum, que sunt .cd. et .dh.; et angulus quidem .dze. remanet contentus ab inequalibus sectionibus, scilicet ab una maiore, et ab altera minori medietate suorum laterum; quarum maior est sectio .hz., minor est sectio .zk. Similiter si datus

fol. 70 *recto.*

« ueniet; et hoc .... ergo .ec. plus » (fol. 70 *recto*, lin. 31-35, e margine inferiore; pag. 114, lin. 31-39).



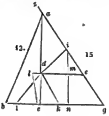
fol. 70 *verso.*

punctus *.f.* fuerit infra quodlibet ex quinque trigonis residuis, inuenies hec eadem euenire.

Et si fuerit punctus aliquis datus infra trigonum, qui non sit in lineis descendentibus ab angulis super dimidium laterum ipsius; et uolueris ipsum diuidere in duo equa cum linea transeunte per ipsum punctum; studebis per ea que dicta sunt inuenire angulum contentum ab inequalibus sectionibus; quia circa ipsum que sequentur operanda erunt. Verbi gratia: Esto trigonum *.abg.*, in quo datus sit punctus *.d.*, qui non sit in aliqua rectarum descendentium ab angulis super dimidias bases ipsius; et uolumus diuidere triangulum *.abg.* in duas medietates cum linea transeunte per punctum *.d.* Deprehendantur primum ad oculum super latera casus linearum descendentium ab angulis per punctum *.d.*, ut habeatur notitia anguli contenti ab inequalibus sectionibus, qui sit angulus, qui ad *.g.*, et uni laterum continentium ipsum super reliquum latus á puncto *.d.* equidistans trahatur, que sit recta *.de.*; et applicetur ei superficies equalis medietati superficiei *.bg.* in *.ag.*, que sit superficies *.de.* in *.gz.* hoc est dimidium multiplicationis *.bg.* in *.ag.*, diuidatur per *.de.*, et proueniet *.gz.* Deinde linee *.gz.* applicabis paralilogramum deficiens figura tetragona, quod sit equale superficiei *.ge.* in *.gz.*; et hoc est quod diuidatur *.gz.* in duas partes, quarum una multiplicata per aliam faciat equale multiplicationi *.ge.* in *.gz.*: quod aliter fieri non poterit nisi quadratum medietatis lineę *.gz.* superhabundet superficiem *.ge.* in *.gz.*; uel sit equale eius: fiat siquidem *.zi.* in *.ig.* sicut *.ge.* in *gz.*; et copuletur recta *.id.*, et emictatur in punctum *.t.* Dico quidem trigonum *.abg.* in duo equa diuisum esse á linea *.it.* transeunte per punctum *.d.*; quod sic probatur: quoniam multiplicatio *.zg.* in *.eg.* equalis est multiplicationi *.zi.* in *.ig.*, erunt sicut *.zg.* ad *.zi.*, ita *.ig.* ad *.eg.*; quare erit sicut *.zg.* ad aliam partem sui, scilicet ad *.ig.*, ita *.ig.* erit ad aliam partem sui, scilicet ad *.ie.*: sed sicut *.gi.* ad *.ie.*, ita *.gt.* ad *.de.*; ergo est sicut *.zg.* ad *.ig.*, ita *.gt.* ad *.de.*: quare multiplicatio *.ig.* in *.gt.* equalis est multiplicationi *.zg.* in *.de.*; sed multiplicatio *.zg.* in *.de.* est medietas multiplicationis *.ag.* in *.gb.*;| ergo et *.ig.* in *.gt.* est medietas multiplicationis *.ag.* in *.bg.*; quare trigonum *.itg.* dimidium est trigoni *.abg.*, ut prediximus. Et ut hec cum numeris ostendamus: sit latus *.ab.* 13., et *.ag.* 15., et *.bg.* 14; et protrahatur in ipso cathetus *.ac.*, que erit .12. Casus *.bc.* erit .5., et *.cg.* erit 9; et sit punctus *.d.* inter cathetum *.ac.*, et latus *.ag.*; et sit elongatus á linea *.cg.* secundum quantitatem catheti *.dk.*, que sit .3.; et protrahatur linea *.ed.* in puncto *.l.*; et sit *.dl.* octaua et sexta decima pars unius: et quia linea *.dl.* equidistans est linee *.ck.*, et *.dk.* recte *.lc.*, erit *.lc.* equalis *.dk.* et *.dl.* recte *.kc.*; ergo *.lc.* est .3., et *.kc.* est $\frac{3}{16}$; remanebunt pro *.al.* nouem: et quia in trigono *.acg.* protracta est linea *.le.* equidistans linee *.cg.*, erunt sicut *.al.* ad *.ac.*, ita *.le.* ad *.cg.*; quare *.le.* erunt $\frac{3}{4}$ 6; de quibus si auferatur *.ld.*, scilicet $\frac{3}{16}$, remanebunt $\frac{9}{16}$ 6: in quem numerum si diuiserimus factum ex *.ag.* in dimidium *.bg.*, scilicet .105., uenient 16 pro linea *.gz.* Item quia est sicut *.al.* ad *.ac.*, ita *.ae.* ad *.ag.*; erit ergo *.ae.* $\frac{1}{4}$ 11, remanebunt pro *.eg.* $\frac{3}{4}$ 3, scilicet quarta pars lineę *.ga.*: in quibus si multiplicauerimus lineam *.gz.*, uenient 60: diuidenda est ergo linea *.gz.*, scilicet .16. in duas partes; quarum una multiplicata per aliam faciet 60. Et ut hoc fiat, extrahe 60. ex quadrato medietatis linee *.gz.*, remanebunt 4; quorum radix, scilicet 2, addenda est super medietatem lineę

* contenti ab .... sicut *.ge.* in *.gz.* (fol. 70 *verso*, lin. 19 e 20-28; pag. 115, lin. 11-20).

fol. 71 *recto*.



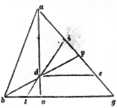
.14.

.gz.; et sic habebuntur .10. pro linea *.gi.*, remanebunt pro linea *.iz.* 6.: deinde si per *.gi.* diuiscrimus .105., uenient predicta $\frac{1}{2}$ 10 pro linea *.gt.* Demonstrabo aliter lineam *.gt.* esse $\frac{1}{2}$ 10: protraham á puncto *.i.* cathetum *.imn.* super lineam *.gb.*; et erit linea *.in.* equidistans linee *.ac.*; quare erit sicut *.gi.* ad *.ga.*, hoc est sicut 10. ad .15., ita *.in.* ad *.ac.*; quare *.in.* erit .8.; et quia paralilogramum est *.mk.* quadrilaterum, erit linea *.mn.* equalis lineę *.dk.*; quare *.mn.* est .3., remanet *.im.* 5.

Rursus quia recta *.in.* equidistans est recte *.ac.*, erit sicut *.gi.* ad *.ga.*, ita *.gn.* ad *.gc.*; quare *.gn.* est .6.; remanent ergo .3. pro linea *.nc.*; cui cum sit equalis recta *.ml.* erunt et recta *.ml.* similiter .3.; de qua si cxtrahatur *.dl.*, scilicet $\frac{3}{16}$, remanebunt pro linea *.md.* $\frac{13}{16}$ 2: et quia trigona *.imd.* et *.dkt.* orthogonia sunt, et sibi inuicem similia, erit sicut *.im.* ad *.md.*, hoc est sicut .5. ad $\frac{13}{16}$ 2, ita *.dk.*, scilicet .3., ad lineam *.kt.*: quare si multiplicauerimus $\frac{13}{16}$ 2 per 3., et quod prouenerit diuiserimus per .5., ueniet $\frac{11}{16}$ 1 pro linea *.kt.*; de qua si extraxerimus *.kc.*, scilicet $\frac{3}{16}$, remanebit $\frac{1}{2}$ 1 pro linea *.ct.*; cui si addiderimus lineam *.cg.*, que est .9., habebunt utique $\frac{1}{2}$ 10 pro linea *.gt.*, ut prediximus. Ostendam rursus per numerum, si in eodem trigono protraxerimus lineas *.ao.* et *.bp.* transeuntes per *.d.* punctum, portionem *.gp.* minorem esse medietate sui lateris, et *.go.* maiorem. Quoniam trigono *.aog.* protracta est recta *.de.* equidistans recte *.og.*, | erit sicut *.ae.* ad *.ag.*, ita *.de.* ad *.og.*; ergo est sicut .3. ad .4., ita *.de.*, scilicet $\frac{9}{16}$ 6. ad *.og.*; quare si multiplicauerimus .4. per $\frac{9}{16}$ 6., et summam diuiserimus per .3., ueuient $\frac{3}{4}$ 8 pro linea *.go.* Rursus quia in trigono *.pbg.* protracta est recta *.de.* equidistaus recte *.bg.*, erit sicut *.bg.* ad *.de.*, ita *.gp.* ad *.pe.*: unde erunt sicut superhabundantia *.bg.* super *.de.*, ita *.ge.* ad *.ep.*; ergo est sicut $\frac{7}{16}$ 7 ad $\frac{9}{16}$ 6, hoc est sicut .119. est ad .105., uel sicut .17. ad .15., ita *.ge.*, scilicet $\frac{3}{4}$ 3 ad *.ep.*; quare si multiplicauerimus .15 per $\frac{3}{4}$ 3; et diuiserimus per .17., uenient $\frac{11}{34}$ 3 pro linea *.ep.*; quare tota *.gp.* erunt minus $\frac{1}{2}$ 7., que sunt medietas totius lineę *.ga.* Et notandum, quod semper per subtendentem angulum contentum ab inequalibus sectionibus potest transire linea diuidens triangulum in duo equa; et aliquando poterit linea transiens per datum punctum subtendenti angulo contento á maioribus sectionibus, que etiam diuidet triangulum in duo equa; et nunquam transibit recta per datum punctum, qui diuidat triangulum in duas equas partes, que subtendat angulum contentum á minoribus sectionibus.

fol. 71 verso.

a ad .ep.; quare .... minoribus sectionibus. a (fol. 71 verso, lin. 7-14; pag. 116, lin. 23-31).



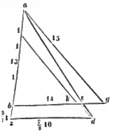
Diuisum est ergo trigonum *.abg.* in duas equas partes á linea *.it.* transeunte per punctum datum *.t.*, et est una ipsarum portionum quadrilaterum *.abti.*; et alia est trigonum *.itg.*; quod oportebat facere.

Demonstratio quomodo diuiditur trigonum in duo equa per lineam egredientem á puncto dato extra ipsum.

Si trigonum *.abg.* per lineam egredientem á puncto dato *.d.* extra ipsum in duas equas partes diuidere uis, lineam *.ad.* secans latus *.bg.* super *.e.* protrahe; siquidem si recta *.be.* equalis est recte *.eg.*, factum utique erit propositum; quia *.abe.* et *.aeg.* super equas bases sunt, et sub eadem altitudine; unde trigonum *.abe.* trigono *.aeg.* iacet equale. Sed non sit *.be.* equalis recte *.eg.*, erit utique una earum maior; sitque recta *.be.* maior; á puncto quidem *.d.* recta protrahatur *.zd.* equidistans recte *.be.*; et

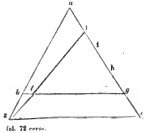
perducatur recta .*ab*. in .*z*.. Et quia recta .*be*. maior est medietate lateris .*bg*., rectiangula superficies .*ab*. in .*be*. est plus medietate rectiangule superficiei .*ab*. in .*bg*.; multo plus superficies .*ab*. in .*zd*. est plus medietate superficiei .*ab*. in .*bg*., cum maior sit .*zd*. quam .*be*. Adiaceat siquidem superficies .*ib*. in .*zd*. equalis dimidio superficiei, que fit ex .*ab*. in .*bg*.; et quoniam maior est superficies .*ab*. in .*be*. superficiei .*ib*. in .*zd*.; erit proportio .*zd*. ad .*be*. minor proportione .*ba*. ad .*bi*. Sed proportio .*zd*. ad .*be*. equalis est proportioni .*za*. ad .*ab*. Disiunctim quidem erit proportio .*zb*. ad .*ba*. minor proportione .*ai*. ad .*ib*.; quare superficies .*zb*. in .*bi*. minor est superficiei .*ba*. in .*ai*. : adiungatur quidem recte .*bi*. paralilogrammum superhabundans figura tetragona equale superficiei .*zb*. in .*bi*.; hoc est quod recte .*bi*. adiungatur quedam linea, que | multiplicata in se et in .*bi*. faciat equale multiplicationi .*zb*. in .*bi*.; quod paralilogrammum sit superficies, que sit .*ti*.; et copuletur recta .*tkd*.; et quia superficies .*zb*. in .*bi*. equa est superficiei .*bt*. in .*ti*., proportionaliter erit ut .*zb*. ad .*bt*., ita .*ti*. ad .*ib*.; coniunctim ergo sicut .*zt*. ad .*bt*., ita .*bt*. ad .*bi*. Sed sicut .*zt*. ad .*bt*., ita .*zd*. ad .*bk*.; ergo sicut .*zd*. ad .*bk*., ita .*bt*. ad .*bi*.; quare superficies .*kb*. in .*bt*. equa est superficiei .*zd*. in .*bi*. Sed superficies .*zd*. in .*bi*. equalis est dimidio superficiei .*ab*. in .*bg*.; quare trigonum .*tbk*. dimidium est trigonj .*abg*. Diuisum est ergo trigonum .*abg*. á linea egrediente á puncto .*d*., que est recta .*dkt*. in duas medietates, quarum una est trigonum .*tbk*., et alia est quadrilaterum .*tkga*.; quod oportebat facere. Que etiam operabor cum numeris. Sit latus .*ab*. 13., et .*ag*. 15., et .*bg*. 14., et .*dz*. $\frac{2}{5}$ 10, et .*bz*. $\frac{3}{7}$ 1.; et diuidam dimidium superficiei .*ab*. in .*bg*., scilicet .91. per .*zd*., hoc est per $\frac{2}{5}$ 10.; et uenient $\frac{3}{4}$ 8 pro linea .*bi*.: et multiplicabo .*zb*. in .*bi*., scilicet $\frac{3}{7}$ 1., per $\frac{3}{4}$ 8., uenient $\frac{1}{2}$ 12; quibus superaddam quadratum dimidij lineę .*bi*. , scilicet multiplicationem de $\frac{3}{8}$ 4 in se; que multiplicatio est $\frac{9}{64}$ 19, erunt $\frac{41}{64}$ 31.; quorum radix, que est $\frac{5}{8}$ 5, est linea .*lt*.; cui si addatur .*lb*., que est $\frac{3}{8}$ 4, habebuntur .10. pro linea .*tb*.: et quia est sicut .*zt*. ad .*bt*., ita .*zd*. ad .*bk*.; multiplicabo .*zd*. in .*bt*., scilicet $\frac{2}{5}$ 10, per 10., erunt .104.; que diuidam per $\frac{3}{7}$ 11., hoc est per lineam .*zt*., et uenient $\frac{1}{10}$ 9 pro linea .*bk*.; uel 91, que sunt medietas superficiei .*ab*. in .*bg*.; diuidam per .*bt*., hoc est per .10., exibunt similiter $\frac{1}{10}$ 9 pro linea .*bk*. ; et sic erit trigonum .*btk*. dimidium trigoni .*abg*., ut oportet. Et si unum ex lateribus trigoni extra trigonum protractum fuerit; et in ipso protractu punctus ille ceciderit, á quo recta egredi oporteat, que diuidat triangulum in duo equa; ut si in trigono .*abg*. extra trigonum educatur latus .*ab*. super punctum .*z*.; et sit .*z*. punctus datus á quo recta egredi oporteat diuidens triangulum .*abg*. in duo equa, eodem supradicto modo á puncto .*z*. producam rectam .*ze*. equidistantem recte .*bg*.; et educam latus .*ag*. in punctum .*e*.; et ponam superficiem .*ze*. in .*gi*. equalem dimidio superficiei .*ag*. in .*gb*.; et applicabo recte .*gi*. paralilogramum, cui susuperhabundet tetragonum equale eius, quod sit ex .*eg*. in .*gi*.; sitque .*gt*. in .*ti*.; et copulabo .*tlz*. Dico diuisum esse trigonum .*abg*. in duo equa á linea .*tz*. egrediente á puncto .*z*. , et est una ipsarum partium trigonum .*tgl*. , et alia est quadrilaterum .*tabl*. Quod sic probatur: Quoniam superficies .*gt*. in .*ti*. equa est superficiei .*eg*. in .*gi*., est sicut .*eg*. ad .*gt*., ita .*ti*. ad .*ig*.: coniunctim ergo sicut tota .*et*. ad .*tg*., ita tota .*tg*. ad .*ig*. Sed sicut .*et*. ad .*tg*., ita .*ez*. ad .*gl*.: per equale ergo erit sicut .*ze*. ad .*lg*., ita recta .*gt*. | ad rectam .*ig*.; quare superficies .*lg*. in .*gt*. equa est superficiei

« superficiei .*ab*. . . . . linea que » (fol. 71 *verso*, lin. 27-35; pag. 117, lin. 2-10).



fol. 72 *recto*.

« .*ig*.. coniunctum . . . . ita recta .*gt*. » (fol. 72 *recto*, lin. 34 e 35, e margine inferiore; pag. 117, lin. 41-43).



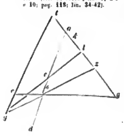
fol. 72 *verso*.

.ze. in .ig. Sed superficies .ze. in .ig. est medietas superficiei .ag. in .bg.; quare et superficies .t.g. in .lg. est medietas superficici .ag. in .bg.; duplum ergo est superficies .ag. in .gb. superficiei .tg. in .gl. Duplum ergo est trigonum .abg. trigono .tgl.; quare trigonum .tgl. est medietas trigonj .abg., ut oportet. Que etiam demoustreutur in numeris.

Sit rursus latus .ab. 13., et latus .ag. 15.; basis quoque .bg. 14.; et sit .bz. quarta pars ex .ab.; quare et .eg. erit $\frac{3}{4}$ 3., scilicet quarta ex .ag.; quare .ze. addit quartam partem super .bg.; et sic erit .ze. perticarum $\frac{1}{2}$ 17.: in quibus si diniserimus dimidium facti ex .ab. in .bg., scilicet .105., uenient. 6. pro linea .gi.; cui si applicauerimus superficiem .gt. in .ti. equalem eius que sit ex .eg. in .gi., erit utique superficies .gt. in .ti. $\frac{1}{2}$ 22: et ut habeamus notitiam quantitatis lineę .ti., diuidam .ig. super punctum .h. in duo equa, et erit .ih. 3.: et quia linea .ig. diuisa est in duo equa super punctum .h.; et ei indirecto adiuncta est linea .it., erit multiplicatio .it. in .gt. cum quadrato linee .ih., quod est .9., equalis quadrato lineę .th.; quare .th. est radix de $\frac{1}{2}$ 31; cui si addatur .hg., que est .3., erit tota .tg. radix de $\frac{1}{2}$ 31 et 3.; quare binomium est .tg.: et quia, ut demonstratum est, equale est factum ex .lg. in .gt. ei quod est ex .ze. in .ig., quod est .105., diuidenda sunt .105. per lineam .gt., scilicet per binomium, cuius nomina sunt radix de $\frac{1}{2}$ 31 et 3. Quam diuisionem, qualiter fiat, indicabo; quia binomium est linea .tg., erit utique recisum ipsius binomij linea .ti., que est radix de $\frac{1}{2}$ 31, minus .3.; cum .hi., que est .3.; auferatur ex .th., que est radix de $\frac{1}{2}$ 31.; et quia ex .tg. binomio in .ti. reciso prouenit ratiocinatum, scilicet $\frac{1}{2}$ 22; si diuiserimus $\frac{1}{2}$ 22 per binomium .gt., ueniet utique recisum .ti.; ergo quotiens $\frac{1}{2}$ 22 sunt in .105., totiens equale .ti. recisi ueniet ex diuisione de .105. in .tg. binomio; unde diuidenda sunt .105. per $\frac{1}{2}$ 22., hoc est 210 per 45., uenient $\frac{2}{3}$ 4.; in quibus si multiplicauerimus recisum .ti., habebimus quantitatem lineę .gl.; que multiplicatio sic fit; ex multiplicatione quidem de $\frac{2}{3}$ 4 in lineam .ti., scilicet in radicem de $\frac{1}{2}$ 31., uenient quatuor radices, et due tertie de $\frac{1}{2}$ 31, que sunt una radix de 686., que prouenit ex multiplicatione quadrati de $\frac{2}{3}$ 4. in $\frac{1}{2}$ 31.; de qua radice tollenda est multiplicatio de $\frac{2}{3}$ 4. in lineam .ih., que est .14.; et sic habebitur pro linea .gl. radix de 686., minus .14., que secundum propinquitatem sunt parum minus de $\frac{1}{5}$ 12, nec non et binomium .gt. secundum propinquitatem est $\frac{11}{12}$ 8: quibus multiplicatis per $\frac{1}{5}$ 12, scilicet .tg. in .gl., uenient circa .105, ut oportet. Et sic est procedendum, cum uolumus diuidere aliquem numerum inratiocinatum per aliquod binomium. Et notandum, quod si .105. oporteret diuidere per recisum .it., eadem uia esset tenenda; et egrederetur ex ipsa diuisione binomium, cuius uomina | essent radix de 686, et 14; et sic studeas operari in similibus. Sed protrahantur duo latera trigoni extra trigonum continentia unum ex angulis trigoni; et punctus datus cadat infra lineas continentes angulum exteriorem, qui est equalis angulo interiori; et uolumus ab ipso puncto rectam protrahere diuidentem triangulum in duo equa. Vt si trigoni .abg. duo latera .ab. et .bg. producantur in punctis .de.;et infra angulum .ebd. datus sit punctus .i. á quo egrediatur recta diuidens triangulum .abg. in duo equa, copulabo primum .ib., et ducam lineam .ib. in punto .z. cadens super lineam .ag. Si ergo .az. equalis est .zg., diuisum est trigonum .abg. in duo equa, á linea .iz. Sed si inequales sunt, erit maior una earum, que sit .az.; educam siquidem .za. extra trigonum .abg. super punctum .t.; et a puncto .i. ducam lineam .it. equidistantem lineę

fol. 73 recto.

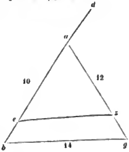
« pro|trahantur duo .... si in|equales » (fol. 73 recto, lin. 1, 8-9 e 10; pag. 118; lin. 34-42).



.ba.; et quia maior est .za. medietate lateris .ag., erit maior superficies .ab. in .az. medietate superficiei .ba. in .ag. Vnde adiaceat .lt. in .ak. equalis medietati superficiei .ba. in .ag.; et accipiatur superficies .al. in .kl. equalis superficiei .ta. in .ak., et copuletur recta .li.; et ostendetur per ea, que supra dicta sunt, trigonum .abg. diuisum esse in duo equa á linea .il.; et una sectio earum trigonum est .lac. , et alia est quadrilaterum .lcbg.

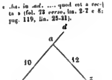
Et si per equidistantem uni laterum trigoni trigonum aliquod diuidere uis, qualiter hoc fieri debeat in sequenti trigono .abg. demonstrabitur, quod in duas equales partes per equidistantem basi .bg. diuidi oporteat. Latus quidem .ba. emictatur extra trigonum in puncto .d.; et sit .ad. equalis medietati lateris .ba.; et linearum quidem .ba. et .ad. summatur media proportionalis .ae., hoc est quod sit sicut .ba. ad .ea., ita .ea. ad .ad.; et per punctum .e. basi .bg. equidistans ducatur recta .ez. Dico siquidem, trigonum .abg. diuisum esse in duas equas partes á linea .ez., quarum una est trigonum .aez., alterum est quadrilaterum .ebgz.; quod sic probatur: trigona .aez. et .abg. sibi inuicem sunt similia, cum anguli .aez. et .aze. duobus angulis .abg. et .agb. sint equales, exteriores uidelicet interioribus; et angulus .bag. est comunis utrique. Similia uero trigona ad se inuicem in dupla proportione sunt homologorum laterum, idest similium; quare est sicut .ba. ad .ad., ita trigonum .abg. ad trigonum .aez.: est enim .ba. ex .ad. dupla; quare trigonum .abg. trigoni .aez. est duplum: ergo medietas trigoni .abg. est trigonum .aez., vel aliter; quoniam quando tres recte sunt proportionales in proportione continua, est sicut prima ad tertiam, ita spatium, quod á prima ei, quod est a secunda simile, et similiter descriptum. Vnde, ut dictum est, sicut .ba. prima est ad .ad. tertiam, ita quod ab .ab. ei quod ab .ae. duplum, id est quod ab .ab. ei quod ab .ae.; duplum ergo est trigonum .abg. trigono .aez., ut | predixi. Aliter quia est sicut .ba. ad .ae., ita .ae. ad .ad., erit factum ex .ba. in .ad. equale ei quod á recta .ae. tetragonum: quare tetragonum recte .ab. duplum est tetragono, quod á recta .ae.; et quia equidistans est .bg. ex .ez., proportionaliter est sicut .ba. ad .ae., ita .ga. ad .az.; quare est sicut tetragonum, quod á recta .ba. ad tetragonum, quod a recta .ae., ita tetragonum, quod á recta .ga. ei quod á recta .az.; duplum est tetragonum recte .ba. tetragono recte .ae. Quare duplum erit tetragonum recte .ga. eius quod est á recta .az.; quare factum ex .ba. in .ag. duplum est facto ex .ea. in .az.; quare trigonum .abg. duplum est trigono .aez. Quod si secundum numerum facere uis, sit latus .ab. 10.; latus quoque .ag. 12.; latus uero .bg. 14.: multiplicabo quidem .ab. in dimidium sui, scilicet .10., per .5., erunt .50., quorum radix est .ae.: et ducam rursus .ga. in dimidium sui, et habebuntur 72; quorum radix est linea .az.: et protraham lineam .ez., et erit trigonum .aez. medietas trigoni .abg., cum sint circa unum angulum; et fiat multiplicatio .ea. in .az. medietas ex .ba. in .ag.: multiplicatio quidem ex .ea. in .az., scilicet ex radice de .50., in radicem de .72., facit radicem de .3600., scilicet .60,, que sunt dimidium ex .ba. in .ag., scilicet de .120.: et si uis habere notitiam recte .ez., multiplicabis .bg. in dimidium sui, et uenient .98. pro quadrato linee .ez.; et sic studeas facere in similibus.

« vel aliter .... trigono .aez., ut » (fol. 73 *recto*, lin. 32-35, e margine inferiore: pag. 119, lin. 20-24).



fol. 73 *verso*.

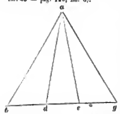
« .ba. in .ad. .... quod est a rec-| ta » (fol. 73 *verso*, lin. 2-7 e 8: pag. 119, lin. 25-31).



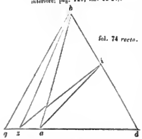
Incipit de diuisione trigonorum in tres partes.

Si trigonum .abg. in tres equas partes diuidere uis super unum ex lateribus suis,

« Si trigonum .... si uero .gz. non » (fol. 73 verso, lin. 20-27; pag. 119, lin. 43 — pag. 120, lin. 6).

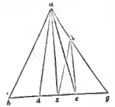


« pars totius trigoni .... equale trigono » (fol. 73 verso, lin. 33-35, e margine inferiore; pag. 120, lin. 11-14).

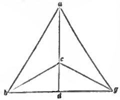


fol. 74 recto.

« sectiones .bd. . . . . .izg. quod sic » (fol. 74 recto, lin. 4 e 5-11; pag. 120, lin. 17-24).



« oportebat inter . . . . dupla ex .cd. » (fol. 74 recto, lin. 19-25; pag. 120, lin. 30-36).



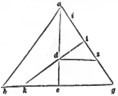
ut dicamus super latus .bg., ipsum .bg. in tres partes equas diuide, que sunt .bd. de. .eg.; et copulentur recte .ad. et .ae. Dico quidem trigonum .abg. diuisum esse in tres partes equales, que sunt trigona .abd. et .ade. et .aeg.: sunt enim super equas bases, et sub altitudine una; quare sibi inuicem equalia esse necesse est. Et si super datum punctum .z. ex trigono .bgd. tertiam partem uoluero, copulabo .bz.; et si .gz. fuerit tertia pars ex .gd., utique trigonum .bgz. erit tertia pars trigonj .bgd.; si uero .gz. non fuerit tertia pars ex .gd., erit tunc plus uel minus. Esto primum minus; quare accipiam ex .gd. tertiam partem, que sit .ga.; et copulabo rectam .ai. equidistans .zb.; et copulabo, rectam .iz., que aufert á trigono .bgd. quadrilaterum .ibgz.; quod demonstrabo tertiam esse ex toto trigono .bgd.; uerbi gratia: quia recta .ga. est tertia pars totius .gd., erit trigonum .bga. tertia pars totius trigoni .bgd. Et quia trigona .bza. et .bzi. sunt inter equidistantes .bz. et .ai.; et super eandem basim .bz. equalia sibi inuicem sunt, comuniter addatur trigonum .bgz., erit quadrilaterum .ibgz. equale trigono | .bga., tertia ergo pars est quadrilaterum .ibgz. trigoni .bgd.: residuum uero, scilicet trigonum .izb., diuidetur in duas partes equales per qualem uolueris ex modis supradictis. Rursus adiaceat trigonum .abg. in tres equas partes diuisum, que sint trigona .abd. et .ade. et .aeg.; quare sectiones .bd. de. eg. sibi inuicem sunt equales; in superiori quidem figura posuimus punctum .z. inter .bd.; quod idem esset si posuissemus ipsum inter .eg., cum eodem módo esset operandum. Nunc uero ponamus punctum .z. inter .de. super latus .bg.; á quo uolumus lineam producere abscidentem tertiam partem trianguli .abg.: primum quidem copuletur .az.; et per punctum .d., uel per punctum .e. equidistans trahatur linee .az., que sit linea .ei.; et copuletur .zi. Dico quidem, quod recta .zi. abscidit á trigono .abg. tertiam partem, que est trigonum .izg.; quod sic probatur: quia trigona .azi. et .aze. inter duas equidistantes sunt; et super eandem basim sibi inuicem sunt equalia; comuniter si addatur trigonum .ade., erit trapezion .adzi. equale triangulo .ade. Sed triangulus .ade. est tertia pars trigoni .abg.; quare et quadrilaterum .adzi. est similiter tertia pars trigonj .abg.; est et trigonum .abd. alia tertia pars trigonj .abg.; remanet pro reliqua tertia parte trigonum .izg., quod abscisum est á trigono .abg. per rectam .iz.; quod oportebat facere. Adiaceat iterum trigonum .abg., quod oporteat inter tres consortes diuidere; quorum unus quisque uelit in sua portione habere unum ex lateribus triangulj .abg. Latus quidem .bg. diuidam in duo equa super punctum .d.; et copulabo rectam .ad., et componam .de. tertiam partem linee .ad.; et copulabo rectas .bc. et .cg. Dico quidem, trigonum .abg. diuisum esse in tres equas partes, quarum unaqueque est super unum ex lateribus trianguli .abg.; que partes sunt trigona .abc. et .acg. et .bcg.; quod sic probatur: quia recta .dc. est tertia pars recte .da. Erit .ac. dupla ex .cd.; quare trigonum .abc. est duplum trigoni .bcd.; propter eadem ergo et trigonum .acg. duplum est trigonj .gcd. Rursus quia equalis est recta .bd. recte .dg. equalia sunt trigona .cbd. et .cdg. sibi inuicem; quare totum .cbg. trigonum duplum est uniuscuiusque trigonorum .cbd. et .cdg.; et que eidem sunt dupla, sibi inuicem sunt equalia; quare trigona .acb. et .acg. et .bcg. sibi inuicem sunt equalia. Diuisum est ergo trigonum .abg. etc.

Demonstratio qualiter á trigono abscidatur pars data per lineam protractam per punctum datum infra triangulum.

Adiaceat siquidem trigonum *.abg.*, et in ipso datus sit punctus fortuitu *.d.*, per quem transire uolo rectam absciudentem datam partem, ut dicamus tertiam á triangulo *.abg.*: protraham quidem per punctum *.d.* lineam *.ae.*, et considerabo utrum sectio *.be.* uel *.eg.* | sit tertia pars lateris *.bg.*; quia si *.be.* est tertia pars ex recta *.bg.*, tunc trigonum *.abe.* erit tertia pars trigoni *.abg.* Si autem neutra eorum est tertia pars lateris *.bg.*, considerado que dixi super unam quamque linearum egredientium á reliquis angulis: et uenientium super reliqua latera per puuctum *.d.*: quod si uon innenero aliquam ex sectionibus laterum esse tertiam sui lateris, protraham á puncto *.d.* lineam *.dz.* equidistantem lineȩ *.ge.*, et ponam superficiem *.dz.* in *.zi.* equalem tertiȩ parti superficiei *.ag.* in *.bg.*, et aplicabo linee *.gi.* superficiem equiangulam, cui deficiat figura tetragona equalem superficiei *.gz.* in *.zi.*, que sit superficies *.it.* in *.tg.*; et copulabo rectam *.td.*, et perducam eam in *.k.* Dico quidem quod á triangulo *.abg.* abscisa est tertia pars, scilicet triangulum *.tkg.* á linea *.tk.* transeunte per punctum *.d.*; quod sic probatur: quia factum ex *.gi.* in *.gz.* equatur facto ex *.it.* in *.tg.*, erit sicut *.gi.* ad *.it.*, ita *.tg.* ad *.gz.*: permutatim ergo est sicut *.ig.* ad *.gt.*, ita *.gt.* ad *.zt.* Sed sicut *.gt.* ad *.zt.*, ita *.kg.* ad *.dz.*; ergo sicut *.kg.* ad *.dz.*, ita *.gi.* ad *.tg*; quare factum ex *.tg.* in *.gk.* equale est facto ex *.dz.* in *.zi.* Sed factum ex *.dz.* in *.gi.* est tertia pars facti ex *.ag.* in *.gb.*; quare et superficies. *tg.* in *.gk.* est tertia pars superficiei *.ag.* in *.gb.*; quare trigonum *.tkg.* est tertia pars trigoni *.agb.*, ut dictum est.

fol. 74 verso.

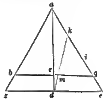
« equatur facto . . . . quare trigo|num » (fol. 74 verso, lin. 12-16 e 17; pag. 121, lin. 16-21).



Demonstratio qualiter abscidatur pars data á dato triangulo per lineam egredientem á puncto dato extra triangulum.

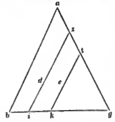
Esto trigonum *.abg.*, et extra ipsum datus sit punctus *.d.*; oportet ut á triangulo *.abg.* abscidatur pars data, ut dicamus tertiam per lineam egredientem á puncto *.d.*; copulabo primum rectam *.ad.* secantem latus *.bg.* super puuctum *.c.*; et si *.bc.* uel *.cg.* est tertia pars linee *.bg.*, nimirum abscisa est tertia pars trigonj *.abg.* per lineam *.ad.* ascendentem á puncto *.d.*: quod si ita uon est, protraham latera *.ab.* et *.ag.* extra triangulum *.abg.* in punctis *.ez.*, et per punctum *.d.* lateri *.bg.* equidistantem protraham lineam *.ez.*, et ponam snperficiem *.de.* in *.gi.* equalem tertie parti superficiei *.ag.* in *.gb.*, et applicabo recte *.gi.* paralilogramum, cui superhabundet figura tetragona equale ei quod fit ex *.eg.* in *.gi.*: sitque superficies *.ik.* in *.kg.*; et per punctum *.k.* ducam rectam *.kmd.* Dico, triangulum *.kmg.* esse tertiam ex triangulo *.abg.*; quod sic probatur: quoniam equalis est superficies *.eg.* in *.gi.* superficiei *.gk.* in *.ki.*, est sicut *.eg.* ad *.gk.*, ita *.ki.* ad *.ig.*: coniunctim ergo est sicut *.ek.* ad *.gk.*, ita *.gk.* ad *.ki.* Sed sicut *.ek.* ad *.kg.*, ita *.de.* ad *.gm.*; ergo est sicut *.ed.* ad *.gm.*, ita *.gk.* ad *.gi.*: superficies ergo *.gk.* iu *.gm.* equalis est superficiei *.de.* in *.gi.* Sed superficies *.de.* in *.gi.* est tertia pars superficiei *.ag.* in *.gb.*; quare et superficies *.gk.* in *.gm.* est tertia pars superficiei *.ag.* in *.gb.*: et quia est sicut superficies *.kg.* in *.gm.* ad superficiem *.ag.* in *.gb.*, ita trigonum *.kgm.* ad trigonum *.agb.*: est ergo | trigonum *.kgm.* tertia pars trigoni *.abg.*, ut predixi. Similiter eodemque modo possemus abscidere á quolibet triangulo partem quamlibet datam per lineam egredientem á puncto dato inprotractu lateris ipsius extra ipsum, uel infra protractionem duorum laterum continentium ex la-

« equidi|stantem protraham .... *.ed.* ad *.gm.* (fol. 74 verso, lin. 24 e 25-31; pag. 121, lin. 29-36).

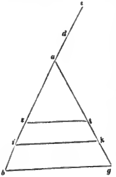


fol. 75 recto.

« egredien[tem á .... puncta data » (fol. 75 *recto*, lin. 2 e 8-11; pag. 121, lin. 42 — pag. 122, lin. 1-7).

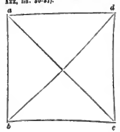


« parti[s ipsius .... inuicem similia » (fol. 75 *recto*, lin. 13, 14-25; pag. 122, lin. 9-20).



fol. 75 *verso*.

« quoque sunt .... paralilogramorum ; omnes » (fol. 75 *verso*, lin. 4-8; pag. 122, lin. 30-37).



teribus trigonj. Rvrsvs si infra trigonum *.abg.* duo puncta data fuerint *.de.*; et uolumus triangulum *.abg.* in tres equas partes diuidere per rectas transeuntes per puncta *.de.*, abscidemus primum á trigono *.abg.* triangulum *.zig.* per lineam *.zi.* transeuntem per punctum *.d.* continentem duas tertias trigonj *.abg.*, remanebit quadrilaterum *.zabi.* pro tertia parte trianguli *.abg.* : de inde triangulum *.izg.* diuidemus in duo media á linea *.tk.* transeunte per punctum *.e.*; et erit una portio earum quadrilaterum *.tzik.*, et alia erit trigonum *.tkg.*: eodemque modo procedas, si puncta data fuerint extra triangulum. Et si triangulum *.abg.* per equidistantes rectas basi *.bg.* diuidere uolumus, protraham latus *.ba.* secundum quantitatem tertię partis ipsius in puncto *.d.*; et iaceat in directo ipsius recta *.de.* equalis recte *.da.*, et erit tota *.ae.* quantitas duarum tertiarum lineę *.ba.*: et ponam lineam *.az.* mediam inter *.ba.* et *.ad.*: rursus inter *.ba.* et *.ae.* in proportione media ponam rectam *.ai.*; et per puncta *.zi.* protraham rectas *.zt. ik.* equidistantes basi *.bg.* Dico, trigonum *.abg.* diuisum esse in tres partes equales, quarum una est trigonum *.azt.*, altera quadrilaterum *.zikt.*, tertia erit quadrilaterum *.ibgk.*; quod sic probatur: quia est sicut *.ba.* ad *.az.*, ita *.az.* ad *.ad.*; erit sicut *.ba.* ad *.ad.*, ita trigonum *.abg.* ad trigonum *.azt.*, cum ipsa trigona sibi inuicem sint similia: est enim *.ba.* ex *.ad.* tripla; quare et trigonum *.abg.* triplum est trigoni *.azt.*. Ergo trigonum *.azt.* tertia pars est trigoni *.abg.* Rursus quia est sicut *.ba.* ad *.ia.*, ita *.ai.* ad *.ae.* erit sicut *.ba.* ad *.ae.*, ita trigonum, quod ab *.ea.* ei quod ab *.ai.* simile; et similiter descricta sunt enim trigona *.aik.* et *.abg.* sibi inuicem similia super latera *.ai.* et *.ab.* descripta; quare est sicut *.ea.* ad *.ab.*, hoc est sicut .2. est ad 3., ita trigonum *.aik.* est ad trigonum *.abg.*: due ergo tertie trigoni *.abg.* est trigonum *.aik.*; de quo si auferatur trigonum *.azt.*, quod est tertia pars trigoni *.abg.*, remanebit quadrilaterum *.zikt.* tertia pars trigonj *.abg.* : residuum uero simile quadrilaterum *.ibgk.* erit alia tertia pars: diuisum est ergo trigonum *.abg.* in tres partes equales; quod oportebat facere. Et sic per demonstratos modos omnia genera trigonorum possunt diuidi in quatuor partes uel plures. Vnde ad diuisionem quadrilaterum ueniamus.

Incipit de diuisione quadrilaterorum.

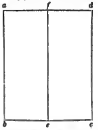
GENERA quidem quadrilaterorum sunt tria, paralilogramina uidelicet, et caput ascisa: atque diuersilatera: paralilogramina | quoque sunt, quorum latera et anguli oppositi sibi inuicem equantur: quorum speties sunt quatuor : in prima quarum sunt tetragona, que omnia latera equalia et angulos rectos habent; in secunda uero sunt parte altera longiora, que tantum duo latera habent sibi inuicem opposita equalia, et omnes angulos rectos habent: in tertia quoque sunt rumbi, qui ex quatuor lateribus equalibus constant, sed angulos habent inequales. In quarta sunt rumboides, quorum tantum duo latera sibi inuicem opposita, nec non et angulos oppositos equales habent : et quia unus est modus diuidendj has quatuor speties paralilogramorum; omnes figuras eorum sub eisdem notulis terminare disposui, ut que in una earum dixerimus, idem in reliquis de ea esse uideatur. Adiaceat quidem tetragonum: et parte altera longius: rumbus: et rumboides *.abcd.*, quorum unumquodque in duo equa diuidi oporteat; quoniam paralilogramina sunt quadrilatera *.abcd.*, dyametri ipsorum ipsos per equalia secant; quare si protraxerimus dyametrum *.ac.*, uel *.bd.*, ut in prima cernitur figura, erunt utique in duas equales partes ab unoquoque dyametrorum ipsorum diuisa. Verbi

gratia: si protraxerimus dyametrum *.ac.*, erit itaque trigonum *.abc.* equale trigono *.acd.*; quia latus *.ad.* equale est lateri *.bc.*, et latus *.ab.* equale est lateri *.dc.*: basis quoque *.ac.* est utrique triangulo comunis. Et si super aliquod laterum diuisionem incipere uis, ipsum latus in duo equa secabis, et per punctum sectionis super latus sibi oppositum reliquis lateribus rectam equidistantem protrahe, ut in secunda patet figura, in qua super dimidium lateris *.bc.* signatus est punctus *.e.*, et ab ipso protracta est recta *.ef.* equidistans rectis *.ba.* et *.cd.*; et sic totum quadrilaterum *.ac.* diuisum est in duo equa paralilogramina, que sunt *.ae.* et *.fc.*: sunt enim super equas bases *.be.* et *.ec.*, et in eisdem equidistantibus *.ad.* et *.bc.* Similiter si protraxerimus lineam *.gk.* equidistantem rectis *.ad.* et *.bc.*, et diuidentem latera super dimidium laterum *.ab. cd.*, erit utique diuisum unumquoque suprascriptorum paralilograminorum in duo equa á linea *.gk.*, ut in tertia figura ostenditur: sunt enim paralilogramina *.gd.* et *.bk.* sibi inuicem equalia, cum sint super equas bases *.cg. gb.* eisdem equidistantibus *.cd.* et *.ab.* Et si super aliquod laterum punctus datus fuerit, ut in quarta figura, in qua datus est punctus *.h.* cadens inter puncta *.be.*, signabis in oppositum eius punctum *.i.* cadens inter *.fd.*; et iaceat *.fi.* equalis recte *.eh.*, et copuletur recta *.hi.* Dico quidem, diuisum esse unumquodque quatuor quadrilaterorum in duo equa á linea *.ih.*; quod sic probatur: quoniam in equidistantibus *.ad.* et *.bc.* recte incidunt | *.fe.* et *.ih.*, erit angulus *.ifk.* angulo *.keh.* equalis, nec non et angulus *.fik.* angulo *.khe.*, et anguli qui ad *.k.* sibi inuicem sunt equales, et basis *.fi.* basi *.eh.* est equalis: equale ergo est trigonum *.fki.* trigono *.khe.*: comuniter si adiungatur penthagonum *.kfabh.*, erit quadrilaterum *.iabh.* equale quadrilatero *.abef.*, quod est medietas totius quadrilateri *.ac.* Vel aliter quia paralilogramina sunt *.ae.* et *.fc.* et *.ic.* in eisdem equidistantibus *.ad.* et *.bc.* habent latera sibi opposita equalia; quare equale est latus *.af.* lateri *.be.* et *.fd.* ex *.ec.* Sed *.fd.* est dimidium ex *.ad.*; quare *.fd.* equale est recte *.af.*; ergo et *.af.* equalis est recte *.ec.*, et *.fi.* equalis est recte *.he.*: tota ergo *.ai.* toti *.ch.* est equalis, et recta *.di.* recte *.bh.* est equalis, et latus *.hi.* est comune: totum ergo quadrilaterum *.iabh.* quadrilatero *.ihcd.*, ut diximus, est equale. Similiter si datus punctus caderet inter *.ec.*; quantum distaret ab *.e.* uersus *.c.*, tantum acciperes ex recta *.fa.*; incipiendo ab *.f.*; et sic secundum hoc potes diuidere omnia paralilogramina á dato puncto super quodlibet laterum.

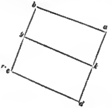
f. 76 r.

Et si paralilogramum aliquod in duo equa per lineam protractam á puncto dato infra ipsum secare desideras, ut paralilogramum *.ag.*, infra quod datus sit punctus *.c.*, per quem uolumus lineam transire diuidentem paralilogramum *.ag.* in duo equa super dimidium dyametrj *.bd.*; ponas punctum *.f.*, et copulabis *.cf.*, et protrahes eam in utramque partem in puncta *.ez.* Dico, diuisum esse paralilogramum *.ag.* in duas equas sectiones, quarum una est quadrilaterum *.eabz.*, et alia quadrilaterum *.edgz.*; quod sic probatur: quoniam in equidistantibus *.ad.* et *.bg.* due recte *.ez.* et *.db.* incidunt, erit angulus *.fde.* equalis angulo *.fbz.*, et angulus *.fed.* angulo *.fzb.*, nec non et anguli qui ad *.f.* sibi inuicem sunt equales; equiangula ergo sunt trigona *.fed.* et *.fbz.*: et quoniam equalis est recta *.fb.* recte *.fd.*, equalis erit et recta *.de.* recte *.bz.*, et trigonum *.dfe.* trigono *.bfz.* erit equale; comune accipiatur quadrilaterum *.dfzg.*, erit quadrilaterum *.ezgd.* equale trigono *.bgd.*; sed trigonum *.bgd.* est medietas paralilogramj *.ag.*;

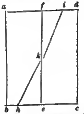
« diximus, idem .... .ab. equale » (fol. 75 verso, lin. 10-17; pag. 122, lin. 38 — pag. 123, lin. 1 e 2).



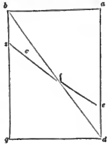
« paralilogramina .... super equas » (fol. 75 verso, lin. 24-29; pag. 123, lin. 8-13).



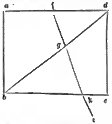
« punctus datus .... recte incidunt » (fol. 75 verso, lin. 31-35 e margine laterale esterno; pag. 123, lin. 14-18).



« Et si .... quoniam equalis » (fol. 76 recto, lin. 15-24; pag. 123, lin. 32-41).

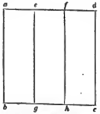


« dato extra .... punctus .e. » (fol. 76 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 124, lin. 6 e 7).



quare quadrilaterum *.ezgd.* est medietas paralilogramj *.ag.*, ut predixi: hoc eodem modo diuiduntur omnia paralilogramina erecta protracta á puncto dato super unum ex lateribus ipsius: uerbi gratia; ut si datus punctus esset *.e.*, diuideret quidem rectam *.db.* in duo equa super punctum *.f.*; et per ipsum punctum protraheretur linea *.ez.*, que diuideret paralilogramum *.ag.* in duo equa, ut probatum est. Et si paralilogramum aliquod in duo equa secare uis per lineam egredientem a puncto dato extra (fol. 76 v.) ipsum, ut paralilogramum *.ac.*, extra quod datus sit punctus *.e.*,| protraham rursus dyametrum *.bd.*, et diuidam ipsum super punctum *.g.*, et copulabo rectam *.eg.*, et protraham eam in puncto *.f.*: diuisum est paralilogramum *.ac.* in duo equa per lineam egredientem á puncto dato *.e.*; quod probatur per suprascriptam figuram; et est una medietatum ipsius quadrilaterum *.fabk.*, et alia est quadrilaterum *.fkcd.*, ut in ipsa figura patet.

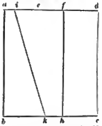
« eius que ... et unum quodque » (fol. 76 verso, lin. 8-15; pag. 124, lin. 15-23).



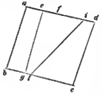
Incipit de diuisione paralilogramorum in plures partes.

Adiaceant quidem suprascripte quatuor speties paralilogramorum *.abcd.*; et uolumus aliquod ipsorum in tres equales partes diuidere super duo data latera eius, que sint *ad.* et *.bc.*; diuidamque latus *.ad.* in tres equales partes, que sint *.ae. ef. fd.*, et per puncta *.ef.* protraham rectas *.eg. fh.* equidistantes lateribus *.ab.* et *.dc.* Dico quod quale uis ex suprascriptis quatuor paralilogramis diuisum esse in tres equas sectiones á rectis *.eg.* et *.fh.*; quod sic probatur. Quoniam equidistantes sunt recte *.ad.* et *.bc.*, et cum eis copulate sunt recte equidistantes *.ab.* et *.eg.* et *.fh.* et *.de.*, erunt inter se equales; quare paralilogramina sunt quadrilatera *.ag. .eh. fc.*, et habent bases equales sibi inuicem, que sunt *.bg.* et *.gh.* et *.hc.*: est enim quelibet earum tertia pars lateris *.bc.*; quare et unum quodque ipsorum paralilogramorum tertia pars est totius *.ac.* paralilogramj, ut in prima patet figura. Et si super aliquem punctum datum super uno laterum rectam protrahere uis, que abscidat á paralilogramo dato tertiam partem; et datum punctum ponamus esse super latus *.ad.*; diuiso quidem primo latere *.ad.* super puncta *.ef.* ordine supradicto, uidelicet quod quelibet sectionum *.ag. eh. fe.* sit tertia pars totius *.ad.*, et datus punctus fuerit *.e.*; protraham rectam *.eg.*, et erit á paralilogramo *.ac.* abscisum paralilogramum *.ag.* á linea protracta á puncto *.e.*, quod est tertia pars ipsius. Similiter si punctus datus fuerit *.f.*, erit paralilogramum *.fc.* tertia pars paralilogramj *.ac.*: si punctus datus non fuerit super *.e.*, aut super *.f.*, erit itaque inter *.a.e.*, aut inter *.e.f.*, aut inter *.fd.*: sit primum inter *.a.e.* punctus datus *.i.*; et uolo á paralilogramo *.ac.* auferre tertiam partem eius á linea protracta á puncto *.i.*; signabo primum punctum *.f.* super tertiam partem lateris *.ad.*, et ab ipso puncto *.f.* protraham *.fk.* equidistantem lateribus *.ab.* et *.dc.*; et sic erit paralilogramum *.fc.* tertia pars ex paralilogramo *.ac.*; quare paralilogramum *.ah.* duplum est paralilogrami *.fc.*: unde oportet ipsum paralilogramum *.ha.* diuidere in duo equa per lineam protractam á puncto *.i.*; unde quantum distat *.i.* ab *.a.*, tantum distare faciam *.k.* ab *.h.*: et copulabo *.ik.*, et erit quadrilaterum *.iabk.* medietas paralilogrami *.ah.*: secta est ergo tertia pars paralilogrami *.ac.* per rectam *.ik.*, et est diuisum inter equas partes, que sunt quadrilatera *.iabk.* et *.ikhf.*, et paralilogramum *.fc.*, ut in secunda patet figura. Et si datus punctus *.i.* fuerit inter *.fd.*, operabitur | idem in aduersam partem, uidelicet á paralilogramo *.ac.* abscidam paralilogramum *.ag.*, quod sit tertia eius; deinde paralilogramum

« abscisum paralilogramum .... est paralilogrami » (fol. 76 verso, lin. 28 29 e 30; pag. 124, lin. 29-36)



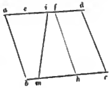
« .fc., ut in .... operabitur » (fol. 76 verso, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 124, lin. 41 e 42).



fol. 77 recto.

.*ec*. diuidam in duo equa per lineam protractam á puncto .*i*., que sit linea .*il*., que abscidit á paralilogramo .*ac*. tertiam partem eius, scilicet quadrilaterum .*ilcd*., ut in tertia patet figura. Et si punctus .*i*. erit inter .*ef*., abscidam á paralilogramo .*ac*. paralilogramum .*fc*., et residuum diuidam in duo equa per lineam protractam á puncto .*i*., que sit recta .*im*.; et abscidatur per lineam .*im*. quadrilaterum .*iabm*. á paralilogramo .*ac*., quod est tertia pars eius; relique due partes erunt quadrilaterum .*imhf*., et paralilogramum .*fc*., ut in quarta figura, scilicet in rumboide .*abcd*., demonstratur. Eodem modo potest omnem paralilogramum diuidi in quatuor uel plures partes equales. Verbi gratia: si uis paralilogramum aliquod diuidere in quatuor partes equales, diuide primo ipsum in duo equa: aut per dyametrum ipsius: aut per rectam equidistantem duobus lateribus eius; deinde unamquamque ipsarum duarum portionum in duo equa secabis; et erit totum paralilogramum in .IIII.[or] partes diuisum.

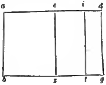
« et residuum .... plures partes » (fol. 77 *recto*, lin. 3, 6-10; pag. 125, lin. 4-8).



De diuisione paralilogramorum in partes inequales.

Esto paralilogramum .*abgd*., quod in equaliter inter tres consortes diuidere uolumus, ita quod primus habeat medietatem, secundus tertiam, tertius sextam. Diuidam primum paralilogramum .*ag*. in duo paralilogramina equalia, que sunt .*az*. et .*eg*.; deinde ab uno ipsorum secabo tertiam partem, que sit paralilogramum .*ig*., hoc est quod recta .*id*. sit tertia pars ex .*ed*. Dico, paralilogramum .*ag*. diuisum esse in tres portiones predictas, quarum medietas est paralilogramum .*az*., et eius sexta est paralilogramum .*ig*., et reliquum, scilicet paralilogramum .*et*., est tertia pars totius .*ag*. Quoniam .*id*. est tertia ex .*ed*., erit .*id*. sexta pars ex tota .*ad*.; quare paralilogramum .*ig*. sextam partem esse dico ex toto paralilogramo .*ag*.: possumus quidem qualemcumque partem uolumus accipere ex predictis á linea producta á puncto dato extra, uel intus, uel super unum ex lateribus paralilogramj per ea que dicta sunt.

« secabo tertiam .... qualemcumque partem » (fol. 77 *recto*, lin. 19-24; pag. 125, lin. 16-21).

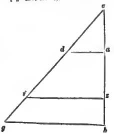


Incipit de diuisione quatuor figurarum caput abscisarum,
que duo tantum latera habent equidistantia.

Capvt abscisarum species sunt quatuor, prima quarum dicitur semicaput abscisa, altera eque caput abscisa, tertia diuerse caput abscisa, quarta caput abscisa declinans; et quia omnium harum diuidendj modus est unus, ipsas omnes per ordinem ponere disposui eisdem litteris, siue notulis denotatis; ut que dicta super aliquam ipsarum inueniantur, super unam quamque reliquarum esse dicta cognoscas. Adiaceant ergo .IIII.[or] speties caput abscisarum .*abgd*. habentia latera .*ad*. et .*bg*. equidistantia; et uolumus quamlibet ipsarum diuidere per rectam equidistantem basibus earum, que sunt recte .*bg*.: et quia ex equidistantibus .*ad*. et .*bg*. minor est .*ad*. quam .*bg*., | si protraxerimus rectas .*ba*. et .*gd*., in partes .*ad*. concurrent: concurrant enim ad punctum .*e*.; et sit quadratus recte .*ze*. medietas quadratorum rectarum .*eb*. et .*ae*.; et per punctum .*z*. protraham .*zi*. rectam equidistantem basi .*bg*. Dico, trapeziem .*abgd*. in duo equa diuisum esse á linea .*zi*. equidistaute recte .*bg*.; quod sic probatur. Quoniam quadrata linearum .*eb*. et .*ae*. dupla sunt quadrato linee .*ez*. Dupla erunt et trigona .*ebg*. et .*ead*. trigono .*ezi*., cum sint sibi inuicem similia. Sed si de trigono .*ebg*. relinquamus trigono .*ezi*., qui est equalis sibi idem, remanebunt quadrilaterum .*zbgi*., et trigonum .*ead*. equalia trigono .*ezi*.: comuniter si auferatur trigonum .*ead*., remanebit quadrilaterum .*zg*. equale quadrilatero .*ai*.: diuisum est ergo quadrilaterum .*abgd*. in duo equa á linea .*zi*.; quod oportebat facere. Quod etiam ostendamus cum

fol. 77 *verso*.

« dupla sunt .... ad .12., ita » (fol. 77 *verso*, lin. 6-15; pag. 125, lin. 39;— pag. 126, lin. 8).



numeris: sit latus *.ab.* 12., et *.bg.* 12, et *.ad.* sit .3; latus quoque *.gd.* 15 perticas contineat: et quia in trigono *.ebg.* protracta est protracta est (*sic*) recta *.da.* equidistans basi *.bg.*, erit sicut *.ad.* ad *.bg.*, hoc est sicut .3 est ad .12., ita *.ea.* ad *.eb.*; quare erit sicut .3. ad .9., ita *.ea.* ad *.ab.*; ergo *.ea.* est .4., scilicet tertia pars ex *.ab.*; tota ergo *.eb.* est .16.: additis ergo quadratis linearum *.eb.* et *.ea.* in unum, scilicet 256. et .16.; erunt .272.; quorum medietas, scilicet 136., est quadratum lineę *.ez.*; et quia est sicut *.ez.* ad *.eb.*, ita *.zi.* ad *.bg.*; erit itaque sicut quadratum linee *.ez.* ad qnadratum lineę *.eb.*, hoc est sicut 136 est ad 256, quorum proportio in minimis est sicut .17 ad 32., ita quadratum linee *.zi.* ad quadratum lineę *.bg.*: quare si multiplicauerimus .17 per 144, et diuiserimus per .32., uenient $\frac{1}{2}$ 76. pro quadrato linee *.zi.*: et quia orthogonium est trigonum *.ebg.*, orthogonium erit et trigonum *.ezi.*, nec non et trigonum *.ead.*: quare si multiplicauerimus dimidium ex *.ez.* in *.zi.*, habebimus utique embadum trianguli *.ezi.*, quod est .51., quod prouenit ex radice multiplicationis quartę partis de .136. in quadratum linee *.zi.*, hoc est in $\frac{1}{2}$ 76; que multiplicatio est radix de 2601.; de quo embado si astulerimus trigonum *.ead.*, quod est .6., remanebunt .45. pro embado quadrilaterj *.azid.*; que .45 sunt dimidium totius quadrilaterj semicaputascisi *.abgd.*: quia si multiplicauerimus dimidium ex *.ab.* in coniunctum ex *.ad.* et *.bg.*, scilicet .6 per .15., utique duplum de .45, scilicet .90 prouenient: quare probatur, quadrilaterum *.ai.* dimidium esse ex toto quadrilatero *.abgd.*: vel aliter extracta *.ez.* ex *eb.*, scilicet radice de .136 de .16. pro linea *.zb.*, remanebunt .16, minus radice de .136.; cuius dimidium, quod est .8., minus radice de 34., si multiplicauerimus per coniunctum | ex *.zi.* et *.bg.*, scilicet per 12, et radice de $\frac{1}{2}$ 76., habebimus similiter .45. pro embado quadrilateri *.zg.* Nam qualiter ipsa multiplicatio fieri debeat, ut habeatur modus multiplicandi binomia per recisa, ostendere procuramus. Pones primum nomina predictorum, ut in margine cernitur, et multiplicabis integra per integra, scilicet .12 per 8, erunt integra .96.; quibus adde multiplicationem de 8 per radicem de $\frac{1}{2}$ 76, prouenient .96, et vna radix facti ex multiplicatione de 64. in $\frac{1}{2}$ 76, scilicet de 4896.; de quibus extrahe multiplicationem de 12 in radicem de 34, scilicet unam radicem de 4896, remanebunt 96 tantum; de quibus extrahe multiplicationem radicis de 34. in radicem de $\frac{1}{2}$ 76, scilicet 51., remanebunt 45, ut predixi, pro embado quadrilateri *.zg.*

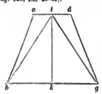
fol. 78 *recto*.

integra radix addita
12 $\frac{1}{2}$ 76
radix dim.
34 8

Et si super latus *.ad.* aliquod ex supradictis caput abscisis in duo equa diuidere uis, latera *.ad.* et *.bg.* equidistantia in duo equa diuidas super puncta *.t.k.*, et copulabis rectam *.tk.*, ut in secunda patet figura. Dico siquidem, quadrilaterum *.abgd.* diuisum esse in duo equa á linea *.tk.*; quod sic probatur.

Copulabo rectas *.tb.* et *.tg.*, et erunt trigona *.tkb.* et *.tkg.* sibi inuicem equalia, cum sint sub una altitudine: et habeant bases equales. Rursus quia trigona *.bat.* et *.gtd.* sunt sub altitudine una, est sicut *.at.* ad *.td.*, ita trigonum *.bat.* ad trigonum *.gtd.*: est enim *.at.* equalis recte *.td.*; quare trigonum *.bat.* equale est trigono *.gtd.* Demonstratum est ergo et trigonum *.tkb.* equale trigono *.tkg.*; quare quadrilaterum *.ak.* equale est quadrilatero *.tg.* Diuisum est ergo quadrilaterum *.abgd.* in duo equa á linea *.tk.*; et est manifestum ex his que diximus, quod in omni quadrilatero habente duo latera equidistantia, si recta aliqua proportionaliter secauerit ipsa latera equidistantia, in eadem proportione secabit ipsam figuram. Fuit enim, ut diximus, sicut *.at.*

* Copulabo rectas . . . . quadrilaterum *.abgd.* » (fol. 78 *recto*, lin. 15-21; pag. 126, lin. 35-40).



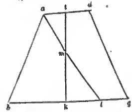
ad .*td*., ita .*bk*. ad .*kg*.: quare fuit sicut .*at*. ad .*td*., ita quadrilaterum .*ak*. ad quadrilaterum .*tg*. Et si quadrilaterum duorum laterum equidistantium in duo equa diuidere uis per linesm protractam á dato puncto super minus latus equidistantium, ut quadrilaterum .*abgd*., quod diuisum est in duo equa á linea .*tk*.; et in ipso super latus .*ad*. datus sit punctus .*a*., accipiam super latus .*kg*. rectam .*kl*. equalem recte .*ta*.; et erit .*bl*. dimidium laterum .*ab*. et .*bg*., et copulabo rectam .*al*. Dico, quadrilaterum .*abgd*. diuisum esse in duo equa á linea .*al*. Quod sic probatur. Quoniam equidistans est recta .*at*. recte .*kl*.; et in eis incidit recta .*al*., erunt anguli .*tam*. et .*mlk*. sibi inuicem equales; propter eadem ergo et angulus .*atm*. angulo .*mkl*. est | equalis, nec non et anguli qui ad .*m*. sibi inuicem equantur, cum sint á uertice; et basis .*at*. basi .*kl*. est equalis; quare trigonum .*amt*. equale est trigono .*lmk*.; quibus si addatur in comune quadrilsterum .*mabk*., erit trigonum .*abl*. equale quadrilatero .*abkt*.; quod dimidium totius .*ag*., ut in tertia patet figura. Simili quoque modo si datus punctus super latus .*ad*. fuerit .*d*., accipiam equalem recte .*td*. rectam .*kn*., et erit tota .*gn*. dimidium laterum .*ad*. et .*bg*.: et copulsbo rectam .*dn*., que diuidet quadrilaterum .*abgd*. in duo equa, ut in hac quarta figura cernitur: quod probabitur per ea que dicta sunt in precedenti figura. Et hoc quoque habetur, quod si punctus datus super lineam .*bg*. erit inter puncta .*n.l*., casus linee diuidentis ipsam figuram cadet super latus .*ad*. Sed si punctus fuerit datus inter .*b.n*., uel inter .*lg*.; qualiter linea ab ipso producatur diuidens totum quadrilaterum in duo equa demonstrabimus. Reitersto quidem quadrilatero .*abgd*. duorum laterum equidistantium; et in eo protracta recta .*dn*. diuidens quadrilaterum .*abgd*. in duo equa. Datus punctus super lineam .*bg*. sit .*b*.; copulabo quidem rectam .*db*., et ponam ei equidistantem lineam .*nc*., et copulabo rectam .*bc*. Dico, quadrilaterum .*abgd*. diuisum esse in duo equa á linea .*bc*., que protracta est á puncto dato .*b*.; quod sic probatur: trigona quidem .*ncb*. et .*ncd*. sibi inuicem sunt equalia, cum sint inter equidistantes .*bd*. et .*nc*., et super eandem basim .*nc*.; quibus si addatur in comune trigonum .*cng*., erit trigonum .*cgb*. equale trigono .*dgn*. Sed trigonum .*dgn*. est medietas quadrilateri .*abgd*.; quare trigonum .*cgb*. est medietas quadrilateri .*abgd*. Et sciendum, quod si punctus datus fuerit inter puncta .*bn*.; et super lineam .*bn*. linea protracta sb ipso dato puncto secabit lineam .*gd*. inter puncta .*cd*.; que sectio inuenietur si datus punctus inter .*bn*. copulabitur cum puncto .*d*.; et ipsi linee equidistans trahatur á puncto .*n*. Simili quoque modo operandum est, si punctus dstus super lineam .*bg*. fuerit inter .*lg*. Verbi gratis: Adiaceat rursus quadrilaterum .*abgd*. dinisum in duo equa á linea .*al*., et sit .*g*. punctus datus; copulabo supradicto ordine rectam .*ga*., et ei protraham equidistantem rectam .*lf*., et copulabo .*gf*., que diuidet quadrilaterum .*abgd*. in duo equa, et egreditur á puncto dato .*g*. Quod probatur ordine et modo supradicto. Iam ostensum est quomodo in duo equa quadrilatera duorum equidistantium laterum diuidi debeant á linea protracta ab omni dato puncto super lineas equidistantes ipsius; nunc uero ostendamus quomodo diuidantur á linea egrediente á dato puncto super reliqua latera. |

Adiaceat rvrsvs quadrilaterum .*abgd*. diuisum in duo equa á linea .*zi*. equidistante basi .*bg*., et protrahatur etiam in eo linea .*gf*. inuenta in suprascripta figura, et sit punctus datus super lineam .*ab*. in quacumque uis parte ipsius; eritque inter .*bz*.,

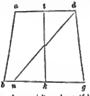
fol. 78 v°.

fol. 78 verso.

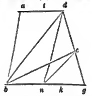
« recta .*at*. ..... .*mkl*. est » (fol. 78 recto, lin. 34 e 35, e margine laterale esterno ed inferiore; pag. 127, lin. 8 e 9).



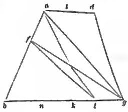
« et basis .... quadrilaterum » (fol. 78 verso, lin. 2-7 e 8; pag. 127, lin. 10-16).



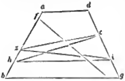
« inter .*lg*. .... á linea .*bc*. » (fol. 78 verso, lin. 12-17; pag. 127, lin. 19-28).



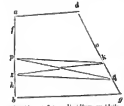
« puncta .*cd*..... quomodo in duo » (fol. 78 verso, lin. 25-32; pag. 127, lin. 31-37).



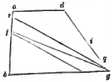
« .abgd. in duo .... copulabo li|neam » (fol. 79 recto, lin. 6-10 e 11; pag. 128, lin. 2-6).



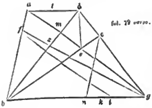
« copulabo rectam . . . . ei equidi|stans erit » (fol. 59 recto, lin. 12-18 e 19; pag. 128, lin. 7-14).



« liquide pateſiat ... dimidium qua|drilateri » (fol. 79 recto, lin. 21-25 e 26; pag. 128, lin. 15-20).



« enim .bg. .... .e. equidistans » (fol. 79 recto, lin. 34, 35, e margine inferiore e laterale esterno; pag. 128, lin. 28-30).



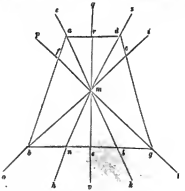
fol. 79 verso.

uel inter .zf., siue inter .fa., uel erit unus ex ipsis; unde si datus punctus fuerit .b., diuidetur utique quadrilaterum .abgd. in duo equa á linea .bc.: similiter si datus punctus fuerit .z., recta quidem .zi. diuidit quadrilaterum .abgd., ut dictum est. Et si .f. fuerit punctus datus, nimirum recta .fg. secabit quadrilaterum .abgd. in duo equa, ut ostensum est: et si .a. fuerit, secabitur á recta .al. in duo eque sucundum ea que premisimus. Sed sit datus punctus .h. inter .b.z. puncta, copulabo lineam .hi.; et per punctum .z. protraham rectam .ze. equidistantem recte .ih., et copulabo rectam .hc. Dico, quadrilaterum .abgd. sectum esse in duo equa á linea .hc. protracta á puncto .h.; quod sic probatur. Quoniam inter equidistantes .hi. et .zc., et super basim .hi. sunt trigona .hic. et .hiz., ipsa trigona sibi inuicem sunt equalia; quare si addiderimus unicuique eorum in comune quadrilaterum .igbh., erit quadrilaterum .cgbh. equale quadrilatero .izbg., quod est dimidium totius quadrilateri .abgd., ut ostensum est. Et si á puncto .p. posito inter .zf. recta sit protrahenda, copulabitur recta .pi., et ei equidistans erit recta .zq.; et copulabitur recta .pq., que diuidit quadrilaterum .abgd. in duo equa; quod probatione non indiget, cum per ea que dicta sunt liquide patefiat: et si punctus datus fuerit inter .a. et .f., sit .r., copulabo rectam .rg., et ei equidistantem ponam rectam .fs., et copulabo rectam .rs., que diuidet quadrilaterum .abgd. in duo equa: verbi gratia: trigona .fsg. et .sfr. sibi inuicem equalia sunt; quibus addito in comune trigno .sbf., erit trigonum .rbs. equale trigono .fbg. Sed trigonum .fbg. est dimidium quadrilateri .abgd.; quare et trigonum .rbs. erit dimidium eiusdem quadrilateri. Simili quoque modo operandum est, si punctus datus fuerit super latus .dg.

Demonstrabo rursus alio modo qualiter quadrilatera duorum laterum equidistantium diuidi debeant ab angulis ipsius. Sit quadrilaterum .abgd. caputascisum, cuius .ad. et .bg. latera sint equidistantia, et minus eorum sit .ad.; et protraham in eo dyametros .ag. et .bd. sese inuicem secantes super punctum .m.; et quia latera .ad. et .bg. sunt equidistantia, similia erunt trigona .amd. et .bmg.: quare est sicut .bg. ad .ad., ita .bm. ad .md., et .gm. ad .ma.: maior enim .bg. quam .ad.; maior ergo et .bm. quam .md., et .gm. quam .ma.: diuidantur ergo dyametri .ag. et .db. in duo equa super puncta .e.z, et per punctum .e. equidistans | dyametro .bd. trahatur recta .ec., et copuletur recta .bc. Dico, quadrilaterum .abcd. diuisum esse ab angulo .b. á linea .bc.; quod sic probatur: copulabo rectas .be. et .ed.; et quia punctus .e. est in medio dyametri .ag., erunt trigona .ade. et .deg. sibi inuicem equalia, nec non et trigonum .abe. trigono .bge. est equale; quare quadrilaterum .e.dab. dimidium totius quadrilateri .abgd. continet: et quia trigona .bdc. et .bde. sunt inter equidistantes .bd. et .ec. et super basim .bd., erunt sibi inuicem equalia: quibus addito in comune trigono .abd., erit quadrilaterum .abcd. equale quadrilatero .abed. Sed quadrilaterum .abed. dimidium est quadrilateri .abgd.; quare et quadrilaterum .abgd. dimidium est quadrilateri .abgd. Similiter si protraxerimus lineam .zf. equidistantem dyametro .ag., et copulauerimus rectam .gf., erit quadrilaterum .abgd. diuisum in duo equa á linea .gf. protracta ab angulo .g. Deinde ut diuisio proueniat á reliquis angulis, accipiam rectas .bl. et .gn. equales dimidio laterum .ad. et .bg.; uel lineas .ce. et .fz. producam, et cadent necessario super puncta .l.n.; quia superius protracta fuit .ne. equidistans dyametro .bd.

et .lf. equidistans dyametro .ag.; et protraham rectas .al. et .dn., et uenient proposita, ut superius demonstratum. Demonstratum est ergo quomodo quadrilatera duorum laterum equidistantium diuidantur á puncto dato super qnodlibet latus ipsius; nunc dicamus qualiter diuidi debeant á dato puncto extra figuram.

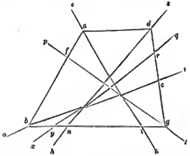
Adiaceat rursus quadrilaterum .abgd. duorum laterum equidistantium diuisum in duo equa ab angulis ipsius á lineis .al. et .dn. et .gf. et .bc.; quibus rectis ab utraque parte in infinitum protractis in puncta .e.z. i.t. k.h. o.p., demonstrabitur punctum extra quadrilaterum .abgd. aliquem dari non posse nisi super unam ex ipsis .IIII.or lineis, uel inter duas earum per ordinem; quare si datus fuerit punctus super aliquam ipsarum, erit siquidem ipsa recta protracta á dato puncto diuidens quadrilaterum .abgd. in duo equa: ut si datus punctus fuerit .e., egredietur ab ipso linea .eal., que diuidit quadrilaterum .abgd. in duo equa; quod idem intelligas in reliquis. Sed si datus punctus .q. cadens inter lineas .ea. et .zd. super latus .ad.; et uolo ut á puncto .q. egrediatur recta diuidens quadrilaterum .abgd. in duo equa; quoniam equidistantia sunt latera .ad. et .bg., producam rectam .qm., et ducam eam in puncto .v. Dico, quadrilaterum .abgd. diuisum esse in duo equa á linea .rs., que egreditur á puncto .q. dato; quod sic probatur: quoniam recte .ad. et .nl. sibi inuicem equidistantes sunt; et in eis recta incidit .rs., erit angulus qui sub .ars. equalis | e egrediatur recta . . . . .ars. equalis e (fol. 29 verso, lin. 30, 31-35, e margine laterale esterno ed inferiore; pag. 129, lin. 14-18).



angulo qui sub .rsl., nec non et angulus .sla. angulo .lar. est equalis, et recte .am. et .ml. sibi inuicem sunt equales; cum recte .ad. et .nl. sibi inuicem equales esse demonstrate sint; quia cum in equalibus et equidistantibus rectis recte sese inuicem secant, per equalia se secare in geometria monstratur: unde equalis est recta .nm. recte .md., et .am. recte .ml., ut predixi: quare trigona .arm. et .msl. sibi inuicem equalia et equiangula atque equilatera sunt; quibus si in comune addatur quadrilaterum .absm., erit quadrilaterum .absr. equale triangulo .abl., scilicet dimidio quadrilateri .abgd. Sectum est ergo quadrilaterum .abgd. in duo equa á linea .rs., que egreditur á puncto .q. Similiter si datus esset punctus sub linea .nl. inter rectas .nh. et .lk., eodemque modo esset operandum, uidelicet copularetur ille punctus cum .m., et produceretur fol. 30 recto.

ipsa recta super latus *.ad.* Verbi gratia: ut si punctus fuerit *.v.*; diuideretur utique quadrilaterum *.abgd.* in duo equa á linea *.rs.* egredicute á puncto *.v.* dato. Et si inter lineas *.nh.* et *.ob.* datus fuerit punctus *.x.*, ut in hac alia cernitur figura; habeantur duo fila, quorum unum extendatur super dyametrum *.ab.*, et sit fixum super punctum *.d.*; et aliud extendatur ab *.n.* in *.c.*, et sit fissum (*sic*) super punctum *.n.*; et erunt tunc fila sibi inuicem equidistantia: et moueatur filum primum ex *.b.* uersus *.n.* secans lineam *.bn.*; et aliud moueatur ex *.c.* uersus *.d.* secans lineam *.cd.*; et sint semper in motione sua sibi inuicem equidistantia: et hoc fiat donec sectiones linearum *.bn.* et *.cd.* respiciant secundum rectitudinem datum punctum *.x.* ; et tunc faciant transire rectam protractam á puncto *.x.* per sectiones illas; et proueniet quesitum. Verbi gratia. Cadat filum primum super rectam *.dy.*, secundum super rectam *.rn.*; et sint sibi inuicem equidistantia: et puncta *.ry.* respiciant se secundum rectitudinem cum puncto *.x.* ; et protrahatur recta *.xyr.* Dico, rectam *.ry.* secare quadrilaterum *.abgd.* in duo equa; quod sic probatur. Quoniam fila *.nr.* et *.dy.* sunt equidistantia; et in eis sunt trigona *.ncd.* et *.nry.*, super basim *.nr.* sibi inuicem ipsa trigona sunt equalia : comuniter si addatur trigonum *.rgn.*, erit trigonum *.rgy.* equale trigono *.dgn.*: sed trigonum *.dgn.* dimidium est quadrilateri *.abgd.*; ergo et trigonum *.rgy.* dimidium est eiusdem quadrilateri. Eodemque modo operandum est si punctus erit datus inter lineam *.dz.*, et lineam *.ci.* : ut si ille punctus esset *.q.* ; et respiceret secundum rectitudinem puncta *.r.y.* inter equidistantia fila *.dy.* et *.nr.*; quare si per punctum descendit recta transiens per puncta *.r.y.*, diuidetur quadrilaterum *.abgd.* in duo equa, ut ostensum est. Eademque uia operandum est si punctus caderet inter lineas |

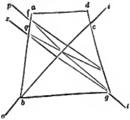
* et lineam *.ci.* .... inter lineas * (fol. 80 *recto*, lin. 32-35 , a margine laterale esterno ed inferiore; pag. 130, lin. 19-22).



fol. 80 *verso*. *.gl.* et *.lk.*, uel inter lineas *.fp.* et *.ae.*, hoc est quod poneretur filum super *.g.a.*, et figeretur super punctum *.a.*, et aliud super *.lf.*, et figeretur super punctum *.l.*, et mouerentur fila equidistanter secantia rectas *.af.* et *.gl.*, donec sectiones aspicerent punctum datum in rectitudine una. Verum si punctus datus fuerit extra lineam *.bf.*, et inter lineas *.fp.* et *.ob.*; qualiter operandum sit, in hac alia demonstretur figura, in qua protracte sint recte *.oi.* et *.pt.* diuidentes ab angulis *.b.* et *.g.* quadrilaterum *.abgd.*; et punctus datus sit *.z.* cadens inter rectas *.fp.* et *.ob.*, á quo uolumus protrahere lineam diuidentem quadrilaterum *.abgd.* in duo equa. Estendam primum filum ex *.c.* in *.f.*, et sit

fixum super *.f.*; et aliud filum extendatur super latus *.gb.*, et sit fixum super punctum *.g.*: deinde moueantur fila equidistanter secantia rectas *.bf.* et *.cg.*, donec sectiones respiciant punctum *.z.* datum. Verbi gratia: cadat filum, quod fixum fuit super *.g.*, super lineam *.gq.*, reliquum uero super lineam *.fx.*; et sint puncta *.x.q.z.* in rectitudine una; et recte *.gq.* et *.fx.* sint equidistantes: et cupuletur recta *.zqx.* Dico quidem, quadrilaterum *.abgd.* in duo equa diuisum esse á linea *.qx.*, que protracta est á puncto *.z.* dato; quod sic probatur. Quoniam equidistantes sunt recte *.gq.* et *.xf.*, erunt trigona *.qgx.* et *.qgf.* sibi inuicem equalia: quibus si addatur in comune trigonum *.qbg.*, erit quadrilaterum *.qbgx.* equale trigono *.fbg.*, scilicet dimidio quadrilateri *.abgd.* Eodemque modo operabimus si punctus datus fuerit extra lineam *.cg.*, et inter rectas *.ci.* et *.gt.* Demonstratum ergo est quomodo diuidatur quadrilaterum duorum laterum equidistantium á linea egrediente ab omni puncto extra figuram.

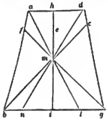
« inter rectas .... copuletur recta » (fol. 80 *verso*, lin. 8-14; pag. 130, lin. 29 — pag. 131, lin. 5).



De diuisione eiusdem generis, qua quadrilaterorum per rectam transeuntem per punctum datum infra ipsum.

Sit quadrilaterum caput abscisum *.abgd.*, cuius latera *.ad.* et *.bg.* sint equidistantia; et minus eorum sit *.ad.* Et iaceat diuisum in duo equa á qualibet rectarum *.al. dn. gf. bc.*, ut supra: şit primus punctus datus *.e.* cadens infra triangulum *.amd.*: cupulabo siquidem rectam *.em.*, et protraham eam in utramque partem in puncta *.ih.* Dico, quadrilaterum *.abgd.* diuisum esse in duo equa á linea *.hi.*; quod sic probatur: trigona *.hma.* et *.mil.* sibi inuicem sunt equalia; quibus si addatur in comune quadrilaterum *.abim.*, erit quadrilaterum *.abih.* equale triangulo *.abl.* , quod continet dimidium quadrilateri *.abgd.* Simili quoque modo, si punctus datus ceciderit infra triangulum *.nml.*, erit operandum, videlicet copulabimus ipsum punctum cum puncto *.m.*, et producemus ipsam lineam in utramque partem, et habebimus optatum. Et si datus punctus fuerit super aliquam ex predictis rectis *.al. dn. gf. bc.*; ipsa namque erit recta transiens per ipsum punctum diuidens quadrilaterum *.abgd.* | in duo equa. Sed si punctus datus fuerit infra quadrilaterum *.abnm.* et *.dmlg.*, oportebit nos operari cum filis, videlicet ponam primum unum filum super puncta *.d.b.*, et figam eum super punctum *.d.*, et adhuc extendam aliud filum ex *.n.* in *.c.* figens ipsum super *.n.*, et ducam ipsa fila equidistanter secando rectas *.bn.* et *.cd.*, donec sectiones sese respiciant per punctum datum, si possibile fuerit: et si hoc impossibile inuenietur, extendam rursus fila ex *.a.* in *.g.*, et ex *.f.* in *.l.*, et figam ea super puncta *.a.l.*, et ducam ipsa equidistanter secando lineas *.fa.* et *.gl.*, donec sectiones respiciant se per punctum datum: quod etiam si fuerit impossibile, extendam rursus fila ab *.c.* in *.g.* et ab *.f.* in *.c.*, et figam ea super puncta *.g.f.*, et ducam ea equidistanter secando rectas *.bf.* et *.cg.*, donec sectiones respiciant se per punctum datum; quod sine dubio erit possibile: et tunc protrahatur recta per sectiones illas, et habebitur propositum: quod probabitur per ea que supra dicimus (*sic*). Nunc satis dictum est de diuisione caput abscisarum in duas partes equales: modo qualiter diuidi debeant per inequalia in data proportione ostendere procuramus.

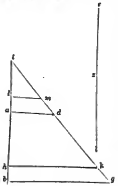
« eorum sit .... ipsum punctum » (fol. 80 *verso*, lin. 25-32 e 33; pag. 131, lin. 16-26).



fol. 81 *recto*.

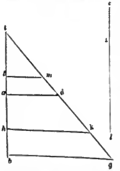
Adiaceat rursus quadrilaterum *.abgd.*, quod diuidi oporteat per rectam equidistantem basi sue in data proportione *.ez.* ad *.zi.* Latera quidem *.ba.* et *.gd.* á punctis *.a.* et *.d.* protrahantur: donec concurrant in *.t.*; et ponam quadratum linee *.tl.* ad qua-

« que supra .... trigona .tlm. et » (fol. 81 recto, lin. 13-37; pag. 131, lin. 38 — pag. 132, lin. 9).



fol. 81 verso.

« disiunctim et .... est enim » (fol. 81 verso, lin. 4-26; pag. 132, lin. 19-31).



« qua[dratum linee .... ita trigonum » (fol. 81 verso, lin. 18, 19-29; pag. 132, lin. 33-41).



dratum lineę .at. sicut .zi. ad .ez.; et sit quadratum lineę .ht. ad quadratum linearum .bt. et .tl., sicut .ez. ad .ei.; et per puncta .l.h. equidistantes utrique rectarum .hg. et .ad. protraham rectas .lm. et .hk. Dico, quadrilaterum .ag. diuisum esse in proportione data numeri .ez. ad numerum .zi. á linea .hk.; quod sic probatur. Quoniam trigona .tlm. et .tad. similia sunt, erit sicut quadratum lineę .tl. ad quadratum lineę .ta., ita trigonum .tlm. ad trigonum .tad.: est enim sicut .zi. numerus ad numerum .ez., ita quadratum lineę .tl. ad quadratum lineę .ta.: per equale ergo erit sicut .zi. ad .ez., ita trigonum .tlm. ad trigonum .tad.: coniunctim ergo erit sicut .ei. ad .ez., ita trigona .tlm. et .ead. ad trigonum .tad.: permutatim ergo erit sicut .ez. ad .ei., ita trigonum .tad. ad trigona .tad. et .tlm.: est enim sicut .ez. ad .ei., ita quadratum lineę .ht. ad quadrata linearum .bt. et .tl. Sed est sicut quadratum lineę .ht. ad quadrata linearum .bt. et .tl., ita trigonum .thk. ad trigona .tbg. et .tlm.: per equale ergo erit sicut .ez. ad .ei., ita trigonum .thk. ad trigona .tbg. et .tlm. Sed trigono .thk. equalia sunt quadrilaterum .ak. et trigonum .tad. Similiter et trigonis .tbg. et .tlm. equalia sunt quadrilaterum .ag. et trigona .tad. et .tlm.: ergo est sicut .ez. ad .ei., ita quadrilaterum .ak. cum trigono |.tad. ad coniunctum ex quadrilatero .ag. et trigonis .ead. et .tlm. Sed sicut .ez. ad .ei., ita fuit trigonum .tad. ad trigona .tad. et .tlm. Vnde proportio quadrilateri .ak. ad quadrilaterum .ag. est sicut .ez. ad .ei.: disiunctim et ergo erit sicut .ez. ad .ei., ita quadrilaterum .ak. ad quadrilaterum .hg., ut oportet: quod etiam ostendamus cum numeris. Sit latus .ad. 6. et .ab. 12., et .bg. 15., et .dg. 15.; et sit rectus angulus qui ad .b.; quare productis .ba. et .gd. in .t., erit .at. 8., et .td. 10.: quare tota .tb. erit .20.; et sit proportio .ez. ad .ei., sicut .4. ad .3.; erit ergo quadratum recte .tb. 400., et quadratum lineę .tl. erit .48.; quia .iz. ex .ze. est $\frac{3}{4}$; unde tres quarte de .64., scilicet quadrati lineę .ta. sunt .48.; quibus insimul iunctis erunt .448.; de quibus si acceperimus proportionem .ez. ad .ei., scilicet quatuor septimas, uenient .256. pro quadrato lineę .th.: ergo .th. est .16: et quia recta .th. dupla est ex .ta., erit ergo .hk. ex .ad. similiter dupla; ergo .hk. est .12. Vnde si coniunxerimus .kh. cum .ad., et coniunctum multiplicauerimus per dimidium catheti .ah., quod est .4., uenient 72. pro area quadrilateri .ak.: item multiplicato dimidio ex .bh., quod est .2. in coniunctum ex .bg. et .hk., scilicet in .27., uenient .54. pro area quadrilateri .hg.: est enim proportio de 72 ad 54. sicut .4. ad .3., que est proportio data ex .ez. ad .zi. Aliter promtius adiaceat .ms. ad .ls. sicut proportio quadrati lineę .tb. ad quadratum lineę .ta.; et diuidatur .ml. super .n., et sit .ln. ad .nm. proportio data; et accipiatur quadratum linee .th. ad quadratum lineę .tb. sicut .ns. ad .sm.; et protrahatur .hk. equidistans basi .bg.: probatur rursus, quadrilaterum .ak. ad quadrilaterum .hg. esse sicut .ln. ad .nm.; quoniam est sicut quadratum linee .tb. ad quadratum linee .ta., ita trigonum .tbg. ad trigonum .tad.; et est proportio .ms. ad .ls. sicut quadratum linee .tb. ad quadratum lineę .ta.: quare erit sicut .ms. ad .ls., ita trigonum .tbg. ad trigonum .tag. Rursus quia est sicut .ms. ad .sn., ita quadratum lineę .tb. ad quadratum lineę .th.: est enim sicut quadratum lineę .tb. ad quadratum lineę .ht., ita trigonum .tbg. ad trigonum .thk.: erit etiam et sicut .ms. ad .ns., ita trigonum .tbg. ad trigonum .thk.: conuersim ergo sicut .sm. ad .nm.; ita trigonum .tbg. ad quadrilaterum .hg.; fuit sicut .ms. ad .ls., ita trigonum .tbg.

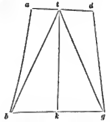
ad trigonum *.tad.* Vnde si permutauerimus, erit sicut numerus *.ms.* ad trigonum *.tbg.*, ita numerus *.ls.* ad trigonum *.tad.*, et numerus *.ns.* ad trigonum *.thk.*: ergo numeri *.ls.*, et *.ns.* ad trigonum *.tad.*, et *.thk.* sunt in una proportione; in ea uidelicet quam habet numerus *.ms.* ad superficiem *.tbg.*, in qua etiam est numerus *.nm.* ad quadrilaterum *.hg.*: quare disiunctim erit sicut *.sl.* ad *.ln.*, ita trigonum *.tad.* ad | quadrilaterum *.ak.*; et erit etiam sicut *.sn.* ad *.nm.*, ita quadrilaterum *.ak.* ad quadrilaterum *.hg.* : ergo diuisum est quadrilaterum *.ag.* datum per lineam *.hk.* equidistantem basi *.bg.* in proportione etiam data numeri *.ln.* ad numerum *.nm.*; quod oportebat facere: quod etiam operemur cum numeris: est enim, ut diximus superius, quadratum lineę *.tb.* 400, et lineę *.ta.* 64, quorum proportio in minimis est sicut .25 ad .4: quare ponam *.ms.* 25., et *.ls.* 4., remanebit *.ml.* 21.; quibus diuisis in proportione data, scilicet in ea quam habet .4. ad .3. super punctum *.n.*, erit *.ln.* 12. et *.n.m.* 9 : quare si acceperimus quadratum linee *.th.* ad quadratum lineę *.tb.*, sicut *.sn.* ad *.sm.*, hoc est sicut .16 ad .25., inueniemus rursus, quadratum lineę *.th.* esse .256.; quare *.th.* erit .16., sicut superius inuenimus. Vel aliter quadratum lineę *.ta.* auferam ex quadrato lineę *.tb.*, remanent .336.; super quatuor septimas quorum, scilicet super .192, si addiderimus quadratum lineę *.ta.*, erunt similiter .256. pro quadrato lineę *.th.* Et si per rectam protractam super duo latera equidistantia quadrilaterum caput abscisum in data aliqua proportione diuidere uis, ipsa latera in eadem proportione diuide, et in puncta diuisionum lineam protrahe. Verbi gratia: nolumus quadrilaterum *.abgd.* super latera *.ad.* et *.bg.* equidistantia in data proportione *.ez.* ad *.zi.* secare. Ponam inter *.ad.* et *.bg.* puncta *.t.k.*, et sit sicut *.ez.* ad *.zi.*, ita *.at.* ad *.td.*, et *.bk.* ad *.kg.*; et copulabo *.tk.* Dico, quadrilaterum *.ak.* ad quadrilaterum *.tg.* esse sicut *.ez.* ad *.zi.*; quod sic probatur: producam á puncto *.t.* in punctis *.bg.* rectas *.tb.* et *.tg.*, et erunt trigona *.tbk.* et *.tkg.* sub altitudine una; quare est sicut *.bk.* ad *.kg.*, ita trigonum *.tbk.* ad trigonum *.tkg.* Rursus quia trigona *.bat.* et *.gtd.* sunt sub altitudine una, cum sint inter duas equidistantes, erit sicut *.at.* ad *.td.*, hoc est *.bk.* ad *.kg.*, ita trigonum *.bat.* ad trigonum *.gtd.*: ergo sicut *.bk.* ad *.kg.*, hoc est sicut *.ez.* ad *.zi.*, ita quadrilaterum *.ak.* ad quadrilaterum *.tg.*: diuisum est ergo quadrilaterum *.abgd.* in proportione data á recta *.tk.* protracta super latera equidistantia; quod oportebat facere. Et si diuisionem in eadem proportione ab angulis *.a.* et *.d.* habere uolumus, ponemus super latus *.bg.* puncta *.n.l.*; et iaceat recta *.kl.* equalis recte *.ta.*, et recta *.gn.* equalis recte *.bl.*, ut in hac alia ostenditur figura; et copulabimus rectas *.dn.* et *.al.*; et probabitur per ea que dicta sunt, trigonum *.abl.* equale esse quadrilatero *.a.k.*: quare erit sicut *.ez.* ad *.zi.*, ita trigonum *.abl.* ad quadrilaterum *.algd.* Rursus quia trigona *.abl.* et *.dgn.* sunt super equas bases *.bl.* et *.gn.*; et in eisdem equidistantibus *.ad.* et *.bg.* erunt sibi inuicem equalia. Quare trigonum *.dgn.* equale est quadrilatero *.abkt.*; quare residuum, scilicet quadrilaterum *.nbad.*, equale erit quadrilatero|*.tkgd.* Vnde erit sicut quadrilaterum *.abkt.* ad quadrilaterum *.tkgd.*, hoc est sicut *.ez.* ad *.zi.*, ita *.dgn.* trigonum ad quadrilaterum *.nbad.*: diuisum est ergo quadrilaterum *.abgd.* ab angulis *.a.* et *.d.* in data proportione *.ez.* ad *.zi.*; quod oportebat facere. Et si ab aliquo angulorum *.b.* et *.g.* rectam protrahere uis diuidentem quadrilaterum *.abgd.* in ea proportione quam habet *.ez.* ad *.zi.*, hoc dupliciter facere potes: ut si ab angulo *.b.* hoc

fol. 82 recto.

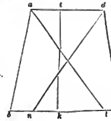
« diuidere uis .... lineam » (fol. 82 recto, lin. 13, 14 e 15; pag. 133, lin. 19 e 20).



« protrahe. Verbi .... hoc est .bk. » (fol. 82 recto, lin. 16-24; pag. 133, lin. 20-27).

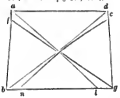


« equidistantia .... quadrilatero » (fol. 82 recto, lin. 26, 27-15; pag. 133, lin. 30-38).



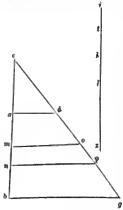
fol 82 v.

« polet, ut .... ponam equidi|stantem » (fol. 82 *verso*, lin. 6-12 e 13; pag. 133, lin. 43 — pag. 134, lin. 7).



facere uolueris. Siguabis punctum *.n.* ad quem proueuit ab angulo *.d.* diuisio supradicta; et pones superficiem. *bg.* in *.gc.* equalem superficiei *.dg.* in *.gn.*; et copulabis rectam *.bc.*; uel dyametro protracto ex *.b.* in *.d.* equidistantem rectam protrahe ex *.n.* in *.c.*, et copulabitur *.bc.*, ut diximus. Similiter faciamus si ab angulo *.g.* operari nolumus, scilicet intelligam punctum *.l.*, ad quem prouenit diuisio supradicta, ab angulo *.a.*; et ponam superficiem *.gb.* in *.bf.* equalem superficici *.ab.* in *.bl.*; uel dyametro protracto ex *.a.* in *.g.* ponam equidistantem ex *.l.* in *.f.*, et copulabo *.gf.*, que diuidet quadrilaterum *.abgd.* in proportione data; quia erit sicut *.ez.* ad *.zi.*, ita trigonum *.fbg.* ad quadrilaterum *.afgd.*, nec non et triangulus *.bgc.* ad quadrilaterum *.abcd.* erit sicut *.ez.* ad *.zi.*; que probabuntur per ea que dicta sunt; nec non et diuidemus ipsum quadrilaterum ab omni puncto dato super aliquod laterum ipsius, et etiam ab omni puncto dato infra, uel extra.

« sue basi .... sicut .zi. » (fol. 82 *verso*, lin. 20-33; pag. 134, lin. 14 e 15-27).



Incipit de diuisione quadrilaterorum in plures partes.

Si uero aliquod caput ascisum in tres partes equales á rectis equidistantibus sue basi diuidere uis, ut quadrilaterum *.abgd.*, cuius latera *.ad.* et *.bg.* sint equidistantia, reliqua uero latera *.ab.* et *.dg.* à punctis *.a.d.* producam, donec concurrant in puncto *.e.*; et adiaceat recta *.zti.*; et sit proportio *.zi.* ad *.it.* sicut proportio quadrati lineę *.eb.* ad quadratum *.ae.*; et diuidam *.tz.* in tres equas sectiones, que sint *.tk. kl. lz.*, et ponam quadratum linee *.em.* ad quadratum lineę *.eb.* sicut *.ki.* ad *.zi.* Rursus ponam quadratum lineę *.en.* ad quadratum lineę *.eb.* sicut *.li.* ad *.zi.*, et per puncta *.m.n.* equidistantes basi *.bg.* producam rectas *.mo. np.*. Dico, quadrilaterum *.ag.* diuisum esse in tria equa, que sunt quadrilatera *.ao. mp. ng.*; quod sic probatur. Est enim, ut diximus, sicut quadratum lineę *.be.* ad quadratum lineę *.ae.*, ita trigonum *.ebg.* ad trigonum *.ead.*; quare erit sicut *.zi.* ad *.it.*, ita trigonum *.ebg.* ad trigonum *.ead.* Item quia est sicut *.zi.* ad *.ik.*, ita quadratum lineę *.be.* ad quadratum lineę *.me.* Sed sicut quadratum lineę *.be.* ad quadratum linee *.me.*, ita trigonum *.ebg.* ad trigonum *.emo.*; ergo sicut *.zi.* ad *.ik.*, ita trigonum *.ebg.* ad trigonum *.emo.* Erit etiam sicut *.zi.* ad *.il.*, ita trigonum *.ebg.* ad trigonum *.enp.*: disiunctim erit sicut *.it.* ad *.tk.* |, ita trigonum *.ead.* ad quadrilaterum *.ao.*; erit etiam sicut *.tk.* ad *.kl.*, ita quadrilaterum *.ao.* ad quadrilaterum *.mp.*; est enim *.tk.* equalis *.kl.*; quare et *.ao.* quadrilaterum quadrilatero *.mp.* est equale. Rursus erit sicut *.kl.* ad *.lz.*, ita quadrilaterum *.mp.* ad quadrilaterum *.ng.*: est enim *.kl.* equalis *.lz.*; et *.pm.* quadrilaterum equale erit quadrilatero *.ng.*: equalia ergo sunt sibi inuicem quadrilatera *.a o. mp. ng.*, ut prediximus; et ut hec operentur cum numeris; *.ad.* sit .8., et *.bg.* 15., et *.ab.* .12., et *.dg.* .15.; et sit rectus angulus qui ad *.b.*; quare tota *.eb.* erit .20., cuius quadratum ad quadratum lineę *.ea.* est sicut 25. ad .4.: ponam *.zi.* 25., et *.ti.* 4., remanet *.zt.* 21.; quibus in tres equas partes diuisis, erunt in una quaque partium *.tk. kl. lz.* 7; quare *.ik.* est .11.: multiplicabo ergo .11. per .400; et diuidam per .25.; uel uigesimam quinctam partem quadrati lineę *.eb.*, que est .16., extendam per .11., uenient .176 pro quadrato lineę *.em.* Rursus extendam *.il.*, scilicet .18. per 16, que sunt $\frac{4}{25}$ quadrati lineę *.eb.*, uenient .288. pro quadrato lineę *.en.*: ergo *.am.* est radix de .176., minus .8., cum *.ea.* sit .8.; et linea *.mn.* est radix de .288., minus radice de .176.: linea uero *.nb.* est .20, minus radice de .288.: et quia est sicut quadra-

fol. 83 *recto*.

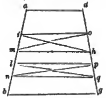
tum linee .*ea*. ad quadratum linee .*ad*., hoc est sicut .16. ad .9., ita quadratum linee .*em*. ad quadratum linee .*mo*.: si multiplicauerimus .176 per 9, et diuiserimus per .16.; aut si $\frac{1}{16}$ de .176., que est .11., multiplicauerimus per .9., uenient utique .99. pro quadrato linee .*mo*.

Rursus si $\frac{1}{16}$ de .288., scilicet ex quadrato linee .*en*., que est .18, multiplicauerimus per .9., uenient .162. pro quadrato linee .*np*.: quibus inuentis, si embadum quadrilaterorum .*ao*. et .*mp*. et .*ng*. , secundum ea que docuimus, inuestigauerimus; ipsa quadrilatera sibi inuicem equalia esse reperies.

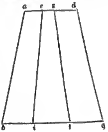
Aliter cum quadrato linee .*eb*. adde duplum quadrati linee .*ea*., et inuenies, tertiam partem ipsorum esse quadratum linee .*em*. Similiter si duplum quadrati linee .*be*. addiderimus cum quadrato linee .*ea*., tertia eius quod prouenerit erit quadratum linee .*em*.: uel extractis .64. de. 400., scilicet quadratum linee .*ea*. ex quadrato linee .*eb*., remanebunt .336.; quorum tertia, scilicet .112., addita super .64., ueniunt .176. pro quadrato linee .*em*.: quibus etiam additis .112., reddunt similiter .288. pro quadrato linee .*en*.; quorum probatio prouenit ex his que dixi superius, cum docuimus diuidere proportionaliter quadrilatera caput abscisa. Et si latus .*ab*. fuerit secus uiam; et uoluerit unusquisque trium consortium, ut mos est, tertiam ipsius lateris habere. Diuidam latus .*ab*. in tres equas partes | super puncta .*il*.; et copulabo rectas .*iolp*.; et per punctum .*m*. protraham rectam .*mh*. equidistantem linee .*io*.; et per punctum .*n*. equidistantem recte .*lp*. protraham rectam .*nq*.; et copulabo rectas .*ih*. *lq*.; et sic diuidetur quadrilaterum .*abgd*. in tres equas partes a lineis .*ih*. et .*nq*., que sunt quadrilatera .*aihd*. et .*ilqh*. et .*lbgq*.; quod sic probatur. Quoniam quadrilaterum .*amod*. est tertia pars quadrilateri .*abgd*., si ex eo auferatur trigonum .*oim*., et restauretur ei trigonum .*oih*., erit quadrilaterum .*aihd*. equale quadrilatero .*amod*.: eodemque modo probabuntur cetere diuisiones. Et Si latera .*ad*. et .*bg*. equidistantia secauerimus in tres equas sectiones: et in eis copulauerimus rectas; diuidetur utique quadrilaterum in tres equas sectiones. Verbi gratia : adiaceat caput abscisum .*abgd*. ; et diuidantur latera .*ad*. et .*bg*. in tria equa super puncta .*ez*. *it*.; et copulentur recte .*ei*. *zt*. Dico, quadrilaterum .*abgd*. sectum esse in tres equas sectiones, que sunt quadrilatera .*al*. *et*. *zg*.: habent enim bases et capita sibi inuicem equalia; et sunt sub altitudine una: uel quia est sicut .*ae*. ad .*ed*., ita .*bi*. ad .*ig*.; erunt ergo in eadem proportione quadrilaterum .*ai*. ad quadrilaterum .*eg*.: et si coniunxerimus, erit sicut .*bi*. ad .*bg*., ita quadrilaterum .*ai*. ad quadrilaterum .*ag*.: tertia enim pars est .*bi*. ex .*bg*., tertia quoque erit et quadrilaterum .*ai*. ex quadrilatero .*ag*. Rursus quia est sicut .*ae*. ad .*ez*., ita .*bi*. ad .*it*.; et est equalis .*ae*. ex .*ez*., et .*bi*. ex .*it*.; quare et quadrilaterum .*ai*. ex quadrilatero .*et*. est equale; tertia ergo pars est .*ai*. ex .*ag*. quadrilatero; tertia quoque erit et .*et*. quadrilaterum ex quadrilatero .*ag*.: residuum uero .*zg*. erit reliqua tertia pars. Et si tertiam partem quadrilateri .*ag*. ab aliquo angulorum .*a*. et .*d*. secare uolumus, diuidemus rectas .*ei*. et .*zt*. in duo equa super puncta .*km*.; et copulabimus rectas .*ak*. et *dm*.; et perducemus eas in puncta .*l*.*n*. ; et erit uuumquodque trigonorum .*abl*. et .*dgn*. tertia pars quadrilateri .*abgd*. Quod sic probatur. Quia recta .*ek*. equalis est recte .*ki*., erunt et trigona .*ake*. et .*ikl*. sibi inuicem equalia et similia, cum equidistantes sint bases .*ae*. et .*il*.: quare si in co-

fol. 83 *verso*.

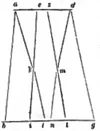
« super puncta .... modo probabuntur » (fol. 83 *verso*, lin. 1-8; pag. 135, lin. 18-25).



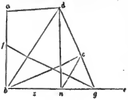
« super puncta .... quadrilaterum .*ai*. » (fol. 83 *verso*, lin. 11-21; pag. 135, lin. 28-36).



* quadrilateri .ag. .... .ag. Similiter * (fol. 83 verso, lin. 24 e 25-33; pag. 135, lin. 38 — pag. 136, lin. 3).



* equa. Et .... est equale * (fol. 84 recto, lin. 5-10; pag. 136, lin. 8-13).



mune addatur quadrilaterum *.abik.*, erit triangulus *.abl.* equalis quadrilatero *.eb.* Sed quadrilaterum *.eb.* est tertia pars quadrilateri *.ag.*; quare trigonum *.abl.* est tertia pars quadrilateri *.ag.* Similiter ostendetur, et trigonum *.dgn.* equale esse quadrilatero *.zg.*, quod est tertia pars totius *.ag.*: resecato quidem trigono *.abl.* ex quadrilatero fol. 84 recto. *.abgd.*,| remanebit quadrilatero *.algd.* capudascisum: quod si diuisum fuerit per quemcumque modum ex supradictis, reddet quadrilaterum *.abgd.* diuisum in tres equas sectiones. Similiter si auferatur trigonum *.dgn.* ex quadrilatero *.abgd.*, remanebit quadrilaterum *.abnd.* ad diuidendnm in dno equa. Et si per lineam protractam á puncto *.b.* tertiam ex quadrilatero *.ag.* abscidere uolumus, protraham primum lineam *.dn.* abscidentem á quadrilatero *.ag.* tertiam eius, que est trigonum *.agn.*; et protraham dyametrum *.bd.*, et ei equidistantem ponam lineam, *.ne.*, et copulabo rectam *.bc.* Dico quod recta *.bc.* abscidit á quadrilatero *.ag.* tertiam eius, que est trigonum *.cgb.*: quia si super trigonum *.cgn.* addatur trigonum *.cbn.*, quod est equale trigono *.cnd.*, erit trigonum *.cgb.* equale trigono *.dgn.*; ergo trigonum *.cgb.* est tertia quadrilateri *.ag.* Aliter quia trigona *.abd.* et *.gbd.* sunt sub una altitudine: sub ea uidelicet que cadit orthogonaliter inter equidistantem *.ad.* et *.bg.*; erunt ideo ad inuicem sicut bases: quare est sicut *.bg.* ad *.ad.*, ita trigonum *.bgd.* ad trigonnm *.abd.*: coniunctim ergo sicut *.bg.* ad coniunctum ex *.bgad.*, ita trigonum *.bgd.* ad quadrilaterum *.ag.*: adiaceat quidem recta *.ge.* equalis recte *.ad.*; erunt ergo sicut *.bg.* ad *.be.*, ita trigonum *.dbg.* ad quadrilaterum *.ag.*: et abscidatur ex tota *.be.* recta *.bz.*, que sit tertia ex *.be.*; et iaceat recta *.gc.* ad rectam *.gd.* sicut *.bz.* ad *.bg.*, et copuletur recta *.bc.* Dico, trigonum *.bcg.* esse tertiam quadrilaterj *.ag.*

Verbi gratia: trigona quidem *.bgc.* et *.bgd.* ad se inuicem sunt sicut bases; erit ergo sicut *.gc.* ad *.gd.*, hoc est sicut *.bz.* ad *.bg.*, ita trigonum *.bgc.* ad trigonum *.bgd.* Est enim et sicut *.bg.* ad *.be.*, ita trigonum *.bgd.* ad quadrilaterum *.ag.*: erit ergo sicut *.bz.* ad *.be.*, ita trigunum *.bgc.* ad quadrilaterum *.ag.*: est enim *.bz.* ex *.be.* tertia pars: quare et trigonum *.bgc.* erit tertia pars quadrilateri *.ag.*, ut predixi. Quod etiam demonstremus cum numeris: sit *.ad.* 6., et *.bg.* 24.; et unaqueque rectarum *.ab.* et *.dg.* sit .15.: coniunctis quidem 24. cum .6. erunt .30: ergo sicut .24. est ad .30., hoc est sicut *.bg.* ad *.be.*, ita trigonum *.bgd.* ad quadrilaterum *.ag.*; et est sicut .10. ad 30., ita tertia pars quadrilateri *.abgd.* est ad quadrilaterum *.ag.*: quare si proportionauerimus .10. cum .24., scilicet *.bz.* cum *.bg.*, uenient $\frac{5}{12}$; quibus acceptis ex tota linea *.dg.* uenient $\frac{1}{4}$ 6 pro linea *.gc.*: quare si copulauerimus rectam *.bc.*, erit proportio trianguli *.bgc.* ad triangulum *.bgd.* sicut *.bc.* ad *.gd.* Sed *.gc.* ex *.gd.* est $\frac{5}{12}$; quare trigonum *.bgc.* est $\frac{5}{12}$ ex trigono *.bgd.*; quod trigonum est $\frac{24}{30}$, hoc est $\frac{4}{5}$ ex quadrilatero fol. 84 verso. *.ag.* Ergo trigonum | *.bgc.* est $\frac{5}{12}$ ex quatuor punctis ex toto quadrilatero *.ag.*: ergo trigonum *.bgc.* est tertia totins quadrilateri *.ag.*, cum $\frac{5}{12}$ ex $\frac{4}{5}$ cniusque rei sint tertia ipsius. Simili quoque modo si protraxerimus dyametrum *.ag.*, erit proportio trigoni *.abg.* ad quadrilaterum *.db.*, sicut *.bg.* ad coniunctum ex *.bg.* et *.ad.* rectis; de qua proportione si acceperimus proportionem quam habet tertia integri ad ipsam proportionem, inuenies accipere debere $\frac{5}{12}$ ex linea *.ba.*; que $\frac{5}{12}$ sit linea *.bf.*; et copulabitur recta *.gf.*, et erit trigonnm *.fbg.* tertia pars quadrilateri *.bd.* Quibus ita ostensis demonstrabimus qualiter diuidantur in duo equa residua trigonorum *.cgb.* et *.fbg.*, sci-

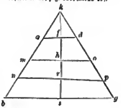
licet quadrilatera *.abcd.* et *.afgd.*, cum tractabimus de diuisione quadrilaterorum diuersorum laterum. Et postquam perduximus diuisionem trium equalium portionum super tertias partes laterum, et super unumquemque angulorum poterimus, per ea que dicta sunt superius, á similibus quadrilateribus tertiam partem, uel quamcumque partem uolucrimus abscidere per lineam egredientem á puncto dato extra uel infra figuram: uel super unum ex lateribus eius; vnde qualiter proportionaliter in tres diuersas partes diuidi debeant, demonstremus.

ADIACEAT Rursus quadrilaterum *.abgd.* caput abscisum; et data proportio sit *.ez. it.*; uolumus ergo quadrilaterum *.ag.* diuidere in tres partes á lineis equidistantibus sue basi, quarum prima ad secundam sit sicut *.ez.* ad *.zi.*, et secunda ad tertiam sicut *.zi.* ad *.it.* Perducantur primum recte *.ba.* et *.gd.* in puncto *.k.*; et sit proportio quadrati lineę *.bk.* ad quadratum lineę *.ak.* sicut *.tl.* ad *.el.* Deinde ponam quadratum lineę *.bk.* ad quadratum lineę *.km.* sicut *.tl.* ad *.lz.* Post hec ponam quadratum lineę *.bk.* ad quadratum linee *.kn.* sicut *.tl.* ad *.il.*; et per puncta *.m.n.* protraham rectas *.mo. np.* equidistantes basi *.bg.*; et inuenies, per ea que dicta sunt superius, quadrilaterum *.ao.* ad quadrilaterum *.mp.* esse sicut *.ez.* ad *.zi.*; et quadrilaterum *.mp.* ad quadrilaterum *.ng.* esse sicut *.zi.* ad *.it.* Que stiam demonstrentur cum numeris. Sint latera quadrilateri *.abgd.* ut dictum est in suprascripta figura; et extrahatur *.ad.* ex *.bg.*, scilicet .6. de .24., remanebunt .18.; et erit sicut .18. ad .6., ita *.ba.* ad *.ak.*; quare *.ak.* est .5.: tota uero *.bk.* est .20., cuius quadratum ad quadratum lineę *.ak.* est sicut .16. ad .1. Quare ponam, lineam *.tl.* esse .16.; et *.el.* pouam .1., remanebunt .15. pro *.et.*, que iacet diuisa in proportionibus datis *.ez. it.* Quare ponamus *.ez.* .4., et *.zi.* .5., et *.it.* 6; et erit sicut .4. ad .5., ita *.ez.* ad *.zi.*; et sicut .5. ad .6., ita *.zi.* ad *.it.*; et hec sint proportiones date: et quia est sicut quadratum lineę *.bk.* ad quadratum | lineę *.mk.*, ita *.tl.* ad *.lz.*: fuit etiam sicut quadratum lineę *.bk.* ad quadratum lineę *.ak.*, ita *.tl.* ad *.el.*: permutatim ergo sicut *.le.* ad *.lz.*, ita quadratum lineę *.ak.* ad quadratum lineę *.mk.*: est enim *.zl.* quintuplum ex *.el.*: quare quadratum linee *.mk.* est quintuplum quadrati linee *.ak.*; ergo quadratum lineę *.mk.* est .125. Similiter erit sicut *.il.* ad *.el.*, hoc .10. ad .1., ita quadratum lineę *.nk.* est ad quadratum lineę *.ak.*; ergo quadratum lineę *.nk.* est .250. Et quadratum lineę *.np.* est similiter decuplum ex quadrato linee *.ad.*: quare quadratum lineę *.np.* est .360. Item quia quadratum lineę *.mk.* est quintuplum quadrati *.ak.*, erit et *.mo.* quadratum quintuplum quadrati *.ad.*; ergo quadratum lineę *.mo.* est 180. Inuenies etiam, cathetum *.ks.* esse .16.; cum de quadrato lineę *.bk.* auferatur quadratum lineę *.bs.*, remaneat .256. pro quadrato lineę *.ks.*: et quia *.ka.* est quarta ex *.bk.*, et *.fk.* erit quarta ex *.ks.*; quare *.kf.* est .4., cuius quadratum est .16.; et quintuplum eius, scilicet .80., est quadratum catheti *.kh.*, cuius duplum est quadratum lineę *.kr.*, scilicet 160. Vnde si multiplicauerimus *.kh.* dimidium in *.mo.*, ueniet pro embado trianguli *.kmo.* radix de 3600.; quare trigonum *.kmo.* est 60: de quibus si auferatur trigonum *.kad.*, quod est 12, remanebunt .48. pro quadrilatero *.ao.* Rursus si multiplicauerimus quartam quadrati *.kr.*, scilicet 40., per quadratum lineę *.np.*, scilicet per 360., uenient .14400., quorum radix, scilicet .120., habentur pro embado trianguli *.knp.*; de quo si auferamus triangulum *.kmo.*, qui est .60., remanebunt .60. pro embado quadrilaterj *.mp.*

« qua dicta . . . . . sicut *.el.* » (fol. 84 *verso*, lin. 13-21; pag. 137, lin. 3-12).

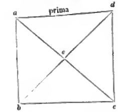


« ad *.el.* .... sicut .12. » (fol. 84 *verso*, lin. 22-29; pag. 137, lin. 12-19).



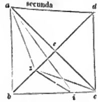
fol. 85 *recto*.

« quod diuidere .... primum dyametrum » (fol. 85 *recto*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 138, lin. 11-12).

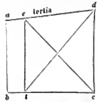


fol. 85 *verso*.

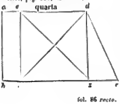
« est ergo .... sic probatur » (fol. 85 *verso*, lin. 6-12 e 13; pag. 138, lin. 17-22).



« duo equa .... sic probatur » (fol. 85 *verso*, lin. 22-28; pag. 138, lin. 29-35).



« ut in quarta .... .abcd. diuisum » (fol. 85 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 138, lin. 40-41).



fol. 86 *recto*.

Residuum uero quod restat ex toto quadrilatero *.ag.*, scilicet .72., habentur pro quadrilatero *.ng.* Est enim proportio de .48. ad .60. sicut .4. ad .5., hoc est sicut *.ez.* ad *.zi.*; et proportio de .60 ad .72. est sicut .5. ad .6., hoc est sicut *.zi.* ad *.it.*, ut oportet. Possumus enim reducere cum equidistantibus has diuisiones á tribus punctis ubilibet datis super lineam *.ba.*: et si diuiserimus lineam *.ad.* in datis quibuslibet proportionibus, et in eisdem diuiserimus latus *.bg.*; et in puncta ipsarum proportionum lineas copulauerimus, rederetur utique quadrilaterum *.abgd.* in ipsis proportionibus diuisum; que diuisiones reducemus etiam in puncta angulorum per ea que dicta sunt.

Incipit de diuisione quadrilaterorum diuersilaterum.

Primvm quidem demonstrare uolo quo modo diuidatur quadrilaterum diuersilaterum in duo equa ab angulo dato. Esto quadrilaterum *.abcd.*, quod diuidere uolo in duo equa ab *.a.* angulo dato: protraham primum dyametrum | *.bd.* subtendentem angulum *.bad.*; et secabo ipsum á dyametro *.ac.* super punctum *.e.*; recte quidem *.be.* et *.ed.* aut sunt equales, aut non. Sint primum equales: et quoniam equalis est recta *.be.* recte *.ed.*, equale erit trigonum *.abe.* trigono *.ade.*, nec non et trigonum *.ebc.* trigono *.ecd.* est equale; quare totum trigonum *.abc.* toti trigono *.acd.* iacet equale. Diuisum est ergo quadrilaterum *.abcd.* in duo equa á dyametro *.ac.* egrediente ab angulo dato; quod oportebat facere. Sed non sit recta *.be.* equalis recte *.ed.* Sed iaceat *.bz.* equalis recte *.zd.*; et protraham rectam *.zi.* equidistantem dyametro *.ac.*, ut in hac secunda figura cernitur; et copulabo rectam *.ai.* Dico iterum, quadrilaterum *.abcd.* Diuisum esse in duas equas portiones á linea *.ai.* egrediente ab angulo *.a.* dato, que sunt trigonum *.abi.*, et quadrilaterum *.aicd.*; quod sic probatur: copulabo rectas *.az.* et *.cz.*, et erunt trigona *.azd.* et *.dzc.* equalia trigonis *.abz.* et *.bzc.*; quare quadrilaterum *.azcd.* dimidium est quadrilateri *.abcd.*: et quia trigona *.aci.* et *.acz.* sunt super basim *.ae.*; et inter equidistantes *.ac.* et *.zi.* sibi inuicem sunt equalia; communiter si addatur trigonum *.acd.*, erit quadrilaterum *.aicd.* equale quadrilatero *.azcd.* Sed quadrilaterum *.azcd.* dimidium est quadrilateri *.abcd.*; ergo et quadrilaterum *.aicd.* dimidium est quadrilateri *.abcd.*, ut oportet. Rvrsvs si á puncto dato super unum ex lateribus quadrilaterum aliquod in duo equa diuidere uis, ut quadrilaterum *.ac.*, quod diuidere uolo á puncto dato *.e.* super latus *.ad.* Diuidam primum quadrilaterum *.ac.* in duo equa ab angulo *.d.*; et sit recta *.dt.* diuidens ipsum; et copulabo *.et.*: recta quidem *.et.* aut equidistans est recte *.dc.*, aut non. Sint primum recte *.et.* et *.cd.* equidistantes, ut in tertia ponitur figura; et copuletur recta *.ec.* Dico siquidem, quadrilaterum *.ac.* in duo equa diuisum esse á linea *.ec.* egrediente á puncto dato *.e.* Quod sic probatur. Quia equidistantes sunt recte *.et.* et *.cd.*, erunt et trigona *.ecd.* et *.tcd.* sibi inuicem equalia. Sed trigonum *.tcd.* dimidium est quadrilateri *.ac.*; quare et trigonum *.ecd.* dimidium est quadrilateri *.ac.*: diuisum est ergo quadrilaterum *.ac.* in duo equa á dato puncto *.e.*; quod oportebat facere. Sed non sit equidistans recta *.et.* recte *.dc.*

Ponam rectam *.dz.* equidistantem recte *.et.*; et copulabo rectam *.ez.*, ut in quarta figura demonstratur; et erit quadrilaterum *.abcd.* diuisum | in duo equa á linea *.ez.* Quod sic probatur. Sunt enim trigona *.dze.* et *.dzt.* sibi inuicem equalia, cum sint super eandem basim, et in eisdem equidistantibus; quibus si addatur in commune tri-

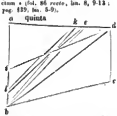
gonum .*dcz*., erunt quadrilaterum .*ezcd*. equale triangulo .*dct*., scilicet dimidio totius quadrilaterj .*ac*. Et notandum, quod si dyameter .*bd*. diuidat quadrilaterum .*ac*. in duo equa, peruenient similiter ea que diximus in his duabus figuris. Sed si diuisio ceciderit super latus .*ab*., ut recta .*di*., que sit diuidens quadrilaterum .*abcd*. in duo equa, aliter operari oportet. Diuidam quadrilaterum .*ac*. ab angulo .*b*. cum recta .*bk*.; et tunc si .*k*. fuerit datus punctus super latus .*ad*., á quo egredi oporteat recta diuidens quadrilaterum .*ac*. in duo equa, recta erit ipsa linea .*kb*. Sed si .*k*. non fuerit datus punctus, erit tunc datus punctus inter .*k*. et .*d*., aut inter .*k*. et .*a*.: sit primum datus punctus .*e*. inter .*d.k*.; et copuletur recta .*be*.; et per punctum .*k*. protraham rectam .*kl*. equidistantem recte .*eb*., et copulabitur recta .*el*., que diuidet quadrilaterum .*ac*. in duo equa; et probabitur ordine supradicto.

Rvrsvs sit datus punctus .*e*. inter .*a*. et .*k*., copulabitur similiter recta .*eb*.; et per punctum .*k*. ducatur equidistans recta .*km*., et copulabitur recta .*em*., que erit diuidens quadrilaterum .*ac*. in duas sectiones equales, que sunt quadrilatera .*am*. et .*ec*., ut in sexta patet figura: quod etiam probabitur ordine supradicto. AdSignabo quidem per modum superius demonstratum quomodu diuidantur diuersilatera quadrilatera á puncto dato super unum ex lateribus ipsius. Esto quadrilaterum .*abcd*.; et datus punctus sit .*e*. cadens primum super dimidium lateris .*ab*.; et ducam á puncto .*d*. rectam .*dz*. equidistantem recte .*ab*.; et diuidam eam in duo equa super punctum .*i*. ; et copulabo rectas .*ei*. et .*ci*. et .*ec*. ; et ducam rectam .*it*. equidistantem recte .*ec*.; et copulabo rectam .*et*.; et erit quadrilaterum .*ac*. in duo equa diuisum á linea .*et*. Quod sic probatur. Quadrilaterum itaque .*az*. est duorum laterum equidistantium; et linea .*e.i*. secat equidistantia latera eius, que sunt .*ab*. et .*dz*. in duo equa; quare quadrilaterum .*ez*. est dimidium quadrilateri .*az*. Similiter quia bases .*zi*. et .*id*. sibi inuicem equales sunt, erunt trigona .*czi*. et .*cid*. sibi inuicem equalia; quare trigonum .*ciz*. dimidium est trigoni .*cdz*.: fuit etiam quadrilaterum .*ez*. dimidium quadrilateri .*az*.; ergo quadrilaterum .*ebci*. dimidium quadrilateri est .*ac*. Sunt enim et trigona .*eci*. et .*ect*. sibi inuicem equalia; quibus si addatur in comune triangulum .*ebc*., erit quadrilaterum .*ebct*. equale | quadrilatero .*ebci*. Sed quadrilaterum .*ebci*. dimidium est quadrilateri .*ec*.; quare et quadrilaterum .*bt*. dimidium est quadrilateri .*ec*.; quare quadrilaterum .*bt*. dimidium est quadrilateri .*ac*., ut oportet. Quibus ita explicatis poterimus diuidere in duo equa omne quadrilaterum ab omni puncto dato super aliquod ex lateribus ipsius: et si punctus datus fuerit extra uel intus, per quod linea egredi ualeat, que diuidat quadrilaterum in duo equa, poterimus hoc cum operatione filorum subtiliter operari.

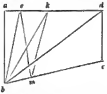
Demonstratio qualiter abscidatur á quadrilatero diuersilatero quantacumque pars data ab angulo dato.

Esto rursus quadrilaterum .*abcd*., de quo uolo ab angulo .*d*. abscidere datam partem, que sit tertia. Subtendam quidem angulo .*d*. dyametrum .*ac*., et secabo ipsum cum dyametro .*db*. super punctum .*e*.; recta quidem .*ce*. aut tertia pars est dyametri .*ac*., aut non. Sit primum .*ec*. tertia pars ex .*ac*.; abscidet utique dyameter .*bd*. tertiam partem ex quadrilatero .*ac*., que est trigonum .*bcd*. Quod sic probabitur. Quia trigona .*dce*. et .*dca*. sunt sub una altitudine, erunt adinuicem sicut bases .*ce*. ad

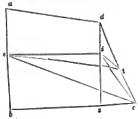
« quadrila|terum .*abcd*. .... et per punctum » (fol. 86 *recto*, lin. 8, 9-13 ; pag. 139, lin. 5-9).



« Rvrsvs sit .... datus punctus » (fol. 86 *recto*, lin. 16-22 ; pag. 139, lin. 12-18).

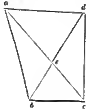


« si addatur .... .*ebct*. equale » (fol. 86 *recto*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 139, lin. 28 e 29).



fol. 86 *verso*.

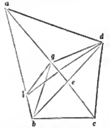
« tertie. Subtendam .... ad qua|drilaterum » (fol. 86 *verso*, lin. 11-17 e 18; pag. 139, lin. 39 — pag. 140, lin. 2).



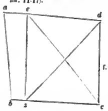
.ca.; propter eadem et trigona .bce. et .abc. sunt in proportione eadem; quare est sicut .ce. ad .ac., ita trigoaum .bcd. ad quadrilaterum .ac. : est enim recta .ce. ex .ac. tertia pars; quare et trigonum .bcd. ex quadrilatero .ac. est tertia pars: abscisa est ergo pars data, scilicet tertia, á quadrilatero .ac. per lineam .bd. egredientem ab aagulo .d. dato; quod oportebat facere. Sed non sit .ce. tertia pars ex .ac.; ponam quidem .cg. tertiam ex .ac.; et á puncto .g. dyametro .bd. equidistantem protraham rectam .gf.; et copulabo rectam .fd., que abscidet á quadrilatero .ac. quadrilaterum .fbcd.; quod demonstrabo, tertiam esse ex toto quadrilatero .ac. Quoniam .cg. tertia est ex .ca., erunt trigona .bgc. et .cgd., hoc est quadrilaterum .bcdg., tertia pars trigonorum .abc. et .acd., scilicet quadrilateri .abcd. Cui per ea que dicta sunt demonstrabitur, equale esse quadrilaterum .fbcd. Et si uoluero á quadrilatero dato partem datam á puncto dato super unum ex latcribus abscidere, ut á quadrilatero .abcd., et á puncto .e. super latus .ad. dato; et ponamus, partem datam esse tertiam. Secabo primum á quadrilatero .ac. trigonum .dcz., quod sit tertia pars quadrilateri .abcd.; et copulabo .ez.: recta quidem .ez. aut equidistans erit recte .dc., aut non. Esto primum equidistans ei, tunc copulabo .ec.; et erit trigonum .ecd. equale trigono .zcd.: quare trigonum .ecd. est tertia pars quadrilateri .ac. Sed non sit equidistaas f. 87 r. recta .ez. | recte .dc.; tuac poaam ractam .id. equidistaatem recte .ez., et copulabo rectam .ei.; et erit quadrilaterum .eicd. equale trigono .zcd. , quod est tertia pars quadrilateri .ac.; quod oportebat facere. Quod probabitur per trigoaa .zdi. et .edi., que sunt sibi inuicem equalia, cum siat super basim .di., et inter equidistantes .di. et .ez.: quibus cum additur in commune trigoaum .dci., ueniet quadrilaterum .eicd. equale trigoao .dcz., ut dictum est: remanebit ergo quadrilaterum .abie. due tertie totius quadrilateri .ac.: quod si in duo equa diuiserimus, erit quadrilaterum .ac. in tres equas partes diuisum. Rvrsvs adiaceat quadrilaterum .abcd., cuius latus .ab. sit ia tria equa diuisum, que siat .ae. ef. fb.; et uolo per puacta .e.f. quadrilaterum .ac. in tres equas sectiones diuidere. Abscidam primum á quadrilatero .ac. tertiam eius partem per lineam egredieatem á puncto .f.; quod etiam faciam per secundum modum, uidelicet ponam .gd. equidistantem recte .ab.; et ponam .gh. tertiam ex .gd.; et copulabo rectas .fh. ch. et .fc.; et protraham rectam .hi. equidistantem recte .fc. , et copulabo rectam .fi.; et erit quadrilaterum .fbci. tertia pars quadrilateri .ac. Deinde diuidam quadrilateruai .afid. in duo equa á liaea .ek. ; et sic erit quadrilaterum .abcd. diuisuai in tres equas portiones, que sunt quadrilatera .ak. ei. fc.: quibus omnibus notis poterimus permutare terminos diuisionum á quocumque puncto dato, si supradictarum demonstrationum immemor aon extiteris.

Et si quadratum aliquod in duas partes secundum datam portionem , et á dato puacto uel aagulo diuidere uis, qualiter hoc fieri debeat, ostendamus. Esto rursus quadrilaterum .abcd.; et data proportio sit .ez. ad .zi.: uolo quidem quadrilaterum .abcd. ab angulo dato .d. secare in proportione quam habet .ez. ad .zi.: protraham primum dyametrum .ac.; et ponam .ct. ad .at. sicut .ez. ad .zi.; et protraham dyametrum .db., qui transeat primum per punctum .t. Dico quod recta .bd. diuidit quadrilaterum .ac. in ea proportione quam habet .ez. ad .zi. Verbi gratia: trigona quidem .dct. et .dta. ad se inuicem sunt sicut bases .ct. ad .ta.: in qua etiam proportione sunt trigona .cbt.

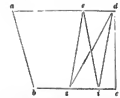
« ex quadrilatero .... scilicet quadrilateri » (fol. 86 *verso*, lin. 19-26 ; pag. 110, lin. 8-10).



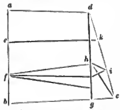
« .fbcd. Et si .... trigonum .acd. » (fol. 86 *verso*, lin. 28-34; pag. 140 , lin. 11-17).



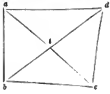
« recte .dc. .... equale trigono » (fol. 87 *recto*, lin. 1-6 e 7; pag. 140, lin. 18-23).



« sectiones diuidere .... notis poterimus » (fol. 87 *recto*, lin. 12-13; pag. 140 , lin. 27-34).

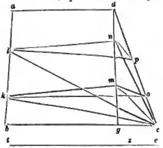


« quadrilaterum .... quare est » (fol. 87 *recto*, lin. 24-30; pag. 140, lin. 37 — pag. 141, lin. 1).



et .*tba*.; quare est sicut .*ct*. ad .*ta*., ita trigonum .*dcb*. ad trigonum .*abd*. Sed .*ct*. ad .*ta*. est sicut .*ez*. ad .*zi*.; quare est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita trigonum .*bdc*. ad trigonum .*bda*. Diuisum est ergo quadrilaterum .*ac*. in duo secundum proportionem datam, et ab angulo dato; quod oportebat facere. Sed non transeat dyameter .*bd*. per punctum .*t*.; oportet ut transeat aut inter .*ct*., | aut inter .*ta*.: transeat primum inter .*ct*. : copulabo quidem rectas .*bt*. et .*td*.; et erit quadrilaterum .*tbcd*. ad quadrilaterum .*tbad*. sicut .*ct*. ad .*ta*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*.: et ponam rectam .*tk*. equidistantem dyametro .*bd*.; et copulabo rectam .*dk*., et erit quadrilaterum .*kbcd*. equale quadrilatero .*tbcd*.; quod probabitur per ea que dicta sunt; quare erit sicut .*ct*. ad .*ta*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita quadrilaterum .*kbcd*. ad trigonum .*dak*.: factum est utique propositum. Et si secauerit dyameter .*bd*. inter .*at*., protrahetur á puncto .*t*. recta .*tl*. equidistans dyametro .*bd*.; et copulabitur recta .*dl*.; et erit rursus sicut .*ct*. ad .*ta*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita trigonum .*dcl*. ad quadrilaterum .*abld*.; quod probabitur per premissa. Et si hoc facere uolumus; super latus .*ab*. ponam .*bl*. ad .*la*. sicut .*ez*. ad .*zi*.; et producam .*dm*. equidistantem recte .*ab*.; et sit .*mn*. ad .*nd*. sicut .*bl*. ad .*la*.; et copulabo rectas .*ln*. et .*nc*. et .*lc*.; et ponam .*no*. equidistantem .*lc*.; et copulabo .*ol*.; et erit quadrilaterum .*ob*. ad quadrilaterum .*oa*. sicut .*bl*. ad .*la*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*.; quod etiam probabitur per premissa : et si á puncto .*l*. equidistans lineȩ .*ab*. non ceciderit infra quadrilaterum .*ac*., protraham lineam .*cp*. equidistantem lineȩ .*ab*.; et ponam .*cq*. ad .*qp*. sicut .*bl*. ad .*la*.; et copulabo rectam .*lq*. et .*dq*. et .*ld*.; et per punctum .*q*. ponam rectam .*qr*. equidistantem lineȩ .*dl*.; et copulabo rectam .*lr*. ; et erit quadrilaterum .*lbcr*. ad quadrilaterum .*alrd*. sicut .*bl*. ad .*la*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*.; quod probabitur per premissa.

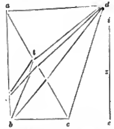
Verum si quadrilaterum aliquod in plures partes, et in proportiones datas diuidere uis, qualiter hoc fieri debeat, ostendamus. Adiaceat quadrilaterum .*abcd*.; et in ipso protrahatur recta .*dg*. equidistans lateri .*ab*. ; et proportiones date sint .*ez*. *it*. : in quibus proportionibus diuidam latus .*ba*. in puncta .*k*.*l*., hoc est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita .*bk*. ad .*kl*.; et sicut .*zi*. ad .*it*., ita .*kl*. ad .*la*.: in quibus etiam proportionibus diuidam rectam .*dg*. super puncta .*m*.*n*.; et copulabo rectas .*km*. *ln*. *cm*. et .*cn*. et .*ck*. et .*cl*.; et per punctum .*m*. ducam rectam .*mo*. equidistantem recte .*kc*. ; et per punctum .*n*. ducam rectam .*np*. equidistantem recte .*cl*.; et copulabo rectas .*ko*. et .*lp*., que diuidunt totum quadrilaterum .*ac*. in proportiones datas. Quod sic probatur. Quia est sicut .*bk*. ad .*kl*., ita .*gm*. ad .*mn*.; et sicut .*kl*. ad .*la*., ita .*mn*. ad .*nd*. Erit sicut .*bk*. ad .*ka*. , ita .*gm*. ad .*md*. ; quare erit sicut .*gm*. |



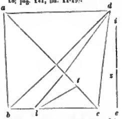
c est sicut . . . ad trigonum » (fol. 87 *recto*, lin. 32 e 33, pag. 141, lin. 2 e 3).

fol. 87 *verso*.

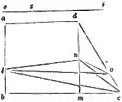
« aut inter .... Et si secaue[rit » (fol. 87 *verso*, lin. 1-7 e 8; pag. 141, lin. 5-11).



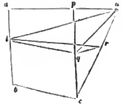
« secaue[rit dyameter .... ceciderit in]fra » (fol. 87 *verso*, lin. 7, 8-17 e 18; pag. 141, lin. 11-19).



« per premissa .... per premissa » (fol. 87 *verso*, lin. 17-22 e 23 ; pag. 141; lin. 18-23).



« datas diuidere .... rectam .mn. » (fol. 87 *verso*, lin. 24-30 ; pag. 141, lin. 24-30).



« equi[distantem recte . . . . sicut .gm. » (fol. 87*verso*, lin. 31, 32-35, e margine inferiore; pag. 141, lin. 31-34).

fol. 88 recto.

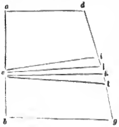
ad .*md*., ita quadrilaterum .*gk*. ad quadrilaterum .*ma*.: est etiam sicut .*gm*. ad .*md*., ita trigonum .*gcm*. ad trigonum .*cmd*.; quare coniunctim erit sicut .*gm*. ad .*md*., ita quadrilaterum .*kbcm*. ad penthagonum .*akmcd*.: sed quadrilatero .*kbcm*. equale est quadrilaterum .*bo*.; quare est sicut quadrilaterum .*kbcm*. ad penthagonum .*akmcd*., ita quadrilaterum .*bo*. ad quadrilaterum .*ao*. Sed sicut .*gm*. ad .*md*., ita .*ez*. ad .*zt*. Similiter ostendetur, quadrilaterum .*lo*. ad quadrilaterum .*ld*. esse sicut .*mn*. ad .*nd*., hoc est sicut .*zi*. ad .*it*.; ergo est sicut .*ez*. ad .*zi*., ita quadrilaterum .*bo*. ad quadrilaterum .*kp*.; et sicut .*zi*. ad .*it*., ita .*kp*. quadrilaterum ad quadrilaterum .*ld*. Erit ergo quadrilaterum .*ac*. diuisum in proportiones datas, ut oportebat facere. Et ut hec que necessaria sunt in diuidendis campis perfecte in hoc opere proponantur, quemdam uulgarem modum proponimus. Vt si quadrilaterum .*abgd*. super dimidium lateris .*ab*. diuidere uolumus in duo equa, ponam .*ef*. in medio inter .*ab*. et .*gd*.; et copulabo rectam .*ef*., que diuidet quadrilaterum .*ag*. in duo equa, si equidistantia fuerint sibi inuicem latera .*ab*. et .*dg*.: que si equidistantia non fuerint, erunt utique quadrilatera .*eg*. et .*af*. inequalia: mensurabo quidem ea inuestigando embada eorum; et sit quadrilaterum .*af*. minus quadrilatero .*ge*. secundum quantitatem perticarum numeri .*h*.; et inueniam longitudinem catheti cadentis ab .*e*. super rectam .*gd*., qui sit recta .*ei*., numerum: diuidam siquidem .*h*. per .*ei*., et proueniat ex diuisione quantitas .*kf*.; et copulabo rectam .*ek*.: dico siquidem, quadrilaterum .*ag*. diuisum esse in duo equa á linea .*ek*. Quod sic probatur: ponam .*lk*. equalem .*kf*.; et copulabo .*el*.; et erit embadum trigonj .*efl*. equale superficiei catheti .*ei*. in lineam .*fk*.; ergo embadum trigoni .*efl*. prouenit ex ducto .*ei*. in lineam .*kf*.: sed ex .*ei*. in .*kf*. prouenerit numerus .*h*., in quo quadrilaterum .*ebgf*. superhabundat quadrilaterum .*af*.; quare quadrilaterum .*ebgf*. superhabundat quadrilaterum .*af*. secundum quantitatem trigonj .*elf*.: quare si auferatur trigonum .*elf*. ex quadrilatero .*bf*., remanebit quadrilaterum .*bl*. equale quadrilatero .*af*. Sunt enim et trigona .*ekf*. et .*ekl*. sibi inuicem equalia, cum sint super equas bases, et sub eadem altitudine. Et quoniam cum equalibus equalia addantur, que proueniunt sunt equalia. Equalia erunt quadrilatera .*kb*. et .*ak*. sibi inuicem, ut prediximus. Eodemque modo diuidemus in duo equa quadrilatera similia quadrilatero sequenti .*abcd*., | quod habet formam fulminis, cuius dyametra minime se se secare possunt: producam primum dyametrum .*db*.; et inueniam embada trigonorum .*abd*. et .*cbd*.: que si equalia inuenero, erit utique quadrilaterum .*abcd*. in duo equa diuisum á linea .*bd*.: que si in equalia fuerint, erit embadum uuius eorum maius. Esto quidem maius trigoni .*cbd*. secundum quantitatem numeri .*e*.; protraham quidem á puncto .*d*. super latus .*cb*. cathetum .*dz*.; et ponam superficiem .*dz*. in .*bi*. equalem numero .*e*.; et copulabo rectam .*di*., que diuidet quadrilaterum .*abcd*. in duas portiones equales, que sunt trigonum .*cdi*., et quadrilaterum .*abid*.; quod probabitur per ea que diximus in precedenti figura.

Sed si geometrice operari uolumus, copulabo rectam .*ac*., ut in hac alia cernitur figura; et diuidam eam super punctum .*e*. in duo equa, et copulabo rectam .*be*. Recta uero .*be*. aut transibit per punctum .*d*., aut non: transeat primum per punctum .*d*. Dico, quadrilaterum .*abcd*. diuisum esse in duo equa á linea .*db*.; quod sic probatur: trigona quidem .*abe*. et .*ebc*. sibi inuicem sunt equalia, nec non et trigonum .*aed*. equale est trigono .*ced*. Vnde si ab equalibus equalia auferamus, que remanebunt,

« quadrilaterum .... perticarum » (fol. 88 recto, lin. 10-19; pag. 142, lin. 8-16).

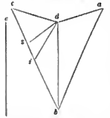


« numeri .h. .... .af. secundum » (fol. 88 recto, lin. 20-28; pag. 142, lin. 16-24).

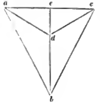


fol. 88 verso.

« quod habet .... quadrilaterum » (fol. 88 verso, lin. 1-9; pag. 142, lin. 29-37).

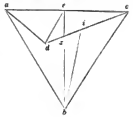


« et copulabo .... per punctum » (fol. 88 verso, lin. 13-20 e 21; pag. 142, lin. 39 — pag. 143, lin. 3).



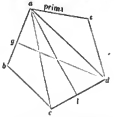
erunt equalia; ergo extracto trigono *.aed.* ex trigono *.aeb.*, et trigonum *.ced.* ex trigono *.ceb.*, remanebunt trigona *.abd.* et *.cdb.* sibi inuicem equalia, ut predixi. Sed non transeat recta *.e b.* per puuctum *.d.*; secabit ergo unum ex lateribus *.a d.* uel *.cd.*: secet quidem latus *.cd.* super punctum *.z.*; et copuletur recta *.ed.*; et iaceat *.dz.* ad *.zi.* sicut *.bz.* ad *.ze.*; et copuletur recta *.bi.* Dico si quidem, quadrilaterum *.abcd.* diuisum esse in duo equa á linea *.bi.*; quod sic probatur. Quoniam trigonum *.ezd.* et *.biz.* circa equales angulos, qui ad *.z.*, contraria patiuntur latera, hoc est quod sunt mutue proportionis, ipsa trigona sibi inuicem sunt equalia. Est enim sicut *.bz.* ad *.ze.*, ita *.dz.* ad *.zi.* Comune adiungatur trigonum *.cez.*, erunt duo trigona *.cez.* et *.biz.* equalia trigono *.ecd.*; sed trigono *.ecd.* equale est trigonum *.aed.*; ergo trigona *.cez.* et *.izb.* equalia sunt trigono *.ead.*: sunt enim et trigona *.eab.* et *.ebc.* sibi inuicem equalia: quare si ab equalibus auferantur equalia, que remanebunt erunt equalia: auferatur quidem á trigono *.eab.* trigonum *.ead.*, et á trigono *.ebc.* anferantur trigona *.cez.* et *.izb.*, remanebunt quadrilaterum *.abzd.*, et trigonum *.edz.* equalia trigono *.cib.*: sed trigono *.edz.* equale est trigonum *.biz.*; quare quadrilaterum *.abid.* equale est trigono | *.cbi.*, ut predixi.

« puncitum *d.* .... *.ecd.* sed » (fol. 88 *verso*, lin. 20, 21-28; pag. 143, lin. 3-10).



fol. 89 *recto.*

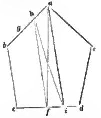
« lateris *.cd.* .... ipsa linea » (fol. 89 *recto*, lin. 6-13; pag. 143, lin. 21-28).



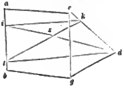
Incipit de diuisione figurarum plurium laterum.

Si Penthagonvm equilaterum et equiangulum ab aliquo angulorum dato in duo equa secare desideras, lineam ab ipso angulo super dimidium lateris sibi oppositi protrahe. Verbi gratia: sit datum penthagonum equilaterum et equiangulum *.abcde.*; et datus angulus sit *.a.*; super dimidium quidem lateris *.cd.* lineam *.af.* protrahe. Dico, penthagonum *.abcde.* diuisum esse in duo equa á linea *.af.*; quod sic probatur: copulabo rectas *.ac.* et *.ad.*, et erunt trigona *.abc.* et *.aed.* sibi inuicem equalia et equiangula. Sunt enim et trigona *.afc.* et *.afd.* equalia; quare quadrilaterum *.abcf.* equale est quadrilatero *.aedf.*: diuisum est ergo penthagonum *.abcde.* ab angulo *.a.* dato á linea *.af.*; quod oportebat facere. Ex hoc ergo manifestum est, quod cum in penthagono equilatero et equiangulo super dimidium cuiuslibet lateris dirigatur linea ad angulum respicientem ipsum latus, quod ipsa linea diuidet penthagonum in duo equa. Et si á puncto *.g.* dato super latus *.ab.* eundem penthagonum in duo equa diuidere uis, considera si punctus *.g.* erit in medio lateris *.ab.*; quia tunc protrahenda erit recta á puncto dato *.g.* ad angulum *.d.*; et erit recta *.gd.* diuidens penthagonum *.abcde.* in duo equa. Et si punctus datus fuerit inter *.a.g.* puncta, qui sit *.h.*, ut in secunda cernitur figura; tunc diuidam penthagonum á linea *.af.* in duo equa, et copulabo rectam *.hf.*, cui protraham equidistantem lineam *.ai.*; et copulabo rectam *.hi.*, que diuidit penthagonum *.abcde.* in duo equa; quod sic probatur. Quoniam trigona *.hfa.* et *.hfi.* sunt inter duas equidistantes, et super eandem basim *.hf.*; ideo sibi inuicem sunt equalia: si communiter addatur quadrilaterum *.hbcf.*, erit quadrilaterum *.hbci.* equale quadrilatero *.abcf.*: sed quadrilaterum *.abcf.* est dimidium penthagoni *.abcde.*; quare et quadrilaterum *.hbci.* erit dimidium penthagonj *.abcde.* Sed non sit penthagonum datum equilaterum et equiangulum, ut penthagonum *.abgde.*; et uolo ipsum diuidere in duo equa; producam rectam *.eg.*; et super dimidium ipsius ponam punctum *.z.*, á quo diuidam quadrilaterum *.abge.* in duo equa á linea *.zi.*; et copulabo rectam *.zd.*, que etiam diuidit trigonum *.egd.* in duo equa: recta quidem *.zd.* aut est

« recta á puncto .... quadrilaterum *.hbci.* » (fol. 89 *recto*, lin. 18, 17-24; pag. 143, lin. 30-37).



« *.zd.* aut est .... copulabo rectam » (fol. 89 *recto*, lin. 32-35; pag. 143, lin. 43 — pag. 144, lin. 4).

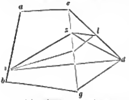


in directo recte *.zi.*, aut non: esto primum una earum in directo alterius, ut in hac tertia cernitur figura: et erit manifestum quod linea *.i.d.* diuidet penthagonum *.abgde.* in duo equa: quod etiam si á puncto *.t.* dato super rectam *.ab.* ipsum penthagonum diuidere uis, copulabo rectam | *.td.*; et ipsi ponam ei ęquidistantem rectam *.ik.*, et copulabitur *.tk.*; que etiam diuidet idem penthagonum in duo equa: demonstratio est eadem ut supra. Seu non sit recta *.zd.* in directo *.zi.*; copulabo quidem rectam *.id.*; et ponam ei equidistantem rectam *.zl.*; et copulabo rectam *.il.*; que etiam diuidet penthagonum *.abgde.* in duo equa. Probatio. Recte quidem *.iz.* et *.zd.* diuidunt penthagonum *.abgde.* in duas portiones equales: et sunt trigona *.idz.* et *.idl.* sibi inuicem equalia: quibus si addatur quadrilaterum *.ibgd.*, erit penthagonum *.ibgdl.* equale penthagono *.ibgdz.*, hoc est dimidio penthagoni *.abgde.*, ut oportet: et sic secundum hunc modum possumus perducere diuisionem super omne latus penthagoni, et ab omni puncto dato super ipsum; nec non et poterimus in plures partes diuidere eum per ea que dicta sunt. Nam si rectam *.eg.* in tres equas partes diuiserimus; et per puncta sectionum in equas partes diuiserimus quadrilaterum *.abge.*, et trigonum *.egd.*; et deinceps processerimus ordine demonstrato, habebimus optatum. Et si penthagonum habuerit formam mitrę, ut penthagonum *.bcdef.*, protrahemus ad rectos angulos super latus *.cd.* lineam *.fa.*; et inuestigabo embadum quadrilateri *.bcaf.*, nec non et quadrilateri *.fade.*: que si inuenero esse equalia, erit utique penthagonum *.bcdef.* diuisum in duo equa á linea *.af.* Si autem embada eorum in equalia fuerint, sit maius eorum embadum quadrilateri *.ae.* secundum quantitatem numeri *.g.*; et ponam superficiem *.fa.* in *.az.* equalem numero *.g.*; et copulabo rectam *.f.z.*; et erit embadum trigoni *.faz.* quantitas medietatis numeri *.g.*: quare linea *.fz.* diuidit penthagonum *.bcdef.* in duo quadrilatera equalia, que sunt *.bczf.* et *.fzde.*; et hoc fit secundum uulgarem modum. Sed si geometrice hoc operari uolumus, copulabimus *.be.*, et diuidemus *.be.* in duo equa super punctum *.i.*, ut in hac alia cernitur figura: et diuidemus quadrilaterum *.bcde.* in duo equa á linea *.ik.*; que si transierit per punctum *.f.*, diuiditur per lineam *.fk.* penthagonum *.bcdef.* in duo equa; quia si ex quadrato *.bcki.* auferamus triangulum *.bif.*; et á quadrilatero *.ikde.* auferamus triangulum *.ief.*, remanebunt quadrilatera *.fc.* et *.fd.* sibi inuicem equalia.

Et si recta *.ik.* secat latus *.ef.* super punctum *.l.*, ut in hac ultima figura cernitur. Ponam *.ml.* ad *.lf.* sicut *.il.* ad *.lk.*; et copulabo rectam *.km.*, que diuidet penthagonum *.bcdef.* in duas sectiones equales, | quarum una erit quadrilaterum *.mkde.*, alia (fol. 90 r°) penthagonum *.bckmf.*: probatio: copulabo rectam *.if.*, et erunt trigona *.ifl.* et *.kml.* sibi inuicem equalia, cum sit proportio *.ml.* ad *.fl.* sicut *.il.* ad *.lk.*: quare trigonum *.ife.* equale est trigonis *.ile.* et *.klm.*: est enim et trigono *.ief.* equale trigonum *.bif.*; quare trigonum *.bif.* equale est trigonis *.iel.* et *.klm.*: unde si á quadrilatero *.bcki.* auferamus trigonum *.bfi.*; et á quadrilatero *.ikde.* auferamus trigona *.ile.* et *.klm.*, remanebunt quadrilaterum *.bckl.*, et trigonum *.ifl.* equalia quadrilatero *.kdem.*: est enim trigonum *.klm.* equale trigono *.ilf.*; quare penthagonum *.bckmf.* equale est quadrilatero *.mkde.*, ut predixi: quam etiam diuisionem perducemus á puncto *.f.*, si copulauerimus *.fk.*, et ponemus *.ei.* equidistantem lineam *.mn.*, et copulauerimus *.fn.*; et sic erunt

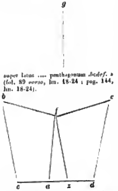
fol. 89 *verso*.

« que etiam .... erit penthagonum » (fol. 89 *verso*, lin. 2-8; pag. 144, lin. 3-10).

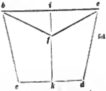


« perducere diuisionem .... ad rectos angulos » (fol. 89 *verso*, lin. 10, 11-17; pag. 144, lin. 12-18).

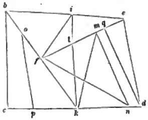
« super latus .... penthagonum *.bcdef.* » (fol. 89 *verso*, lin. 18-24; pag. 144, lin. 18-24).



« copulabimus *.be.* .... inuicem equalia » (fol. 89 *verso*, lin. 26, 27-32; pag. 144, lin. 26-31).



« *.km.* que .... sectiones equales » (fol. 89 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 144, lin. 33 e 34).



quadrilatera *.bcnf.* et *.fnde.* sibi inuicem equalia: quod etiam penthagonum si in tres equas partes diuidere uolumus, ascidemus á quadrilatero *.bcnf.* tertiam partem cum linea *.op.*; et á quadrilatero *.fnde.* secabimus similiter tertiam partem cum linea *.qd.*; et erit penthagonum *.bcdef.* diuisum in tres equas partes, quarum una est quadrilaterum *.bcpo.*, secunda penthagonum *.opdqf.*, tertia trigonum *.qde.* Et notandum quod si exagonum diuidere uolumus, diuidemus ipsum in duo quadrilatera á linea protracta in ipso, que ponat tria latera eius in unam partem, et reliqua tria in aliam; et super dimidium ipsius linee ponemus punctum, á quo diuidemus utrumque quadrilaterum in duo equa; ut si in exagono *.abcdef.* protraxerimus lineam *.ad.*, diuidet ipsum exagonum in duo quadrilatera, que sunt *.abcd.* et *.adef.*: unde si super dimidium linee *.ae.* posueramus punctum *.g.*; et ab ipso protraxerimus rectas diuidentes utrumque quadrilaterum in duo equa; et deinceps immitati fuerimus ea que dicta sunt superius, poterimus ipsum exagonum cum linea una in duo equa diuidere; nec non et poterimus permutare sectiones ab omni puncto dato super aliquod ex lateribus eius; nec non, si secundum hoc processerimus in reliquis figuris plurium laterum, poterimus ad notitiam diuisionis ipsarum sauissime peruenire.

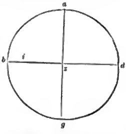
Incipit de diuisione circulorum, et eorum partium.

Si circvlvm aliquem in duo equa secare uolumus, per lineam protractam á puncto dato super periferiam eius, aut extra circulum, ipsum punctum cum centro copula; et ipsam rectam usque ad periferiam ducere studeas; Verbi gratia: | Esto datus circulus *.abgd.*; et extra ipsum sit datus punctus *.e.*, et sit *.z.* centrum circulj; copulata quidem recta *.ez.*, et emissa usque in punctum *.g.*, erit recta *.ag.* dyameter circulj *.abgd.* Nam dyameter circulj est recta per centrum ducta: et in utraque parte periferie terminata. Ducitur quidem recta *.ag.* per centrum *.z.*; ergo dyameter est *.ag.*; quare semicirculus est unaquaque portionum *.abg.* et *.adg.*: diuisus est ergo circulus *.abgd.* á recta protracta á puncto *.e.* dato extra circulum. Et si infra circulum punctus datus fuerit *.i.*, copulabo rectam *.iz.*, et ducam eam in utramque partem in puncta *.b.d.*; et erit recta *.bd.* dyameter circuli, qui secat circulum *.abgd.* similiter in duo equa. Et si circulum aliquem in tres partes diuidere uolumus, constituemus in ipsum trigonum equilaterum *.a.b.g.*; et centrum circulj sit *.d.*; et copulabimus rectas *.da. db. dg.*, que diuident circulum *.abg.* in tres equas partes, quarum una est sector *.dab.*, secunda est sector *.dbg.*, tertia quoque est sector *.dga.* Verbi gratia: quia equales sunt recte *.ab. bg. ga.*, equales erunt arcus *.ab. bg. ga.*; quia equales recte in equalibus circulis equales arcus subtendunt. Sunt enim á centro sibi inuicem equales recte *.da. db. dg.*; et anguli qui ad *.d.* sibi inuicem sunt equales: quare sectiones *.e.z.i.* sibi inuicem sunt equales: diuisus est ergo circulus *.abg.* in tres sectiones equales, ut oportet. Et si in plures partes ipsum á centro diuidere uis, in tot equales partes periferiam ipsius circulj diuide, quot partes ex eo facere uolueris; et puncta ipsarum sectionum cum centro copulare studeas, et peruenies ad optata.

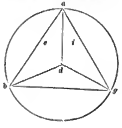
Si uero circulum per lineas equidistantes in tria diuidere uolumus, hoc sine labore maximo fieri non posse cognosce; tamen qualiter hoc secundum propinquitatem fieri debeat, demonstrabo. Ponam primum in circulo *.abg.* rectam *.ag.*, que sit latus trigoni equilateri cadentis in ipso; quare periferia *.ag.* erit tertia pars periferie totius circulj

fol. 90 *verso*.

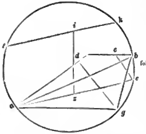
« Esto datus .... unaquaque portionum » (fol. 90 *verso*, lin. 1-6; pag. 145, lin. 20-25).



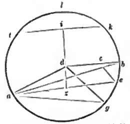
« et centrum .... in plures » (fol. 90 *verso*, lin. 13-20; pag. 145, lin. 30-37).



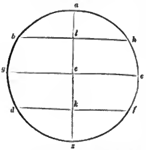
« conjtenta sub .... recta .ab. » (fol. 90 *verso*, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 146, lin. 6-7).



« portio .tkl. .... sibi inuicem » (fol. 91 *recto*, lin. 9-16; pag. 146, lin. 14-21).

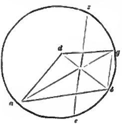


« ad angulos .... dato circulo » (fol. 91 *recto*, lin. 34, 35, e margine inferiore; pag. 146, lin. 36-38).



fol. 91 *verso*.

« .abg., cuius .... tertia pars » (fol. 91 *verso*, lin. 1-6; pag. 146, lin. 38-43).



.abg.; et ponam á centro *.d.* rectam *.db.* equidistantem recte *.ag.*, et copulabo rectas *.da. dg. ab.* et *.bg.*, et erunt trigona *.dag.* et *.bag.* sibi inuicem equalia: quibus si addatur augmentum comune portionem circulj contempta sub recta *.ag.*, et arcu *.ag.*; erit figura contempta sub rectis *.ba.* et *.bg.*, et arcu *.ag.* equalis sectori *.dag.*, qui est tertia pars circulj; quare figura contenta sub rectis *.ba.* et *.bg.*, et arcu *.ag.* tertia pars est circulj *.abg.*: cui addatur portio circulj contenta sub recta *.bg.*, et arcu fol. 91 r° *.bg.*, erit portio circulj contenta sub recta *.ab.*, | et periferia *.agb.* plus tertię partis circulj *.abg.* secundum quantitatem portionis *.bg.*: quare inueniam embadum portionis contencta sub recta *.bg.*, et periferia *.bg.*; et diuidam duplum super rectam *.ab.*, et parum plus ex hoc quod prouenerit minuam ex periferia *.bg.*; et sit illud arcus *.be.*; et copulabo rectam *.ae.*, et erit secundum propinquitatem portio *.age.* tertia pars circuli *.abg.* De inde super rectam *.ae.* protraham á centro *.d.* cathetum *.dz.*, et perducam eam in *.i.*, et sit recta *.di.* equalis rectę *.dz.*; et per punctum *.i.* protraham rectam *.tk.* equidistantem recte *.ae.*; et erit portio *.tkl.* equalis portioni *.abe.* Reliquum uero, quod continetur sub rectis *.ae.* et *.tk.*, et arcubus *.ke. et. at.*, erit alia tertia pars; quod sic probatur. Ducam á puncto *.e.* super lineam *.ab.* cathetum *.ec.*; et sit illud quod prouenit ex diuisione dupli embadi portionis *.bg.* in rectam *.ab.*; et copulabitur recta *.eb.*, et erit trigonum *.abe.* equalis portionis circulj *.bg.*: quare cum auferatur trigonum *.abe.* ex circulj portione *.agb.*, remanebit portio *.aeg.* tertia pars circulj *.abg.*: et quia recte *.tk.* et *.ae.* equidistantes sunt, et equaliter distant á centro, sibi inuicem equales sunt. Et quoniam equalis est recta *.tk.* recte *.ae.*, ipse due recte ab eodem circulo equales sectiones auferunt, ut in tertio libro EVCLIDIS panditur: equalis est ergo portio *.tkl.* portioni *.aeg.*; quare tertia pars est sectio *.tkl.*; residuum uero quod contiuctur inter equidistantes *.tk.* et *.ae.* rectas, et arcus *.ek.* et *.at.* erit reliqua tertia pars, ut oportet. Et ut hec prontius haberentur, quam subtilius potui, inuestigaui proportionem rectę *.dz.* ad semidyametrum circulj: et inueni, eam esse secundum propinquitatem sicut .9. ad. 34.: unde cum aliquem circulum in tres equas partes cum equidistantibus rectis diuidere uoluerimus, dyametrum circulj inuenire studebimus; et eius medietas in proportione dicta, cum ab utraque parte circulj centri diuisa fuerit, et per sectiones proportionum rectas ad rectos angulos duxerimus, diuidemus utique circulum in tres equas partes.

Similiter si circulum *.abgde.* in quatuor equas partes diuidere uolumus, dyametros *.az.* et *.ge.* super centrum circulj *.c.* ad rectos angulos secare faciam; deinde semidyametrum *.cz.* super punctum *k.* diuidam; et sit proportio *.ck.* ad *.cz.* sicut .611. ad .1513.: et ponam rectam *.cl.* equalem recte *.ck.*; et per puncta *.l.k.* producam rectas *.bh.* et *.df.* secantes dyametrum *.az.* ad angulos rectos, erit unusquisque semicirculorum secundum propinquitatem diuisus in duo equa. ET si inter duas equidistantes á dato circulo | *abg.*, cuius centrum sit *.d.*, datam partem, que sit tertia, auferre uolumus, ponam rectam *.ab.* latus trianguli equilateri cadentis in circulo *.abg.*; et per centrum *.d.* ponam ei equidistantem rectam *.dg.*, et copulabo rectam *.bg.*; et diuidam periferiam *.ab.* in duo equa super punctum *.e.*, et protraham rectam *.ez.* equidistantem recte *.bg.* Dico quod figura contencta sub rectis *.bg.* et *.ez.*, et arcubus *.eb.* et *.gz.* tertia pars est circulj *.abg.* PROBATIO: protraham rectas *.da.* et *.db.* et *.ag.*; et erunt trigona

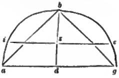
.gab. et *.dab.* equalia: quibus cum in comune additur portio *.abe.*, erit figura contencta sub rectis *.ga.* et *.gb.*, et arcu *.aeb.* equalis sectori *.daeb.*, qui est tertia pars circulj *.abg.*; ergo figura contencta sub rectis *.ga.* et *.gb.*, et arcu *.aeb.* est tertia pars circulj *.abg.*: et quia recte *.bg.* et *.ez.* equidistantes sunt, erunt arcus *.eb.* et *.gz.* equales. Sed arcui *.eb.* equalis est arcus *.ae.*; ergo et arcus *.ae.* equalis est arcui *.gz.*: comune addatur arcus *.bg.*, erit quidem arcus *.aebg.* equalis arcui *.ebgz.*; quare portio circulj *.ezgb.* equalis est portioni circulj *.agbe.*: communiter auferatur portio contencta sub recta *.bg.*, et arcu *.gb.*, remanebit figura contencta sub rectis *.gb.* et *.ez.*, et arcubus *.be.* et *.gz.* equalis tertie parti circulj, scilicet figure contencte sub rectis *.ga.* et *.gb.*, et arcu *.aeb.*; quod oportebat ostendere. Ostendam rursus quomodo auferatur á circulo dato qualiscunque pars data per circulum equidistantem ei. Sit datus circulus *.abcd.* super centrum *.e.*, uolo á circulo *.abcd.* auferre partem datam, que sit tertia per circulum equidistantem ei: protraham dyametrum *.ag.*; et ponam quadratum lineę *.ae.* triplum quadrati lineę *.ez.*; et centro quidem *.e.* spatio *.ez.* circinabo circulum *.zit.* Dico: á dato circulo *.abcd.* secta est tertia eius, que est circulus *.zit.* Probatio. Quoniam *.ea.* recta dimidium est dyametri *.ag.*, erit quadratum dyametri *.ag.* quadruplum ex quadrato lineę *.ae.*: propter eandem ergo et quadratum lineę *.zt.* est quadruplum quadrati lineę *.ez.*; quare est sicut quadratum lineę *.ea.* ad quadratum lineę *.ez.*, ita quadratum dyametri *.ag.* ad quadratum dyametri *.tz.*: sed sicut quadratum dyametri *.ag.* ad quadratum dyametri *.tz.*, ita circulus *.abcd.* ad circulum *.zit.*: sunt enim circulj ad se inuicem sicuti ad quadrata dyametrorum; ut in duodecimo EVCLIDIS monstratum est: quare erit sicut quadratum lineę *.ea.* | ad quadratum lineę *.ez.*, ita circulus *.abcd.* ad circulum *.zit.*: est enim quadratum lineę *.ea.* triplum quadrati lineę *.ez.*; quare circulus *.abcd.* triplus est circulj *.zit.*; et sunt ambo circulj equidistantes, cum unum habeant centrum. Secta est ergo á circulo *.abcd.* tertia eius pars per circulum *.zit.* equidistantem ei; quod oportebat facere.

fol. 92 *recto*.

Incipit De diuisione portionum circulorum.

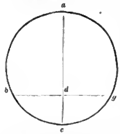
SI SEMICIRCVLVM *.abg.* in duo equa secare uis; diuide rectam *.ag.* in duo equa super punctum *.d.*; et a puncto *.d.* ad rectos angulos rectam protrahe *.db.* Dico, diuisum esse semicirculum *.abg.* in duo equa á recta *.db.* Probatio: productis rectis *.ba.* et *.bg.*, erunt trigona *.bdg.* et *.bda.* sibi inuicem equalia; est enim latus *.ad.* lateri *.dg.* equale: et in comuni iacet recta *.bd.*; nec non et anguli ad *.d.* sunt recti; quare recta *.bg.* equalis est recte *.ba.*; equales uero recte equales sectiones auferunt; quare sectio *.bg.* sectioni *.ba.* equalis est. Sunt et trigona *.bdg.* et *.bda.* equalia; quare sectio *.bdai.* sectioni *.bdge.* est equalis: diuisum est ergo semicirculum *.abgd.* in duo equa; quod oportebat facere. ET si ipsum cum recta equidistante basi *.ag.* diuidere uis; semidyametrum *.bd.* super punctum *.z.* diuide: et sit *.dz.* ad *.zb.* sicut .611. ad .1512.: et per punctum *.z.* protrahe rectam *.ei.*, que diuidet similiter semicirculum *.abg.* in dno equa; que habentur ex his que diximus in diuisione circulj in quatuor partes.

a recte equales .... et sit a (fol. 92 *recto*, lin. 12, 13-17; pag. 147, lin. 34-38).

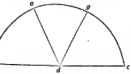


ET si portio circuli, siue sit minor, siue maior semicirculo, in duo equa diuidere uis, simili modo super dimidium cordę eius sagittam protrahe: uerbi gratia: sit data portio maior semicirculo *.abg.*; et super dimidium cordę ipsius sagittam *.da.* pro-

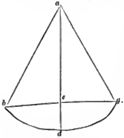
« Et si portio .... .d.; deinde » (fol. 92 recto, lin. 21-29; pag. 147, lin. 41 — pag. 148, lin. 5).



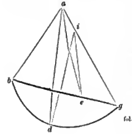
« equales sunt .... duabus rectis » (fol. 92 recto, lin. ultima, e margine inferiore; pag. 148, lin. 9 e 10).



« sint, ipsos .... .ed. diuidat » (fol. 92 verso, lin. 2-12; pag. 148, lin. 11-20).



« recte .ea. .... Explicit distinctio » (fol. 92 verso, lin. 14-22; pag. 148, lin. 21-30).



trahe: et erit portio circuli .abd. equalis portioni .adg.; quod probabitur per ea que dicta sunt in semicirculo: et si á puncto .d. ad rectos angulos protraxerimus rectam .dc. super cordam .bg., diuidetur utique in duo equa portio circuli .bcg., que est minor semicirculo. Rvrsvs si semicirculum .abc. in tria equa diuidere uis, rectam .bc. in duo equa partire super punctum .d.; deinde arcum .bac. in tria equa diuide super puncta .a.g.; et copulabis rectas .da. dg., que diuident semicirculum .abc. in tres equas sectiones. Probatio. Quoniam semicirculus est portio .abc., erit utique punctus .d. centrum circuli, cuius medietas est semicirculus .abc.; quare recte .db. da. dg. dc. sibi inuicem sunt equales: et quia arcus .ba. et .ag. et .gc. sibi inuicem equales sunt, erit
fol. 92 v.º sector una queque figurarum contentarum sub duabus rectis, | et arcu predictis; quare cum sub equalibus rectis, et sub equalibus arcubus sint, ipsos sectores sibi inuicem equales esse necesse est: diuisus est ergo semicirculus in tres sectores equales, que sunt .dab., et .dag., et .dgc.; quod oportebat facere. Et si figuram aliquam contenctam sub duabus rectis, et arcu periferię in duo equa diuidere uis, ut trigonum .abdg., cuius duo latera .ab. et .ag. sunt recta; reliquum uero latus .bdg. sit arcus circuli. Copulabo primum rectam .bg., et diuidam ipsam in duo equa super punctum .e., á quo protraham rectam .ae.; deinde super rectam .bg., et á dato puncto in ipsam .e. protraham ad rectos angulos rectam .ed. Recte .ae. et .ed. aut sunt in directo sibi inuicem, aut non: si fuerint in directo, diuisa erit figura .abdg. in duo equa á linea .ad., cum recta .ae. diuidat rectilineum trigonum .abg. in duo equa; et recta .ed. diuidat portionem circuli .bdg. in duo equa. Sed non sit in directo recta .ed. recte .ea., ut in hac alia cernitur formula. Copulabo tunc rectam .ad.; et per punctum .e. protraham rectam .ei. equidistantem recte .ad.; et copulabo rectam .ai., que diuidet totam figuram .abdg. in duo equa. Probatio. Quoniam recte .ad. et .ei. equidistantes sunt, et in eis sunt trigona .dai. et .dea., super basim .da. ipsa trigona sibi inuicem equalia sunt: quibus addita in comuni figura contencta sub rectis .ab. et .ad., et arcu .db., erit figura contencta sub rectis .di. et .ia. et .ab., et arcu .db., eqalis figure contencte sub rectis .de. et .ea. et .ab., et arcu .bd.; que figura continet dimidium trianguli .abdg., ut oportebat facere.

Explicit distinctio quarta de diuisione camporum inter consortes.
Incipit quinta de radicibus cubicis inueniendis.

Cvm Secundum promissa in huius operis principio de radicibus cubicis oporteat me tractare, de quibus in libro abbaci tractatum inserui spetialem: duxi eundem presentialiter rescribendum, ut continuatis distinctionibus suprascriptis ad finem eiusdem operis possim facilius peruenire.

Cvbvs quidem numerus est, qui surgit ex multiplicatione trium equalium numerorum, uel ex aliquo quadrato numero in suam radicem ducto. Vt .8. et .27., nam .8. surgunt ex multiplicatione de .2. in .2. ducta in .2., uel ex multiplicatione quaternarij in suam radicem, scilicet in .2., et 27 surgunt ex tribus ternarijs, uel ex nouenario ducto in suam radicem, que est .3. Nam radix cubica octonarij est .2.; et radix cubica de .27. est .3.; et sic intelligas de reliquis cubis numeris, et eorum radicibus: reliqui autem numeri, qui
fol. 93 r.º cubi non sunt, radices | cubicas in numeris habere non possunt: unde radices ipsorum cubice dicuntur surde. Nam qualiter secundum propinquitatem radix cubica cuiusuis nu-

meri reperiri ualeat, demonstrabo. Sed primum, unde modus repeiendi has radices procedat, uolo presentialiter demonstrare. Cvm itaque linea diuisa in duas partes fuerit: erunt cubi ipsarum portionum cum triplo multiplicationis quadrati unius cuiusque sectionis in alia equales cubo totius lineę. Verbi gratia: sit linea .*ab*. ut libet diuisa super punctum .*g*. Dico, cubos portionum .*ag*. et .*gb*. cum triplo quadrati portionis .*ag*. in .*gb*., et cum triplo quadrati portionis .*bg*. in .*ga*. equales esse cubo totius lineę .*ab*.; quod uideatur in numeris: sit tota .*ab*. 5.; et .*ag*. sit .3., remanebit .*gb*. .2.; quarum portionum cubi sunt .27. et .8.: quibus insimul iunctis faciunt .35.; et ex triplo quadrati de 3 in 2 ueniunt .54.; et ex triplo quadrati de .2. in .3. ueniunt .36.; et sic habentur in summa .125., scilicet cubus quinarij, scilicet lineę .*ab*. Nam .5. est radix cubica de .125.; quia ductis 5. in se faciunt .25.; quibus ductis in .5. faciunt .125. Et cum super hanc diffinitionem diutius cogitarem: inueni hunc modum repperiendi radices, secundum quod inferius explicabo. Sed primum uolo demonstrare quomodo secundum hanc diffinitionem debeat quilibet numerus cubicari, ut si uis cubicare .12., accipe cubum de .10., et cubum de .2., in quibus portionibus sint .12. diuisa, erunt .1008.; super que adde triplum quadrati de 10 ductum in .2., et triplum quadrati de .2. ductum in .10., scilicet 600 et 120, erunt in summa .1728., que sunt cubus de .12.: et sic potes operari in cubicatione cuiusque uis numeri. Vnde reuertatur ad inuentionem radicum cubicarum quorumlibet numerorum. Sed primum sciendum est, qui sunt numeri cubi, qui fiunt á numeris primi gradus. Nam cubus unitatis est .1., binarij .8., ternarij .27., quaternarij .64., quinarij .125., sexnarij 216., septenarij .343.,optonarij .512., nouenarij .729., et cubus itaque decenarij .1000.; quibus per ordinem cordetenus cognitis; scias quod radix cubica numerorum unius et duarum et trium figurarum est una figura; quattuor uero figurarum et quinque et sex radix cubica est numerus duarum figurarum. Septem autem figurarum et otto et nouem radix est numerus trium figurarum: et sic semper deinceps crescendo unam,uel duas,uel tres figuras numero in eius radice crescet una figura tantum: his itaque intellectis, oportet docere qualiter inueniatur differentia, que est inter aliquem | cubum numerum, et suum sequentem; multiplicabis itaque radicem unius per radicem alterius; et quod prouenerit, triplicabis, et summe addes .1., quod prouenit ex cubicatione unitatis, in qua radix maioris cubi superhabundat radicem minoris: verbi gratia: uolo scire quantum addit cubus, qui fit á .3., super cubum qui fit á .2. : multiplicationem itaque de .2. in .3. triplica, erunt .18.; quibus adde .1., erunt .19. pro differentia quesita: que .19., si addantur super cubum, qui fit á binario, scilicet super .8., ueuient .27., scilicet cubus, qui fit á ternario: his explicatis, ut inueniatur radix de .47., secundum propinquitatem accipe maiorem radicem, quam habent .47. in integris, et est .3.; quorum cubum, scilicet .27., extrahe de .47., remanent .20.; ergo radix cubica de .47. est .3., et remanent .20. Que .3. sit linea .*ab*.; et proportionabis .20. ad differentiam, que est inter cubum, qui fit á .3., et cubum, qui fit á .4.; quam differentiam inuenies ex triplo multiplicationis de .3. in .4., uno addito, uel extractione .27. de .64.; que differentia est .37.; ex quibus .20. sunt plus medietate: quare adde $\frac{1}{2}$ super lineam .*ab*., sitque .*bg*.; et inueniatur cubus numeri .*ag*.; qui sic inuenietur: cubicabo sectiones .*ab*. et .*bg*., erunt $\frac{1}{8}$ 27; quibus superaddam triplum quadrati numeri .*ab*. in .*bg*., nec non et triplum quadrati numeri .*gb*. in .*ba*., hoc est $\frac{1}{2}$ 13 et $\frac{1}{4}$ 2, erunt $\frac{7}{8}$ 42; quibus usque in .47. desunt $\frac{1}{8}$ 4; ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{2}$ 3, et su-

« punctum *g* .... quadrati » (fol. 93 *recto*, lin. 8 e 9; pag. 149, lin. 5-6).



fol. 93 *verso*.

« que est .... differentiam » (fol. 93 *verso*, lin. 13 e 14; pag. 149, lin. 37 e 38).



perhabundat $\frac{1}{8}4$; que etiam proportionabis ad numerum, qui uenit ex triplo *.ag.* in .4., que sunt radix sequentis cubi; qui numerus est .42.: ex quibus predicta $\frac{1}{8}4$ sunt quasi decima pars: quare adde uumero *.bg.* $\frac{1}{10}$, que sit *.gd.*; cuins cubus, qui est $\frac{1}{1000}$ cum triplo quadrati *.ag.* ducto in *.gd.*, scilicet cum $\frac{1\ 6}{4\ 40}3$, nec non et cum triplo quadrati *.gd.* ducto in *.ga.*, scilicet cum $\frac{1\ 10}{2\ 100}$ extrahe de $\frac{1}{8}4$, remanebunt $\frac{344}{1000}$, que sunt $\frac{43}{125}$: ergo radix cubica de 47 est $\frac{1}{10}\ \frac{1}{2}3$, scilicet $\frac{3}{5}3$, et remanet inde parum plus $\frac{1}{3}$ unius integri: quam tertiam si proportionaueris ad uumerum, qui peruenit ex triplo *.ad.* in .4., propius nimirum ad radicem de 47 deuenies. Item si uis inuenire radicem cubicam de 900. Iam scis quia radix eorum quam habent in integrum, cum sint numerus tertij gradus, est una figura tantum; quam accipe, et est .9., quorum cubus est .729.: quibus extractis ex .900., remanent .171.; et inuenies differentiam, que est á cubo nouenarij in cubo decenarij; que differentia est .271.:
fol. 94 recto. proportionare ergo | residua .171. cum .271., ueniunt parum minus de $\frac{2}{3}$, quarum duarum tertiarum cubum, scilicet $\frac{8}{27}$, extrahe de .171., remanebunt $\frac{19}{27}170$.: deinde multiplica triplum quadrati de .9., scilicet .243 per $\frac{2}{3}$, hoc est accipe $\frac{2}{3}$ de 243, erunt .162.; que extrahe de $\frac{19}{27}170$., remanent $\frac{19}{27}8$.: deinde accipe quadratum de $\frac{2}{3}$, erunt $\frac{4}{9}$; quas triplica, ueniet $\frac{1}{3}1$; quem numerum multiplica per .9., uenient .12.; que cum non possint extrahi de $\frac{19}{27}8$., extrahes $\frac{19}{27}8$ de .12., remanent $\frac{8}{27}3$.: diminuta ergo radix de .900. est $\frac{2}{3}9$, et desunt inde $\frac{8}{27}3$., hoc est cubus de $\frac{2}{3}9$ est $\frac{8}{27}903$.: que inuenies si de $\frac{2}{3}9$ facies tertias, scilicet 29., et cubicaueris .29., et eorum cubum per 27. diuiseris, scilicet per cubum ternarij. Et sic propius ad radicem de .900. uenire uis, multiplica $\frac{2}{3}9$ per 10; et quod prouenerit, triplica; uel triplum de $\frac{2}{3}9$ per 10. multiplica, exibunt .290.; in quibus diuide $\frac{8}{27}3$; et quod prouenerit abice de $\frac{2}{3}9$, et habebis propositum. Rvrsvs si uis inuenire radicem de 2345., iam scis quia radix eorum, quam habent in integrum, est numerus duarum figurarum: quare ultima figura ipsius radicis ponenda est sub secundo gradu; nam que figura ipsa esse debeat, indicabo. Relinque itaque ex 2345 tres figuras, que faciunt tertium: et secundum: et primum gradum, remanent .2.; ex quibus accipe maiorem radicem, quam habent in integrum, que est .1., et remanent .1.; quam radicem, scilicet .1., pones sub .4.; et pro uno, quod remanet, pone .1. super .2.; et copulabis ipsum cum .345., erunt .1345.; et sic pro radice de .2345. habentur .10., scilicet .1. in secundo gradu, remanent .1345.; pro quibus antepositum .1. oportet ponere talem figuram sub .5.; que multiplicata per triplum quadrati positę figurę sub .4., nec non et multiplicata eadem posita figura per triplum quadrati ponendę figurę: etiam et cubicata ipsa ponenda figura; et hec omnia extracta cum fuerint de .1345., non remaneat inde ultra triplum multiplicationis totius inuenctę radicis in numerum sequentem in ordine numerorum. Quam figuram inuenire non poteris nisi ex usitato arbitrio; erit enim ipsa figura .3., que posita sub .5., triplicabis quadratum positę figurę, erunt .3., que pones sub tertio gradu; quia cum multiplicatur secundus gradus in se, tertium gradum facit; et multiplicabis posita .3. sub .5. per posita .3. sub .3., erunt .9.; que extrahe ex copulatione de .1. posito super .2. cum sequentibus .3., scilicet de .13., remanebunt .4., que pone super .5. tertij gradus; et triplicabis quadratum positorum trium sub .5., erunt .27., que pones sub secundo et primo gradu; quia cum primus gradus multiplicat se ipsum, primum gradum facit, uel terminationem in ipso, multiplicabis ipsa .27. per .1. positum sub .4.,|
fol. 94 verso. et extrahes ipsam multiplicationem ex copulatione quaternarij positi super .3., et *se-

* quadrati posite .... per posita * (fol. 94 *recto*, lin. 23-30 e 31; pag. 150, lin. 31-38).

	1	4	8	
1	4	7		
	2	3	4	5
			1	3
		3	2	7

quentis quaternarij, scilicet de .44., remanent .17. super ipsa .44.; que copulabis cum .5. primi gradus, erunt .175.; de qnibus extrahe cubum ternarij positi sub .5., scilicet .27., remanebunt .148., que non excednnt triplum multiplicationis radicis inuenctę, scilicet de .13. in nnmerum sibi sequentem, scilicet in .14.: ergo radix cubica de .2345. est .13., et remanent .148.: accipe ergo triplum multiplicationis de .13. in .14., et adde .1., erunt .547.: ex quibus 148. sunt parum amplius quartę partis. Quare adde $\frac{1}{4}$ inuenctę radici, erunt $\frac{1}{4}$ 13.: extrahe ergo cubicationem de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{1}{64}$ ex 148., remanent $\frac{63}{64}$ 147.; et accipe triplum quadrati de 13, erunt .507.; que multiplica per $\frac{1}{4}$, uenient $\frac{3}{4}$ 126; que extrahe de $\frac{63}{64}$ 147., remanent $\frac{13}{64}$ 21. Item accipe triplum quadrati de $\frac{1}{4}$, scilicet $\frac{3}{16}$; et multiplica eas per 13., uenient $\frac{7}{16}$ 2.; que extrahe de $\frac{13}{64}$ 21, remanent $\frac{54}{64}$ 18.: et sic pro radice de 2345. habentur $\frac{1}{4}$ 13., et superhabundat ex eis $\frac{54}{64}$ 18.: quare multiplica triplum de $\frac{1}{4}$ 13. per primum sequentem numerum, scilicet per .14., erunt $\frac{1}{2}$ 556.: in quibus diuide $\frac{54}{64}$ 18., exibit circa $\frac{1}{30}$; qua addita cum $\frac{1}{4}$ 13, reddent $\frac{17}{60}$ 13. pro quesita radice; et sic studeas facere in similibus.

Et si radicem cubicam de 56769. habere desideras; Iam scis per ea que dicta snnt quia radix eorum est numerus duarum figurarum. Quare dimissis tribus primis figuris, radicem reliquarum, scilicet de .56. accipe, eritque .3., et remanent .29.: pone igitur .3. sub secundo gradu, et 29 snper .56.; et triplica quadratum positi ternarij, erunt .27., que pone sub quarto et tertio gradu; quia cum secunda figura multiplicatur in se, facit tertium gradum, nel terminantem in ipso: et studeas antepositum ternarinm ponere talem figuram que, cum multiplicata fuerit per .27., que sunt in qnarto et tertio gradu; et ipsa multiplicatione extracta de .297., scilicet ex multiplicatione predictorum .29. et sequentinm .7., remaneat inde numerus qui, cum copulatus fuerit cum sequenti figura, scilicet cum .8., possis ex ipsa copulatione extrahere multiplicationem tripli quadrati ponendę figurę in .3., scilicet in positam figuram; et remaneat inde numerus qui, cum copulatus fuerit cnm .9. primj gradus, ualeas inde extrahere cubum ipsius ponendę figurę; et non remaneat inde ultra triplum multiplicationis totius radicis inuenctę in numerum sequentem. Et hanc considerationem habeas in omnj ponenda figura; eritque illa figura .8.; qua posita sub primo gradu, multiplicabis eam per 27., hoc est primo per .2., et postea per 7. Nam ex ductis .8. in .2. ue|niunt .16.; quibus extractis de .29., remanent .13. super ipsis; et ex ductis .8. in .7., ueniunt .56.; quibus extractis de .137., remanent .81. snper ipsis: post hec multiplica .6. in se, erunt .64. terminantia in primo gradu; que triplica, erunt .192 similiter terminantia in primo gradu: quare pones ea super suos gradus, scilicet sub tertio, et secundo, et primo; et multiplica ultimam figuram de .192. per .3. posita sub secundo gradu, facient .3. in quarto gradn: quare extrahe eadem .6., scilicet ex ultima figura de .81., remanent .6. super .8.; et multiplica sequentem figuram de .192., scilicet .9. per eadem .3., erunt .27. terminantia in tertio gradu; quia cum secundus gradus multiplicat secundum, tertium gradum facit: quare extrahe .27. de .51., que sunt in tertio gradu, remanent in eisdem gradibus .24.; quibus copulatis cum .8. sequentibus, erunt .248.; ex quibus extrahe multiplicationem figurę primi gradus de .192. in .3. predicta, remanebunt .242.: quibus copulatis cum .9., erunt .2429.: ex quibus extrahe cubum octonarij, scilicet .512., remanebunt .1917. Vel aliter multiplica .8. in se, erunt .64.; que pone sub secundo, et primo gradu; mul-

« .29., pone .... et non » (fol. 94 *verso*, lin. 21-31; pag. 151, lin. 17-27).

	1			
	2	2		
	5	9		
	8	9	1	
1	3	4	4	
2	9	1	2	7
5	6	7	8	9
			3	8
		2	7	
		1	9	2
			6	4

fol. 95 *recto*.

tiplicans .6. per .8., et extrahens de .242., remanent .194. super ipsis .242.; quibus copulatis cum .9. sequentibus, faciunt .1949.; ex quibus extrahe multiplicationem prime figure de .64. in .8., scilicet .32., remanebunt similiter .1917., que superhabundant triplum multiplicationis de .38. in .39. Ergo radix cubica de .56789. est .38., et remanebunt inde .1917.; quod residuum addit $\frac{2}{7}$ super predicta .38., et parum amplius.

« quod residuum .... corumdem » (fol 95 *recto*, lin. 19, 20-30; pag. 152, lin. 5-14).

				1	
			3	2	
		1	0	5	
	4	5	0	5	
1	1	3	8	9	6
4	5	6	7	8	9
				7	7
		1	4	7	
			1	4	7
				4	9

Rvrsvs si uis inuenire radicem de 456789., diuisis primis tribus figuris, radicem reliquarum trium, scilicet de 456., que est .7., pone sub secundo gradu; et residuum, quod est .113., pone super eis; et triplum quadrati de .7., scilicet .147., pone ita ut sint terminantia sub tertio gradu; et studeas inuenire figuram, que ponenda est sub primo gradu ante posita .7. per modum demonstratum; eritque .7., quam pone sub primo gradu: et multiplica ea per .1. de 147., erunt .7.; que extrahe ex .11., que sunt super .45., remanent .4. super quartum gradum; que copula cum .3. sequentibus, faciunt .43.; de quibus tolle multiplicationem eorumdem .7. in .4. de .147., remanebunt .15. super .43.; quibus copulatis cum .7., erunt .157.; ex quibus tolle multiplicationem eorumdem .7. primi gradus in .7., que sunt in .47., remanebunt .108. super .157.: deinde tripla quadratum septenarij primi gradus, erunt .147. terminantia in primo gradu; que ordinate per suas differentias per .7., que sunt posita sub secundo gradu, secundum quod in diuisione numerorum docuimus, multiplica. Nam ex uno ducto in .7. ueniunt .7.; quibus extractis de .10. remanent .3. | super .0.; et ex .4. ductis in .7. ueniunt .28.; quibus extractis de 38 (fol. 95 *verso*.) remanent .10. super .38.; et ex ductis .7. in .7. ueniunt .49.; quibus extractis de .108. remanent .59. super tertium et secundum gradum; quibus copulatis cum .9. primi gradus faciunt .699.; ex quibus extrahe cubum septenarij, scilicet .343., remanent .256.; et sic radix inuenta est .77., et remanent .256.

Adhuc si uis inuenire radicem de 9876543., diuisis siquidem tribus primis figuris, remanent .9876.; quibus positis in aliam partem, eorum radicem inuenias ordine demonstrato, erit .21., et remanebunt inde 615.: pone ergo .21. sub tertio et secundo gradu: cum radix septem figurarum sit numerus figurarum trium; et remanentia .615. pone super .876., ut hic ostenditur; et tripla quadratum de .21., erunt .1323., que ponenda sunt terminantia in tertio gradu, in quo terminatur multiplicatio unitatis in se, que posita est sub secundo gradu: quibus ita positis cadit ultima figura eorum sub sexto gradu: deinde pone .4. ante .21.; que figura inuenitur ex magisterio superius demonstrato; et multiplicabis ipsa 4 per unamquamque figuram ordinate de .1323.; et incipies extrahere .6., que sunt super sextum gradum; quia cum primus gradus sextum multiplicat, sextum gradum facit: ergo multiplicabis .4. per 1, et extrahes de .6., remanebunt .2. super .6.; et .4. per 3, et extrahes de .21., remanebunt .9. super .1.; et 4 per 2, et extrahes de 95., remanebunt .87. super quintum, et quartum gradum; et 4 per 3, et extrahes de .873., remanebunt 863. super quintum, et quartum, et tertium gradum: deinde accipe triplum quadrati de .4., scilicet .48., et pone sub secundo, et primo gradu; et multiplicabis .4. ex ipsis .48. per 2. de 21 positis in radice, erunt 8., que extrahenda sunt de numero terminante in quarto gradu, scilicet de 86.; quia cum secundus gradus multiplicat tertium, quartum gradum facit, remanebunt .78. ex ipsis .86. super quintum, et quartum gradum: et eadem .4. multiplicabis per .1. de .21., erunt .4., que extrahenda sunt de numero terminante in tertio gradu, scilicet de .783.; quia cum secundus gradus

» 615. pone ... et extrahes » (fol. 96 *verso*, lin. 9-20; pag. 152, lin. 27-37).

			6			
		7	7			
		7	8	2		
		8	6	3		
	2	9	7	9		
	6	1	5	3	6	
9	8	7	6	5	4	3
				2	1	4
	1	3	2	3		
				4	8	

secundum multiplicat, tertium gradum facit, remanebunt .779. super quintum, et quartum, et tertium gradum. Deinde multiplicanda sunt .8., que restant de .48., gradatim per eadem .21.; ergo multiplicabis .8. per .2., erunt .16., que extrahes de numero terminante in tertio gradu; quia cum primus gradus multiplicat tertium, tertium gradum facit, remanebunt .763. super quintum, et quartum, et tertium gradum; et 8 per 1. faciunt 8, que extrahes de numero terminante in secundo, scilicet de .7634.; quia cum primus gradus multiplicat secundum, secundum gradum facit, remanebunt inde .7626. | super quintum, et quartum, et tertium, et secundum gradum; que copula cum .3., que sunt in primo gradu, erunt .76263.; de quibus extrahe cubum de .4., scilicet 64., remanebunt .76199. super radicem inuenctam, que est .214. Eodem modo si radicem alicuius numeri octo, uel nouem figurarum reperire uis; relictis primis figuris: radicem reliquarum per demonstratum modum inuenire studeas; et de inde, copulato residuo earum cum tribus dimissis figuris, facies secundum quod modo fecimus, et inueuies quesitum. Si deus uoluerit: eademque uia et ordine poteris operari in reperiendis radicibus cubicis numerorum decem, uel plurium figurarum.

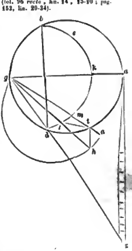
fol. 96 recto.

Cvm inter unitatem, et numerum aliquem duo numeri in proportione continua ceciderint, primus eorum radix cubica ultimi numeri esse in Geometria monstratur aperte. Vnde si geometrice radicem cubicam alicuius numeri inuenire uolumus, oportet nos uti modis antiquorum, per quos docetur ponere inter duas quantitates datas alias duas quantitates; ita ut omnes quatuor quantitates sint in proportione una: et quamnis hoc facili operari non possit; tamen, qualiter hoc fieri debeat, indicemus. Sint due date quantitates .c. et .f. Volumus inter .c. et .f. quantitates duas in continua proportione ponere; et sit .f. maior quam .c. Ponam siquidem circulum .abgd., cuius dyameter .ag. sit equalis quautitati .f.; et ponam in circulo .abgd. lineam .gd. equalem quantitati .c.; et intelligam super semicirculum .adg. semiculumnam esse orthogonaliter erectam, cuius semirotunditas cadat super arcus .adg. : quare dyameter basis columnę cadet super dyametrum .ag.; et eius termini erunt super puncta .a. et .g.: et tunc erigetur super .ag. superficies plana semicolumnę orthogonaliter; et in ipsa circinabo semicirculum .aeg., cuius superficies orthogonaliter erecta est super superficiem circulj .abgd.; et á puncto .a. protraham rectam .az. faciens angulum rectum super rectam .ga., et faciam eam concurrere cum linea .gd. in punctum .z.; et mouebo semicirculum .aeg. ex parte .a.; et reuoluam trigonum .zag. super rectam .ag., que sit immobilis in reuolutione sua; et commouebo semicirculum .aeg., stabit immobiliter punctus .g.; et hoc faciam donec arcus .aeg. concurrat cum linea .gz. in superficie columnę in puncto .h.; et erit tunc dyameter semicirculj .aeg. recta .gta.: et copulabo rectam .ht. cadens orthogonaliter super superficiem columnę super arcum .atd., et copulabo rectam .ah.: deinde intelligam, arcum .dkb. signatum esse á puncto .d., cum reuoluitur triangulus .zaig., et cadit punctus .d. super punctum .b. in reuolutione sua; et copulabo rectam .gh., et si|gnabo punctum .l., ubi recta .gh. occurrit arcui .d.k.b.; et ducam .l.m. rectam, que cadit orthogonaliter super circulum .abgd.; et protraham rectam .lt.: et quoniam in semicirculo .bkd. protracta est recta .lm. orthogonaliter super dyametrum eius .bd., erit superficies .bm. in .md. equalis eius quod á recta .lm. Sed superficiei .bm. in .md. equatur superficies .g.m. in .mt., cum recte .db. et .gt. secent se in circulo

ceciderint, primus .... ponere inter (fol. 96 recto, lin. 10, 11-13; pag. 153, lin. 16-19).



qualtuor quantitates .... linea .gz. (fol. 96 recto, lin. 14, 15-20; pag. 153, lin. 20-34).

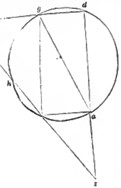


fol. 96 verso.

.abgd.; quare angulus *.glt.* est rectus. Est enim et angulus *.gth.* rectus, cum recta *.ht.* sit in superficie columnę. Et quoniam semicirculus est arcus *.geha.*, erit et angulus *.gha.* rectus: similiter et angulus *.g.m.l.* est rectus; orthogonia ergo sunt trigona *.gha.*, et *.gth.*, et *.glt.*, et *.gml.*, et habent unum angulum comunem, cum uidelicet qui sub *.lgm.*; ergo ipsa trigona sibi inuicem sunt similia: et habent circa comunem

3 angulum latera proportionalia; quare est sicut *.ag.* ad *.gh.*, ita recta *.hg.* ad *.gt.*, et *.tg.* ad *.gl.*, et *.lg.* ad *.gm.*: posite quidem sunt tres recte continue proportionales inter rectas *.gm.* et *.ga.*, que sunt *.gl. gt. gh.* Inter rectas quoque *.gl.* et *.ga.* cadunt due recte *.gt.* et *.gh.* in proportione continua. Sed *.gl.* recte equalis est recta *.gd.* Sed *.gd.* equalis fuit recte *.c.*; et *.ga.* equalis est recte *.f.*; ergo inter *.c.f.* quantitates posite sunt due quantitates in proportione continua, que sunt *.gt.* et *.gh.*; quare si quantitas *.c.* fuerit unum, erit quantitas *.gt.* radix cubica numeri *.f.*; quod oportebat facere.

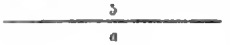
· ex .ge. Sed .... proportio .ge. ª (fol. 96 verso, lin. 34-35, e margine inferiore; pag. 154, lin. 24-26).



Ostendam aliter qualiter inueniam inter duas lineas. Duas lineas ita ut continuentur omnes secundum proportionem unam. Ponam ergo duas lineas *.ab. bg.*; et angulus eorum sit rectus. Deinde continuabo *.ag.*; et faciam super lineam *.ag.* trianguli *.abg.* circulum *.abg.* Deinde protraham ex puncto *.a.* perpendicularem *.ad.* super lineam *.ab.*; et ex puncto *.g.* super *.bg.* perpendicularem *.dg.*; et protraham utramque secundum rectitudinem usque ad *.z.* et *.e.*: deinde faciam transire regulam, que moueatur super punctum *.b.*, et non separetur ab eo; et sic abscidens duas lineas *.dz.* et *.de.*, et non cesset moueri, donec sit illud quod cadit ex eis inter *.z.b.* equale ei quod cadit inter *.e.h.*: ergo linea *.zb.* est equalis linee *.eh.*; ergo multiplicatio *.zh.* in *.zb.* est equalis multiplicationi *.be.* in *.he.*: uerum *.eb.* in *.he.* est equalis *.de.* in *.ge.*; et *.hz.* in *.zb.* est equalis *.dz.* in *.za.*; ergo multiplicatio *.dz.* in *.za.* est sicut multiplicatio *.de.* in *.eg.*: ergo proportio *.de.* ex *.dz.* est sicut proportio *.az.* ex *.ge.* Sed proportio *.ed.* ex *.dz.* est sicut proportio *.ba.* ex *.az.*; et proportio *.ba.* ex *.az.* est sicut proportio *.a z.* ex *.ge.*, et etiam sicut proportio *.ge.* | ex *.bg.*; et illud est quod demonstrare uolumus. Probatur hec figura per penultimam tertij Euclidis, et per similitudinem triangulorum hoc modo: si *.gb.* ponatur aliquis numerus; et *.ab.* ponatur unum, erit *.az.* radix cubica de *.gb.*; quia sicut probatum est, ita se habet *.ba.* ad *.az.*, sicut *.az.* ad *.ge.*, et sicut *.ge.* ad *.gb.*; quare inter *.gb.* et *.ba.* iam ceciderunt due linee proportionaliter, scilicet linea *.ge.*, et linea *.az.* et *.a.z.* sequitur unum in proportione; ergo est radix cubica.

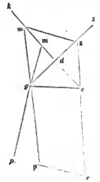
fol. 97 recto.

ʳ occurrat linee . . . et extendam ʳ (fol. 97 recto, lin. 15 e 17; pag. 154, lin. 38 40).



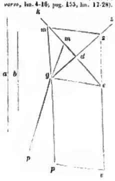
Aliter sint rursus due quantitates *.a.b.*, inter quas uolumus ponere duas quantitates, ita ut continuentur secundum proportionem unam. Ponam quantitatem *.gd.* equalem quantitati *.a.*; et erigam ei lineam *.de.* rectum angulum; et ponam lineam *.de.* equalem quantitatj *.b.*; et protraham lineam *.ge.*; et extendam duas lineas *.gd. ed.* secundum rectitudinem; et non ponam eis utrisque finem determinatum; et erigam super punctum *.e.* lineę *.ge.* lineam orthogonaliter erectam; et protraham ipsam donec occurrat linee, que extenditur secundum rectitudinem cum linea *.gd.* super punctum *.z.*; et ponam ei equidistantem lineam *.gm.*; et extendam lineam *.mg.* in partem alteram secundum rectitudinem usque ad punctum *.p.*, ut sit linea *.mp.* equalis linee *.ez.*; et extimabo quod possit *.ez.* moueri ex parte puncti *.z.* inseparabilis in motu suo in lineam *.zd.*; et linea in motu suo non cesset transire super punctum *.e.* lineę *.ge.*, ut quando mo-

« lineam .mg. .... motu suo » (fol. 97 *recto*, lin. 17-29; pag. 154, lin. 40 — pag. 155, lin. 6).



uetur .*ze*. sicut narrauimus, tunc .*z*. est extremitas eius ex linea .*zg*.; tunc linea .*ze*. est in illa dispositione, ut secundum rectitudinem sit ostendendum, quod est inter motum puncti extremitatis eius, et punctum .*e*., sicut linea .*ze*. Deinde signabo super lineam extensam secundum rectitudinem signum .*k*.; et in maginabo quod linea .*mp*. moueatur ex parte puncti .*m*. ad partem puncti .*k*.; et sit extremitas eius, que est apud .*m*. inseparabilis in motu suo in linea .*dk*.; et linea .*mp*. in motu suo non cesset ire super punctum .*g*. lineę .*ge*., sicut narrauimus de motu lineę .*ze*. Et in maginabo quod due linee .*mp*. *ze*. in motu suo sint equidistantes: et in maginabo quod super extremitatem lineę .*ze*. super punctum .*e*. sit linea erecta orthogonaliter super lineam .*ze*. sequens eam in omni motu suo: et non ponam huic linee finem determinatum; et hec linea non cesset abscidere lineam .*mp*. apud motum duarum linearum .*ze*. *mp*. Cum ergo mouentur due linee .*ze*. *mp*.; et sint in motibus suis equidistantes, adherent extremitates utrarumque duabus lineis .*zd*. *mk*.,| sicut narrauimus: procul dubio linea fol. 97 v.
erecta super lineam .*ze*. orthogonaliter, que mouetur cum ea, et secat lineam .*mp*., peruenit ad punctum .*p*.

« illae due .... Verum linea » (fol. 97 *verso*, lin. 4-16; pag. 155, lin. 17-28).



Quando ergo peruenit linea erecta super punctum .*e*. ad punctum .*p*., perueniunt illic due linee .*ze*. *mp*.; et copulabimus duas lineas .*ep*. *zm*. Et scitum quidem est, quod linea .*ep*. erigit unamquamque duarum linearum .*ze*. *mp*. orthogonaliter. Quoniam est linea, quam posuimus in principio esse erectam orthogonaliter super lineam .*ze*., et mouetur cum ea, donec peruenit ad punctum .*p*. Dico ergo quod due linee .*dm*. *dz*. sunt due quantitates, que iam ceciderunt inter duas quantitates .*gd*. et .*de*.; et proportio .*gd*. ad .*dm*. est sicut proportio .*dm*. ad .*dz*., et sicut proportio .*dz*. ad .*de*.; cuius demonstratio est. Quoniam due linee .*ze*. *mp*. sunt equidistantes et equales; et duo anguli .*zep*. et .*mpe*. sunt recti; tunc linea .*zm*. est equalis lineę .*ep*.; et unusquisque duorum angulorum .*ezm*. et .*mpe*. est rectus. Sed illa uero linea .*md*. est perpendicularis super lineam .*zg*.; et linea .*zd*. est perpendicularis super lineam .*me*. Ergo proportio lineę .*gd*. ad .*dm*. est sicut proportio .*dm*. ad .*dz*., et sicut proportio .*dz*. ad .*de*. Verum linea .*gd*. est equalis quantitati .*a*.; et linea .*de*. est equalis quantitati .*b*.; ergo due linee .*de*. *dm*. iam ceciderunt inter duas quantitates .*a*.*b*.; et continuatur secundum proportionem unam; et illud est quod uolumus ostendere.

Incipit de multiplicatione radicum cubicarum inter se.

Si vis multiplicare radicem cubicam de .40. per radicem cubicam de .60., multiplica .40 per 60., erunt .2400., quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis .5. multiplicare per radicem cubicam de .90., cubica .5., erunt .125.: ergo uis multiplicare radicem cubicam de .125. per radicem cubicam de .90.; quare multiplicabis .125. per .90.; et eius quod prouenerit radix cubica est illud quod queris. Et si uis multiplicare duas cubicas radices de 20. per tres radices cubicas de .40., redige eas ad radicem cubicam unius numeri sic: pro duabus radicibus de .20. cubicabis .2., erunt .8.; que multiplica per .20., erunt .160., quorum radix cubica equatur duabus radicibus de .20.: similiter pro tribus radicibus de .40. cubica .3., erunt .27.; que multiplica per .40., erunt .1080., quorum radix cubica habetur pro tribus radicibus de 40.: multiplica ergo .160. per .1080.; et eius quod prouenerit radix cubica erit illud quod queris. Item si uis multiplicare radicem cubicam de .20. per aliquid, unde proueniat aliquis numerus datus, ut dicamus .10., cubica .10., erunt .1000.; que diuide per .20., exibunt .50.,

fol. 98 recto. quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis inuenire duas radices | cubicas numerorum non cuborum, que insimul multiplicate faciant numerum ratiocinatum, cubica unum numerum qualem uis: et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciant ipsum cubum numerum. Cubice autem radices ipsorum duorum numerorum erunt quesita: verbi gratia: cubicentur .6., erunt .216.; et inuenias duos numeros, qui insimul multiplicati faciant .216.; eruntque .9. et .24., quorum radices cubice sunt quesita. Aliter adiaceant duo numeri quadrati quales uis; sintque .4. et .9.; multiplica per unum quemque ipsorum per radicem alterius, exibunt .12. et .18., quorum radices insimul multiplicate faciunt radicem cubi numeri, ut querebatur.

Incipit de diuisione radicarum inter se.

Si uis diuidere radicem cubicam de .100. per radicem cubicam de .5., diuide .100. per .5., prouenient .20., quorum radix cubica est id quod queris. Et si diuiseris .5. per 100, prouenient $\frac{1}{20}$, cuius radix cubica est id quod prouenit ex radice de .5. diuisa in radicem de .100. Et uis diuidere .8. per radicem de .32., cubum de .8., scilicet .512., diuide per .32., uenient .16., quorum radix cubica est id quod queris. Et si uis diuidere radicem de .80. per .2., diuide .80. per cubum binarij, ueuient .10., quorum radix cubica est id quod queris. Item si uis diuidere octo radices cubicas de .10. per tres radices cubicas de .5., rediges pluralitatem ipsarum radicum ad radicem unam, et habebis .5120 pro octo radicibus de .10.; et pro tribus radicibus de .5. babebitur radix de 135.

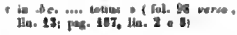
Incipit de aggregatione et disgregatione radicarum.

Scias in additione et disgregatione radicum cubicarum euenire ea que inter radices eueniunt quadratorum, uidelicet quod quedam ex eis possunt inter se aggregari, et disgregari: et quedam non. Cum itaque cubice radices inter se proportionem habuerint, ut cubus numerus ad cubum numerum, tunc inter se aggregari possunt, et disgregari. Vnde si eas, quarum cubi habent proportionem sicut numerus cubus ad cubum numerum aggregare uis; radices ipsorum cuborum insimul adde: et quod prouenerit, cubica; et cubicatam summam multiplica per multiplicitatem, quam habent cubi ipsarum radicum ad cubos proportionis. Verbi gratia: vis addere radicem cubicam de .16. cum radice cubica de .54., quorum numerorum proportio est sicut cubus numerus .8. ad cubum numerum .27.; et unusquisque ipsorum duplus est sui cubi: adde ergo radicem cubicam de .8. cum radice cubica de .27., scilicet .2. cum .3., erunt .5.; que cubica, erunt 125.; que multiplica per .2. propter .16. et .54., que sunt dupla de .8. et de .27., erunt 250., quorum radix cubica est additio quesita. Et si ipsas radices disgregare uis,
fol. 98 verso radicem de .8. ex radice de .27. extrahe, remanebit unum, cuius | cubum, scilicet .1., multiplica per predictam multiplicationem, scilicet per 2., et habebis radicem de .2. pro residuo quesite extractionis. Item si uis addere radicem cubicam de .4. cum radice cubica de .32., quorum numerorum proportio est sicut .1. ad .8.; et est unusquisque eorum quadruplus sui cubi. Quare radicem cubicam de .1. adde cum radice de .8., erunt .3.; quorum cubum, scilicet .27., quadruplica, erunt .108., quorum radix cubica est additio quesita. Et si radicem de .4. extrahere uis ex radice de .32., radicem de .1. extrahe ex radice de .8., remanet .1., cuius cubum, scilicet .1., quadruplica, erunt .4., quorum radix cubica est residuum quesite extractionis.

Aliter sit linea $.ab.$ radix cubica de .32.; et $.bc.$ sit radix de .4.; et uolo scire quan-

titatem totius .*ac*. Quoniam linea .*ac*. diuisa est in duo super punctum .*b*., erunt duo cubi portionum .*ab*. et .*bc*. cum triplo quadrati .*ab*. in .*bc*., nec non et cum triplo quadrati .*bc*. in .*ab*. equales cubo totius lineę .*ac*. Quare addantur cubi portionum .*ab*. et .*bc*., scilicet .32. cum .4., erunt .36.; et multiplicetur .*ab*. in se, scilicet radix cubica de .32., in radicem cubicam de .32., ueniet radix cubica de .1024.; quam radicem triplica, scilicet multiplica .1024. per .27., ueniet radix cubica de .27648.; quam radicem multiplica in .*bc*., scilicet in radicem cubicam de .4., ueniet radix cubica de .110592., que est .48.: uel aliter ex quadrato lineę .*ab*. in .*bc*. proueniet semper cubus numerus in similibus: quare multiplica .1024. per .4., erunt .4096., quorum radix cubica est .16.; que multiplica per .3., erunt .48.; que adde cum .36., erunt .84. Item quadratum lineę .*bc*., scilicet radicem cubicam de .16., multiplica per .*ab*., scilicet per radicem de .32., ueniet radix cubica de .512., que est .8.; quam multiplica per .3., erunt .24.; que adde cum .84., erunt .108. pro cubo totius lineę .*ac*. Ergo .*ac*., scilicet coniunctum ex radice de .32., et ex radice de .4. est radix cubica de .108., ut per alium modum inuenimus. Et si radicem de .4. per alium modum ex radice de .32. extrahere uis, quandam diffinitionem lineę diuisę, quam huic operi necessariam inueni, oportet predicere, uidelicet. Vt cum aliqua linea utlibet diuisa in duo fuerit, cubus totius lineę cum numero solido, qui fit a quadrato unius portionis, et tota linea equalis duplo numeri solidi, qui fit á quadrato totius lineę, et ab eadem portione, et solido, qui fit á quadrato reliquę portionis, et á tota linea. Verbi gratia: sit linea .*ab*. .5. diuisa super .*g*.; et sit .*ag*. 3.; quare .*gb*. est .2.: erit itaque cubus lineę .*ab*. 125.; et solidus qui fit á quadrato lineę .*gb*. in lineam .*ab*. erit .20.: quibus additis cum .125., erunt .145., quibus equabitur | duplum solidi, quod fit á quadrato lineę .*ab*. in lineam .*bg*. cum solido, quod fit á quadrato lineę .*ga*. in lineam .*ab*.: quia ex ductu .*ab*. in se ueniunt .25.; quibus ductis in .*gb*., erunt .50., quorum duplum est .100.: quibus additis cum multiplicatione quadrati lineę .*ga*. in .*ab*., scilicet cum 45, faciunt .145., ut oportet. Hac itaque diffinitione intellecta, pro radice cubica de .32. adiaceat linea .*de*.; et accipiatur ex ea portio .*ez*., que sit radix cubica de .4., remanet .*zd*. ignota, quam inuenire uolumus. Constituam igitur super lineam .*de*. quadrilaterum equilaterum et equiangulum .*cdef*.; et signabo punctum .*b*. in lineam .*ef*., ita ut .*eb*. sit equalis lineę .*ez*.; et per punctum .*b*. protraham lineam .*ba*.; et sit .*ad*. equalis lineę .*be*. Item per punctum .*z*. protraham .*zg*.; et sit .*gf*. equalis .*ze*. Quibus explicatis, accipiam cubum lineę .*de*., qui est .32.; et multiplicabo .*ze*. in se, prouenit radix cubica de .16. pro quadrato .*hzeb*.; quam superficiem ductam in altum secundum quantitatem lineę .*de*.; hoc est multiplicabo superficiem .*zb*., que est in plano, per equalem lineę .*de*.; quam intelligo eleuatam in altum, scilicet radicem de .16. per radicem de 32., prouenit radix cubica ipsius numeri, qui prouenit ex .16. in .32.: sed ex .16. in .32. prouenit idem quod ex dimidio de .16. in duplo de 32., scilicet ex .8. in 64.: sed ex ductis .8. in .64. prouenit numerus cubus, cum .8. et .64. sint cubi, cuius radix est illud quod prouenit ex radice de .8. in radice de .64., scilicet de .2 in .4.; et sic habentur .8. pro solido, qui fit á quadrato lineę .*ez*. in lineam .*ed*.: quibus .8. additis cum .32., scilicet cum cubo lineę .*ed*., faciunt .40.; de quibus si auferatur duplum solidi, qui fit á superficie *a.d.e*., et á linea .*ed*., hoc est duo solidi, qui fiunt á superficie predicta, et á superficie .*zefg*. eleuatis in altum secundum lineam .*ed*., remanebit so-

« in .*bc*. .... totius » (fol. 98 *verso*, lin. 13; pag. 157, lin. 2 e 3)

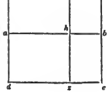


« qui fit .... duplo numeri » (fol. 98 *verso*, lin. 30; pag. 157, lin. 17 e 18).



fol. 99 *recto*.

« .16. per radicem .... predicta, et á » (fol. 99 *recto*, lin. 17-24; pag. 157, lin. 35-43).



lidum, quod fit eleuatum in altum secundum quantitatem lineę *.de.* super quadratum lineę *.za.* ignotę, scilicet super quadratum *.cahg.* Nam solidus qui fit á superficie *.adzh.* eleuata in *.de.* habetur ex multiplicatione *.be.* in *.ed.* ducta in *.ed.*, hoc est ex quadrato lineę *.ed.* in *.ez.*; ergo multiplicabis radicem de .32. in se, ueniet radix de .1024.; quam multiplicabis per *.be.*, hoc est per *.ez.*, scilicet per radicem de .4., ueniet radix illius, quod prouenit ex duplo de .4. in dimidium de .1024., scilicet ex .8. in .512.: sed radix eius quod prouenit ex .8. in .512. est id quod prouenit ex .2. in .8., scilicet ex radice de .8. in radicem de .512.; ergo solidus qui fit ex *.de.* in *.ez.* producta in *.de.* erunt .16.; quorum duplum extrahe de .40., remanent .8. pro solido qui fit á quadrato lineę *.zd.* in | lineam *.de.* Quare si diuiseris .8. per lineam *.de.*, scilicet per radicem cubicam de .32., ueniet radix cubica de .16. pro quadrato lineę *.zd.*, hoc est pro superficie quadrata *.ag.* Quare radix quadrata radicis cubicę de .16., scilicet radix cubica de .4., est linea *.ha.*, hoc est linea *.zd.*: ergo si de radice cubica de .32. auferatur radix cubica de .4., remanet radix cubica de .4., ut per alium modum inuenimus. Et quia inuencta est linea *.zd.* equalis lineę *.ze.*, erit tota linea *.de.* duplum lineę *.ez.* Vnde ex hoc manifestum est, quod cum aliquis numerus fuerit octuplum alterius, tunc radix cubica maioris erit duplum radicis cubicę minoris. Vnde radix cubica de .32. soluitur in duabus radicibus de .4.: quare cum uis addere radicem de 32. cum radice de .4., tunc uis addere duas radices de .4. cum una radice de .4., ex qua coniunctione proueniunt tres radices de 4, hoc est radix eius quod prouenerit ex ductis 27. in 4. Similiter cum uis extrahere radicem de 4. ex radice de 32., tunc ex duabus radicibus de .4 extrahe unam radicem de 4, remanebit una radix de 4, ut modo inuenimus. Et ut hec melius declarescant, addatur radix de 135 cum radice de 1715, quorum proportio est sicut cubus 27 ad cubum 343; ęt est unusquisque eorum quincuplus sui cubi. Quare accipe radices ipsorum cuborum, erunt .3 et 7: dic ergo te uelle addere tres radices de 5 cum 7 radicibus de 5; ex qua iunctione proueniunt decem radices cubice de 5, hoc est una radix de 5000. Et si uis extrahere radicem de 135 ex radice de 1715, extrahe tres radices de 5 ex septem radicibus de 5, remanebunt quactuor radices de 5, scilicet una radix de 320. Et sic intelligas in omnibus radicibus cubis inter se communicantibus: relique uero radices, que proportionem non habent, addi, nec disgrari (*sic*) possunt. Vnde si uis addere radicem cubicam de 5 cum radice cubica de 3, prouenit ex eorum addictione radix de 5, et radix de 3: et si uis eas disgregare, habebis radicem de 5, minus radice de 3; et aliter dici non possunt pulcrius. Vnde huic capitulo finem in ponimus.

fol. 99 verso.

Incipit distinctio .VI.ª in dimensione corporum.

Corporvm qvidem genera sunt plura, ex quibus sunt hec: Solidi. Seratilia. Piramides. colvmne. spere., et eorum partes, nec non et corpora, que multorum basium nuncupantur, et describuntur circa speras: | proprie quidem solidvm est, quod latum longum et altum habet; et constat ex sex superficiebus: ut sunt tassilla: scrinea: cisterne et similia.

fol. 100 recto.

Seratile quoque est dimidium solidi constans ex tribus paralillomiuis, et duobus triangulis; quod habetur, cum superficies secat solidum sex basium super dyametros eius, soluens ipsum in duas portiones equales, quarum unaqueque Seratile, siue cunus nun-

cupatur. PIRAMIS quidem est figura á base, cuiusque sit formę, ad unum punctum deducta. COLVNNA uero est figura orthogonaliter eleuata super basem circularem terminata in circulo, qui equalis est sue basi; uel est illud quod ambit paralilogramum rectiangulum circa latus unum immobiliter fixum ad idem punctum reductum; que etiam nocatur figura teres: piramis colunnę est, quam triangulus rectiangulus ambit circa unum ex lateribus, rectum continens angulum immobiliter fixum ad idem punctum reductum. Si ergo latus fixum alteri equum fuerit, piramis rectiangula est: si longius, exigonium est; si breuius, ampligonium nuncupatur, cuius axis est latus fixum: basis uero circulus.

SPERA uero quidem est corpus undique rotundum, quam uulgo pallam dicimus; et est illud quod ambit semicirculus circa dyametrum immobiliter fixum, ad idem punctum reductus, cuius centrum est centrum semicirculi, á quo omnes recte, que egrediuntur ad superficiem sperę, sibi inuicem sunt equales. SEMISPERA quidem est, que medietatem sperę amplectitur, cuius basis est circulus maior, qui in spera potest circinari, cuius dyameter est dyameter sperę, cuius termini poli sperę dicuntur.

PORTIO uero spere est, que plus uel minus est semisperę, cuius basis est circulus minor circulo semisperę. SOLIDA multarum basium sunt multimoda, ex quibus sunt solida .VIII. basium, et XII. basium, et XX. basium equalium, que EVCLIDES in XIIII? libro infra speram construere docet. Sunt etiam alie infinite corporum speties, quorum mensure habebuntur per ea que super prescripta corpora dicere procurabimus: et ut modus mensurandi corpora perfecte habeatur. Hanc distinctionem in tres partes diuidimus. In prima quarum mensurabimus solida equidistantium laterum, nec non et ea que supra bases suas, cuiusque sint formę, in altum eleuantur, et deficiunt in superficies similes, et equales suis basibus. In secunda quoque mensurabimus piramides, et eorum partes. In tertia quoque uero mensurabimus speras, et eorum partes, nec non et solida multarum basium cadentium infra speras. Et notandum cum dicimus aliquod corpus | continere tot ulnas, uel palmos, uel digitos, seu uncias, uel aliquas alias mensuras, tunc intelligimus, illas mensuras esse corporales, seu cubicas; que tribus equalibus dimensionibus, latitudine scilicet, et longitudine, atque altitudine constant. Nam palmus corporalis, sine cubicus est, qui unum palmum in latum, et longum, et altum, et omnes angulos rectos habet: quod idem intellige de ulnis, et alijs mensuris. Et ut ea que dicere uolumus certis probationibus demonstrentur. Quedam que sunt undecimo, et reliquis sequentibus libris EVCLIDIS probata apertissime proponantur, ex quibus sunt hec. Linea recta nequaquam potest esse in plano, et alto. Et cum due linee sese inuicem secant, in una sunt superficie. Et omne trigonum in una superficie est. Et cum due plane superficies sese inuicem secant, comunis eorum sectio est linea recta. Et cum super sectionem duarum rectarum recta aliqua perpendiculariter steterit, toti superficiei orthogonaliter stabit. Et cum steterit linea recta supra comunem sectionem trium linearum cum unaquaque rectum continens angulum, hee tres linee in una superficie sunt linee recte; si eidem superficiei perpendiculares fuerint, equidistantes sunt. Inter duas lineas equidistantes utcumque recta linea continuetur, in earum superficie est. Linearum equidistantium cuicumque superficiei altera perpendiculares fuerit, eidem perpendicularis est. Linee cuiuslibet uni equidistantes, licet non omnes in eadem superficie sunt, et sibi inuicem equidistantes. Linee due continentes angulum, si equidistent lineis dua- fol. 100 verso.

bus alium angulum continentibus; nec ipse in una superficie anguli tantum equales ab uno cuiuscumque superficiei puncto duas eidem superficiei perpendiculares in eandem partem erigi impossibile. Si linee due superficiem continentes duabus lineis aliam superficiem continentibus equidistent; nec ipse linee in una superficie, hee superficies equidistantes sunt. Cum superficies duas superficies equidistantes secat, comunes sectiones earum equidistantes sunt. Lineas duas, si superficies equidistantes secant, proportionaliter secari necesse est. Ex perpendiculari supra quamlibet superficiem stante quecumque superficies educte fuerint, super eandem superficiem orthogonaliter stabunt. Quecumque superficies supra quamlibet superficiem orthogonaliter stantes sese inuicem secent, comunis earum sectio subiecte superficiei perpendicularis est. Angulus solidus, si tres planos contineat, eorumque duo simul accepti maius sunt reliquo. Omnes anguli plani, quos angulos solidus continet, quattuor rectis sunt minores.
fol. 101 recto. Si equales linee tres angulos | planos continent, quorum quisque duo accepti reliquo sunt maiores, eorum cordis triangulum fieri possibile est. Omnes solidi superficierum equidistantium omnes superficie opposite equales sunt, et equidistantium laterum solidum equidistantium laterum si superficies secet, equidistans duabus eius superficiebus oppositis proportione basium secari necesse est. Solidum equidistantium laterum, si superficies secet per dyametrum duarum eius superficierum oppositarum, per medium secari necesse est. Solida laterum equidistantium supra basem eandem super lineam unam eiusdem altitudinis equalia: solida laterum equidistantium supra basem eandem, nec super lineam unam, dum eiusdem altitudinis sint equalia: solida laterum equidistantium supra bases equales lineis á basibus in altum orthogonaliter, eademque altitudine eductis equalia. Solida laterum equidistantium supra bases equales, nec lineis á basibus orthogonaliter, dumtaxat eadem altitudine erectis equalia. Omnium solidorum laterum equidistantium eiusdem altitudinis, que basis ad basem proportio. Solida laterum equidistantium, si lineis á basibus orthogonaliter erectis pariter et equalia fuerint, erunt bases, et altitudines earum mutue proportionis. Solida laterum equidistantium quecumque, si equalia fuerint, bases et altitudines eorum mutuę proportionis sunt: quod si bases, et altitudines eorum mutuę sint proportionis, erunt et ipsa equalia. Inter solida supeficierum equidistantium similia proportio solidi ad solidum tripla proportioni laterum eorum adinuicem relatorum. Solida similia dicuntur que angulos habent equales, et circa equales angulos latera proportionalia. A' planis duobus angulis equalibus, si linee due in altum erigantur, quarum utraque duas altrinsecus angulorum cum lineis angularibus contineant, equales duobus angulis, quos altera similiter hinc inde cum lineis angularibus continet. Cum á punctis in lineis in altum erectis quacumque designatis descendant perpendiculares due inter superficies linearum angularium, tum et puncta in que perpendiculares incidunt recte linee cum ipsis angulis continent: hee quoque linee cum lineis erectis equales angulos continebunt. Inter solida duorum laterum equidistantium, quorum alterum continent tres linee proportionales: alterum latera equalia, singula medie trium proportionalium, tum et anguli eorum equales fiunt, et ipsa equalia. Si super lineas proportio solida laterum equidistantium similia, eademque informatione construantur, fiunt et ipsa proportionalia: quod si solida laterum equidistantium similia
fol. 101 verso. proportionalia fuerint, lineas quoque, | super quas constructa sunt, proportionaliter esse

conuertitur. Si duarum cubi superficierum oppositarum cunctis lateribus per medium diuisis inter puncta diuisionum due describantur superficies, et cubum sese inuicem secantes, comunis eorum sectio dyametron cubi media mediam secat. Si cunei duorum, quorum alterius paralilograma, alterius basi triangule dupla, eque alti fuerint, equales necesse est. Omnium piramidum eiusdem altitudinis, quibus triangule ubi fuerint in piramidis binas equales totis similes ad cuneos binos equales erunt, proportio basis ad basem, que cuneorum unius ad cuneos alterius. Omnium piramidum, quibus bases triangule, si eque alte fuerint, proportio ad inuicem, que basis ad basem. Omnis cuneus diuidi potest in tres piramides equales basium triangularum. Omnium piramidum, quibus bases triangule, si equales fuerint, fiunt bases, et altitudines earum mutue proportionis. Quod si bases, et altitudines earum mutue sint proportionis, ipsas piramides equales esse conuertitur. Omnium piramidum similium basium triangularum adinuicem proportio tripla proportioni laterum adinuicem relatorum. Omnes columnę, quibus una basis, uel que super equas bases sunt, est earum proportio sicut axis ad axem. Omnis columna teres equalium terminorum, et spissitudinis piramidi tereti super eandem basim eius altitudinis tripla. Omnis columne, ac piramidis teretis, quibus una basis, idem axis, proportio tripla proportioni, que inter dyametrum basium. Omnis piramis, columneque teretis, quibus una basis, idem axis, si eque alte fuerint piramidi, columneque tereti, quibus una basis, idem axis, erit et piramidum, et columnarum proportio, que basis ad basem. Omnis pirami, et columna teres, quibus una basis, idem axis, si equales fuerint piramidi, columneque tereti, quibus similiter una basis, idem axis, erunt bases,et altitudines earum mutuę proportionis. Quod si bases, et altitudines earum mutuę sint proportionis, ipsas etiam equales esse conuertitur. Omnium sperarum proportio tripla proportioni dyametrorum. Linea proportione medij et extremorum diuisa, si pars maior directe producatur ad equum dimidij linee diuisę, productę lineę tetragonus quincuplum est tetragono dimidię lineę. Linea in duo diuisa, si totius tetragonus quincuplus fuerit tetragono partis minoris, tum pars maior producatur usque ad duplum partis minoris. Producta linea proportione medij et extremorum diuisa est, cuius pars maior,| pars maior linee prioris. Linea proportione medij et extremorum diuisa, si parti minori continuetur dimidium partis maioris, eius lineę tretragonus quincuplus est dimidię partis maioris. Linea proportione medij et extremorum diuisa, si producatur ad equum partis maioris, tota quoque linea proportione medij et extremorum diuisa est, cuius pars maior linea prior. Linea proportione medij et extremorum diuisa, lineę tetragonus simul cum tetragono partis minoris triplus est tetragono partis maioris. Omni linea rationali proportione medij et extremorum diuisa, pars utraque residuum est. In penthagono equilatero si tres anguli fuerint equales, erunt omnes anguli equales. In circulo describitur triangulus equilaterus, lateris eius tetragonus triplus est tetragono dimidij dyametri. In circulo descripto lateri decagonico intrinsecus continuetur latus exigonicum tota linea linea proportione medij et extremorum diuisa est, cuius pars maior latus exigonicum. In circulo descripto penthagono equilatero latus penthagonicum potest super latus exigonicum, ac latus decanonicum. In circulo descripto penthagono equilatero duorum eius angulorum corde sese inuicem secent, utraque secari necesse est. Ad idem punctum proportione medij et extremorum maior utriusque pars equalis lateri pentha-

fol. 102 recto.

gonico in omni circulo, cuius dyametrum rationali penthagoni equilateri latus inrationale est, cui nomen linea minor. In spera, cuius dyametros longitudine rationalis, si construatur solidum .xx. basium triangulorum equilaterum, latus eius inrationale est, cui nomen linearum miaor. In spera, cuius dyametrum poteutia ratioaale, si construatur solidum .xij. basium penthagonorum, latus eius in rationale est, cui nomen est residnum.

Incipiunt theoremata quartidecimi libri.

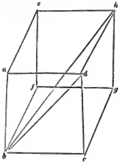
Latvs exigonicum, si proportione medij et extremorum diuidatur, pars maior est latus decagonicum. In centro circuli deducta perpendicularis ấlatus penthagouicum equalis est dimidio lateris exagonici, laterisque dacagonici. In circulo tetragonus lateris penthagouici simul cum tetragouo cordę auguli peathagonici quincuplum est tetragono lateris exagonici. Depositis assummimus demonstrandum, quoniam penthagonum solidum .xij. basium penthagonorum et triangulorum .xx. basium triangularum in eadem spera constructarum; idem circulus continet in circulo descripto peuthagono equilatero tringintuplum superficiei contenetę | latere penthagouico ac perpendiculari á centro circulj ad latus penthagonicum deducta, equum est superficiei solidi .xij. basium penthagonorum. Similis demonstrationis est; quoniam si triangulum equilaterum circulus contineat, á cuius centro in latus trianguli perpendicularis descendat, tringituplum superficiei latere trianguli, et ea perpendiculari contencte equum est superficiei solidi .xx. basium triangularum. Depositis assumimus quoniam proportio superficiei solidi .xij. basium penthagonarum ad superficiem solidi xx basium triangularum in eadem spera constructarum, que lateris cubici eiusdem sperę ad latus solidi .xx. basium triangularum. De inde assummimus, quoniam proportio lateris cubici ad latus solidi .xx. basium triaagularum eiusdem sperę, que liueę potentis tetragonum totius lineę proportione medij et extremorum diuise partem cum tetragono partis maioris ad lineam potentem tetragonum eiusdem liueę totius simul cum tetragono partis minoris: per hoc, concluditur, quoniam que proportio lateris cubici ad latus solidi .xx. basium triaugularum, ipsa est solidi xıȷ basium penthagonarum ad solidum xx basium triangularum. Quicquid enim decidit cuicumque proportione medij et extremorum diuise idem accidit omni linee similiter diuise. Post has quidem omnes probationes oportet nos scire subscriptas operationes, que iu eisdem libris Evclidis dicuntur, videlicet. Vt á dato puncto in altum á puncto iu alto designato supra datam superficiem perpendicularem deducere á dato puncto in desiguata superficie perpendicularem eidem superficiei in altum erigere. Ex tribus angulis plauis quorum quique duo simul accepti maius sunt reliquo, aagulum solidum construere: Vnde necesse est, eos tres angulos ıııȷ.^or^ rectis esse minores. Ad signatum punctum datę liueę angulum solidum construere equalem signato angulo lineis conteupto. Supra datam lineam solidum construere simile signato solido superficierum equidistantium. Inter duos circulos, qui sunt ab uno centro, describere superficiem multiangulam minime contingentem minorem circulum. Inter duas speras, que sint ab uao centro, describere solidum plurimarum superficierum maiorem speram coutingens minorem speram. Et infra datam speram solidi .ııȷ.^or^, et sex., et vııȷ., et xıȷ., et xx basium construere: nec non et latera ipsarum quinque figurarum infra unam speram insimul collocare: et quedam ex suprascriptis quinque solidis infra quedam eorum aptare: ut in quintodecimo libro fieri docetur. |

fol. 102 verso.

fol. 103 *recto*.

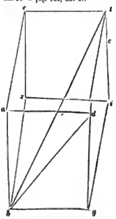
Cvm autem aliquod corpus huius prime partis mensurare desideras; embadum basis ipsius, secundum quod superius in tractatu embadorum docui, diligenter inquiras: quod per ipsius corporis altitudinem multiplica, et quod prouenerit, erit embadum ipsius corporis: est enim altitudo corporum huius prime partis linea recta, que orthogonaliter erigitur supra basem, et terminatur in superficiem equidistantem basi. Et ut hec aperte monstrentur, adiaceat primum cubus *.aeg.* habens palmos .10. in latitudine: longitudine: et latitudine. Cuius sex superficies sunt tetragone, cum habeant angulos rectos, lateraque equalia; et sit basis eius tetragonum *.ac.*, cui equidistans est tetragonum *.eg.*: cumque aream basis, que est .100., in lineam *.ac.*, que est altitudo cubi, multiplicaueris, .1000. palmos cubicos pro embado ipsius cubi habebis: et si dyametrum ipsius cubi, scilicet lineam *.hb.* habere uis, quadrata laterum *.ba.* et *.ad.* insimul iunge, et habebis .200. pro linea *.db.*: quibus si addatur tetragonum linee *.dh.*, quod est .100., habebuntur .300. pro quadrato dyametri *.bh.*: ergo dyameter *.bh.* est radix trecentorum. Et notandum quod recta *.bh.* est dyameter spere, in qua cadit cubus *.aeg.* Et tantum notitiam dyametri *.bh.* habueris; et per ipsam latera cubi, et embadum eius habere desideras: dyametrum in se multiplica, et eius quod prouenerit tertiam accipe, et habebis tetragonum lateris cubi; quod tetragonum, si per radicem eius multiplicaueris, nimirum embadum ipsius cubi procreabitur. Et si aliquis dixerit: agregaui quadratum dyametri cubi cum quadrato ipsius lateris, et prouenerunt .400.; ponam latus *.ab.* rem, quam multiplicabo in se, et proueniet census; quem addam cum triplo eius, scilicet cum quadrato dyametri *.bh.*, proueniet .iiij^or census, qui equantur .400. dragmis: diuide ergo .400. per .4., ueniet .100. pro quadrato lateris cubi, quod est *.ab.*; quare *.ab.* est 10. Item agregaui quadratum dyametri cum latere ipsius, et prouenerunt .310.: ponam iterum latus *.ab.* rem, scilicet radicem; quare quadratum dyametri *.bh.* equatur tribus censibus, hoc triplo quadrati linee *.ab.*: ergo pro quadrato dyametri cubi, et pro latere ipsius habentur tres census, et una radix, que equantur .310.: redige hoc ad censum unum, scilicet accipe tertiam partem omnium adiacentium, et proueniet census, et tertia radicis, que equantur $\frac{1}{3}$ 103.: quare dimidianda est illa tertia radicis, et proueniet $\frac{1}{6}$; quam in se multiplica, ueniet $\frac{1}{36}$; quam adde cum $\frac{1}{3}$ 103, erunt $\frac{13}{36}$ 103.; quorum radicem accipe, que est $\frac{1}{6}$ 10, et extrahe inde sextam pro ea quam multiplicasti, remanebunt .10. pro latere *.ab.*; cuius quadratum, scilicet .100. triplica, et habebis quadratum dyametri *.bh.*: et sic secundum hoc | possumus consimiles subtilitates in cubis inuenire. Rursus esto solidum, cuius basis sit tetragona habens in uno quoque latere pedes .10.; altitudo quoque ipsius sit plus uel minus laterum basis; multiplicabis similiter embadum basis per eius altitudinem; quam pono esse .12., uenient pedes .1200. pro embado ipsius solidi; cuius dyametrum inuenies esse radicem de 344.: si super duplo quadrati lateris ipsius, scilicet super 200, addideris quadratum altitudinis eius, quod est 144. Et si proponatur, dyametrum solidi equidistantium laterum esse radicem de 344., cuius basis sit tetragona; et eius altitudo excedat latera basis in duobus; et queratur latus ipsius basis, nec non et ipsius solidi embadum, ut in solido *.aei.*, cuius dyameter sit linea *.tb.*; ponam latus *.ab.* radicem, et addam quadratum linee *.ab.* cum quadrato linee *.ad.*, et uenient duo census pro quadrato linee *.db.*: et signabo punctum *.c.* in rectam *.dt.*, et sit *.ct.* duo; remanebit ergo *.dc.* equalis recte *.da.*; quare *.dc.*

e equalia; et sit .... eius multiplicaue-ris » (fol. 103 *recto*, lin. 9-19, 20, pag. 163, lin. 8-17).



fol. 103 *verso*.

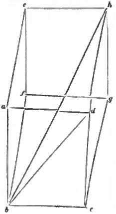
« altitudo quoque .... cum duplo » (fol. 101 *verso*, lin. 3-15, 16; pag. 161, lin. 34 — pag. 164, lin. 21.



est radix: et quia recta .dt. diuisa est in duo super punctum .c., erunt duo quadrata sectionum .dc. et .ct. cum duplo .tc. in .cd. equalia quadrato lineç .td. Nam ex dc in se prouenit census; et ex .ct. in se prouenient 4.; et ex duplo .tc. in .cd. proueniunt iiij^{or} radices: ergo pro quadratu lineç .td. habetur census, et iiij^{or} radices, et 4 dragme; quibus additis duobus censibus, scilicet cum quadrato lineç .db., uenient tres census, et iiij^{or} radices, et 4 dragme pro quadrato dyametri .tb., que equantur 344.: ex quibus si comuniter auferantur .4 dragme, remanebunt tres census, et iiij^{or} radices, que equantur 340.: quare si hec redigentur ad censum unum, ueniet census, et radix $\frac{1}{3}$ 1, que equantur $\frac{1}{3}$ 113: quare si dimidiauerimus $\frac{1}{3}$ 1, uenient $\frac{2}{3}$; quibus in se multiplicatis, et cum $\frac{1}{3}$ 113 additis, erunt $\frac{7}{9}$ 113; de quorum radice, que est $\frac{2}{3}$ 10, si auferantur $\frac{2}{3}$, remanebunt .10. pro latere .ab.; quare altitudo .dt. est .12.; in qua si multiplicabitur tetragonum .ag., quod est 100., uenient .1200. pro embadu solidi .aei. Rursus esto basis .ag. tetragona; et altitudo .dt. excedat latus .ab. in duobus; et agregaui quadrata linearum .ba., et .ad., et .dt. cum quadrato dyametri .tb.; et fiunt totum illud quod aggregatum est 688.; quoniam quadratum dyametri .tb. habetur ex aggregatione quadratorum linearum .ba., et .ad., et .dt.: si dimidiauerimus 688., uenient 344. pro quadrato dyametri .tb., cum quibus operaberis ut supra. Item aggregaui latera .ab., et .bd., et .dt. cum quadrato dyametri .tb., et fuit illud quod aggregatum est .376.: ponam iterum latus .ab. radicem; quare ex aggregato .ab., et .bd., et .dt., | ueniunt tres radices, et duo; quibus additis cum quadrato dyametri .tb., scilicet cum tribus censibus, et iiij^{or}., erunt tres census, et septem radices et .6., que equantur 376: comuniter si auferantur .6. , remanebunt tres census , et septem radices equales de 370.: quibus reductis ad censum unum, ueniet census, et radices $\frac{1}{3}$ 2, que equantur $\frac{1}{3}$ 123 etc. Possumus quidem in similj solido diuersas huiusmodi ponere questiones, que omnes per hunc modum soluuntur. Item sit solidum equidistantium laterum .aeg. cum lineis à base orthogonaliter erectis, cuius latitudo .ba. sit .10.; et .ad. longitudo sit .11.; et .dh. altitudo sit .12.; et sit orthogonium quadrilaterum .ac.: quare si eius embadum, quod est ex .ba. in .ad., producetur in .dh., habebuntur 1320 pro embado ipsius solidi. Nam quadratum dyametri eius, qui est .hb., habebimus ex aggregatione quadratorum linearum .ba., et .ad., et .dh., quorum suma est 365. Et si in similj modo ponamus dyametrum radicem esse 365.; et longitudinem basis ipsius superhabundare latitudinem eius in unum; et altitudinem eius .dh. superhabundare eandem latitudinem .ab. in .2.; et uolumus inuenire basis, nec non et solidi altitudinem, ponamus .ab. radicem; quare latus .ad. erit radix, uno addito; et .dh. altitudo erit similiter radix, duobus additis; quare ex quadrato lineç .ab., hoc ex .ab. in se, prouenit census; et ex .ad. in se prouenit census, et due radices , uno addito ; et ex .dh. prouenit census, et iiij^{or} radices, et quatuor; et sic habebimus tres census, et sex radices, quinque additis, pro quadrato dyametri .hb., quod est .365. : comuniter si auferantur .5., remanebunt .360., que equantur tribus quadratis, et sex radicibus: quare census, et due radices equantur 120.; quare dimidium radicum multiplicauerimus in se, ueniet unum; quo addito cum 120., erunt .121.; de quorum radice auferatur .1., remanebunt .10. pro .ba.; quare .ad. est .11., et .dh. est 12. Similiter si dicatur: addidi quadrata linearum .ab., et .ad., et .dh. cum quadrato dyametri .hb.; et fuit totum illud quod

fol. 104 *recto*.

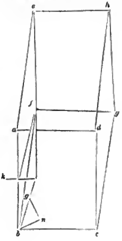
e ex .*dh*. . . . . duobus additis » (fol. 104 *recto*, lin. 20-32, 33; pag. 164, lin. 36 — pag. 165, lin. 5).



aggregatum est .730; dimidiabo siquidem ea, et uenient 365. pro quadrato dyametri *.hb.*, cum quibus operaudum est ut supra. Sed si dictum fuerit: aggregaui altitudinem *.dh.* cum quadrato dyametri *.hb.*, et habui 377.; et fuit *.dh.* uno plus ex *.da.*, et *.da.* uno plus ex *.ab.*; ponam similiter *.ba.* rem; quare et *.ad.* erit res, uno addito, et *.dh.* erit res, duobus additis; et erunt quadrata earum trium linearum, secundum quod demonstratum est superius, tres census, et sex radices, et 5, que equantur quadrato dyametri *.hb.*: cui si addatur altitudo *.dh.*, que est radix, duobus additis, erunt tres census,| et septem radices: septem additis, que equantur 377: de quibus comuniter diminutis .7., remanebunt tres census, et septem radices, que equantur 370; quare census, et radices $\frac{1}{3}$ 2 equantur 123 et $\frac{1}{3}$: deinde procedas ut supra. Sed si unde procedat embadnm similium solidorum embadum prouenire ex multiplicatione basis ipsius in eius altitudinem scire uis, considera quod, cum ex altitudine ipsius summatur mensura unius pedis; et per terminum ipsius pedis superficies equidistans basi infra ipsum solidum adsignetur, erunt tunc tot pedes cubici inter basim, et ipsam superficiem, quot pedes superficiales fuerint in embado basis. Similiter si per duplum unius pedis |ex altitudine superficiem aliam signauerimns equidistantem basi, erunt utique inter ipsam superficiem, et basem tot pedes cubici, quot in duplo basis sunt pedes superficiales. Similiter ex triplo unius pedis accepta in altum procreatur solidum, in cuius embado erunt tot pedes cubici in ipso solido, quot fuerunt in triplo basis pedes superficiales; ergo quoniam multiplex est altitudo cuiuscumque solidi vnius pedis, tam multiplices sunt pedes embadi ipsius solidi ex embado basis. Quare quando multiplicatur embadum basis per altitudinem solidi, habetur utique embadum solidi, ut dictum est. Et quanuis non eleuetur aliquod solidum á lineis orthogonaliter erectis supra basem, tamen solida, que super equas bases, et sub eadem altitudine sunt, sibi inuicem equentur; erit utique illud idem in eo, uidelicet quod ex ducta base in eius altitudinem procreabitur embadum solidi; hoc idem intelligi potest de quoque corpore huius primę partis.

fol. 104 verso.

« est orthogonia .... cum filo » (fol. 104 verso, lin. 23-35; pag. 165, lin. 27-39).

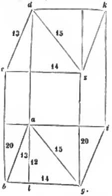


Adiaceat rursus solidum equidistantium superficierum *.dhf.*, cuius basis *.abcd.* sit orthogonia, super quam sint erecte recte *.ae. bf. cg. dh.* minime orthogonaliter stantes, ita ut anguli *.abf.* et *.dcg.* sint acuti; quare anguli *.eab.* et *.hdc.* sunt otusi; et erunt superficies *.af.* et *.dg.* ambo rumbi, uel rumboides: relique uero due superficies *.fc.* et *.ed.* erunt aliqnando rectiangule, aliquando non: sed qualescumque sint, si altitudinem ipsius solidi inueniremus, et eam per basis embadum multiplicauerimus, ipsius solidi embadum incontanter habebimus. Nam qualiter ipsam altitudinem habere debeamus, breuiter indicabo: á puncto quidem *.f.* super lineam *.ab.* cathetum protraham *.fi.*; linea uero *.fi.* aut est cathetus super superficiem *.ac.*, aut non. Nam si cathetus est, erit altitudo ipsius corporis ipsa linea *.if.*: si uero cathetus non est linea *.if.*, protraham per punctum *.i.* rectam *.ko.* ad rectos angulos super rectam *.ab.*; super quam protraham cathetum á puncto *.f.*, et habebo altitudinem ipsius corporis; uel aliter, secundum uulgarem modum, eiciam á puncto *.f.* super planum *.ac.* plumbum cum filo | cadere faciam; et sic inueniam cathetum eius, si á puncto *.f.* ceciderit super latus *.ab.*, uel extra. Nam si infra corpus ceciderit super basem *.ac.*, et corpus densatum fuerit, ita ut non possit plumbum orthogonaliter cadere á puncto *.f.* infra basem *.ac.*, faciam ipsum cadere a puncto *.h.*, uel etiam á puncto *.e.*, ut cadat extra figuram. Sed si se-

fol. 105 recto.

cundum artem operari uolumus, oportebit nos uti arundinum instrumento: sic erigam arundinem orthogonaliter á puncto *.b.* supra basem *.ac.*, que sit *.bm.*, cuius longitudo sit nota; et aptabo super eam arundinem *.mn.* faciens angulum rectum, qui ad *.m.*; et ponamus rectam *.o.f.* cathetum esse solidi *.dhf.*; et erit proportio *.bm.* ad *.of.*, sicut *.bn.* ad *.bf.*: ergo si nota erit longitudo recte *.bf.*, et habebitur similiter et cathetam *.fo.* notum; que etiam omnia ostendamus cum numeris: esto latus *.ab.* 18; latus quoque *.bc.* 12.; unum quodque laterum *.ae. bf. cg. dh.* sit 20; et uolumus inuenire cathetum *.fo.*: sit quidem arundo *.bm.* 4., et aruudo *.mn.* 3.; quare *.bn.* erit .5.; et copulabo rectam *.bo.*, et erit triangulus *.fob.* similis triangulo *.bmn.*; quare erit sicut *.fb.* ad *.bn.*, ita *.fo.* ad *.mb.*, quadrupla est *.fb.* ex *.bn.*; quadrupla ergo erit *.fo.* ex *.mn.*; quare *.fo.* erit .16.; ex ductu *.ab.* in *.bc.* proueniunt 216.; quibus ductis in *.fo.*, scilicet in .16., ueniunt 3456. pro embado solidi *.dhf.*

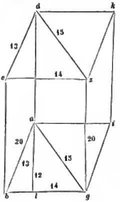
« m sollidis ... equale; similiter » (fol. 105 *recto*, lin. 20, 21-33 e 34; pag. 166, lin. 14-26).



Et si seratile aliquod, quod secundum quosdam cunus appellatur, metiri uolumus, basem, que trigona est, in eius altitudinem ducemus, secundum quod fit in solidis sex basium: ad cuius rei euidentiam esto cunus *.abgdez.*, cuius basis esto trigonum *.abg.*; et sint linee *.ad. bc. gz.* equales sibi inuicem, et orthogonaliter erecte supra trigonum *.abg.*; quare trigonum *.dez.* trigono *.abg.* equale, et equidistans est; recta quidem *.de.* recte *.ab.* et *.dz.* ei que est *.ag.* et *.ez.* equalis est recte *.bg.*: paralilogramina ergo sunt quadrilatera *.ae.*, et *.eg.*, et *.gd.* Inueniam quidem aream trigonj *.abg.*, et ipsam multiplicabo per lineam *.ad.*, que est altitudo cuni, et habebo embadum ipsius; quod sic probatur: per punctum quidem *.a.* protraham rectam *.ai.* equalem, et equidistantem recte recte (*sic*) *.bg.*; et copulabo rectam *.ig.*, et eleuabo orthogonaliter rectam *.ik.* equalem rectis *.da. eb. zg.*; et copulabo rectas *.dk. kz.*: sex ergo basium equidistantium, qui erit solidum *.ike.*, et diuisum in duo equa á quadrilatero *.dagz.*: est enim paralilogramum basis *.ib.*; quare dyameter *.ag.* diuidit ipsam basem in duo equa; ergo trigonum *.abg.* trigono *.agi.* est equale: similiter et trigonum *.dez.* trigono *.dzk.* est equale. Quare seratile *.abgdez.* seratilj *.a.g.i.d.z.k.* equale est. Dimidium ergo solidi *.ike.* est seratile *.abgdez.*: | ex ducto quidem embado quadrilateri *.ib.* in altitudinem *.ad.* prouenit duplum multiplicationis basis trigoni *.abg.* in altitudinem *.ad.* Sed ex ducta base *.bi.* in *.ad.* prouenit embadum solidi *.ike.*; quare ex ducto embado trigoni *.abg.* in altitudinem *.ad.* prouenient embada cuni, ut predixi. Et sit notandum, quod trigona *.abg.* et *.dez.* ambo sunt aut equilatera, aut equicuria, siue diuersilatera; vnde cuiuscunque formę fuerit, embadum trigoni *.abg.* inueniendum est per modum demonstratum superius in tractatu triangulorum. Et ut aliqua inde cum numeris dicamus; ponamus latus *.ab.* esse .13., et *.ag.* 15., et basem *.bg.* 14.; quare et *.de.* erit similiter .13., et *.ez.* 14., et *.dz.* 15.: et protraham in trigono *.abg.* cathetum *.al.*, qui erit .12.; quem multiplicabo per dimidium *.bg.*, et uenient .84. pro embado trianguli *.abg.*; quibus ductis in altitudinem *.ad.*, que sit .20., uenient .1680. pro embado seratilis *.abgdez.* Et si recte *.da.*, et *.eb.*, et *.zg.* non sint orthogonaliter erecte supra trigonum *.abg.*, sed declinauerint ad aliquam partem, studeas altitudinem ipsius cuni inuenire per modos demonstratos in solido antecedente. Et si ex cuno *.abgdez.* iaceat in plano basis *.ebgz.*, multiplicabo embadum ipsius per dimidium catheti *.al.*, et habebo propositum. Verbi gratia: quia orthogonium est quadrilaterum *.eg.*, multiplicabo *.bg.* per *.be.*, scilicet .14.

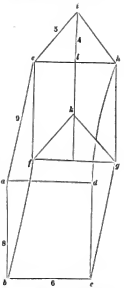
fol. 105 *verso*.

« ex ducto .... aliquam partem » (fol. 105 *verso*, lin. 1-14; pag. 166, lin. 28-40).



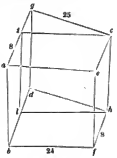
per 20, et ueniet .280. pro embado basis quadrilateri .eg.; quibus ductis in dimidium .al., scilicet in .6., uenient .1680., ut supra, pro embado seratilis .abgdez.

« Si nero .... est .dhf. » (fol. 105 verso, lin. 22-33, e margine inferiore; pag. 167, lin. 3-15).



Si uero corpus aliquod commistum fuerit ex solido sex basium equidistantium, et aliquo cuno, ut sunt arcę, in quibus tenetur frumentum : embadum solidi cum embado seratilis in unum coniunge, et habebis propositum, uel catheti trianguli dimidium super altitudinem solidi equidistantium laterum adde; et quod prouenerit, in basem arcę multiplica. Verbi gratia : esto arca, cuius basis sit quadrilaterum orthogonium .abcd.; et super angulos eius stent orthogonaliter recte .ae. bf. cg. dh., que sint sibi inuicem equales; et super puncta .e.h. protracte recte .le. ih. facientes angulum .eih.: similiter super puncta .f.g. eleuentur recte .fk. kg. facientes angulum .fkg.; et sit penthagonum .aeihd. in superficie una: penthagonum quoque .bfkgc. in superficie alia; et sint ambo penthagona sibi inuicem equalia; et copulentur recte .ik. ef. fg. gh. et .he.; et erit quadrilaterum .eg. equidistans, et equale basi .ac.: quadrilaterum quoque .af. quadrilatero .gd., nec non et quadrilaterum .fc. quadrilatero .ad. Solidum ergo equidistantium laterum est .dhf.,| cuius embadum habebitur ex .ab. in .da. ducta in fol. 106 r. .ae.: embadum quoque seratilis .efghik. habebitur ex superficie .ef. in .eh., hoc est ex .ba. in .ad. ducta in dimidium catheti trianguli .fkg. Verbi gratia : sit .ab. 8.; et .ad. sit .6., et .ae. sit .9.; et unumquodque laterum trigonorum .eih. et .fkg. sit .5.; quare cathetus .kl. erit .4.; et multiplicetur .ba. in .ad., erunt .48.; pro quo ducto per .ae., et per dimidium .kl., hoc est per 11., uenient .528. pro embado totius arcę. Et si commistio solidi et seratilis fiat secundum alium modum, ita quod una ex superficiebus, que supra basem erecta est, sit altior superficiei sibi equidistanti; et relique due superficies coniungantur eis, secundum quod fit in domibus, uel ut in sequenti figura patet, in qua ponimus superficiem .abgd. erectam orthogonaliter super superficiem .af.; et sit unaqueque rectarum .ab. et .gd. ulnarum .20 ; et altitudo ipsius superficiei, que est .ag., uel .bd. sit ulnarum .15.; et ponimus superficiem .efch. equidistantem superficiei .ad.; et sit una queque rectarum .ec. fh. ulnarum .8.; et in unoquoque laterum .ae. et .bf. contineat ulnas .24. Quare una queque rectarum .gc. et .dh. erit .25; quod sic congnoscitur : per puncta quidem .ch. rectis .ea. et .fb. equidistantes protraham rectas .ci. hl., eritque unaqueque earum .24., cuius quadratum, scilicet .576., si addatur cum quadrato lineę .i.g., quod est .49., uenient .625. pro quadrato lineę .gc., quorum radix, que est .25., erit linea .gc. Vnde si embadum huius corporis habere uis, lineas .ec. et .ag. in unum coniunges; et eorum dimidium, quod est $\frac{1}{2}$ 11, per embadum basis .af. multiplica, scilicet per 480., erunt 5520. pro embado totius corporis.

« equidistan[ti]; et .... si embadum » (fol. 106 recto, lin. 8, 9-19; pag. 167, lin. 22-32).

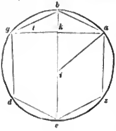


Etsi basis alicuius corporis huius primę partis quadrilatera, sed non rectiangula fuerit, non etiam latera sint equidistantia, cum in similj superficie, et equalj, et equidistanti basi termiuetur. Nimirum habebitur embadum eius, si area basis in altitudinem corporis ducatur; quod manifeste uidebitur, si per dyametros basis, et superficiei sibi equidistanti superficiem transire fecerimus secantem ipsum corpus in duo seratilia, quorum embadum habebitur, ut demonstratum est, per multiplicationem basis uniuscuiusque: que triangula erunt in eorum altitudine, que est eadem. Similj quoque modo si basis alicuius corporis huius partis fuerit penthagona, uel plurium laterum, poterunt

resolui in tres, uel plures cunos habentes bases triangulas, cum quelibet figura plana rectilinea resoluatur in duos triangulos minus numero laterum ipsius, ut penthagonum quod resoluitur in tres triangulos, exagonum in .iiij^{or}. etc. Vnde cum areas omnium

fol. 106 verso. triangulorum cadentium infra basem | similium corporum: hoc est aream eiusdem basis per altitudinem corporis multiplicaueris, nimirum embadum ipsius corporis habere non dubites. Sed quia inuentione embadorum multilaterum figurarum cadentium in circulis alia, preter ea que dicta sunt, dicere possumus; ut hoc opus perfectum sit, aliqua inde dicere presentialiter procuraui. Habetur quidem embadum exagoni equilateri et equianguli cadentis in circulo ex multiplicatione dyametri in tres quartas cordis anguli exagonici; que corda est latus trianguli equilateris cadentis in eodem circulo, cuius quadratum est triplum quadrati semidyametri circulj, hoc est lateris exagonici. Ad cuius rei euidentiam, in circulo .agd. esto exagonum .abgdez.; et protrahatur in ipso corda .ag., que secetur in duo equa per dyametrum .be. super punctum .k.; erit ergo triangulus .iab. sexta pars exagoni .abgdez.; et corda .ag. est latus trianguli equilateri cadentis in circulo .agd., cum arcus .abg. sit tertia circunferentię circulj; et diuidatur .kg. in duo equa super punctum .l.; erit ergo .ak. duplum .kl.: ex ductu quidem .ak. in .bi. prouenit duplum embadi trianguli .abi.; quare ex ductu .al. in .bi. prouenit triplum embadi trigoni .abi. Sed dyameter .be. duplus est ex .bi.; quare ex ducto dyametro .be. in .al. prouenit sextuplum embadi trianguli .abi. Quod sexcuplum embadi trianguli .abi. est embadum totius exagoni. Est enim .al. medietas et quarta, hoc est $\frac{3}{4}$ cordę .ag.: ergo ex dyametro circulj ducto in tres quartas cordę anguli exagonici habetur embadum exagoni, ut predixi. Quod etiam habebitur ex multiplicatione trium quartarum dyametri in totam cordam anguli exagonici. Et cum similj inuenctione inueni embadum tetragoni pronenire ex multiplicatione dyametri circulj continentis ipsum in septem octauas cordę anguli exagonici. Embadum quoque octagoni prouenit ex multiplicatione dyametri circulj continentis ipsum in totam cordam anguli octagonici; que corda est latus quadrati cadentis in ipso circulo: et sic secundum hanc inuestigationem possunt inueniri embada figurarum plurium laterum cadentium in circulis.

« cordis .ag. .... totius exagoni » (fol. 106 verso, lin. 10, 11-19, 20; pag. 168, lin. 12-20).



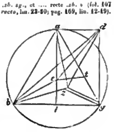
Et si columnam metiri desideras, cuius dyameter basis sit pedum .7.; et altitudo uero, scilicet axis eius, sit pedum .20., aream circulj sue basis, que est $\frac{1}{2}$ 38, per altitudinem suam multiplica, et habebis pedes .770. pro embado ipsius columnę. Et notandum, quod omnia corpora cuiuscumque sint formę, cum sibi inuicem fuerint similia, erit proportio embadi unius ad embadum alterius, sicut proportio triplicata similis

fol. 107 recto lateris unius ad simile latus | alterius. Verbi gratia : si alicuius solidi longitudo fuerit pedum .2., et alterius longitudo sit pedum .3., erit proportio minoris solidi ad maius sicut proportio binarij ad ternarium triplicata. Nam proportio triplicata binarij ad ternarium est sicut cubus, qui sit á binario ad eum, qui fit á ternario, hoc est sicut .8. ad .27. Est enim sicut sicut (*sic*) .2 ad 3, ita 8 ad 12., et 12 ad 18, et 18 ad 27.; et sicut proportio de .8 ad 27 est triplicata proportio binarij ad ternarium. Vnde si embadum minoris corporis scieueris, et eum per 27 multiplicaueris, et sumam per 8 diuiseris, nimirum embadum maioris solidi proueniet, et cet.. Et notandum, quod quicquid dictum est superius de solidis, uel columna, hoc idem intellige de cisternis, et puteis, cum in eis intelligatur esse latum, longum, et altum.

Incipit pars secunda de dimensione pyramidum.

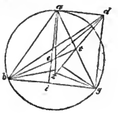
Cvm itaque piramidem aliquam metiri desideras, embadum sue basis, cuiuscumque sit forme, per tertiam altitudinis ipsius multiplica; et quod prouenerit, erit embadum ipsius pyramidis; que regula prouenit ex eis que demonstrata sunt in Evclide. Videlicet quod solidum est duplum seratilis. Seratile quoque est triplum sue pyramidis habentem trigonam basem. Ad cuius rei euidentiam. Esto pyramis *.abgd.* equilatera habens basem triangulam, que est *.abg.*; altitudo uero eius est id quod cadit orthogonaliter á puncto *.d.* supra basem *.abg.*: quare oportet nos inuenire casum ipsius in triangulo *.abg.*; quod sic fit: circa triangulum *.abg.* describam circulum *.abg.* circa centrum *.e.* Dico quidem, *.e.* punctus est casus perpendicularis cadentis á puncto *.d.* super superficiem trianguli *.abg.*: quod si non est, esto *.z.*, et copulentur recte *.dz. za. zb. zg.*; et quoniam *.dz.* perpendicularis est super planum *.abg.*, rectus est unusquisque angulorum *.dza.* et *.dzb.* et *.dzg.*: latera ergo *.dz.* et *.za.* possunt super rectam *.da.* Similiter et quadrata rectarum *.dz. zb.* eqnantur quadrato linee *.db.*: similj quoque modo et quadratum lateris *.dg.* equatur quadratis rectarum *.dz. zg.* Sed latera *.da. db. dg.* sibi inuicem sunt equalia; ergo duo quadrata linearum *.dz.* et *.za.* duobus quadratis linearum *.dz.* et *.zb.* equalia sunt: comuniter auferatur quadratum linee *.dz.*, remanebunt quadrata linearum *.za. zb.* eqnalia; quare *.za.* recta equalis est recte *.zb.* Similiter ostendetur, rectam *.zb.* equalem esse utrique rectarum *.za. zb.*; ergo á puncto *.z.* ad periferiam circulj *.abg.* concurrunt tres recte sibi inuicem equales; quare punctus *.z.* est centrum circulj *.abg.*: quod minime locum habet, cum *.e.* punctus sit centrum circulj *.abg.* Protracto quidem cateto *.de.*, si tertiam eius multiplicabimus per aream trigonj *.abg.*, habebimus | embadum piramidis *.abg.* Quod ostendimus cum numeris: sit unumqnodque laterum pyramidis .12.; et copulentur recte *.ae. be. ge.*, que sibi inuicem sunt equales; et protrahantur recte *.ae. be.* in punctis *.i.t.*; et erit punctus *.i.* super dimidium lateris *.bg.*, cum anguli *.bai.*, et *.gai.* sibi inuicem sint equales: et quia *.ab.* et *.ag.* sibi inuicem sunt equalia, *.ai.* cathetus est super rectam *.bg.*: et quia recta *.bt.* secat super dimidinm lateris *.ag.*, secabit etiam et cathetum *.ai.* super tertiam eius, ut in tractatu triangulorum in tertia distinctione huius operis demonstraui. Extracto quidem quadrato recte *.bi.* ex quadrato lateris *.ab.*, scilicet 36 de .144., remanent .108. pro quadrato linee *.ai.*: et quia *.ei.* est tertia ex *.ai.*, erit quadratum linee *.ei.* nona pars quadrati linee *.ai.*: ergo quadratum linee *.ei.* est .12.; cui si addatur quadratum linee *.ib.*, erunt .48. pro quadrato linee *.be.*: vel quia *.ae.*, hoc est *.be.*, est $\frac{2}{3}$ ex *.ai.*, erit quadratum linee *.be.* 48, scilicet $\frac{4}{9}$ ex quadrato linee *.ai.*: quod si auferatur ex quadrato linee *.db.*, remanebit quadratum catheti *.de.* 96.: ex ductu quidem *.ai.* in *.bi.* prouenit radix de .3888. pro area trianguli *.abg.*: quod si ducatur in tertiam *.de.*, hoc est in nonam quadrati eius, que est $\frac{2}{3}$ 10., uenient 41472. pro quadrato embadi pyramidis *.abgd.*, cuius radix est $\frac{2}{3}$ 203., et aliquantulum plus; quod plus est minus de $\frac{1}{20}$, et plus de $\frac{1}{24}$. Ex hoc quidem erit manifestum quod in omni pyramide equilatera quadratum sue altitudinis est $\frac{2}{3}$ quadrati unins laterum eius; nec non et quadratum recte procedentes ab unoquoque angulorum ad casum altitudinis pyramidis est tertia quadrati eiusdem lateris: quod possumus inue-

« .zb. zg., et .... recte .zb. » (fol. 107 *recto*, lin. 23-30; pag. 169, lin. 12-19).



fol. 107 *verso*.

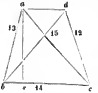
« embadum piramidis ...., triangulorum » (fol. 107 *verso*, lin. 1-7; pag. 169, lin. 28.29).



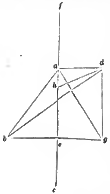
stigare hoc modo. Est enim *.bi.* dimidium ex *.bg.*; quare quadratum ex *.bi.* est quarta quadrati ex *.ab.*; quare quadratum ex *.ai.* est $\frac{3}{4}$ ex quadrato, quod fit á recta *.ab.*: est enim recta *.ae.* $\frac{2}{3}$ ex *.a.i.*; quare quadratum ex *.ae.* est $\frac{4}{9}$ ex quadrato recte *.ai.*; ergo quadratum ex *.ae.*, hoc est ex *.be.*, uel ex *.ge.*, est $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{4}$ quadrati lateris *.ab.* Sed $\frac{4}{9}$ de $\frac{3}{4}$ alicuius rei est quantum $\frac{3}{4}$ de $\frac{4}{9}$ eiusdem rei, hoc est $\frac{1}{3}$; ergo quadratum uniuscuiusque rectarum *.ae. be. ge.* est tertia quadrati lateris *.ba.*; hoc est ex latere *.da.* Vnde si ex quadrato lateris *.da.* auferatur quadratum linee *.ae.*, remanebunt pro quadrato altitudinis *.de.* $\frac{2}{3}$ ex quadrato lateris *.da.*, ut predixi. Et notandum quod in omni pyramide, cuius basis triangula est habente latera ab angulis basis ipsius adscendentia ad punctum summitatis eius sibi inuicem equalia; casus ipsius altitudinis erit centrum circulj continentis | basem ipsius pyramidis. Rvrsvs esto pyramis *.abcd.* habens latera *.da. db. dc.* sibi inuicem equalia; basis uero eius, scilicet trigonum *.abc.*, sit cuiuslibet trianguli forme; et uolumus inuenire casum cadentem á puncto *.d.* super trigonum *.abc.* per numerum; qui casus erit centrum circulj continentis trianguli *.abc.*; protraham primum cathetum *.ae.* in triangulo *.abc.*, in quo diuidam id quod fit ex *.ba.* in *.ac.*; et quod prouenerit, erit dyameter circulj continentis triangulum *.abc.*, ut in tractatu circulorum superius demonstraui. Ad cuius rei similitudinem esto latus *ab.* 13., latus *.ac.* 15., latus quoque *bc.* sit .14.; quare cathetus *.ae.* erit 12.: in quo si diuiserimus superficiem ex *.ba.* in *.ac.*, hoc est .195., uenient $\frac{1}{4}$ 16. pro dyametro circulj continentis triangulum *.abc.*; cuius dimidium, scilicet $\frac{1}{8}$ 8., est differentia, que est á casu altitudinis pyramidis ad unumquemque angulorum basis. Ponamus etiam, unumquodque laterum *.da. db. dc.* esse 12.; quare si ex quadrato ipsius, que est 144, auferatur quadratum de $\frac{1}{8}$ 8, quod est $\frac{1}{64}$ 66, remanebunt 78, minus $\frac{1}{64}$ pro quadrato catheti *.dg.*; in cuius nonam si multiplicauerimus quadratum trianguli *.abc.*, quod est 7056., habebitur quadratum embadi totius pyramidis. Et notandum quod si basis similium pyramidum fuerit acutiangula, tunc casus altitudinis ipsius cadet infra trigonum *.abc.*: et si angulus *.bac.* fuerit rectus, tunc dyameter circuli continentis triangulum *.abc.* erit recta *.bc.*; et suprascriptus casus erit super dimidium linee *.bc.*: et si angulus *.bac.* fuerit obtusus, tunc ipse casus erit extra triangulum á parte *.bc.* Item ponam pyramidem, cuius basis *.abg.* sit trigonum equilaterum, uel equicrurium; ex lateribus uero *.da. db. dg.* sint duo tantum sibi inuicem equalia, que sunt *.db.dg.*; uolo ostendere modum quomodo habeatur altitudo ipsius pyramidis. Quoniam in trigono *.dbg.* duo latera *.db.* et *.dg.* alternis equalia sunt; si á puncto *.d.* super basem *.bg.* cathetus ducatur *.de.*, diuidet basem *.bg.* in duo equa super *.e.* Similiter quia trianguli *.abg.* latera *.ab.* et *.ag.* equalia sunt; si á puncto *.e.* recta protrahatur *.ea.*, erit utique *.ae.* recta cathetus super basem *.bg.*: producatur quidem *.ae.* iu utramque partem in infinitum in punctis *.f.c.*; deinde super rectam *.f.c.* producam cathetum à puncto *.d.*, qui erit altitudo pyramidis *.dabg.*, cuius altitudinis casus quandoque cadet inter *.ae.*, quando cadet extra triangulum inter puncta *.a.f.*, uel *.e.c.*, uel aliquando iu puncto *.a.*, uel in puncto *.e.*; que omnia ostendamus cum numeris. Esto unumquodque laterum *.ab.* et *.ag.* 10; latus quoque *bg.* 12.; et unumquodque laterum *.db.* et *.dg.* 14.; latus quoque *.da.* sit .12.: inueniam primum cathetum *.de.*, qui erit radix de .160., cum | quadratum casus *.be.* ablatum sit ex quadrato lateris *.db.* Similiter

fol. 108 *recto.*

« demonstraui. Ad ... 78, minus » (fol. 108 *recto*, lin. 7, 6-14; pag. 170, lin. 17-24).



« que sunt .... de .160., cum » (fol. 108 recto, lin. 24-35; pag. 170, lin. 32-43).

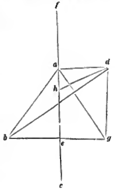


fol. 108 *verso.*

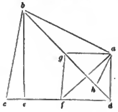
cathetus *.ae.* erit .8.: deinde inueniam casum trigoni *.dae.* super basem *.ae.* sic: ex quadrato quidem, quod fit ex *.de.*, auferam quadratum ex *.da.*, scilicet 144. de 160., remanebunt .16.; quibus diuisis per *.ae.*, uenient .2.; quibus additis cum *.ae.*, erunt 10.; cuius dimidium, scilicet .5., est maior casus á latere maiori *.de.*: quare ponam *.h.* super punctum casus, ut sit *.eh.* 5, remanebunt pro *.ah.* 3.: ergo si quadratum lineę *.ah.* auferatur ex quadrato lineę *.da.*; uel ex quadrato lineę *.de.* auferatur quadratum lineę *.eh.*, erit illud quod remanebit, scilicet 135., quadratum catheti *.dh.* Et notandum, quod si angulus *.dah.* esset rectus, tunc *.da.* esset cathetus descendens á puncto *.d.*; et si angulus *.dah.* esset maior recto, tunc cathetus descendens á puncto *.d.* caderet extra triangulum super lineam *.af.*: similj quoque modo si angulus *.deh.* esset rectus, tunc *.de.* esset altitudo pyramidis; et obtusus esset angulus *.deh.*, tunc cathetus descendens á puncto *.d.* caderet inter puncta *.e.c.* extra triangulum: et si unusquisque angulorum *.dah.* et *.deh.* acutus esset, caderet utique tunc perpendicularis inter puncta *.a.e.* super lineam *.ae.* Esto rursus pyramis, cuius summitas sit *.a.*; basis quoque eius sit trigonum *.bcd.* diuersilaterum, cuius latus *.bc.* sit 13.; latus quoque *.cd.* 14.; latus uero *.db.* 15., cuius cathetus esto recta *.be.*; ex reliquis uero lateribus descendentibus á puncto *.a.* ad puncta *.b.c.d.* sint latera *.ac.* et *.ad.* equalia, quorum unumquodque sit pedum .10.; reliquum uero latus *.ab.* sit .15.: nolo ergo cathetum cadentem á puncto *.a.* super planum, in quo est trigonum *.bcd.*, inuenire. Protraham primum in trigono *.acd.* cathetum *.af.*; et per punctum *.f.* in superficie trigoni *.bcd.* protraham lineam *.fg.* facientem rectos angulos *.gfd.* et *.gfe.*; et copulabo rectam *.ag.*; et in trigono *.afg.* super lineam *.fg.* cathetum producam, que erit cathetus cadens á puncto *.a.* super planum trigoni *.bcd.*; que cathetus sic per numerum inuenitur: quia rectus est angulus *.gfd.*, erit linea *.fg.* equidistans catheti *.be.*; quare est sicut *.df.* ad *.de.*, ita *.dg.* ad *.db.*: est enim *.de.* 9, et *.df.* est 7., scilicet dimidium ex *.ed.*, cum equiclurium sit trigonum *.acd.*; ergo est sicut 7 ad 9., ita *.dg.* ignota ad *.db.* notam, que est .15.: quare si multiplicauerimus .7. per .15., et diuiserimus per .9., uenient $\frac{2}{3}$ 11. pro linea *.dg.* Similiter si multiplicauerimus *.df.* per *.be.*, scilicet 7 per 12, et diuiserimus per *.de.*, uenient $\frac{1}{3}$ 9 pro linea *.fg.* : deinde in trigono *.abd.* super latus *.bd.* cathetum protraham *.ah.*, et erit casus longior *.bh.* $\frac{2}{3}$ 11.; breuior uero *.dh.* erit $\frac{1}{3}$ 3.: quare quadratum catheti *ah.* erit $\frac{8}{9}$ 88; cum quo si addatur quadratum lineę *.hg.* , quod est $\frac{4}{9}$ 69., | erunt $\frac{1}{3}$ 158. pro quadrato lineę *.ag.* Rursus si de quadrato lineę *.ad.* auferatur quadratum ex *.df.*, scilicet 49 de 100., remanebunt .51. pro quadrato lineę *.af.*; ergo linea *.af.* est radix de .51.; et linea *.ag.* est radix de $\frac{1}{3}$ 158.; linea quoque *.fg.* est $\frac{1}{3}$ 9.: et postquam habemus latera trigoni *.afg.* nota, possumus notitiam catheti descendentis ab *.a.* super lineam *.fg.* habere per doctrinam, quam docuimus in dimenctione embadorum triangulorum.

Rvsvs adiaceat pyramis *.a.b.g.d.*, cuius basis est trigonum *.abg.* diuersilaterum; latera uero descendentia á puncto *.d.* in puncta *.a.b.c.* sint similiter diuersa, et inequalia; quare aliquando erit unum ex eis orthogonaliter erectum super trigonum *.abg.*, et quandoque erunt omnia latera declinantia. Verbi gratia: sit latus *.ab.* 10., et *.ag.* .9., et *.bg.* 5., et *.da.* 15.; latus quoque *.db.* 13., et *.gd.* sit .12.; in hoc pyramide recta *.dg.* est cathetus ipsius, cum quadrata linearum *.bg.* et *.gd.* equentur quadrato lineę

« quadratum casus .... unusquisque » (fol. 105 *verso*, lin. 1-14; pag. 170, lin. 43 — pag. 171, lin. 12).

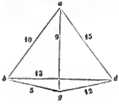


« lineam *.fg.* .... .7. per .15. » (fol. 108 *verso*, lin. 24-30; pag. 171, lin. 20-27).



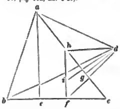
fol. 109 *recto*.

« diuersilaterum; ... pyramidis *.a.b.g.d.* » (fol. 109 *recto*, lin. 7, 8-15; pag. 171, lin. 38 — pag. 172, lin. 3).

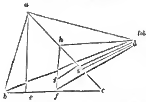


.*db*.; nec non et quadrata linearum .*dg*. et .*ga*. equentur quadrato lineę .*ad*.; ergo si tertia ex .*dg*. ducatur per embadum trianguli .*abg*., habebitur embadum pyramidis .*a*.*b*.*g*.*d*. Sed non sit cathetus pyramidis aliqua ex lineis descendentibus á summitate eius, ut in pyramide .*abcd*., cuius latus .*ab*. sit .13., .*bc*. 14., *ac*. 15.; latus quoque .*bd*. 13., et .*dc*. 15., et .*da*. 14. Primum in triangulo .*abc*. protraham cathetum .*ae*.; et in trigono .*dbc*. protraham cathetum .*df*.; et per punctum .*f*. protraham lineam .*fh*. equidistantem catheto .*ae*., ut sit angulus .*hfc*. rectus: deinde in trigono .*dac*. protraham cathetum .*dg*. super rectam .*ac*.; ex quibus omnibus habebitur nota linea .*dh*.; quare latera trigoni .*dfh*. erunt nota; ergo et cathetus cadens in ipso á puncto .*d*. super lineam .*fh*. erit nota, que erit altitudo pyramidis. Verbi gratia: cathetus quidem .*ae*. est .12.; casus quoque .*be*. 5.; et casus .*ec*. est .9. Similiter cathetus .*df*. in superficie trianguli .*dbc*. est .12.; et casus .*fc*. est .5.: et quia .*fh*. equidistans est catheto .*ae*., erit sicut .*cf*. ad .*ce*., ita .*fh*. ad .*ae*., et .*ch*. ad .*ca*.; quare .*fh*. est $\frac{2}{3}$ 6., et .*ch*. est $\frac{1}{3}$ 8.: deinde ut inueniamus cathetum .*dg*., auferam quadratum .*dc*. ex quadraro lateris .*da*., scilicet 169 de 196., remanent .27.; quibus diuisis per .*ac*., ueniet $\frac{4}{5}$ 1.; quod addam cum .*ac*., erunt $\frac{4}{5}$ 16; cuius dimidium, scilicet $\frac{2}{5}$ 8., est casus maior .*ag*.; quare casus minor .*gc*. est $\frac{3}{5}$ 6.; et ex his habebuntur $\frac{1}{5}$ 11 pro catheto .*dg*.: cuius quadrato si addatur quadratum ex .*gh*., habebuntur $\frac{4}{9}$ 128. pro quadrato lineę .*dh*.; quare .*dh*. est $\frac{1}{3}$ 11.: restat ut in trigono .*dfh*. inueniamus cathetum cadentem á puncto .*d*. super lineam .*fh*.; et erit casus maior .*fi* $\frac{1}{2}$ 4.; quare cathetus .*di*., qui est |
fol.109 v. altitudo pyramidis, erit radix de $\frac{3}{4}$ 123.: in qua si multiplicauerimus tertiam embadi trigoni .*abc*., que est .28., habebimus radicem de 97020 pro embado pyramidis .*abcd*. Notandum, quod si trigoni .*dbc*. angulus .*dcb*. fuerit obtusus, tunc cathetus .*df*. cadet extra triangulum .*dbc*., ut in hac alia cernitur formula, in qua ponimus latus .*ac*. .13., et .*bc*. 9.; latus quoque .*ab*. radicem de 160.; et sit latus .*da*. 19.; latus quoque .*db*. 17.; latus uero .*dc*. sit .10.: quare cathetus .*ae*. erit .12.; et casus .*be*. erit .4.; et .*ec*. erit .5.: cumque extraxerimus quadratum .*dc*. de quadrato lateris .*db*., remanebunt 189 diuidenda per .*bc*., scilicet per .9., uenient .21.; que si addita fuerint cum eisdem .9.; et summa diuidatur in duo equa, prouenient .15. pro casu .*bf*.: ergo punctus .*f*. cadit extra .*b*.*c*.; et est .*cf*, 36., cuius quadratum si auferatur ex quadrato lateris .*dc*., uenient .64. pro quadrato catheti .*df*.; quare .*df*. est .8.: deinde protraham lineam .*fh*. equidistantem catheto .*ae*.; et faciam eam concurrere cum linea .*ba*. in puncto .*h*.; et copulabo .*dh*., et erit trigonum .*hbf*. orthogonium, et simile trigono .*abe*.: quare erit sicut .*be*. ad .*ea*., ita .*bf*. ad .*fh*.; quare .*fh*. est .45., cuius quadratum, quod est 2025, si addiderimus cum quadrato basis .*bf*., quod est 225, uenient .2250 pro quadrato lineę .*bh*. Vel quia est sicut .*be*. ad .*bf*., ita *ba* ad *bh*; si multiplicauerimus quadratum ex *bf*. per quadratum ex *ba*., hoc est 225 per 160, et diuiserimus summam per quadratum ex *be*., quod est 16, uenient similiter .2250. pro quadrato lineę .*bh*.: deinde ut perueniamus ad notitiam lineę .*dh*., inueniam cathetum trigoni .*dba*. cadentem á puncto .*d*. super latus .*ba*.; quod sic fit: ex quadrato, quod fit ex .*da*., auferam quadratum ex .*db*., scilicet 289 de 361, remanebunt .72. diuidenda per latus .*ba*., quod est radix de .160.; quare quadratum de 72, quod est 5184, diuidam per 160, et ueniet $\frac{2}{5}$ 32.; quibus additis cum 160, uenient $\frac{2}{5}$ 192.: de quibus si auferatur du-

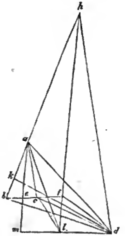
« .ac.; ex quibus .... de 196., remanent » (fol. 109 recto, lin. 22 29 e 30; pag. 172, lin. 8-15).



« altitudo pyramidis .... .dcb. fuerit » (fol. 109 verso, lin. 1 3 e 4, e margine superiore; pag. 172, lin. 21-23).



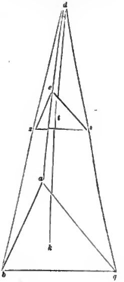
« sicut .be. .... quod fit » (fol. 109 verso, lin. 16-32; pag. 172, lin. 34 — pag. 173, lin. 6).



plum radicis multiplicationis de $\frac{2}{5}$ 32 in 160.; quod duplum est .144., remanebunt $\frac{2}{5}$ 48. pro quadrato dupli minoris casus, qui sit *.bk.*; quare quadratum ex *.bk.* erit $\frac{4}{10}$ 12, scilicet quartum de $\frac{2}{5}$ 48; quibus $\frac{4}{10}$ 12 extractis de quadrato lineȩ *.db.*, remanebunt $\frac{9}{10}$ 276 pro quadrato catheti *.dk.*: deinde ut habeamus notitiam lineȩ *kh.*, addam quadratum ex *.bk.* cum quadrato, quod fit á *.bh.*, scilicet $\frac{4}{10}$ 12 cum 2250, erunt $\frac{4}{10}$ 2262; ex quibus auferam duplum radicis eius, quod fit ex $\frac{4}{10}$ 12 in 2250; quod duplum est .330., remanebunt $\frac{4}{10}$ 1932 pro quadrato lineȩ *.kh.*: cui si addatur quadratum ex *.dk.*, scilicet $\frac{9}{10}$ 276, uenient .2209. pro quadrato lineȩ *.dh.*; quare *.dh.* est 47.: deinde ut inueniamus cathetum|trigoni *.dfh.* cadentem á puncto *.d.* super latus *.fh.*, quod est .45.; et latus *.df.* est .8., operabimur suprascripto modo; et inueniemus, ipsum cathetum cadere extra lineam *.hf.* secundum quantitatem de $\frac{1}{3}$ 1; qui casus esto *.fl.*; et auferatur quadratum ex *.fl.*, quod est $\frac{7}{9}$ 1, ex quadrato ex *.d.f.*, quod est .64., remanebunt $\frac{2}{9}$ 62 pro quadrato lineȩ *.dl.*, scilicet cathetum pyramidis *.abcd.* Quod idem inuenies, si ex quadrato lateris *.dh.* auferatur quadratum casus *.hl.*; uel si ex quadrato lineȩ *.dc.* auferatur quadratum lineȩ *.cl.*; et est quadratum lineȩ *.cl.* equale duobus quadratis linearum *.ef. fl.*: uel aliter protraham lineam *.ae.* in puncto *.m.*; et sit *.em.* equalis *.fl.*; quare tota *.am.* erunt $\frac{1}{3}$ 13.; et copulabo *.lm.*, que erit equalis ex *.ef.*, que est .11.: addam quadrata linearum *.am* et *ml.*, et babebo quadratum lineȩ *.al.*: quod si auferam ex quadrato lineȩ *.da.*, scilicet ex .361., remanent similiter $\frac{2}{9}$ 62 pro quadrato catheti *.dl.* Ex hoc ergo patet, quod recta *.dl.* orthogonaliter stat super planum *.fbh.*, cum faciat rectos angulos cum lineis *.lh. la. lc.*: deinde si cathetum *.dl.* multiplicauerimus per tertiam trigoni *.abc.*, que est .18., habebimus .20160 pro quadrato embadi totius pyramidis *.abcd.*; et sic in omnibus pyramidibus procedere studeas: potes etiam ad notitiam altitudinum omnium pyramidum cum instrumentis supradictis arundinum, uel cum filo, et plumbo uerissime peruenire. Et si basis alicuius pyramidis fuerit quadrilatera, aut multilatera, non minus tertia suȩ altitudinis, in totam basim erit multiplicanda; quia si basis, quodcumque sit laterum, in trigona diuisa fuerit; et ab angulis ipsorum triangulorum ad punctum altitudinis pyramidis recte protrahantur, resoluetur itaque tota pyramis in tot pyramides habentes bases triangulas, quot fuerint trianguli protracti in ipsa base; et erit altitudo omnium pyramidum una. Quare si tertia pars ipsius altitudinis ducatur in aream uniuscuiusque trianguli, hoc est in totam basim diuisȩ pyramidis, nimirum embadum omnium pyramidum resolutorum, scilicet totius pyramidis, habebitur. Et si ab aliqua piramide auferatur pyramis aliqua per superficiem equidistantem sue basi; et uolueris scire embadum residui; quod curta, siue decurtata pyramis nuncupatur. Ex embado totius pyramidis embadum abscisȩ pyramidis tolle: et quod remanserit, erit embadum decurtatȩ pyramidis. Verbi gratia: si ex pyramide *.dabg.*, cuius basis est trigonum *.abg.*, auferatur pyramis *.dezi.*, cuius basis, scilicet trigonum *.ezi.*, sit equidistans basi *.abg.*; et uolumus embadum curtȩ pyramidis *.abgezi.* inuenire. Ex embado quidem pyramidis| *.dabg.* tollemus embadum pyramidis *.dezi.*; et quod residuum fuerit, erit embadum decurtatȩ pyramidis *.abgezi.*: uel aliter, quoniam trigonum *ezi.* equidistans est trigono *.abg.*; et sunt latera trigoni *.ezi.* secantia superficies *.dab.* et *.dbg.* et *.dga.*, erunt etiam et latera ipsorum trigonorum equidistantia; latus quidem *.ez.* lateri *.ab.*, et latus *.ei.* lateri *.ag.*: similiter et latus *.zi.* lateri *.bg.*: et quoniam

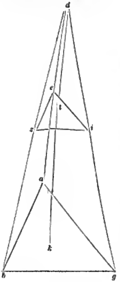
fol. 110 *recto.*

« si cathetum . . . cuius basis » (fol. 110 *recto*, lin. 15-33; pag. 173, lin. 21-37).



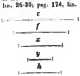
fol. 110 *verso.*

ᵃ equidistantia .... trigonorum *.abg.* ᵃ (fol. 110 *verso*, lin. 5-25; pag. 173, lin. 42 — pag. 174, lin. 17).



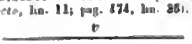
in trigonis *.dab.* et *.dag.* et *.dbg.* protracte sunt recte *.ez. ei. zi.* equidistantes basibus *.ab. ag. bg.*, erunt anguli exteriores equales oppositis et interioribus angulis, siquidem qui sub *.dez.* angulo qui sub *.dab.*, nec non et anguli qui sub *.dze.* et *.dzi.* et *diz.* et *.die.* et *.dei.* angulis qui sub *.dba.* et *.dbg.* et *.dgb.* et *.dga.* et *.dag.* sunt equales. Sunt enim et anguli *.zei.* et *.eiz.* et *ize.* equales angulis *.bag.* et *.agb.* et *.gba.*, cum superficies *.ezi.* equidistet superficiei *.abg.* Quare anguli solidi qui ad *.e.* et *.z.* et *.i.* pyramidis *.dezi.* equantur angulis solidis, qui sunt ad *.a.* et *.b.* et *.g.* Vnde patet, pyramidem *.dezi.* similem esse toti pyramidi *.dabg.* Similes ergo pyramides ad se inuicem sunt in triplici proportione similium laterum: quare proportio pyramidis *.dabg.* ad pyramidem *.dezi.* est proportio triplicata lateris *.bg.* ad latus *.zi.*; quare ponamus esse sicut *.bg.* ad *.zi.*, ita quantitas *.c.* ad *.f.*; et sicut *.c* ad *f.*, ita *.f.* ad *x.* et *x.* ad *.y.*; et erit *.c.* ad *.y.* proportio triplicata lateris *.bg.* ad latus *.zi.* Quare est sicut *.c.* ad *.y.*, ita pyramis *.dabg.* ad pyramidem *.dezi.* : auferatur quidem ex quantitate *.c.* quantitas *.y.*, et remaneat quantitas *.h.*; erit deinceps sicut *.c.* ad *.y.*, ita quantitas *.h.y.* ad quantitatem *.y.* Ergo est sicut quantitas *.h.y.* ad quantitatem *.y.*, ita pyramis *.dabg.* ad pyramidem *.dezi.*: erit ergo disiunctim sicut *.h* ad *y*, ita curta pyramis *.abgezi.* ad pyramidem *.dezi.* Vnde si latera trigonorum *.abg.* et *.ezi.*; et altitudo pyramidis *.dabg.* erunt nota, erit siquidem notum, per ea que dicta sunt, embadum curtę pyramidis *.abgezi.* Que ostendantur cum numeris. Sit latus *.ab.* 13., et *.ag.* 15., et *.bg.* 14.; et altitudo pyramidis *.dabg.*, que sit recta *.dk.*, sit .24.; et super dimidio laterum *.da. db. dg.* transeat superficies trigoni *.ezi.*; et erit latus *.ez* .$\frac{1}{2}$ 6; et latus *ei.* $\frac{1}{2}$ 7; latus quoque *.zi.* erit .7.; et cathetum *.dk.* ponamus .24., que secta est á superficie *.ezi.* in duo media in puncto *.t.* Et ponamus quantitatem *.c.* esse .8.; et quia latus *.bg.* duplum est lateri *.zi.*, erit quantitas *.c.* duplum quantitatis *.f.*, et *f* quantitatis *.x.*, nec non et *x.* duplum est quantitatis *.y.*; quare *.f.* est .4., et *.x.* 2., et *.y.* est .1.; et tollatur ex quantitate *.c.* equalis | quantitati *.y.*, scilicet .1. de 8, remanebunt .7. pro quantitate *.h.*: et quia innenimus esse sicut *.h.* ad *.y.*, ita pyramis curta *.abgezi.* ad pyramidem *.dezi.* Est enim *.h.* septuplum ex *.y.*; quare decurtata pyramis *.abgezi.* est septuplum pyramidis *.dezi.* Sed pyramis *.dezi.* est .84., que proueniunt ex ductu tertię partis altitudinis *.dt.*, que est .4., in triangulum *.ezi.*, qui est .21. Quare si multiplicauerimus .84. per .7., habebimus .588. pro embado curtę pyramidis *.abgezi.*: uel si ex tota pyramide *.dabg.*, que est 672.; que proueniunt ex ductu tertię partis altitudinis *.dk.*, que est .8., in triangulum *.abg.*, qui est .84., extraxerimus .84., scilicet pyramidem *.dezi.*, remanebunt similiter 588 pro pyramide *.abgezi.*

ᵃ et *.ezi.* .... et latus ᵃ (fol. 111 *verso*, lin. 26-30; pag. 174, lin. 17-22).



f. 111 r.

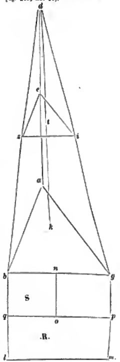
ᵃ Adiaceat .... auferatur ᵃ (fol. 111 *recto*, lin. 11; pag. 174, lin. 35).



Adiaceat rursus pyramis *.dabg.*, cuius summitas sit *.d.*; et auferatur á pyramide *.dabg.* pyramis *.dezi.* cum superficie *.ezi.* equidistante basi *.abg.*; et protrahatur in ea á puncto *.d.* cathetus *.dtk.* Dico quod embadum curtę pyramidis *.abgezi.* prouenit ex ductu tertię partis altitudinis ipsius, que est *.ek.*, in summam arearum basis, et capitis illius, et superficiei, que est in proportione media inter superficiem basis, et superficiem capitis. Quod sic probatur: super rectam quidem *.bg.* ordinabo superficiem rectiangulam *.bm.* equalem superficiei trianguli *.abg.*; et ponam lineam *.ng.* equalem lineę *.z.i.*; et applicabo super rectam *.ng.* superficiem rectiangulam *.nopg.*

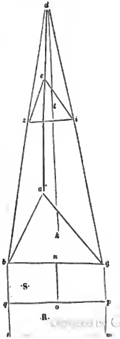
equalem superficiei trianguli *.ezi.*; et ducam rectam *.po.* in *.q.* Dico primum, superficiem *.np.* similem esse superficiei *.bm.* Quod sic probatur: quoniam, ut in antecedente figura, trigona *.abg.* et *.ezi.* demonstrata sunt equiangula esse, erunt etiam propter hoc sibi inuicem similia. Similia uero trigona in duplici proportione sunt similium laterum. Latera quidem *.bg.* et *.zi.* sibi inuicem sunt similia; quare proportio trigoni *.abg.* ad trigonum *.ezi.* est duplicata lateris *.bg.* ad latus *.zi.*: sit itaque sicut *.bg.* ad *.zi.*, ita *.zi.* ad *.u.*; quare est sicut *.bg.* ad *.v.*, ita trigonum *.abg.* ad trigonum *.ezi.* Sed trigono *.abg.* equalis est superficies rectiangula *.bm.*, et trigono *.ezi.* equalis superficies *.np.* Quare erit sicut *.bg.* ad *.v.*, ita superficies *.bm.* ad superficiem *.np.*: et est *.ng.* equalis rectę *.zi.* Vnde est sicut *.bg.* ad *.ng.*, ita *.ng.* ad *.v.* Et quando tres recte continue proportionales sunt, erit sicut prima ad tertiam, ita figura, que est á prima, ad figuram que est ad secundam similem, et similiter descriptam. Vnde est sicut *.bg.* ad *.v.*, ita quadrilaterum *.bm.* ad quadrilaterum descriptum á linea *.gn.* simile quadrilaterum *.bm.* Vnde si quadrilaterum *.np.* non est simile quadrilatero *.bm.*, describentur super lineam *.ng.*, et in angulo *.ngm.* aliud quadrilaterum, quod erit | maius, uel minus quadrilatero *.np.*: ad quod quadrilaterum *.bm.* descriptum f. 111 v.
á linea *.bg.* haberet proportionem eam quam habet *.bg.* ad *.v.* Sed sicut *.bg.* ad *.v.* ita demonstratum est quadrilaterum *.bm.* ad quadrilaterum *.np.*: ergo quadrilaterum *.bm.* ad duo diuersa haberet eandem proportionem; quod est inconueniens. Simile est ergo quadrilaterum *.np.* quadrilatero *.bm.*, ut predixi. Similes quidem superficies circaequales angulos latera habent proportionalia. Vnde est sicut *.bg.* ad *.gm.*, ita *.ng.* ad *.gp.*: permutatim ergo est sicut *.bg.* ad *.ng.*, ita *.mg.* ad *.pg.* Sed sicut *.mg.* ad *.pg.*, ita superficies *.bm.* ad superficiem *.bp.*; et etiam sicut *.bg.* ad *.ng.*, hoc est sicut *.mg.* ad *.pm.*, ita superficies *.bp.* ad superficiem *.pn.*; ergo est sicut superficies *.bm.* ad superficiem *.bp.*, ad superficiem *.pn.* Quare superficies *.bp.* est media in proportione inter superficiem *.bm.*, et superficiem *.pn.*, hoc est inter superficiem *.abg.*, et trigonum *.ezi.* Quare ostensum est quod multiplicatio tertię partis *.tk.* in coniunctum ex superficiebus trigonorum *.abg.* et *.ezi.*, et superficiei *.bp.*, hoc est in coniunctum ex superficiebus *.bm.* et *.bp.* et *.pn.* faciat embadum abscisionis *.eziabg.*: primum quidem manifestum est quod embadum totius pyramidis *.dabg.* habetur ex multiplicatione tertię partis altitudinis *.dk.* in superficiem trianguli *.abg.*, hoc est in superficiem *.bm.*; ergo ex ductu *.dk.* in superficiem *.bm.* prouenit triplum areę pyramidis *.dabg.* Sed multiplicationi *.dk.* in superficiem *.bm.* equales sunt multiplicationes ex *.dt.* et *.tk.* in superficiem *.bm.*; ergo ex multiplicationibus *.dt.* in *.bm.*, et ex *.tk.* in *.bm.* prouenit triplum areę pyramidis *.dabg.*: de quo triplo si auferatur triplum areę pyramidis *.dezi.*; quod triplum habetur ex ductu *.dt.* in superficiem trianguli *.ezi.*, hoc est in superficiem *.np.*, remanebit multiplicatio ex *.tk.* in superficiem *.bm.*, et ex *.dt.* in superficiem .R. et S. pro area tripli curtę pyramidis *.eg.*: his itaque demonstratis, copulabo rectas *.bk.* et *.zt.*, que erunt in superficie trianguli *.dkb.*; et erunt rectę *.bk.* et *.tz.* equidistantes. Quare est sicut *.bd.* ad *.zd.*, ita *.kd.* ad *.dt.* Sed sicut *.bd.* ad *.zd.*, ita *.bg.* ad *.ng.*, et *.mg.* ad *.pg.*: quare diuisum erit sicut *.bn.* ad *.ng.*, uel sicut *.mp.* ad *.pg.*, ita *.kt.* ad *.dt.* Sed sicut *.mp.* ad *.pg.*, ita superficies *.qm.* ad superficiem *.bp.*; quare multiplicatio *.tk.* in superficiem *.bp.*

« a pyramide .... quod erit » (fol. 111 *recto*, lin. 12-35; pag. 174, lin. 36 — pag. 175, lin. 16).

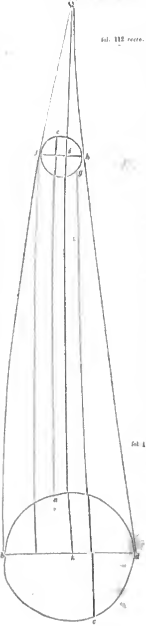


« maius, uel .... superficiem *.bm.*, et » (fol. 111 *verso*, lin. 1-24; pag. 175, lin. 16-37).

v



« curtam pyramidem ... erit .2.; qua » (fol. 112 verso, lin. 2-35; pag. 176, lin. 37 — pag. 177, lin. 22).



equalis est multiplicationi ex .dt. in superficiem .R., hoc est in superficiem .qm. Rursus quia est sicut .bn. ad .ng., ita .tk. ad .dt.; et est sicut .bn. ad .ng., ita superficies .S., hoc est superficies .bo., ad superficiem np.: quare multiplicatio ex .tk. in superficiem .np. equatur multiplicationi ex .dt. in superficiem .S.; ergo multiplicatio ex .t k. in coniunctum ex superficiebus .bp. et .pn. [fol. 112 recto.] | equalis est multiplicationi .dt. in superficiem .R. S.: communiter adiaceat factum ex .tk. in superficiem .bm., erit multiplicatio .tk. in superficies .bm. bp. et .pk. equalis multiplicationi .tk. in .bm., et ex .de. in superficies .R.S. Sed ex multiplicatione .tk. in superficiem .bm., et ex .dt. in superficies .rs. prouenit triplum aree curte pyramidis .eg.; ergo ex ductu .tk. in superficies .bm. bp. pm., hoc est in superficies trigonorum .abg. ezi., et in superficiem .bp., que est media inter ipsa trigona, prouenit triplum embadi abscise pyramidis .eg. Quare multiplicatione tertie partis ex .tk. in superficies trigonorum .abg. et .ezi., et in superficiem .bp. prouenit embadum proposite abscisionis pyramidis; et hoc est quod uolui demonstrare. Et si numeris utilibet. Esto latus .bg. palmorum .12.; cathetus cadens in triangulo .abg. à puncto .a. super latus .bg. sit .15.; latus quoque .zi. sit .4.; altitudo quidem .tk. esto 12. Quare erit sicut .3. ad .1., ita .bg. ad .z.i.: triplum est enim latus .bg. lateris .z.i.; et est sicut .bg. ad .zi., ita .z.i. ad .v.; quare .bg. nonuplum est ex .v.: et quia est sicut .bg. ad .v., ita superficies trigoni .abg. ad superficiem trigoni .ezi. Superficies ergo trianguli .abg. est nonupla trianguli .ezi. Nam superficies trianguli .abg. est palmorum .90. quadratorum, qui colliguntur ex ducto catheto predicto in dimidium basis .bg.: quare nona pars de palmis .90., scilicet .10., est area trianguli .ezi.; superficies uero cadens inter triangulum .abg., et triangulum .ezi., in proportione media est .30.; quia est sicut 90 ad 30., ita 30 ad .10. Collectis itaque his tribus superficiebus in unum, scilicet 90 et 30 et 10., faciunt .130.; quibus ductis per tertiam .tk., scilicet per 4., ueniunt palmi cubici. 520. pro area curte pyramidis .eg. Ad quam etiam summam ueniemus, si ex toto pyramide .dabg. auferamus pyramidem .dezi.; quod sic fit. Quoniam est sicut .bg. ad .zi., hoc est sicut .bg. ad .ng., ita .dk. ad .dt.: disiunctim ergo erit sicut .bn. ad .ng., ita .kt. ad .td.: quare si multiplicauerimus .ng. per .kt., hoc est .4 per 12., et diuiserimus per .ba., hoc est per 8., ueniunt .6. pro catheto .dt.; quare tota .dk. erit .18.; ex quibus tertia ducta in trigonum .abg., scilicet in .90., ueniunt .540. pro embado totius pyramidis .dabg.; de quo embado si auferatur embadum pyramidis .dezi., scilicet .20., que proueniunt ex ducta tertia catheti .dt. in triangulum .ezi., scilicet de .2. in .10., remanebunt .520., ut supra, pro embado curte pyramidis .eg. Similiter ostendetur eisdem demonstrationibus, si basis alicuius curte pyramidis fuerit quadrilatera, uel multilatera, [fol. 112 vers.] uel circularis, ex eis | omnia que dicta sunt euenire; tamen ut hoc opus magis perfectum sit, quandam curtam pyramidem habentem basem, et caput circulares proponamus.

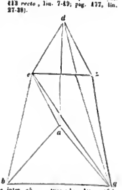
Esto quidem pyramis curta .ec., cuius basis sit circulus .abcd., et eius caput sit circulus .efgh., et altitudo eius sit linea .ik., cuius termini sunt centra circulorum predictorum; et protrahantur dyametri ipsorum .bd. et .fh.; et sint ipsi circulj sibi inuicem equidistantes. Quare multiplicabitur tertia ex .ik. in summam superficierum circulorum .abcd. et .efgh.; et eius superficiei, que est media in proportione utriusque

circulj. Verbi gratia: semi .*bd*. pone inter utrumque in proportione media semidyametrum .*bk*. et .*i.f.l.m*. lineam, cuius spatio circinetur circulus .*mno*. Dico primum, circulum .*mno*. cadere in proportione media inter circulum .*abc*., et circulum .*efg*. Probatio. Quoniam est sicut .*bk*. recta ad rectam .*lm*., ita recta .*lm*. ad rectam .*if*. Quare erit sicut .*bk*. ad .*fi*., ita quadratum ex .*bk*. ad quadratum ex .*lm*. Sed sicut quadratum ex .*bk*. ad quadratum ex .*ml*., ita quadratum dyametri .*bd*. ad quadratum dyametri .*pm*. Est enim sicut quadratum dyametri .*bd*. ad quadratum dyametri .*pm*., ita circulus .*abcd*. ad circulum .*mnpo*.: ergo est sicut quadratum semidyametri .*bk*. ad quadratum semidyametri .*ml*., ita circulus .*abc*. ad circulum .*mno*.; et quia est sicut .*bk*. ad .*lm*., ita .*lm*. ad .*if*. erit sicut quadratum ex .*bk*. ad quadratum ex .*n.q.m*., ita quadratum ex .*lm*. ad quadratum ex .*if*. Quare est sicut quadratum ex .*ml*. ad quadratum ex .*if*., ita circulus .*abc*. ad circulum .*omn*. Est etiam et sicut quadratum ex .*lm*. ad quadratum ex .*if*., ita circulus .*omn*. ad circulum .*ofg*. Ostensum est enim esse sicut quadratum ex .*mb*. ad quadratum ex .*if*., ita circulus .*abc*. ad circulum .*omn*.; ergo est sicut circulus .*abc*. ad circulum .*omn*., ita circulus .*omn*. ad circulum .*efg*.; ergo circulus .*omn*. medius est in proportione inter circulum .*abc*., et circulum .*efg*.; et hoc uolui demonstrare. Et ut habeamus summam super ex horum suma trium circulorum, aggregabimus quadrata semidyametrorum .*bk. ml. fi*. in unum; et quod prouenerit, ducemus in $\frac{1}{7}$ 3., et habebimus summam arearum ipsorum trium circulorum; quam si duxerimus in tertiam altitudinis .*ik*., habebimus embadum curtę pyramidis .*ec*. Que ostendantur cum numeris. Sit semidyameter .*bk*. 4., et semidyameter .*if*. sit .1. Quare semidyameter .*lm*. erit .2.;quia | est sicut .4. ad .2., ita .2. ad .1.; et aggregemus quadrata horum trium semidyametrorum, scilicet .16. et .4. et .1., erunt .21.; quibus ductis in $\frac{1}{7}$ 3., uenient .66.; quibus ductis in tertiam altitudinis .*ik*., que sit .5., uenient pro embado totius pyramidis .*eo*. 330. Et si uolumus supplere totam pyramidem .*qabcd*., intelligemus, trigonum .*qbd*. secare pyramidem .*qabcd*. in duo equa, in cuius superficie est cathetus .*ik*.: quo catheto protracto in .*q*., erit linea *kq*. cathetus trianguli .*qbd*.; in quo si protrahamus lineam .*fr*. equidistantem lineę .*ik*., erit linea .*fr*. equalis lineę .*ik*., cum equidistans sit linea .*fi. ke. bk*.; et erit .*rk*. equalis lineę .*fi*.; et trigona .*qif*. et .*frb*. erunt sibi inuicem similia. Vnde si extraxerimus .*kr*., hoc est .*if*. ex *kb*., remanebit .*br*. 3.: et quia est sicut .*br*. ad .*rf*., ita .*fi*. ad .*iq*.: si multiplicamus .*rf*. per .*if*., et diuiserimus per .*br*., uenient .5. pro catheto .*qi*. Quare tota .*qk*. est 20., que est altitudo pyramidis .*qabcd*.

fol. 113 *recto*.

Demonstrabo rursus aliter quomodo ex ductu altitudinis cuiuscumque pyramidis decurtatę in summam superficierum basis et capitis ipsius, et eius superficiei, que media est in proportione inter utramque, egrediatur triplum ipsius pyramidis decurtatę. Ad quod demonstrandum, adiaceat pyramis decurtata .*abgdez*., cuius basis sit triangulus .*abg*. maior; et eius caput sit triangulus .*dez*. minor equidistans basi. laceat quidem inter .*ab*. et .*de*. in proportione media recta .*it*., et triangulus .*kit*. similis unicuique triangulorum .*abg*. et .*dez*.; et erit sicut .*ab*. prima ad .*de*. tertiam, ita trigonum .*abg*. ad trigonum .*kit*. Sit rursus sicut .*it*. ad .*de*., hoc est sicut .*ab*. ad .*it*., ita .*de*. ad .*i*.: permutatim erit sicut .*bg*. ad .*de*., ita .*it*. ad .*i*. Sed sicut .*it*. ad .*b*., ita trigonum .*kit*. ad trigonum .*dez*.; ergo equale est sicut trigonum .*abg*. ad trigonum

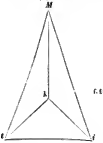
ᵉ .*kq*. cathetus .... laceat quidem » (fol. 113 *recto*, lin. 7-19; pag. 177, lin. 27-38).



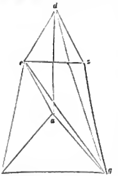
ᵉ inter .*ab*. ...., triangulus .*kit*. » (fol. 113 *recto*, lin. 20; pag 177, lin. 39).



« ad *.de.* tertiam .... *.eg.* et *dg.*; et » (fol. 113 *recto*, lin. 22-31; pag. 177, lin. 40 — pag. 178, lin. 3).



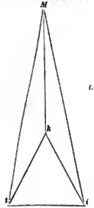
« tractus eorum . . . . ad pyra|midem » (fol. 113 *verso*, lin. 4-16, 17; pag. 178, lin. 11-22).



« pyra|midem *.gedz.* . . . . diuisa est » (fol. 113 *verso*, lin. 16 e 17; pag. 178, lin. 22 e 23).



« recta *.ab.* .... et earum » (fol. 113 *verso*, lin. 19-33; pag. 178, lin. 24-37).



kit., ita trigonum *.kit.* ad trigonum *.dez.*; ergo trigonum *.kit.* est in proportione media inter trigonum *.abg.*, et trigonum *.dez.* Eleuetur siquidem super trigonum *.kit.* cathetus *.km.* equalis catheto cadenti inter triangulum *.daz.*, et triangulum *.abg.*; et copulentur recte *.mi.* et *.mt.*; et erit altitudo pyramidis *.mkit.* equalis altitudini pyramidis decurtatę *.abgdez.* De inde protrahantur recte *.ae.* et *.eg.* et *.dg*; et fieut in dicta pyramide decurtata tres pyramides continue proportionales, quarum maior est pyramis *.abge.*, media *.agde.*, minor uero *.dgze.* Quod sic probatur. Quouiam linee *.de.* et *.ab.* equidistantes sunt; et in eis sunt trigoua *.abe.* et *.ade.*, erit altitudo utriusque trianguli una; | quare erit sicut *.ab.* ad *.de.*, ita trigonum *.abe.* ad trigonum *.ade.*; ita pyramis *.gabe.* maior ad pyramidem *.gade.* mediam. Sunt enim ambe pyramides sub altitudine una, que est á *.g.* puncto; quia est sub tractus eorum ad planum *.dabe.*; ergo est sicut *.eba.* ad *.de.*, ita pyramis *.gab.* ad pyramidem *.gdae.* Rursus quia equidistantes sunt recte *.ag.* ad *.dz.*, ita trigonum *.agd.* ad trigonum *.gdz.* Sed sicut trigonum *.agd.* ad trigonum *.gdz.*, ita pyramis *.eagd.* media ad pyramidem *.edgz.* minorem, cum sint sub una altitudine: habent enim caput unum, quod est *.e.*; et bases eorum sunt in uno plano, scilicet in eo, iu quo est quadrilaterum *.dagz.*; ergo est sicut *.ag.* ad *.dz.*, ita pyramis *.edg.* ad pyramidem *.edgz.* minorem. Sed sicut *.ag.* ad *.dz.*, ita *.ab.* ad *.de.*, cum trigona *.abg.* et *.dez.* sint equidistantia. Ostensum est etiam et sicut *.ab.* ad *.de.*, ita pyramis *.gab.* maior ad pyramidem *.gade.* mediam; et est etiam sicut *.ab.* ad *.de.*, hoc est sicut *.ag.* ad *.dz.*, ita pyramis *.gade.* media ad pyramidem *.gdez.* minorem. Quare est sicut pyramis *.eabg.* ad pyramidem *.eagd.*, ita pyramis *.eagd.* ad pyramidem *.gedz.* Quare tota pyramis *.abgdez.* decurtata diuisa est in tres pyramides continue proportionales, in ea uidelicet, in qua est recta *.ab.* ad rectam *.de.*: sed sicut *.ab.* ad *.de.*, ita fuit triangulus *.abg.* ad triangulum *.kit.* Sed sicut triangulus *.abg.* ad triangulum *.kit.*, ita pyramis *.eabg.* ad pyramidem *.mkit.*: sunt enim ambe sub equalj altitudine; ergo est sicut *.ab.* ad *de.*, ita pyramis *.eabg.* ad pyramidem *.mkit.* Demonstratum est etiam sicut *.ab.* ad *.de.*, ita piramis *.eabg.* ad pyramidem *.gdae.*; ergo pyramis *.eabg.* ad duas piramides, que sunt *.mkit.* et *.gdae.*, eandem proportionem habent: quare equalis est pyramis *.mkit.* pyramidi *.gade.* Quare erit sicut pyramis *.gdae.* ad pyramidem *.gdez.*, hoc est sicut *.ab.* ad *.de.*, ita pyramis *.mkit.* ad pyramidem *.gdez.*: pyramides ergo *.eabg.* et *.mkit.* et *.gdez.* continue proportionales sunt, et sub equalj altitudine, nec non et toti pyramidi *.abgdez.* equantur. Vnde si ducatur altitudo eorum iu bases ipsorum, scilicet in trigona *.abg.kit.dez.*, nimirum triplum ipsorum pyramidum, hoc est totius decurtatę pyramidis *.abgdez.* deueniet; et hoc est quod uolui demonstrare.

f. 113 v.

Explicatis his que ad areas cubicas pyramidum, et earum partium pertinent.

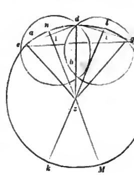
Nunc tractemus de his que spectant ad mensurationem, et earum partium.

SI infra speram summatur punctus, á quo quatuor recte sibi inuicem equales | ad superficiem sperę concurrant: et termini ipsarum non sint in una superficie plana; punctus erit centrum sperę. Verbi gratia: sit spera *.ab.*; et in ipsa sit punctus *.z.*, á quo protracte sint quatuor recte *.zb. zg. zd. ze.* sibi inuicem equales; et non sint puncta *b.g.d.e.* in una superficie plana. Dico, punctum *.z.* esse centrum sperę *.ab.*

f. 114 r.

Probatio: protrahantur á puncto .*b*. iu puneta .*g*.*d*.*e*. recte .*bg*. *bd*. *b e*.; et copulentur recte .*dg*. *de*., et erunt omues iste recte infra speram. Et quoniam omne trigonum, ut in undecimo habetur Euclidis, est in uno plano, erunt puncta .*b*.*g*.*d*. in uno plano; et puncta .*b*.*d*.*e*. in alio; eirca que puncta circinentur circulj .*bgd*.et .*bde*.; et á puncto.*z*. ad plana circulorum .*bgd*. *bde*. perpendiculares protrahantur *zi*. *zt*., et emittantur ab utraque parte in puncta .*k*.*l*.*m*.*n*.; et per punctum recte pxotrahatur .*ib*. *ig*. *id*. Et quoniam .*zi*. stat orthogonaliter super planum circuli .*b*.*g*.*d*., erunt siquidem anguli .*zib*. et .*zig*. et .*zid*. recti: et quia recte .*zb*. *zg*. *zd*. sibi inuicem equales sunt; et in comune iacet recta .*zi*.; erit itaque reete .*ib*. et .*ig*. et .*id*. sibi inuicem. Quare nt in Evclide habetur, .*i*. punctus ceutrum est circulj .*bgd*.: et quouiam .*kl*. transit per centrum cireuli .*bgd*. orthogoualiter, erit ipsa .*kl*. dyameter sperę; et puncta .*k*.*l*. erunt poli circuli .*bgd*., ut in libro miles. et teodosii probatum est; propter quod in linea .*kl*. est eentrum sperę. Similiter ostendetur, punctum .*t*. esse centrum circulj .*bde*.; propter quod et linea .*mn*. probatur esse dyameter sperę .*a b*.; quare in recta .*mn*. est centrum sperę: et quia .*z*. punetus est in utroque dyametro .*kl*. et .*mn*., patet ipsum esse centrum sperę, ut predixi.

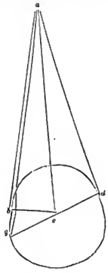
« erunt siquidem .... utroque dyametro » (fol. 114 recto, lin. 13-23; pag. 179, lin. 7-15).



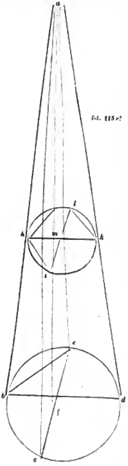
Cvm linea que protrahitur ex puncto capitis omnis pyramidis columnę ad eentrum basis eius perpendicularis super basim ipsius; tunc linee rectę, que protrahuntur ex puneto eapitis eius ad circulum eontinentem superficiem basis eius sunt equales: et multiplicatio unius linearum que protrahuntur ex capite eius ad eirculum coutinentem basim eius in medietatem circuli eontinentis basi eius est embadum superficiei pyramidis columnę, hoc est eius que est inter punetum capitis, et lineam contiuentem circulum basis. Verbi gratia: esto pyramis columnę .*abgd*., cuius summitas sit .*a*.; et eius basis sit eirculus .*bgd*., cuius centrum est .*e*.; et linea .*ae*. orthogonaliter erecta sit super planum eirculi .*bgd*.; et á puncto .*a*. ad liueam coutinentem circulum .*bgd*. per superficiem pyramidis .*abgd*. protrahatur quotcumque recte .*ab*. *ag*. *a d*. Dico quidem, reetas .*ab*. *ag*. *ad*. sibi inuicem | equales esse. Probatio: protrahautur á centro .*e*. recte .*eb*. *eg*. *ed*.; que omnes sibi inuicem equales sunt á eentro. Et quoniam .*ae*. perpendicularis est super planum circuli .*bgd*., erunt anguli .*aeb*. et .*aeg*. et .*aed*. recti. Quare orthogonia sunt trigona .*aeb*. et .*aeg*. et .*aed*., et babent bases equales, que sunt .*eb*. *eg*. *ed*.; et latus .*ae*. est comune eis. Quare latera subteudentia angulos rectos, que sunt .*ab*. *ag*. *ad*. sibi inuicem sunt equalia: et propter hoc est manifestum, quod omnes rectę, que protrahi possunt ab .*a*. ad lineam eireunferentem .*bgd*., equantur linee .*ab*. Item dico, quod ex ductu .*ab*. in dimidium lineę circunferentis .*bgd*. prouenit area superficiei pyramidis .*abgd*., que est á eirculo basis .*bgd*. usque ad summitatem eius: si non fuerit ita, tuuc sit multiplicatio lineę .*ab*. iu quantitatem longiorem, aut breuiorem medietate circunferentię circuli .*bgd*. ipsum embadum superficiei pyramidis .*abgd*.; et sit quantitas .*iz*.; et duplum .*iz*. est lougius circulo .*bgd*. Ergo faciam super circulum .*bgd*. figuram rectilineam habentem latera, et angulos equales contiuentem ipsum; et sint latera eius aggregata, minus duplo lineę .*iz*., que sit figura .*tkl*.: et protraham lineas *at*. *a k*. *al*.; et ostendam, lineam .*ab*. perpendicularem esse super lineam .*bk*. hoc modo: protraham lineam .*et*., et erunt quadrata linearum .*eb*. et .*bt*. equalia quadrato lineę .*et*. Comune adiaceat quadratum

fol. 114 verso.

« equales esse .... lineam .ab. » (fol. 114 verso, lin. 1-17; pag. 179, lin. 27-42)



« cadentibus super .... copulabo rectas » (fol. 115 recto, lin. 7, 8-35, e margine inferiore; pag. 180, lin. 21 — pag. 181, lin. 2).



perpendicularis *.ae.*, erunt quadrata linearum *.ae.* et *.et.*, hoc est quadratum *.at.* equalia quadratis linearum *.ae. eb. bt.*, hoc est quadratis linearum *.ab.* et *.bt.* Quare angulus *.abt.* rectus est; perpendicularis ergo est *.ab.* super lineam *.tk.*: similiter ostendetur, lineam *.ag.* perpendicularem esse super *.k. akl.*, et *.ad.* super lineam *.ti.*: et quia recte *.ab .ag. ad.* sibi inuicem equales sunt, ueniet ex multiplicatione unius earum, ut dicatur ex *.ab.*, in medietatem laterum trigoni *.tkl.* embadum superficiei pyramidis *.atkl.* maior superficie pyramidis *.abgl.*, cum contineat ipsam, scilicet eius, que est inter circulum *.bgd.*, et punctum *.a.*, cum contineat ipsam: et medietas laterum trigoni *.tkl.* est minus quantitate *.iz.*; ergo etiam fuit multiplicatio lineę *.ab.* id quod est minus linea *.iz.* est maior superficie pyramidis columnę; quod est impossibile: ergo non est possibile ut multiplicatio lineę *.ab.* in lineam, que sit longior medietate circulj *.bgd.*, sit embadum superficiei pyramidis *.abgd.* Rursus ponam lineam *.iz.* minorem medietate circunferentię circulj *.bgd.*; et si possibile est, ex ductu *.ab.* in *.iz.* proueniat area superficiei pyramidis *.abgd.*: quod si ita est, sequitur quod ex multiplicatione *.ab.* in medietatem circunferentię circulj *.bgd.* | proueniet superficies maioris pyramidis pyramide *.abgd.*, que sit pyramis *.acfh.*, cuius summitas sit *.a.*; et basis eius sit circulus *.fch.*: et describam in circulo *.fch.* figuram rectilineam *.cfh.* minime contingentem circulum *.bgd.*; et protraham á centro puncto *.e.* super lineam *.cf.* cathetum *.el.*, que diuidet lineam *.cf.* in duo equa; et copulabo rectas *.ac. al. af. ah.*; et per ea que dicta sunt ostendetur, linea *.al.* perpendicularis esse super lineam *.fc.*; et equales debet perpendicularibus cadentibus super rectas *.cf.* et *.fh.* á puncto *.a.*; et erit recta *.al.* maior quam *.ab.*, cum longior sit *.el.* quam *.eb.*; et medietas laterum figurę *.cfh.* est maior medietate lineę circunferentię circulj *.bgd.*; et medietas circulj *bgd.* est maior *.iz.*; et ex ductu *.al.* in medietatem laterum figurę rectilineę *.cfh.* prouenit area pyramidis *.acfh.*, cuius basis est trigonum *.cfh.*; et ex ductu *.ab.*, que est breuior, ex *.al.* in *.iz.*, que est breuior medietate laterum trigoni *.cfh.*, prouenit area maioris pyramidis *.acfh.*, cuius basis est circulus *.cfh.*; quod est inconueniens: suprascripta pyramis *.acfh.*, cuius basis est circulus continens pyramidem *.acfh.*, cuius basis est triangula. Non enim multiplicabitur linea *.ab.* per longiorem, aut breuiorem lineam circunferentię circulj *.bgd.*, ut proueniat inde area pyramidis *.abg.* Quare concluditur, quod ex ductu *.ab.* in medietatem circunferentię circulj *.bgd.* prouenit area superficiei pyramidis *.abgd.*, que est inter summitatem capitis eius, et circulum *.bgd.*; et hoc est quod nolui demonstrare. Vnde si ponamus perpendicularem *.ae.* 24., et semidyametrum *.eb.* 7., erit utique linea *.ab.* 25.; quam si duxerimus in medietatem circunferentię circulj *.bgd.*, que est .22., uenient 550 pro area superficiei pyramidis *.abgd.*

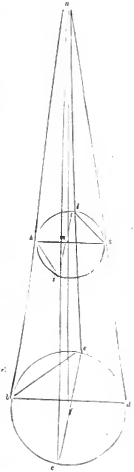
fol. 115 r°

SI superficies secat pyramidem columnę ad equidistantem basis ipsius, communis sectio superficiei et pyramidis erit linea continens circulum, per cuius centrum transibit axis pyramidis, que est linea recta ducta á sumitate pyramidis ad centrum circuli sue basis. Ad quod demonstrandum: Estu pyramis *.abcd.*, cuius summitas est *.a.*, et cuius basis est circulus *.bcde.*, cuius centrum est *.f.*; et secet ipsam pyramidem superficies *.hikl.*, que sit equidistans circulo *.bcde.* Dico, communem sectionem pyramidis *abcd.*, et superficiei *.hikl.* circulum esse. Probatio. Signabo super circulum *.bcd.*

duo puncta .*b.c.*; et sit arcus .*bc.* minor semicirculo; et protraham á punctis .*b.c.* dyametros .*bd. ce.*; et copulabo rectas | *ab. ac. ad. ae.* et .*be.*; et signabo super lineas .*ab.* et .*ac.* et .*ad.* et .*ae.* super comunem sectionem, quam habent ipse recte cum superficie .*kikl.* puncta *h.i.k.l.*: et quoniam trigona .*abd.* et .*ace.* sese inuicem secant super puncta .*a.f.*, comunis eorum sectio erit linea recta, que est linea cadens perpendiculariter ab .*a.* in .*f.*; ergo linea .*af.* est axis pyramidis .*abcd.*, quam secat superficies .*hikl.* super punctum .*m.* Rursus quoniam trigona .*abd.* et .*ace.* et .*abe.* secant duas superficies equidistantes .*bcde.* et .*hikl.*, erunt comunes earum sectiones equidistantes; hoc est recta .*hk.* equidistat recte .*bd.*, et recta .*il.* recte .*ce.*, et recta .*hi.* recte .*be.*: et quoniam in trigono .*abd.* protracta est recta .*hk.* equidistans basi .*bd.*, erit sicut .*a.b.* ad .*ah.*, ita .*bd.* ad .*hk.*. Est enim sicut .*ba.* ad .*ah.*, ita .*ac.* ad .*ai.*: cum in triangulo .*abc.* equidistans basi .*be.* protracta sit linea .*hi.*; et est sicut .*ac.* ad .*ai.*, ita .*ce.* ad .*il.*; ergo erit sicut .*ab.* ad .*ah.*, ita .*ce.* ad .*il.* Est enim ut .*ab.* ad .*ah.*, ita .*bd.* ad .*dk.*: per equale ergo erit sicut .*bd.* ad .*hk.*, ita .*ce.* ad .*il.*: permutatim ergo ut .*bd.* ad .*ce.*, ita *hk.* ad .*il.*; est enim .*bd.* equalis .*ce.*; quare recta .*hk.* equalis est recte .*il.*: et quoniam in trigonis .*afb.* et .*afc.* et .*afd.* et .*afe.* protracte sunt recte .*hm. im. km. lm.* equidistantes suis basibus .*bf. cf. df. ef.*, erit sicut .*bf.* ad .*fa.*, ita .*hm.* ad .*ma.*; et sicut .*cf.* ad .*fa.*, ita *im.* ad .*ma.*; nec non et sicut .*df.* ad .*fa.*, ita .*km.* ad .*ma.*; et sicut *ef.* ad .*fa.*, ita .*lm.* ad .*ma.* Sed proportio linearum .*bf. cf. df. ef.* ad .*fa.* est proportio una; cum ipse quatuor recte sibi inuicem equantur. Sunt enim omnes á centro, et circulj omnes deducte. Quare proportio rectarum .*hm. im. km. lm.* ad .*ma.* est similiter proportio una: propter quod patet, ipsas sibi inuicem equales esse; et ducuntur á puncto .*m.* ad comunem sectionem superficiei .*hikl.*, et pyramidis .*abcd.* Quare manifestum est, superficiem .*hikl.* circulum esse: et eius centrum est .*m.*, per quod centrum transit axis .*af.*; et hoc est quod uolui demonstrare.

fol. 115 verso.

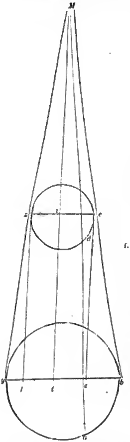
e .ab. ac. ad. ae. . . . . superiore eius (fol. 115 verso, lin. 1-33; pag. 181, lin. 2-31).



In omni portione pyramidis columnę, cuius basis est circulus, et cuius superius est circulus, et cuius basis superficies equidistat superficiei superioris eius; et linea que egreditur ex centro basis eius ad centrum superficiei superioris eius est perpendicularis super duas superficies; tunc si protrahantur in basi eius, et in circulo, quod est in superiore eius, due dyametri equidistantes; et continuatur quod est inter duas extremitates duarum dyametrorum per duas lineas, erit multiplicatio unius earum in medietatem | circunferentię amborum circulorum, area superficiei, que continetur f. 116 r. inter utrumque circulum. Verbi gratia: Sit pyramis columnę decurtata .*abgdz.*, cuius basis sit circulus .*abg.*, et eius caput sit circulus .*dez.*; qui circulj sibi inuicem equidistent: et copulata in centris eorum recta .*it.* perpendicularis utrique circulo: et producantur duo dyametri .*bg.* et .*ez.* sibi inuicem equidistantes: et copulentur extremitates eorum cum lineis .*be.* et .*gz.* Dico quod ex multiplicatione unius linearum .*be. gz.* in medietatem circunferentię circulorum .*abg.dez.* prouenit area superficiei, que est inter circulum .*abg.*, et circulum .*dez.* Quod sic probatur. Compleatur pyramis .*mabg.*; et protrahantur recte .*be. gz.* in punctum .*m.*, et erunt recte .*mb.* et .*mg.* equales sibi inuicem: nec non et recte .*me.* et .*mz.* sibi inuicem equantur. Quare recta .*be.* recte .*gz.* equalis est. Et quoniam omnis circulus addit super suum dyametrum tri-

« circumferentie amborum .... multiplicationibus » (fol. 116 *recto*, lin. 1-25; pag. 181, lin. 33 — pag. 182, lin. 11).

plum eius, et septimam, erit sicut circulus *.abg.* ad suum dyametrum *.bg.*, ita circulus *.dez.* ad suum dyametrum *.ez.*: et propter hoc erit sicut arcus *.bag.*, qui est medietas circulj *.abg.* ad dyametrum *.bg.*, ita arcus *.edz.*, qui est medietas circulj *.dez.* ad dyametrum *.ez.*: permutatim ergo est arcus *.bag.* ad arcum *.edz.*, sicut *.bg.* ad *.ez.* Sed sicut *.bg.* ad *.ez.*, ita *.mb.* ad *.me.*, cum in triangulo *.mbg.* recta *.ez.* equidistans sit basi *.bg.*: abscidam quidem ex arcu *.bag.* arcum *.ag.* equalem arcui *.edz.*; et erit proportio arcus *.bag.* ad arcum *.ag.*, sicut recta *.mb.* ad rectam *.me.*: quare disiunctim erit arcus *.ba.* ad arcum *.ag.*, sicut recta *.be.* ad rectam *.em.* Ergo multiplicatio *.me.* in arcum *.ba.* est sicut multiplicatio *.be.* in arcum *.ag.*, hoc est in arcum *.edz.* Comuniter si addatur multiplicatio *.be.* in arcum *.bag.*, erunt multiplicationes *.be.* in arcum *.bag.*, et *.be.* in arcum *.edz.* equales multiplicationibus *.be.* in arcum *.bag.*, et *.em.* in arcum *.ba.*: comuniter addatur multiplicatio *.em.* in *.ag.*, hoc est ex *.em.* in arcum *.edz.*, erit multiplicatio totius *.mb.* in arcum *.bag.* equalis multiplicationibus *.be.* in arcus *.bag.* et *.edz.*, et ex *.em.* in arcum *.edz.* Sed multiplicatio *.mb.* in arcum *.bag.* est area superficiei pyramidis *.mabg.*, que est inter circulum *.abg.*, et punctum *.m.*; ergo multiplicatio *.be.* in arcus *.bag.* et *.edz.* cum multiplicatione *.em.* in arcum *.edz.* facit eandem aream. Sed ex multiplicatione *.me.* in arcum *.edz.* prouenit area pyramidis *.medz.*, que est inter circulum *.dez.*, et punctum *.m.* Quare residuum areę pyramidis *.abcd.*, quod est inter circulos *.abg.* et
f. 116 v. *.dez.*, prouenit ex *.be.* in arcus *.bag.* et *.edz.* qui | arcus sunt medietas circumferentię utriusque circulj; et hoc uolui demonstrare. Et ut probeutur cum numeris; ponam dyametrum *.bg.* 14., et dyametrum *.ez.* duas quintas eius, que sunt $\frac{3}{5}$ 5.; et lineam *.be.* 15, et *.it.* $\frac{2}{5}$ 14.; et copulabo rectam *.mi.*; et per puncta *.e.z.* protraham lineas *.ec.zf.* equidistantes recte *.it.*; et erunt recte *.ct.* et *.tf.* equales, sicut sunt sunt (*sic*) *.ei.* et *.iz.*; relique *.bc.* et *.gf.* sibi inuicem equantur. Quare trigona *.ecb.* et *.zfg.* similia sunt sibi inuicem et equalia: et anguli qui ad *.b.* et *.g.* equales sibi inuicem sunt: ergo trigonum *.mbg.* equicrurium est habens latera *.bm.* et *.mg.* equalia: et quia recta *.ez.* equidistat recte *.bg.*, erit trigonum *.mez.* simile trigono *.mbg.*; ergo trigonum *mez.* equicrurium est habens angulos qui ad *.e.* et *.z.* equales. Quare recta *.mi.* cathetus erit super *.ez.*, cum punctus *.i.* sit super dimidium *.ez.*: fuit autem angulus *.tib.* rectus; quare patet, lineam *.mit.* esse continuatam; ergo *.mt.* est perpendicularis pyramidis *.mbag.*, et transit per centrum circuli *.edz.*: et quoniam recte *.m b.* et *.m g.* sunt equales; si ab ipsis auferatur *.me.* et *.mz.*, remanebunt *.eb.* et *.zg.* sibi inuicem equales: ergo *.zg.* est .15.: et quia *.ez.* ad *.bg.* est sicut 2. ad 5., est propter hoc *.me.* ad *.mb.* sicut .2. ad .5.; quare *.me.* ex *.eb.* est $\frac{2}{3}$, scilicet .10.: tota ergo *.mb.* erit .25.: de cuius quadrato si auferatur quadratum ex *.tb.*, quod est .49., remanebunt .576. pro quadrato catheti *.mt.*; et erit arcus *.bag.* 22., que proueniunt ex *.tb.* ducta in $\frac{1}{7}$ 3.; et erit arcus *.edz.* $\frac{4}{5}$ 8., scilicet $\frac{2}{5}$ ex arcu *.bag.*: quibus arcubus in unum coniunctis faciunt $\frac{4}{5}$ 30.; quibus multiplicatis in lineam *.eb.*, scilicet in .15. faciunt .462. pro area superficiei contenctę inter circulos *.abg.* et *.dez.* Et si ex area superficiei pyramidis *.mabg.*, que prouenit ex *.mb.* in arcu *.bag.*, scilicet de .25. in .22. tollatur area superficiei pyramidis *.mez.*, que prouenit ex *.me.* in arcu *.dz.*, scilicet de .10. in $\frac{4}{5}$ 8. , remanebunt similiter .462. pro area contenta inter circulum *.edz.* et circulum *.bag.*; et hoc uolui declarare.



« arcus sunt .... Et si ex » (fol. 116 *verso*, lin. 1-23; pag. 182, lin. 20-41).

(Figura simile alla precedente)

Cvm fuerit circulus, cuius dyameter sit protracta, et protrahitur ex centro ipsius linea stans super dyametrum orthogonaliter : et perueniens ad lineam continentem ipsum; et secatur una duarum medietatum circulj in duo media; tunc cum diuiditur una harum quartarum in diuisiones equales quecumque sint ; deinde protrahitur corda sectionis , cuius una extremitas est punctus , super quod secat se linea recta stans super dyametrum, et linea continens circulum: et producitur linea dyametri in parte, in quam concurrere, donec concurrant; et protrahuntur in circulo corde equidistantes linee dyametri ex omnibus punctis diuisionum,| per quas diuisa est quarta circulj; tunc linea recta, que est inter punctum, super quod est concursus duarum linearum protractarum; et inter centrum circulj est equalis medietati dyametri, et cordis, que protracte sunt in circulo equidistantibus dyametro coniunctis. Verbi gratia: In circulo quidem *abcd*. protracta sit dyameter *.ab.*; et centrum circulj sit *.e.*, á quo protracta sit linea *.ec.* stans orthogonaliter super dyametrum *.ab.*, que diuidit arcum *.acb.* in duo equa; et diuidatur arcus *.cda.* in quotlibet diuisiones equales, que sint arcus *.cd. df. fg. ga.*; et protrahatur corda *.cd.*, et emittatur extra circulum pariter cum dyametro *ba.*, donec concurrant in puncto *.h.*; et per puncta *.d.f.g.* protrahantur recte *.di. fk. gl.* equidistantes dyametro *.ab.* Dico, lineam *.he.* equalem esse dyametro *.ea.*, et cordis *.gl. fk. di.* coniunctis. Probatio. Copulabo rectas *al. gk. fi.*; et ducam rectas *.if. kg.* in partes *.f.g.*, donec concurrant linee *.ah.* super puncta *.m.n.* Et quoniam in equidistantibus *.ab.* et *.gl.* recta incidit *.al.*, erunt anguli *.bal.* et *.alg.* equales: equales uero anguli super equas periferias consistunt, siue ad centrum: siue ad periferiam fuerint constituti. Quare arcus *.bl.* equalis est arcui *.ag.* Item quia in equidistantibus *.gl.* et *.fk.* recta incidit *.gk.*, erunt anguli *.lgk.* et *.gkf.* equales; et ideo arcus *.lk.* arcui *.gf.* est equalis. Similiter ostendetur, arcum *.ki.* arcui *.fd.* equalem esse. Sunt enim arcus *.ag.* et *.gf.* et *.fd.* sibi inuicem equales. Quare et arcus *.bl.* et *.lk.* et *.ki.* sibi inuicem equales sunt ; cum arcus *.bl.* equalis sit arcui *.ag.*, et *.lk.* arcui *.gf.*, et *.ki.* arcui *.fd.* Quare totus arcus *.bi.* toti arcui *.ad.* existit equalis. Reliquus *.ic.* reliquo *.cd.* equalis est : et est equalis unicuique arcui *.ik. kl. lb.* Quare anguli *.cdi.* et *.ifk.* et *.kgl.* et *.gab.* sibi inuicem sunt equales. Rursus quia in equidistantibus *.hb.* et *.di.* recta incidit *.ch.* , erit exterior angulus *.cdi.* equalis opposito et interiori, qui sub *.chb.* Similiter ostendetur, angulus *.imb.* equalis esse exteriori *.ifk.*, nec non et angulus *.knb.* equalis esse angulo *kgl.* Est enim angulus *.lab.* equalis unicuique predictorum angulorum : ergo anguli *.lab.* et *.knb.* et *.imb.* et *.chb.* sibi inuicem sunt equales: recte ergo *.la. kn.* et *.im.* et *.ck.* sibi inuicem equidistantes sunt, cum in eis incidat recta *.bh.* faciens cum ipsis exteriores angulos equales oppositis et interioribus. Et quia recte *.la.* et *.gn.* copulant duas rectas equidistantes *.na.* et *.gl.*, erit *.na.* equalis recte *.gl.* Item quia equidistantes *.kn.* et *.fm.* copulant duas rectas equidistantes *.mn.* et *.kf.*, erit |propter hoc recta *.n m.* equalis recte *.kf.* Rursus quia recte *.im.* et *.dh.* copulant equidistantes *.mh.* et *.id.*, erit *.mh.* equalis recte *.id.* Quare tota *.ah.* equatur rectis *.gl. fk. di.* coniunctis. Communiter addatur semidyametrum *.ea.*, erit semidyametrum *.ea.* cum rectis *.lg. kf. id.* equalis toti *.eh.*; et hoc est quod uolui demonstrare.

fol. 117 *recto*.

« per quas .... in eis incidat » (fol. 117 *recto*, lin. 1-31; pag. 183, lin. 8-35).

fol. 117 *verso*.



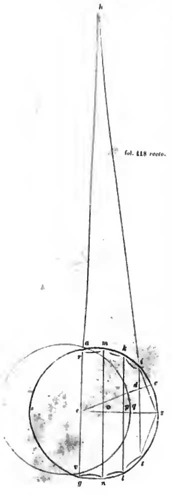
Sl in medietate sperę componatur corpus ex quotcumque portionibus pyramidum

columnarum: et superior harum sit pyramis perfecta habens summitatem eius in [va] alio super polum sperę (*sic*) super [est] polum circulj basis semisperę; et circulus basis ipsius sit caput sequentis portionis, cuius basis etiam sit caput sequentis portionis pyramidis; et hoc semper fiat, donec basis inferioris portionis sit circulus maior cadens in spera; et sint omnes circulj portionum equidistantes circulo maiori; et perpendicularis cadens á polo ipsius maioris circuli, scilicet ab eo super quo cadit punctus summitatis superioris portionis ad centrum sperę, transeat per centra omnium circulorum: et linee recte cadentes in terminis dyametrorum uniuscuiusque portionis sint sibi inuicem equales. Tunc area superficiei totius corporis compositi ex quacumque multitudine portionum columnarum erit minus duplo areę maioris circulj cadentis in semispera continentis ipsum corpus: et erit etiam maius duplo areę maioris circulj semisperę contentę ab ipso corpore. Probatio. Sit circulus maior semisperę circulus *.abgd.*, cuius centrum sit *.e.*, quod etiam est centrum sperę, quia centrum sperę est centrum omnium circulorum magnorum cadentium in spera: et polus circulj *.abgd.* esto *.z.*; et transeat circulus magnus per polum *.z.* stans orthogonaliter super circulum *.abgd.* Quare communis sectio eorum erit dyametrum utriusque circulj, que sit recta *.ag.*; et erit arcus *.azg.* semicirculus, et equalis semicirculo *.abg.* Et constituatur in semispera, cuius basis est circulus *.abgd.*; et polus eius est *.z.* corpus compositum ex tribus portionibus pyramidum columnarum, et ex una pyramide: et prima portio sit pyramis decurtata, cuius basis est circulus *.abgd.*, et eius caput est circulus, cuius dyametrum est linea *.mn.*; et linee que protrahuntur á terminis dyametrorum sint *.am.* et *.gn.* Secunda uero portio est, cuius basis est circulus, cuius dyameter est recta *.mn.*, et cuius caput est circulus, cuius dyametrum est recta *.kl.*; et recte cadentes in terminis dyametrorum sint *.mk.* et *.nl.*: tertię quidem portionis basis est circulus, cuius|dyameter est linea *.kl.*, et eius caput est circulus, cuius dyameter est linea *.it.*: pyramis quidem columnę est, cuius basis est circulus, cuius dyameter est linea *.it.*, et eius sumitas est polus spere: et linee descendentes ab ipso secundum rectitudinem in terminos dyametri basis sint recte *.zi.* et *.zt.*; et sint recte *.am. mk. ki. iz.* sibi inuicem equales. Quare ipsis rectis equales erunt recte *.zt. tl. ln. ng.*, cum bases et capita ipsarum portionum sibi inuicem equidistent: et erunt omnes in una superficie plana, que secat totum corpus in duo media super dyametros portionum, per quam superficiem descendit perpendicularis *.ze.* transiens per centra omnium circulorum: deinde protrahantur dyametrum *.ga.*, et corda *.zi.* in punctum *.h.*; et erit *.eh.* equalis semidyametro *.ea.*, et dyametris *.mn. kl. it.* coniunctis: et protrahatur *.hz.* cathetus *.ec.*, qui cadit super dimidium cordę *.zi.* cum ipso *.ec.* descendat á centro *.e.*: et quia in trigono *.hez.* orthogonio protracta est perpendicularis *.ec.* super latus subtendens angulum rectum; erit proportio *.hz.* ad *.ze.*, sicut *.ez.* ad *.zc.* Quare multiplicatio *.hz.* in *.zc.* est equalis quadrato lineę *.ez.* Sed linea *.ez.* equalis est semidyametro *.ea.*; ergo multiplicatio *.zh.* in *.zc.* est sicut quadratum semidyametri *.ae.*: sed ex *.zc.* dupla est *.zi.*; quare multiplicatio *.hz.* in *.zi.* erit sicut duplum quadrati semidyametri *.ae.*: quod duplum si ducatur in $\frac{1}{7}$ 3., reddit duplum areę circulj *.abgd.*; ergo duplum areę circulj *.abgd.* prouenit ex multiplicatione *.zh.* in *.zi.* ducta in $\frac{1}{7}$ 3: maior enim

i in alio cadentis in spera continente ipsum corpus.

e dulnce basis .... circulus, cuius e (fol. 117 *verso* lin. 10, 11-35, e margine inferiore; pag. 184, lin. 4-24).

fol. 118 *recto*.



recta .*hz*. quam ·|· .*hi*. Quare ex ductu .*zi*. in .*he*. et in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit minus duplo areę circulj .*abgd*. : est enim .*he*. equalis rectis .*ae*. *mn*. *kl*. *it*. coniunctis : quare ex multiplicatione .*zi*. in coniunctum rectarum .*ae*. *mn*. *kl*. *it*. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit minus duplo areę circulj .*abgd*.: ex quibus multiplicationibus ostendam prouenire aream superficiei totius compositi corporis: primum quidem area superficiei primę portionis pyramidis columnę, cuius basis est circulus .*abgd*., et eius superior est circulus, cuius dyameter est .*mn*., prouenit ex multiplicatione semidyametrorum .*ae*. et .*am*. in $\frac{1}{7}$ 3. ducta in .*am*. *he*. *mzi*.; et area superficiei sequentis portionis, cu·|·ius basis est circulus dyametri .*mn*., et eius superior est circulus, cuius dyameter est .*kl*., prouenit ex $\frac{1}{7}$ 3. ductis in semidyametros .*on*. et .*pl*. ; et illud totum in lineam .*mk*., hoc est in .*iz*. Similiter area superficiei tertię portionis, cuius basis est circulus dyametri .*kl*., et eius | superior est circulus, cuius dyameter est linea .*it*., prouenit ex multiplicatione semidyametrorum .*pk*. et .*iq*. in .*ik*., ho·|·c est in .*iz*. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. Rursus area superficiei perfectę pyramidis, cuius basis est circulus dyametri .*it*., et eius summitas est .*z*., prouenit ex .*iz*. in .*tq*. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. Ergo area superior totius corporis compositi ex dictis tribus portionibus pyramidum columnarum : et ex una pyramide columnę prouenit ex .*iz*. in lineis .*ae*. *mn*. *lk*. *it*. coniunctis; et illud totum per $\frac{1}{7}$ 3, quod demonstratum est esse minus duplo areę circulj .*abgd*. Similiter si infra hoc quidem corpus cadat in semispera contingens ipsum, demonstrabitur, area ipsius esse plus duplo areę circulj basis semisperę, cuius circulj dyameter erit equalis lineę .*ec*.; et erit arcus semicirculj orthogonaliter eleuati super dyametrum ipsius contingens super dimidio linearum .*am*. *mk*. *ki*. *iz*. ; et polus circulj basis semisperę erit super linea .*qz*.: et propter hoc ponamus lineam .*er*. equalem lineę .*ec*.: et spatio .*er*. circinemus circulum .*rsu*. ; et erit recta .*rv*. dyameter circulj basis semisperę. Et quoniam in trigono .*hez*. ab angulo .*hez*. recto super latus .*bz*. cathetus .*ec*. protracta est, erit sicut .*hc*. ad .*ce*., ita .*ec*. ad .*cz*.: quare multiplicatio .*hc*. in .*cz*. est sicut quadratum .*ec*., hoc est sicut quadratum .*er*.: et quia .*iz*. dupla est ex .*cz*., erit multiplicatio .*hc*. in .*iz*. duplum quadrati semidyametri .*er*. Sed ex .*hc*. maior est .*he*.; quare multiplicatio .*he*. in .*iz*. est plus duplo quadrati .*er*. ; ergo multiplicatio .*he*. in .*iz*. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. erit plus multiplicatione dupli quadrati semidyametri .*er*. in $\frac{1}{7}$ 3. Sed ex multiplicatione .*he*. i·|·n .*ic*. ducta in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit area superficiei corporis continentis semisperam, ut superius demonstratum est: et ex multiplicatione dupli quadrati .*er*. in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit duplum areę circulj basis semisperę, scilicet circulj .*rsv*.; ergo superficies, idest corporis compositi ex portionibus pyramidum columnarum continentis semisperam, est maior duplo areę circuli semisperę contentę ab ipso corpore ; et est minor duplo areę circulj semisperę continentis ipsum corpus, ut superius demonstratum est; et illud est quod uolui demonstrare.

De embado, et superficie rotundę sperę.

Et quia hec que demonstrata sunt, liquida sint et aperta; colligitur quod area superficiei medietatis cuiuscumque sperę est dupla aree maioris circulj cadentis in spera, cuius dyameter est dyameter sperę. Quare area superficiei totius sperę erit quadrupla areę ipsius circulj; que demonstrentur cum numeris. Si superficiei sperę, cuius dyameter est .7., aream colligere uis : aream maioris circuli cadentis in ipsa, | que est $\frac{1}{2}$ 38.

·|· in alio quam .*he*.

·|· in alio cuius basis est circulus .*abgd*., et eius superior est circulus cuius dyameter est .*mn*., et eius superior est circulus cuius dyameter est .*kl*.

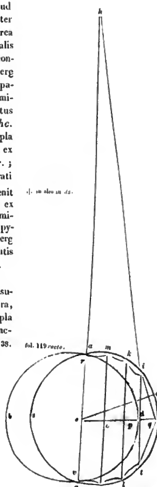
fol. 118 *verso*.

·|· in alio hoc est ducta in $\frac{1}{7}$ 3.

* ab angulo .... in ipsa » (fol. 118 *verso*, lin. 13, 16-33 e margine inferiore; pag. 185, lin. 25-43).

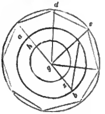
·|· in alio in .*iz*.

fol. 119 *recto*.



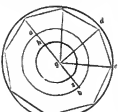
quadruplica; uel quadratum dyametri, quod est 49., per $\frac{1}{7}$ 3. multiplica, et habetur 154. pro area superficiei ipsius sperę: et si medietatem quadrati dyametri per $\frac{1}{7}$ 3 multiplicaueris, uel duplicaueris aream suprascripti circulj, habebis utique .77. pro area superficiei medietatis sperę predictę. Et si 154., que sunt area superficiei totius sperę, in sextam dyametri sperę, scilicet in $\frac{1}{6}$ 1.; uel si tertiam partem de 154. in medietatem dyametri, que est $\frac{1}{2}$ 3., duxeris, habebis $\frac{2}{3}$ 179., que sunt area magnitudinis totius sperę: quia probatum est à sapientibus, quod multiplicatio tertię partis superficiei sperę in medietatem totius dyametri facit embadum totius sperę. Ad quod etiam demonstrandum adiaceat spera .*ab*.; et medietas dyametri eius sit linea .*ag*., et centrum eius sit punctus .*g*. Dico ergo quod multiplicatio .*ag*. in tertiam superficiei sperę .*ab*. est equalis embado corporis sperę .*ab*.; cuius hec est demonstratio. Si enim non est multiplicatio .*ag*. in tertiam superficiei sperę .*ab*. equalis corpori sperę, erit tunc equalis corpori sperę maioris spera .*ab*. aut minoris. Sit itaque in primis equalis spere maiori spera .*ab*.; et sit spera .*de*., que sit cum spera .*ab*. super centrum unum; possibile igitur est ut sit spera .*de*. figura corporis plurium basium, cuius basis sint non contingentes superficiem sperę .*ab*. Quare erit unaqueque perpendicularium, uel cadentium productarum ex centro .*g*. super superficiem eius maior linea .*ag*.: si ergo continuentur anguli illius corporis uenientis in spera .*de*. cum centro sperę, prouenient pyramides, quarum omnium capita erit centrum sperę, et earum bases erunt bases corporis; et embadum uniuscuiusque pyramidis earum proueniet ex multiplicatione suę perpendicularis in tertiam basis suę. Et propterea quod linea .*ag*., que est medietas dyametri sperę .*ab*., est minor unaquaque illarum perpendicularium, est uel erit propter illud multiplicatio lineę .*ag*. in tertiam cuiusque basis minor embado pyramidis, cuius basis est illa: ergo multiplicatio lineę .*ag*. in tertiam superficiei illius corporis est minor embado corporis: At superficies illius corporis est maior superficie .*ab*.; multiplicatio igitur .*ag*. in tertiam superficiei sperę .*ab*. erit multo minor embado corporis: et iam fuit posita multiplicatio lineę .*ag*. in tertiam superficiei sperę .*ab*. equalis sperę .*de*.; ergo oportet ut sit spera .*de*. multum minor corpore, quod est intra ipsam; quod est in possibile. Non igitur multiplicatio lineę .*ag*. in tertiam superficiei sperę .*ab*. est maior spera .*ab*. Et dico iterum quod non erit minor spera .*ab*. Quod si possibile est, tunc| sit; erit ergo equalis sperę, que est minor spera .*ab*., sicut est spera .*zh*., que sit super centrum .*g*.: et possibile iterum est ut sit in spera .*ba*. corpus plurium basium, cuius bases non contingant superficiem sperę .*zh*. Quare erit unaqueque perpendicularium cadentium ex centro sperę .*ab*. super superficies illius corporis minor medietate dyametri sperę .*ab*., que est linea .*ag*.: erit ergo multiplicatio .*ag*. in tertiam cuiusque superficiei eorum maior embado pyramidis, cuius basis est illa superficies, et cuius caput est centrum .*g*.: multiplicatio igitur lineę .*ag*. in tertiam cuiusque superficiei sperę .*ab*. est maior plurimum embado corporis. Iam aute posita fuit equalis embado spere .*zh*.; ergo spera .*zh*. est multo maior corpore: et ipsa est inter ipsum; hoc uero impossibile est: non igitur multiplicatio lineę .*ag*., que est medietas dyametri sperę .*ab*., in tertiam superficiei suę est maior corpore eius; ipsa igitur est equalis corpori eius; et id est cuius uolumus declarationem. Et cum hoc declaratum sit; et uolumus habere medietatem alicuius sperę, multipli-

« quod Luca .... .de. multum » (fol. 119 recto, lin. 25 32 e 33; pag. 186, lin. 21-28).



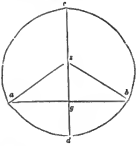
fol. 119 verso.

« sit; erit ergo ..... tertiam cuiusque » (fol. 119 verso, lin. 1-8; pag. 186, lin. 31-38).



cabimus aream superficiei ipsius in sextam sui dyametri, uel medietatem dyametri eius ducemus in tertiam partem suę superficiei: verbi gratia: sit dyameter datę sperę .10.; quam si multiplicamus per medietatem eius, uenient .50.; quibus ductis per $\frac{2}{7}$ 3., uenient $\frac{1}{7}$ 157., que sunt area superficiei semisperę: quam si duxerimus per sextam dyametri, scilicet per $\frac{2}{3}$ 1.; uel si tertiam de $\frac{1}{7}$ 157. ducemus in .5., scilicet in medietatem dyametri, habebimus $\frac{2\ 6}{3\ 7}$ 261 pro embado semisperę.

* sit dyameter .ab. .... si diuiserimus * (fol. 119 verso, lin. 34, 35 e margine inferiore; pag. 187, lin. 16-18).



Et si oportuerit nos metiri portionem aliquam sperę, que sit minor uel maior medietate sperę, ut sunt fontes rotundi, et alia quelibet uasa similia; altitudinem ipsius corporis, que est linea, que extenditur á centro circulj oris ipsius ad punctum poli eiusdem circuli, cum semidyametro sperę proportionare curabimus; ipsamque proportionem de superficie semisperę, nec non et ex embado ipsius accipere curabimus, et habebimus optatum. Verbi gratia: sit linea .ab. dyameter fontis; et .g. sit centrum eius: et punctus .d. sit polus ipsius circulj. Quare linea .dg. stat orthogonaliter super superficiem circulj, cuius dyameter est .ab.; cumque quadratum medietatis dyametri .ab. diuiserimus per .gd., habebimus illud quod restat de toto dyametro spere super lineam .gd. Verbi gratia: sit dyameter .ab. radix de .160.; quare .gb., que est medietas dyametri .ab., erit radix de .40., cuius quadratum erit .40.: que si diuiserimus | per .gd., quam ponamus .4., uenient .10. pro residuo dyametri super lineam .dg.; quod sit linea .ge., et erit tota .de. 14., que est dyameter sperę; quam diuidamus in duo equa super .z., et erit .z. centrum circulj magni cadentis in spera; qui circulus sit circulus .aebd.: proportionabo ergo lineam .gd. cum semidyametro .zd., scilicet .4. cum .7., et erit .dg. ex dz. $\frac{4}{7}$: quare accipiam $\frac{4}{7}$ ex area superficiei semisperę, scilicet de .308., que prouenit ex superficie .dz. in .de. ducta in $\frac{1}{7}$ 3., uenient .176. pro area superficiei portionis sperę, cuius basis est circulus dyametri .ab., et eius polus est .d.; et arcus cadens in ipsa portione ex circulis magnis cadentibus in spera est arcus .adb.; cuius portionis embadum habebitur, si tertia pars areę superficiei ipsius ducatur in .7., scilicet in semidyametrum .zd., et inde auferatur pyramis columnę, cuius summitas est punctus .z.; et eius basis erit circulus, cuius dyameter est linea .ab., et eius altitudo est linea .zg., que est .3., et embadum ipsius pyramidis est $\frac{5}{7}$ 125.; remanent pro embabo portionis dictę 285. minus $\frac{1}{21}$. Et si aream maioris reliquę portionis sperę, cuius basis est idem circulus: dyameter .ab., et eius altitudo est linea .eg., que sagitta nuncupatur; quam ponamus esse .10., habere uolumus, eodem modo, secundum quod in minori portione operati sumus, erit procedendum. Videlicet quadratum lineę .gb., quod est .40., diuidimus per sagittam .ge., et habebimus .4. pro linea .gd., que est sagitta reliquę portionis sperę. Quare tota dyameter sperę .ed. erit 14.; in quam si multiplicauerimus sagittam .eg.; et illud totum duxerimus per $\frac{1}{7}$ 3.; uel si de area superficiei semisperę, que est .308., accipiamus $\frac{10}{7}$, scilicet proportionem, quam habet sagitta .eg. ad semidyametrum .ez., habebimus 440. pro area huius maioris portionis sperę: quam aream, si in sextam dyametri sperę: uel si tertiam eius in medietatem dyametri duxerimus, habebimus $\frac{2}{3}$ 1026; quibus si addiderimus pyramidem columnę supradictę, que est $\frac{5}{7}$ 125, habebimus $\frac{2\ 1}{3\ 7}$ 1152 pro magnitudine ipsius maioris portionis. Et ut hec que dicta sunt geometrice demonstrentur. Adiaceat semispera .bzd., cuius basis sit circulus .abgd., et eius polus sit punctus

fol. 120 recto.

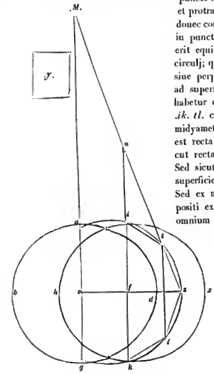
.z.; et signetur super semispera .bzd. circulus maguus .azg., qui stet orthogonaliter soper circulum .abgd.; et comunis eorum sectio .ag. est dyameter utriusque circulj; et descendat á polo .z. per superficiem circulj .azg. perpeudicularis .ze. super dyametrum .ag.; et erit .e. punctus centrum utriusque circulj: et diuidatur arcus .az. | in quotlibet partes equales, que sint arcus .ai. it. tz.; et per puocta .i.t. equidistantes dyametro .ag. protrahantur corde .ik. tl.; et protrahatur corda .zt. extra circulum in puncto .M.; ad quem punctum proueniat etiam dyameter .ga. Extra circulum protracta: et protrahatur una ex duabus cordis aqnidistantibus dyametro .ag. extra circulum .azg., donec concurrat lineę.mz. Quare si protraxerimus cordam .ki.,concurret cum linea .mz. iu puncto .n. Et á polo .z. spatio cordę, et arcus .zti. circinetur circulus .ihkx., qui erit equidistans circulo .abgd.; et eius centrum erit .f.; et .ik. erit dyametrum ipsius circulj; qui circulus abscidit á semispera .dz. portionem .xzh., cuius portionis sagitta, siue perpeudicularis est liuea .zf. Dico quidem, portionem superficiei portionis .xzh. ad superficiem semisperę .dzb. esse sicut .zf. ad semidyametrum sperę .ze. Probatio: habetur quidem ex premissis, lineam .m.e. equalem esse semidyametro .ea. et cordis .ik. tl. coniunctis. Similj quoque modo demonstrabitur, lineam .nf. equalem esse semidyametro .fi. et corde .itl. coniuoctis. Et quoniam in triangulo .mez. protracta est recta .nf. equidistans basi .em., erit sicut .zf. ad .ze., ita .nf. ad .me. Sed sicut recta .nf. ad rectam .me., ita superficies .zt. in .nf. ad superficiem .zt. in .me. Sed sicut superficies .zt. in .nf. ad superficiem .zt. in .me., ita est multiplicatio superficiei .zt. in .nf. iu $\frac{1}{3}$ 3. ad multiplicationem de $\frac{1}{3}$ 3. ad superficiem .zt. in .em. Sed ex multiplicatione .me. in .tz. ducta in $\frac{1}{3}$ 3. prouenit superficies corporis compositi ex tribus portionibus pyramidis columnarum cadentis infra semisperam, quorum omnium altitudo est linea .ze.; et basis maioris earum est circulus .abgd. Similiter ostendetur quod ex multiplicatiooe .nf. in .tz. ducta in $\frac{1}{3}$ 3. prouenit superficies corporis compositi ex duabus portionibus columnarum cadentis in portione sperę .hzx. Ergo erit sicut .zf. ad .ze., ita corpus compositum ex duabus portionibus pyramidum columnarum, cuius altitudo est .zf., ad superficiem corporis compositi ex tribus portionibus pyramidum columnarum, cuius altitudo est liuea .ze. De inde ponam superficiem .y. ad superficiem semisperę .dzb. sicut superficies corporis altitudinis .zf. ad superficiem corporis altitudinis .ze. Quare permutatim erit sicut superficies corporis altitudinis .ze. ad superficiem | semisperę .dzb., ita superficies corporis altitudinis zf. ad superficiem .y. Sed superficies corporis, cuius altitudo est .ze., cum est infra semisperam, est minor superficie semisperę: et cum ipsum corpus contineat semisperam, est superficies corporis maior superficie semisperę: Vnde quando superficies corporis altitudinis .ze. est minor superficie semisperę: tunc superficies corporis altitudiuis .zf. erit minor superficie .y.; et cum fuerit maior: maior. Sed cum superficies corporis altitudiuis .ze. est minor superficie semisperę .dzb., tunc superficies corporis altitudiuis .zf. est similiter minor superficie portionis sperę .hzx.; et cum est maior: maior. Et propter hoc superficies .y., et superficies portionis sperę ad superficiem corporis, cuius altitodo est .zf, habent unam et eandem portionem: Vnde patet, superficiem portionis sperę .hzx. equalem esse superficiei .y.: et quia est sicut superficies corporis altitudinis .ze. ad superficiem semisperę .dzb., ita superficies cor-

*) in alio arcus semicirculj magnj .azg.

*) in alio per superficiem semicirculj .azg. fol. 120 verso.

c cum linea .... sicut superficies c (fol. 120 verso, lin. 9-31 ; pag. 188, lin. 9-32).

f. 121 r.

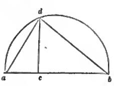


*) in alio pyramidum columnarum

poris altitudinis *.zf.* ad superficiem *.y.*: erit propter hoc sicut superficies corporis altitudinis *.ze.* ad superficiem semisperę *.dzb.*, ita superficies corporis altitudinis *.zf.* ad superficiem portionis sperę *.hzx.*: ẽt cum permutabitur, erit proportio portionis *.hzx.* ad superficiem semisperę *.bzd.* sicut proportio superficiei corporis altitudinis *.zf.* ad superficiem corporis altitudinis *.ze.* Sed proportio horum duorum corporum est sicut linea *.nf.* ad lineam *.me.*; et proportio linee *.nf.* ad lineam *.me.* est sicut sagitta *.zf.* ad semidyametrum sperę *.ze.*; ergo proportio superficiei portionis *.hzx.* ad superficiem semisperę *.dzb.* est sicut *.zf.*, que est altitudo ipsius portionis, ad semidyametrum *.ze.*; et hoc est quod uolui demonstrare.

SI in spera aliqua construatur cubus et pyramis quatuor basium triangularium et equalium laterum, erit cubus triplus pyramidis. Ad quod demonstrandum adiaceat dyameter datę sperę *.ab.*, et diuidatur in *.c.* punctum; et sit *.bc.* duplum ex *.ca.*; et circinetur semicirculus *.adb.*; et à puncto *.c.* super rectam *.ab.* ad rectos angulos trahatur recta *.cd.*; et copulentur recte *.bd.* et *.ad.*; et erit recta *.ad.* latus cubi, et recta *.bd.* latus trigonorum pyramidis cadentium in spera, cuius dyameter est recta *.ab.*; et erit propter similitudinem trigonorum *.adb.* et *.dcb.* et *.dac.* quadratum dyametri *.ab.* triplum quadrati lineę *.ad.*, et quadratum lineę *.bd.* quadrati lineę *.dc.*, ut EVCLIDES ostendit; nec non et quadratum lineę *.db.* erit duplum quadrati lineę *.ad.*; nec non et proportio quadrati lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ad.* erit sicut .4. ad .3. Verbi gratia : quoniam trigona *.dab.* | et *.dac.* sibi inuicem sunt similia; et similia trigona circa equales angulos, uel circa eundem angulum latera habent proportionalia; erit sicut *.ba.* ad *.ad.*, ita *.ad.* ad *.ac.*; et quando tres recte continue proportionales sunt, erit sicut prima ad tertiam, ita quadratum lineę *.ab.* ad quadratum lineę *.ad.* Sed *.ba.* ex *.ac.* est tripla; quare quadratum lineę *.ab.* triplum est quadrati lineę *.ad.* Item quia trigona *.adb.* et *.dcb.* similia sunt; erit similiter sicut quadratum lineę *.ba.* ad quadratum lineę *.ad.*, ita quadratum lineę *.bd.* ad quadratum lineę *.dc.*, cum anguli *.dab.* et *.cdb.* sibi inuicem sunt ęquales. Quare quadratum lineę *.bd.* triplum est quadrati lineę *.dc.* Item quia recta *.dc.* in proportione media est inter *.bc.* et *.ca.*, erit sicut *.bc.* prima ad *.ca.* tertiam, ita quadratum lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.cd.*: sed sicut *.bc.* ad *.cd.*, ita *.bd.* ad *.da.* Quare est sicut *.bc.* ad *.ca.*, ita quadratum lineę *.bd.* ad quadratum lineę *.da*: est enim *.bc.* dupla ex *.ca.*; quare quadratum lineę *.bd.* erit duplum quadrati lineę *.da.*, ut superius dictum est. Item proportio quadrati lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ad.* componitur ex proportione quadrati lineę *.cb.* ad quadratum lineę *.ba.*, et ex proportione quadrati lineę *.ba.* ad quadratum lineę *.ad.*: est enim *.bc.* ad *.ba.* sicut .2. ad .3.: quare quadratum lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ba.* est sicut .4. ad .9.: proportio uero quadrati *.ba.* ad quadratum *.ad.* est sicut .9. ad .3., cum quadratum lineę *.ba.* triplum sit quadrati lineę *.ad.*: ergo proportio quadrati lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ad.* componitur ex ea quam habet .4. ad .9., et ex ea quam habet .9. ad .3.: quare patet quod proportio quadrati lineę *.bc.* ad quadratum lineę *.ad.* est sicut .4. ad .3. His itaque omnibus intellectis, ponam lineam *.ef.* equalem lineę *.ad.*; et costituam super lineam *.ef.* cubum *.efghiklmn.*; et ponam lineam *.no.* equalem lineę *.cd.*; et spatio *.no.* circinabo circulum *.opq.*, et inscribam in circulo *.opq.* trigonum equi-

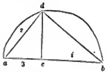
e demonstrandum .... erit propter (fol. 121 *recto*, lin. 25, 26-30; pag. 189, lin. 11-16).



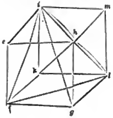
fol. 121 *verso*.

·/·. in alio ita quadratum quod fit à prima ad quadratum quod fit a secunda; ergo est sicut .ba. ad .ac.

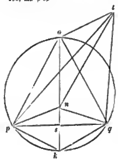
e sicut quadratum .... ad quadratum e (fol. 121 *verso*, lin. 7-11 e 12; pag. 189, lin. 26-30).



e quadratum linee .... et .eqr. e (fol. 121 *verso*, lin. 22-29; pag. 189, lin. 38 — pag. 190, lin. 2).



« quare trigona .... et quia qua|dratum » (fol. 121 *verso*, lin. 34, 35, margine inferiore e fol. 122 *recto*, lin. 1; pag. 190, lin. 6-8).

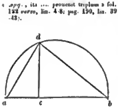


laterum *.opq.*; et protraham *.on.* in *.r.*, et erit *.or.* dyameter circulj *.opq.*; et copulabo rectas *.pr.* et *.qr.*, et erunt trigona *.opr.* et *.oqr.* equalia et similia; quare angulus *.por.* equalis est angulo *.qor.*; quare est sicut *.po.* ad *.oq.*, ita *.ps.* ad *.sq.* equalis *.po.* ex *.oq.*, ergo *.ps.* equalis est *.sq.* : comunis adiaceat recta *.os.*; due ergo recte *.ps.* et *.os.* duabus *.qs.* et *.os.* sunt equales; basis uero *.op.* basi *.oq.* iacet equalis : quare trigona *.osp.* et *.osq.* sibi inuicem equalia sunt; et angulus *.osp.* angulo *.osq.* est equalis : cathetus ergo est *.os.* super rectam *.pq.*: et quia qua|dratum lateris trigoni equilateri cadentis in circulo triplum est quadrati semidyametri sui circulj, crit ergo quadratum lineę *.op.* quadrati semidyametri *.on.* triplum: est enim *.on.* equalis recte *.dc.*; quadrata ergo linearum *.op.* et *.bd.* ad equalia eandem habent proportionem; quare *.op.* equalis est recte *.db.* : deinde super centro *.n.* erigam in altum cathetum *.nt.* equalem recte *.bc.*; et copulabo rectas *.no. np. nq.* ; et erit unaquequc ipsarum equalis linee *.db.*, hoc est linee *.op.*: sunt enim quadrata linearum *.tn.* et *.no.*, uel *.tn.* et *.np.*, uel *.tn.* et *.nq.* equalia quadratis linearum *.bc.* et *.cd.* Quare unumquodque quadratorum linearum *.to. tp. tq.* equale est quadrato linee *.bd.*: constituta est igitur pyramis *.topq.* ex quatuor triangulis equalibus et ęquilateribus, cuius unumquodque latus equale est lineę *.bd.*, ut oportet. Dico quidem, cubum *.eil.* triplum esse pyramidis *.topq.*; quod sic probatur. Quoniam linea *.ps.* medietas est recte *.op.*, erit quadratum lineę *.op.* quadruplum quadrati linee *.ps.* Sed quadratum lineę *.op.* duplum est quadrati lateris cubi *.eil.*, scilicet lateri *.if.*, cum *.op.* equalis sit *.bd.*, et *.if.* recte *.da.*: quare est sicut *.op.* ad *.if.*, ita *.if.* ad *p.s.*; quare rectiangula superficies *.op.* in *.ps.* equalis est quadrato lineę *.if.*, hoc est tetragono *.eg.* Quare proportio tetragoni *.eg.* ad superficiem rectiangulam ex *.os.* in *.sp.* est sicut superficies *.op.* in *.ps.* ad superficiem *.os.* in *.sp.* Sed proportio superficiei rectiangulę *.op.* in *.ps.* ad superficiem rectiangulam *.os.* in *.sp.*, hoc est ad superficiem trianguli *.opq.*, est sicut *.op.* ad *.os.*; ergo sicut *.op.* ad *.os.*, ita tetragonum *.eg.* ad trigonum *.opq.* Quare quadratum tetragoni *.eg.* ad quadratum trigoni *.opq.* est sicut quadratum lineę *.op.* ad quadratum lineę *.os.* Sed proportio quadrati lineę *.op.* ad quadratum lineę *.os.* est sesquitertia. Quia cum de quadrato lineę *.op.* tollitur quadratum lineę *.ps.*, quod est quarta eius, remanent tres quarte quadrati lineę *.op.* pro quadrato lineę *.os.*: ergo proportio quadrati lineę *.op.* ad quadratum lineę *.os.* est sicut .4. ad .3.; que proportio dicitur sesquitertia: ergo quadratum tetragonj *.eg.* ad quadratum trigoni *.opq.* est sicut .4. ad .3. Sed sicut .4. est ad .3., ita quadratum lineę *.cb.* ad quadratum lineę *.ad.*: est enim perpendicularis *.tn.* equalis *.cb.*, et *.ei.*, scilicet altitudo cubi, equalis est recte *.ad.*: per equale ergo crit sicut .4. ad .3., ita quadratum perpendicularis *.tn.* ad quadratum | altitudinis *.ei.*: ergo sicut proportio quadrati tetragoni *.eg.* ad quadratum trigoni *.cpq.* , ita quadratum perpendicularis *.tn.* ad quadratum lineę *.ei.*: per equale ergo crit sicut tetragonum *.eg.* ad trigonum *.opq.*, ita perpendicularis pyramidis *.topq.* ad altitudinem cubi *.hmk.*, hoc est *.tn.* ad *.ei.* Quare multiplicatio trigoni *.opq.* in perpendicularem *.tn.* est sicut multiplicatio tetragoni *.eg.* in altitudinem *.ei.* Sed ex multiplicatione tetragoni *.eg.* in altitudinem *.ei.* prouenit area cubi *.kmh.*; et ex multiplicatione trigoni *.opq.* in perpendicularem *.tn.* prouenit triplum

f. 122 *recto*.

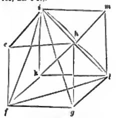
fol. 122 *verso*.

« *.opq.* , ita .... prouenit triplum » (fol. 122 *verso*, lin. 4-8; pag. 190, lin. 39-43).

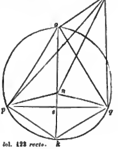


are̜ pyramidis *.topq.* ; ergo cubus *.eil.* constructus in spera, cuius dyameter est *.ab.*, triplum est pyramidis *.topq.* in eadem spera constructe̜: et hoc est quod uolui demonstrare. Aliter in cubo *.eil.* protraham rectas *.if. ih. fh. fl. lh.* et *.il.*; et erit in cubo *.hmk.* constructa pyramis *.lhif.* quatuor superficierum triangularum et equalium laterum, quorum unumquodque est dyameter unius sex quadratorum continentium cubum. Quare quadratum unius cuiusque ipsorum laterum est duplum quadrilateris cubi; est enim quadratum unius cuiusque lateris pyramidis *.topq.* duplum quadrati lateris cubi, ut superius ostensum est. Quare latera pyramidis *.lhif.* equalia sunt lateribus pyramidis *.topq.* Vnde patet, pyramidem *.lhif.* equalem esse pyramidi *.topq.*: ablata siquidem pyramide *.lhif.* ex cubo *.hmk.*. remanebunt ex ipso cubo quatuor pyramides sibi inuicem similes et equales; que sunt pyramides *.ihef.* et *lhgf.* et *fikl.* et *.himl.*: est enim basis unius cuiusque duarum primarum pyramidum medietas tetragoni *.eg.*; et sunt sub equalj altitudine, scilicet sub *.ei.* et *.gl.*: reliquarum uero duarum pyramidum bases continent tetragonum *.km.*, quod est equale tetragono *.eg.*; et altitudo ipsarum et una, scilicet altitudo cubi; cum altitudines ipsarum sint *.mh.* et *.kf.*: protraham siquidem in cubo lineam *.gi.*; et quoniam pyramides *.ihef.* et *.lhgf.* sibi inuicem equales sunt, erit agregatum ex eis duplum pyramidis *.ihel.* Et quoniam tetragonum *.eg.* duplum est trigoni *.hif.*, erit pyramis *.ihefg.*, cuius basis est tetragonum *.eg.*, duplum pyramidis *.ihef.*, cuius basis est trigonum *.hef.*: sunt enim ambe sub una altitudine, que est linea *.ei.* Quare pyramis *.ihefg.* equalis est duabus pyramidibus *.ihef.* et *.lhgf.*: pyramides uero *.ihefg.* et *.topq.* habent bases et altitudines mutue̜ proportionis: est enim sicut tetragonum *.eg.* ad trigonum *.opq.*, ita altitudo *.tn.* ad altitudinem *.ie.*; que uero | pyramides habent bases et altitudines mutue̜ proportionis sibi inuicem equales sunt; equalis est ergo pyramis *.ihefg.* pyramidis *.topq.*: sunt enim et pyramides *.ihef.* et *.lhgf.* equales pyramidi *.ihefg.*; et que eidem equalia sunt et alterius sunt equalia; pyramides ergo *.ihef.* et *.lhgf.* pyramidi *.topq.* sunt equales. Similiter demonstrabitur, relique due pyramides, que sunt *.fikl.* et *.himl.* equales esse pyramidi *.topq.*: demonstratum est ergo, cubum *.kmh.* continere quantitatem trium pyramidarum equalium pyramidi *.topq.* Vnde patet, cubum *.kmh.* triplum esse pyramidis *.topq.*; et hoc uolui demonstrare. Et ut hec liquidius declarescant, ponam dyametrum spere̜ .6., et erit latus cubi, scilicet *.ef.*, radix de .12.; et latus pyramidis, scilicet *.op.*, radix de .24.; et erit quadratum lateris *.ef.*, scilicet tetragonum *.eg.*, 12.: quibus ductis in latitudinem *.ei.*, scilicet in radicem de 12., uenient .12. radices de .12., que sunt una radix de .1728. pro quadrato cubi *.hmk.*: de quo quadrato si accipiatur nona pars, uenient .192. pro quadrato pyramidis *.topq.* Verbi gratia: de quadrato lateris *.op.* accipiamus quartam, et habebimus .6. pro quadrato line̜ *.ps.*: quod si extraxerimus ex quadrato lateris *.op.*, scilicet de .24., remanebunt .18. pro quadrato catheti *.os.*: quod si multiplicauerimus in quadratum line̜ *.ps.*, quod est .6., uenient .108. pro quadrato trigoni *.opq.*: quod si duxerimus in quadratum terti̜e altitudinis, scilicet in nonum quadrati perpendicularis *.tn.*; quod quadratum est .16.: uel si nonum de .108., quod est .12., duxerimus per .16., habebimus similiter .192. pro quadrato pyramidis *.topq.*: quod si duxerimus per .9., habebimus .1728., ut supra, pro quadrato cubi *.hmk.*; et

« rectas *.if.* .... siquidem pyramide » (fol. 122 *verso*, lin. 12-19 e 20; pag. 191, lin. 3-10).



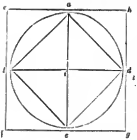
« scilicet sub .... tetragonum *.eg.* » (fol. 122 *verso*, lin. 24-34; pag. 191, lin. 13-22).



fol. 123 *recto*.

uenit in alio totum hoc videlicet sunt enim et pyramides *.ihef.* et *.lhgf.* pyramidis *.topq.*

« exterius tetragonum .... summatur centrum » (fol. 123 *recto*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 192, lin. 8 e 9).



« .eh. contingit .... .ibe. sint » (fol. 123 *verso*, lin. 2-9; pag. 192, lin. 10-17).

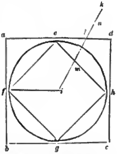
(Figura simile alla precedente)

hoc uolui demonstrare. Est enim .42. parum plus radicis de .1728.; et .14., que sunt tertia pars de .42., sunt parum plus radicis de .192.; per que ostenditur, cubum esse triplum pyramidis.

Si circa circulum describatur tetragonum, cuius latera omnia contingant circulum; et in contactis copulentur recte, quadrilaterum quod inde prouenerit, tetragonum erit; et exterius tetragonum duplum erit interioris tetragoni. Circa circulum *.abcd.* adiaceat tetragonum *.efgh.* contingens circulum in punctis *.a.b. c.d.*, in quibus copulentur recte *.ab. bc. cd. ad.* Dico quadrilaterum *.abcd.* tetragonum esse; et exterius tetra- (123 *verso*.) gonum *.eg.* duplum esse tetragono *.abcd.*: summatur centrum | circulj *.abcd.*, sitque *.i.*; et copulentur recte *.ia. ib. ic. id.*: et quoniam recta *.eh.* contingit circulum *.abcd.* in puncto *.a.*; et in ipso contactu á centro copulata est recta *.ia.*; recta ergo *.ia.* cathetus est super rectam *.eh.*, ut in Geometria habetur: rectus est ergo uterque angulorum *.iae.* et *.iah.* Similiter ostendetur, rectos esse angulos *.ibe.* et *.ibf.* et *.icf.* et *.icg.* et *.idg.* et *.idh.*: et quoniam in rectas *.be.* et *.ia.* recta incidit *.ea.*; et sunt anguli qui ad *.e.*, et qui sub *.eai.* recti; erunt quidem recte *.eb.* et *.ia.* equidistantes. Similiter ostendetur, rectas *.ib.* et *.ae.* equidistantes esse, cum anguli qui ad *.e.*, et qui sub *.ibe.* sint recti: ostense sunt etiam et recte *.ia.* et *.ba.* equidistantes esse; quare recta *.ia.* equalis est recte *.be.*, et *.ib.* recte *.ae.* Equilaterum ergo est quadrilaterum *.ebia*; dico quidem et orthogonium; est enim unus quisque angulorum, qui sub *.ibe. bea. eai.* rectus; quare reliquus, qui sub *.bia.* rectus est. Tetragonum ergo est *.ei.* Similiter ostendetur, quadrilatera *.fi. gi. hi.* tetragona esse. Quare omnes anguli, qui sunt ad *.i.* centrum, recti sunt: unde patet, rectam *.ai.* continuari cum recta *.ic.*, et rectam *.bi.* cum recta *.id.*; ergo recte *.ac.* et *.bd.* dyametri sunt circulj *.abcd.*, et secant se ad rectos angulos. Quare unaqueque rectarum *.ab. bc. cd. ad.* corda est quartę circulj: equales ergo sunt recte *.ab. bc. cd. da.* sibi inuicem: equilaterum ergo est quadrilaterum *.abcd.*; dico etiam et orthogonium: quoniam orthogonium est trigonum *.aib.*, cuius duo latera *.ib.* et *.ia.* sunt equalia, cum sint á centro ad periferiam deducta, anguli *.iba.* et *.bai.* sibi inuicem sunt equales; et est rectus angulus *.bia.*: quare semirectus unusquisque angulorum, qui sub *.iba.* et *.iab.* Demonstrabitur etiam per trigona *.bic. ida.* et *.icd.* unumquemque angulorum qui sub *.ibc. icb. icd. idc.* et *.ida.* et *.iad.* semirectum esse; quare anguli *.abc.* et *.bcd.* et *.cda.* et *.dab.* recti sunt: orthogonium ergo est quadrilaterum *.abcd.*: ostensum est etiam et equilaterum; ergo equilaterum *.abcd.* tetragonum est. Dico rursus, tetragonum *.eg.* continens circulum duplum esse tetragoni *.abcd.* continenti á circulo: est enim paralilogramum unumquodque tetragonorum *.ie. if. ig. ih.*; et dyametri ipsorum, que sunt *.ab. bc. cd. da.*, ea per equalia secant: quare trigonum *.aib.* equale est trigono *.eab.*: eodemque modo et trigonum *.bic.* equale est trigono *.fbc.*, et trigonum *.icd.* trigono *.gcd.*, nec non et trigonum *.aid.* | trigono *.adh.* Quare trigona *.aeb.* (fol. 124 *recto*.) et *.bfc.* et *.cgd.* et *.ahd.* reliquis quatuor trigonis *.aib.* et *.bic.* et *.cid.* et *.dia.* continentibus totum tetragonum *.abcd.* equalia sunt. Vnde patet, tetragonum *.eg.* duplum esse tetragoni *.abcd.* Aliter quoniam semicirculus est sectio *.dab.*, et in ipso angulus est qui sub *.dab.*; angulus ergo qui sub *.dab.* est rectus: et quia latera *.ad.* et *.ab.* equalia sunt, erit unusquisque angulorum qui sub *.abd.* et *.adb.* me-

dictas recti: est enim et angulus *.iab.* semirectus; et est rectus qui sub *.aib.*: quare trigona *.abd.* et *.abi.* sibi inuicem sunt similia: et habent unum angulum comunem, eum uidelicet qui sub *.dba.*: quare proportionaliter est ut *.db.* ad *.ba.*, ita *.ba.* ad *.bi.* Quare est sicut prima *.db.* ad tertiam *.bi.*, ita quadratum quod á prima *.db.* ad quadratum quod á secunda *.ab.*: est enim dyametro *.db.* equale unumquodque laterum tetragoni *.ef. .gh.*; ergo est sicut *.db.* ad *bi.*, ita tetragonum quod á recta *.ef.* ad tetragonum quod á recta *.ab.*; est enim *.db.* ex *.bi.* dupla; quare et tetragonum quod á recta *.ef.* duplum eius quod á recta *.ab.* Sed tetragonum quod á recta *.ef.* est tetragonum *.efgh.*; et tetragonum quod á recta *.ab.* est tetragonum *.abcd.*; ergo tetragonum *.eg.* duplum est tetragoni *.abcd.*; quod oportebat ostendere.

« á recta .ab. .... recte utrique » (fol. 124 *recto*, lin. 18-28; pag. 193, lin. 9-18).



*|. in alio ad centra circulorum basis et capitis colume ascendunt quatuor recte

SI in cubo describatur columna eiusdem altitudinis, et in columna spera, et in spera pyramidis columnę duorum capitum, cuius due extremitates sint in centra circulorum basis et capitis columnę; et eius uenter sit circulus secans columnam et speram in duo media; et sit ipse circulus equidistans circulis basis et capitis columnę: et in ipsa pyramide describatur solidum octobasium triangularum, cuius uenter sit tetragonum cadens in superficie predicti circuli secantis columnam et speram in duo media, cuius tetragoni angulis ad *|. centra colnmnę circulorum basis et capitis ascendentis quatuor recte utrique facientes super ipsum tetragonum octo trigona equilatera et equiangula, quarum unumquodque latus est equale uniuscuiusque lateris ipsius tetragoni; erit proportio horum omnium corporum inter se sicut narro: proportio quidem cubi ad colunam est sicut .14. ad .11.; columnę ad speram est sesqualtera; sperę ad pyramidem dupla; pyramidis ad solidum octo basium est sicut .11. ad .7. Vnde colligetur, proportionem cubi ad speram esse sicut .21. ad .11.; ad pyramidem sicut .42. ad .11.; ad solidum octo | basium sexcuplam: et proportionem colnmnę ad pyramidem esse triplam, et ad solidum octobasium sicut .33. ad 7.; nec non et proportionem sperę ad solidum octobasium sicut .22. ad .7. Ad hec autem omnia demonstranda adiaceat tetragonum *.abcd.*; et in ipso describatur circulus *.efgh.*; et eius centrum sit *.i.*; et eleuetur á puncto *.i.* superficiem tetragoni *.ac.* orthogonaliter linea *.ik.*, que sit equalis unicuique laterum tetragoni *.ac.*; et intelligam, tetragonum *.ac.* esse unam ex sex superficiebus continentibus cubum: et circulum *.efgh.* esse basem columnę: et altitudinem utrinsque corporis esse secundum quantitatem linee *.ik.*; quare *.ik.* erit axis columnę: et *.k.* punctus erit centrum circuli capitis columnę. Et quia ad habendam magnitudinem cubi oportet ut quadratum *.ac.* ducatur in altitudinem cubi, scilicet in *.ik.*; et ad habendam magnitudinem colunę oportet ut area circuli *.efgk.* multiplicetur similiter per *.ik.*; erit ergo proportio cubi, cuius basis est tetragonum *.ac.*, et altitudo *.ik.* ad columnam, cuius basis est circulus *.efgh.*, et altitudo *.ik.* sicut tetragonum *.ac.* ad circulum *.efgh.* Sed proportio tetragoni *.ac.* ad circulum *.efgh.* est sicut .14. ad .11., ut superius in inuentione embadi circulorum monstratum est; uel aliter protrahatur á centro *.i.* semidyameter *.if.*, et erit *.if.* medietas lateris *.ab.*; quare quadratum linee *.if.* quarta est quadrati linee *.ab.* Sed ex quadrato linee *.ab.* prouenit tetragonum *.ac.*; ergo ex tetragono linee *.if.* prouenerit quarta tetragoni *.ac.*: quod quadratum si multiplicetur in $\frac{1}{7}$ 3, prouenient tres quarte et septimam quartę, hoc est $\frac{11}{14}$ tetragoni *.ac.*; et ex quadrato linee *.if.* ducto in $\frac{1}{7}$ 3. prouenit circulus *.efgh.*; ergo propor-

fol. 124 *verso*.

« basium sexcuplam ...., intelligam tetragonum » (fol. 124 *verso*, lin. 1-5, 7; pag. 193, lin. 24-29)

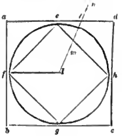
(Figura simile alla precedente)

tio circulj .*efgh*. ad tetragonum .*ac*. est sicut .11. ad .14.: conuersim ergo proportio tetragoni ad circulum est sicut .14. ad .11., ut predixi; et proportio ergo cubi ad columnam est sicut .14. ad .11.; et hoc uolui demonstrare.

Rursus intelligam, rectam .*ik*. esse dyameter sperę cadentis in dicta columna; et diuidam .*ik*. in duo equa super .*l*.; et intelligam, punctum .*l*. esse centrum circulj magni cadentis in spera et equalis et equidistantis circulo .*efgh*.; et erit circulus, cuius ·|· in alio secans colunam et speram centrum est .*l*., secans colunam in duo media: et quia area superficiei sperę est quadruplum ipsius circuli, qui est equalis circulo .*efgd*.; et ex multiplicatione ipsius superficiei in sextam dyametri sperę habetur magnitudo sperę, que sit .*i.m*.; ergo si circulus .*efgh*. multiplicetur per quadruplum sextę dyametri sperę; quod quadruplum fol. 125 recto. sit linea .*i n*., proueniet utique magnitudo | ipsius sperę. Sed ex multiplicatione circulj .*efgh*. in dyametrum sperę, scilicet in altitudinem colunnę, que est .*if*., prouenit magnitudo colunnę; ergo quam proportionem habet linea .*ik*. ad lineam .*in*. eandem proportionem habet predicta columna ad predictam speram: et quia .*ik*. est sexcupla ex .*i.m*., et .*i.n*. est quadrupla eiusdem .*im*., erit proportio .*ik*. ad .*in*. sicut .6. ad .4., hoc est in minimis numeris sicut .3. ad .2.: quare proportio colunnę ad speram est sicut .3. ad .2.; que proportio sexquialtera nuncupatur: et quia proportio cubi ad columnam est sicut .14. ad .11., erit proportio eorumdem corporum sicut triplum .14. ad triplum de .11., hoc est sicut 42. ad .33.: et quia proportio columnę ad speram est sicut .3. ad .2., erit proportio eorumdem sicut undecuplum de .3. ad undecuplum de .2., hoc est sicut .33. ad .22.: et quia proportio cubi ad columnam est sicut .42. ad .33.; et proportio columnę ad speram sicut .33. ad .22.; per equale ergo erit sicut .42. ad .22., hoc est sicut .21. ad .11., ita cubus ad speram; et hoc nolui demonstrare. Item intelligam á circulo, cuius centrum est .*l*. ad utrumque polum sperę, scilicet ad puncta .*i.k*. prouenire singulam pyramidem colunnę; quę pyramides simul composite faciunt pyramidem duorum capitum; et erit altitudo unius pyramidis linea .*lk*., alterius uero linea .*il*.; et est ut diximus tota .*ik*. dyameter sperę. Ad habendam istam magnitudinem huius compositi corporis, oportet ut circulus, cuius centrum est .*l*., multiplicetur in tertiam suę altitudinis, scilicet in tertiam lineę .*ik*. Sed ex multiplicatione circulj, cuius centrum est .*l*., in duas tertias dyametri .*ik*., scilicet in .*in*., prouenit magnitudo sperę; ergo proportio sperę ad ipsum corpus duorum capitum est sicut proportio duarum tertiarum dyametri sperę ad tertiam eiusdem dyametri: Sed proportio duarum tertiarum cuiusque rei ad tertiam eiusdem rei est dupla; ergo et proportio sperę ad pyramidem duorum capitum cadentem in ipsa est dupla: et quia proportio columnę ad speram est sicut .3. ad .2.; sperę ad pyramidem sicut .2. ad .1., erit proportio columnę ad pyramidem tripla; et hoc uolui demonstrare. Rursus circa idem centrum .*l*. intelligam circulum equalem circulo superiori .*efgh*.; et in eo intelligam, tetragonum esse descriptum equale tetragono .*efgh*.; et á punctis angulorum ipsius tetragoni lineabo quatuor lineas ad unum quemque polum sperę, scilicet ad puncta .*i.k*.; et perficietur solidum octo basium, quod Euclides in tertio decimo libro infra fol. 125 verso. speram describere docet: | quod solidum diuiditur in duas pyramides super tetragonum descriptum in circulo, cuius centrum .*l*., quarum unaqueque habet basem tetragonam: et super ipsam eleuantur quatuor trigona equilatera; et altitudo unius pyramidis est

linea .*kl*., et alterius .*il*.; que altitudines sibi inuicem sunt equales; est enim unaqueque earum medietas lineę .*ik*., hoc est dyametri sperę, uel axis columnę, seu altitudinis cubi; quarum pyramidum magnitudines, hoc est magnitudinem totius solidi octobasinm habebis ex multiplicatione tetragoni descripti in circulo, cuius centrum est .*l*., in tertiam partem lineę .*ik*. Sed magnitudo pyramidis duorum capitum continentis hoc solidum octobasium habetur ex multiplicatione circulj continentis ipsum tetragonum in eandem tertiam partem lineę .*ik*.; ergo proportio pyramidis duorum capitum ad solidum octobasium est sicut circulus ad quadratum descriptum infra ipsum circulum; que proportio est sicut .11. ad .7., cum proportio tetragoni continentis circulum ad ipsum circulum sit sicut .14. ad .11. Et exterius tetragonum interioris sit duplum; ergo proportio pyramidis duorum capitum ad solidum octaedron est sicut .11. ad .7.: fuit etiam proportio cubi ad pyramidem duorum capitum sicut .42. ad .11.; et proportio pyramidis ad octaedron sicut .11. ad .7.: quare proportio cubi ad octaedron est sicut .42. ad .7.; que proportio sexcupla est. Rursus quia proportio columnę ad pyramidem duorum capitum fuit tripla, hoc est sicut .33. ad .11.; et proportio pyramidis ad octaedron est sicut .11. ad .7.; erit proportio columnę ad octaedron, hoc est ad solidum octobasium, sicut .33. ad .7. Item quia proportio sperę ad pyramidem duorum capitum fuit dupla, hoc est sicut .22. ad .11.; et proportio pyramidis ad octaedron sicut .11. ad .7., erit proportio sperę ad octaedron sicut 22. ad .7.; quam proportionem habet circumferentia cuiuscumque circulj ad suum dyametrum; his itaque demonstratis si magnitudo alicuius horum quinque corporum fuerit nota, erit possibile per ipsam magnitudinem reliquas magnitudines inuenire. Ad cuius rei demonstrationem ponamus latus cubi .*ab*. esse .6.; quare tetragonum .*ac*. erit .36.; quod si multiplicetur in altitudinem .*ik*., que erit similiter .6., uenient .216. pro magnitudine cubi: et hoc est cubicare unum ex lateribus cubi: et quia proportio cubi ad colunam est sicut .14. ad .11., | si de .216. acceperimus $\frac{11}{14}$, scilicet proportionem, quam habet columna ad cubum, uenient pro magnitudine columnę $\frac{5}{7}$ 169. Similiter si de .216. acceperimus proportiones, quas habent spera: et pyramis duorum capitum, et solidi octobasium ad cubum, nimirum pro magnitudine sperę uenient $\frac{1}{7}$ 113., et pro magnitudine pyramidis $\frac{4}{7}$ 56., et pro magnitudine solidi octobasium .36. Item sit nota magnitudo columnę, que est $\frac{5}{7}$ 169.; quam si multiplicauerimus per .14., et diuiserimus per .11., uenient .216. pro magnitudine cubi: et si de $\frac{5}{7}$ 169. acceperimus $\frac{2}{3}$, que sunt proportio sperę ad columnam, uenient $\frac{1}{7}$ 113. pro magnitudine sperę: et si de $\frac{5}{7}$ 169. acceperimus tertiam partem, que est proportio pyramidis ad columnam $\frac{4}{7}$ 56., uenient pro magnitudine pyramidis: item si de $\frac{5}{7}$ 169 acceperimus $\frac{7}{33}$, scilicet proportionem octaedri ad columnam, uenient .36. pro magnitudine octaedri. Eodemque modo poteris operari si magnitudo alicuius reliquorum corporum fuerit nota.

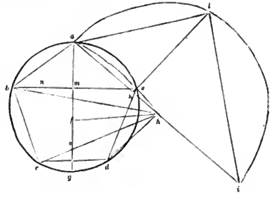
« quod solidum .... est magnitudinem » (fol. 125 verso, lin. 1-7, 8 e margine superiore; pag. 194, lin. 40 — pag. 195, lin. 3).



fol. 126 recto.

Ad inueniendum magnitudinem duodecaedri in spera constructi, cuius sperę dyameter sit nota. Ponam penthagonum .*abcde*., quod sit unum ex duodecim penthagonis equalibus continentibus ipsum solidum: et circa ipsum penthagonum describam circulum .*abcde*., cuius centrum sit .*f*.; et protraham in eo dyametrum .*ag*., nec non et cordam .*be*., que est corda anguli penthagonici; et ponam centrum sperę punctum .*h*., et copulabo rectam .*ah*., et circinabo super speram semicirculum magni circulj .*ali*., et producam .*ah*. in punctum .*i*., et erit tota .*ai*. dyameter sperę, nec non et semicirculj .*ali*.;

« speram semicirculum .... solidi duodecim » (fol. 126 *recto*, lin. 22-35; pag. 195, lin. 42 — pag. 196, lin. 9).



« basium penthagonorum .... Vnde qualiter » (fol. 126 *verso*, lin. 1-13; pag. 196, lin. 9-17).

(Figura simile alla precedente)

et ponamus eam esse ulnarum .6.; et abscidam ab ea lineam *.ak.*, que sit tertia ex *.ai.*; et producam ad rectos angulos super lineam *.ai.* lineam *.kl.*, et copulabo rectas *.al.* et *.il.*; et ab angulis penthagoni *.abcde.* ad centrum sperę perducam lineas *.bh.* *.ch. dh. eh.*; et erit pyramis *.habcde.*, cuius basis est penthagonum *.abcde.*, et sumitas eius *.h.* duodecima pars totius f. 126 v. solidi duodecim | basium penthagonorum descripti in spera, cuius dyameter est *.ai.*; quia si á centro sperę, quod est *.h.*, ad omnes angulos duodecaedri ducantur recte, nimirum in duodecim pyramides equales totum corpus duodecaedri diuidetur, quarum una est pyramis *.habcde.*: quare si magnitudinem eius inuenerimus, et eius duodecuplum acceperimus, utique habebimus magnitudinem totius corporis. Vnde qualiter operari in his debeamus, indicemus. Primum considerandum est quod trigona *.ali.* et *.alk.* sibi inuicem sunt similia: habent enim angulos *.a.l.i.* et *.akl.* rectos: et angulum qui ad *.a.* comunem: reliquis ergo qui sub *.alk.* reliquo qui ad *.i.* equalis est: trigona enim similia circa comunem angulum habent latera proportionalia: quare est sicut *.ia.* ad *.al.*, ita *.al.* ad *.ak.*: et quando tres recte proportionales sunt; erit sicut prima ad tertiam, ita quadratum quod á prima ad quadratum quod á secunda: ergo est sicut *.ia.* ad *.ak.*, ita quadratum dyametri *.ai.* ad quadratum linee *.al.*: est enim *.ai.* ex *.ak.* tripla; quare et tetragonum ex *.ai.*, quod est .36., triplum est tetragoni linee *.al.*; ergo tetragonum linee *.al.* est .12. Et est *.al.*, vt in tertiodecimo libro Euclidis habetur, latus cubi cadentis in spera, cuius dyameter est *.ai.* Nam latus cubi cadentis in spera est corda anguli penthagonici unius cuiusque penthagoni duodecim superficierum facientium solidum duodecim basium; ergo quadratum cordę *.be.*, que est corda anguli penthagonici *.bae.*, est .12.: et ut inueniamus unum ex lateribus penthagoni *.abcde.*, oportet ut corda *.be.* media et extrema proportione diuidatur; quia ut in tertiodecimo libro Euclidis habetur corda anguli penthagonici media et extrema proportione diuisa; pars maior est latus penthagonicum.

Modus diuidendi lineam media et extrema proportione.

Nam modus diuidendi corda *.be.* media et extrema proportione est vt super quadra-

tum eius, quod est .12., addamus quartam eius, erunt .15.; de quorum radice auferatur medietas lineę .be., que est radix trium, | et habebitur pro maiori parte radix .de. 15. minus radice trium; ergo latus penthagonicum .ae., quod est unum ex lateribus penthagoni, est radix de .15. minus radice trium. Et quia, ut in quartodecimo Euclidis habetur, quadrata cordę et lateris penthagonici possunt quincuplum lateris exagonici. Et ut habeam latus exagonicum, addam quadratum cordę .be., quod est .12., cum quadrato lateris .ae., quod est .18., minus radice de .180., ut inferius demonstrabo ·|·, erunt 30 minus radice de 180.; quorum quinta, que est .6., minus radice de $\frac{1}{5}$ 7, est quadratum lateris exagonici .af. Nam exagonicum latus equale est semidyametro circulj; quod quadratum si auferatur ex quadrato semidyametri spere .ah., scilicet de .9., remanebunt .3. et radix de $\frac{1}{5}$ 7 pro quadrato perpendicularis .hf. Est enim trigonum .ahf. rectiangulum, cum recta .hf. stet orthogonaliter super planum circulj .abgd.; quia ut habetur in libro Milei et in Almaiesti., cum superficies secat speram, comunis eorum sectio est circulus; et cum á centro sperę ad centrum circulj secantis speram linea protrahitur, illa linea stat orthogonaliter super superficiem circulj.

fol. 127 recto.

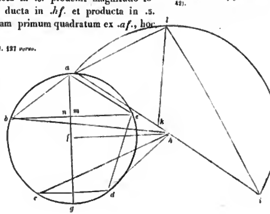
·|· in distinctione ultima ubi est paragrafum ¶ Demonstrabo rursus per lineam .rae. quod sic iacet.



Habita quidem notitia semidyametri .af. et perpendicularis .hf., ostendamus modum mensurandi pyramidem .habcde. Diuidam primum .fg. in duo equa super .o., et erit .a o. dodrans, hoc est tres quarte dyametri .ag.; et auferam ex corda .be. sextam eius, que sit .bn., remanebit .en. destans, scilicet $\frac{5}{6}$ cordę .be.: et quia ut in quartodecimo libro habetur, ex dodrante .ao. in destantem .en. peruenit planum penthagoni .abcde.; quod planum si ducatur in perpendicularem .hf., ueniet triplum pyramidis .habcde.; quod etiam triplum si ducatur in .h., habebitur magnitudo totius dedocaedri, cuius duodecima pars est pyramis .habcde. Sed quia proportio dodrantis .ao. ad semidyametrum .af. est sicut .6. ad .4., que proportio est sexqualtera, erit superficies .af. in .fh. ducta in .en. et producta in .6. sicut superficies ex .ao. in .en. ducta in .hf. et producta in .4. Item quia proportio .be. ad .en. est sicut .6. ad .5., erit superficies ex .af. in .be. ducta in .fh. et producta in .5. sicut superficies ex .fa. in .en. ducta in .hf. et producta in .6. Sed ex superficie .fa. in .en. ducta in .fh. et producta in .6. prouenit magnitudo totius duodecaedri; ergo ex superficie .af. in .be. ducta in .hf. et producta in .5. uenit magnitudo eiusdem duodecaedri: quare ducam primum quadratum ex .af., hoc est .6. minus radice de $\frac{1}{5}$ 7. in 3, et radicem | de $\frac{1}{5}$ 7., uenerit etiam $\frac{4}{5}$ 10. et tres radices de $\frac{1}{5}$ 7.: verbi gratia: ex ductu .6. in .3. ueniunt .18.; et educta radice de $\frac{1}{5}$ 7. addita in radicem de $\frac{1}{5}$ 7. diminutam ueniunt $\frac{1}{5}$ 7 diminuta; quibus extractis de .18. remanent $\frac{4}{5}$ 10.: et ex multiplicatione de .3. in radicem de $\frac{1}{5}$ 7. diminutam ueniunt tres radices de $\frac{1}{5}$ 7. diminute: et ex multiplicatione de .6. in radicem de $\frac{1}{5}$ 7. additam ueniunt sex radices de $\frac{1}{5}$ 7. addite: extractis ergo tribus radicibus diminutis de sex

de $\frac{1}{5}$ 7., ... sex radices (fol. 127 verso, lin. 1-12; pag. 197, lin. 34—42).

fol. 127 verso.



radicibus additis, remanent tres radices de $\frac{4}{5}$ 7. addite. Et sic habemus 10 et $\frac{4}{5}$ et radices tres de $\frac{4}{5}$ 7., que sunt una radix de $\frac{4}{5}$ 64. Post hec ducam quadratum ex *.be.* in quadratum de .5., uenient .300., in quibus multiplicabo $\frac{4}{5}$ 10. et radicem de $\frac{4}{5}$ 64. Nam ex .300. ductis in $\frac{4}{5}$ 10. ueniunt .3240., et ex ductis .300. in radicem de $\frac{4}{5}$ 64. uenit radix numeri, qui fit ex quadrato trecentorum, scilicet de .90000. in $\frac{4}{5}$ 64: de qua multiplicatione proueniunt 5832000. ; ergo pro quadrato magnitudinis totius dodecaedri habentur .3240. et radix de 5832000.; et hoc quadratum est binomium primum, cum maius nomen possit plus minore secundum quantitatem quadrati numeri: quare radix eius est binomia, ut in .x.^mo^ EVCLIDIS habetur; que radix est radix de 2700. et radix de 540.; quas radices, si subtiliter acceperimus, habebimus parum minus de ulnis $\frac{4}{5}$ 75. pro magnitudine positi dodecaedri: uel si radicem de 5832000 quam propius acceperimus, et inueniemus eam esse parum minus de .2415.; quam si super .3240. addiderimus, habebimus parum minus de .5655.; quorum radicem similiter inueniemus esse parum minus de $\frac{4}{5}$ 75. Et notandum quod diximus, radicem de .3240. et radicem de .5832000 esse radicem de .2700. et radicem de .540., tunc diuisimus .3240. in duas partes, quarum una fuit .2700., et altera .540.; et ex multiplicatione unius earum in aliam prouenit quarta de .5832000.; et ita nos docet EVCLIDES in similibus operari. Demonstrabo rursus quomodo quadratum linee *.ae.*, scilicet lateris penthagoni | inueniendum sit. Reiterabo lineam *.ae.*, et addam ei lineam *.ra.*, que sit radix trium: et erit tota *.er.* radix de .15.; quare *.ae.* erit radix de 15. minus radice trium; de qua *.ae.* uolumus quadratum accipere. Quoniam linea *.er.* diuisa est in duobus utlibet super punctum *.a.*, erunt quadrata linearum *.er.* et *.ar.* equalia duplo superficiei *.ar.* in *.er.*, et quadrato linee *.ae.* Vnde si ex quadratis linearum *.er.* et *.ar.* tollamus duplum superficiei *.ar.* in *.er.*, remanebit quadratum linee *.ae.*: est enim *.er.* radix de .15.; quare quadratum eius est .15., et *.ar.* est radix de .3. Quare quadratum eius est .3.; ergo quadrata linearum *.er.* et *.ar.* sunt .18.; et ex *.ar.* in *.er.*, scilicet ex radice trium in radicem de .15. uenerit una radix de .45.: quare ex duplo *.ar.* in *.er.* ueniunt due radices de .45.; quibus extractis de .18. inuentis, remanent .18. minus duabus radicibus de .45.; que due radices sunt una radix de .180.; ergo quadratum linee *.ae.* est .18. minus radice de .180., ut superius inuenimus.

.Magnitudo dodecaedri.

« minus de .... lateris penthagoni » (fol. 127 *verso*, lin. 30-35 e margine inferiore; pag. 198, lin. 13-18).



fol. 128 *recto*.

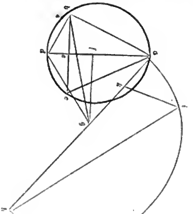
« de .15. minus .... et duplo *.ar.* » (fol. 128 *recto*, lin. 3-11; pag. 198, lin. 19-27).



De magnitudine solidi 20 basium triangularium constructi in eadem spera, cuius dyameter sit .6.

AD habendam siquidem magnitudinem ycosaedri constructi in spera data Adiaceat trigonum *.abc.* equilaterum et equiangulum, quod sit una ex .20. superficiebus continentibus solidum: et circa ipsum describam circulum *.abc.*, et in ipso protraham dyametrum *.ad.* secans rectam *.bc.* super punctum *.e.*, et centrum circulj sit *.f.*; et ponam centrum spere punctum *.g.*, et copulabo rectam *.ag.*, et producam eam in puncto *.h.*, qui sit punctus in superficie spere: et signabo super speram semicirculum circulj magni *.aih.*, et copulabo rectas *.bg. cg.*; et erit *.gabc.* pyramis, cuius basis est trigonum *.abc.*, et eius summitas est *.g.*; que pyramis est $\frac{1}{20}$ totius ycosaedri; quia si á puncto

« rectam .bc. .... et quia » (fol. 128 *recto*, lin. 21-35; pag. 198, lin. 35— pag. 199, lin. 4).

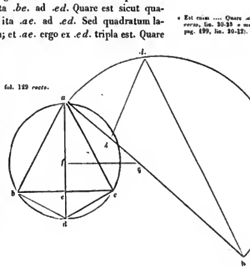


.g., qui est centrum sperę, lineentur recte ad omnes angulos .20. triangulorum continentium ipsum ycosaedron, nimirum ipsum in .20. pyramides equales diuidetur, quarum una est pyramis .gabc., cuius magnitudinem si in .20. duxerimus, habebimus utique magnitudinem totius solidi .20. basium: et quia | ut in EVCLIDE habetur, circulus continens unum ex trigonis ycosaedri est equalis circulo continenti unum ex penthagonis dodecaedri, cum ambo solida sint in eadem spera constructa; erit propter hoc quod diximus superius, semidyameter circulj .abc. nota; hoc quadratum ex .af. erit .5. minus radice de $\frac{1}{5}$ 7., et quadratum perpendicularis .gf. erit .3. et radix de $\frac{1}{5}$ 7. Est enim semidyameter sperę .ag. 3., et eius quadratum est 9.: et quia quadratum lateris trianguli equilateri descripti in circulo est triplum quadrati semidyametri ipsius circulj; si triplicauerimus quadratum semidyametri .af., quod est .6. minus radice de $\frac{1}{5}$ 7., habebimus .18. minus tribus radicibus de $\frac{1}{5}$ 7. pro una ex lateribus trigoni .abc.: de inde copulabo rectas .db. et .dc., et erunt trigona .abd. et .acd. orthogonia et equalia. Est enim latus .ab. equale lateri .ac.; quare arcus .ab. equalis est arcui .ac.: est enim et totus arcus .abd. toti arcui .acd. equalis: reliquus ergo arcus .bd. reliquo .cd. est equalis; quare recta .bd. recte .cd. est equalis: equilatera enim sunt trigona .abd. et .acd., nec non et equiangula; quare angulus .bad. equalis est angulo .cad. Est enim et angulus .abc. equalis angulo .acb.; quare anguli qui ad .e. equales sibi inuicem sunt: et si equales, ergo recti. Et quoniam in circulo .abc. dyameter .ad. quandam rectam .bc. ad rectos angulos secat: et per equalia eam secat; ergo recta .be. equalis est recte .ec.; ergo .be. medietas est ex .bc., hoc est ex ab.; quare quadratum ex .ab. quadruplum est ex quadrato .be. Sed quadrato linee .ab. equalia sunt quadrata linearum .ae. et .eb.; ergo quadrata linearum .ae. et .eb. quadrupla sunt quadrato lineę .eb. Quare quadratum lineę .ae. triplum est quadrato lineę .eb.; ergo et quia in trigono orthogonio .abd. ab angulo .b. recto cathetus .ae. protracta est super basem .ad., erit sicut .ae. ad .eb., ita .be. ad .ed. Quare est sicut quadratum lateris .ae. ad quadratum lateris .eb., ita .ae. ad .ed. Sed quadratum lateris .ae. ad quadratum lateris .ed. est triplum; et .ae. ergo ex .ed. tripla est. Quare patet .ed. totius dyametri .ad. quartam esse. Est enim et .af. medietas dyametri .ad.; reliqua .ef. est alia quarta pars ex tota .ae. continent tres quartas totius dyametri .ad. Quare .ae. | ad .af. est proportio sexqualtera. Demonstratum est recta .ae. cathetum esse super rectam .bc. Quare ex ductu .ae. in .bc. prouenit duplum trigoni .abc.; que si multiplicauerimus per .10., hab ebimus aream .20. triangulorum equalium continen tium solidum .20. basium. Sed quia proportio ex .ae. ad .af. est sicut .15. ad .10., ueniet ex multiplicatione .af. in .bc. ducta in .15. superficies eorumdem .20. triangulorum: quam superficiem si duxerimus in tertiam perpendicularis .gf.; que perpendicularis est altitudo .20.

fol. 128 verso.

« Est enim .... Quare .ae. » (fol. 128 verso, lin. 30-35 e margine inferiore; pag. 199, lin. 30-32).

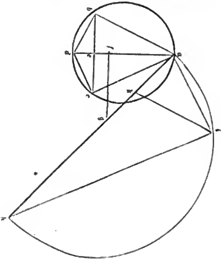
fol. 129 recto.



pyramidarum continentium totum solidum ycosaedri; ergo si multiplicauerimus *.af.* in *.bc.*; et illud totum in .5.; et quod prouenerit, duxerimus in *.gf.*, habebimus utique magnitudinem totius solidi : ergo si multiplicauerimus quadratum ex *.af.* in quadratum ex *.bc.*; et illud totum duxerimus per quadratum de .5., scilicet per .25.; et huc totum produxerimus in quadratum ex *.gf.*, habebimus ex hoc toto quadratum magnitudinis solidi. Nam ex multiplicatione quadrati linee *af.* in quadratum ex *.fg.*, scilicet ex multiplicatione de .8. minus radice de $\frac{1}{5}$ 7. in tres et radicem de $\frac{1}{5}$ 7, uenient $\frac{4}{5}$ 10. et radix de $\frac{4}{5}$ 64., ut superius inuenimus; que multiplicanda sunt per quadratum lateris trianguli *.bc.*, scilicet per .18. minus tribus radicibus de $\frac{1}{5}$ 7., scilicet minus una radice de $\frac{4}{5}$ 64; que multiplicatio sit fit: primum multiplicanda sunt $\frac{4}{5}$ 10 per .18., scilicet integra per integra, ueniunt $\frac{2}{5}$ 194.; de quibus tollenda est multiplicatio radicis de $\frac{4}{5}$ 64 addite in radicem de $\frac{4}{5}$ 64. diminutam; ex qua multiplicatione proueniunt integra $\frac{4}{5}$ 64., remanent $\frac{3}{5}$ 129. Item multiplicanda est radix de $\frac{4}{5}$ 64. addita per 18, ueniunt radices decem et octo de $\frac{4}{5}$ 64. Et radix de $\frac{4}{5}$ 64. diminuta multiplicanda est per $\frac{4}{5}$ 10., ueniunt radices $\frac{4}{5}$ 10. de $\frac{4}{5}$ 64. diminute: extractis ergo radicibus $\frac{4}{5}$ 10. diminutis ex radicibus .18. additis, remanent radices $\frac{1}{5}$ 7. de $\frac{4}{5}$ 64.: ergo ex quadrato *.af.* in *.fg.* ducto in quadratum ex *.bc.* ueniunt $\frac{3}{5}$ 120. et radices $\frac{1}{5}$ 7. de $\frac{4}{5}$ 64.: quibus multiplicatis per quadratum de .5., scilicet per .25., ueniunt .3240. et radices .180. de $\frac{4}{5}$ 64. pro quadrato totius solidi ycosaedri. Nam si illas .180. radices ad radicem unius numeri tantum reducere uolumus : multiplicabimus .180. in se, uenient .32400.; et de $\frac{4}{5}$ 64. faciemus quintas, erunt quinte .324.; quas multiplicabo per .5., uenient .324.; que multiplicabo per $\frac{1}{5}$ de 32400., scilicet per 6480., uenient .2099520.: ergo quadratum totius solidi est .3240. et radix de 2099520.; et hoc est binomium quartum, cum maius nomen, scilicet 3240., sit ratiocinatum, et possit plus minore, scilicet super 2099520., secundum quantitatem numeri non quadrati: unde si radicem de 2099520., que est parum | minus de 1449., addiderimus super .3240., uenient parum minus de 4689; quorum radix, que est parum minus de $\frac{1}{2}$ 68., est quantitas magnitudinis ycosaedri. Et si uolumus ad notitiam semidyametri *.af.* aliter deuenire. Ponam *.kh.* quadruplam ex *.ak.*; et per punctum *.k.* super dyametrum spere *.ah.* ad rectos angulos protraham lineam *.ki.*; et copulabo rectas *.ai. ih.*; et erit per ea que dicta sunt superius ut *.ha.* ad *.ai.*, ita *.ai.* ad *.ak.* Quare erit sicut *.ha.* ad *.ak.*, ita quadratum dyametri *.ah.* ad quadratum linee *.ai.* Est enim *.ah.* quincupla ex *.ak.* Quare quadratum ex *.ah.*, quod est .36., est quincuplum quadrati ex *.ai.*; ergo quadratum ex *.ai.* est $\frac{1}{5}$ 7.; et *.a.i* est semidyametrum circulj, cuius penthagoni latus cadentis in ipso circulo est latus trianguli *.abc.* suprascripti, ut in Euclide habetur: quod latus penthagonicum ita ex semidyametro sui circulj habetur si super quadratum ipsius semidyametri, scilicet super $\frac{1}{5}$ 7., addemus quartam eius, et erunt .9.; de quorum radice, que est .3., tollam medietatem semidyametri, cuius medietatis quadratum est quarta pars quadrati semidyametri; et illud est $\frac{4}{5}$ 1.; et habebimus .3.

fol. 129 *verso*

• minus de 1449. ..., circulj habetur • (fol. 129 *verso*, lin. 1-14 e margine superiore; pag. 200, lin. 25-39).

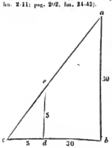


minus radice de $\frac{4}{5}$ 1.; et hoc est latus ducagonicum: super cuius quadratum, quod est $\frac{4}{5}$ 10 minus radice de $\frac{4}{5}$ 64., si addiderimus quadratum semidyametri, scilicet $\frac{3}{4}$ 7., erunt .18. minus radice de $\frac{4}{5}$ 64. pro quadrato unius laterum trigoni .*abc*.; quod quadratum cum sit triplum quadrati semidyametri .*af*., diuidenda sunt .18., minus radice de $\frac{4}{5}$ 64., per .3., et uenient .6., minus radice de $\frac{4}{5}$ 7., pro quadrato semidyametri .*af*., ut superius inuentum est. Et quia Evclides inuenit esse sicut latus cubi, scilicet cordę anguli penthagonici, ad latus trianguli equilateri cadentis in eodem circulo, sicut proportio linee potentis super lineam media et extrema proportione diuisam, et super maiorem partem eius ad lineam potentem super eandem lineam diuisam, et super minorem eius partem; ita solidum .12. basium penthagonorum ad solidum .20. basium triangularium in eadem spera constructarum, est possibile inuenire magnitudinem unius eorum solidorum habita magnitudine alterius. Verbi gratia: inuenimus superius cordam anguli penthagoni fuisse radicem de .12.; et latus trianguli esse radicem de .18. minus radice de $\frac{4}{5}$ 64. Et solidum .12. basium esse $\frac{4}{5}$ 75.; ergo sicut radix de .12. est ad radicem de .18. minus radice de $\frac{4}{5}$.64., ita $\frac{4}{5}$ 75. est ad | magnitudinem solidi .20. basium. Quare erit sicut. 12. ad .18. minus radice de $\frac{4}{5}$ 64., ita quadratum de $\frac{4}{5}$ 75., quod inuenimus esse superius .5655., ad quadratum magnitudinis ycosaedri; accipiamus ergo quam subtilius possumus radicem de $\frac{4}{5}$ 64., et inueniemus eam esse $\frac{1}{20}$ 8.; et auferamus eum de .18., remanebunt .10. minus $\frac{1}{20}$.: ergo est sicut .12. ad .10. minus $\frac{1}{20}$, ita. 5655. ad quadratum ycosaedri: multiplicabimus ergo .5655. per .10. minus $\frac{1}{20}$, erunt 56267.; quibus diuisis per .12. reddunt parum minus de .4689. pro quadrato ycosaedri, ut superius inuenimus. Et si quadratum ycosaedri esset notum, multiplicaremus illud per .12., et summam diuideremus per .10. minus $\frac{1}{20}$, et habemus quadratum dodecaedri notum. Et si uolumus inuenire proportionem, quam habet linea potens super lineam media et extrema proportione diuisam ad lineam potentem super eandem lineam diuisam et minorem partem eius. Ponam lineam .*ab*., et diuidam eam media et extrema proportione super .*g*.; et maior pars esto .*gb*. Quare erit sicut .*ab*. ad .*bg*., ita .*bg*. ad .*ga*.; et á puncto .*g*. super rectam .*ab*. ad rectos angulos ponam rectam .*gd*.; et ponam ipsam equalem recte .*ab*.; et copulabo rectas .*da*. *db*., et erit recta .*db*. potens super rectas .*dg*, et .*gb*.; et .*db*. erit potens super rectas .*dg*. et .*ga*.: et quia .*dg*. equalis est recte .*ab*., erit recta .*db*. potens super rectas .*ab*. *gb*., hoc est super totam lineam diuisam et maiorem partem eius; et linea potens super eandem lineam .*ab*. et maiorem partem eius, que est linea .*ag*.; ergo est et sicut .*db*. ad .*da*., ita solidum .12. basium ad solidum .20. basium; erit propter hoc et sicut quadratum lineę .*db*. ad quadratum lineę .*da*., ita quadratum dodecaedri ad quadratum ycosaedri: et ut hec ponantur in numeris, ponam .*ab*. 10.; et erit .*bg*. radix quincupli quadrati medietatis lineę .*ab*. minus ipsa medietate; ergo .*bg*. erit de .125. minus 5.; et .*ag*. erit tripla medietatis .*ab*. minus radice quincuplj quadrati medietatis eiusdem lineę; ergo erit .*ag*. 15. minus radice de .125. Accipiamus ergo quadratum ex .*gb*.; et erit .150. minus decem radicibus de .125., que sunt una radix de .12500.: et addamus ipsi quadrato quadratum lineę .*dg*., quod est .100., cum linea .*dg*. sit equalis lineę .*ab*., erunt .250. minus radice de .12500. pro quadrato lineę .*db*. Item super quadratum lineę .*ag*., quod est fol. 130 recto.

.350. minus .30. radicibus de .125. addamus quadratum linee .*gd*., erunt .450. minus radice de 12500. pro quadrato linee .*da*.: et quia unumquodque quadratorum linearum
fol. 130 verso. .*db*. et .*da*. est | abscisio aut recisum, ut non habeamus ignotius per ignotum, accipiamus radicem quam subtilius poterimus de .12500. et de 112500.; et auferamus eas de nominibus maioribus, que sunt in ipsis recisis; et erit proportio quadrati linee .*db*. ad quadratum linee .*da*. raciocinata. Verbi gratia: radix de 12500. est $\frac{3}{5}$ 111.; qua extracta de 250., remanet parum minus de $\frac{4}{5}$ 138. pro quadrato linee .*db*. Item radix de. 112500. est parum plus de $\frac{2}{5}$ 335.; qua extracta de .450., remanet parum minus de $\frac{2}{5}$ 114. pro quadrato linee .*da*.; ergo est sicut $\frac{4}{5}$ 138. ad $\frac{2}{5}$ 114., ita quadratum solidi .12. basium ad quadratum solidi 20. basium. Et est hec proportio equalis proportionis supradicte, quam habet quadratum corde anguli penthagonici ad quadratum lateris trigoni cadentis in eodem circulo. Habita siquidem notitia magnitudinum omnium solidorum cadentium in una spera, per ea que dicta sunt, erit possibile inuenire magnitudines similium solidorum cadentium in aliqua alia spera; cum proportio similium solidorum sit proportio triplicata similium laterum: uel etiam dyametrorum sperarum, in quibus ipsa solida fuerint constituta: est enim proportio triplicata dyametri unius spere ad dyametrum alterius ea quam habet cubus dyametri unius spere ad cubum dyametri alterius. Vnde si uolumus inuenire magnitudinem solidi .12. basium cadentis in spera, cuius dyameter sit .7., erit sicut cubus senarij ad cubum septenarij, hoc est sicut .216. ad .343., ita inuentum solidum, cuius magnitudo est $\frac{4}{5}$ 75., ad magnitudinem quesiti solidi. Quare multiplicanda sunt $\frac{4}{5}$ 75. per 343., et summa diuidenda est per .216., uenient $\frac{5}{12}$ 119. parum minus; uel si quadratum de .343. multiplicabitur per quadratum solidi, scilicet per .3240., et radicem de 5832000.; et summa diuidatur per quadratum de .216., et habebitur quadratum solidi .12. basium cadentis in spera, cuius dyameter est .7. Quod idem intelligas de solido. 20. basium, et de reliquis solidis.

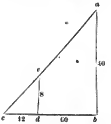
Incipit septima distinctio de inuentione altitudinum rerum eleuatarum, et profunditatum atque longitudinum planitierum.

Si vis metiri aliquam altitudinem: Erige astam in plano: et fac eam stare orthogonaliter super ipsum planum: et elonga te ab ipsa asta, et ab altitudine metienda: et pones oculum in terra prospiciens per summitatem aste: et si uisus tuus transibit ad punctum summitatis metiende altitudinis, signa punctum in terra in locum ubi
fol. 131 recto. erit oculus. Et si linea egrediens ab oculo tuo per summitatem aste | non uenerit ad
uel ante .... ex asta » (fol. 131 recto, lin. 2-11; pag. 202, lin. 24-43). punctum summitatis altitudinis ipsius, muta te retro uel ante, donec linea progrediens ab oculo tuo per summitatem aste ascendat recte ad summitatem altitudinis predicte: et tunc erit proportio plani, quod est inter oculum et rem eleuatam, ad ipsam rem eleuatam quam uis metiri, sicut planum, quod est inter oculum et astam, ad ipsam astam. Verbi gratia. Sit altitudo .*ab*., que sit erecta super planum, in quo sit linea .*bc*.; quare angulus .*abc*. erit rectus; et in ipso plano, et super rectam .*bc*. orthogonaliter erigatur asta .*de*.; et punctus .*c*. sit oculus tuus, á quo transeat linea .*ac*. ascendens per summitatem aste, que est punctus .*e*.; et erit trigonum .*abc*. ex summitate .*ab*. et linee .*bc*. existens in plano; et ex linea .*ac*, quam facit oculus tuus; et trigonum .*edc*. erit ex asta .*ed*. et ad planum .*dc*. et linea .*c.e*: trigona quidem

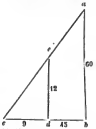


.*abc*. et .*edc*. sibi inuicem sunt similia, quia sunt equiangula; est enim uterque angulorum .*abc*. et .*edc*. rectus: et angulus qui ad .*c*. utrique triangulo est communis; reliquus qui ad .*a*. reliquo qui sub .*ced*. est equalis: equiangula ergo sunt trigona .*abc*. et .*dec*.; quare et similia. Similia enim trigona circa equales angulos habent latera proportionalia; est enim sicut .*cd*. ad .*de*., ita *cb*. ad .*ba*. Vnde si .*cd*. et .*de*., scilicet spatium quod est inter oculum et astam; et ipsa asta .*de*. fuerint nota, erit nota linea .*cb*.; erit utique nota et altitudo .*ab*.: quia si equalis est .*cd*. ex .*de*., equalis erit .*cb*. ex .*ba*.; et si maior, maior: et si minor, minor: Que ostendantur cum numeris. Esto asta .*ed*. quinque palmorum; et spatium .*cd*. sit equale ei; et sit spatium .*cb*. 30. ulnarum; erit propter hoc et altitudo .*ab*. similiter .30. ulnarum, cum .*cd*. sit equalis .*de*., ut in prima figura patet. Item esto .*cd*. maior asta .*ed*., erit propter hoc et planum .*cb*. maius altitudine .*ab*., ut in hac secunda figura patet, in qua ponimus spatium .*cd*. 12. palmorum: et astam .*ed*. octo palmorum; et planum .*cb*. 60. ulnarum. Quare erit ut .*cd*. ad .*de*., hoc est sicut .12. ad .8.; uel in minoribus numeris sicut .3. ad .2., ita .*cb*. ad .*ba*.: unde si multiplicauerimus .60. per .2., et diuiserimus per .3., uenient ulne .40. pro altitudine .*ab*. Rursus esto .*cd*. minor quam .*de*. Quare spatium .*cb*. erit minus altitudine .*ab*., ut in hac tertia patet figura; in qua ponimus .*cd*. 9., scilicet spatium quod est inter oculum et astam: et astam .*ed*. 12., et planum .*cb*, 45. Quare quantum addit .*ed*. super .*dc*., tantum addet altitudo .*ab*. super planum .*bc*.: est enim .*ed*. ad .*dc*. proportio sexquitertia. Quare altitudo | .*ab*. addit super planum .*cb*. tertiam eius, que est .15.; et sic altitudo .*ab*. est .60.: uel si .45., scilicet .*cb*., multiplicentur per .12., hoc est per .*ed*.; et summa diuidatur per .*cd*., scilicet per .9., uenient .60. pro altitudine .*ab*.: uel si .*cb*. multiplicetur per $\frac{1}{3}$ ex .*ed*., et diuidatur per $\frac{1}{3}$ ex .*cd*., uenient similiter .60. pro .*ab*. : uel si $\frac{1}{3}$ ex .*cb*. multiplicetur per $\frac{1}{3}$ ex .*ed*., uenient .60. pro altitudine .*ab*. Ex hoc quidem quidam uolens metiri in nemoribus arbores aptas nauibus, talem modum acceperunt: habent arundinem equalem sue stature, quam habent ab extremitate tali usque ad oculum; et ponunt se in terra contra arborem, quam metiri uolunt, extense tenendo arundinem orthogonaliter erectam secus extremitatem utrinsque tali, ut quanta sit altitudo arundinis, tanta sit longitudo stature á talo usque ad oculum ipsius; et mutant se aliquando uersus arborem appropinquando, aliquando elongando ab ea; et hoc faciunt donec transeat uisus eorum per summitatem arundinis ad summitatem arboris: et tunc quanta est longitudo, que est inter oculum et pedem arboris, tantam dicunt esse altitudinem arboris. Verbi gratia: sit altitudo arboris .*ab*., arundinis .*cd*., et statura hominis .*de*.; et sit .*e*. oculus eius, cuius uisus linea .*ae*. transiens per punctum .*c*.; et tuue erit .*eb*. sicut .*ed*. ad .*dc*., ut superius ostensum est. Geometre uero, uolendo aliquam subtilitatem geometricam ostendere, stant non multum longe ab arbore, et cum arcu duas sagittas sagittant ad arborem, vnam ad radicem eius: et aliam ad punctum sumitatis eius; sed unicuique sagitte ligant unum filum, et tendunt ipsa fila perducentes ea ad unum punctum in plano, facientes ex ipsis filis et ex arbore trigonum orthogonium, cuius cathetus est ipsa arbor; et eius basis est filum sagitte ad pedem arboris protracte, et eius ypothenusa est filum alterius sagitte, quod subtendit angulum rectum. Verbi gratia: sit arbor linea .*ab*.; et filum inferioris sa-

« et .*edc*. rectus ..... et sit » (fol. 131 *recto*, lin. 14-22; pag. 203, lin. 2-10).

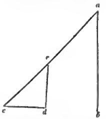


« cum .*cd*. .... planum .*cb*. » (fol. 131 *recto*, lin. 24-33; pag. 203, lin. 11-19).

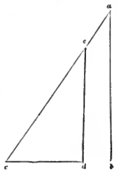


fol. 131 *verso*.

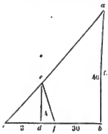
« .*ab*. addit.. .... similiter .60. » (fol. 131 *verso*, lin. 1-4 e margine superiore; pag. 203, lin. 21-24).



« pro altitudine .... eius, cuius » (fol. 131 *verso*, lin. 5. 6-17; pag. 203, lin. 25-35).

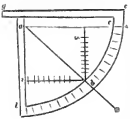


* arbore, et cum .... arboris .ab.: » (Cod. 131 verso, lin. 21-30; pag. 203, lin. 38 — pag. 204, lin. 3).



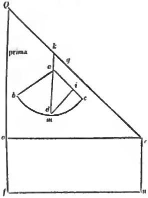
gitte sit .*bc*., et filum alterius sit .*ac*. Cumque utriusque fili mensuram habuerint: quadratum fili .*bc*. extrahetur ex quadrato fili .*ac*., remanet eis quadratum arboris .*ab*.: ut si filum .*ac*. fuerit cubitorum .50., et filum .*bc*. fuerit .30., auferatur quadratum de .30., quod est .900., de quadrato de .50., quod est .2500., remanebunt pro quadrato arboris .*ab*. 1600.; cuius radix, que est .40, est altitudo arboris .*ab*. POSSVMVS etiam dimensionem cuiuscumque altitudinis per aliquem triangulum ligneum habere, f. 132 recto. dum in ipso | triangulo ab uno angulorum cathetus producta fuerit; et basis super quam cathetus cadet ponatur in plano. Verbi gratia: sit altitudo metienda .*ab*.; et triangulus ligneus esto .*e.c.f*., cuius cathetus esto .*ed*.; et stet trigonum .*ecf*. super planum altitudinis, ita ut linea .*ed*. stet orthogonaliter super ipsum planum: et tunc ponant oculum super latus trigoni .*ec*.; qui oculus sit .*h*., et aspiciat per punctum .*e*.: et si uisus tuus transeundo per .*e*. uenerit ad .*a*., erit sicut .*cd*. ad .*de*., ita .*cb*. ad .*ba*.: et si uisus transeundo per .*e*. uenerit inter .*ab*., apropinquabis triangulum ad altitudinem .*ab*.: et si idem uisus ascendet super altitudinem .*ab*., reduces triangulum retro, et facies semper cathetum .*ed*. orthogonaliter stare super planum, fulciendo ipsum triangulum cum lapillis et cum terra; et hoc facies donec oculus tuus per .*e*. uideat .*a*.: et cum hoc factum fuerit, erit ut dixi sicut .*cd*. ad .*de*., ita .*cb*. ad .*ba*.: ut si .*cd*. fuerit .3. cuiuscumque mensurę, et .*de*. fuerit .4., et .*cb*. 30. passuum, erit propter hoc altitudo .*ab*. passus .40.; quia .*ed*. addit super .*cd*. tertiam eius: quare et .*ab*. addit similiter tertiam super .*cb*.: uel si .*cb*. multiplicetur per .*ed*., et suma diuidatur per .*cd*., uenient similiter .40. pro altitudine .*ab*. Et quia pulcre et subtiliter et facile cum quadrante, quem quidem oroscopum uocant, altitudines metiuntur, ipsum quadrantem, et ea que in ipso ponuntur ad nostrum propositum facientia designare curaui ad presens ut subtilius que intendo ualeam demonstrare. Pono punctum .*a*. centrum et ab ipso protraho duas rectas equales .*ab*. et .*ac*. continens angulum rectum et spatio unius rectarum .*ab*. uel .*ac*. circinu arcum .*bdc*. producens ipsum extra aliquantulum in puncto .*e*.; nec non et lineam .*ab*. produco usque ad .*g*. et ponn lineam .*eg*. equidistantem lineę .*ac*. et diuido angulum .*bac*. in duo equa cum linea .*ad*. et protraho á puncto .*d*. super rectas .*ab*. et .*ac*. cathetos .*dh*. *di*.; et ex hoc monstrabitur, quadrilaterum .*dhai*. equilaterum et rectiangulum esse; quia tres anguli eius, qui sunt ad puncta .*a.h.i*., recti sunt; reliquus qui ad .*hdi*. rectus est, cum omne quadrilaterum habeat quatuor angulos equales quatuor rectis: et quia angulus .*bac*. diuisus est in duo equa á linea .*ad*., erit unusquisque angulorum .*dab*. et .*dac*. semirectus sunt enim et anguli .*ahd*. et .*aid*. recti; quare unusquisque angulorum .*adh*. et .*adi*. semirectus est. Quare trigona .*hda*.: et .*ida*. equicruria sunt; sunt enim et orthogonia: quare linea .*ad*. subtendens angulos rectos trigonorum .*ahd*. et .*aid*. est duplum uniuscuiusque | fol. 132 verso. laterum .*ah*. *dh*. *id*. *ai*.; ergo et ipsa quatuor latera sibi inuicem sunt equalia: tetragonum ergo est quadrilaterum .*ahdi*.; et in puncto .*a*. figi filum cum quodam plumbino, quod pendeat extra arcum .*bdc*.; et diuidam utrumque latus .*dh*. et .*di*. in partes .12. uel .60. equales, et notabo ipsas partes omnes, ut in similibus instrumentis notate inueniuntur: et sic perfecta est forma quadrantis; et non est in ea linea .*eg*.: sunt enim .*e*. et .*g*. foramina: et si cum hoc instrumento altitudinem aliquam metiri uolueris; poneres oculum ad foramen .*e*., et stabis contra altitudinem me-

* .ad. subtendens . . . . uniuscuiusque » (fol. 132 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 204, lin. 26).



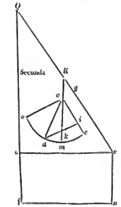
tiendam; et leuabis quadrantem á parte .b., uel declinabis donec uisus tuus egrediatur per foramen .e., et transeat per foramen .g., et perueniat ad cacumen altitudinis metiendę; et tunc in ipsa linea cadet linea .eg., quam superius notauimus: et consideratur punctus ubi cadit predictum filum super lineas .hd. di.; quia si ceciderit filum super punctum .d., tunc tanta erit altitudo metienda, quanta erit longitudo, que est inter te et pedem ipsius altitudinis; et tantum plus quantum est statura tua. Et si filum ceciderit inter puncta .d.i. super lineam .di., ut dicamus in puncto .k., tunc erit proportio plani, quod est inter te et altitudinem, ad superhabundantiam, quam habet ipsa altitudo super staturam tuam, sicut .k.i. ad .ia., hoc est sicut .ki. ad .di.; et hec est proportio partis uel partium ad suum totum : et si filum ceciderit super lineam .dh., ut dicamus in puncto .l., erit tunc proportio plani ad dictum residuum altitudinis metiendę, sicut linea .ah. ad lineam .hl., hoc est sicut linea .hd. ad .hl.; et hec proportio est totius ad aliquam sui partem uel partes. Et ut hec geometrice demonstrentur, cadat filum primum super punctum .d., quod sit linea .am.; et .m. sit plumbinum; et quia filum .am. pendet á puncto .a., quod est in alto, erit illud filum equidistans altitudini metiende, quia stabit filum orthogonaliter super planum, super quod stat ipsa altitudo: et intelligam, ipsum filum transire in altum donec concurrat linee quam fecit uisus tuus ab .e. transiens per .g. ad summitatem altitudinis metiendę: et intelligam rursus ab .e. puncto, scilicet ab oculo tuo, uenire lineam equidistantem plano, quod est inter altitudinem metiendam, que signabit in ipsa altitudine punctum habentem in sua altitudine á terra equale altitudini staturę tuę, et ipsa linea cum residuo altitudinis metiendę: et cum linea, quam fecit oculus tuus transiens per .g. ad sumitatem eiusdem altitudinis, | facit triangulum simile triangulo, quem facit filum cum duobus lateribus quadrati descripti in quadrante. Verbi gratia: sit altitudo metienda .fq., cuius summitas sit .q. punctus ad quem perueniat uisus tuus per .g. ab .e.; et intelligam, lineam .en. esse equalem staturę tue : et intelligam similiter .eo. equidistantem lineę .nf., que est in plano; quare .of. erit equalis staturę tuę, que est .en.; quare triangulus .eoq. erit similis triangulo .dia., qui est in quadrante. Ad quod demonstrandum intelligam filum .ma. ascendens donec concurrat cum linea .eq., et concurrat in puncto .k.; et erit linea .eo. equidistans lineę .ai. Quare angulus qui sub .d.a.i. angulo .dke. est equalis: et quia altitudini .qf. equidistat filum .adm., et in eis incidit recta .eq., erit angulus .dke. equalis angulo .f.e. Sed angulo .dke. ostensus est equalis angulus .d.a.i.; quare angulus .d.a.i. equalis est angulo .o.q.e. Est enim et angulus .e.o.q. angulo .a.i.d. equalis: est enim rectus uterque, quia linea .eo. equidistat lineę .nf.; et est angulus .q.f.n. rectus; quare et angulus .eoq. rectus est: et angulus .aid. est rectus in quadrante : reliquus ergo qui sub .o.e.q. reliquo qui sub .adi. equalis est; quare trigonum .qoe. trigono .aid. similis est: est ergo ut .di. ad .ia., ita .eo. ad .oq.: est enim .di. equalis .ia.; quare et .qo. equalis est .oe., hoc est .fn.; et .fn. est planum, quod est inter te et radicem altitudinis .f.q.: cui si addatur altitudo .fo., hoc est .en., scilicet statura tua, erit altitudo .fq. nota; et hoc uolumus demonstrare. Et si filum ceciderit super lineam .di. in puncto .k., ostendetur etiam, trigonum .qoe. simile esse trigono .aik.: erit itaque angulus .kai. equalis angulo .oqe.; et anguli qui ad .o.

« altitudini metiende . .... altitudinis » (fol. 132 verso, lin. 26, 27-35 e margine inferiore; pag. 205, lin. 16-23).



fol. 133 recto.

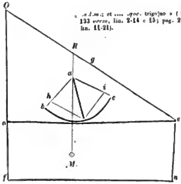
« equalis: est enim . . . . ex .di. est » (fol. 133 recto, lin. 13, 14-27; pag. 205, lin. 34 — pag. 206, lin. 4).



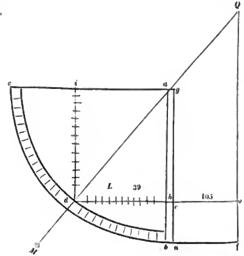
et *.i.* sunt recti; quare reliquus qui sub *.aki.* reliquo qui sub *.o.e.q.* equalis est. Vnde erit sicut *.ki.* ad *.ia.*, hoc est ad *.d.i.*, ita *.eo.* ad *.oq.* Que ergo pars est *.ki.* ex *.ia.* uel partes, eadem pars est *.eo.* ex *.oq.* uel partes. Si ergo *.ik.* ex *.ai.*, hoc est ex *.di.* est medietas: et *.e.o.* ex *.oq.* est medietas : et si tertia, tertia: et si due tertie, due tertie: et de inceps. Et ut melius in numeris intelligantur: Sit planum *.nf.*, hoc est linea *.e.o.*, .50. ulnarum; et *.ik.* sit .37. note ex .60. notis equalibus, que sunt in *.di.*, hoc est in *.ai.* Quare erit sicut .37. ad .60. , ita *.eo.*, scilicet .50. ad *.oq.* Quare multiplicanda sunt .50. per .60., et summa diuidenda est per .37., et uenient inde ulne $\frac{3}{37}$ 81. pro altitudine *.oq.*; cui si addatur equale stature tue, que est *.o.f.*, erit altitudo *.fq.* nota, ut dictum est. |

fol. 133 *verso*. Rursus cadat filum super latus *.hd.* super punctum *.l.*, quod sit linea *a.l.m.*; et producatur filum *.ma.* in puncto *.r.*; et erit angulus *.m.r.e.* equalis angulo *.o.q.e.*; nec non et angulus *.m.a.i.* erit equalis angulo *.o.q.e.*: et quia tetragonum est *.ahdi.*, opposita latera *.ai.* et *.dh.* equidistantia sunt : et quia in equidistantibus *.ai.* et *.hd.* recta incidit *.al.* , erit angulus *.lai.* angulo *.alh.* et angulo *.oqe.* equalis. Item enim permutatim, ut in primo libro Euclidis ostenditur, erit ergo et angulus *.alh.* angulo *.oqe.* equalis. Sunt enim et anguli *.qoe.* et *.ahl.* recti ; reliquus qui sub *.oeq.* reliquo qui sub *.hal.* remanet equalis. Similie est ergo trigonum *.qoe.* trigono *.ahl.*, quod est in quadrante. Similia uero trigona circa equales angulos latera habent proportionalia. Quare est sicut *.ah.* ad *.hl.*, ita *.e.o.* ad *.o.q.* : quam multiplex ergo est *.ah.* ex *.hl.*, tam multiplex est *.e.o.*, hoc est planum *.nf.* ex *.oq.* Que ut melius uideantur, esto *.hl.* partes .39. ex partibus *.hd.*, que sunt .60.; et *.nf.* sit cubitorum .105.: proportionaliter ergo erit sicut .60. ad .39.; que proportio in minimis numeris est sicut .20. ad .13. , ita .105. ad altitudinem *.oq.* Quare multiplicanda sunt .13. per quintam de .105., scilicet per .21. , et summa diuidenda est per quintam de .20., scilicet per .4., uenient cubita $\frac{1}{4}$ 68. pro altitudine *.oQ.* |

« .a.l.m.; et .... .qoe. trigo|no » (fol. 133 *verso*, lin. 2-14 e 15; pag. 206, lin. 11-21).



« pro altitudi|ne .oQ. » (fol. 133 *verso*, lin. 24 25 e margine inferiore; pag. 206, lin. 30 e 31).

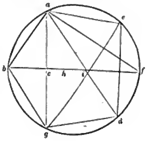


Incipit distinctio octaua de quibusdam subtilitatibus geometricis.

fol. 134 *recto*.

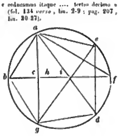
Circvli, cuius dyameter sit .10., uolo latus penthagonicum inuenire. Adiaceat circulus *.abgde.*, et in ipso sit penthagonum equilaterum et equiangulum *.abgde.*; et protrahatur in ipso corda anguli penthagonici *.ag.*, nec non et dyameter *.bf.* secans cordam *.ag.* in duo equa ad punctum *.c.* Quare angulus *.bca.* est rectus: et proponam dyametrum *.fb.* 10., et latus penthagonicum *.ab.* rem; et protraham lineam *.af.*; et erit triangulus *.baf.* orthogonium, cum sit in semicirculo *.baf.*; et est ab angulo recto in basim cathetus ducta *.ac.* Quare multiplicatio *.fb.* in *.cb.* est sicut *.ba.* in se: multiplicemus ergo *.ba.* in se, scilicet rem, ueniet census; quem diuidamus per *.fb.*, scilicet per .10., ueniet pro *.cb.* $\frac{1}{10}$ census: auferamus ergo quadratum $\frac{1}{10}$ census ex quadrato lateris *.ba.*, scilicet ex censu quadratum ex *.cb.*, remanebit pro quadrato lineę *.ac.* census, diminuta $\frac{1}{100}$ census census: et quia *.ag.* dnpla est ex *.ac.*, erit quadratum ex *.ag.* quadruplum quadrati ex *.ac.* Quare quadruplicemus quadratum lineę *.ac.*, et habebimus .4. censns minus $\frac{1}{25}$ census census pro quadrato cordę *.ag.*: et quia in circulo *.abgd.* protractum est quadrilaterum *.agde.*, erit multiplicatio *.de.* in *.ga.* cum multiplicatione *.gd.* in *.ea.*, sicut multiplicatio unins dyametrorum ipsius quadrilateri in alium; et est unns illorum dyametrorum *.ge.*, et alter *.da.*; et est unusquisque eorum equalis linee *.ag.*, cum unusquisque eorum sit corda anguli penthagonici: ergo multiplicatio *.de.* in *.ag.* cum *.gd.* in *.ae.* est sicut *.ag.* in se. Sed ex *.ag.* in se proueniunt .4. census minus $\frac{1}{25}$ census censns; ergo ex *.de.* in *.ga.*, et ex *.gd.* in *.ea.* proueniunt .4. census minus $\frac{1}{25}$ census census: de quibus si tollamus censum, qui prouenit ex *.gd.* in *.ae.*, scilicet ex re in rem, remanebunt .3. census minus $\frac{1}{25}$ census census pro multiplicatione *.de.* in *.ag.* Quare si diuiserimus .3. census minus $\frac{1}{25}$ census census per rem, scilicet per *.de.*, exibunt .3 res minus $\frac{1}{25}$ cubi pro quantitate cordę *.ga.*: multiplicemus ergo .3. res minus $\frac{1}{25}$ cubi in se, uenient .9. census et $\frac{1}{25}$ cubum cubi minus $\frac{6}{25}$ census census, que equantur .4. censibus minus $\frac{1}{25}$ census census. Addamus ergo utrique parti $\frac{6}{25}$ census census, et tollamus ab utraque parte .4. census, remanebunt .5. census et $\frac{1}{625}$ cubi cubi equales 5° census census: diuidamus nunc hec omnia | per censum, et uenient .5. dragme, et $\frac{1}{625}$ census census equales 5° census: reducamus itaque hec omnia ad censum census; et est ut multiplicemus ea per 625, et erunt census census, et 3125 dragme equales .125. censibus: multiplica ergo medietatem censuum, que est $\frac{1}{2}$ 62, in se, uenient $\frac{1}{4}$ 3906; de quibus abice .3125., remanebunt $\frac{1}{4}$ 781; quorum radicem abice de $\frac{1}{2}$ 62., remanebunt $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781. pro quantitate census, radix quorum est res, scilicet latus penthagonicum. Aliter à dyametro *.b.f.* accipiamus centrum *.h.*, et addamus super semidyametrum *.bh.* quartam eius, que sit *.hi.*, et erit tota *.bi.* $\frac{1}{4}$ 6.; et sicut in tertio decimo Evclidis demonstratum est, erit sicut *.bi.* ad *.ic.*, ita *.ic.* ad *.ih.* Quare est sicut prima *.bi.* ad tertiam *.ih.*, ita quadratum lineę *.bi.* ad quadratum lineę *.ci.*: est enim *.bi.* quincuplum ex *.ih.* Quare quadratum ex *.bi.*, quod est $\frac{1}{16}$ 39, est quincuplum quadrati *.ci.* Ergo *.ci.* est radix de $\frac{13}{16}$ 7.; qua ablata ex *.bi.* remanent $\frac{1}{4}$ 6. minus radice de $\frac{13}{16}$ 7. pro quantitate lineę *.bc.*: et quia est sicut *.fb.* ad *.ba.*, ita *.ba.* ad *.bc.*; erit multiplicatio *.ba.* in se sicut multiplicatio *.fb.* in *.bc.*: est enim *.bf.* 10.; que si duxerimus in *.bc.*, scilicet in $\frac{1}{4}$ 6. minus radice de $\frac{13}{16}$ 7.,

« .ac. Quare .... census pro » (fol. 134 *recto*, lin. 10-18; pag. 207, lin. 8-14).



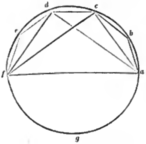
fol. 134 *verso*.

« reducamus itaque .... tertio decimo » (fol. 134 *verso*, lin. 2-9; pag. 207, lin. 20-27).



uenient pro quadrato lineę *.ba.* $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781., quorum radix est latus penthagonicum *.ab.*, et est radix residui, quod est á radice $\frac{1}{4}$ 781. usque in $\frac{1}{2}$ 62.; quorum residuum est parum plus de $\frac{1}{2}$ 34., cuius residui, secundum propinquitatem, radix est .6. minus $\frac{1}{8}$; et hec est quantitas *.ab.* secundum propinquitatem.

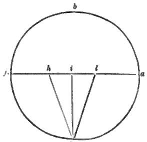
« hoc est .... de $\frac{1}{4}$ 781. » (fol. 124 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 208, lin. 16 e 17).



fol. 125 recto.

Et si uis habere notitiam lateris decagoni cadentis in circulo, cuius dyameter sit .10. Et diuidatur arcus semicirculj *.abcf.* in quinque portiones equales, que sint *.ab. bc. cd. de. ef.*; et protrahantur in eis recte *.ab. bc. cd. de. ef.*, et erit unaqueque ipsarum latus decagoni; et copulentur recte *.ac.* et *.df.*, et erit unaqueque ipsarum latus penthagoni; et producantur recte *.ad.* et *.cf.*: et quoniam equalis est arcus *.ac.* arcus *.fd.*, comuniter adiaceat arcus *.cd.*, erit tunc arcus *.acd.* equalis arcui *.cdf.*: quare recta *.ad.* equalis est recte *.cf.*: in circulo quidem *.abg.* constitutum est quadrilaterum *.cafd.*, et in ipso protrecti (*sic*) sunt duo dyametri ipsius quadrilateri *.cf.* et *.ad.* Quare multiplicatio *.af.* in *.cd.* cum *.ac.* in *.fd.* est sicut *.cf.* in *.ad.*: sed *.cf.* in *.ad.* est sicut *.cf.* in se: his itaque intellectis, propone rectam *.cd.*, que est latus decagoni rem, et multiplica eam in *.af.*, scilicet in .10., uenient .10. res; quibus adde id quod prouenit ex *.ca.* in *.df.*, hoc est ex *.ca.* in se; quod inuenimus superius esse $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781., | erunt .10. res et dragme $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., que equantur quadrato lineę *.cf.*; cui superadde quadratum lateris *.ca.*, quod est $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., erunt .10. res et 125 dragme minus .2. radicibus de $\frac{1}{4}$ 781., que sunt una radix de 3125., que equantur .100. dragmis, scilicet quadrato dyametri *.af.*, cum angulus *.fca.* sit rectus: est enim angulus *.fca.* in semicirculo *.abf.*: adde ergo utrique parti radicem de 3125., et tolle ab utraque parte .125., remanebunt .10. res equales radici .3125. minus .25. dragmis. Quare radicem .3125. minus 25. diuide per .10, et uenient radix $\frac{1}{4}$ 31. minus dragmis $\frac{1}{2}$ 2. pro quantitate rei, scilicet pro latere *.cd.* decagonico.

« Aliter inueniam .... quadrata linearum » (fol. 125 recto, lin. 10-19; pag. 208, lin. 26-35).



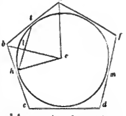
Aliter inueniam latus decagoni: et penthagoni per dyametrum notum. Sit rursus dyameter circulj *.abg.* 10.; et accipiatur centrum eius, quod sit .i. et ad rectos angulos trahatur recta *.ig.* et diuidetur *.if.* in duo equa ad punctum *.h.* et protrahatur recta *.gh.*, cui iaceat equalis recta *.hl.*; et copuletur recta *.gl.* Dico *.il.* esse latus decagoni, et *.gl.* latus penthagoni cadentium in circulo *.abfg.* Quod sic probatur: Quoniam recta *.fi.* diuisa est in duo equa in puncto *.h.*, et *.ei.* addita est recta *.il.*, erit multiplicatio *.il.* in *.fl.* cum quadrato lineę *.ih.*, sicut *.hl.* in se. Sed recte *.hl.* equalis est recta *.gh.*; ergo *.li.* in *.fl.* cum *.hi.* in se est sicut *.hg.* in se. Sed *.hg.* in se est sicut *.gi.* in se et *.ih.* in se; ergo *.il.* in *.fl.* cum quadrato lineę *.hi.* est sicut quadrata linearum *.gi.* et *.ih.*: comuniter auferatur quadratum lineę *.ih.*, remanebit *.il.* in *.fl.* sicut quadratum lineę *.gi.* Sed recte *.gi.* equalis est recta *.fi.*; ergo superficies *.il.* in *.fl.* est sicut *.fi.* in se. Quare proportionaliter est ut *.lf.* ad *.fi.*, ita *.f.i.* ad *.il.*: linea ergo *.fl.* diuisa est media et extrema proportione; et est maior pars, scilicet *.f.i.* latus scilicet exagonicum. Quare minor pars *.il.* erit latus decagonicum, ut in Euclide habetur: et quia latus penthagonicum potest super latus exagoni et decagoni; et est *.g.i.* latus exagonicum., et *.il.* latus decagonicum, erit quippe recta *.gl.* latus penthagonicum. Et ut hec operentur in numeris, sit dyameter *.af.* 10.; quare *.gi.* erit .5 et *.ih.* erit $\frac{1}{2}$ 2.; et ducamus *.gi.* in se, et *.ih.* in se,

uenient .25. et $\frac{1}{4}$ 6.; quibus insimul iunctis, erunt $\frac{1}{4}$ 31. pro quadrato lineę .*gh*., hoc est pro quadrato lineę .*hl*. Quare recta .*hl*. est radix de $\frac{1}{4}$ 31.: de qua si auferatur linea .*hi*., que est $\frac{1}{2}$ 2., remanebit pro linea .*il*., scilicet pro latere decagoni, radix $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2., ut superius inuenimus. Et si multiplicauerimus .*il*. in se, et .*gi*. in se, uenient $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781. pro linea .*gl*., scilicet pro latere penthagoni, ut supra diximus.

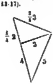
Et quando uolueris scire latus penthagoni circundantis circulum scitum, fac | circulum scitum .*thm*., et pone dyametrum eius .10.; circundet ipsum circulum penthagonus .*abcdf*.; et á centro .*e*. copulentur recte .*ea*. *et*. *eb*. *eh*.; et protrahatur corda .*th*., que est corda penthagoni cadentis in ipso circulo; et est secta in duo equa á linea .*e.b*.; et anguli qui ad .*l*. sunt recti; et est quadratum totius cordę .*th*. $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781. Quare quadratum medietatis cordę .*th*., scilicet ex .*tl*., est quarta pars, que est $\frac{5}{8}$ 15 minus radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48.; quod quadratum si auferatur ex quadrato semidyametri .*et*., quod est 25., remanebunt $\frac{3}{8}$ 9., et radix $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48. pro quadrato lineę .*el*.: et quia triangulus .*eta*. similis est triangulo .*etl*., cum ambo sint recti anguli; et cum anguli .*aet*. et .*tel*. sint equales, erit proportio .*at*. ad .*te*. sicut proportio .*tl*. ad .*le*. Est enim .*ab*. duplum ex .*at*., et .*th*. ex .*tl*. Quare est sicut .*ab*. prima ad .*te*. secundam, ita .*th*. tertia ad .*le*. quartam. Quare multiplicatio *ab*. in .*el*. est sicut multiplicatio .*te*. in .*th*. Pone igitur latus .*ab*. rem, et duc quadratum eius, quod est census, in quadratum ex .*el*., scilicet in $\frac{3}{8}$ 9, et in radicem $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., uenient census $\frac{3}{8}$ 9., et radix census census $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., que equantur ei quod prouenit ex quadrato semidyametri .*te*., quod est 25., in quadratum cordę .*th*., quod est $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781; ex qua multiplicatione proueniunt $\frac{1}{2}$ 1562 minus radice $\frac{1}{4}$ 488281.: reduc totum quod habes ad censum, quod est ac ducas totum quod habes in $\frac{6}{25}$ dragme, diminuta radice $\frac{4}{125}$ dragme: et ex ductis $\frac{6}{25}$ et minus radice $\frac{4}{125}$ in census $\frac{3}{8}$ 9, et in radicem censuum census $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., uenient census: de inde duc $\frac{1}{2}$ 1562., diminuta radice $\frac{1}{4}$ 488281. in $\frac{6}{25}$, et in radicem $\frac{4}{125}$ dragme proueniunt 375 dragmę, et radix .15625. dragmarum, et minus ℞ 78125 dragme, et diminuta radice 28125 dragme; et hec omnia facio 500. minus radice .200000.; ergo census equatur .500. minus radice 200000., quorum radix est linea .*ab*., que est unum ex lateribus penthagoni circundantis circulum, cuius dyameter est .10. Aliter prontius: quia in orthogonio trigono .*etb*. ab angulo recto producta est cathetus .*tl*., erit proportio quadrati .*be*. ad quadratum .*et*. sicut quadratum .*et*. ad quadratum .*el*. Quare multiplicatio quadrati .*be*. in quadratum .*el*. est sicut multiplicatio quadrati .*et*. in se, quod est .625. Quare ponam .*be*. rem, et ducam eam in se, exibit census; quem ducam in quadratum .*el*., quod est $\frac{3}{8}$ 9., et radix $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., uenient census $\frac{3}{8}$ 9., et radix $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48 censuum census, que equantur 625. dragme. Reduc hec ad censum, hoc est 625 per $\frac{6}{25}$ dragme, diminuta radice $\frac{4}{125}$, uenient .150. minus radice .12500., que equantur | censui, hoc est quadrato .*be*.: de quo si auferatur quadratum .*et*., quod est .25., remanebunt pro quadrato .*tb*. 125. minus radice 12500.; quorum quadruplum, quod est .500., minus radice 200000., est quadratum totius *ab*., ut superius inuenctum est. Et si uis inuenire mensuram lateris decagoni circundantis circulum, cuius dyameter sit .10., super circulum .*def*., cuius dyameter sit .10., describatur duo latera decagoni circundantis ipsum .*ab*. et .*bg*., et contingentia circu-

fol. 135 *verso*.

« circulum scitum .... ipso circulo » (fol. 135 *verso*, lin. 1-3 e margine superiore; pag. 209, lin. 7-10).

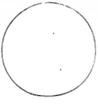


« $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., quod .... Quare est sicut » (fol. 135 *verso*, lin. 7-11; pag. 209, lin. 13-17).



fol. 136 *recto*.

« centrum circulj . . . . *.hl.* $\frac{5}{8}$ 15. » (fol. 126 *recto*, lin. 9-15, pag. 210, lin. 2-8).



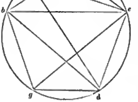
lum *.def.* in punctis *.d.e.*; et copulentur recte *.de.* et *.ha.* et *.hb.* et *.et. hd.* et *.ha.*; et sit *.h.* centrum circulj; et erit per ea que dicta sunt in superiori figura, sicut *.ab.* ad *.dh.*, ita *.de.* ad *.hl.* Vnde multiplicatio quadrati, et quadratum *.ab.* in *.hl.* est sicut multiplicatio quadrati; et quadratum *.de.* in *.dh.* etiam est corda *de.* latus decagoni cadentis in circulo *.def.*, cuius mensuram inuenimus esse radicem $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2: quare medietas eius est radix $\frac{13}{16}$ 7. minus $\frac{1}{4}$ 1., cuius quadratum est $\frac{3}{8}$ 9 minus radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48.: que si auferantur ex quadrato *.dh.*, quod est 25., remanebunt pro quadrato *.hl.* $\frac{5}{8}$ 15., et radix $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48: quod quadratum si multiplicaueris in quadratum *.ab.*, quod sit census, uenient census $\frac{5}{8}$ 15., et radix censuum census $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., que equantur multiplicationi quadrati *.dh.*, quod est .25., in quadratum *.dl.*, quod est $\frac{3}{8}$ 9 minus radice $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48.; que multiplicatio est $\frac{1}{2}$ 937. minus radice $\frac{1}{4}$ 48828.: reduc igitur hec omnia ad censum, quod est ut multiplices ea per $\frac{2}{25}$ minus radice $\frac{4}{3125}$: ex ductu quidem $\frac{2}{25}$ minus radice $\frac{4}{3125}$ in census $\frac{5}{8}$ 15., et in radicem censuum census $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., ueniet census: et duc $\frac{1}{2}$ 937 minus radice $\frac{1}{4}$ 48828. in $\frac{2}{25}$ minus radice $\frac{4}{3125}$, et erit census equalis .75., et radici .625. dragmarum minus radice .3125. dragme, et minus radice .1125. dragme; quod totum est .100. minus radice .8000., quorum radix est latus *.ab.*, quod est unum ex lateribus decagoni circundantis circulum, cuius dyameter est .10.

Aliter fac *.hb.* rem, et duc eam in se, et ueniet census; quem multiplica per quadratum *.hl.*, quod est $\frac{5}{8}$ 15, et radix $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., uenient census $\frac{5}{8}$ 15., et radix censuum census $\frac{5\ 6}{8\ 8}$ 48., que equantur quadrato *.dh.* ducto in se, scilicet .625. dragmis: multiplica igitur hec omnia per $\frac{2}{25}$ minus radice $\frac{4}{3125}$, erit census equalis .50. minus radice .500. dragme; et hoc est quadratum linee *.hb.*: de quo si auferatur quadratum *.hd.*, quod est .25., remanebunt pro quadrato linee *.db.* 25. minus radice .500.; quorum quadruplum, quod est 100., minus radice .8000., est quadratum linee *.ab.*, ut superius inuenimus.

fol. 126 *verso*.

» in tertia distinctione huius probatur ubi alligatur octauo theuremate (*sic*) sexti euclidis.

« multiplicationem *.bg.* . . . . in quadratum » (fol. 126 *verso*, lin. 8, 9-18; pag. 210, lin. 33-41).



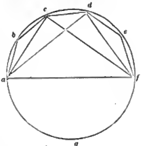
Et postquam demonstratum est per notitiam dyametri inuenire latera penthagoni et decagoni cadentia infra circulum et extra. Restat ut per eadem latera, cum fuerint nota, doceatur inuenire longitudinem dyametri: ut si dicamus: corda quinte circulj est .10., quanta est longitudo dyametri. Pone penthagonum *.abgde.* habens unoquoque laterum .10. ex numeris; et circunda ipsum á circulu, cuius dyameter sit linea *.dc.*; et copulentur recte *.ge.* et *.eb.* et *.bd.*; et erit quadrilaterum *.ebgd.* in circulo *.abgd.* Quare multiplicatio *.eb.* in *.dg.* cum *.gb.* in *.de.* est sicut multiplicatio *.eg.* in *.db.*, hoc est sicut *.eg.* in se. Quare pone rectam *.eb.* rem, et duc eam in *.dg.*, uenient .10. res; quibus adde multiplicationem *.bg.* in *.de.*, que est .100., erunt .100. et 10. res equales multiplicationi *.eg.* in se; et est *.eg.* res, cum sit equalis *.eb.*; ergo .100. et 10 res equantur censui; quare res est radix 125 et 5. dragme; et hec est longitudo linee *.ge.*, quorum medietas erit *.gl.*; et hec est radix de $\frac{1}{4}$ 31., et dragme $\frac{1}{2}$ 2.: multiplica ea in se, erunt $\frac{1}{2}$ 37., et radix de $\frac{1}{4}$ 781.; que extrahe ex ducto *.gd.* in se, scilicet ex .100., remanebunt $\frac{1}{2}$ 62. minus radice de $\frac{1}{4}$ 781. pro quadrato linee *.dl.* Vnde si multiplicauerimus *.cd.* in *.dl.*, erit sicut multiplicatio *.de.* in se, cum in triangulo *.ced.* ab angulo recto in basim cathetus ducta sit *.el.* Vnde si posuerimus dyametrum *.cd.* rem, et multiplicauerimus quadratum eius, quod est census, in quadratum linee *.dl.*, uenient census $\frac{1}{2}$ 62. minus radice censuum census $\frac{1}{4}$ 781., que equantur quadrato multiplicationis *.de.* in se, scilicet .10000. dragmis: ad quam etiam equationem possumus

aliter peruenire. Videlicet cum circulo, cuius dyameter est .10., latus penthagoni cadentis in ipso sit radix $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781.; et uolo latus penthagoni esse .10.; et ex hoc queratur notitia dyametri; erit proportio $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781. ad quadratum sui dyametri, scilicet ad .100., sicut proportio quadrati lateris dati penthagoni, quod est .100., ad quadratum sui dyametri ingnoti. Quare si posuerimus ipsum dyametrum ingnotum rem, et multiplicauerimus quadratum eius, quod est census, per $\frac{1}{2}$ 62. minus radice $\frac{1}{4}$ 781., uenient similiter census $\frac{1}{2}$ 62. minus radice censuum census $\frac{1}{4}$ 781., que equantur multiplicationi de .100. in .100., hoc est .10000. dragmis, ut superius inuenimus. Vnde si hec ad unum censum reduxeris, quod est ut multiplices omnia que habes per $\frac{1}{50}$, et per radicem $\frac{1}{3125}$ unius dragmę, uenient .200., et radix .8000. pro quadrato dyametri .cd. Quare radix eorum, que est circa .17., erit dyameter .dc. quesitus.

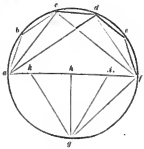
Aliter quia corda anguli penthagonici, et corda quesite (*sic*) [quinte] circulj possunt quincuplum lateris exagoni, scilicet medietatis dyametri, ut in quarto decimo EVCLIDIS habetur; multiplica .*eg*. in se, que est radix 125. et 5. dragme, uenient .150. et radix .12500.; quibus | adde quadratum lateris .*gd*., quod est .100., erunt .250. et radix .12500., que sunt quincuplum quadrati semidyametri; quare accipe quintam partem eorum, uenient .50. et radix .500. pro quadrato medietatis dyametri; quadruplum uero eorum, scilicet .200. et radix .8000. erit quadratum dyametri, ut superius inuenctum est. Item si uis inuenire dyametrum circulj, cuius $\frac{1}{10}$ corda sit .10. ex numeris; quia erit proportio ipsius cordę ad dyametrum circulj ipsius, sicut proportio alicuius similis cordę ad suum dyametrum; et est corda decagoni radix $\frac{1}{4}$ 31. minus $\frac{1}{2}$ 2. circulj, cuius dyameter est .10.; si pones pro ipso ingnoto dyametro rem, et multiplica eam in radicem $\frac{1}{4}$ 31., minus $\frac{1}{2}$ 2., ueniet radix census $\frac{1}{4}$ 31. minus rebus $\frac{1}{2}$ 2., que equantur .100., que proueniunt ex multiplicatione notę cordę, que est .10., in dyametrum notum: adde utrique parti res $\frac{1}{2}$ 2., erunt .100. et res $\frac{1}{2}$ 2. equales radici censuum $\frac{1}{4}$ 31.: multiplica hec omnia in se, et erunt census $\frac{1}{4}$ 31. equales censibus $\frac{1}{4}$ 6. et 10000. dragmis, diminutis inde 500 radicibus: tolle ab utraque parte census $\frac{1}{4}$ 6., et adde utrique parti .500. res, erunt census .25., et 500 res equales .10000. dragmis. Redige ergo hec omnia ad censum, quod est ut diuides omnia que habes per .25., et ueniet census, et 20. res equales .400. dragmis: age in his secundum algebram, et erit res radix .500. dragmarum, et 10 ex numeris; et hec est longitudo dyametri quesiti. Aliter adiaceat factus circulus .*abc defg*.; et in medietate ipsius protrahantur .5. corde equales, que sint recte *ab*. *bc*. *cd*. *de*. *ef*.; et erit unaqueque ipsarum corda $\frac{1}{10}$ circuli .*acg*.; et dyameter circuli sit .*af*.; et á terminis ipsius producantur recte .*ac*. et .*fd*., quarum unaqueque est latus penthagoni cadentis in ipso circulo, cum unaqueque ipsarum subtendat angulum decagonicum: et protrahantur etiam recte .*ad*. et .*cf*.; et sit unaqueque corda decagonį .10. ex numeris; et ponam dyametrum .*af*. duas res; et multiplicabo eas in corda .*cd*., que est .10., et uenient .20. res; et multiplicabo lineam .*ac*. in lineam .*fd*., hoc est latus penthagonicum in se, uenient census, et 100 dragme: et hoc dico quia latus penthagonicum potest super latus exagonicum et decagonicum: et hic est latus exagonicum res: et eius potentia census: et latus decagonicum est .10., et eius potentia .100.: et adde censum et .100. cum .20. rebus, erunt census et 100. et 20 res, que proueniunt ex .*af*. in .*cd*., et ex .*ac*. in .*fd*.; et hec equantur multiplicationi .*ad*.

fol. 137 recto.

« minus $\frac{1}{2}$ 2. .... numeris; et hec » (fol. 137 recto, lin. 9. 10-20; pag. 211, lin. 23-31).



« census : et latus .... .*af*.; cum » (fol. 137 recto, lin. 32-35 e margine inferiore; pag. 211, lin. 41 — pag. 212 lin. 1).

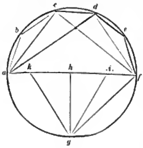


fol. 137 verso.

in .*cf*., hoc est quadrato lineę .*cf*.; cui | quadrato si addatur quadratum lineę .*ac*., quod est census et .100., habebuntur siquidem .2. census, et .20. res, et .200. dragme, que equantur .4. censibus, scilicet quadrato dyametri: abice ergo ab utraque parte .2. census, et reliquum dimidia, ueniet census equalis .10. rebus, et .100. dragmis: age in his secundum algebram, et erit res, scilicet medietas dyametri .*af*., radix .125., et .5. dragme, quorum duplum, scilicet radix .500., et .10. dragme, erit longitudo dyametri quesiti, ut superius inuenimus. Aliter in eodem circulo á centro .*h*. super dyametrum .*af*. super rectos angulos protraham lineam *gh*.; et ponam .*hi*. medietatem ex .*fh*., et copulabo .*gi*.; et ponam .*ik*. equalem .*gi*., et copulabo .*gk*., et erit .*g k*. latus penthagonicum in circulo .*a.c.f*., secundum quod superius demonstratum est; et .*hk*. erit latus decagoni, et .*gh*. erit latus exagonicum: et ponam *gh*. rem. Quare .*ih*. erit medietas rei: et ducam .*gh*. in se, et ueniet census; et .*ih*. in se, et ueniet quarta census; et sic pro quadrato lineę .*gi*., hoc est pro quadrato lineę .*ik*., habetur census $\frac{1}{4}$ 1; ergo .*ik*. est radix unius census et $\frac{1}{4}$; ex qua si auferatur .*ih*., remanebit .*hk*. radix census $\frac{1}{4}$ 1 minus $\frac{1}{2}$ radix, hec est .*hi*., que equantur .10. dragmis, cum latus decagonicum ponatur esse .10. Vnde si addatur $\frac{1}{2}$ rei utrique parti, erit radix census $\frac{1}{4}$ 1 equalis .10., et medietati rei: que omnia si multiplicemus in se, erit census $\frac{1}{4}$ 1. equalis .10. rebus et .100. dragmis, et $\frac{1}{4}$ census. Vnde si ab utraque parte tollatur $\frac{1}{4}$ census, remanebit census equalis .100. et .10. rebus; et sic res, que est medietas dyametri circulj .*adg*., erit .5., et radix de .125. dragmis; quorum duplum, scilicet .10. et radix .500. dragmarum, est longitudo dyametri .*af*.: et ex hoc modo inuenitur quod omnis dyameter cuiuscumque circulj addit super latus decagonicum cadentis in ipso radicem quincupli quadrati lateris decagonici: ut si latus decagonicum fuerit .6., erit dyameter circulj similiter .6., et radix quincupli quadrati senarij, que radix est de .180.; et ita intelligas in omnibus similibus euenire. Possumus etiam per hanc figuram per latus penthagoni dyametrum circulj inuenire. Verbi gratia: quod eiusdem circulj .*agd*. est latus penthagoni cadentis in ipso recta .*gk*., quam ponamus esse .10.; et quadratum eius, quod est .100., equatur duobus quadratis linearum .*gh*. et .*hk*.; et est .*gh*. semidyameter; et latus .*hk*. est corda $\frac{1}{10}$ circulj. Ponamus lineam .*gh*. rem, et ducamus eam in se, et ueniet census: et ducamus .*hk*. in se, que | est radix census $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ rei, ueniet census $\frac{1}{2}$ 1. minus radice censuum census $\frac{1}{4}$ 1.; que adde cum censu, scilicet cum quadrato lineę .*gh*., uenient census $\frac{1}{2}$ 2 minus radice census census $\frac{1}{4}$ 1., que equantur .100. dragmis. Reduc hec omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per $\frac{1}{2}$, et per radicem $\frac{1}{20}$ dragmę, uenient .50., et radix .500. dragmarum equales censui, hoc est quadrato medietatis dyametri; quorum quadruplum, scilicet .200., et radix .8000. erit longitudo dyametri. Et nota quia cum in quolibet circulo latus penthagonicum fuerit notum, si quadratum ipsius lateris multiplicabitur per $\frac{1}{2}$, et per radicem $\frac{1}{20}$ unius dragmę: et illud quod prouenerit est quadratum medietatis dyametri.

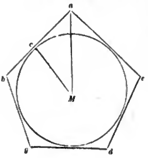
Et si uis habere notitiam dyametri circulj circundati á penthagono equilatero et equiangulo .*abgde*., cuius quodlibet latus est .10. ex numero, et centrum circulj .*m*., et medietas dyametri circulj continentis penthagonum linea .*am*., quod est $\frac{1}{2}$ dyametri eius .50., et radix .500., proiice ex eo quadratum .*ac*., quod est .25., re-

• .*gh*.; et ponam .... multiplicemus in se » (fol. 137 verso, lin. 9-20; pag. 212, lin. 8-17).



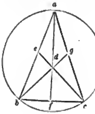
.|. idest lineę .*ik*.
fol. 138 recto.

• | dyametri .... dyametri circulj » (fol. 138 recto, lin. 13-21; pag. 212, lin. 42 — pag. 213, lin. 6).



manebunt pro quadrato *.cm.* 25., et radix 500.; quorum quadruplum, quod est .100., et radix .8000. est quadratum dyametri circulj contenti á penthagono *.abcde.* Et si uolueris ex quadrato dyametri continentis penthagonum, quod est .20., et radix 8000. penthagoni, remanebunt similiter .100., et radix .8000. pro quadrato quesiti dyametri. Quia quadratum omnis dyametri circulj continentis figuram equilateram et equiangulam equatur quadrato lateris ipsius figurę: et quadrato dyametri circulj contenti ab ipsa figura. Et ad hoc demonstrandum adiaceat circulus *.abc.*; et in ipso scribatur triangulus *.abc.* equilaterus et equiangulus; et á centro *.d.* protrahantur recte *.da. .db. dc.*; et diuidantur latera trianguli in duo equa in punctis *.e.f.g.*; et producantur á centro recte *.de. df. dg.*; et erit unaqueque ipsarum cathetus super latera trianguli *.abc.*, et equabuntur sibi inuicem; nec non et recte *.da. db. dc.* sibi inuicem sunt equales; et est unaqueque ipsarum semidyameter circulj *.abc.*: et quia recte *.de. df. dg.* sibi inuicem sunt equales, est unaqueque ipsarum semidyameter circulj circundati á triangulo *.abc.*: et quia quadrata linearum *.de.* et *.eb.* equantur quadrato lineę *.db.*, quadruplum quadratorum *.de.* et *.eb.* equatur quadruplo quadrati *.db.* Sed quadruplum quadrati *.de.* est quadratum dupli *.de.*, hoc dyametri circundati á triangulo *.abc.*; nec non et quadruplum quadrati lineę *.eb.* est quadratum lineę *ab.*; et quadruplum quadrati semidyametri *.db.* est quadratum dyametri circulj *.abc.* continentis triangulum *.abc.*; ergo quadratum dyametri circulj | circundati á figura triangula et equilatera cum quadrato lateris trianguli circundantis ipsum circulum equatur quadrato dyametri circulj circundantis ipsum triangulum. Et ita esse ostendetur ex qualibet figura multilatera et equilatera et equiangula circundante circulum, et circundata á circulo; et hoc est quod uolui demonstrare. Rursus si habere uis notitiam dyametri circulj circundati á decagono equilatero et equiangulo, cum dyameter circulj circundantis ipsum decagonum sit radix .500. et 10.; si multiplicauerimus ipsum in se, et ex ipsa multiplicatione extraxerimus quadratum lateris decagoni, quod est .100., remanebunt .500., et radix .20000. pro quadrato dyametri quesiti. Et si dicemus tibi: trianguli equilateri cum sua perpendiculari est .10. ex numeris; et queratur quanta sit perpendicularis, faciamus triangulum *.abg.*, cuius perpendicularis *.ad.* cum triangulo *.abg.* sit .10.; et uis scire quanta est *.ad.*, pone ipsam rem, et erit *.db.* radix $\frac{1}{3}$ census; et unaqueque linearum *.ab. bg. ag.* erit radix census $\frac{1}{3}$ 1. Vnde si multiplicauerimus *.ad.* in *.db.*, scilicet in radicem $\frac{1}{3}$ census, ueniet pro triangulo *.abg.* radix $\frac{1}{3}$ census census; cui si addatur perpendicularis *.ad.*, erit res et Radix $\frac{1}{3}$ census census equalis .10. dragmis: restaura radicem $\frac{1}{3}$ census census, ut sit radix census census, quod est ut multiplices illud in radicem .3.: ergo multiplica totum quod habes in radicem .3., et ueniet radix census census, que est census, et radix .3. censuum, et quales (*sic*) radici .300.: dimidia igitur radicem .3. censuum, et exibit radix $\frac{3}{4}$; quam duc in se, et proueniunt $\frac{3}{4}$; quos adde ad radicem .300., erunt $\frac{3}{4}$, et radix .300.; quorum accipe radicem, et prohice $\frac{3}{4}$, et residuum est linea *.ad.*, que est perpendicularis trianguli *.abg.*; et hoc est quod uoluimus exponere.

« et á centro .d. .... .db., quadruplum » (fol. 138 recto, lin. 24-30, 31; pag. 213, lin. 8-15).

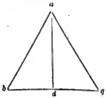


fol. 138 verso.

« circundati á figura .... et equiangulo » (fol. 138 verso, lin. 1-6 e margine superiore; pag. 213, lin. 19-24).

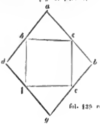


« si multiplicauerimus .... $\frac{1}{3}$ 1. Vnde » (fol. 138 verso, lin. 6-14; pag. 213, lin. 25-31).



In quadrato quidem equilatero et equiangulo *.abgd.*, cuius unumquodque latus est .10., protractum est penthagonum *.acefh.* equilaterum. Volo scire longitudinem uniuscuiusque lateris penthagoni. Ponam pro uno quoque ipsorum rem, remanebit una-

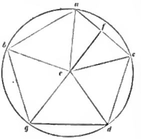
«longitudinem .... et census $\frac{1}{2}$ 1. » (fol. 138 verso, lin. 25, 26-35; pag. 213, lin. 42 — pag. 214, lin. 9).



fol. 139 recto.

queque rectarum *.hd.* et *.cb.* 10., minus re: et quia latera *.ce.* et *.hf.* sunt equalia, erunt quadrata linearum *.cb.* et *.be.* equalia quadratis linearum *.hd.* et *.df.* Sed *.cb.* equalis est *.hd.*, remanebit *.be.* equalis *.fd.*; relique *.eg.* et *.gf.* sibi inuicem equales erunt, cum latera *.bg.* et *.gd.* sunt equalia; et quia *.ef.* est res; si ducatur in se, producit censum. Vnde unaqueque rectarum *.eg.* et *.gf.* est radix $\frac{1}{2}$ census; remanet ergo pro *.df.* 10. minus radice medietatis census; ducamus eam in se, uenient .100. et $\frac{1}{2}$ census minus radice .200. censuum: et duc etiam *.dh.* in se, que est .10. minus re, uenient .100. et census minus .20. rebus; aggrega hec omnia, et erunt 200 et census $\frac{1}{2}$ 1., | minus 20. rebus, et minus radice .200. censuum, que equantur censui, scilicet quadrato linee *.hf.*: adde utrique parti .20. res, et radicem .200. censuum; et abice ab utraque parte censuum, remanebunt .200. et $\frac{1}{2}$ census equales 20. rebus, et radici .200. censuum: reduc hec omnia ad censum, quod est ut duplices omnia que habes, et erunt census et 400. equales 40 rebus, et radici .800. censuum: dimidia ergo radices, que sunt .20., et radix .200.; et duc eas in se, uenient .600., et radix .320000.; de quibus abice .400., remanebunt .200., et radix 320000; quorum radicem extrahe de .20., et de radice .200., residuum erit res, scilicet latus penthagoni.

«circumdantis ipsum .... et radix » (fol. 139 recto, lin. 13, 16-25; pag. 211, lin. 22-30).



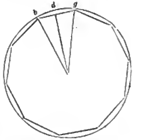
Penthagoni equilateri et equianguli mensura est .50. dragme, quantum est quodlibet latus eius: pro ipso quidem penthagono ponam penthagonum *.abgde.*, et *.c.* centrum circulj circundantis penthagonum; et protraham ab ipso centro lineas *.ca. cb. cg. cd. ce.*, et erit totus penthagonus *.abgde.* diuisus in quinque triangulis equalibus: ex quibus unus est triangulus *.ace.*, cuius mensura est .10. Et iam scis quod quando latus penthagoni est .10., quod quadratum dyametri circulj circundantis ipsum penthagonum est .200., et radix .8000. Quod etiam potest haberi ex duplo quadrati lateris penthagoni, et ex radice $\frac{4}{5}$ in quadrato eiusdem lateris. Vnde si ponamus latus penthagoni rem, ueniet pro quadrato dyametri circulj circundantis penthagonum .2. census, et radix $\frac{4}{5}$ censuum census; cuius dyametri medietas est unaqueque linearum *.ca.* et *.ce.*; et est quadratum uniuscuiusque earum quarta pars quadrati dicti dyametri; ergo quadratum linee *.ca.* est $\frac{1}{2}$ census, et radix $\frac{1}{20}$ census census: de quo si auferamus quadratum linee *.af.*, quod est $\frac{1}{4}$ census, remanebunt pro quadrato perpendicularis *.cf.* quarta census, et radix $\frac{1}{20}$ census census: cadit enim perpendicularis super medium basis *.ae.*, cum equalia sint latera *.ac.* et *.ce.*: multiplica ergo quadratum *.cf.* in quadratum *.fa.*, hoc est $\frac{1}{4}$ census, et radix $\frac{1}{20}$ census census per $\frac{1}{4}$ census, uenient $\frac{1}{16}$ census census, et radix $\frac{1}{320}$ census census census, que equantur quadrato trianguli *.ace.*, quod est .100. Restaura ergo $\frac{1}{16}$ census census, ubi sit census census, quod est ut ducas eum in .16.; et propter hoc duc omnia que habes in .16., et uenient census census, et radix $\frac{4}{5}$ census census census, que equantur .1600. Reduc totum quod habes ad censum census; et est ut ducas totum quod habes in .5., diminuta radice .20., et prouenit census census equalis .8000., et radici .51200000.; radix eius est quodlibet latus penthagoni.

fol. 139 verso.

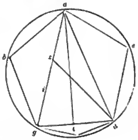
Et si dicemus tibi: mensura decagoni equilateri et equianguli est .100., quanta est | longitudo cuiuslibet lateris. Intelligamus, lineam *.bg.* esse unum ex lateribus ipsius decagoni, et *.a.* centrum circulj circundantis ipsum. Quare unaqueque linearum *.ab.* et *.ag.* est semidyameter ipsius circulj; et est triangulus *abg.* 10.; quia est $\frac{1}{10}$ totius de-

goni. Et iam scis quod quando latus decagoni est .10., quod dyameter circulj circumdantis decagonum est .10. et radix .500. Vnde medietas eius est .5., et radix .125. Similiter cum ponamus latus *.bg.* rem, erit dyameter circulj similiter res, et radix .5. censuum, hoc est radix quincupli quadrati rei. Vnde semidymeter *.ab.* erit $\frac{1}{2}$ rei, et radix census $\frac{1}{4}$ 1.: protrahe tunc cathetum *.ad.*, et ueniet punctus *.d.* in medio *.bg.*; quare *.bd.* erit medietas rei: duc ergo *.ab.* in se, que est $\frac{1}{2}$ rei, et radix census $\frac{1}{4}$ 1., ueniet census $\frac{1}{2}$ 1, et radix census census $\frac{1}{4}$ 1. : quibus abice quadratum lineȩ *.bd.*, quod $\frac{1}{4}$ census, remanebunt pro catheto *.ad.* census $\frac{1}{4}$ 1, et radix census census $\frac{1}{4}$ 1; que multiplica in quadratum lineȩ *.bd.*, quod est $\frac{1}{4}$ census, uenient $\frac{5}{16}$ census census, et radix $\frac{5}{64}$ census census census census, que equantur .100., scilicet quadrato trianguli *.abg.* : restaura $\frac{5}{16}$ census census, ut sit census census; quod est ut multiplices illud per $\frac{1}{5}$ 3.; et ideo multiplica omnia que habes per $\frac{1}{5}$ 3., erunt census census, et radix $\frac{4}{5}$ census census census census, que equantur 320. Reduc ergo hec omnia ad censum census, quod est ut multiplices omnia que habes per .5. minus radice de 20., et erit census census equalis .2600. minus radice 2048000.: de quorum radice si acceperis radicem, ueniet res, scilicet latus decagoni quesiti. Potes etiam lineam *.ab.*, cum sit latus exagoni, aliter inuenire, videlicet cum diuiditur latus exagonicum media et extrema proportione, tunc maior pars eius erit latus decagonicum, ut in EVCLIDE habetur; et latus decagonicum est linea *.bg.*: unde si ab *.ab.* abscidamus equalem lineȩ *.bd.*, que sit linea *.eb.*, erit quadratum lineȩ *.ae.* quincuplum quadrati lineȩ *.eb.*, ut in eodem EVCLIDE habetur. Sed quadratum lineȩ *.eb.* est $\frac{1}{4}$ census, cum sit $\frac{1}{2}$ rei; quia ponimus lineam *.bg.* rem; ergo quadratum lineȩ *.ae.* erit census $\frac{1}{4}$ 1.: et sic tota linea *.ab.* erit $\frac{1}{2}$ 40., et radix census $\frac{1}{4}$ 1, ut superius inuenctum est. ET si dicemus tibi: penthagoni *.abgde.* mensura trianguli *.agd.* est .10.; et uis scire quanta est longitudo lineȩ *.gd.*, que est unum ex lateribus penthagoni; quam pone rem; et quia linea *.ag.* est corda anguli penthagonici, scilicet lineȩ *.gd.*, est corda anguli decagonici. Vnde si á linea *.ag.* abscidamus lineam *.gz.* equalem lineȩ *.gd.*, erit proportio *.ag.* ad *.gz.* sicut *.gz.* ad *.za.*; et si diuiserimus | *gz.* in duo equa in puncto *.i.*, erit quadratum lineȩ *.ai.* quincuplum quadrati lineȩ *.gi.*; et est *.gi.* medietas rei, et quadratum eius $\frac{1}{4}$ census: quare linea *.ai.* erit radix .5. quartarum census, hoc est ex censu $\frac{1}{4}$ 1.; et tota linea *ai.* erit radix census $\frac{1}{4}$ 1. et $\frac{1}{2}$ rei: de inde protrahe cathetum *.at.*, qui cadit in medio recte *.gd.*; et quia triangulus *.agd.* habet latera *.ag.* et *.ad.* lateribus superioribus trianguli *.abg.*, qui fuit decima pars supradicti decagoni; et ambo trianguli habent bases equales, quarum unaqueque est res; si processerimus in hoc triangulo secundum quod egressi sumus in illo, inueniemus similiter censum census equalem esse .1600. dragmis minus radice 2048000. Quare radix radicis huius census est latus *.gd.*, quod posuimus esse rem. ET si dicemus: mensuram trianguli *.abe.*, qui est ex penthagono *.abgde.* est .10., quanta est longitudo lineȩ *.be.* Pone rem lineam *.be.*, que est subtendens angulum penthagoni; et protrahe cathetum *.az.*, que diuidit lineam *.be.* in duo equa; et quando linea *.be.* diuiditur media et extrema proportione, maior eius pars est equalis lateri penthagonico, ut in EVCLIDE habetur: in quo etiam inuenitur quod quando linea aliqua media et extrema proportione diuiditur, et additur maiori parti medietatem lineȩ

« erit medietas .... minus radice » (fol. 139 *verso*, lin. 10-20; pag. 215, lin 6-13).

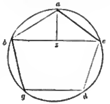


« est corda .... si diuiserimus » (fol. 139 *verso*, lin. 33-35 e margine inferiore; pag. 215, lin. 26-28).

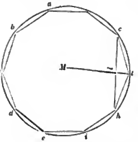


fol. 119 *recto*.

« censum census .... parti medietatem » (fol. 140 *recto*, lin. 9-16, 17, pag. 215, lin. 36-43).

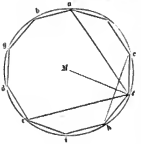


Et si dicemus .... que est (fol. 140 recto, lin. 34, 35 e margine inferiore; pag. 216, lin. 17 e 18).



fol. 140 verso.

corda $\frac{e}{5}$ .... et quadratum (fol. 140 verso, lin. 1-8; pag. 216, lin. 15.23).



diuise, quadratum additę lineę erit quincuplum quadrati medietatis ipsius diuisę lineę : et quia quando linea *.be.* diuisa est media et extrema proportione, maior eius pars est linea *.ab.*, que est latus penthagonicum ; si ei adiungatur linea *.bz.*, que est medietas lineę *.be.*; itaque ex utraque fiat una linea; erit quadratum ipsius lineę coniunctę ex *.ab.* et *.bz.* quiucuplum quadrati lineę *.ze.* ; et *.ze.* est $\frac{1}{2}$ rei , et quadratum eius $\frac{1}{4}$ census lineę coniunctę ex *.ab.* et *.bz.*. Vnde si ex radice ipsius auferatur linea *.bz.*, remanebit pro linea *.ab.* radix census $\frac{1}{4}$ 1. minus $\frac{1}{2}$ rei : quam duc in se, uenient census $\frac{1}{2}$ 1. minus radice census census $\frac{1}{4}$ 1.: abice inde quadratum lineę *.bz.*, quod est $\frac{1}{4}$ census , remanebit pro quadrato lineę *.az.* census $\frac{1}{4}$ 1 minus radice census census $\frac{1}{4}$ 1.; quod multiplica per quadratum lineę *.bz.*, quod est $\frac{1}{4}$ census, uenient $\frac{5}{16}$ census census minus radice $\frac{5}{64}$ census census census census, que equantur quadrato trianguli *.abe.*, quod est .100. : multiplica quidem hec omnia per $\frac{1}{5}$ 3., ueniet census census minus radice $\frac{4}{5}$ census census census census, qui equantur .320. dragmis : redige hec omnia ad censum census; quod est ut multiplices totum quod habes per .5., et per radicem de .20., ueniet census census equalis dragmis .1600., et radici .2048000., quorum radix erit quadratum lineę *.be.*

Et si dicemus tibi decagoni *.abgdeihtc.* equilateri et equianguli mensuram trianguli *.cth.* est .10. ex numero, quanta est linea *.ch.*, que est | corda $\frac{e}{5}$ circundantis ipsum decagonum. Esto centrum ipsius circulj *m.*; et ducatur linea *.tm.*, que diuidit lineam *.ch.* in duo equa in puncto *.l.*; et ponam *.ch.* rem; et quando *.ch.* est res; ergo eius quadratum est census, et quadratum dyametri ipsius circulj est .2. census, et radix $\frac{4}{5}$ census census; et quadratum medietatis dyametri, scilicet linea *.mt.*, est $\frac{1}{2}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census: et quia latus penthagoni *.ch.* potest super latera *.ta.* et *.tc.*, hoc est super latera exagonici et decagonici: et posuimus *.ch.* rem; et quadratum eius est census; ergo quadrata linearum *.mt.* et *.tc.* equantur census: unde si ex censu auferatur quadratum lineę *.tm.*, quod est $\frac{1}{2}$ census, et radix $\frac{1}{20}$ census census, remanebit pro quadrato lineę *.tc.* $\frac{1}{2}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census : de quo si auferatur quadratum lineę *.cl.*, quod est $\frac{1}{4}$ census, remanebit pro quadrato lineę *.tl.* $\frac{1}{4}$ census minus radice $\frac{1}{20}$ census census: quod si ducatur in quadratum *.cl.*, scilicet in $\frac{1}{4}$ census, ueniet $\frac{1}{16}$ census census, et radix $\frac{1}{320}$ census census census census, que equantur .100. dragmis. Restaura $\frac{1}{16}$ census census, ubi sit census census; quod est ut multiplices illud per .16.; et propter hoc multiplica omnia que habes per .16., et erit census census minus radice $\frac{4}{5}$ census census census census equalis .1600. dragmis. Reduc ergo hec omnia ad censum census; quod est ut multiplices omnia que habes per .5., et per radicem de .20., deueniet census census equalis 8000, et radici 51200000, quorum radix radicis est linea *.ch.*; et hoc uolui inuenire.

Expliciunt questiones geometricales : et incipiunt questiones , quorum solutiones non sunt terminate, hoc est quod non cadunt ad unum terminum tantum, sed ad plures.

Vt est ista in qua proponitur inuenire aliquis quadratus numerus, cui si addatur .5., proueniat inde quadratus numerus; et hoc potest fieri multipliciter. Pones pro radice maioris numeri rem, et aliquot dragmas; que cum in se multiplicate fuerint, faciant minorem numerum quam .5.; et sit dragma: et multiplicentur res et dragme

in se, ueniet census, et 2 res, et dragma una, que equantur censui, et 5. dragmis: abice ab utraque parte censum, et dragmam, remanebunt .2. res equales .4. dragmis; ergo res est .2. dragmarum; et quadratum eius est .4. quesitus numerus: cui si addatur .5., ueniet .9.; qui numerus quadratus est; et radix eius est .3. Et si ponamus cum re dragmas duas, multiplicemus ea in se, exibit census, et .4. res, et .4. dragme equales censui, et .5. dragmis: proiciamus ab utraque parte censum, et .4., remanebunt .4. res equales uni dragme; quare res est $\frac{1}{4}$ dragmę; qua in se multiplicata facit $\frac{1}{16}$ unius dragmę pro quesito numero: cui si addantur .5., uenient $\frac{1}{16}$ 5.; qui numerus quadratus est; et radix eius est $\frac{1}{4}$ 2. Aliter pone pro ipso | quadrato numero quadratum *.ag.*; fol. 141 recto. et addatur ei superficies *.de.*, que sit .5.; et iaceat linea *.ge.* in directo lineę *.bg.*; et erit numerus superficialis numerus *.ae.*, et prouenit ex *.ab.* in *.be.*: et proponitur numerus *.ae.* esse quadratus; quare numeri *.ab.* et *.be.* similes superficiales sunt; hoc est quod proportio numeri *.eb.* ad numerum *.ab.ae.*, sicut quadratus numerus ad quadratum numerum. Vnde possumus infinitos duos numeros inuenire habentes inter se proportionem sicut quadratus numerus ad quadratum numerum, cum quibus poterimus ad propositum deuenire. Quare ponamus proportionem numeri *.eb.* ad numerum *.ba.*, hoc est ad numerum *.gb.*, esse sicut .4. Quare proportio *.eg.* ad *.gb.* erit sicut .5. ad .4.; et est proportio superficiei *.de.* ad quadratum *.db.* sicut *.eg.* recta ad rectam *.gb.*: ergo superficies *.de.* ad quadratum *.db.* est sicut .5. ad .4.: unde si superficies *.de.* est .5., et quadratum *.db.* est .4.; ergo quesitus quadratus numerus est .4.: cui si addatur .5., ueniunt .9., qui etiam quadratus est. Et nota quod proportio superficiei *.de.*, que est .5., ad quadratum *.db.* oportet esse sicut aliquis quadratus numerus, cuius quinta pars sit quadrata ad alium quemlibet quadratum numerum. Verbi gratia: sit proportio *.eb.* ad *.bg.* sicut est .5. ad .1.; erit ergo proportio *.de.*, que est .5., ad *.db.* sicut .80. ad .1.; de quibus .80. sextadecima pars. Vnde quadratum *.db.* est $\frac{1}{16}$ de .1., cuius radix est $\frac{1}{4}$, quod habetur pro latere *.gb.*; et sic tota superficies *.ae.* erit $\frac{1}{16}$ 5., cuius radix est $\frac{1}{4}$ 2., ut superius inuenctum est. Aliter quia omnes quadrati numeri ordinate proueniunt ex aggregatione ipsorum numerorum ab unitate ascendentium per ordinem; si colligamus impares numeros, qui sunt infra .5., scilicet .1. et .3., procreabuntur inde .4.; qui numerus quadratus est: cui si addantur .5., uenient .9., qui est quadratus numerus: et si multiplicauerimus aliquem imparem quadratum numerum, ut dicamus .9., per .5., uenient .45.; et acceperimus quadratum, qui prouenit ex aggregatione omnium numerorum imparium, qui sunt ab uno usque in .43., hoc est qui sunt infra .45.; qui quadratus numerus est .484., et eius radix est .22.; et super ipsum quadratum addiderimus .45., nimirum in quadratum numerum .529. ueniemus: et quia ita est, si diuiserimus utrumque quadratum numerum per ipsum quadratum numerum, per quem multiplicauimus .5., nimirum duo quadrati numeri ex ipsa diuisione prouenerint, quorum unus excedit alterum in .5., ut quesitum est; et erit unus ipsorum quadratorum $\frac{7}{9}$ 53., et alter $\frac{7}{9}$ 58.: et si uis habere radices eorum, diuide radicem de .9., uenient $\frac{1}{3}$ 7. Similiter si multiplicauerimus .5. per aliquem quadratum parem in duas, uel in quatuor, uel in plures partes, ita quod unaqueque pars sit impar; et iaceant ipse partes impares in ordine imparium numerorum, poterimus ad solutionem suprascriptę questionis deuenire. Verbi gratia: multiplicemus .5.

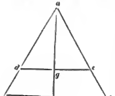
fol. 141 *verso*.

per .16., uenient .80.; et diuidamus .80. in duos pares numeros, qui sint continui | in ordine imparium numerorum, eruntque .39. et .41.: deinde aggrega omnes impares numeros ab unitate, qui sunt infra .39.; quam aggregationem habebis, si multiplicauerimus in se medietatem duorum extremorum, scilicet de .1? et 37.; de qua multiplicatione exibit .361.: cum quibus si addiderimus .80., uenient .441.: si diuiserimus hos duos quadratos per .16., habebimus $\frac{9}{16}$ 22. et $\frac{9}{16}$ 27., et radices eorum habebimus, si per radicem de .16., que est .4., diuiserimus .19. et 21., qui sunt radices de 361. et de 441.

Et si de .80. fecerimus .4. partes impares, que sunt .17. et 19 et 21 et 23; que quatuor partes sunt circa quartam de .80., que est .20.; et aggregabimus numeros inpares, qui sunt infra .17., ueniunt .64., qui est quadratus numerus, cuius radix est .8.: super quem si addiderimus .80., uenient .144.: unde si diuiserimus .64. per .144. per .16., et radices eorum per .4., habebimus optatum ut supra. Et si dicemus: de quodam quadrato numero abstulj .10., et remansit quadratus numerus; hec questio similis est antecedenti; quia si super minorem quadratum addantur .10, prouenit inde quadratus numerus : operare ergo in eam secundum quod superius operati fuimus, et inuenias.

Subscripte triangulorum questiones ponende sunt in antecedenti quinterno post triangulum equilaterum, cuius mensura cum sua perpendiculari est .10.

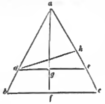
« 75, scilicet .... .ag., erit » (fol. 141 *verso*, lin. 21-27; pag. 218, lin. 21-28)



Et si dicemus tibi: in triangulo .*abc*., cuius unumquodque latus est .10. , protractum est quadrilaterum .*dbce*., cuius latus .*de*. equidistans est lateri .*bc*.; et mensura ipsius quadrilateri est .10.; et uis scire quantitatem linee .*de*., protrahe primum in triangulo .*abc*. perpendicularem .*af*., et erit quadratum ipsius 75, scilicet $\frac{3}{4}$ quadrati unius laterum : et quadratum linee .*bf*., que est medietas lateris .*bc*., est tertia pars quadrati perpendicularis .*af*. Vnde si multiplicetur .*bf*. in radicem de .75., scilicet .5. in radicem de .75., veniet radix .1875. pro mensura trianguli .*abc*.: et quia linea .*de*. equidistans est linee .*bc*., similis est triangulus .*ade*. triangulo .*abc*.: equilaterus est ergo triangulus .*ade*. Vnde si ponamus latus .*de*. rem, quod est unum ex equalibus lateribus trianguli *ade*., erit quadratum eius census; quare quadratum perpendicularis .*ag*., erit $\frac{3}{4}$ census, quorum tertia pars, scilicet $\frac{1}{4}$ census, est quadratum linee .*dg*.: quod si multiplicauerimus per quadratum perpendicularis .*ag*., uenient $\frac{3}{16}$ census census pro quadrato trianguli .*ade*.; ergo triangulus .*ade*. est radix $\frac{3}{16}$ census census; cum qua radice addamus quadrilaterum .*dbce*., quod est .10., habebuntur pro toto triangulo *abc*. 10., et radix $\frac{3}{16}$ census census. Sed triangulus .*abc*. est radix 1875.; ergo .10., et radix $\frac{3}{16}$ census census equatur radici .1875. Vnde si ab utraque parte tollatur .10. , remanebit radix $\frac{3}{16}$ census census equales radici .1875. minus .10.: redige ergo hec omnia ad censum , quod est ut multiplices omnia que habes per radicem de $\frac{1}{3}$ 5., quia | cum multiplicetur radix $\frac{3}{16}$ census census per radicem de $\frac{1}{3}$ 5., prouenit radix $\frac{16}{16}$ census census, hoc est radix census census; et radix census census est census: et si multiplicabis radicem de 1875. per radicem de $\frac{1}{3}$ 5., ueniet radix .10000 , que est .100. ; et cum multiplicetur radix de $\frac{1}{3}$ 5 per 10., prouenit radix de $\frac{1}{3}$ 533.; ergo census hoc quadratum linee .*de*. est .100. minus radice de $\frac{1}{3}$ 533., quorum radix est linea .*de*. ; et hoc uolui inuenire. Et quia triangulus .*ade*. est equalium laterum, erit et quadratum lateris .*ad*. similiter .100. minus radice $\frac{1}{3}$ 533. Vnde si si (*sic*) radix eorum auferatur de .10., remanebunt pro linea .*db*. 10. minus radice differentie,

fol. 142 *recto*.

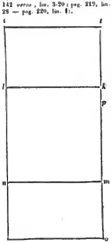
« multiplicabis radicem .... a puncto .*d*. » (fol. 142 *recto*, lin. 2, 2-9; pag. 218, lin. 38 — pag. 219, lin. 1)



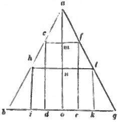
que est inter radicem de $\frac{1}{3}$ 533., et 100. dragmas: et si á puncto *.d.* protrahatur cathetus *.dh.*; et uis inuenire longitudinem eius, pone ipsum rem, et accipe medietatem laterum *.de.* et *.bc.*, et multiplica eam in rem; et que prouenerint, equabantur .10., hoc est quadrilatero *.dbce.* Verbi gratia: quadratum lateris *.de.* est .100. minus radice $\frac{1}{3}$ 533.; quare quadratum medietatis lineę *.de.* est 25 minus radice $\frac{1}{3}$ 33.; ergo medietas lineę *.de.* est radix accepta sui quadrati; et medietas lateris *.bc.* est .5.; et sic pro medietate laterum *.de.* et *.bc.* habentur .25. minus radice $\frac{1}{3}$ 33., accepta eorum radice, et 6. dragmis; que multiplica per rem, hoc est per cathetum *.dh.* Et pro multiplicatione rei in .6. habebis 5. res; et pro multiplicatione rei in .25. minus radice $\frac{1}{3}$ 33., accepta eorum radice, habebis census .25. minus radice census census $\frac{1}{3}$ 33, accepta eorum radice; que omnia equantur .10.: tolle quidem ab utraque parte .5. res, remanebunt .25. census minus radice censuum census $\frac{1}{3}$ 33., accepta eorum radice, equales .10. minus .5. rebus: multiplica itaque hec omnia in se, uenient .25. census minus radice censuum census $\frac{1}{3}$ 33. equales .25. censibus, et .100. dragmis minus 100. rebus: ergo adde utrique parti 100. res, et radicem censuum census $\frac{1}{3}$ 33., et tolle ab utraque 25 census, remanebunt .100. dragme, et radix censuum census $\frac{1}{3}$ 33., que equantur .100. rebus: multiplica iterum .100., et radicem censuum census $\frac{1}{3}$ 33. in se, uenient census census $\frac{1}{3}$ 33., et .10000. dragme, et .200. radices censuum census $\frac{1}{3}$ 33, que equantur .10000. censibus, scilicet multiplicationi .100. rerum in se: reduc hec omnia ad censum census, quod est ut diuidas omnia que habes per $\frac{1}{3}$ 33., exibit census, et .300. dragme, et .6. radices censuum census $\frac{1}{3}$ 33.; que radices sunt una radix censuum census .1200., que equantur 300 censibus; tolle ab utraque parte radicem censuum census 1200., remanebunt census census, et 300. dragme equales .300. censibus, diminuta ex eis radice .1200. censuum census: et sic reducta est hec questio ad unam ex sex regulis algebrę; quia est sicut quando dicitur: census et numerus equantur radicibus; quod nolo demonstrare per figuram. Pone | pro censu census quadratum *.ik.*, cuius unumquodque latus est census; et ponam superficiem *.lm.* equalem .300. dragmis; et addam lineę *.tm.* lineam *.mo.*, ut sit tota linea *.to.* 300.; et complebo superficiem *.no.*; erit ergo tota superficies *.i.o.* 300. census, cum *.to.* sit .300., et *.it.* sit census; et superficies *.im.* est sicut census census, et 300. dragme, et equantur 300 censibus minus radice 1200 censuum census. Quare superficies *.no.* est radix .1200. censuum census. Vnde necesse est, ut linea *.mo.* sit radix .1200. dragmarum; quia cum ducitur census in radicem .1200. prouenit radix .1200. censuum census. Vnde si ex tota *.to.*, que est .300., auferatur *.mo.*, remanebit linea *.tm.* 300. minus radice .1200. dragmarum: diuidamus itaque eam in duo equa ad punctum *.p.*, et erit *.tp.* 150., minus radice .300. dragmarum: linea igitur *.tm.* diuisa est in duo equalia ad punctum *.p.*, et in duo inequalia ad punctum *.k.* Vnde si ex quadrato lineę *.tp.* auferatur superficies, que fit ex *.tk.* in *.km.*, hoc est ex *.lk.* in *.km.*, remanebit quadratum lineę *.kp.* Quare multiplicemus *.tp.*, hoc est .150. minus radice .300. in se, uenient 22800. minus radice 6750000.; de quibus auferamus id quod prouenit ex *.lk.* in *.km.*, quod est .300., remanebunt .22500. minus radice de 6750000. pro quadrato lineę *.pk.*; quorum radix si auferatur ex *.tp.*, remanebit pro quantitate census *.tk.* 150. minus radice .300., et minus radice differentię, que est inter radicem .6750000., et dragmas .22500.; et hoc quod remanet, quod est cen-

fol. 142 *verso*.

« sit tota linea . . . . est census » (fol. 142 *verso*, lin. 3-20; pag. 219, lin. 28 — pag. 220, lin. 1).



e et ex ... radix $\frac{2}{4}$ s (fol. 142 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 220, lin. 14).



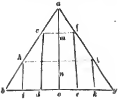
fol. 113 *recto*.

sus *.tk.*, est secundum propinquitatem circa $\frac{4}{7}$ 1; cuius radix, que est circa $\frac{1}{13}$ 1., est cathetus quesita *.dh.*; et hoc uolui demonstrare. Et si dicetur: in triangulo *.abg.*, cuius unumquodque latus est .10., protractum est quadrilaterum oblongum et rectorum angulorum *.cdef.*, et quadrilaterum *.h.i.k.l.*, quod est similiter oblongum et rectiangulum; et est .10. mensura uniuscuiusque quadrilateri; et queritur quanta est longitudo laterum *.cf.* et *.hl.*, que sunt sibi inuicem equidistantia, nec non et lateris *.bg.*; protraham primum perpendicularem *.am. no.*, et pro utroque laterum *.cf.* et *.hf.* ponam radicem rei; et erit unaqueque perpendicularium *.am.* et *.an.* radix $\frac{3}{4}$ rei; quibus extractis ex perpendiculari *.ao.*, que est radix .75., remanebit pro unaquaque linearum *.mo.* et *.no.* radix .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei: et quia embadum quadranguli *.cdef.* surgit ex ductu *.dc.* in *.cf.*, hoc est ex *.om.* in *.cf.*, multiplicemus *.om.* in *.cf.*, hoc est radicem .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei, in radicem rei; et que prouenerunt, equabuntur .10.: ex multiplicatione radicis rei in radicem .75. dragmarum uenient radix .75. rerum; et ex multiplicatione radicis rei in radicem $\frac{3}{4}$ rei diminutam prouenit radix $\frac{3}{4}$ census diminuta, que equantur .10. Et si multiplicauerimus *.on.* in *.hl.*, hoc est radicem .75. minus radice $\frac{3}{4}$ rei, in radicem rei, ueniet similiter radix 75 rerum minus radice $\frac{3}{4}$ census; que etiam equantur .10.: adde ergo utrique parti radicem $\frac{3}{4}$ census, remanebit radix .75. rerum equalis .10. dragmis, et radici $\frac{3}{4}$ census: multiplica ergo .10., et radicem $\frac{3}{4}$ census in se, uenient .100., et $\frac{3}{4}$ census, et radix 300 censuum, que equantur radici .75. rerum ducta in se, hoc est 75. rebus. Reduc hec omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per $\frac{1}{3}$ 1., et uenient census, et dragme $\frac{1}{3}$ 133., remanebunt census, et dragme $\frac{1}{3}$ 133. equales .100. rebus, diminuta inde radice censuum $\frac{1}{3}$ 533.: accipe ergo medietatem radicum, que est .50., minus radice $\frac{1}{3}$ 133.; et multiplica eas in se, uenient .2633. minus .100. radicibus de $\frac{1}{3}$ 133.; de quibus extrahe dragmas $\frac{1}{3}$ 122., que sunt cum censu, remanebunt .2500. minus radice $\frac{1}{3}$ 1333333.; quarum radicem extrahe de medietate radicum, scilicet de 50. minus radice $\frac{1}{3}$ 3133. Residuum erit res minor, scilicet quadratum linee *.cf.* Et super .50. minus radice $\frac{1}{3}$ 133. addideris radicem residui, quod est inter radicem $\frac{1}{3}$ 1333333., et dragmas .2500., quod prouenerit, erit quadratum maioris rei, scilicet linee *.hl.*; et est quadratum linee *.cf.* secundum propinquitatem $\frac{7}{9}$ 1; et eius radix est $\frac{1}{3}$ 1.; et quadratum linee *.hl.* secundum propinquitatem est $\frac{1}{9}$ 75; et eius radix est $\frac{2}{3}$ 8.: et si uolumus habere notitiam laterum *.cd.* et *.hl.*, ponemus similiter unumquodque eorum radicem rei: et quia trigona *.hbi.* et *.cbd.* similia sunt trigono *.abo.*, erit sicut quadratum linee *.bi.* ad quadratum linee *.ih.*, ita quadratum linee *.bo.* ad quadratum linee *.oa.* Sed quadratum linee *.bo.* est $\frac{1}{3}$ quadrati linee *.oa.*; quare quadratum linee *.bi.* est $\frac{1}{3}$ rei, cum linea *.ih.* sit radix rei: propter eadem ergo quadratum linee *.kg.* erit $\frac{1}{3}$ rei; ergo unaqueque rectarum *.bi.* et *.kg.* est radix $\frac{1}{3}$ rei; quibus extractis ex tota *.bg.*, que est .10., remanebit linea *.ik.* 10. minus duabus radicibus $\frac{1}{3}$ dragme, que sunt radix de $\frac{1}{3}$ 1.: multiplicemus ergo lineam *.hi.* in lineam *.ik.*, scilicet radicem rei in .10. minus radice $\frac{1}{3}$ 1., ueniet radix .100. rerum minus radice census $\frac{1}{3}$ 1., que equantur .10. Similiter quia est sicut *.bo.* ad *.oa.*, ita *.hd.* ad *.dc.*, et *.el.* ad *.ef.* Quare unaqueque rectarum *.bd.* et *.eg.* est radix $\frac{1}{3}$; quibus extractis ex *.bg.*, remanebit *.de.* 10. minus radice $\frac{1}{3}$ 1.: unde cum multiplicauerimus *.cd.*, que est radix rei, in *.de.*, ueniet

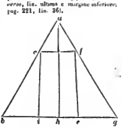
similiter radix .100. rerum minus radice census $\frac{1}{3}$ 1., quod erat .10. similiter: vnde si utrique parti addatur radix census $\frac{1}{3}$ 1., erit .10., et radix census $\frac{1}{3}$ 1. equales radici .100. rerum: multiplica itaque 10., et radicem census $\frac{1}{3}$ 1. in se, erunt .100., et census $\frac{1}{3}$ 1., et radix censuum $\frac{1}{3}$ 533., que | equantur .100. rebus, scilicet multiplicationi radicis .100. rerum in se. Reduc modo omnia que habes ad censum, quod est ut ducas omnia que habes in $\frac{3}{4}$ dragme, uenient census, et 75, et radix .300. censuum equales .75. rebus: abice itaque ab utraque parte radicem .300. censuum, remanebunt census, et .75. dragme, que equantur .75. rebus, diminuta ex eis radice .300. censuum: multiplica medietatem radicum in se, que sunt $\frac{1}{2}$ 37. minus radice .75., uenient $\frac{1}{4}$ 1481., diminutis inde .75. radicibus de 75.; de quibus tolle .75., que sunt cum censu, remanebunt $\frac{1}{4}$ 1406. minus radice 481875; quarum radicem abice ex medietate radicum, scilicet ex $\frac{1}{2}$ 37., minus radice 75., residuum erit res minor, scilicet quadratum linee .*hi*.; quod quadratum est circa $\frac{1}{3}$ 1., et eius radix est circa $\frac{9}{10}$ 1; et hec est longitudo linee .*hi*.: quam si multiplicauerimus in .*hl*., que est circa $\frac{2}{3}$ 8., nimirum uenient .10. pro quadrilatero .*hikl*.; et hoc uolebamus. Similiter si super $\frac{1}{2}$ 37. minus radice .75. addiderimus radicem differentie, que est inter 421875., et dragmas $\frac{1}{4}$ 1406., habebimus quadratum maioris rei, scilicet linee .*cd*.; quod quadratum est circa $\frac{1}{4}$ 56., et eius radix, que est linea .*cd*., est circa $\frac{1}{2}$ 7.; qua multiplicata in lineam .*cf*., que est circa $\frac{1}{3}$ 1, uenient .10. pro quadrilatero .*cdef*., ut oportet. Aliter quia inuenimus superius quadratum lateris .*cf*., quod cum res esse 50 minus radice $\frac{1}{3}$ 133., et radice differentie, que est inter radicem $\frac{1}{3}$ 1333333., et 2500. dragmas; et quadratum ex .*am*. fuit $\frac{3}{4}$ rei; si acceperimus $\frac{3}{4}$ ex predictis, que sunt res, habebimus quadratum linee .*am*. Nam $\frac{3}{4}$ de 50. sunt $\frac{1}{2}$ 37., et $\frac{3}{4}$ radicis de $\frac{1}{3}$ 133 diminute habebuntur, si multiplicauerimus quadratum de $\frac{3}{4}$, quod est $\frac{9}{16}$, in $\frac{1}{3}$ 133.; et ex hoc quod prouenerit, acceperimus radicem; ex qua multiplicatione prouenit radix .75. diminuta. Similiter acceperimus $\frac{9}{16}$ de 2500., et $\frac{81}{256}$ de $\frac{1}{3}$ 1333333., et uenient $\frac{1}{4}$ 1406. minus radice 421875., accepta inde radice; et sic pro quadrato linee .*am*. habentur $\frac{1}{2}$ 37., diminuta radice .752., minus radice differentie, que est inter radicem 421875. et $\frac{1}{4}$ 1406.; quorum radicem extrahe ex tota .*an*., que est radix .75., remanebit pro .*mo*., hoc est pro .*cd*., $\frac{1}{2}$ 7., et secunda .25.; et .*cf*. est circa [illegible] 1. minus secundis $\frac{2}{5}$ 4.: Et si super $\frac{1}{2}$ 37., minus radice 75., addatur radix differentie, que est inter radicem 421875 et $\frac{1}{4}$ 1406., quod prouenerit, erit quadratum catheti .*an*.; quorum radix si auferatur ex .*ac*., remanebit pro linea .*nn*., hoc est pro linea .*hi*., circa $\frac{1}{6}$ 1. Rursus in triangulo .*abg*., cuius unumquodque latus est .10., protractum sit quadrilaterum .*cbef*. habens angulos .*cfe*. rectos; et sit mensura ipsius quadrilateri .10.; et uolo scire quantitatem lateris .*fe*. protraham primum in triangulo .*abg*. cathetos .*ah*.: et .*ci*., et erunt trianguli .*bic*. et .*gef*. | similes triangulo .*ahb*. Quare erit sicut quadratum lateris .*bh*. ad quadratum lateris .*ha*., ita quadratum lateris .*bi*. ad quadratum lateris .*ic*., et quadratum lateris .*ge*. ad quadratum lateris .*ef*. Est enim quadratum lateris .*bh*. tertia pars ex quadrato lateris .*ha*.; erit ergo quadratum lateris .*bi*. $\frac{1}{3}$ ex quadrato .*ic*.; et quadratum lateris .*ge*. ex quadrato lateris .*ef*. erit similiter $\frac{1}{3}$: et quia mensura quadranguli .*cbef*. colligitur ex multiplicatione .*ef*. in medietatem laterum .*cf*. et *bc*., ponam latus .*ef*. radicem rei; quare .*eg*. erit una radix $\frac{1}{3}$ rei; qua subtracta ex tota linea .*bg*., rema-

fol. 143 *verso*.

e radice 481875 . . . . $\frac{1}{2}$ 7.; qua » (fol. 143 *verso*, lin. 7, 8 15; pag. 221, lin. 11-18).



e primum in . . . . et .*gef*. » (fol. 142 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 221, lin. 36).



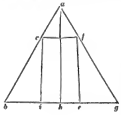
fol. 144 *recto*.

nebit pro linea *.be.* 10. minus radice $\frac{4}{5}$ rei: et quia anguli *.cfe.* et *.feb.* sunt recti, erit linea *.cf.* equidistans lineę *.be.*: sunt enim *.ci.* et *.fe.* sibi inuicem equidistantes; quare *.cf.* et *.ie.* sibi inuicem sunt equales, nec non et recta *.ei.* recte *.fe.* equalis est: unde si tollatur *.cf.*, scilicet *.ie.*, ex tota *.bg.*, que est .10., remanebunt pro linea *.cf.* 10. minus duabus radicibus $\frac{4}{5}$ rei; quibus additis cum mensura lateris *.be.*, que est .10. minus radice $\frac{4}{5}$ rei, egredientur .20., diminutis tribus radicibus $\frac{4}{5}$ rei, pro quantitate laterum *.cf.* et *.be.*; quorum medietatem, que est .10. minus radice $\frac{9}{5}$ rei, si multiplicauerimus in lineam *.fe.*, que est radix rei, ueniet radix .100. rerum minus radice $\frac{9}{5}$ census, que equantur .10.: adde utrique parti radicem census $\frac{9}{5}$, et erunt .10. dragme, et radix $\frac{9}{5}$ census, que equantur radici .100. rerum: multiplicemus ergo .10., et radicem $\frac{9}{5}$ census in se, uenient venient (*sic*) 100., et $\frac{9}{5}$ census, et radix .300. censuum, que equantur .100. rebus, scilicet multiplicationi radicis .100. rerum in se: reduce hec

p. uel ; 1 omnia ad censum, quod est ut multiplices omnia que habes per .31., et erunt census, et dragme $\frac{1}{3}$ 133, et radix censuum $\frac{2}{3}$ 533. equales rebus $\frac{1}{3}$ 133.: abice ab utraque parte radicem censuum $\frac{1}{3}$ 533., remanebunt census, et dragme $\frac{1}{3}$ 133. equales rebus $\frac{1}{3}$ 133., diminuta ex eis radice censuum $\frac{2}{3}$ 533.: dimidia ergo radices, erunt $\frac{2}{3}$ 66. minus radice dragmarum $\frac{1}{3}$ 133.; quas duc in se, uenient $\frac{4}{9}$ 4444., et radix $\frac{13}{27}$ 2370370.; quorum radicem habice ex medietate radicum, scilicet ex $\frac{2}{3}$ 66. minus radice $\frac{1}{3}$ 133., residuum erit res, scilicet quadratum lateris *.ef.*; que sic fiunt: radicem $\frac{13}{27}$ 2270370, que est circa .1539., et minuta .26., et secunda .2., et tertia 35., abice $\frac{4}{9}$ 4444., remanebunt .2904., et minuta .50., et secunda .37., et tertia .25.; quorum radicem, que est .53., et minuta .53., et secunda .47., et tertia .46., adde cum radice de $\frac{1}{3}$ 133., que est .11., et minuta .32., et secunda .49., et tertia .23., erunt .65., et minuta .26., et secunda .36., et tertia .30.; que tolle ex $\frac{2}{3}$ 66, remanebit .1., et minuta .13., et secunda .23., et tertia pro quantitate

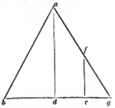
fol. 144 verso. rei; quorum | radix, que est circa .1., et minuta .6., et secunda .21., et tertia .20., erit linea *ef.*; et hoc uolui demonstrare. Et si uis habere notitiam laterum *.cf.* et *.be.*, dupliciter ea inuenire poteris: primum secundum propinquitatem accipe $\frac{2}{3}$ rei, scilicet de .1., et minutis 13, et secundis 23, et tertia, uenient minuta .22., et secunda .7., et tertia .6., et quarta .40. pro quadrato lineę *.eg.*; quorum radicem, que est minuta 38., et secunda .18., et tertia .42., tolle ex tota *.bg.*, remanebit *.be.* nota: et si duplum de minutis .38., et secundis 18, et tertijs 42. tolles ex .10., quod remanebit, erit latus *.cf.* Et si uis habere notitiam lateris *.cb.*, multiplica *.ci.* et *.ib.* in se, ueniet res $\frac{4}{9}$ 1. pro quadrato lineę *.cb.* Quare multiplica .1., et minuta .13., et secunda 23, et tertia .1. per $\frac{4}{9}$ 1.; et eius quod prouenerit radicem accipe, et habebis latus *.cb.*: est enim medietas laterum *.cf.* et *.de.* 9., et minuta .2., et secunda .31., et tertia .57.; que ducta in *.cf.*, scilicet in .1., et minuta 6, et secunda .21., et tertia .20., uenient .10. et parum plus, videlicet tertia .2., et quarta 43., et quinta .36. Aliter quia quadratum lineę *.eg.* est $\frac{4}{9}$ quadrati lineę *.ef.*; et quadratum lineę *.ef.* est $\frac{2}{3}$ 66. minus radice $\frac{1}{3}$ 133, et radice differentię, que est inter radicem $\frac{13}{27}$ 2370370. et $\frac{4}{9}$ 4444., accipe $\frac{4}{9}$ de $\frac{2}{3}$ 66, et de radicibus suprascriptis, et habebis pro quadrato lineę *.eg.* $\frac{2}{3}$ 22. minus radice $\frac{17}{81}$ 14., et minus radice differentię, que est inter $\frac{4}{9}$ radicis de $\frac{13}{27}$ 2370370 et $\frac{4}{9}$ de $\frac{4}{9}$ 4444., hoc est inter radicem $\frac{48472}{\ }$ 9263 et $\frac{47}{81}$ 493.: et cum ex his acceperis radicem, habebis .3999. pro linea *.eg.* circa minuta .38., et secunda .27., et tertia .42.:

c remanebat .be. . .. quar|ta 42. a (fol. 141 verso, lin. 6, 7-18, 14. pag. 222, lin. 30-37.)



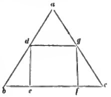
et quia est sicut *.ab.* ad *.bh.*, ita *.cb.* ad *.bi.*, erit *.cb.* duplum minutorum .38., et secundnrum .27., et tertiorum .42.; quod duplum est .1., et minuta .16., et secunda .55., et tertia .24.; quibus extractis ex tota *.ab.*, remanebit pro quantitate linee *.ac.*, hoc est pro *.cf.* 8., et minuta .43., et secunda .4., et tertia .36.: est enim triangulus *.acf.* equilaterus, cum sit similis triangulo *.abg.*: et si ex *.bc.*, hoc est ex .10., auferantur minuta .38., et secunda .27., remaaebunt pro linea *.be.* 9., et minuta .21., et secunda .32., et tertia .18. Rursus in triangulo *.abg.* equilatero, cuius unumquodque latus est .10., et eius perpendicularis est *.ad.*, protractum est quadrilaterum *.adcf.*, cuius mensura est .10.; et queratur quanta sit longitudn linee *.cf.*; primum quidem maaifestum est, quod mensura trianguli *.adg.* est radix de $\frac{3}{4}$ 478., que pronenit ex ductu *.ad.* in dimidium *.dg.*; de qua radice si auferantur .10., scilicet quadrilaterum *.adcf.*, residuum erit triangulus *.gcf.*, qui est similis trianguln *.gda.* Vnde quadratum linee *.cf.* triplum est quadrati linee *.gc.* : ponas ideo pro quadrato lateris *.cf.* rem. Quare quadratum lateris | *.cg.* erit $\frac{1}{3}$ rei; et multiplicabn *.cf.* in dimidium *.cg.*, hoc est radicem rei in radicem $\frac{1}{12}$ rei, ueniet radix $\frac{1}{12}$ census; qua radice addita cum quadrilatero *.adcf.*, ueniet .10., et radix $\frac{1}{12}$ census, que equantur radici $\frac{3}{4}$ 478.: multiplica ergo .10., et radicem $\frac{1}{12}$ census in se, uenient 100., et $\frac{1}{12}$ census, et radix censuum $\frac{1}{3}$ 33., que equantur dragmis $\frac{3}{4}$ 478.: abice ergo ab utraque parte .100., et multiplica omnia que remanent per .12., ut reintegretur census, exibit census, et radix .4800. censuum, que equantur dragmis .4425.: dimidia ergn radices, que sunt cum censu, et multiplica medietatem in se, erunt .1200.; cum quibus adde .4425., uenient .5625.; de quarum radice, que est .75., abice radicem de .1200., remanebunt pro quantitate rei, scilicet linee *.qf.* 75. minus radice .1200.; quorum tertia pars, que est .25., minus radice $\frac{1}{3}$ 133., est quadratum linee *.cg.*; quorum radix si extrahatur ex *.dg.*, que est .5., remanebit pro linea *.dc.* circa $\frac{1}{3}$ 1.; et *.cf.* secundum propinquitatem est $\frac{1}{3}$ 6.; et linea *.ad.* est $\frac{2}{3}$ 8.; quibus et medietas laterum *.cf.* et *.da.* est $\frac{1}{2}$ 7.; quibus ductis in *.de.*, scilicet in $\frac{1}{3}$ 1., uenient .10. pro mensura quadrati lateris *.adcf.*; et hoc uolui demonstrare. Item in triangulo equilatero *.abc.*, cuius unumquodque latus est .10., protractum est quadratum *.defg.* equilaterum et equiangulum ; et uolo habere notitiam laterum ipsius quadrati. Quia latera ipsius quadrati sibi inuicem sunt equalia, erit latus *.dg.* equidistans lateri *.bc.*; quare triangulus *.adg.* equilaterus est: quibus intellectis, ponam latus *.dg.*, hoc est latus *.ad.* radicem rei; et auferam *.ad.* ex *.ab.*, remanebuut pro linea *.db.* 10. minus radice rei; que ducam in se, uenient .100., et res minus radice 400 rerum pro quadrato linee *.db.*: deinde ducam *.de.* in se, ueniet res; et ducam *.eb.* in se, ueniet $\frac{1}{2}$ rei; et sic res $\frac{1}{3}$ equatur .100. dragmis, et rei minus radice .400. rerum : tulle ab utraque parte rem, et $\frac{1}{3}$ rei, et adde utrique parti radicem .400. rerum, et erunt 100 miuus $\frac{1}{3}$ rei equales radici .400. rerum : multiplica unumquodque latus in se, erunt .10000, et $\frac{1}{9}$ census minus rebus $\frac{2}{9}$ 66. equales .400. rebus: adde utrique parti res $\frac{2}{3}$ 66., et multiplica per .9. omnia que habes, ueniet census, et 90000. dragme equales rebus .4200.: dimidia ergo res, erunt .2100.; que multiplica in se, erunt .4410000.; de quibus abice .90000., remanebunt .4320000.; quorum radicem, que est .2078., et minuta .27., et secunda .48. parum minus extrahe de .2100., remanebunt parum plus de .21., et minutis 32., et secundis .30. pro quantitate rei, hoc est pro qua-

« linee .gc. .... lateris » (fol. 144 verso, lin. ultima, e margine inferiore ; pag. 223, lin. 13 e 14).



fol. 145 *recto*.

« propinquitatem .... rema|nebunt » (fol. 145 *recto*, lin. 18-20, 21 ; pag. 223, lin. 25-32).

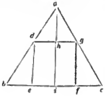


drato *.de.*; quorum radix, que est circa .4., et minuta .38., et secunda et tertia est unumquodque laterum ipsius quadrati. Et est etiam secundum hoc in triangulo *.abc.* equilatero, cuius unum constitutum penthagonum equilaterum *.adefg.*, cuius | unumquodque latus, per ea que diximus, erit notum. Aliter protraham cathetum *.ai.*, et ducam *.ai.* in *.bi.*, hoc est radicem de .75. in .5., ueniet radix .1875. dragmarum pro area totius trianguli *.abc.* Deinde ducam *.de.*, scilicet radicem rei, in *.be.*, hoc est in radicem $\frac{1}{3}$ rei, exibit radix $\frac{1}{3}$ census pro area triangulorum *deb.* et *gfc.*: et ducam etiam *.de.* in se, et ueniet res pro area quadrati *.defg.* Et ducam rursus *.ad.* in se, et ueniet res; de qua tollam quadratum lineę *.dh.*, quod $\frac{1}{4}$ rei est, remanebunt $\frac{3}{4}$ rei pro quadrato catheti *.ah.* : et ducam *.ah.* in *.dh.*, et ueniet radix $\frac{3}{16}$ census pro area trianguli *.adg.*: deinde addam radicem $\frac{3}{16}$ census cum radice $\frac{1}{3}$ census; que additio sic fit : multiplicetur radix $\frac{1}{3}$ census in se, et radix $\frac{3}{16}$ census in se, ueniet $\frac{1}{3}$ census et $\frac{3}{16}$, hoc est $\frac{25}{48}$ census; et radix $\frac{1}{3}$ census in radicem $\frac{3}{16}$ census, et prouenit radix $\frac{1}{16}$ census census, hoc est $\frac{1}{4}$ census, cuius duplum est $\frac{1}{2}$ census; quod additur cum $\frac{25}{48}$ census, egreditur census $\frac{1}{48}$ 1., cuius radix est area triangulorum *.deb.* et *.feg.* et *.adg.* Quam aream inueniam aliter. Quia trigona *.deb.* et *.ahd.* sibi inuicem sunt similia, habebunt circa equales angulos latera proportionalia. Quare erit sicut *.bd.* ad *.de.*, hoc est ad *.da.*, ita *.da.* ad *.ah.* : recte quidem *.bd.* et *.da.* et *.ah.* continue proportionales sunt. Quare est sicut *.bd.* prima ad *.ah.* tertiam, ita triangulus *.dbe.* ad triangulum *.adh.* Sed sicut *.bd.* ad *.ah.*, ita quadratum lineę *.bd.* ad quadratum lineę *.da.*: est enim quadratum lineę *.bd.* res $\frac{1}{3}$ 1.; et quadratum lineę *.da.* est res; ergo est sicut $\frac{1}{3}$ 1. ad .1., hoc est sicut .4. ad .3., ita triangulus *.dbe.* ad triangulum *.adh.* Sed est sicut triangulus *.dbe.* ad triangulum *.adh.*, ita duplum trianguli *.dbe.*, hoc est trianguli *.dbe.* et *.gef.* ad duplum trianguli *.adh.*, hoc est ad triangulum *.adg.*: ergo est sicut .4. ad .3., ita trianguli *.dbe.* et *.def.* ad triangulum *.adg.* Quare erit sicut .4. ad coniunctum de 4. et .3., hoc est ad .7., ita trianguli *.dbe.* et *.gef.*, qui sunt radix $\frac{1}{3}$ census ex his tribus triangulis. Quare si multiplicauerimus radicem $\frac{1}{3}$ census per .7., et summam diuiserimus per .4., ueniet radix census $\frac{1}{48}$ 1 pro area triangulorum *.dbe.* et *.gef.* et *.adg.*: cum qua si addiderimus quadratum *.df.*, quod est res, habebantur radix census $\frac{1}{48}$ 1, et res pro area trianguli *.abc.* Quam aream inuenimus superius esse radicem de. 1875: ergo res, et radix census $\frac{1}{48}$ 1. equatur radici 1875.: tollamus ab utraque parte rem, et erit radix .1875. minus re equales radici census $\frac{1}{48}$ 1. Duc ergo utrumque latus in se, et erunt census, et dragme .1875., minus radice 7500. censuum, equales censibus $\frac{1}{48}$ 1. : adde ergo utrique parti radicem .7500. censuum, et tolle ab | utraque parte censum, remanebunt $\frac{1}{48}$ census, et radix .7500. censuum equales dragmis .1875. Reduc ergo omnia que habes ad censum, quod est ut multiplices ea per .48., et uenient census, et radix .17280000. equales 90000. dragmis: dimidia ergo radicem, que est cum censu, ueniet radix 4320000; quam duc in se, uenient .4320000.; super que adde .90000., erunt .4410000.; de quorum radice, que est .2100., abice radicem de 4320000., que est .2078., et minuta .27., et secunda .40., et tertia, secundum propinquitatem, remanebunt .21., et minuta .32., et secunda .20., et tertia pro quantitate rei; quorum radix, ut supra diximus, est unumquodque ex lateribus penthagoni *.adefg.*, siue quadrati *.defg.*; et hoc uolui demonstrare.

Explicit etc.

fol. 145 verso.

m .de ... $\frac{1}{3}$ census » (fol. 145 verso, lin. 4-10; pag. 224, lin. 6-13).



fol. 146 recto.

OPUSCOLI

DI

LEONARDO PISANO

SECONDO LA LEZIONE

DI UN CODICE DELLA BIBLIOTECA AMBROSIANA DI MILANO

contrassegnato *E.* 75, *Parte Superiore.*

Incipit *flos Leonardi bigolli pisani super solutionibus quarumdam questionum ad numerum et ad geometriam, uel ad utrumque pertinentium.* fol. 1 recto

Intellecto, beate pater et domine uenerande .R. dei gratia Sce. Mar. In Cosmidin diac. Cardinalis dignissime, quod meorum operum copiam non preceptiue saltim, quod uos magis decebat, sed simpliciter petere fuistis per litteras uestre sanctitatis dignati; nihilominus tamen petitionem ipsam reuerenter suscipiens in mandatis, non solum parere uoto uestro sattegi deuotius in hac parte, verum etiam de quarumdam solutionibus questionum à quibusdam philosophis serenissimi domini mei Cęsaris, et abjs per tempora mihi oppositarum, et plurium que subtilius quam in libro maiori de numero, quem composui, sunt solute, ac de multis, quas ipse met ad inueni, ex diffusa quidem multitudine compilans hunc libellum ad laudem et gloriam nominis uestri compositum florem ideo nolui titulari; quia illa nobis florida clericorum elegantia radiantibus dictaui, atque etiam quia ibi nonnulle sunt floride quamquam nodose apposite questiones, tanque geometrice quam arismetrice iudagatione uigili sic probabiliter enodate, ut ne dum non solum floreant inse ipsis, immo et quod per eas, uelut ex radicibus plantule emergunt innumere questiones, quibus interdum uacare sidignabiminj, poteritis, si placebit, inter curas et occupationes uestras ab otiositate illa, que uirtutum est nonerca, uacando sub exercitatione ingeuij, solatia etiam nec sterilia, sed officiosa captare. Si autem hoc nouero á uestrę clementię benignitate acceptari; quicquid amene subtilitatis uel utilitatis ulterius adinuenero, eidem operi, ut uestram merear gratiam adipisci, obnoxius cumulabo, eadem et me ipsum correctioni dominationis uestre affectuosius supponendo.

Explicit prologus; incipit tractatus eiusdem.

Cum coram maiestate uestra, gloriosissime princeps Frederice, magister* Iohannes panormitanus, phylosophus uester, pisis mecum multa de numeris contulisset, interque duas questiones, que non minus ad geometriam quam ad numerum pertinent, proposuit. Quarum prima fuit ut inueniretur quadratus numerus aliquis, cui addito uel diminuto quinario | numero, egrediatur quadratus numerus; quem quadratum numerum, vt eidem magistro Iohanni retuli, inueni esse hunc numerum, vndecim et duas tertias et centesimam quadragesimam quartam unius. Cuius numeri radix est ternarius et quarta et vi^a. unius. Cui quadrato numero si addantur quinque, proueuient .xvi. et due tertie et una centesima quadragesima quarta; qui numerus est quadratus. Cuius radix est quatuor et una duodemima. Item si auferantur .v. ab eodem quadrato numero, remanebunt vi. et due tertie et una centesima quadragesima quarta; qui numerus etiam quadratus est. Cuius radix est duo et tertia et quarta unius. Et cum diutius cogitassem unde oriebatur predictę questionis solutio, inueni ipsam habere originem ex multis accidentibus, que accidunt quadratis numeris, et inter quadratos numeros: quare hinc sumens materiam, libellum incepi componere ad uestre maiestatis celsitudinis gloriam; quem libellum quadratorum intitulaui, in quo continebuntur rationes et probationes, geometrice solutiones questionis predictę, et multarum aliarum questiouum solutiones, quem habere poterit uestra immensitas, si celsitudini uestre placuerit.

fol. 1 verso. quadratorum liber

Altera uero questio á predicto magistro Iohanne proposita fuit, vt inueniretur quidam cubus numerus, qui cum suis duobus quadratis et decem radicibus in unum collectis essent uiginti: super hoc meditando putaui huius questionis solutionem egredi ex his que continentur in .x.° lib.° Euclidis; et ob hoc super ipso .x.° Euclidis accuratius studui, adeo quod sui teoremata ipsius memorie commendaui, et ipsarum intellectum comprehendi. Et quia difficilior est antecedentium et quorumdam sequentium librorum Euclidis, ideo ipsum x^m librum glosare incepi, reducens intellectum ipsius ad numerum, qui in eo per lineas et superficies demonstratur; qui liber. x.° tractat de diuersitatibus xv. linearum rectarum, quarum .xv. linearum due uocantur rite, seu ratiocinate.

L.° xv.

Relique. xiij. dicuntur aloge, siue inratiociuate. Ex his duobus ritis una dicitur riti, seu ratiocinata longitudine et potentia. Alia uero potentia solum. Per primam ex his duabus intelligitur numerus, qui potest numerari, vt unus, duo, tres et ceteri, uel partes unitatis, ut medietas: tertia et quarta et cetere fractiones; qui omnes sunt radices | quadratorum numerorum. Per secundam intelliguntur radices numerorum ratiocinatorum non quadratorum. Vnde potentia earum radicum numeratur, et ipse radices numerari non possunt. Et ideo uocantur numeri surdi. Et ex xiij.^cim predictis lineis prima est simplex, que uocatur media, per quam intelligitur radix radicis numeri non quadrati. Et ex reliquis sex sunt radices numerorum binomiorum, hoc est duorum nominum. Relique sunt radices recisorum. Ex duobus quidem nominibus sunt numeri compositi ex numero et radice, uel ex duabus radicibus; que compositio fit sex modis. Recisus quidem numerus dicitur residuum, quod est inter numerum et radicem, uel inter duas radices; quod etiam fit sex alijs modis, ut Euclides dicit.

fol. 2 recto.

xiij. li?

Et cum studiose super hos quindecim numeros, et super eorum diuersitates cogitarem, inueni nullum ipsorum congruere posse uni ex .x. radicibus supradictis, que cum duobus quadratis et cubo sint .xx., ut in sequentibus geometrice demonstratur.

« cui applicetur .... et numero a » (fol. 2 recto, lin. 16-35 e margine inferiore; pag. 228, lin. 29 — pag. 229, lin. 2).



Adiaceat quidem linea .ab. pro una ex dictis decem radicibus, cui applicetur superficies recti augula .bd. latitudinem faciens rectam .dg., que sit .x. Et recte quidem .bg. aplicetur superficies rectiangula .eg. equalis cubo, qui fit a numero .ab.

Rursus recte .ez. aplicetur palilogramum (*sic*) orthogonium .iz. equale duobus quadratis, qui fiunt a numero .ab.; erit ergo tota .at. superficies rectiangula et equalis xx.: sunt enim anguli .a b g. et g b e. recti. Quare indirecto est linea .b e. linee .b a. Similiter demonstrabitur indirecto esse linea .ei. linee .eb. Quare tota .ai. linea recta est et continua. Similiter et linea .dt. est recta; paralilogramum ergo est superficies .at., et est orthogonium, cum omnes anguli ipsius sint recti. Et est .x. una queque linearum .ad. bg. ez: it. Verum quoniam linea .ab. est una ex suprascriptis .x. radicibus, erit superficies .ag. equalis .x. radicibus predictis, cum linea .bg. sit .x. Siquidem et superficies .bz. est equalis cubo, qui fit á radice .ab.; et superficies itaque .et. est equalis duobus quadratis, quorum unusquisque fit ab eadem radice .ab. Ergo tota superficies .at. continetur ex uno cubo et ex duobus quadratis et x radicibus; qui omnes coniuncti esse .xx. proponuntur. Quare superficies .at. est .xx. Et quoniam

unumquodque laterum .*ad*. et .*it*. est .x., erit uuumquodque laterum .*a i*. et .*d t*. duo. Cum superficies *a t*. sit .xx. Dico primum itaque radicem .*ab*. esse non posse ex numeris | ratiocinatis, ueque ex radicibus ratiocinatorum, uel ex radicibus radicum ratiocinatorum, seu ex sex uumeris couiuuctis, aut ex sex numeris residuis suprascriptis, ueque ex radicibus coniunctorum uel recisorum. Et si possibile est, esto primum radix .*a b*. ex uumeris, qui sunt ratiocinati longitndine et poteutia. Et quouiam tota .*a i*. est duo, et .*ab*. minor est quam .*a.i.*; ergo radix .*a b*. minus est binario. Et quia positum est, ipsam *a b*. esse ex uumeris ratiocinatis; aut euim est integer numerus .*a b*. aut fractus: esto prius integer, si est possibile. Et quoniam nullus numerus integer est minor binario uisi unitas, erit ergo radix .*a b*. unum. Quare superficies *b d*. erit .x.; et cubus, qui fit ab unitate .*a b*., scilicet superficies .*d z*. erit unum. Item et duo quadrati, qui sunt ab unitate .*a b*., scilicet snperficies .*i z*. erit duo: quare tota superficies .*a t*. erit .xiii. tantum; sed superficies .*a t*. est .xx. Non ergo radix .*a b*. est numerus iuteger.

fol. 2 verso.

Similiter ostendetnr quod numerus .*a b*. uon est fractus. Si fractus enim est numerus .*a b*., cum cubicatus, egrediuutur ex illa cubicatione fractiones et fractioues fractiouis et fractiones fractionis fractionis: et cum multiplicatur iu se uumerus .*ab*., si est fractus, egreditur ex duplo multiplicationis eius fractio fractionis uel fractioues fractionis. Et cum multiplicatur idem uumerus ruptus, scilicet .*ab*. in .*bg*., scilicet in .x., egredietur quandoque fractio uel fractiones tautum, et quandoque egredietur numerus integer ex ipsa multiplicatione. Cum itaque multiplicatur .*ab*. in .*bg*., prouenit numerus .*bd*. Et cum cubicatur numerus .*ab*., prouenit uumerus .*bz*. Et cum duplicatur multiplicatio numeri .*ab*. inse, prouenit numerus .*et*. Ergo si fractus est numerus .*ab*., occurrit quaudoque iu uumero *b d*. fractio aliqua uel fractiones tantum; et in numero quidem *b z* occurrunt fractiones et fractiones fractiouis et fractiones fractionis fractiouis; et in numero quoque .*et*. occurruut fractiones et fractiones fractionis tantum. Vnde si coniungantur fractiones, que suut in numeris .*bd*. et .*bz*. et .*zi*., nunquam ex ipsorum couiuuctione poterit numerus integer procreari. Quare si fractus est numerus .*a b*., fractus erit uumerus .*d.i*., qui est .xx.; quod est incouueniens. Et si uumerus .*bd*. est sine fractione, reliquus .*bt*. erit similiter sine fractione, cum totus numerus .*ai*. sit. xx.; quod non proueniet, cum in numero .*e t*. sint fractiones et fractiones fractiouis, et iu numero .*b z*. sint fractiones et fractiones fractionis et fractioues fractionis fractionis. Non ergo fractus est numerus .*a.b*., neque iuteger.|

e Ostendam rursus .... .*ab*. inse » (fol. 3 *recto*, lin. 1-33 e margine superiore ed inferiore; pag. 229, lin. 33 — pag. 230, lin. 17).



Ostendam rursus impossibile esse quod uumerus .*ab*. sit radix alicuius uumeri ratiocinati. Ducatur quidem .*ab*. in se, et proueuiat numerus .*bk*.; et ex .*bk*. in .*ba*. prouenit superficies rectiangula .*ak*.; que superficies est equalis cubo, qui fit á uumero .*ab*. Quare superficies .*k.a*. equalis est superficiei *b.z*. Equalium uero et unum uni equalem habeutium angulum parallilogramorum contrarie potiuutur latera, que circa equales angulos subtenduntur, ut in .vi.to Euclidis reperitur. Ergo est sicut .*gb*. ad *bk*., ita .*ab*. ad .*bc*. Et cum quatuor quidem quantitates proportionales suut, fueritque sicut prima ad secundam, ita tertia ad quartam; et prima fuerit secunde commensurabilis, et tertia quarte commensurabilis erit, ut in .x.° Euclidis reperitur. Est enim recta .*ab*. radix numeri. Quare quadratus, qui fit ab ea, scilicet uumerus .*b.k*., est ratiocinatus; et .*g.b*. est decem, qui est ratiocinatus; ergo primus uumerus

fol. 3 recto.

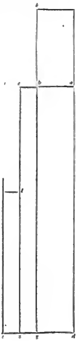
.*g*.*b*. commensurabilis est secundo .*bk*. Quare et *a b* numerus numero *b e* commensurabilis est. Est enim *a b* radix numeri ratiocinati. Quare et .*be*. est radix numeri ratiocinati. Et quia .*ab*. commensurabilis est .*be*; erit ergo .*ab*. toti .*ae*. commensurabilis. Quare .*ae*. est radix numeri ratiocinati, et est commensurabilis potentia solum toti .*a*.*i*. numero, scilicet binario. Quare si a binario .*ai*. auferatur radix .*ae*., qui sunt potentia solum ratiocinati, remanebit .*ei*. abscisio, siue recisum; quod inratiocinatum esse ab Euclide in .x.º demonstratur. Sed quia ex ductu .*ab*. inse prouenit numerus ratiocinatus, scilicet dimidium superficiei .*et*.; erit ergo tota superficies .*et*. ratiocinata, cuius unum latus .*ez*. est ratiocinatum, quod est decem. Quare latus .*ei*. est ratiocinatum ; quod superius ostensum est esse inratiocinatum. Vnde impossibile est quod radix .*ab*. sit radix numeri ratiocinati, ut predixi.

Aliter quia linea .*ae*. est radix numeri ratiocinati, ut ostensum est; et linea .*ez*. est numerus ratiocinatus, erit superficies .*de*. radix numeri; et superficies .*e*.*t*. est numerus ratiocinatus. Quare tota superficies .*di*. constat ex numero in ratiocinato et ratiocinato; quod est inconueniens, cum superficies .*di*. sit .xx. Amplius dico quod radix .*ab*. non est radix radicis alicuius numeri; sed si possibile est. Esto .*ab*. radix radicis alicuius numeri ratiocinati; et ex ductu item .*ab*. inse | prouenit .*bk*.; et ex .*a b*. in *b k*. prouenit superficies .*ka*., que est equalis superficiei .*bz*., hoc est cubo, qui fit à radice .*ab*. Quare est sicut *gb*. ad *bk*., ita et .*a b*. ad *b e*. Et quoniam *ab*. est radix radicis numeri ratiocinati; erit ergo .*bk*. radix radicis numeri ratiocinati. Quare *gb* et *b k* numeri commensurabiles sunt potentia solum; et *a b* et *b e* commensurabiles sunt similiter potentia tantum. Media enim est linea .*ab*, hoc est radix radicis numeri ratiocinati. Media ergo erit et linea .*be*., et incommensurabilis linee .*b a*. longitudine. Quare tota .*ae* sit ex duabus medijs potentia solum commensurabilibus; ergo .*ae*. est una ex duabus bimedialibus lineis, scilicet radix unius ex compositis numeris supradictis. Item ex ductu .*ab*. inse prouenit dimidium superficiei .*et*., scilicet superficies .*li*.; que superficies aplicata est linee ratiocinate .*le*., que est quinque. Et quia quod à media secundum ritim et ductum latitudinem facit ritim et incommensura- [·|· ratiocinata] bilem ei cui adiacet longitudine. Riti ergo est recta .*ei*., et incommensurabilis recte .*le*. longitudine; ergo radix numeri ratiocinati est linea .*e i*., et est incommensurabilis linee .*a i*. longitudine; potentia enim solum sunt commensurabiles. Quare reliquum .*ae*. recisum est, hoc est abscisio. Nulla enim abscisio est binomia, ut in eodem .x.º reperitur. Quare cum superius ostensa sit linea .*ae*. esse bimedialis, que modo inuenta est abscisio; et quia nullum recisum bimediale constat, lineam .*ab*. non posse esse radicem radicis numeri ratiocinati; quod opportebat ostendere. Ostendam rursus, unam ex predictis radicibus, scilicet lineam .*a b*., esse non posse aliquam ex lineis compositis uel depositis, nec ex earum radicibus. Sed antequam ad huius rei probationem perueniam, uolo proprietates ipsarum linearum denotare. Per primam quidem ex sex lineis compositis intelligitur compositum ex numero et radice, cuius numeri potentia superhabundat potentiam radicis secundum quantitatem alicuius numeri quadrati : ut si componatur quaternarius cum radice septenarij , potentia quaternarij est XVI., et potentia radicis de .vij. est .VII.; et sic potentia quaternarij addit .VIII. super potentia radicis de .VII. ; qui nouenarius quadratus est, et eius radix

fol. 3 verso.

* prouenit .bk. ... quaternarij » (fol. 3 verso, lin. 4-31 e 32; pag. 230, lin. 17-42).

Pma



est .III. Per secundam uero intelligitur compositio | radicis et numeri, cuius radicis fol. 4 recto. 2a
quadratus potest super quadratum ipsius numeri secundum quantitatem alicuius nu-
meri habentis proportionem ad quadratum ipsius radicis, eam quam habet quadratus
numerus ad quadratum numerum: ut si maius nomen sit radix de .CXII., minus sit .VII.,
tunc residuum quod est á quadrato septenarij, scilicet á XL. VIIII. in .C.XII., idest LXIII.,
habet proportionem ad .CXII., sicut quadratus numerus .VIIII. ad quadratum numerum
.XVI. Per tertiam quoque intelligitur compositio duarum radicum diuersorum nume- 3a
rorum non habentium proportionem adinuicem sicut quadratus numerus ad quadratum
numerum; et maius nomen potest plus minore, quod a commensurabili sibi longitu-
dine, hoc est quod differentia, que est inter utrumque quadratum ipsarum radicum,
habeat proportionem ad quadratum maioris radicis, sicuti quadratus numerus ad qua-
dratum numerum: ut si primum nomen fuerit radix de .XVIII., secundum de .X., dif-
ferentia, que est a .XVIII. usque in .X., scilicet .VIII., habet proportionem ad XVIII., eam
quam habet quadratus numerus .IIII. ad quadratum numerum .VIIII.

Per quartam siquidem intelligitur compositum ex numero et radice, qui numerus 4a
potest plus ipsa radice, eo quod ab incommensurabili sibi longitudine, hoc est quod
differentia, que est inter quadratum ipsius numeri et quadratum radicis, non sit qua-
dratus numerus, ut accidit de quaternario et radice sexnarij. Per quintum autem in- 5a
telligitur compositum ex radice alicuius numeri non quadrati, et ex aliquo numero,
in quo quadratus radicis potest plus quadrato illius numeri secundum quantitatem nu-
meri non habentis proportionem ad quadratum radicis, sicuti quadratus numerus ad
quadratum numerum, ut compositum ex radice sexnarij et ex binario. Per sextum .VI.
namque intelligitur compositum ex duabus radicibus diuersis, quarum maior potest
plus minore secundum quantitatem numeri non habentis proportionem ad quadratum
maioris radicis, sicuti quadratus numerus ad quadratum numerum, ut est compositum
ex radice octonarij et radice quinarij: horum quippe sex binomiorum radices haben-
tur ex ordine sic. Primi quidem binomij radix est aliqua ex predictis sex lineis bi- Ra pi Binoii
nomijs; quia cum multiplicatur numerus binomialis inse, nimirum ex ipsa multiplica-
Bime p tione primum binomium surgit. Radix quippe secundi binomij dicitur bimedialis prima, 2a .B. Ra
que componitur ex duabus radicibus radicis potentia solum commensurabilibus | nu- fol. 4 verso.
merum continentibus: hoc est cum multiplicatur una earum in aliam, prouenit inde
numerus ratiocinatus: ut si prima fuerit radix radicis de .VIII., et alia radix radicis
duorum, prouenit ex earum multiplicatione radix radicis de .XVI., scilicet II. Tertij .Bi. 3a Ra
me 2 autem binomij radix est linea, que dicitur bimedialis secunda, que componitur ex duabus
radicibus radicis potentia solum commensurabilibus medium, scilicet radicem numeri
continentibus; hoc est cum multiplicatur una earum in aliam, id quod prouenit, est
radix numeri non quadrati: ut si prima fuerit radix radicis .XII. Secunda radix radicis
trium, ex quarum multiplicatione surgit in radicem sexnarij, scilicet in radicem radicis
de .XXXVI. Quarti quoque binomij radix est linea, que dicitur maior, que componitur Bi. 4a Ra
ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul coniuncti L.a Maior
faciunt numerum ratiocinatum; et ex multiplicatione unius in aliam prouenit numerus
inratiocinatus, scilicet radix numeri. Vt si prima fuerit radix de .IIII. et ex radice de
.XIII., et alia fuerit radix de .IIII. minus radice de XIII. Quinti siquidem binomij radix

est linea, que dicitur riton et medium potens, hoc est super ratiocinatum et inratiocinatum numerum, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul iuncti faciunt radicem numeri; et ex multiplicatione unius in aliam prouenit numerus ratiocinatus. Vt si prima fuerit radix radicis de .xx. et ex duobus, et alia fuerit radix de .xx. minus .II. Sexti autem binomij radix est linea, que dicitur potens super duos inratiocinatos numeros, que componitur ex duabus lineis potentia incommensurabilibus, quarum quadrati insimul iuncti faciunt numerum inratiocinatum; et ex multiplicatione unius in aliam surgit similiter numerus inratiocinatus: vt si prima fuerit radix radicis de xxIIII. et de radice de vII., et alia fiat radix radicis de xxIIII. minus radice de .vII., hoc est cum multiplicatur prima ipsarum duarum linearum inse, prouenit radix de xxIIII. et radix de vII.; et cum multiplicatur secunda inse, prouenit radix de xxIIII. minus radice de .vII.

Similiter .vI. numeri, qui dicuntur recisi seu apothami, immitantur seriem sex binomiorum suprascriptorum ordinate. Nam primum recisum constat ex numero minus radice. Secundum ex radice minus numero. Tertium ex radice minus radice. Quartum
fol. 5 recto. constat ex nominibus primi. | Quintum ex nominibus secundi. Sextum ex nominibus tertij. Sed in tribus prioribus recisis maiora nomina possunt plus minoribus eo, quod a commensurabili ipsis longitudine in reliquis quod ab incommensurabilibus.

* Tertij autem .... linea .fo. » (fol. 5 recto, lin. 7-36 e margine inferiore; pag. 232, lin. 22 — pag. 233, lin. 3).



Nam radix primi recisi est aliquod suprascriptorum recisorum. Radix uero secundi est recisum bimedialis prime, hoc est radix radicis minus radice radicis, ex quarum multiplicatione prouenit numerus ratiocinatus.

Tertij autem radix est recisum bimedialis secundi, hoc est radix radicis minus radice radicis, ex quarum multiplicatione prouenit numerus inratiocinatus. Quarti quoque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas, que sunt potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea maior. Quinti itaque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea potens super ratiocinatum et inratiocinatum.

Sexti namque recisi radix est, que constat ex residuo, quod est inter duas lineas potentia incommensurabiles, ex quibus componitur linea potens super inratiocinatum et inratiocinatum: his omnibus terminatis dico, nullum ex predictis numeris posse congrui uni ex .x. radicibus suprascriptis. Ad que demonstranda reiterabo figuram. Et si possibile est, numerus .*ab*., qui est una ex .x. radicibus suprascriptis, sit unum ex .IIII.or binomijs, qui componuntur ex numero ratiocinato et radice numeri non quadrati; et diuidatur numerus .*ab*. in nomina; et sit .*bc*. numerus, et .*ca*. sit radix numeri. Et multiplicetur .*ba*. inse, et proueniat .*bk*.; et ex .*ab*. in .*bk*. prouenit superficies .*ak*., que est equalis superficiei .*b.z*., scilicet cubo, qui fit á linea .*ab*. Communiter addatur superficies .*db*., erit tota superficies .*de*. equalis superficiei .*dk*.; que superficies continetur ex numero et radice tantum, ut insequentibus demonstratur. Quoniam linea .*ba*. diuisa in duo in puncto .*c*., erunt duo quadrati linearum .*bc*. et *ca*. cum duplo .*bc*. in .*ca*. equales quadrato totius .*ba*. Quadrati enim .*bc*. et .*ca*. sunt ratiocinati, cum .*bc*. sit numerus, et .*ca*. sit radix numeri ratiocinati. Quare ipsi duo quadrati sunt numerus qui fit .*bf*. Ergo ex duplo .*bc*. in .*ca*. prouenit .*fk*., cum .*bk*. proueniat ex .*ba*. inse: et quia ex duplo .*bc*. in .*ca*. prouenit .*fk*.; et .*bc*. est numerus. Est proportio

.*fk*. ad .*c a*., sicut numerus ad numerum. Quare commeusurabilis est .*fk*. linee .*ca*. Dinidatur itaque superficies .*dk*. in quatuor superficies rectiangulas .*go*. et .*ol*. et .*do*. et *o k*. Et quia .*g b*. et .*b f*. sunt numeri; numerus est ergo tota .*g f*. Est enim et linea .*fo*.| nnmerus, cum sit equalis linee .*b.c*. Quare superficies .*g o*. est ratiocinata: et quia .*fk*. est commensurabilis linee.*c.a*.; et linea.*op*.commensurabilis est linee.*c.a*.,cum sit equalis linee .*fk*. Quare superficies .*o l*. est ratiocinata. Numerus ergo sunt superficies .*go*. et .*o l*. Rursus quia numeri sunt .*n o*. et .*o f*.; et .*f k*. est commensurabilis .*c a*. Commensurabiles sunt superficies .*d o* et *o k*. Quare superficies .*d o* et *o k* constant ex radicibus sibi inuicem commensurabilibus, cum numeri sint .*n o*. et *o f*., et possunt congregarj et reduci ad radicem unam; quia cum congregantur radices sibi inuicem commensurabiles, progreditur ex eorum congratione (*sic*) radix numerj tantum: ergo tota superficies *d k*. constat ex numero et radice; cui superficiei equalis est superficies *d e*., cum equalis sit superficies *z b*. superficici .*b l*. Ergo et superficies *d e*. constat ex numero et radice: similiter et superficies .*e.t*. constat ex numero et radice, cum sit duplum numeri .*b k*. Quare tota superficies *d i*. constat ex numero et radicibus; ergo non est numerus spatium .*d i*., cum sit duarum (*sic*) uel plurium nominum. Non ergo linea *a b*. est ex m^or^ binomialibus compositis ex numero et radice. Sed si possibile est, esto rursus linea .*a b*. binomialis tertia uel sexta, scilicet composita ex duabus radicibus diuersis, cuius nomina sint item *b c* et *c a*. Quare et ex *b a* inse prouenit binomium primum, quod est .*bk*.; quo ducto in *ba*. proueuit spatium .*bl*., quod est equale cubo .*bz*. Quare tota superficies .*d k*., scilicet superficies .*da*. *eg*., constat ex ducto .*g.k*. in .*k.l*., hoc est ex ducto numero et radice in duabus radicibus diuersis. Nam .*k l*. equalis est linee .*b c a*. Sed cum multiplicatur numerus et radix in radicibus diuersis, nimirum diuerse radices proueniunt. Quare tota superficies .*d e*. constat ex radicibus diuersis. Sed superficies .*e t*. constat ex numero et radice, scilicet ex duplo .*bk*. Quare tota superficies .*d i*. constat ex numero et radicibus; quod est inconueniens, cum superficies .*d i*. sit .xx. Non ergo linea *a b*. est binomia. Similiter demonstrabitur, non esse aliquod ex sex recisis supradictis. Quia si recisum esset linea *a b*, eisdem demonstrationibus que demonstrata sunt in binomijs, ostendetur, tota superficies .*di*. constare aut ex numero minus radicibus, aut ex radicibus minus numero, ex quibus nunquam poterit .xx procreari. Dico rursus, linea .*b a*. esse non posse ex radicibus binomiorum uel recisorum: ostensum est | enim, linea *a b* esse non posse binomium uel recisum. Quare .*a b*. non erit radix primi binomij uel primi recisi, cum radix primi binomij sit binomium, et radix primi recisi sit recisum.

fol. 5. *verso*.

« numerus, cum .... demonstrata » (fol. 5 *verso*, lin. 1-32 e margine superiore; pag. 233, lin. 4-29).



fol. 6 *recto*.

Sed si possibile est, linea .*b a*. esto radix secundi binomij. Ergo erit bimedialis prima; cuius nomina sint iterum .*b c* et *c a*, et proueniat iterum ex ductu *a b* inse numerus *b k*., qui est binomium secundum, cuius minus nomen sit *b h*., quod est numerus. Quare tota *g k* constat ex numero et radice. Ergo cum multiplicatur .*g k*. in .*k l*., hoc est in .*b a*., unde prouenit superficies .*d e*., que est equalis superficiei .*d k*., tunc multiplicatur numerus et radix in radice numeri et radicis; ex qua multiplicatione prouenit radix numeri et radicis; et fit ipsa multiplicatio sic: multiplicatur tetragonum numeri .*g k*. in numerum .*b k*., cuius multiplicationis radix est quesitum. Ergo superficies .*de*. est radix numeri et radicis; et superficies .*et*. constat constat (*sic*) ex

numero et radice, cum sit duplum numeri *.b k.* Ergo tota superficies *.di.* constat ex numero et radice, et ex radice numeri et radices (*sic*); ex quorum coniunctione nunquam poterit numerus ratiociuatus procreari.

Quare impossibile est, linea *.a b.* linea esse radix secundi binomij; nec etiam erit quarti uel quinti binomij; quod eisdem demonstrationibus demonstratur, cum ipsa binomia constent similiter ex numero et radice.

Sed si possibile est, esto linea *.a b.* radix tertij uel sexti binomij; et multiplicetur *a b* inse, et proueniat *.b k.*, quod est compositum ex radicibus duorum diuersorum numerorum. Quare tota *.g k.* est trium nominum; que multiplicata in *.k.l.*, scilicet in radice numeri *.b k.*, proueniet radix radicis numeri et radicum pro superficie *.d e.*: sed superficies *.e t.* constat ex duabus radicibus. Quare tota superficies *.d i.* est inratiocinata. Non ergo linea *.a b.* est radix alicuius binomij. Similiter eisdem demonstrationibus demonstrabitur, quod linea *.a b.* non est radix alicuius recisi; quia si esset radix secundi uel quarti aut quinti recisi, esset itaque superficies *.d e.* radix numeri minus radice. Vel radix radicis minus numero, scilicet quod superficies *.d e.* esset radix secundi uel quarti aut quinti recisi; et superficies *.e t.* esset numerus minus radice, uel radix minus numero; qui insimul nequaquam faciunt numerum ratiocinatum. Similiter si linea *.a b.* esset radix tertij uel sexti recisi, esset itaque superficies *.d e.* radix radicis numeri minus radice radicum. Vel esset radix radicis radicum minus radice numeri; ex qua cum superficie *.e t.* nullatenus posset numerus ratiocinatus pro-
fol. 6 verso. uenire. Ergo | linea *ab.*, ut demonstratum est, non est aliqua ex quindecim lineis, de quibus fit mentio in .x.º euclidis, ut predixi. Et quia hec questio solui non potuit in aliquo suprascriptorum, studui solutionem eius ad propinquitatem reducere. Et inueni unam ex .x. radicibus nominatis, scilicet numerum *.a b.*, secundum propinquitatem, esse unum et minuta .xxii. et secunda .vii. et tertia .xlii. et quarta .xxxiii. et quinta .iiii. et sexta .xl.

De tribus hominibus pecuniam comunem habentibus.

Tres homines habebant pecuniam comunem, de qua medietas erat primi, tertia secundi. Sexta quoque pars tertij hominis; et cum eam in tutiori loco habere uoluissent, ex ea unusquisque cepit fortuitu; et cum totam ad tutiorem locum deportassent, primus, ex hoc quod cepit, posuit in comune medietatem, secundus tertiam, tertius sextam. Et cum ex hoc, quod in comune positum fuit, inter se equaliter diuisissent, suam unusquisque habuit portionem; queritur quanta fuit illa pecunia, et quot unusquisque ex ea cepit. Hec itaque questio, domine serenissime imperator, in palatio uestro pisis coram uestra maiestate á magistro Iohanne panormitano mihi fuit proposita. Super cuius questionis solutionem cogitans, tres modos in soluendo ipsam inueni, quos in libro uestro, quem de numero composui, patenter inserui.

Sed cum nuper solutionem eiusdem questionis intenderem. Alium nimis pulchrum modum inuenj, quem serenitati uestre pandere, de uestra benignitate confisus, curauj. Sed antequam ad eius solutionem ueniam, quedam introductoria uestre maiestati proponere dignum duxi. Videlicet cum de aliqua re medietas tollitur, illa medietas equalis est relique medietati que remanet. Similiter si de aliqua re tertia tollitur pars, ipsa tertia reliquarum duarum tertiarum que remanent, existit medietas. Rursus cum

de aliqua re tollitur sexta pars, illa sexta pars reliquarum quinque sextarum quinta pars est. Ilis itaque denotatis, pro qualibet tertia parte quantitatis ab ipsis tribus hominibus posite in comuni, posui rem. Et quia proponitur, unusquisque, habita ipsa re, suam habuisse portionem, ex necessario sequitur post illud quod ipsi tres posuerunt in comuni, primo remansisse totius comunis pecunie medietatem minus ipsa re. Secundo tertiam minus eadem re. Tertio homini sextam eiusdem pecunie partem, eadem re diminuta. Et quia primus posuit in comune medietatem ex toto eo quod ceperat; et illa medietas fuit equalis residuo quod ei remansit; si duplicabitur ipsius residuum, scilicet medietas dictę pecunię minus re, habebitur pro toto eo, quod ipse primus homo cepit, tota | pecunia semel minus duabus rebus. Item quia secundus homo posuit in comune tertiam partem ex hoc quod ceperit; et illa tertia pars fuit medietas eius quod ei remansit, scilicet de tertia parte totius pecunie minus re; si super ipsam tertiam partem dicte pecunie minus re addatur medietas eorum, scilicet sexta pars eiusdem pecunie minus medietate rei, egredietur pro toto hoc, quod cepit secundus homo, medietas totius pecunie, re una et dimidia diminuta. Adhuc quia tertius homo, ex hoc quod cepit, posuit in comune sextam partem; et illā sexta pars fuit quintum sui residui, scilicet sexte partis totius pecunie minus re; si super ipsam sextam partem minus re addatur quinta pars eorum, scilicet. xxx^a. pars pecunie minus quinta parte rei, habebitur pro hoc, quod cepit tertius homo, quinta pars dictę pecunię, re una et quinta rei diminuta. Quare si addatur tota pecunia minus duabus rebus, quam cepit primus, cum medietate eiusdem pecunię minus una re et dimidia, quam cepit secundus, et cum quinta parte eiusdem pecunie minus una re et quinta unius rei, quam cepit tertius, habebitur pro tota Eorum pecunia semel eadem pecunia et septem decime eiusdem pecunie minus IIII.^{or} rebus et septem decimis unius rei. Quare patet quod septem .x^e. totius pecunie equantur quatuor rebus et septem decimis rei. Et quia est sicut una quantitas ad aliam, ita quodlibet multiplex unius ad idem multiplex alterius. Erit ergo decuplum septem decimarum eiusdem pecunie, scilicet septuplum eiusdem pecunie equale decuplo quatuor rerum et septem decimarum, scilicet rebus XLVII. Vnde si ponatur, rem esse .VII., tota pecunia erit .XLVII.; quia septuplum ipsius pecunie, scilicet de XLVII., equabitur .XLVII. rebus, scilicet multiplicationi de XLVII. in .VII. Nam septies XLVII. sunt quantum XLVII. vicibus .VII.: et quia primus cepit totam pecuniam minus duabus rebus; si de tota pecunia, que est .XLVII., auferantur 2 res, scilicet .XIIII., remanebunt .XXX3. pro eo quod cepit primus homo. Item quia secundus cepit medietatem eiusdem pecunie minus una re et dimidia; si de medietate pecunie, que est .XXIII $\frac{1}{2}$. auferatur res una et dimidia, scilicet .X $\frac{1}{2}$, remanebunt .XIII. pro eo quod cepit secundus homo. Rursus quia tertius homo cepit quintam partem dictę pecunie minus re una et quinta. Si de quinta parte totius pecunie, que est $\frac{2}{5}$ 9, auferatur res et quinta pars rei, scilicet $\frac{2}{5}$ 8, remanebit .1. pro eo quod cepit tertius homo. Additis ergo .33., que | cepit primus homo, cum .13., que cepit secundus, et cum uno, quod cepit tertius, erunt 47., ut pro tota pecunia inuentum fuit. Verbi gratia: de 33, que cepit primus, posuit in comune medietatem, scilicet $\frac{1}{2}$ 16., et remanserunt ei alia $\frac{1}{2}$ 16. Secundus uero homo de suis .13., que cepit, posuit in comune tertiam partem, scilicet

fol. 7 recto.

2us hō

3us hō

s. fca eq.^{une}
Decu.^{lū} $\frac{7}{10}$ ē
Sep.^{lū} toti^{us}.

.2 re.^{s} 14

fol. 7 verso.

$\frac{1}{2}$ 4, et remanserunt ei $\frac{2}{3}$ 8. Tertius namque homo, de uno quod cepit, posuit in comune sextam partem, scilicet $\frac{1}{6}$ unius, et remanserunt ei $\frac{5}{6}$ unius. Additis ergo $\frac{1}{2}$ 16, que posuit primus homo in comuni, et $\frac{1}{2}$ 4, que posuit secundus, et $\frac{1}{6}$ unius, quam posuit tertius, egredieutur pro tota summa .21.; quorum tertia pars, que est .7., si addantur cum $\frac{1}{2}$ 16., que remanserunt primo, et cum $\frac{2}{3}$ 8, que remanserunt secundo, et cum $\frac{5}{6}$ unius, que remanserunt tertio, habebit primus homo medietatem totius pecunie, scilicet $\frac{1}{2}$ 23. Et secundus homo habebit tertiam partem eiusdem pecunie, scilicet $\frac{2}{3}$ 15. Et tertius homo habebit sextam partem eiusdem pecunie, scilicet $\frac{5}{6}$ 7. Et sic, secundum hunc modum, solutiones similium questionum de facilj haberi possunt.

De quinque numeris reperiendis ex proportionibus datis.

Solvam etiam per consimilem modum utramque questionem, quas per robertinum uggiû (*sic*) domnicellum uestrum uestre maiestati transmisi; quarum prima fuit de quinque numeris, ex quibus primus cum medietate secundi et tertij et quarti facit quantum secundus cum tertia parte tertij et quartj et quinti numeri, et quantum tertius cum quarta parte quartj et quintj et primj numeri, nec non et quantum quartus cum quinta parte quintj et primj et secundi numeri, et adhuc quantum quintus numerus cum sexta parte primj et secundi et tertij numeri. Ad hoc itaque inueniendum, posui pro primo numero causam, et pro quinto rem, et pro numero, in quo, subscriptis conditionibus, sibi inuicem equantur numeri predicti, fortuitu posui .17. Et quia primus numerus, quem causam esse posui, cum medietate secundi et tertij et quarti numeri surgit in .17., opportet inter secundum et quartum numerum esse duplum de .17. minus causa, scilicet .34. minus duabus causis; quia medietas de 34, minus duabus causis, est .17. minus causa: que si addantur cause, scilicet primo numero, faciunt .17: deinde super .34 minus duabus causis, que sunt summa secundi et tertij et quarti numeri, addidi rem, scilicet quintum numerum, et fuerunt in summa 34 et res minus duabus causis; de quibus extraxi dragmas .17., scilicet quantitatem secundi numeri et tertie partis tertij et quarti et quinti numeri, remanserunt pro duabus tertijs tertij et quarti et quinti numeri dragme .17. et res una minus duabus causis. Et quia cum de aliqua quantitate aufertur tertia pars, illa tertia f. 8 recto. pars | est medietas residuj; quare super .17. et rem minus duabus causis addidi medietatem eorum, scilicet $\frac{1}{2}$ 8, et medietatem rei minus una causa; et fuit totum illud quod concretum est $\frac{1}{2}$ 25 et res una et dimidia minus tribus causis; et hec est summa tertij et quarti et quinti numeri, quam extraxisti ex summa secundi et tertij et quarti et quinti numeri, scilicet de dragmis 34 et re una minus duabus causis; et fuit illud quod remansit pro quantitate secundi numeri dragme $\frac{1}{2}$ 8 et causa una minus medietate rei. Deinde cum summa tertij et quarti et quinti numeri, scilicet cum dragmis $\frac{1}{2}$ 25 et re una et dimidia minus tribus causis, addidi primum numerum, scilicet causam, et habui dragmam $\frac{1}{2}$ 25 et rem unam et dimidiam minus duabus causis pro quantitate tertij et quarti et quinti et primi numeri: de qua quantitate extraxi dragmas .17., scilicet tertium numerum, et quartam partem quarti et quinti et primi numeri, et remanserunt pro tribus quartis quarti et quinti et primi numeri dragme $\frac{1}{2}$ 8 et res una et dimidia minus duabus causis. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur quarta pars, illud quod tollitur est tertia pars ex eo quod remanet; quare super $\frac{1}{2}$ 8 et re

una et dimidia minus duabus causis addidi tertiam partem eorum; et sic habuit pro summa quarti et quinti et primi numeri dragmas $\frac{1}{3}$ 11 et duas res minus causis $\frac{2}{3}$ 2; quam summam extraxi de summa tertij et quarti et quinti et primj numeri, scilicet de $\frac{1}{2}$ 25 et re una et dimidia minus duabus causis, et remanserunt pro quantitate tertij numeri dragme $\frac{1}{6}$ 14 et due tertie unius cause minus medietate unius rei. Deinde ex summa quarti et quinti et primj numeri, scilicet de dragmis $\frac{1}{3}$ 11 et duabus rebus minus causis $\frac{2}{3}$ 2, et extraxi quintum et primum numerum, scilicet unam rem et unam causam, et remanserunt pro quantitate quarti numeri dragme $\frac{1}{3}$ 11 et res una minus causis $\frac{2}{3}$ 3. Et quia quartus numerus cum quinta parte quinti et primi et secundi numeri facit dragmas .17. Aggregaui quintum et primum et secundum numerum, scilicet rem et causam et dragmas $\frac{1}{2}$ 8 et causam unam minus medietate unius rei; et sic pro summa quinti et primi et secundi numeri habui dragmas $\frac{1}{2}$ 8 et duas causas et medietatem rei: de quibus omnibus accepi quintam partem, scilicet dragmas $\frac{7}{10}$ 1 et $\frac{2}{5}$ unius cause et decimam partem unius rei, et aggregaui hoc super quantitatem quarti numeri, scilicet super $\frac{1}{3}$ 11 et re una minus causis $\frac{2}{3}$ 3; et fuit hoc totum dragme $\frac{1}{30}$ 13 et res una et decima minus causis $\frac{4}{15}$ 3., que equantur dragmis .17.: | et quia cum equalibus equalia adduntur, omnia fiunt equalia; si utrique parti addantur cause $\frac{4}{15}$ 3, erunt dragme $\frac{1}{30}$ 13 et $\frac{11}{10}$ unius rei equales causis $\frac{4}{15}$ 3 et dragmis .17.: et quia cum ab equalibus equalia auferuntur, que remanent, sunt equalia; si ab utraque parte auferuntur dragme $\frac{1}{30}$ 13, remanebunt $\frac{11}{10}$ unius rei equales causis $\frac{4}{15}$ 3 et dragmis 4 minus xxx[a] unius dragme. Quare ut reducerem hec in equalitatem unius rei tantum, multiplicaui causas $\frac{4}{15}$ 3, dragmas 4 minus xxx[a] per .10., et diuisi utramque multiplicationem per .11., et inueni quod res una equatur causis 3 minus xxx[a] tertia parte unius cause et dragmis $\frac{20}{33}$ 3: seruaui hec, et addidi primum numerum cum secundo et tertio, scilicet causam unam cum dragmis $\frac{1}{2}$ 8, et causa una minus medietate rei, et cum dragmis $\frac{1}{6}$ 14 et duabus tertijs unius cause minus medietate unius rei, et habui dragmas $\frac{2}{3}$ 22 et causas $\frac{2}{3}$ 2 et minus una res: de quibus omnibus accepi sextam partem, et addidi eam super quintum numerum, scilicet super rem, et fuit totum illud, quod inde aggregatum est, $\frac{5}{6}$ unius rei et $\frac{4}{9}$ unius cause et dragme $\frac{7}{9}$ 3., que equantur dragmis .17.: quare ab utraque parte extraxi dragmas $\frac{7}{9}$ 3, et remanserunt $\frac{5}{6}$ unius rei et $\frac{4}{9}$ unius cause, que equantur dragmis $\frac{2}{9}$ 13: que ut reducerem ad equalitatem unius rei, multiplicaui per 6 $\frac{4}{9}$ unius cause, et dragmas $\frac{2}{9}$ 13 per 6; et quod ex utraque multiplicatione peruenit, diuisi per .5., et habui quod res una et $\frac{8}{15}$ unius cause equantur dragmis $\frac{13}{15}$ 15. Superius enim inuenj quod res una equatur tribus causis minus xxx[a] tertia parte unius cause et dragmis $\frac{20}{33}$ 3: quare cause 3 minus $\frac{1}{33}$ et $\frac{8}{15}$ unius cause et dragme $\frac{20}{33}$ 3 equantur dragmis $\frac{13}{15}$ 15. Nam cause 3 minus $\frac{1}{33}$ unius cause et $\frac{8}{15}$ eiusdem cause sunt in summa cause $\frac{83}{165}$ 3. Ergo cause $\frac{83}{165}$ 3 et dragme $\frac{20}{33}$ 2 equantur dragmis $\frac{13}{15}$ 15: unde si communiter auferantur dragme $\frac{20}{33}$ 3, remanebunt cause $\frac{83}{165}$ 3 equales dragmis $\frac{43}{165}$ 12: unde hec omnia multiplicaui per 165, et habui quod cause 578 equantur dragmis 2023.: quare diuisi 2023 per 578, et prouenient pro quantitate unius cause, scilicet pro quantitate primi numeri, $\frac{1}{2}$ 3. Quem numerum ut reducerem in integrum, duplicaui omnes numeros suprascriptos, et habui pro primo numero .7., pro secundo .17. et unam causam minus medietate unius rei, et pro tertio $\frac{1}{3}$ 28 et duas tertias

fol. 8 verso.

unius causę minus medietate unius rei, et pro quarto numero habui $\frac{2}{3}$ 22 et rem unam minus causis $\frac{2}{3}$ 3.; et pro quinto numero habui tantum rem. Et quia inueni, rem equalem fol. 9 recto. tribus esse causis| minus una xxx^a^ tertia et dragmis $\frac{23}{33}$ 3, duplicaui iterum bas dragmas, et peruenerunt dragme $\frac{7}{33}$ 7; et sic res una equatur tribus causis miuus $\frac{1}{33}$ unius cause et dragmis $\frac{7}{33}$ 7. Quare multiplicaui causas .3. minus $\frac{1}{33}$ unius cause per aumerum unius cause, scilicet per .7., et addidi illud quod prouenit cum dragmis $\frac{7}{33}$ 7, et habui 28 pro quantitate rei, boc est pro quantitate quinti numeri. De inde quia secundus numerus est .17. et causa una minus medietate rei, addidi .17. cum causa una, et fueruut 24; de quibus extraxi medietatem rei, scilicet 14, remanserunt .10. pro secundo numero. Rursus quia tertins numerus est $\frac{1}{3}$ 28 et $\frac{2}{3}$ unius cause minus medietate rei, addidi duas tertias unius cause, scilicet de .7. cum $\frac{1}{3}$ 28, et habui .33.; de quibus eieci medietatem rei scilicet .14, remanserunt pro tertio numero .19. Item quia quartus numerus est $\frac{2}{3}$ 22 et res uaa minus tribus causis et $\frac{2}{3}$ unius cause, addidi rem, scilicet .28 cum $\frac{2}{3}$ 22, et prouenerunt $\frac{2}{3}$ 50; de quibus eieci causas $\frac{2}{3}$ 3, scilicet $\frac{2}{3}$ 25., remanseruat pro quarto numero 25. Et sic, ut uestre serenissime maiestati transmisi, primus numerus est .7., secundus .10., tertius 19. Quartus .25. Quintus .28.; et numerus, in quo equantur ipsi numeri, est 34.

De quatuor hominibus et bursa ab eis reperta, questio notabilis.

Secunda uero questio fuit de quatuor homiaibus bizantios habentibus, qui bursam bizantiorum inuenerunt, ex quibus primus cum bursa excēdit secundum et tertium hominem in dupluo. Secundus tertium et quartum in triplo. Tertius quartum et primum in quadruplo. Quartus uero homo cum bursa excedit primum et secundum in quincuplo: hanc quidem questionem insolubilem esse monstrabo, nisi concedatur, primum hominem habere debitum: ad quod demonstrandum, ponam pro bizantijs primj hominis dragmam; qua addita cum bursa egredietur dragma una et bursa una, que sunt duplum bizantiorum secundi et tertij hominis: quare inter secundum et tertium hominem habetur equale medietatis burse et uaius dragme; de qua medietate ponam, secundum homiuem habere rem, remanet ergo pro bizantijs tertij hominis medietas burse et unius dragme minus una re: de inde addam bursam cum quantitate secuadi homiais; et erit illud quod aggregabitur bursa una et res una, quorum tertia pars est equalis quantitatis bizantiorum tertij et quarti hominis. Ergo inter tertium et quartum hominem habent tertiam burse et unius rei; de qua tertia, si auferatur quantitas bizantiorum tertij hominis, scilicet medietas burse et unius dragme minus re una, remanebunt pro quantitate bizantiorum quarti hominis quatuor tertie unius rei minus sexta unius burse et medietate unius dragme: super que addam dragmam, scilicet quantitatem primi hominis, et habebunt inter quartum et primum hominem quatuor fol. 9 verso. tertias unius rei et medietatem dragmę | minus sexta parte unius burse: quod totum quadruplicabo, et prouenient quinque res et tertia et dragme .2. et miaus $\frac{2}{3}$ unins burse, que equaatur coniuncto quantitatis tertij hominis et bursę. Nam tertius homo habet, ut superius iauenctum est, medietatem burse et unius dragmę, re una dimiauta: quibus si addatur bursa, erit bursa una et dimidia et medietas dragme minus una re, que equantur rebus $\frac{1}{3}$ 5 et dragmis 2. minus $\frac{2}{3}$ unius burse: quare si communiter addantur $\frac{2}{3}$ unius burse $\frac{1}{6}$ et res una, erunt burse $\frac{1}{6}$ 2 et medietas dragmę, que equantur rebus

$\frac{1}{3}$ 6 et dragmis 2. Quare si communiter auferatur medietas dragmȩ, remanebunt $\frac{13}{6}$ unius burse, que equantur rebus $\frac{1}{3}$ 6 et dragme $\frac{1}{2}$ 1. Quare ut redigantur hec ad quantitatem unius burse, multiplicabo res $\frac{1}{3}$ 6 et dragmam $\frac{1}{2}$ 1 per .6., et egredientur 38 res et dragme .9. diuidende per 13., exibunt res 3 minus $\frac{1}{13}$ et $\frac{9}{13}$ unius dragme, que equantur uni burse: seruabo hec, et addam bursam cum quantitate quarti hominis, scilicet cum $\frac{4}{3}$ unius rei minus $\frac{1}{6}$ unius burse et medietate unius dragme, et habebo $\frac{4}{3}$ unius rei et $\frac{5}{6}$ unius burse minus medietate unius dragmȩ, que equantur quincuplo quantitatis primi et secundi hominis, qui habent dragmam et rem; ex quorum quincuplo proueniunt quinque res et quinque dragme: ergo $\frac{4}{3}$ unius rei et $\frac{5}{6}$ unius burse minus medietate unius dragme equantur quinque rebus et quiuque dragmis. Quare si communiter addatur medietas dragme, erunt $\frac{4}{3}$ unius rei et $\frac{5}{6}$ unius burse equales quinque rebus et dragmis $\frac{1}{2}$ 5. Quare si communiter auferatur $\frac{4}{3}$ unius rei, remanebunt res $\frac{2}{3}$ 3 et dragme $\frac{1}{2}$ 5, que equantur $\frac{5}{6}$ unius burse: quare ut redigam hec ad bursam unam, multiplicabo res $\frac{2}{3}$ 3 et dragmas $\frac{1}{2}$ 5 per 6, et egredientur res .22. et dragme .33.: quas diuidam per .5., et uenient res $\frac{2}{5}$ 4 et dragme $\frac{3}{5}$ 6, que equantur burse. Inuenctum est superius quod tres res minus $\frac{1}{13}$ unius rei et $\frac{9}{13}$ unius dragmȩ equari (*sic*) uni burse; ergo res $\frac{2}{5}$ 4 et dragme $\frac{3}{5}$ 6 equantur tribus rebus minus $\frac{1}{13}$ unius rei et $\frac{9}{13}$ unius dragme; quod est impossibile. Quia res $\frac{2}{5}$ 4 sunt plures rebus $\frac{12}{13}$ 2, et dragme $\frac{3}{5}$ 6 sunt plures de $\frac{9}{13}$ unius dragme. Vnde si concedatur, primum hominem habere debitum, inuenietur, secundum hanc inuestigationem, quod res $\frac{2}{5}$ 4 minus dragmis $\frac{3}{5}$ 6 equantur rebus $\frac{12}{13}$ 2 minus $\frac{9}{13}$ unius dragmȩ. Vnde si communiter auferantur $\frac{9}{13}$ unius dragme, remanebnut res $\frac{12}{13}$ 2,
$\frac{59}{65}$ 5 que equantur rebus $\frac{2}{5}$ 4 minus dragmis $\frac{59}{65}$ 5. Quare si communiter addantur dragme $\frac{59}{65}$ 5, remanebunt res $\frac{2}{5}$ 4, que equantur rebns $\frac{12}{13}$ 2 et dragmis | $\frac{59}{65}$ 5. Quare si commu- fol. 10 recto.
niter auferantur res $\frac{12}{13}$ 2, remanebunt res $\frac{31}{65}$ 1, que equantur dragmis $\frac{59}{65}$ 5. Et ut hec habeantur in integris numeris, multiplicabo ntrumque nnmerum per 65, et egredientur res 96, que equantur dragmis 384. Ergo proportio rerum ad dragmas est sicnt 96 ad 384; que proportio in minoribns numeris est sicut .1. ad 4.; ergo res una equatur quatuor dragmis. Vnde si ponam, rem esse .4., scilicet quantitatem secundi hominis, erit debitum primi biz̃. 1. Et quia inuenimus superius quod bursa equatur rebus $\frac{2}{5}$ 4 minus dragmis $\frac{3}{5}$ 6; si de rebus $\frac{2}{5}$ 4, que sunt biz̃. $\frac{3}{5}$ 17, auferantur dragme $\frac{3}{5}$ 6., hoc est biz̃. $\frac{3}{5}$ 6, remanebunt .11. pro bizantijs burse: et quia tertius homo habet medietatem burse minus medietate dragme et re una; si de medietate burse, scilicet de $\frac{1}{2}$ 5., auferatur res una et medietas dragme, scilicet $\frac{1}{2}$ 4, remanebit biz̃. 1 pro quantitate tertij hominis. Rursus quia quartus homo hnbet $\frac{4}{3}$ unius rei et medietatem unius dragme minus sexta parte uuius burse; si de $\frac{4}{3}$ unius rei, et de medietate unius dragme, scilicet de $\frac{5}{6}$ 5, auferatur sexta unius burse, scilicet biz̃. $\frac{5}{6}$ 1, remanebunt 4. pro bizantijs quarti hominis.

De eadem re.

Svpra similes quidem quatuor hominum questiones, in quibus multiplicia, que habent cum bursa, ponuntur ex ordine super quantitatem, quam habent super duos homines sibi inuicem sequentes, inueni hanc generalem, uidelicet ut pro radice quantitatis secundi hominis habeantur .2., et pro radice burse habeatur .1.; deinde numerus multiplicitatis primi et burse, quam habent super secundum et tertium hominem, addatur super radicem secundi hominis, et habebitur quantitas eius; et quartus homo habebit

totidem; et tertius homo habebit semper .1.; et debitum primi erit .1. semper: deinde quot unitates sunt in multiplicitate predicta, tot numeros pares, á quaternario incipiendo, addantur simul ex ordine; et quot inde prouenient, addatur super radicem burse, scilicet super .1., et habebitur quantitas burse. Verbi gratia: habeat primus cum bursa quadruplum secundi et tertij; secundus uero habeat quincuplum tertij et
4.us quarti. Tertius namque sexuplum habeat quarti et primi. Quartus quoque habeat cum bursa septuplum primi et secundi. Quia numerus multiplicatis, quam habet primus cum bursa super secundum et tertium hominem, est .4., addam .1. super radicem secundi hominis, scilicet super 2, et egredientur .6. pro quantitate quam habet unus quisque secundi et quarti hominis: deinde pro eodem quadruplo colligam .III.^{or} numeros pares secundum quod sunt in ordine numerorum, incipiendo a .4., uidelicet .4 et 6 et 8 et 10, et erunt .28.; quos addam super radicem burse, scilicet super .1, et egredientur .29. pro bizantijs burse; et sic procedendum est in omnibus similibus quatuor hominum questionibus. |

fol. 10 verso.

* posui primum .... multiplicaui * (fol. 10 verso, lin. 8-18, pag. 240, lin. 20-29).

$\frac{1}{4}$ 6	4	0
5	3	0
19	17	14
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{8}{9}$	1

Item de modo predicto extraxi hanc regulam super iuuentionem trium numerorum, quorum primus cum tertia parte reliquorum numerorum surgat in .14. Secundus uero cum quarta parte reliquorum surgit in .17. Tertius namque cum $\frac{1}{5}$ primi et secundi numeri surgit in .19. Pateat quidem serenitati uestre hanc questionem á me solutam esse in tertio decimo capitulo libri mei dupliciter. Sed quia huius solutionis inuentio placet mihi preceteris modis, uolui eam uestre pandere maiestati: posui primum in ordine $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$, et extraxi unum quodque ipsorum de uno integro, remanserunt $\frac{2}{3}$ sub $\frac{1}{3}$, et $\frac{3}{4}$ sub $\frac{1}{4}$, et $\frac{4}{5}$ sub $\frac{1}{5}$: post hoc de 14 et 17 et de 19 extraxi .14., remansit .0. super .14., et 3 super 17, et 5 super .19., ut in questione cernitur. Deinde incepi ad $\frac{2}{3}$, et multiplicaui 2 per 3, et quod prouenit, diuisi per multiplicationem de 3 in 2, et prouenit .1., quod posui sub $\frac{2}{3}$; et multiplicaui iterum eadem .2. per 4, que sunt sub uirga de $\frac{3}{4}$, et summam diuisi per 3, que sunt sub uirga, et per 3, que sunt super .4., et prouenerunt $\frac{8}{9}$ sub $\frac{3}{4}$. Rursus multiplicaui eadem 2 per 5, que sunt sub uirga de $\frac{4}{5}$, et diuisi summam per 3, que sunt sub uirga de $\frac{2}{3}$, et per 4, que sunt super uirga de $\frac{4}{5}$, et prouenerunt $\frac{5}{6}$ sub $\frac{4}{5}$: de inde multiplicaui 3, que sunt sub uirga de $\frac{2}{3}$ per .0., quod est super 14, et diuisi per 2, et prouenit .0. super ipsum .0. Item multiplicaui .4., que sunt sub uirga de $\frac{3}{4}$ per 3, que sunt super .17., et diuisi per 3, que sunt super .4., et prouenerunt .4. super ipsis tribus. Adhuc multiplicaui .5., que sunt sub uirga de $\frac{4}{5}$ per 5, que sunt super 19, et diuisi per 4, que sunt super .5., et prouenerunt $\frac{1}{4}$ 6., que seruaui super 19, ut in figura cernitur. Post hoc collegi .1. et $\frac{8}{9}$ et $\frac{5}{6}$ in unum, et fuerunt $\frac{49}{18}$. Similiter addidi $\frac{1}{4}$ 6 et 4 et 0, et fuerunt $\frac{1}{4}$ 10; que omnia diuisi per 1 minus multitudinem numerorum positorum, scilicet per 2, et prouenerunt $\frac{49}{36}$ et $\frac{1}{8}$ 5. Addidi $\frac{1}{8}$ 5 cum 14, fuerunt $\frac{1}{8}$ 19; et extraxi unum integrum de $\frac{49}{36}$, remanserunt pro quantitate primi numeri $\frac{13}{36}$ cuiusdam summe; que suma (*sic*) est quantitas secundi et tertij numeri. Cum quibus $\frac{13}{36}$ addidi tertiam eiusdem summe, scilicet $\frac{12}{36}$, fuerunt $\frac{25}{36}$. Quare multiplicaui $\frac{1}{8}$ 19 per 36, et diuisi summam per 25, et prouenerunt $\frac{27}{50}$ 27 pro quantitate secundi et tertij numeri. De quibus accepi tertiam partem, que est $\frac{9}{50}$ 9, et extraxi ipsam de 14, remanserunt $\frac{41}{50}$ 4 pro quantitate primj numeri: deinde accepi $\frac{8}{9}$ de $\frac{27}{50}$ 27,
fol. 11 recto. que sunt $\frac{12}{25}$ 24; | et extraxi inde primum numerum, scilicet $\frac{41}{50}$ 4, remanserunt $\frac{33}{50}$ 19,

de quibus abieci 4 pro ipsis .4., que sunt super 17, remanserunt $\frac{32}{50}$ 15 pro quantitate tertij numeri; que extraxi de $\frac{27}{50}$ 27, remanserunt $\frac{45}{50}$ 11 pro secundo numero. Ad demonstrandum siquidem qualiter talis inuentio siue regula proueniat ex modo suprascripto trium hominum. Ponam secuudum et tertium numerum esse rem, de qua abiecta tertia parte sui, cum qua primus numerus surgit iu .14., remanebunt $\frac{2}{3}$ eiusdem rei: et quia, ut dictum est, cum de quacumque re tollitur $\frac{1}{3}$, illud quod tollitur, est medietas eius quod remanet; vnde si super $\frac{2}{3}$ rei addatur medietas eius, redibit res predicta; quod etiam habetur, si multiplicentur $\frac{2}{3}$ dictę rei per .3.; et quod prouenerit, diuidatur per .2.; et est illud idem quando multiplicaui superius 3 per 2, et diuisi per 2 uicibus .3., et habui tunc rem positam pro secundo et tertio numero, pro qua posui .1. sub $\frac{2}{3}$; de qua re accepi tertiam partem, et abieci de 14, remanserunt 14. minus tertia rei pro quantitate primi nnmeri: quibus additis cum secundo numero et tertio, scilicet cum re una, erit tota suma (*sic*) ipsorum trium numerorum nihil amplius de 14 et de $\frac{2}{3}$ unius rei: et propter hoc posui .0. super 14., et $\frac{2}{3}$ sub $\frac{1}{3}$.: et quia secundus numerus cum $\frac{1}{4}$ tertij et primi numeri surgit in .17., et extraxi .17. de suma (*sic*) ipsorum trium numerorum, scilicet de 14 et de $\frac{2}{3}$ unius rei, et remanserunt $\frac{3}{4}$ primi et secundi numeri, et $\frac{2}{3}$ unius rei minus .3.; et ideo posui 3 super 17 et $\frac{3}{4}$ sub $\frac{1}{4}$: et quia cum de aliqua quantitate extrahitur quarta pars, illud quod tollitur est tertia pars residui.

Addidi super $\frac{2}{3}$ unius rei minus tertiam partem eorum; quod fit cum multiplicantur 2 que sunt snper 2, et per 4 que sunt snb uirga de $\frac{3}{4}$, et diuiditur per 3 que sunt snb uirga de $\frac{2}{3}$, et per 3 que sunt super uirga de $\frac{3}{4}$; et cnm multiplicantur .4., que sunt sub uirga de $\frac{3}{4}$, per 3 posita super .17., et suma (*sic*) diuiditur per 3 que sunt super 4.; quia cum super aliqua quantitate additur tertia pars, et fit inde aliqua quantitas, erit proportio primę quantitatis ad secundam, sicut .3 est ad .4.: quare multiplicande suut $\frac{2}{3}$ unius rei minus 3 per 4., et suma (*sic*) diuidenda est per 3. Nam ex multiplicatione de 4 in $\frac{2}{3}$ unius rei minus .3. ueuiunt $\frac{8}{3}$ unius rei minus 12; quibus diuisis per 3, ueniunt $\frac{8}{9}$ unius rei minus .4; et ideo posui $\frac{8}{9}$ sub $\frac{3}{4}$, et 4 super 3 positis super .17. Rursus quia tertius numerus cum quinta parte primi et secundi numeri surgit in .19. ; si de $\frac{2}{3}$ unius rei et de 14. auferantur 19, remanebunt pro $\frac{4}{5}$ primi et secundi numeri $\frac{2}{3}$ unius rei minus .5.; et ideo super 19 posui .5., et sub $\frac{1}{5}$ posui $\frac{4}{5}$. Et quia cum de aliqua quantitate extrahitur quinta pars, illud quod extrahitur est quarta pars residui. Ideo super $\frac{2}{3}$ | unius rei minus .5. addenda est quarta pars eorum super ipsas; quod fit cum $\frac{2}{3}$ unius rei minus 5 multiplicantur per 5, et summa diuiditur per .4. ; et sic habuimus $\frac{5}{6}$ rei minus $\frac{1}{4}$ 6 pro quantitate primi et secundi numeri; que $\frac{1}{4}$ 6 posite sunt superius super 19, et $\frac{5}{6}$ sub $\frac{4}{5}$; et sic ex hac inuentione habui pro secundo et tertio numero rem; et pro tertio et primo habui $\frac{8}{9}$ unius rei minus .4. ; et pro primo et secundo numero $\frac{5}{6}$ minus $\frac{1}{4}$ 6: quibus omnibus in unum congregaui superius, et habui $\frac{49}{18}$ unius rei minus $\frac{1}{4}$ 10, quod fuit equale duplo sumę (*sic*) ipsorum trium numerorum, cum in ipsa congregatione unusquisque ipsorum trium numerorum bis computatus sit; et ideo mediaui prescripta $\frac{49}{18}$ unius rei minus $\frac{1}{4}$ 10, et habui $\frac{49}{36}$ unius rei minus $\frac{1}{8}$ 5. pro quantitate ipsorum trium numerorum; de quibus abieci integrum unum pro re una, remanserunt $\frac{13}{36}$ unius rei, que est quantitas secundi et tertij numeri minus $\frac{1}{8}$ 5 pro quantitate primi numeri. Super quod addidi tertiam partem fol. 11 verso.

31

rei, et habui $\frac{25}{36}$ unius rei minus $\frac{1}{8}$ 5, que equantur .14: addidi ergo $\frac{1}{8}$ 5 super .14., et prouenerunt $\frac{25}{36}$ unius rei, que equantur $\frac{1}{8}$ 19. Quare multiplicaui 36 per $\frac{1}{8}$ 19, et summam diuisi per 25, et habui $\frac{27}{50}$ 27 pro quantitate unius rei, scilicet pro suma (*sic*) secundi et tertij numeri; de qua suma (*sic*) accepi tertiam partem, et extracxi eam de 14.; et quod remansit, scilicet $\frac{41}{50}$ 4, fuit quantitas primj numeri. Et quia quantitas primi et tertij numeri fuit $\frac{8}{9}$ unius rei minus .4.; de $\frac{8}{9}$ rei minus 4, scilicet de $\frac{12}{25}$ 20, extracxi primum numerum, scilicet $\frac{41}{50}$ 4, remanserunt $\frac{33}{50}$ 15 pro quantitate tertij numeri: quem numerum extracxi de suma (*sic*) secundi et tertij numeri, scilicet de $\frac{27}{50}$ 27, remanserunt $\frac{44}{50}$ 11 pro quantitate secundi numeri.

De quatuor hominibus bizantios habentibus.

Posvi hanc aliam questionem similem suprascripte questionis, sancte et uenerande pater domine Ranerij dignissime cardinalis, ut que in prescripta questione dicta sunt, melius clementia uestra intendere ualeat. Sunt enim Quatuor homines bizantios habentes, ex quibus primus cum medietate bizantiorum reliquorum trium hominum habeat .33. Secundus cum tertia parte bizantiorum reliquorum trium habeat .35. Tertius quoque cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum reliquorum habeat .36. Quartus uero cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi et secundi et tertij hominis habeat .37; queritur quot unusquisque habuit. Posui quidem hos numeros studiose, ut solutio huius questionis cadat in integris numeris; et ostendam, hanc insolubilem esse sub posita conditione. Ad quod demonstrandum ponam, secundum et tertium et quartum hominem habere rem, cuius rei medietas si addatur super bizantios primi, nimirum surgent in .33, ut propositum est. Quare patet manifeste, primum hominem habere .33. minus medietate rei, que addita cum bizantijs se-
fol. 12 recto. cundi | et tertij et quarti hominis, scilicet cum re, uenient 33 et medietas rei pro tota suma (*sic*) bizantiorum quatuor hominum: de qua summa secundus cum $\frac{1}{3}$ bizantiorum reliquorum trium hominum proponitur habuisse 35. Quare si auferantur 35 de bizantijs 33 et de medietate rei, remanebit pro $\frac{2}{3}$ bizantiorum ipsorum, scilicet tertij et quarti et primi hominis, medietas rei minus bizantijs .2. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur tertia pars, id quod tollitur est medietas eius quod remanet. Si super medietate rei minus 2. addatur medietas eius, uenient $\frac{3}{4}$ rei minus bizantijs .3. pro quantitate bizantiorum tertij et quarti et primi hominis. Ad que etiam ueniemus, si multiplicauerimus medietatem rei minus 2 per 3, et diuiserimus per 2. Rursus quia proponitur, tertium hominem cum $\frac{1}{4}$ bizantiorum quarti et secundi et primj hominis habere 36.; si de tota suma (*sic*), scilicet ex 33 et medietate rei, tollamus .36., remanebit pro $\frac{3}{4}$ bizantiorum quarti et primj et secundi hominis medietas rei minus bizantijs 3. Et quia cum de aliqua quantitate tollitur $\frac{1}{4}$, illud quod tollitur est $\frac{1}{3}$ eius quod remanet; si super $\frac{1}{2}$ rei minus 3. addatur tertia eius, hoc est quod multiplicetur $\frac{1}{2}$ rei minus 3 per 4; et suma (*sic*) diuidatur per 3., uenient $\frac{2}{3}$ rei minus 4 pro quantitate bizantiorum eorumdem quarti et primi et secundi hominis. Item quia quartus homo cum $\frac{1}{5}$ bizantiorum primi et secundi et tertij hominis habet .37.; si de tota suma (*sic*) eorum .IIII.^{or} homiuum tollantur .37., remanebit pro $\frac{4}{5}$ bizantiorum primi et secundi et tertij hominis medietas rei minus bizantijs .4: quam si multiplicauerimus per 5, que sunt sub uirga de $\frac{4}{5}$; et que prouenerint, diuiserimus per .4., que sunt super uirga, babebimus $\frac{5}{8}$ rei minus bizantijs .5. pro quantitate bizantiorum primi et secundi et tertij

hominis. Addamus ergo rem, quam habent inter secundum et tertium et quartum hominem, cum $\frac{3}{4}$ rei minus .3., que habent inter tertium et quartum et primum hominem, et cum $\frac{2}{3}$ rei minus .4., que habent inter quartum et primum et secundum hominem. Et cum $\frac{5}{8}$ rei minus .5., que habent inter primum et secundum et tertium hominem, uenient res $\frac{1}{24}$ 3 minus bizantijs 12 pro triplo bizantiorum IIII.^{or} hominum, cum in prescriptis partibus unusquisque ter computatus sit. Quare si diuiserimus res $\frac{1}{24}$ 3 minus bizantijs 12 per 3., habebimus rem $\frac{1}{72}$ 1 minus bizantijs .4. pro quantitate bizantiorum IIII.^{or} hominum: de qua suma (*sic*) si auferatur res, quam habent inter secundum et tertium et quartum hominem, remanebit $\frac{1}{72}$ rei minus .4. pro quantitate bizantiorum primi hominis: super quam si addiderimus medietatem rei, scilicet $\frac{1}{2}$ bizantiorum secundi et tertij et quarti hominis, erunt $\frac{37}{72}$ minus bizantijs .4., que equantur bizantijs 33. Comuniter si addiderimus bizantios .4., erunt $\frac{37}{72}$ rei equales de bizantiis 37. Vnde ut ueniamus ad notitiam unius rei, multiplicanda sunt 72 per bizantios .37., et suma (*sic*) diuidenda est per 37., que sunt super uirga; | uel diuidantur bizantij 37 fol. 12 verso.
per 37; et .1. quod prouenit ex diuisione, ducatur in .72, et uenient bizantij 72 pro quantitate rei; et tot habent inter secundum et tertium et quartum hominem. Et quia proponitur, primum hominem cum medietate bizantiorum secundi et tertij et quarti hominis habere .33; et predictorum 72 bizantiorum medietas est plus de .33. Colligitur inde, hanc questionem insolubilem esse, cum non possit dici: quatuor homines habent bizantios, cum primus non habeat aliquid, immo habet debitum. Quare si uoluerimus concedere, ipsum habere debitum, erit questio solubilis. Et erit debitum ipsius .3., scilicet differentia, que est a 33 usque in .36. predictis: quod debitum si extrahatur ex bizantijs secundi et tertij et quarti hominis, remanebunt .69 pro suma (*sic*) bizantiorum IIII.^{or} hominum; ex quibus si extrahantur $\frac{3}{4}$ rei minus bizantijs .3., scilicet bizantij 51., remanebunt bizantij secundi hominis .18. Item extractis $\frac{2}{3}$ rei minus bizantijs 4, que habent inter quartum et primum et secundum hominem, hoc bizantij (*sic*) 44 de 69, remanent .25 pro bizantijs tertij hominis: quibus additis cum bizantijs secundi hominis, scilicet cum 18, erunt .43.; quibus extractis ex bizantijs secundi et tertij et quarti hominis, scilicet de bizantijs 72, remanebunt pro bizantijs quarti hominis 29. Vel aliter: de 69 predictis extrahantur $\frac{5}{8}$ rei minus bizantijs 5, que habent inter primum et secundum et tertium hominem, remanebunt similiter quarto homini 29. Et si dicemus, primum hominem habere cum sua petitione 181. Secundum 183. Tertium 184. Quartum 185. Inueniemus, suprascriptis dispositis, primum hominem habere .1. Secundum 94. Tertium 123. Quartum 141.

De quatuor hominibus qui inuenerunt bizantios.

QVATUOR homines inuenerunt bizantios aliquot, de quibus unusquisque sumpsit aliquam quantitatem fortuitu. Et cum uellent, ipsos bizantios inter se equaliter diuidere, primus duplicauit secundo bizantios quos ceperat. Post hoc secundus triplicauit tertio homini totum id quod sumpserat. Quo facto, tertius homo quadruplicauit quarto homini bizantios suos. Et quartus post hoc quincuplauit primo homini bizantios quos ei remanserunt post duplicationem quam fecerat secundo homini; et sic unusquisque de inuentis bizantijs suam habuit portionem, scilicet quartam partem. Queritur, que fuit summa inuentorum bizantiorum, et quot ex ipsis unusquisque cepit: ponam,

secundum hominem habuisse rem, quam cum ei duplicasset, primus homo habuit duas res, et primo homini remansit quinta pars quartę partis totius summę, cum ex quincuplo eius quod ei remanserat, habuit quartam partem summę. Vnde si de quarta parte sume (*sic*) auferatur $\frac{1}{20}$ eiusdem, remanebunt $\frac{4}{20}$, hoc est $\frac{1}{5}$, pro eo quod quartus homo dedit primo homini; que quinta si addatur super $\frac{1}{4}$, summa que remansit quarto homini post dationem quam fecit primo, erunt $\frac{9}{20}$ totius summę; et tantum habuit quartus homo cum quadruplicatione sibi facta á tertio homine. Quare quarta pars
fol. 13 recto de $\frac{9}{20}$, scilicet $\frac{9}{80}$ totius sumę (*sic*), fuit illud quod cepit quartus homo; | et triplum eius, quod est $\frac{27}{80}$, est illud quod accepit á tertio homine: quibus $\frac{27}{80}$ additis cum quarta parte, scilicet cum $\frac{20}{80}$ totius summe, faciunt $\frac{47}{80}$ eiusdem summe; et tantum habuit tertius homo cum triplicatione sibi facta a secundo homine. Quare tertia pars, scilicet $\frac{47}{240}$ totius summe, fuit illud quod cepit tertius homo; et duplum de $\frac{47}{240}$, hoc est $\frac{94}{240}$, acceperat á secundo homine; quibus $\frac{94}{240}$ additis cum quarta parte sume (*sic*) que remanserat secundo homini, reddunt $\frac{154}{240}$ pro eo quod habuit secundus homo cum duplicatione sibi facta á primo homine, que equantur duabus rebus. Quare medietas eorum, scilicet $\frac{77}{240}$ totius summe, est id quod cepit secundus homo, et alias $\frac{77}{240}$ habuerat á primo: quibus $\frac{77}{240}$ additis cum $\frac{1}{20}$ summe que remanserat primo homini post duplicationem quam fecerat secundo, erunt $\frac{89}{240}$ pro eo quod cepit primus homo. Vnde si summam ponimus esse 240, erit illud quod sumpsit primus 89; et illud quod cepit secundus .77; et illud quod cepit tertius 47; et illud quod cepit quartus .27., scilicet $\frac{9}{80}$ de bizantijs 240. Et si dictum fuerit quod primus homo, de hoc quod cepit, duplicauit omnes quantitates aliorum trium. Et secundus post ipsam duplicationem triplicauit omnia que habebant reliqui tres; et post ipsam triplicationem quartus (*sic*) [tertius] quadruplicauit ea que habebant reliqui tres homines. Et ad extremum quartus homo quincuplicauit omnes quantitates quas habebant reliqui tres; et sic habuit unusquisque quartam partem totius summę. Ponam rem esse residuum quod remansit primo homini post duplicationem quam fecit reliquis; et triplicabo illam rem pro triplicatione quas sibi fecit secundus homo, et erunt res tres, quas quadruplicabo pro quadruplicatione quam fecit ei tertius homo, uenient res .12.; quibus et multiplicatis per 5 pro quincuplatione quam fecit quartus homo, erunt res .60., que sunt quarta totius summę, cum proponatur, unum quemque habuisse post predictas multiplicitates quartam partem. Quare multiplicabo 60 res per 4, et habebo res .240 pro summa bizantiorum IIII.^{or} hominum: deinde ponam ad libitum, rem esse bizantios .2.; et erit tota summa 480; de quibus extraham bizantios .2. prescriptos, remanebunt bizantij .478., qui sunt duplum bizantiorum secundi et tertij et quarti hominis; et medietatem eorum habuerunt ex duplicatione quam fecerat eis primus homo. Quare si medietatem de 478, que est 239, addamus super bizantios .2. qui remanserunt primo homini, habebo 241 pro quantitate bizantiorum primi hominis: deinde ponam rem pro quantitate que remansit secundo homini post triplicationem quam fecit reliquis tribus; et quadruplicabo ipsam
fol. 13 verso. rem; et illud quadruplum quincuplabo, ‖ et habebo 20 res pro quarta parte totius summe. Ergo 20 res equantur bizantijs 120: unde si diuidantur 120 per 20, uenient bizantij 6 pro quantitate rei; quibus bizantijs 6 extractis de 480, remanent 474 pro triplo bizantiorum tertij et quarti et primj hominis. Quare tertia pars erat quantitas

bizantiorum ipsorum; et due tertie de 474, scilicet 316, fuerunt id quod acceperant á secundo homine: quibus bizantijs 316 additis cum bizantijs 6., qui remanserunt ipsi secundo, erunt bizantij 322; et tot habuit secundus homo post duplicationem sibi factam á primo homine. Ergo medietas de 322, que est 161, fuit quantitas bizantiorum secundi hominis.

Rursus ponam rem pro eo quod remansit tertio homini post quadruplicationem quam fecerat alijs, et quincuplabo ipsam rem, et erunt quinque res equales quarti summe, scilicet de 120. Quare res erit bizantij 24; quibus extractis de 480, remanent 456 pro quadruplo bizantiorum quarti et primi et secundi hominis, ex quibus habuerunt tres quartas, scilicet 342, a tertio homine; quibus bizantijs 342 additis cum bizantijs 24 predictis, erunt bizantij 366.; et tot habuit tertius homo post duplicationem et triplicationem sibi factas á primo et á secundo homine: de quibus si accepero medietatem tertie partis, scilicet sextam, uenient bizantij 61 pro quantitate tertij hominis. Extractis ergo bizantijs 241 primi hominis, et 161 secundi, et 61 tertij de tota suma (*sic*), remanebunt 17 pro bizantijs quarti hominis.

Aliter quia omne duplicatum ex suo duplicante existit medietas; et triplicatum ex triplicante est tertia; et quadruplicatum ex quadruplicante sit quarta; et quincuplatum ex suo quincuplante quintam obtinet partem. Ponam in ordinem $\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$, ut in margine

$\frac{1}{5}\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{2}$ cernitur; et multiplicabo 2 per 3 uicibus 4, uicibus .5. que sunt sub uirgis, erunt 120, que sunt quantitas quarte partis omnium bizantiorum inuentorum; quibus multiplicatis per 4, reddunt 480 pro tota summa: deinde tollam 1, quod est super 2, de 2, et 1 quod remanet, ducam in 3 uicibus 4, uicibus 5, erunt 60; quibus etiam ductis in numerum hominum, scilicet in 4, erunt 240: quibus si addatur 1 quod prouenit ex ducto .1, quod est super 2, in 1 quod est super 3; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super 5, erunt 241, que sunt quantitas bizantiorum primj. Rursus extraham 1, quod est super 3, de 3, remanent 2; quibus ductis in 4. uicibus 5, uicibus 2 que sunt sub uirgis, et in numerum hominum, erunt 320; quibus addam 2, que proueniunt ex 2. quod est sub prima uirga, in 1 quod est super 3; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super 5, erunt 322. | que sunt duplum bizantiorum secundi. Quare ducam 322 in 1 quod est super 2; et diuidam per 2., uenient 161 pro bizantijs secundi hominis. Item extraham 1. quod est super 4, de 4, remanent 3; que ducam in 5 uicibus 2, uicibus 3 que sunt sub aliis uirgis, erunt 90; que ducam in 4, et superaddam .6., que proueniunt ex ductis 2 in 3, que sunt sub uirgis; quod in 1 quod est super 4; quod in 1 quod est super .5., erunt 366; et tot habuit tertius homo post duplicationem et triplicationem sibi factas á primo et secundo homine. Vnde si de 366 acceperimus medietatem tertię partis ipsorum, scilicet sextam, uenient 61 pro bizantijs tertij hominis. Ad ultimum quippe extraham 1, quod est super 5, de 5, remanent 4.; quibus ductis in 2 uicibus 3, uicibus 4 que sunt sub uirgis; et illud totum per 4, scilicet per numerum hominum, erunt 384; quibus addam 24, que proueniunt ex multiplicatione de 2 vicibus 3, vicibus 4 que sunt sub uirgis, ducta in 1 quod est super 5., erunt 408; et tot habuit quartus homo post duplicationem et triplicationem et quadruplicationem sibi factas á primo et secundo et tertio homine. Quare si de 408 acceperimus medietatem tertię quartę partis, hoc est $\frac{1}{24}$, uenient 17 pro quantitate bizan- Fol. 14 recto.

tiorum quos cepit quartus homo, ut superius inuentum est. Aliter positis $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ per ordinem, et inuentis bizantijs 480 pro summa bizantiorum ipsorum quatuor hominum, extraham $\frac{1}{2}$ de uno integro; et pro $\frac{1}{2}$ quod remanet, accipiam medietatem de 480, et superaddam .1 quod prouenit ex ducto 1 in 1, quod in 1., que unitates sunt super IIII^{or} uirgis, erunt 241; et tot cepit ex ipsa suma (*sic*) primus homo.

Rursus extraham $\frac{1}{3}$ de uno integro, remanent $\frac{2}{3}$; de quibus accipiam medietatem, ueniet $\frac{1}{3}$; pro quo accipiam $\frac{1}{3}$ de 480, et superaddam 1 quod prouenit ex ductione dictarum unitatum inse, et habebo 161; et tot cepit secundus homo. Item tollam $\frac{1}{4}$ de uno integro, remanebunt $\frac{3}{4}$; de quibus accipiam medietatem tertię partis ipsarum, ueniet $\frac{1}{8}$; pro quo accipiam octauam partem de .480., et addam similiter 1., et habebo 61 pro bizantija tertij hominis. Adhuc demam $\frac{1}{5}$ de uno integro, remanent $\frac{4}{5}$; de quibus accipiam medietatem tertię quartę partis ipsorum 5, ueniet $\frac{1}{30}$; pro quo accipiam trigeximam partem de 480, et superaddam 1, et habebo 17. pro bizantija quarti hominis.

Questio similis suprascripte de tribus hominibus.

Item Tres homines habebant bizantios; et cum primus duplicauerit bizantios reliquorum, nec non et addiderit eis medietatem omnium que habebant; et secundus tri-
fol. 14 verso. plicauerit | bizantios tertij et primi hominis, et addiderit eis tertiam bizantiorum ipsorum; et Tertius quadruplicauit bizantios reliquorum, et addiderit eis quartam bizantiorum ipsorum, et habuit unusquisque suam portionem, scilicet tertiam.

Sciendum est primum, quod quando aliqua res duplicatur, et additur super eam medietas eius, tunc illa res sui dupli et dimidij est $\frac{2}{5}$. Similiter cum aliqua res triplicatur, et additur ei tertia pars sui, tunc illa res sui tripli et tertie eius est $\frac{3}{10}$. Eodemque modo cum aliqua res quadruplicatur, et additur ei quarta ipsius rei, tunc
$\frac{4}{17}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$ illa res ex quadrupli sui et quarte est $\frac{4}{17}$: quare ponam in ordine $\frac{4}{17}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$, et imitabor primam ultimam regulam predictam; hoc est cum multiplicabo 5 uicibus 10, uicibus 17, que sunt sub uirgis, uenient 850. pro tertia parte totius summe eorum; quos multiplicabo per 3 propter homines qui sunt tres, et erunt bizantij 2550. pro tota summa: et extraham $\frac{2}{5}$ de uno integro, remanebunt $\frac{3}{5}$; pro quibus accipiam $\frac{3}{5}$ de 2550., et superaddam bizantios 24, qui proueniunt ex 2 uicibus 3, uicibus 4., que sunt super uirgis, erunt 1554; et tot habuit primus. Et extraham $\frac{3}{10}$ de uno integro, remanebunt $\frac{7}{10}$; pro quibus accipiam $\frac{7}{10}$ de 2550, et superaddam 60, que proueniunt ex multiplicatione de 5 que sunt sub uirga, uicibus 3, uicibus 4 que sunt super uirgis, erunt 1845; de quibus accipiam $\frac{2}{5}$, hoc est multiplicabo 1845 per 2, et diuidam per 5.; uel quintam de 1845, que est 369, multiplicabo per 2, quod est pulchrius, uenient 738; et tot habuit secundus. Rursus extraham $\frac{4}{17}$ de uno integro, remanebunt $\frac{13}{17}$; pro quibus accipiam $\frac{13}{17}$ de 2550, hoc est diuidam 2550 per 17; et quod prouenerit, multiplicabo per 13, uenient 1950: super que addam 200, que proueniunt ex 5 uicibus 10 que sunt sub uirgis, uicibus 4 que sunt super uirga, erunt 2150; et tot habuit tertius homo quando quadruplicauit bizantios reliquorum, et addidit ei quartam partem. Vnde si de bizantijs 2150 acceperimus $\frac{2}{5}$ ex tribus decimis eorum, hoc est $\frac{3}{25}$ ipsorum, uenient 258; et tot habuit tertius homo. Est enim hic modus similis secundo; quia cum hoc per secundum modum facere uoluimus, extrahemus 2 de 5; et 3 que restant, multiplicabo per 10 uicibus 17, uicibus 3, et habebo 1530; et hoc est accipere $\frac{3}{5}$ de

1550 (*sic*); et addam postea 24 super 1530, et habebo similiter pro bizantijs primj hominis 1554. Item extraham 3 de 10., et 7 que remanent, ducam in 17 uicibus 5, uicibus 3, et habebo $\frac{7}{10}$ de 2650; et sic possumus eodem modo in similibus operarj.|

Et quia quatuor inuenti numeri sunt sibi inuicem comunicantes; et est senarius comunis eorum mensura; si diuiserimus unumquemque eorum per 6, habebitur solutio huius questionis in minoribus numeris; et summa eorum erit 425, et bizantij primi erunt 259. Secundi 123. Tertij .43. fol. 15 recto.

Epistola suprascripti Leonardi ad Magistrum Theodorum phylosophum domini Imperatoris.

Assiduis rogaminibus et postulationibus á quodam mihi amicissimo inuitatus, ut modum sibi componerem soluendi subscriptas auium et similium questiones; quia ipse tanquam nouiter in hoc magisterio educatus, fortiora pabula in libro meo numeri apposita pauescebat, lac sibi, uelut nouiter genito filio, suauitatis preparans, ut robustius effectus capere ualeat artiora, presentem sibi modum inueni, per quem non solum similes questiones soluuntur, verum et omnes diuersitates consolaminum monetarum. Et quia ipsum in illa scientia prestantiorem et utilem elegi, uobis, reuerende pater domine Theodore, imperialis aule sume (*sic*) phylosophe, mictendum decreui, ut ipso perlecto, que utilia sunt, uestre celsitudinis probitas, resecatis superfluis, reconseruet.

De auibus emendis secundum proportionem datam.

Quidam emit passeres 3 pro uno denario, et turtures 2 pro uno denario, et columbam 1 pro denarijs 2, et ex his tribus generibus auium habuit aues 30. pro denarijs 30. Queritur, quot aues emit ex uno quoque genere: posui primum passeres 30 pro 10 denarijs, et seruaui denarios .20., qui sunt differentia, que est á 10 denarijs usque in 30; et mutauj unum ex passeribus in turturem, et fuit augmentum in ipsa mutatione $\frac{1}{6}$ unius denarij; quia passer ualebat $\frac{1}{3}$ unius denarij, et turtur ualebat $\frac{1}{2}$ unius denarij, scilicet $\frac{1}{6}$ unius denarij plus pretio passeris: et mutauj iterum unum ex passeribus in columbam, et melioratus sum in ipsa mutatione denarij $\frac{2}{3}$ 1, scilicet differentia que est á $\frac{1}{3}$ unius denarij usque in denarios 2; et feci sextas ex ipso denario $\frac{2}{3}$ 1, et fuerunt sexte .10.: et secundum hoc opportuit me mutare passeres in turtures et columbas, donec ex ipsa mutatione proueniant illi denarij 20, quos superius seruaui: quare ex ipsis feci sextas, et fuerunt sexte 120; quas diuisi in duas partes, quarum una posset diuidi per 10. integraliter, et alia per 1; et suma (*sic*) utriusque diuisionis non ascenderet in 30; et fuit prima pars 110, et alia 10: et diuisi primam partem, | scilicet 110 per 10, et secundam per 1, et habui columbas 11 et turtures 10.: quibus extractis de auibus 30, remanserunt 9 pro numero passerum; qui passeres ualent denarii 3, et turtures 10 valent denarii 5, et columbe .11. ualent denarii .22; et sic ex istis tribus generibus auium habebuntur aues 30 pro 30 denarijs, ut quesitum est. fol. 15 verso.

De eodem.

Et si uolumus habere aues 29 pro denariis 29, eodem modo possumus operari, videlicet pretium 29 passerum, qui sunt aues uiliores, extrahemus de denariis 29, et de reliquis faciemus sextas, et erunt sexte 116; quas diuidemus iterum in duas partes, quarum una diuidatur integraliter per 10, et altera per 1; et summa utriusque diuisionis non ascendat in 29.; que partes dupliciter fieri possunt: primum ut prima pars

sit 110, secunda 6; et diuidantur 110 per 10, uenient columbe. 11.; et 6 diuidantur per 1, uenient turtures .6.; quibus extractis de 29, remanent 12 pro numero passerum: uel 116 diuidemus in 100 et in 16; et diuidemus 100 per 10, et 16 per 1, et habebimus columbas .10 et turtures 16; relique, que sunt usque in 29., scilicet 3, erunt passeres; et sic soluta est hec questio dupliciter.

Item de auibus.

Et si uolumus habere aues 15 pro denarijs 15, hoc esse non posse sine fractione auium demonstrabo. Verbi gratia: si extraxero pretium 15 passerum de denarijs 15; et de residuis denarijs faciam sextas, que sunt 60, non poterunt diuidj in duas partes, quarum una diuisa per 10, et altera per 1, ueniat numerus integer ex ipsis duabus diuisionibus, qui sit minor de 15.: exempli causa: si diuisero 60 in 50 et in 10; et diuisero 50 per 10, et 10 per 1, ueniente (*sic*) ex ipsis duabus diuisionibus 5 et 10; quibus insimul iunctis faciunt 15, scilicet summa omnium auium; et sic non caderet aliquis passer in hac emptione; quia columbe 5 ualent denarios 10, et turtures 10 ualent denarios 5; et sic ex his duobus generibus auium tantum habentur aues 15 pro denarijs 15; et nec est numerus aliquis alius infra 60 maior quam 50, qui integraliter diuidatur per 10; et minor eo hic locum non habet; quia si poneremus 40 pro una parte, remanent pro alia parte 20: unde si 40 diuidantur per 16, et 20 per 1, egrederentur ex infrascriptis duabus diuisionibus 24 aues; que locum non habent, cum debeant esse 15. Sed si uolemus frangere aues, diuidemus 60 supradicta in 55 et in 6, et diuidemus 55 per 10, uenient columbe $\frac{1}{2}$ 5; et diuidemus 5 per 1, uenient turtures
fol. 16 recto. 5. Extractis itaque columbis $\frac{1}{2}$ 5 et turturibus 5 de auibus | 15, remanebunt passeres $\frac{1}{2}$ 4, quorum pretium est denarius 1 et semis; et pretium 6 turturum est denarij $\frac{1}{2}$ 2; et pretium columbarum $\frac{1}{2}$ 6 est denarij 11; et sic ex his tribus generibus auium habentur aues 15 pro denarijs .15.

Et si uolumus habere aues 15 pro denarijs 16, hoc integraliter poterit; quia extractis denarijs 5, scilicet pretium passerum 15, de denarijs 16, remanent denarij 11, qui sunt sexte 66; quibus diuisis in 60 et in 6, diuidetur 60 integraliter per 10, et 6 per 1; et ex ipsis diuisionibus uenient columbe 6 et turtures 6. ; relique que sunt usque in 15, scilicet 3, sunt passeres; et sic possumus in omnibus similibus operari. Sed ut ea que dixi liquidius sapientia uestra intelligat, aliam huiusmodi proponam questionem. Videlicet ut passeres 3 dentur pro uno denario; et columba ualeat denarios 2; et perdix ualeat denarios 3; et uolo ex bis tribus generibus auium aues 30 pro denarijs 30 habere. Extraham quidem supradieto modo de denarijs 30 pretium passerum 30, quod est .10., remanebunt denarij 20, quos seruabo; et mutabo unum ex passeribus in columbam, et erit melioratio denarius $\frac{2}{3}$ 1, acilicet 5 tertie unius denarij; et mutabo iterum alium passerem in perdicem, et erit melioratio eius denarii $\frac{2}{3}$ 2, hoc est tertie 8, que sunt differentia, que est á pretio unius passeris usque in pretium unius perdicis; et faciam tertias ex denarijs 20 aeruatis, et erunt tertie 60; quas diuidam in duas partes, quarum una diuidatur integraliter per 8, et alia per 5; et que ex utraque diuisione peruenerit, non ascendant in 30; eritque una illarum duarum partium 40, et altera 20: et diuidam 40 per 8, uenient perdices .5; et diuidam 20 per 5, uenient columbe 4: relique, que sunt usque in 30, scilicet 21, sunt passeres.

Item passeres 5 ualent denarium 1, et turtures 3 dentur pro uno denario, et columba ualeat denarios 2, et perdix ualeat denarios 3; et uolo ex his quatnor generibus auium habere aues 24 pro denarijs 24: ponam pretia uniuscuiusque generis auium in ordine, uidelicet $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{3}$ et 2 et 3, ut in margine cernitur; et extraham pretium unius passeris de pretio cuiusque reliquorum trium generum, scilicet $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{3}$ et de 2 et de 3; et residua ponam super ipsa pretia per ordinem, et habebo $\frac{2}{15}$ super $\frac{1}{3}$ et $\frac{4}{5}$ 1, scilicet $\frac{27}{15}$ super 2, et $\frac{4}{5}$ 2, scilicet $\frac{42}{15}$ super 3: deinde pretium 24 passerum extraham de denarijs 24, remanebunt denarij $\frac{1}{5}$ 19; quos multiplicabo per 15, ut faciam ex eis quindecimas, sicut sunt differentie suprascripte, erunt $\frac{0}{15}$ 288; quas diuidam in tres partes, quarum | una integraliter diuidatur per 42, et altera per 27, et tertia per 2; quia melioratio mutationis unius passeris in perdicem est $\frac{42}{15}$, et melioratio mutationis passeris in columbam est $\frac{27}{15}$; et melioratio mutationis passeris in turturem est $\frac{2}{15}$: et ideo diuidende sunt $\frac{0}{15}$ 288 in tres partes, quarum una diuidatur integraliter per 42, secunda per 27, tertia per 2; et quod ex ipsis tribus diuisionibus prouenerit, cadat infra numerum auium emptarum, scilicet infra 24; quod poterit fierj dupliciter: primum de 288 extraham quadruplum de 42 et de 27, scilicet 168 et 108, que sunt in summa 276; et remanebunt pro tertia parte 12: et diuidam 168 per 42, et 108 per 27, et 12 per 2, uenient perdices .4., et columbe 4., et turtures .6., que sunt in summa aues 14.; relique que sunt usque in 24, scilicet 10, erunt passeres. Vel aliter: ponam pro prima parte quincuplum de 42, pro quo habebuntur perdices 5; et pro secunda parte ponam duplum de 27, pro quo habebuntur columbe 2; et ex ipsis 288 remanebunt 24, que sunt duodecuplum de 2, pro quo duodecuplo habebuntur turtures .12; relique uero que sunt usque in 24 aues, scilicet 5, erunt passeres; et sic possumus in similibus etiam et in consolamine monetarum et bizautiorum operari; quod quandocumque vel placuerit dominationi uestre liquidius declarabo.

De compositione pentagonj equilateri in triangulum equicrurium datum.

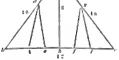
Libet etiam solutionem subscriptę questionis, quam nuper inueni lumine uestre correctionis transmittere. Videlicet cum in triangulo equicrurio noto protractum sit pentagonum equilaterum, qualiter inueniatur longitudo ipsius lateris, demonstrabo. Esto trigonum *.a b c.*, cuius unum quodque latus *a b* et *a c* sit 10, mensura et basis *.b c.* sit 12, et in ipso trigono protractum sit pentagonum equilaterum *a. d. e. f. g*; et uolo inuenire longitudinem unius cuiusque lateris pentagonj: protraham primum in triangulo *a b c* perpendicularem *.a h.*, que erit nota, cum nota sint latera *a b* et *b h*; et erit longitudo eius 8; et á puncto *d* super latus *.b c.* protraham cathetum *di*, que equidistabit catheto *a h*; quare triangulus *.d b i.* similis est triangulo *.a bh.*: quare proportio *.ib.* ad *bd* est sicut proportio *.h.b.* ad *.b.a.*, nec non et proportio *.i.d.* ad *.d.b.* est sicut proportio *.ha.* ad *.ab.*; sed *h a* ex *a b* est $\frac{4}{5}$, quare et *.i d.* est $\frac{4}{5}$ ex *.d.b.* Et est *b h* ex *b a* $\frac{3}{5}$, cum *b a* sit 10, et *b h* sit .6., scilicet medietas | ex *bc*, erit et *.i.b* ex *b d.* $\frac{3}{5}$. Et quia latera pentagonj *a d* et *a g* sunt sibi inuicem equalia, si auferatur *a d* ex *a b*, et *a g* ex *a c.*, remanebunt recte *d b* et *g c* sibi inuicem equales: sunt enim *.gf.* et *.de* equales; due ergo recte *g c* et *g f.* duabus *b d* et *d e* sunt equales; et angulus *.f c g.* angulo *.e b d.* est equalis, cum equicrurium sit trigonum *.abc.*; quare basis *be.* basi *.c f* est equalis: est enim *bh* equalis *.c h.*: unde si ex *b h* auferatur

* et columba . . . $\frac{1}{5}$ 19, quos * (fol. 16 *recto*, lin. 27 34, pag. 249, lin. 1-8).

perdix.	columba.	turtures.	passeres
$\frac{42}{15}$	$\frac{27}{15}$	$\frac{2}{15}$	0
3.	2.	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$
4.	4.	6.	10
3.	2.	12	15

fol. 16 *verso*.

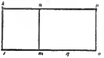
* *ad b*. Et est ... scilicet medietas * (fol. 16 *verso*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 249, lin. 37-38).



fol. 17 *recto*.

.*be*., et ex *ch* auferatur .*c f*., remanebit *f h*. equalis .*he*: his itaque omnibus intellectis, ponam unum quodque latus pentagonj rem, et erit *e h*. medletas rei; quare .*be*. erit .6 minus medietate rei; et auferam *a d* ex *a b*, scilicet rem de .10., remanebit .*db*. 10 minus re; de quibus accipiam $\frac{4}{5}$, et habebo pro catheto .*d i*. 8 minus $\frac{4}{5}$ rei. Et accipiam rursus $\frac{3}{5}$ ex *d b*, et habebo .6 minus $\frac{3}{5}$ rei pro linea .*b i*.; est enim et *b e*. 6 minus medietate rei: quare si auferamus *b i* ex *b e*, remanebit .*ie*. $\frac{1}{10}$ rei; et sic erunt latera triangulj .*d.e.i*. nota: et quia angulus .*d.i.e* est rectus, erunt quadrata laterum *d i* et *i e* equalia quadrato linee *d e*.; quod quadratum est census, cum *d e* sit res: quare multiplicabo *d i*, scilicet 8 minus $\frac{4}{5}$ rei, in se, uenient dragme 64 et $\frac{16}{25}$ census minus rebus $\frac{4}{5}$ 12; et multiplicabo .*i.e*., scilicet $\frac{1}{10}$ rei, in se, et ueniet $\frac{1}{100}$ census; quam addam super $\frac{16}{25}$ census et dragmis 64, diminutis rebus $\frac{4}{5}$ 12, et habebo $\frac{13}{20}$ census et dragmas 64, diminutis rebus $\frac{4}{5}$ 12, que equantur censui, scilicet quadrato lateris .*d e*.: unde si addidero utrique parti res $\frac{4}{5}$ 12, et tollam ab utraque parte $\frac{13}{20}$ census, remanebunt $\frac{7}{20}$ census et res $\frac{4}{5}$ 12, que equantur dragmis 64. Et ut hec reducantur ad censum unum, multiplicanda sunt omnia que habentur per $\frac{6}{7}$ 2, et erit census et res $\frac{4}{7}$ 36, que equantur dragmis $\frac{6}{7}$ 152; et sic reducta est questio ad unam ex regulis algebre. Vnde si ad solutionem quesiti liquidius uenire uolumus, ponam pro censu quadratum .*k.l.m.n*., cuius unumquodque latus sit equale lateri pentagoni supradicti; et ducam secundum rectitudinem latera .*k n*. et *l m* in puncta .*p.o*; et fit unaqueque rectarum .*np*. et .*m*.o. $\frac{4}{7}$ 36; et diuidatur recta *m* o. ad punctum .*q*. in duo equa, et erit .*m.q*. $\frac{2}{7}$ 18: et quoniam quadratum *k m* est census, erit latus .*m.n*. res; et unumquodque laterum *n p* et .*m* o. est $\frac{4}{7}$ 36; quare tota superficies *n* o. est res $\frac{4}{7}$ 36: cui superficiei, si addatur quadratum *k m*, erit tota superficies rectiangula .*k* o. | census et res $\frac{4}{7}$ 36; que, ut superius inuenctum est, equantur dragmis $\frac{6}{7}$ 182: ergo superficies *k* o est dragme $\frac{6}{7}$ 152.; que superficies prouenit ex *k l* in *l* o; sed *k l* equalis est recte *l m*.; ergo ex ductu *lm*. in .*l*o. proueniunt $\frac{6}{7}$ 182; quibus si addatur multiplicatio ex *mq*. in se, hoc est ex $\frac{2}{7}$ 18, egredientur $\frac{11}{49}$ 517 pro quadrato linee .*l q*.: de quorum radice, que est secundum propinquitatem 22 et minuta 44 et secunda 33 et tertia 15 et quarta 7, si auferatur linea *m q*., scilicet $\frac{2}{7}$ 18, remanebunt pro quantitate rei .*l m*., hoc est pro quantitate unius cuiusque lateris pentagonj, 4 et minuta 27 et secundu 24 et tertia 40 et quarta 50. Inueni etiam his diebus alias solutiones super similibus questionibus, quas dominationi uestre, quandocumque placuerit, destinabo.

*addatur .... rectiangula .ko.» (fol. 17 recto, lin. 36, 37 e margine inferiore; pag. 250, lin. 23).



fol. 17 verso.

Modus alius soluendi similes questiones.

Item pono solutionem sequentis questionis per quemdam pulchrum modum. Nam questio talis est. Quinque homines denarios habent, ex quibus primus cum medietate denariorum secundi habet 12. Secundus cum $\frac{1}{3}$ denariorum tertij hominis habet 15. Tertius cum $\frac{1}{4}$ denariorum quartj habet 18. Quartus cum $\frac{1}{5}$ denariorum quinti habet 20. Quintus cum $\frac{1}{6}$ denariorum primj habet 23: ponam hos quinque homines in ordinem, et sub unoquoque ponam suam petitionem, ut hic cernitur.

15760	11268	10161	7428	4938
23	20	18	15	12
Quintus	Quartus	Tertius	Secundus	primus
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{5}{7}\ \frac{99}{103}$ 21 .	$\frac{3\ \ 24}{7\ \ 103}$ 15 .	$\frac{4}{7}\ \frac{9}{103}$ 14	$\frac{3\ \ 31}{7\ \ 103}$ 10	$\frac{3\ \ 37}{7\ \ 103}$ 6

Et incipiam á 2, qui sunt sub uirga primi hominis, et multiplicabo 2 per 12, qui sunt super ipsum primum, erunt 24; de quibus tollam multiplicationem de 1, quod est super 2, in 15, remanebunt 9.; que multiplicabo per 3, que sunt sub uirga secundi hominis, erunt 27; quibus addam multiplicationem de 1, quod est super 2, in 1, quod est super 3 ductam in .18., que sunt super tertium hominem, erunt 45.; que ducam in 4, que sunt sub uirga eiusdem tertij hominis, erunt 180; de quibus tollam id quod prouenit ex ducto 1, quod est super 2, in 1 quod est super 3, in 1 quod est super 4, quod in 20, remanebunt 160; que ducam in 5, que sunt sub uirga quarti hominis, erunt 800; quibus addam 23, que proueniunt ex ducto 1, quod est super 2, in 1 quod est super 3, | quod in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 23, erunt 823; que multiplicabo per 6, que sub uirga quintj hominis, erunt 4938, que seruabo super primum hominem. Et operabor similiter in reliquis quatuor hominibus, videlicet multiplicabo 3, que sunt sub uirga, per 15, et tollam semel 18, et residuum multiplicabo per 4, erunt 108.; quibus addam multiplicationem de 1 quod est super 3, in 1 quod est super 4, ductam in .20., erunt 128; que ducam in 5, et tollam 23, que ueniunt ex uno quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 23, remanebunt 617; que ducam in 6, que sunt sub uirga quinti hominis, erunt 3702; quibus addam 12., que proueniunt ex 1 quod est super 3, in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 12, erunt 3714; que ducam in 2 que sunt sub uirga primj hominis, erunt 7428, que seruabo super secundum hominem. Rursus multiplicabo 4, que sunt sub uirga, per 18, et tollam semel 20, residuum multiplicabo per 5, et addam 23, que proueniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 23; et totum illud multiplicabo per 6 que sunt sub uirga, erunt 1698; de quibus tollam 12, que proueniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 12, remanebunt 1686; que ducam in 2 que sunt sub uirga, erunt 3372; quibus addam 15, que proueniunt ex 1 quod est super 4, in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, quod in 1 quod est super 2, quod in 15, quod in 15 (*sic*), erunt 3387; que ducam in 3 que sunt sub uirga, erunt 10161, que seruabo super tertium hominem. Et cum eodem modo operatus fuero in inuenctione quartj et quintj numeri, habebo super quartum hominem 11268, et super quintum 15760: deinde multiplicabo 2 per 3, que per 4, que per 5, que per 6 que sunt sub uirgulis, erunt 520; et multiplicabo .1. quod est super 2, in 1 quod est super 3, quod in 1 quod est super 4, quod in 1 quod est super 5, quod in 1 quod est super 6, uenient 1; quod addam cum 720, cum propositorum hominum numerus sit inpar; quia si esset par, tolleretur, et erunt 721; in quorum regula, que est $\frac{1}{7}$ de 103, diuidendi sunt suprascripti numeri per ordinem, et habebo quantitates uniuscuiusque eorum, ut superius in questione cernitur.

Inuestigatio unde procedat inuentio suprascripta.

Et si unde talis inuentio procedat | habere uolueritis, uobis illud, tanquam domino uenerando mittere procurabo. Soluuntur etiam similes questiones aliter, ut in libro meo denominato uestra sapientia poterit inuenire. Et si super denarios unius cuiusque adderetur eadem pars denariorum reliquorum quatuor hominum, que ad-

fol. 18 recto. fol. 18 verso.

ditur in dicta questione unicuique de suo consequente, et haberet primus 12, Secundus 15, et cetera ut supra, tunc questio esset insolubilis, nisi concederetur, primum habere debitum; quod debitum esset $\frac{97}{197}$ 13. Et Secundus haberet $\frac{1}{2}$ $\frac{180}{197}$ 3. Tertius $\frac{88}{197}$ 11. Quartus $\frac{1}{2}$ $\frac{128}{197}$ 15. Quintus $\frac{28}{197}$ 20.

Incipit liber quadratorum compositus á leonardo pisano. fol. 19 recto.
Anni. M. CC. XXV.

Cvm Magister dominicus pedibus celsitudinis uestre, princeps gloriosissime domine .F., me pisis duceret presentandum, occurrens Magister Johannes panormitanus, questionem mihi proposuit infrascriptam, non minus ad geometriam quam ad numerum pertinentem; vt inuenirem numerum quadratum, cui quinque additis uel diminutis, semper inde quadratus numerus oriretur : super cuius questionis solutione á me iam iuuenta considerans, uidi quod habebat originem solutio ipsa ex multis que quadratis et inter quadratos numeros accidunt. Nuper autem cum relationibus pisis positis, et aliorum reddeuntium ab imperiali curia, intellexerim quod dignatur uestra sublimitas maiestas legere super librum quem composui de numero, et quod placet uobis audire aliquotiens subtilitates ad geometriam et numerum contingentes; rememorans in uestra curia et a uestro phylosopho suprascriptam mihi propositam questionem, ab ea sumpsi materiam, et opus incepi ad uestrum honorem condere infrascriptum , quod uocari librum uolui quadratorum, ueniam postulans patienter, si quid in eodem plus uel minus iusto uel necessario continetur, cum omnium habere memoriam, et in nullo peccare sit diuinitatis potius quam humanitatis; et nemo sit uitio carens et undique circumspectus.

Consideravi super originem omnium quadratorum numerorum, et inueni, ipsam egredi ex ordinata imparium ascensione. Nam unitas quadrata est, et ex ipsa efficitur primus quadratus, scilicet unum; cui unitati addito ternario facit secundum quadratum, scilicet .4., cuius radix est 2.; cui etiam additioni, si addatur tertius impar numerus, scilicet 5, tertius quadratus procreabitur, scilicet 9, cuius radix est 3.; et sic semper per ordinatam imparium collectionem ordinata consurgit et series quadratorum. Vnde cum uolumus .II.^{os} quadratos numeros inuenire, quorum additio faciat quadratum numerum, accipiam qualem uoluero quadratum imparem, et habebo ipsum pro uno ex duobus dictis quadratis; reliquum inueniam ex collectione omnium imparium , qui sunt ab unitate usque ad ipsum quadratum imparem. Verbi gratia : accipiam 9 pro uno ex dictis duobus quadratis, reliquus habebitur ex collectione omnium imparium, qui sunt sub .9., scilicet de 1 et 3 et 5 et 7., quorum summa est 16, qui est quadratus; quo addito cum 9. egredientur 25., qui numerus est quadratus. Et si geometrica uti uolumus demonstratione, adiaceant quotcumque numeri impares ab unitate per ordinem

ascendendo, dunec extremus eorum quadratus fiat, et sint $.\overset{5}{ab}.$ $.\overset{7}{bc}.$ $.\overset{6}{cd}.$ $.\overset{7}{de}$ $.\overset{9}{ef}$; et sit $.\overset{9}{ef}.$ quadratus: et quoniam *e f.* est quadratus, et $.\overset{16}{ae}.$ est quadratus, cum procreetur ex ordinata collectione imparium *.a b.* et *.b c.* et *.cd.* et *be.*; et totus $.\overset{25}{af}.$ numerus est similiter quadratus; et sic ex duobus quadratis *a e* et *e f.* fit quadratus *.af.* Item aliter accipiam aliquem quadratum parem, cuius medietas sit par | ut 36, cuius medietas est 18; et auferam ab eo, et addam eidem .1., egredientur 17 et 19, qui sunt impares numeri et continui, cum nullus impar numerus cadat inter eos: ex horum quoque addictione progreatur (*sic*) 36, qui est quadratus; et ex addictione reliquorum imparium, qui sunt ab uno usque in 15, procreatur 64; ex quibus duobus quadratis procreatur 100, qui est quadratus, et procreatur ex collectione imparium numerorum, qui sunt ab uno usque in 19. Vel accipiam quadratum numerum imparem, cuius tertia pars sit integra, ut 81., cuius tertia est 27; et accipiam ipsum 27 cum duobus imparibus numeris, quibus ipse est medius, scilicet 25 et 29; et hi tres numeri coniuncti faciunt .81., qui est quadratus; et ex alijs, qui sunt ab uno usque in 23, egredientur 144, cuius radix est 12: additis ergo 144 cum 81 exit summa collectionis imparium numerorum, qui sunt ab uno usque in 29, scilicet 225; qui numerus est quadratus, et est eius radix 15. Simili quoque modo possunt inueniri quatuor et plures continui impares numeri, ex quorum collectione procreatur quadratus numerus; et ex reliquis, qui sunt sub ipsis usque ad unitatem, procreabitur alius quadratus; et ipsi duo quadrati faciunt semper quadratum numerum. Similiter inuenj, unum quemque quadratum excedere ipsum quadratum, qui ante eum est immediate, secundum quantitatem addictionis radicum ipsorum. Verbi gratia: 121, cuius radix est .11., excedit 100, cuius radix est 10, secundum quantitatem addictionis de 10 et 11, scilicet radicum ipsorum. Quare unus quisque quadratus excedit secundum quadratum ante ipsum, secundum quantitatem quadrupli radicis quadrati, qui est in medio eorum, ut 127 qui excedit 81 in quadruplum de 10; et sic possunt inuenirj differentie que sunt inter quadratos per distantiam radicum ipsorum. Et quando due continue radices aggregate faciunt quadratum numerum, tunc quadratus maioris radicis equabitur duobus quadratis. Similiter quando quadruplum alicuius radicis est quadratus, tunc quadratus sequentis radicis equabitur duobus quadratis, quorum unus erit ille qui creatus est ex quadruplo predicto, et alius est, cuius radix est uno minus radice quadruplicata. Vt si quadruplicetur 9, egredictur .36. Ergo 100, cuius radix est .10., equatur 64, cuius radix est 8. et 36 qui fuit quadruplum de 9. Et nota, quia ex quadruplicatione alicuius numeri non egredietur quadratus nisi ipse fuerit quadratus quia, ut, Euclides ostendit, cum proportio numeri ad numerum est sicut proportio quadratorum; tunc factus ex multiplicatione eorum quadratus eorum; et quia .4. quadratus est, oportet ut fiat quadratus ille numerus quem multiplicat, ut factus ex eis sit quadratus. Et sic possumus multimode tres quadratos numeros inuenire, quorum unus semper equabitur reliquis ag-

a Item aliter . . . ut par a (fol. 19 *recto*, lin. ultima a margine inferiore, pag. 254, lin. 5).

a b c d e f

fol. 19 *verso*.

a addictionis . . . quadratus excedit a (fol. 19 *verso*, lin. 19, 20 e 21; pag. 254, lin 23-24).

a b d e

÷ *ad inueniendum plures quadratos numeros.*

Ex hac regula de collectione duorum numerorum quadratorum possumus recolligere plures numeros quadratos; et ut hec aperte uideamus, uolumus colligere 5 quadratos numeros, quorum primus et secundus simul iuncti faciant quadratum numerum: et super eorum, tertio addito, eueniat quadratus numerus; et etiam super addictionem predictorum trium, quarto numero addito, fiat quadratus numerus, et superaddito quinto fiat quadratus numerus. Ita exercemus: ponimus primum numerum eorum 9, et per dictam regulam inueniemus secundum numerum isto modo, quod colligemus omnes impares numeros qui sunt ab 1 usque in 9.; qui numeri impares sunt isti .1. 3. 5. 7, et omnes insimul additi faciunt 16 pro secundo quadrato; ita quod si addideris eum 9, habebis 25.; et per suprascriptum modum potest inueniri tertius quadratus, quod ponelus in margine omnes quatuor impares numeros, qui sunt ab 1 usque in .23, qui sunt 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23.; et omnes additi faciunt 144. pro tertio numero quadrato; et adde eum summe predictorum duorum quadratorum, que est 25, habebis 169 pro summa trium quadratorum: et isto modo inuenies quartum quadratum, ponendo omnes impares, qui sunt ab 1 usque in 169, et inuenies quartum quadratum esse 7056; et summa predictorum trium numerorum superaddita, que est 169, erit eorum summa 7225; et isto modo, et ex predicta summa (*sic*) potest inuenirj quintum quadratus, ponendo omnes impares numeros, qui sunt ab 1 usque in 7225, et inuenies pro quinto quadrato eorum 13046444; cui quinto numero, si addideris summam predictorum quatuor, habebis pro summa omnium 5 numerorum quadratorum 13053769; et isto modo poteris plures quadratos numeros inuenire.

gregatis. Sed unde oriatur, omnem quadratum excedere | quadratum antecedentem sibi, secundum quantitatem addictionis radicum ipsorum, ut diximus, patebit si radices eorum ponamus in lineas *a b* et *b g*. Et quoniam *a b* et *b g* sunt numeri continui, erit unus eorum maior alio 1. Sit ergo *b g* uno plus quam *a b*, et auferatur ex *b g* unitas *d g*., remanebit .*b d*. equalis .*b a*.: et quoniam .*b g*. numerus diuisus est in duo, scilicet in *b d* et *d g*, erit multiplicatio .*b d*. in se cum. *dg* in se et cum duplo *d g*. in .*b d*. equalis multiplicationi .*b g* in se. Sed multiplicatio *b d* in se equatur multiplicationi *a b* in se. Ergo quadratus qui fit á numero .*b g*. superhabundat eum, qui fit a numero .*a b*., secundum quantitatem multiplicationis *g d* in se et dupli .*g d*. in *b d*. Sed multiplicatio .*d g*. in se est unus, qui est equalis unitati .*d g*., uel est eadem; et multiplicatio dupli .*d g*. in .*b d*. facit duplum ex *b d*., cum .*dg*. sit .1.; ergo duplum .*b d*. est .*a d*.; ergo quadratus, qui fit á numero *b g*, excedit quadratum qui fit á numero .*a b*., secundum quantitatem addictionis radicum eorum, que sunt .*a b*. et *b g*.; quod oportebat ostendere.

fol. 20 *recto*.

« erit multiplicatio . . . . superhabundat eum » (fol. 20 *recto*, lin. 6-8; pag. 255, lin. 6-1).



Aliter quoniam *b d* numerus equatur numero .*b a*., erit totus *a d* diuisus in duo equa super punctum *b*., cui addita est unitas .*d g*.; erit ergo multiplicatio *d g* in *a g* cum quadrato qui fit á radice .*a b*. equalis quadrato qui fit à radice *b g*: quare quadratus, qui fit á numero *b g*, excedit quadratum qui fit á numero *a b*, secundum id quod fit ex ductu *d g* in .*a g*. Sed *dg* in *ag* facit numerum .*ag*., cum *dg* sit unum. Ergo quadratus *b g* excedit quadratum, qui fit ab .*a b*., secundum addictionem radicum ipsorum; que addictio est numerus .*a g*. Similiter ostendetur, omnem quadratum excedere omnem quadratum minorem sui, secundum multiplicationem superhabundantię radicum ipsorum in addictionem utriusque radicis. Verbi gratia: sint due radices duorum quorumlibet quadratorum *a g* et *g b*.; et sit *g b* maior quam *a g*., secundum numerum .*d b*. Quare multiplicatio *a g* in se cum *d b* in *a b* equatur multiplicationi .*g b*. in se; ergo quadratus, qui fit à numero .*g b*., excedit quadratum qui fit ab .*a g*. in id quod radix *g b*. excedit radicem *a g*. ductum in utramque radicem, scilicet in hoc quod fit ex ductu *d b* in *a b*; quod oportebat ostendere.

« superhabundantię . . . . radicis » (fol. 20 *recto*, lin. 24 e 25; pag. 255, lin. 22-23).



Est enim alius modus inueniendi duos quadratos facientes coniunctum ex eis numerum quadratum, qui in x° euclidis reperitur. Adiaceant duo quadrati numeri simul pares uel impares *a b*. *b g*.; quare compositum ex eis *a g* erit par; et esto *a b* maior quam .*bg*., et diuidatur *a g* in duo equa secundum .*d*. Numerus ergo integer est .*a d*., cum sit medietas numeri *a g*. Et extracto *a d* ex *a b*. numero, remanebit *d b* numerus integer. Et quoniam *a g* numerus diuisus est equaliter | et inequaliter in .*d.b*., erit multiplicatio *a b* in *b g* cum quadrato qui fit á numero .*d b*., equalis quadrato qui fit á numero *d g*.; sed id quod fit ex ductu .*a b* in *b g* quadratus est, cum quadrati sint numeri *a b* et *b g*., quadratus est etiam id quod fit á numero *d b*.; et sic inuenti sunt duo quadrati facientes coniunctum ex eis quadratum numerum, ipsum videlicet qui fit á numero *d g*.; quod oportebat facere.

« *db*. numerus . . . . est equaliter » (fol. 20 *recto*, lin. ultima e margine inferiore; pag. 255, lin. 33 e 34).



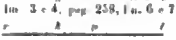
fol. 20 *verso*.

Volo demonstrare quare ex ordinata imparium collectione, ab uno incipiendo in infitum. egrediatur ordinata series quadratorum: adiaceant numeri continui ab unitate .*A*. quotcumque *bg*. *gd*. *d e*. *ez*. *z i*., et componatur .*b g*. cum .*A*. unitate, et egrediatur numerus .*t*.: similiter componatur unusquisque numerus cum suo antecedente

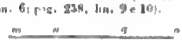
bus quadratis quadrupliciter; et hec intelligantur sine fractione. Sint IIIJ.[or] numeri non proportionales *a. b. g. d.*, et sit autem *.a.* minor *.b.*, et *g.* minor *.d.*; et si compositus quadratorum ex numeris *.a.b.* numerus est *.e.*, compositus quidem ex quadratis | numerorum *.g.d.* esto *.z.*; et multiplicetur *.e.* per *.z.*, egrediatur numerus *.ef.*, et non sit quadratus aliquis numerorum *.e.z*; dico quod numerus *.c f.* equatur duobus quadratis, duobus numeris etiam duobus modis: multiplicatur primum *.a* per *g*, et egrediatur numerus *.tk.*, et ex *.b.* in *.d.* egrediatur *.kl.*, et ex *.a.* in *.d.* egrediatur *.m.n.*, et ex *b.* in *.g.* egrediatur *.n.o.* Et quoniam numeri *a.b.g.d.* proportionales non sunt, et est minor *.a* quam *.b.*, et *.g.* quam *d.*, multiplicationes supradictas inequales esse necesse est; et est minor *t k* quam *k l.*, quod sit *n.kl*: ex *k l* summatur *.k p.* equalis *.t k.* Similiter numerorum *.m.n.n o* sit maior *.n o.* quam *.m n.*, et adiaceat *n q.* equalis *.m.n.*; dico quod numerus *.c f.* equatur coniunctioni quadratorum qui fiunt á numeris *tl.* et *qo.*, et á numeris *.m.a.* et *p l.*; quoniam ex ductu *.e.* in *.z.* prouenit *.c f.*, et est *.e.* summa duorum quadratorum qui fiunt á numeris *.a.b.* Ergo *.c f.* prouenit ex multiplicatione quadrati qui fit á numero *.a.* in *.z.*, et á numero *.b.* in *.z.* Sit ergo *.c i.* id quod egreditur ex multiplicatione eius qui fit ab *.a.* in se, scilicet quadrati ipsius *.a.* in *z.*; remanebit ergo *.I f.* pro numero qui fit ex ductu quadrati numeri *.b.* in *.z.* Sed *.z.* est coniunctio quadratorum qui fiunt á numeris *.g d.* Quare multiplicatio quadrati, qui fit á numero *.a.* in *.z.*, equatur multiplicationibus duabus, videlicet quadrati qui fit ab[a] *.d.* in quadratum qui fit á numero *.g.*, et in quadratum qui fit á numero *.d.* Sit ergo *.c h.* id quod egreditur ex multiplicatione quadrati, qui fit ab *.a.*, in quadratum qui fit á numero *.g.*; erit ergo *h i.* id quod egreditur ex multiplicatione quadrati qui fit á numero *.a.* in eum qui fit á numero *.d.* Item *.i r.* sit multiplicatio eius qui fit á numero *.d.* in eum qui fit á numero *g.*; remanebit ergo *.r f.* illud quod fit ex ductu quadrati qui fit á numero *.b.* in eum qui fit á numero *.d.*: diuisus est ergo totus numerus *.c.f.* in IIII[or] numeris qui sunt *c h. h i. i r. r f.*; et est quadratus unusquisque eorum, cum factus sit ex multiplicatione quadrati numeri in quadratum numerum, quorum radices esse ostendam *t k. k l. m n. n o*: primum quidem ostendam, quadratum, qui fit á numero *.t k.*, equalem esse numero *.c h.*; est enim *c h* factus ex multiplicatione quadrati qui fit a numero *.a.*, in quadratum qui fit á numero *.g.* Sed *t k* factus est ex multiplicatione *.a.* in *.g.*; quare quadratus, qui fit á numero *t k*, equatur quadrato qui fit ab eo ex *g.* Similiter ostendetur, quadratum, qui fit ex *a* in eum qui fit ex *.d.*, equarj quadrato quod fit á numero *.m n.*, idest equari numero *.h.i.*, et quadratum qui fit á numero *k l.* numero *.i r. r f.*; et adhue quadratus, qui fit á numero *.n o.*, equatur numero *.i r. rf*: demonstrandum quidem restat, duos quadratos, qui fiunt á numeris *.t l.* et *q o.*, vel fiunt á numeris *.m.o.* et *p l.*, equales esse IIII.[or] quadratis qui fiunt á numeris *.t k. k l. m n. no.*: quibus ostendam primum equales esse illj | qui fiunt á numeris *.t l* et *q o.*; quadratus quidem, qui fit á numero *.t l.*, equatur duobus ex predictis quatuor quadratis, eis qui fiunt á numeris *.t k. k l.*, et duplo multiplicationis *.t k* in *l k.* Quare restat demonstrandum quod duplum multiplicationis *t k* in *k l.* cum quadrato qui fit á numero *.q o.*, faciant equalem duobus reliquis quadratis, eis videlicet qui fiunt à numeris *.m n. n o.* Ostendam primum quod *t k* in *k l.* equatur *.m n.* in *.n o.* Est enim *t k* id quod fit ex *a.* in *g.*, et *k l.* est factus ex *.b.* in

fol. 22 recto.

« numerus .... egrediatur » (fol. 22 recto, lin. 3 e 4, pag. 258, lin. 6 e 7).



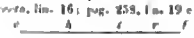
« quam *d.* .... sit *n kl* » (fol. 22 recto, lin. 6; pag. 258, lin. 9 e 10).



« quadratorum .... remanebit » (fol. 22 recto, lin. 10, 11-13, pag. 258, lin. 14-17).

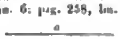


« .... in .z. .... quadratum » (fol. 22 recto, lin. 16; pag. 258, lin. 19 e 20).



fol. 22 verso.

« no. Ostendam .... Est enim » (fol. 22 verso, lin. 6; pag. 258, lin. 42 e 43).



.d. Ergo multiplicatio *.t k.* in *k l* egreditur ex multiplicatione *.a.* in *.g* ducta in multiplicationem ex *b.* in *d.* Similiter multiplicatio *.m n.* in *.n o.* surgit ex multiplicatione *.a.* in *.d.* ducta in multiplicationem *.b* in *g.* Quare *m n.* in *.n o.* est sicut *.t k* in *k l.* Ergo opportet demonstrare, duplum *.m n.* in *.n o.* cum quadrato qui fit á numero *.q o.*, equalem esse quadratis qui fiunt á numeris *m n.* et *.n o.*: est enim *.n q.* equalis *.n m.*; quare quadratus, qui fit á numero *.m n.*, equatur multiplicationi *.m n.* in *.n q.*; est enim plus *.mn.* in *.no.* quam *.mn.* in *.nq.*, secundum illud quod est ex *mn.* in *.qo.* Ergo superficies *mn.* in *no.* superhabundit (*sic*) quadratum qui fit á numero *.mn.* in superficie *.q o.* in *.m n.*, hoc est *.q o.* in *.q n.* Et quoniam numero *.m n.* equalis est numerus *.q n.*, comunis adiaceat *.q o.* Erit ergo totus *n o.* equalis numeris *.mn* et *qo.* Quare quadratus, qui fit á numero *.n o.*, equatur duabus multiplicationibus que fiunt á numero *.o n.* in *.nm.*, et ab *.on.* in *oq.* Ergo quadratus, qui fit á numero *.no.*, superhabundat superficiem *.o n.* in *.n m.* in superficie *q o* in *on.* Sed superficies *.mn.* in *.n o.* superhabundat quadratum, qui fit á numero *m n.*, in superficie *.n q.* in *q o.* Sed quadratus, qui fit á numero *.n o* , superhabundat eandem superficiem *.mn.* in *.n o.* in hoc quod fit ex *n o.* in *.oq.* Sed superficies *.n o. q o.* superhabundat superficiem *.o q. q n.* in id quod fit á numero *q o.* in se. Ergo quadrati, qui fiunt á numeris *.m n.* et *.n o.*, superhabundant duplum superficiei *.m n.* in *.n o.*, hoc est *.t k.* in *k l.* in quadrato numeri *.q o.* Sed duplum multiplicationis *.t k.* in *.k l.* cum quadrato qui fit á numero *.q o.* equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris *.m n. n o.* Quare quadrati, qui fiunt á numeris *.t l.* et *.q o.*, equantur quatuor quadratis qui fiunt á numeris *.t k. k l. m n. n o.*, hoc est numero *c f.*; quod opportebat ostendere.

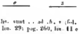
Ex hoc quidem manifestum est quod quando duo numeri inequales proponuntur, duplum multiplicationis unius in alium cum quadrato numerj in quo maior numerus superhabundat minorem, equatur quadratis qui fiunt ab ipsis numeris. Quare multiplicatio | *t k* in *k l*, hoc est *mn.* in *.n o.* cum quadrato qui fit a numero *.pl.*, equatur quadratis qui fiunt á numeris *t k. k l.* Quare si comuniter addantur duo quadrati qui fiunt á numeris *m n. no.*, erunt duplum superficiei, que est ex *m n.* in *n o.*, cum tribus quadratis qui fiunt á numeris *.p l. m n. no.*, equales 1111.^{or} quadratis qui fiunt á numeris *.tk. kl. mn. no.*, hoc est numero *.cf.* Sed duplo superficiei , que est ex *mn.* in *no* et duobus quadratis, qui sunt ex *mn.no.*, equalis est quadratus qui fit á numero *.m.o.* Ergo duo quadrati, qui fiunt á numeris *mo* et *pl.*, equantur numero *.cf.*, ut opportebat ostendere. fol. 23 recto.

Sed sit unus ex numeris *.e.z.* quadratus, et primo numerus *.e.*; dico esse possibile inuenire alios duos quadratos numeros, qui equantur numero *.cf.*, quorum unus est ipse qui egreditur ex multiplicatione numeri *e.* in quadratum qui fit á numero *.g* , et alius egreditur ex ductu *.e.* in eum qui fit á numero *.d.*, quoniam quadratus est numerus *.e.*; si multiplicatur per quadratum numerum, factus ex multiplicatione quadratus erit. Quare quadrati sunt qui fiunt ex ductu *.e.* in quadratos qui fiunt a numeris *.g.d.* Sed coniunctus ex quadratis numerorum *.g.d.* est *.z.*; et ex *.e.* in *.z.* prouenit *.cf.*; quod opportebat ostendere.

Similiter si numeri *.ez.* quadrati fuerint , erunt duo alij numeri quadrati , qui coniuncti facerent numerum *.cf.*; et sunt illi qui egrederentur ex ductu *.z.* in qua-

dratis, qui fiunt a numeris .ab. , et ex ductu .e in quadratis qui fiunt á numeris .g.d.: et, sicut dixi, si unus ex numeris .e.z. quadratus fuerit, equatur numerus .cf. ter duobus diuersis quadratis; et si ambo quadrati fuerint, equabitur numerus .cf. quater duobus diuersis quadratis.

• ad .d. . . . .m n. et • (fol. 23 recto, lin. 24—27; pag. 260, lin. 6—10).

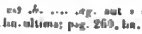


Isuenire alio modo quadratum numerum, qui duobus quadratis numeris equatur: adiaceant .iiii.^{or} numeri proportionales .ab. g.d., ut .a. quidem ad .b., ita .g. ad .d.; et compositus ex quadratis numerorum .a.b. esto .e., numerorum quoque .g.d. esto .z.; et multiplicetur .e. in .z, et proueniet .cf.; dico quoniam .cf. est quadratus et equalis coniunctio ex duobus quadratis; quod sic probatur: ex .a. quidem in .g. proueniat tk., et ex .b. in .d. proueniat .k.l., et ex .a. in .d. proueniat .mn., et ex b. in g proueniat .no.; dico primum quod numerus .mn. numero .no. est equalis : sunt enim proportionales numeri .a.b.g.d. in ea quam habet .a ad .b. proportione. Quare multiplicatio ex .a. in .d. equatur multiplicationi ex .b. in .g., hoc est numerus .mn. numero .no.: reliquos uero duos numeros inequales esse demonstrabo, scilicet .kt. et .kl.: quare est sicut .a. ad .b., ita .g. ad .d.; per equale ergo erit ut .a. ad .g., ita .b. ad .d. Quare si .b. est maior quam .a., erit .d. maior .g.; et si minor est .b quam .a., minor itaque esset .d. quam .g. Quare numeri .ag. aut | ambo sunt minores, aut ambo maiores numeris .b.d., equales quidem esse non possunt; quia si equales essent, iam numeri .a.g.b.d. non essent .iiii.^{or}.

• equales. sunt . . ad .b. • (fol. 23 recto, lin. 29; pag. 260, lin. 11 e 12).



• demonstrabo . . . . ut .a. • (fol. 23 recto, lin. 31—32; pag. 260, lin. 14 e 15).



• minor est .b. . . . . .ag. aut • (fol. 23 recto, lin. ultima; pag. 260, lin. 16e17).



fol. 23 verso.

Sint ergo .ag minores; quare factus ex eis, scilicet .tk, minor est facto ex db., hoc est quam .kl: et quoniam est ut a. ad .g., ita quadratus, qui fit ab .a. ad numerum qui fit ex a in .g., hoc est ad numerum .tk. Rursus quoniam est sicut .a. ad g , ita b. ad .d. Sed sicut b. ad .d., ita quadratus, qui fit á numero .b, ad numerum qui fit ex b. in d, hoc est ad numerum .kl. Per equale ergo est ut a. ad .g., ita quadratus, qui fit á numero .b., est ad numerum .kl. Sed sicut .a. ad g., ita fuit quadratus qui fit ab .a. ad numerum .tk.: quare et compositi et proportionales erunt, hoc est ut a. ad g., ita compositus quadratorum, qui fiunt á numeris .a.b. , est ad compositum duorum numerorum .tk. et kl., hoc est numerus .e. ad numerum .tl. Similiter ostendetur quod sicut a. ad g, ita .tl. ad z. Quare est sicut .e ad .tl., ita tl ad numerum .z. Ergo numerus .tl. medius proportionalis est numerorum .e.z. Quare quadratus, qui fit á numero .tl., equatur superficiei rectiangulj, qui fit ex numeris ez. Sed superficies numerorum, que fit á numeris .e.z., est numerus .cf. Quare cf est quadratus, cuius radix est .tl. Aliter quoniam ostensum est, numerum cf. in superiori demonstratione equari .iiii.^{or} quadratis qui fiunt á numeris .tk. kl. mn. no., demonstrabo quidem, quadratum, qui fit á numero .tl., equarj eisdem .iiii.^{or} quadratis hoc modo. Quadratus quidem, qui fit á numero .tl., equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris .tk et kl., et duplo superficiei ex tk in .kl. Sed superius demonstrauimus, superficiem, que fit ex tk in kl, equalem esse superficiei, que fit ex mn. in .no. Sed superficies, que fit ex mn. in .no., est ex equalibus numeris. Quare mn. in .no. est sicut mn. in se, uel sicut .no. in se. Quare duplum ex ductu .tk in kl. equatur duobus quadratis qui fiunt á numeris mn. no.; quare demonstratum est, quadratum, qui fit á numero .tl., equalem esse eis qui fiunt á numeris .tk. kl. mn. no., hoc est numero cf., ut opportebat ostendere.

Et quoniam minor est numerus .*t.k.* numero .*kl.*, accipiatur ex .*lk.* numerus .*kp.* equalis numero .*tk.*; et, ut superius diximus, inuenientur quadrati qui fiunt á numeris .*mo.* et *pl.*, equarj numero .*cf.*

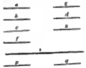
Possunt etiam duo quadrati inuenirj, quorum aggregatio erit quadratus numerus per quoslibet duos numeros datos. Verbi gratia: dentur duo numeri .*a* et *b.* prout libuerit: sit tamen .*b.* maior; et auferatur á quadrato numeri .*b.* quadratus | numeri .*a.*, et residuum erit radix unius quadratorum inueniendorum: deinde accipiatur duplum eius quod prouenit ex ductu .*a.* in .*b.*, quod erit etiam radix alterius quadrati; quod probatur per precedentem proximam demonstrationem. Sic ponam quod sit proportio .*g.* ad .*d.*, sicut .*a.* ad *b*; et sit .*g.* equalis .*a.*, et *d* equalis .*b.*; et erit id quod fit ex *a* in se equale ei quod fit ex .*a.* in .*g.*; et fuit id .*tk.*; et illud quod fit á .*b.* equale ei quod fit á .*b.* in .*d.*, scilicet .*kl.*: vnde si auferatur *tk* ex *kl.*, hoc est .*kp.*, remanebit .*pl.*, que est una ex radicibus.

fol. 24 *recto*.

Item duplum superficiei .*a.* in .*b.* equabitur eis qui fiunt ex .*a.* in .*d.* et ex .*g.* in .*b.*, scilicet numero .*mo*, qui est alia radix.

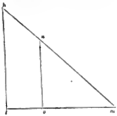
Invenire duos numeros, quorum quadrati insimul iuncti faciant numerum non quadratum factum ex compositione duorum quadratorum factorum ex numeris datis.

« Invenire .... recte *kl.* » (fol. 24 *recto* lin. 10—17; pag. 261, lin. 16—23).



Sint duo dati numeri .*gd.*, quorum quadrati simul coniuncti fiant numerum .*z.* non quadratum: uolo duos alios numeros inuenire, quorum quadrati insimul iuncti faciant numerum .*z.* Adiaceant duo numeri .*a.* et .*b.*, quorum quadrati coniuncti faciant numerum .*e.* quadratum, non sit sicut *g* ad .*d.*, ita .*a.* ad .*b.*; et multiplicetur *e.* per *z.*, egrediatur numerus .*i.*; et inueniantur duo numeri, quorum quadrati insimul coniuncti faciant numerum .*I.* Sintque .*p.q.*, in quorum mensura ponantur recte .*kl.* *lm.* facientes angulum rectum, ipsum scilicet qui sub *klm* copuletur .*k m.* Erit ergo *km.* radix numeri .*I.*; et accipiatur ex .*km* recta .*mn.* equalis radici numeri .*z.*; et protrahatur secundum rectum angulum linea .*no* et *om.*, sunt recte rationales facientes compositum ex quadratis ipsorum equalem numero .*z.* Quoniam quidem quadratus recte .*k.m.* est equalis numero .*I*; et numerus .*I.* est factus ex .*e.* in *z.*; ergo si multiplicauerimus radicem numeri .*e.* per radicem numeri .*g.*, habebitur radix numeri *I.*, hoc est .*m.k.* Et quia radix numeri .*e.* est rationalis, quotiens unitas est in ipsa radice, totiens radix numerj .*g.*, hoc est .*mn.*, est iu recta .*mk.* Sic ergo .*f.* radix numeri .*e.* Quare est sicut unitas ad numerum .*f.*, ita *m.n.* ad .*mk.*; et sicut .*mn.* est ad .*mk.*, ita .*n.o.* est ad .*kl.*, et *om* ad .*lm.*: per equale ergo ut unitas ad numerum .*f.*, ita .*no* ad .*kl.*, et *mo.* ad .*ml.* Quare si diuiserimus *kl.* per numerum .*f.*, egredietur numerus *n.o.* rationalis. Similiter si diuiserimus .*ml.* per .*f.*, ueniet .*om.* Inuencti sunt ergo duo numeri .*no.* et .*om.*, quorum quadrati coniuncti faciunt non quadratum numerum .*mn.*, hoc est numerum .*z.*; qui *z* est compositus ex quadratis numerorum .*g.d.*; quod oportebat ostendere.

« *km.* radix. .... ad .*mk.*; et » (fol. 24 *recto*, lin. 19—26; pag. 261, lin. 25—32).



Et ut hec in numeris demonstrentur, sit numerus .*g.* 4., et numerus .*d.* 5.; quare compositus ex quadratis | ipsorum, scilicet .*z.*, est .41; et ex adiacentibus numeris .*a.* sit .3., et .*b.* sit .4., quorum quadrati coniuncti faciant .25., scilicet numerum .*e.*: multiplicatio quidem ex .*e.* in .*z.*, scilicet de 25 in .41, surgit in 1025.; et est possibile inuenire duos alios numeros dupliciter, quorum quadrati coniuncti faciunt .1025., quorum unus est

fol. 24 *verso*.

.32., alter .1.; uel unus est 31, et alius .8.: sit ergo *.kl.* 32 aut 31, et *lm* sit .1. uel 8; et accipiatur radix de 25., scilicet numerus *.f.*, et diuidantur per ipsum numeri *.kl* et *lm.*, et habebimus *.no.* et *om.*; uidelicet si *kl* est 32, et *lm.* est .1., erit *no* $\frac{2}{5}$ 6, et *om.* erit tantum $\frac{1}{5}$ unius. Inuenti sunt ergo duo numeri, scilicet $\frac{2}{5}$ 6. et $\frac{1}{5}$, quorum quadrati equantur .41., scilicet numero *.z.*: et si *kl* fuerit .31., et *lm.* fuerit .8., erit *.no.* $\frac{1}{5}$ 6, et *om* erit $\frac{3}{5}$ 1; et sic inuenti sunt duo alij numerj, quorum quadrati insimul coniuncti faciant similiter 41.; quod oportebat facere.

Si Ab unitate numeri quot cumque continui, pares uidelicet et impares ordinate disponantur, numerus solidus, qui fit ab ultimo et á sequente et ab eorum aggregato, equatur sexcuplo summę collectionis omnium quadratorum, qui fiunt ab omnibus numeris, uidelicet qui fiunt ab unitate et á dispositis numeris: disponantur quidem ab unitate *.ab.* numeri continui pares et impares quotcumque ordinate *.bg. gd. de. ez.*; et sit *z.i.* numerus sequens numerum *.ez.* in ordine numerorum, hoc est quod sit uno plus eo, dico, numerum solidum qui fit á numeris *ez. .zi.* et *ei.*, hoc est id quod fit ex ductu *ez.* in *.zi.*, et productum in coniunctum ipsorum, scilicet *.ie*, equari sexcuplo omnium quadratorum, qui fiunt ab unitate *.ab.* et á numeris dispositis *.bg. gd. de. ez.* Accipiatur quidem ex numero *.zi.* numerus *.zt.* equalis numero *.e.z.*, remanebit *.ti.* unum. Item ex *zt.* auferatur *.kz.* equalis numero *.de.*, remanebit similiter *kt* unum, in quo superhabundat numerus *.ez.* numerum *.de.*; equalis enim *.zt.* numero *.ez.* Erit ergo numerus *ki* duplum unius, scilicet 2. Solidus ergo numerus, qui fit á numeris *.ez. zk.* et *ek.*, equatur solido qui fit a numeris *.ze. ed. dz.*: sed solidus qui fit á numeris *.ez. zk. ek.* cum solido qui fit á numeris *.ez. zk. ki.*, et cum solido qui fit á numeris *.ez. ki. ei.*, equatur solido qui fit á numeris *.ez. zi. ei.*: demonstrabimus quidem, solidos *.ez. zk. ki.* et *ez. ki. ei.* equales esse sexcuplo quadrati qui fit á numero *.ez.* Ponam itaque numerum *.ez.* radicem. Erit ergo *.zk.* radix, uno diminuto. Quare totus *.e.i.* duabus radicibus et unitati equatur: multiplicatio quidem *.ez.* in *zk.* facit quadratum, excepta radice. Multiplicatio quidem unius quadrati, excepta radice, in numerum *.kI.*, scilicet in duo, facit duos quadratos, duabus radicibus exceptis. Ergo solidus, qui fit á numeris *ez. zk. kI.*, equatur duobus quadratis qui fiunt á numero *.ez.*, duabus radicibus exceptis. Rursus ex *ez.* in *.ki.* due radices proueniunt; quibus multiplicatis in duas radices et in unum, scilicet in numerum *.ei.*, faciunt III.[or] quadratos et duas radices. Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. k.i. ei.*, equatur III[or] quadratis et duabus radicibus, quorum unusquisque quadratus fit á numero *.ez.*

Additis ergo supradictis duobus quadratis, duabus radicibus exceptis, cum III.[or] quadratis et duabus radicibus additis, faciunt sex quadratos, quorum unusquisque fit a numero *.ez.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido qui fit á numero *.ez. zk. ek.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero *.ez.*

Sed solido, quod fit á numeris *.ez. zk. ek.*, equatur solidum *.de. ez. dz.* Ergo solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido quod fit á numeris *.de. ez. dz*, et sexcuplo quadrati á numero *.ez.* Similiter ostenditur, Solidum, quod fit á numeris *de. ez. dz.*, equale esse solido qui fit a numeris *.gd. de. ge.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero *.de.* Ergo Solidum, quod fit á numeris *.ez. zi. ei.*, equatur solido quod

equatur ... Multiplicatio ... fol. 24 verso, lin. ultima, margine inferiore, e fol. 25 recto, lin. 1; pag. 262, lin. 26 e 27.

a b c d e z k t i g

fol. 25 recto.

fit á numeris .*gd. de. ge.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris .*de. ez.*: ostenditur, solidum rursus, quod fit á numeris .*gd. de. ge.*, equale esse solido quod fit á numeris .*bg. gd. bd.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero .*gd.* Ergo solidum, quod fit á numeris .*ez. zi. ei.*, equatur solido quod fit á numeris .*bg. gd. db.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris .*gd. de. ez.*

Similiter, supradictis dispositis, ostendetur, solidum quod fit á numeris .*bg. gd. bd.*, equale esse solido quod fit ab unitate .*ab.*, et á numeris .*bg. ag.*, et sexcuplo quadrati qui fit á numero .*bg.* Ergo solidum, quod fit á numeris .*ez. zi. ei.*, equatur solido quod fit ab unitate .*ab.*, et numeris .*bg. ag.*, et sexcuplo quadratorum qui fiunt á numeris .*bg.*"*gd. de. ef.* Sed solidum, quod fit ab unitate .*ab.* et á numeris *bg. ag.*, equatur sexcuplo quadrati qui fit ab unitate .*ab.* Est enim .*bg.* 2., et *ag.* 3. Ergo solidum, quod fit á numeris .*ez. zi. ei.*, equatur sexcuplo quadratorum qui fiunt ab unitate .*ab.* et á numeris .*bg. gd. de. ez.*; quod oportebat ostendere. Est enim alius modus, per quem possumus ad idem deuenire; qui in sequentibus ostendetur.

Si ab unitate numeri impares ordinate quotcumque disponantur, Solidum, quod fit á maximo eorum et á sequente impari et ab eorum composito, equatur duplo | sexcupli omnium quadratorum, qui fiunt ab unitate et á dispositis numeris. fol. 25 verso Sint quidem ab unitate *ab.* numeri quotcumque dispositi impares ordinate .*bg. gd. de.*, et sequens impar esto .*ez.*; dico quidem, solidum, quod fit á numeris .*de. ez* et ab eorum composito .*dz.*, equari duplo sexcuplj, hoc est duodecuplo summe quadratorum, qui fiunt ab unitate .*ab.* et á dispositis numeris .*bg. gd. de.* Summatur (*sic*) quidem ex numero .*ez.* numerus .*ei.* equalis numero .*de.*; erit ergo numerus .*iz.* duo. Ostendam prius, solidum quod fit á numeris .*gd. de.* et eorum composito .*ge.* cum duodecuplo quadrati qui fit á numero .*de.*, equale esse solido quod fit á numeris .*de. ez. dz.* Sit itaque numerus .*de.* radix; erit ergo numerus .*gd.* radix minus duobus; et totus cum *e.* erit due radices minus duobus. Quare ex ductu .*gd.* in .*de.* prouenit quadratus, duabus radicibus exceptis; quod totum, si ducatur in numerum .*ge.*, hoc est in duas radices, duabus unitatibus diminutis, prouenient duo cubi numeri et IIII.or radices minus sex quadratis; quibus si addatur duodecuplum quadrati, qui fit á radice .*de.*, erunt duo cubi et sex quadrati et IIII.or radices. Rursus quoniam .*de.* est radix, erit numerus .*ei.* similiter radix. Quare totus .*ez.* erit radix, et duabus unitatibus additis, que sunt .*i.z.*, et compositus ex eis .*dz.* erunt due radices et due unitates. Ex ductu quidem *de.* in .*ez.* prouenit quadratus et due radices. Ex ductu quidem horum in numerum .*dz.*, hoc est in duas radices et in duo, proueniunt similiter duo cubi et sex quadrati et IIII.or radices. Quare ostensum est, solidum quod fit á numeris *gd. de. ge.*, et duodecuplum quadrati, quod fit á numero .*de.*, equale esse solido quod fit á numeris .*de. ez. dz.* Eodemque modo ostendetur, solidum quod fit á numeris .*bg. gd. bd.* cum duodecuplo quadrati qui fit á numero .*gd.*, equari solido quod fit á numeris .*gd. de. ge.* Ergo solidum, quod fit á numeris .*de. ez. dz.*, equatur solido quod fit á numeris .*bg. gd. bd.*, et duodecuplo quadratorum qui fuerint á numeris .*gd. de.* Rursus etiam supradictis dispositis ostendetur, solidum, quod fit á numeris .*bg. gd. bd.*, equale esse solido quod fit ab unitate .*ab.*, et numeris *bg. ag.*, et duodecuplo quadrati qui fit á numero .*bg.* Sed solidum, quod fit ab unitate .*ab.*, et á

numeris *.bg* et *ag.*, est duodecuplum qnadrati qui fit ab unitate *.a.b.*; ternarius est numerus *.bg.*, quaternarius quoque numerus *.ag*. Ergo solidum, quod fit a numeris *.de. ez. dz.*, equatur duodecuplum omnium quadratorum, qui fiunt á subiacentibus, scilicet ab unitate *.ab.* et á numeris *.bg. gd. de.*; quod oportebat ostendere. |

« quod .... ostendere » fol. 25 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 264 lin.ª 4.

a b c d e i z

fol. 26 recto.

Simili quoque modo si à binario disponantur pares numeri quotcumque per ordinem, inuenietur, solidum, quod erit ab ultimo eorum et à sequente et ab eorum composito, equari duodecuplo omnium quadratorum, qui fiunt á dispositis paribus numeris.

Eademque uia et modo inuenietur rursus si á ternario dispositj fuerint numeri quotcumque ascendentes per ternarium ordinate; solidum, quod fit ab ultimo eorum et á sequente et á coniuncto, equari sexcupli triplo omnium quadratorum qui fiunt ab ipsis numeris ascendentibus per ternarium: et quando ascendent per binarium, ut fit in paribus, tunc ultimum solidum equatur duplo sexcupli omnium quadratorum adiacentium numerorum: et quando ascendunt per unitatem, ut fit in numeris continuis, tunc suprascriptum solidum equatur simplo sexcupli quadratorum adiacentium numerorum, ut in suprascriptis demonstrauimus; que intelligas in quadratis, qui fiunt á numeris qui ascendunt ordinate per quaternarium a iiii.or uel á V.que per quiuarium uel per ascensionem reliquorum numerorum.

Si duo numeri primi componantur ad se inuicem, feceritque compositus ex eis numerum parem; si solidus numerus, qui fit ab ipsis et ab eorum composito, multiplicetur per numerum, in quo maior numerus excedit minorem, egredietur numerus, cuius vigexima quarta pars erit integra. Sint duo numeri *.ab.* et *.bg.* primi ad se inuicem, facientes compositum ex eis *.a.g.* numerum parem, hoc est quod sint minimj in ipsa proportione quam habet numerus *.a.b.* ad numerum *.bg.*, et numerus *.bg.* maior; et summatur (*sic*) ex numero *.bg.* numerus *.bd.* equalis numero *.ab.* Erit ergo numerus *.dg.* id in quo numerus *.bg.* superhabundat numerum *.ab.* Dico quidem quod si numerus *.ab.* multiplicetur in numerum *.bg.*, et quod proueniet ducatur in *.ag.*, et hoc totum producatur in numerum *.dg.*, egredietur numerus, cuius uigexima quarta pars, hoc est tertia octaue uel quarta sexte partis erit integra. Numeri quidem *ab.* et *bg.* ambo impares sunt; quia si non essent impares, compositus ex eis non esset par, nec ambo sunt pares; qui si pares essent ambo, iam non essent primj ad se inuicem. Ergo impares sunt numeri *.ab* et *bg.* Et quoniam numerus *bd* equalis est numero *.ab.*; duplus est ergo numerus *.ad.* numero *.ab.* Ergo par est numerus *.ad.* Ergo reliquus *dg.* est par; quia si par numerus auferatur á parj, par remanet; et quia numerus *.dg.* est par, erit ergo medietas eius aut par aut impar. Esto prius impar; medietas quidem numeri *.ad.*, scilicet *.ab.*, est impar. Quare addita medietate numeri *ad.* cum medietate numeri *.dg.*, scilicet additis duobus imparibus parem facient numerum; ergo medietas numeri *.ag.* est par. Quare totus *.a.g.* est pariter par. Vnde quarta eius pars est integra. Quare ex ductu | *ag.* in *.gd.* surgit numerus, cuius octaua pars est integra. Sed si medietas numeri *.gd.* par, erit ergo quarta eius integra; quare ex ductu *.dg.* in *.ag.* ueniet numerus, cuius octaua pars est similiter integra. Quare si quod fit ex ductu *.ag.* ducatur in *.bg.*, et hoc totum producatur in *.ab.*, proueniet numerus, cuius octaua pars erit integra. Et quoniam numeri *.ab.* *b.g.* sunt impares, aut tertia pars unius est integra aut non. Esto prius integra.

« Quare totus .... ex ductu » (fol. 26 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 264, lin. 37 e 38).

a b d g

fol. 26 verso.

« in ductu. .... ductu *.dg.* » (fol. 26 verso, lin. 1 e 2; pag. 264, lin. 39 e 40).

a b d g

« ab., proueniet .... Et quoniam » (fol. 26 verso, lin. 5; pag. 264, lin. 42).

a

Quare ex ductu solidi, quod fit á numeris *.ab. bg. ag.*, in numerum *.dg.*, egrediatur numerus *.k.*, cuius tertia pars est integra, et cuius etiam octaua pars inuencta est integra. Ergo uigexima quarta pars eius erit integra, ut prediximus. Et si tertia pars numeri *ab* .uel *.bg.* non est integra, si unusquisque eorum diuidatur per .3., remanebit aut equaliter aut inequaliter : ex utroque remaneat primum equaliter; quare numerus *.gd.* diuiditur integraliter per .3. Quare ex ductu solidi supradicti in numerum *.dg.* egreditur numerus, cuius tertia pars est integra. Sed non remaneat equaliter ex numeris *.ab. bg.*, cum diuiduntur per .3., remanebit ex aliquo ipsorum .1., et ex alio .2. Quare ex coniunctione ipsorum, scilicet ex numero *.ag.*, tertia pars erit integra. Vnde solidi, qui fuit á numeris *.ab. bg. ag.*, tertia pars eius erit integra. Quare ex ductu ipsius solidi in numerum *.dg.* egreditur numerus, cuius tertia pars est integra: et quoniam eius octaua pars inueneta est similiter integra; erit ergo uigexima quarta pars eius integra, ut oportebat ostendere. Et hoc idem erit, si numeri *.ab.* et *.b g.* non fuerint primj ad se ad inuicem.

Et si unus ex numeris *.ab. bg.* fuerit par, coniunctus ex eis erit impar; tunc ostendetur similiter si solidum, quod fit á duplo unius cuiusque et ab eorum coniuncto *ag.*, ducatur in numerum *.dg.*, surgere in numerum, cuius etiam uigexima quarta pars erit integra, siue numeri sint primj inter se, siue non; et factus numerus, uidelicet cuius uigexima quarta pars est integra, congruum appellauj.

e superhabundet .... superhabundat a (fol. 26 *verso*, lin. 30 e 31 — 33 e margine inferiore; pag. 265 lin. 22-23).

Si circa aliquem numerum adiaceant numeri quotcumque minores et maiores eo, et sit multitudo minorum equalis multitudinj maiorum; et quot unusquisque ex maioribus superhabundat ipsum numerum, tot ipse numerus superhabundet minores, erit summa adiacentium ex ductu ipsius numeri in numerum multitudinis ipsorum. Circa numerum *.d.* adiaceant numeri *.a.b.g.e.z.I.*, et sit minor eorum numerus *.a.*, maximus numerus *.I.*; equot superhabundit (*sic*) | numerus *.I.* numerum *.d.*, tot superhabundat numerus *.d.* numerum *.a.* Similiter quot superhabundat numerus *.z.* numerum *.d.*, tot superhabundet numerus *.d.* numerum *.b.* Rursus quot superhabundat numerus *.e.* numerum *.d.*, tot superhabundet numerus *.d.* numerum *.g.* Dico, si ducatur *.d.* in numerum multitudinis numerorum *.a. b. g.e.z.i.*, proueniet summa ipsorum omnium numerorum; quod sic probatur : minuam quidem ex numero *.I.* superhabundantiam quam habet ad numerum *.d.*, addamque eam numero *.a.*, erit unusquisque numerorum *.a. I.* equalis numero *.d.*; quod etiam faciam ex numeris *.zb.* et *.e.g.*, et erit unusquisque eorum equalis numero *.d.* Quare quot sunt numeri *.a. b. g. e. z. i.*, tot numeri equales numero *.d.* sunt in summa coniunctionis numerorum *.a. b. g. e. z. i.*; quod oportebat ostendere.



fol. 27 *recto*.

Invenire numerum, quo addito super quadratum numerum, et diminuto ab ipso faciat semper quadratum numerum; et sic oportet, tres quadratos et unum numerum inuenire, quo numero addito super minorem quadratum facit quadratum secundum. Super quem si addatur idem numerus, facit quadratum tertium, hoc est maiorem. Et sic addito ipso numero super secundum quadratum, et diminuto ipso ab eodem, facit semper quadratum. Quoniam quadrati numeri omnes ordinate ascendunt per continuam ascensionem imparium numerorum, erit minor quadratus summa aliqua imparium numerorum ab unitate acceptorum; super quem quadratum proponitur addere

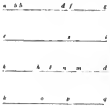
numerum, et fieri quadratum secundum; qui quadratus rursus constat et (*sic*) aliqua multitudine imparium ab unitate ordinate disposita; super quem etiam secundum quadratum, si addatur numerus idem qui uocetur congruum, quia congruit his, facit maiorem quadratum; qui etiam maior quadratus egreditur ex aliqua multitudine imparium, similiter ab unitate accepta, in qua multitudine tuta est multitudo imparium facientium primum quadratum: et alia multitudo facientium congruum idem: et alia multitudo facientium eundem congruum. Quare multitudo imparium facientium maiorem quadratum diuidenda est in tres partes predictas. Sed multitudo imparium facientium primum congruum est in aliqua proportione cum multitudine facientium secundum: plures enim numeri impares sunt in multitudines facientium primum congruum, quam multitudine facientium secundum, cum minores numeri sint in ipsa propter ordinem numerorum; quia in ipsa sunt antecedentes impares, et in alia sunt consequentes. Vnde qualiter congruum inueniatur in aliqua data proportione, in qua esse poterit, ostendere procurabimus. Adiaceant duo quilibet numeri *.ab. bg.*; compositus quidem ex ipsis est *.ag.*; et sit *.bg.* | maior quam *.ab.*, secundum quantitatem numeri *.dg.* Si numerus quidem *.bg.* ad numerum *ab.* minorem proportionem habuerit quam numerus *.ag.* ad numerum *.dg.*, tunc possibile erit inuenire congruum ex una multitudine imparium habente proportionem ad multitudinem sequentium imparium, eam videlicet quam habet numerus *.gb.* ad numerum *.ab.*: et si maior fuerit proportio numeri *bg.* ad numerum *.ba.* quam numeri *.ag.* ad numerum *.dg.*, tunc impossibile erit inuenire duas multitudines imparium numerorum continuas in proportione quam habet numerus *.ag.* ad numerum *.dg.*; tunc possibile erunt (*sic*) inuenire duas multitudines imparium numerorum continuas in proportione quam habet numerus *.ag.* ad numerum *.dg.*; et est (*sic*) summa uniuscuiusque multitudinis egredietur congruum.

Congruus

fol. 27 verso.

Esto prius proportio, quam habet numerus *.bg.* ad numerum *.ab.*, minor ea quam habet numerus *.ag.* ad numerum *.dg.*; oportet ergo inuenire duas multitudines imparium immediate in proportione quam habet numerus *bg.* ad numerum *.ab.*; et summa unitatum utriusque multitudinis sit eadem: coniunctio quidem ex numeris *.ab.* et *bg.*, scilicet *.ag*, aut est par, aut impar. Esto prius par. Quare numerus *.ad.*, scilicet duplus ad *.ab.*, par est. Vnde residuum *.dg.* parem esse necesse est. Ex ductu quidem *.dg.* in *bg* proueniat numerus *.e.z.*, et ex ductu *.dg.* in *.ab* proueniat *z.i.* Est ergo sicut *gb.* ad *.ba.*, ita numerus *.ez.* ad numerum *.zi.*; et sunt numeri *ez.* *.zi.* pares.

« sicut .gb. .... impares existentes » (fol. 27 verso, lin. 22—29 e 30; pag. 266 – lin. 35—42).



Rursus ex ductu *ag.* in numeris *.gb.* et *.ba.* proueniant pares numeri *.km. kl.* Est ergo sicut *gb.* ad *.ba.*, ita *.km.* ad *.kl.* Sed sicut *.gb.* ad *.ba.*, ita *ez.* ad *.zi*; ergo sicut *.ez.* ad *.zi*, ita *km.* ad *kl.*: denique ducatur *.ez.* in *kl.*, proueniat *.op.*; et ex ductu *.zi.* in *.km.* proueniat *.pq.* Et quoniam est sicut *.ez.* ad *.zi*, ita *km* ad *.kl.* Ergo id quod fit ex ductu *.ez.* in *kl.* equale est ei quod fit ex ductu *zi* in *km.*; quare equalis est numerus *.op.* numero *.pq.*: ostendam, utrumque ipsorum esse congruum. Quoniam ex ductu *.ez.* in *.kl.* prouenit *.op*, quot unitates sunt in numero *.ez.*, tot numeri equales numero *.kl* sunt in numero *.op.* Sed quot numeri equales numero *.k.l.* sunt in numero *.op.*, tot continui numeri impares existentes circa numerum *.kl.* sunt in eodem *.op.* Ergo quot unitates sunt in numero *ez.*, et tot

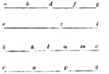
numeri impares continui existunt circa uumerum .*kl*.; ita quod medietas eorum sint minores numero .*kl*., et alia medietas sint maiores; qui omnes faciunt numerum equalem .*op*. Similiter ostendetur quod quot | unitates sunt in nnmero .*zi*., tot numeri impares existentes circa numerum .*km*. sunt in numero .*pq*. Ergo sicut numerus .*ez*. est ad .*zi*., ita multitudo imparium facientium numerum .*op*. est ad multitndinem imparium facientium numerum .*pq*., qui ostensus est eqnalis numero .*op*.: dico etiam continuam esse ntramque multitudinem. Quia ex ductu *ag*. in .*bg*. prouenit .*km*, et est .*bg*. equalis numeris .*gd* et *db*.; ergo ex ductu .*ag*. in numeris .*dg*. et *db*. prouenit .*km*. Sed ex ductu .*ag*. in .*bd*., hoc in .*ab*, prouenit .*kl*.; reliquus ergo .*lm* prouenit ex .*ag*. in .*dg*.: sed ei numero, qui prouenit ex *ag*. in .*dg*., equales sunt numeri qui proueniunt ex *gd*. in *gb*. et in .*ba*., hoc est numeri .*ez*. *zi*. Quare equalis est numerus .*lm*. numero .*ei*. Accipiatur itaque ex numero .*lm*. nnmerus .*ln*. equalis numero .*ez*. Reliquns ergo .*nm*. reliquo *zi*. est equalis. Item ostendendum est, nnmerum .*kl*. maiorem esse numero .*ez*., quoniam proportio .*gb*. ad .*ba*. est minor proportione numeri .*ag*. ad .*gd*. Ergo aliquis numerus minor numero .*ag*. ad numerum .*gd*. habet eandem proportionem quam numerus .*gb*. ad .*ba*.: sitque numerus .*af*.; et quoniam est ut *gb*. ad .*ba*., ita .*af*. ad .*dg*.; multiplicatio ergo .*af*. in .*ba*. eqnatur multiplicationi *bg*. in .*dg*., hoc est numero .*ez*. Sed multiplicatio .*ag*. in .*ab*., hoc est numerus .*kl*., maior est multiplicatione .*af*. in .*ab*., hoc est numero .*ez*. Accipiatur quidem ex numero .*kl*. numerus .*lh*. equalis numero .*ln*., hoc est .*ez*., erit totus .*h.n*. duplus numero .*ez*. Rursus super numerum .*km*. addatur numerus .*mc*. equalis numero *mn*., hoc est .*zi*.; duplus ergo est .*nc*. nnmero .*zi*. Et quoniam par est numerus .*kl*., si auferatur ab eo nnmerus .*lh*., hoc est .*ez*., qui est par, remanebit numerus *kh*. par. Similiter si super .*kl*. addatur .*ln*, erit totus .*kn*. par. Verum et numerus .*nc*. est par; quare totus .*kc*. est par. Et quoniam *kh*. est par, quot unitates sunt in medietate eius, tot impare (*sic*) numeri intercidunt ab unitate usque ad numerum .*kh*., quorum imparium suma (*sic*) facit quadratum numerum, qui prouenit ex multiplicatione medietatis numeri .*kh*. in se: sit ille quadratus numerus .*ro*. Item quot unitates sunt in numero .*hn*., tot numeri numerantur ordinate inter numerum *kh*. et numerum .*kn*., quorum multitudo est par, cum numerus .*hn*. sit par. Sed dimidium numeri .*hn*. est .*ez*. Ergo quot vnitates sunt in numero .*ez*., tot impares numeri intercidunt inter numeros .*kh* et .*kl*.; ex qnorum multitudine ostensum est prouenire numerum .*op*., cum sint circa numerum .*kl*., medietas quorum intercidunt inter numeros .*kh* et *kl*., et alia medietas | inter *kl* et *kn*.; ergo ex omnibus imparibus, qui snnt ab unitate usque in numerum *kn*., prouenit .*rp*., et est quadratus, cuius radix est medietas numeri .*kn*. Rursus quot unitates sunt in numero .*no*., tot numeri intercidunt inter numeros .*kn* et *kc*., quorum medietas est ex imparibus numeris; ergo quot unitates sunt in numero .*m.n*., hoc est in .*zi*., tot numeri impares intercidunt inter numeros. *kn* et *kc*.; et sunt continui cum imparibus qui sunt inter .*kh*. et .*kn*., ut prediximus. Sed ex numeris imparibus, qui sunt inter .*kn* et *kc*., colligitur numerus .*pq*., cum sit circa numerum .*km*. Ergo ex omnibus imparibus, qui sunt ab unitate usque in numerum .*kc*., prouenit numerus .*rq*.; ergo quadratus est uumerus .*rq*., et est eius radix medietas

fol. 28 recto.

fol. 28 verso.

numeri *.kc.* Ergo congruum est unusquisque numerorum *op.* et *pq.*, ut prediximus. Inuentus quidem numerus est, scilicet *.pq.*, quo addito super quadratum, scilicet super *.rp.*, facit quadratum numerum, qui est *.rq.*; et diminuto ipso, scilicet *.pq.*, hoc est *.op.*, ex eodem quadrato, scilicet ex *rp*, remanet quadratus, scilicet *.ro.*; quod oportebat facere. Que etiam ut clarius uideantur, ponam numerum *.ab.* 3., numerum quoque *.bg.* 5.; quare totus *.ag.* erit .8.; residuum quoque *dg.* est .2.: pares enim sunt numeri *.ag.* et *dg.*: ex ductu quidem *dg.* in *bg.* prouenit .10.; et ex ductu *.dg.* in *.ab.* prouenit .6.; ergo *.ez.* est .10. et *zi.* est .6. Est ergo sicut *.bg.* ad *.ga*, ita *.ez.* ad *.zi.*, hoc est sicut .5. ad .3., ita .10 ad .6.; et 10 est numerus prime multitudinis imparium facientium congruum, et .6. est numerus secundę multitudinis facientium idem. Item ex ductu *.ag.* in *.gb.* et in *.ba.*, hoc est ex .8. in .5. et in .3 proueniunt *.km.* 40. et *kl* 24.; residuum *.lm.* est .16., que equatur numeris *.ez.* *.zi.* Addantur quidem super *.kl.* numerus *.ln.* equalis numero *.ez.*, scilicet .10., erit *.kn.* 34.; et super *km.* addatur *.nm.*, scilicet *.zi.*, qui est .6. exit (*sic*) *.kc.* 46.; et auferatur ex *kl* numerus *.kl* equalis *.ln.*, scilicet .10, remanebit *kh.* 14; et ducatur *.ez.*, hoc est *.ln.* in *.kl.*, scilicet .10 in .24., prouenit *po.* 240., qui est congruum; et summa decem numerorum imparium existentium circa .24., qui sunt inter numeros *.kh* et *kn.*, hoc est inter .14. et 34.

in 14. ...., ex ductu 7 (fol. 28 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 268, lin. 22 e 23).



Item ex ductu *zi.* in *.km.*, hoc est de .6. in .40., prouenit .240., hoc est *.pq.* est summa sex imparium existentium circa .40., qui sunt inter *.kn.* et *.kc.*, hoc est inter .34. et .46. Ex numeris quidem imparibus, qui sunt ab uno usque in numerum *.kh.*, scilicet in .14, prouenit *.ro.*; et est .49., quia ab uno usque in 14. sunt septem numeri impares, et sunt circa septenarium; quare ex ductu | 7. in .7. prouenit summa imparium, qui sunt ab uno usque in .14. Ergo *.ro.* est quadratus. Ex multitudine quidem imparium, qui sunt inter *.kh.* et *hn.*, prouenit *op.* Ergo ex multitudine imparium, qui sunt ab uno usque in *.kn.*, scilicet in .34., prouenit numerus *.rp.*; et sunt illj numeri impares .17., quorum summa surgit ex ductu .17. in se; ergo *.rp.* est quadratus, et est 289. Nam addito *.ro* cum *.op.*, scilicet .49. cum .240., faciunt .289., quorum radix est .17., scilicet dimidium *.kn.* Item ex multitudine numerorum, qui sunt inter *.kn* et *kc.*, prouenit numerus *.pq.*, qui est equalis numero *.op.* Est enim .240. Ergo ex multitudine imparium, qui sunt ab uno usque in .46., prouenit numerus *rq.*, et est quadratus, cuius radix est dimidium numeri *.kc.*, scilicet .23. Nam addito *.pq.* super *.rp.*, scilicet 240. cum 289, faciunt .529., quorum radix est .23.

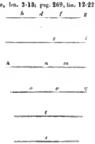
fol. 29 recto.

Sed si proportio *.gb.* ad *.ba.* maior proportione *.ag.* ad *.gd.*; et sit iterum numerus *.ag.* par, dico possibile esse inuenire duas multitudines imparium continuas facientes congruum in proportione quam habet numerus *.ag.* ad numerum *.gd.*: et ut liquidius appareat, sit *.ab.* 1., et *bg.* 3; quare *.ag.* est .4., et *.dg.* est .2.; et multiplicetur *.ag.* in *.ab.*, proueniat *.ez.*; et ex *.ab.* in *.dg.* proueniat *.zi.*; est ergo ut *.ag.* ad *.dg.*, ita *ez.* ad *.zi.*: et quia *ab* est .1., numeri *.ez.* *zi* sunt equales numeris *.ag.* *dg.*; ergo *.ez.* est .4., et *.zi.* est .2. Item ex ductu *.bg.* in *.ag.* proueniat *km.*, et ex ductu *.bg.* in *.gd* proueniat *.kl.*; est ergo *.km.* 12., et *kl.* est .6.: est ergo sicut *.ez.* ad *.zi.*, hoc est sicut *.ag.* ad *.dg.*, ita *km* ad *.kl.*; et ex ductu *ez.* in *.kl.* proueniat *.op.*; et ex ductu *.zi.* in *.km* proueniat *.pq.* Equales etenim

sunt *.op.* et *.pq.* Vnusquisque eorum est .24. Nam *.op.* constat ex nu.^er imparibus, qui sunt circa *.kl.* 6, hoc circa *.kl.* propter *ez* qui est .4.; quibus .4. additis super *.kl.* faciat *.kn.*; ergo *.kn.* est .10.: similiter extractis .4. ex *kl.* remaneat *.kh.*; ergo *.kh.* est .2. Rursus addito numero *.zi.*, scilicet .2. super *.km*, faciat *.kc.*; ergo *.kc.* est .14., et *.nc.* est .4., in quibus sunt duo impares, scilicet .11. et .13.; et sunt circa numerum *.km.*, scilicet circa .12., qui faciunt numerum *.pq.* Ergo primus quadratus, scilicet *.r.o.*, est .1., cuius radix est dimidium numeri *.kh.*, scilicet .1. Secundus uero quadratus, scilicet *.rp.*, est .25., cuius radix est dimidium numeri *.kn.*, quod est .4. Tertius quidem quadratus, scilicet *.rq.*, est 49., cuius radix est dimidium numeri *.kc.*, quod est .7. Et notum quia .24. est primum | congruum, cum sit minor numerus, cuius 20.ma .4.ta pars sit integra; et oriatur ex duobus minoribus numeris parem numerum facientibus, scilicet ex uno et 3. Rursus ex numeris *ab* et *bg* coniunctus fit impar, et aufferatur *.ab.* ex *bg.*, et sit residuum eorum numerus *gd.* Et sit proportio numeri *gb.* ad *ba.* minor proportione *.ag.* ad *.gd.* Inueniam rursus duas multitudines continuas imparium in proportione quam habet *gb.* ad *.ba.*, ex una quoque multitudine procreabitur congruum unitatum idem: adiaceat itaque numerus *t.* duplus numeri *.bg.*, et numerus *.s.* duplus numeri *.ba.*; coniunctus quidem ex numeris *.ts.* par est; et est *.t.* ad *.s.*, sicut *bg.* ad *.ba.*: et ducatur *.gd.* in numeris *.ts.*, et proueniant numeri *.ez.* et *zi.* Est ergo sicut *t.* ad *.s.*, hoc est sicut *.gb.* ad *.ba.*, ita *ez.* ad *.zi.*: et ducatur iterum numerus *ag.* in numeris *.t.s.*, et proueniant *.km.* et *kl.* Est ergo ut *.t.* ad *.s.*, hoc est ut *ez.* ad *zi.*, ita *km.* ad *kl*: et quoniam pares sunt numeri *.t.s.*, pares sunt numeri *.km* et *kl.*: et ostendetur per premissam ea que dicta sunt in numeris *.kh. hl. ln. nm.* et *mc.*, et in reliquis etiam *.ro. op. pq.* : est ergo congruum *.op.* uel *pq.* etc. Que etiam ostendemus cum numeris. Sit ita ut *bg.* 2., et *ba.* sit .1., erit *ag.* 3. et *gd.* 1. et *t.* 4. et *.s.* 2 et *ez.* 4. et *zi.* 2. et *.km.* 12. et *.kl.* 6. et *.hn.* 8. et *nc.* 4. et *k.h* 2, et quadratus *.ro.* unum congruum *.op.*, uel *.pq.* 24. Quare quadratus *.rp.* est 25., et quadratus *.rq.* .49.; que opertebant (*sic*) ostendere.

fol. 29 verso.

uno et 3 ..... .t.s., pares (fol. 29 verso, lin. 3-18; pag. 269, lin. 12-22).



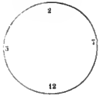
Et quoniam numeri *bg* et *ba.*, scilicet unum et due sunt minores qui sint in numeris; et ex coniunctione eorum prouenit impar numerus; et cum ipsis habuimus 24. per congruum, sicuti habuimus superius ex positione ternarij et unitatis, qui sunt minores numeri qui esse possint facientium parem numerum. Ideo manifestum est, 24. esse minus, et primum congruum quod cadat in tribus quadratis, qui sint ex integris numeris; sed cum fractionibus possunt inuenirj minores eo, ut insequentibus demonstrabimus.

Sed sit proportio *gb.* ad *ba.* maior proportione *.ag.* ad *gd.*, tuuc erunt multitudo imparium primj congrui ad multitudinem secundi, sicut *.ag.* ad *gd.*; et sit iterum *ag.* impar: que ut liquidius demonstrentur, sit *g.b.* 5., et *.ba* 2; erunt ergo *.ag.* 7. et *dg.* 3.: duplum quidem ex *.gb.* est .10, et ex *ba.* est 4.; et ducatur .4. in numeris *.ag.* et *gd.*, et ueniet pro multitudine imparium primi congrui .28., et pro multitudine secundi .12.: et multiplica unumquemque numerorum | *ag* et *dg* per duplum *bg.*, et habebis .70 pro numero, circa quem sunt 12 impares numeri facientes secundum congruum, et 30., circa quem erunt 28 impares facientes primum. Quare extractis 28. de 30. remanent .2., quorum medietas, scilicet unum, est radix primi quadrati; et adde

fol. 30 recto.

28 cum .30., erunt .58., cuius medietas, scilicet 29, est radix secundi quadrati. Item adde .12. cum .70. faciunt 82, quorum medietas, scilicet .41., est radix tertij quadrati; et ex ductu .28. in .30., uel 12 in .70., habentur 840 pro congruo. Egreditur autem idem .840. ex alijs duobus adiacentibus numeris, scilicet ex septenario et quinario; quia si solidum, quod fit ab eis et ab eorum coniuncto, ducatur in binarium, scilicet id in quo .7. excedit .5., proueniet .840. Egreditur enim multitudo prima imparium facientium ipsum ex ducto binario in septenarium. Quare ipsi impares numeri sunt 14., et sunt circa 60, qui egreditur ex quinario ducto in 12.: multitudo quidem secunda prouenit ex binario ducto in quinarium; et est illa multitudo circa .84., qui prouenit ex septenario ducto in .12. Nam decies 84., uel sexagesies .14. equantur solido, qui fit a 5 et 7 et 12. ducto in binarium. Vnde cuiuslibet congrui vigesima quarta pars est integra, ut superius ostensum est: et est .24 primus congruum, quod inuenirj potest cum integris quadratis numeris; et ab ipso 24 generantur omnia congrua. Quotiens enim .24. multiplicabitur per quadratum numerum, totiens congruum procreabitur, et erunt minor quadratus ex tribus quadratis, quibus congruit ipse ille, per quem multiplicabitur .24. Medius autem quadratus erit numerus, qui procreabitur ex ipso quadrato ducto in .25. Tertius quidem quadratus erit numerus, qui prouenict ex eodem primo quadrato ducto in .49., cuius numeri radix erit numerus factus ex multiplicatione radicis primj quadrati in .7., qui est radix de .49.; et erunt multitudo prima imparium facientium congruum dupla multitudinis facientium idem. Similiter egredietur congruum si multiplicabitur 24 per aliquam summam quadratorum, qui fiunt ab ordinatis numeris ab unitate ascendentibus per impares et pares, uel per impares tantum, uel ipsa res tantum, aut per eos qui ascendunt per ternarium, seu per quaternarium, uel per reliquos numeros, quorum quadratorum summas superius inuenire docuimus; et erunt proportio imparium facientium secundum congruum ad impares facientium primum, sicut radix ultimi quadrati est ad radicem sequentis quadrati in ordine assumpte collectionis. Verbi gratia: summa quadratorum trium imparium numerorum, scilicet unius et nouem et xxv., est 35.; quibus ductis per 24 faciunt 840., |qui est congruum; prouenit etiam ex quinario et septenario adiacentibus: quare proportio prime multitudinis imparium ad multitudinem secundam est sicut .7. ad .5., ut superius ostensum est.

e in .70. ...14. equantur e (fol. 30 recto, lin. 7—14; pag. 270, lin. 3—10).



.[* uel ex multitudine

fol. 30 verso.

Si congruum aliquod cum suis quadratis multiplicetur per aliquem quadratum, numerus factus ex multiplicatione congrui in quadratum congruum erit; reliqui quadrati erunt congruentes, facto congruo. Sit .ab. quadratus, et bg. sit congruum, et .gd. sit equalis numero .bg.; quadrati ergo erunt numeri .ag. et .ad.: et adiaceat quidam quadratus numerus .e. Dico quod id, quod fit ex .e. in congruo .bg, congruum erit; et numeri, qui fient ex .e. in quadratis .ab. ag. ad., quadrati erunt congruentes, congruo facto ex .e. in .bg. Ex ductu quidem ex .e. in .ab. proueniat .zi.; et ex ductu .e. in .ag proueniat .zt., et ex .e. in .a.d. proueniat zk. Et quoniam ex .e. quadrato in .ag. quadratum prouenit .zt. quadratus. Est ergo etiam zt, et est .zi equalis duobus numeris, qui fiunt ex quadrato .e. in quadratum ab., et congruum .bg. Sed id quod fit ex quadrato .e. in quadratum .ab. est numerus zi. Reliquus ergo .it. procreatur ex .e. in congruum .bg. Et quoniam quadrati sunt numeri .e. et .ab., factus ex eis quadratus est; quadratus est ergo numerus .zi. Rursus quoniam ex quadrato .e.

quidam quadratus .... est numerus (fol. 30 verso, lin. 7—13; pag. 270 lin. 35-41)



in quadratum *.ad.* factus est numerus *.zk.*; quadratus ergo est *.zk.*, et est equalis duobus numeris, qui fiunt ex ductu *.e.* in numeris *.ag.* et *gd.* Sed ex *.e.* in *.ag.* factus est quadratus *.zt.* Reliquus ergo *zk.* fit ex *e.* in *.gd.* Et quoniam equalis est numerus *.bg.* numero *.gd.*, equalis erunt factus ex *.e.* in *.bg.* facto ex *.e.* in *.gd.*: factus autem ex *.e.* in *.bg.* est *.it.* Ergo *.it.* equalis est numero *.tk.*: si super quadratum autem *.zt.* addatur numerus *.tk.*, faciet quadratum *.zk.*; et si á *.zt.* quadrato auferatur *.tk.*, hoc est *.ti.*, remanebit *.zi.* quadratus; ergo congruum est *.it.*, et congruunt ei tres quadrati, qui sunt *.zi.* et *.zt.* et *.zk.*; que oportebat ostendere. Similiter ostendetur pronenire idem, si aliquod congruum cum suis quadratis diuidatur per aliquem quadratum numerum.

Volo inuenire congruum, cuius quinta pars sit integra: sit unus ex adiacentibus numeris .5., alter sit numerus quadratus facientes coniunctum ex eis numerum quadratum; et extracto minore ex maiore remaneat quadratus numerus. Erit itaque ille quadratus .4.; quo addito cum quinario facit .9., qui est quadratus; et extracto .4. de .5. remanet .1., qui est etiam quadratus; dico ex his numeris adiacentibus egredi congruum, cuius quinta pars erit quadrata: prouenit enim congruum ex his numeris ex ducta .1. in duplo quinarij; quod totum multiplicatur per duplum quaternarij; et illud quod egreditur ducitur per nouenarium, | hoc est multiplicare superficiem, que fit ab uno in duplo quinarij, in superficiem que fit á duplo quaternarij, in .9., hoc est .10. in .72; sed ex ductu quaternarij in nouenarium prouenit quadratus numerus, cum ambo sint quadrati. Ergo ex ducto duplo quaternarij in .9. facit duplum quadrati; et ex ductu dupli quadrati in duplo quinarij prouenit quadruplum quadrati ductum in quinarium. Sed quadruplum quadrati facit quadratum numerum; ergo quadruplum quadrati ductum in .5. facit quincuplum quadrati, et ductu quincuplo dicti quadrati ducto in .1. qui est quadratus, facit iterum quincuplum quadrati. Ergo congruum, quod fit ab his, quinta pars erit quadrata.

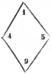
fol. 31 recto.

d. uel ductum

Hec questio predicta in prologo libri huius.

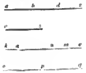
Volo inuenire quadratum, cui addito .5. uel diminuto faciat quadratum numerum. Adiaceat congruum, cui quinta pars sit quadrata, eritque 720., cuius quinta pars est .144.; in quo diuide quadratos congruentes eidem .720., quorum primus est .961., secundus est .1681., tertius autem est .2401.; et est radix primi quadrati .31. Secundi .41., tertij .49., exibit pro primo quadrato $\frac{97}{144}$ 6, cuius radix est $\frac{7}{12}$ .2., que prouenit ex diuisione .31. in radicem de .144., hoc est in .12.; et pro secundo, hoc est pro quesito quadrato, ueniet $\frac{97}{144}$ 11, cuius radix est $\frac{5}{12}$ 3, que prouenit ex diuisione .41. in .12.; et pro ultimo quadrato ueniet $\frac{97}{144}$ 16, cuius radix est $\frac{1}{12}$ 4.

a quadratum .... in .12. et a (fol. 31 recto, lin. 10, 11-17; pag. 271, lin. 23-34).



Si duo quilibet numeri componantur facientes compositum ex his parem numerum, proportio compositi ad residuum, in quo maior excedit minorem, non erunt eadem quam habet maior numerus ad minorem. Adiaceant duo numeri *.ab.* et *bg.*; et sit *.gd.* id in quo maior *.gb.* excedit minurem *.ba.*; et sit par numerus *.ag.*; dico non esse ut *.gb.* ad *.ba.*, ita *.ag.* ad *.gd.* Sed si possibile est, esto *.ag.* ad *.gd.*, sicut *.gb.* ad *.ba.*; erit ergo *.d.* superficies, que fit ex *bg.* in *.gd.*, equalis superficiei que fit ex *.ag.* in *.ba.* Sit ergo *.ze.* numerus superficialis qui fit ex *.bg.* in *.gd.*; et numerus *.kl.* proueniat ex *ag.* in *.ba.*; equalis est ergo numerus *.ze.* numero *.kl.*: ex ductu autem

a bg.; et sit .... gd. numerus; a (fol. 31 recto, lin. 22-29; pag. 271, lin. 34 — pag. 272, lin. 2).



.*ze*. in .*kl*. proueniat .*op*.; numerus ergo .*op*. equalis est numero qui fit ex ductu .*ba*. in .*gd*. in ductum ex *ag*. in .*bg*. Sit ergo ductus .*ab*. in *gd*. numerus .*zi*.; et ductus *ag*. in .*bg* esto .*km*.; maior est enim .*km*. quam .*kl*., cum maior sit numerus .*gb*. quam .*ba*.; ergo .*op*. equalis est numero qui fit ex .*zi*. in .*km*. Esto itaque numerus .*pq*. factus ex .*zi*. in .*km*.; ergo numerus .*op*. equalis est numero .*pq*. Sed *op*. quadratus est, cum sit factus á duobus equalibus numeris, qui sunt .*ez*. *kl*. | Ergo et *pq*. quadratus est. Ostensum est superius in primo congruo inueniendo, numerum .*lm*. equalem esse numero .*ei*; maior est enim .*ei* quam .*ez*.; ergo maior est *lm*. quam *ez*. : accipiatur ergo ex numero .*lm*. numerus .*ln* equalis numero .*ez*., hoc est numero .*kl*. Reliquus .*nm* equalis est numero .*zi*. : addatur itaque super *km*. numerus *mc*. equalis numero .*m*.*n*.; et quoniam .*kn*. duplus est numero .*kl*., par erit *kn*. Ex multitudine quidem imparium, qui sunt ab uno usque in .*kn*., prouenit quadratus .*op*.; sunt enim circa numerum .*kl*.: quare *kl*. est radix numeri *op*. Rursus quoniam ex *zi*. in *km*. prouenit quadratus .*pq*. Sed quot unitates sunt in numero .*zi*., tot impares numeri sunt inter numerum *kn*. et numerum .*kc*.; duplus est enim .*nc*. numeri .*zi*.; ergo quadratus .*pq*. constat ex imparibus, qui sunt inter .*kn*. et .*km*. Ergo duo quadrati .*op*. et .*pq*. constant ex omnibus imparibus, qui sunt ab unitate usque in numerum .*kc*.; ergo numerus .*oq*. quadratus est, et est duplus quadrati .*op*.: proportio ergo quadrati *oq*. ad quadratum *op*. est sicut .2. ad .1., hoc est sicut numeri non quadrati ad numerum quadratum; quod est inconueniens. Non ergo proportio coniuncti .*a*.*g*. ad residuum *dg*. est sicut .*gb*. ad .*ba*.; quod oportebat ostendere.

Hoc idem demonstraretur, si numerus .*ag* esset impar; quia que proportio est numeri *bg*. ad .*ba*., eadem dupli *gb*. ad duplum .*ba*. Vnde numerus .*ez*. ostenderetur equalis numero .*kl*. etc. Ex hoc enim ostendetur quod nullus quadratus numerus potest esse congruum; quia si possibile esset, etiam esset proportio coniuncti duorum adiacentium numerorum ad residuum, sicut maior eorum ad minorem.

Quare subintelligitur, multos numeros esse qui congruum esse non possunt; sed omnis numerus potest esse congruum, si ex diuisione alicuius congrui per ipsum proueniat numerus quadratus; uel si ipse fuerit unus ex nu.^or^ adiacentibus, et reliqui tres fiant quadrati: ut si ponamus .9. et .16. qui sunt quadrati; et coniunctus ex eis, scilicet .25., est quadratus; et aufferatur 9 de 16, remanent .7.; qui .7. potest esse congruum: multiplicatio quidem dupli de .9. in duplum de .16. facit quadratum numerum, scilicet .576.; qui si multiplicetur per 25., facict iterum quadratum numerum; qui si ducatur per .7., facict congruum; ergo .7.ma eius pars erit quadrata.

Volo inuenire numerum quadratum, cui addita radice ipsius faciat quadratum numerum; et si ipsa radix aufferatur ab eo, remaneat similiter numerus quadratus.

Adiaceat congruum similiter cum suis tribus quadratis, qui sunt numeri *ab*. *ag*. *ad*. Quare congruum erit numerus *bg*. et *gd*.; et diuidatur unusquisque quadratorum | *ab*. *ag*. *ad*. per congruum .*bg*., et proueniant numeri .*ez*. *ei*. *eh*.; et constituatur super .*ei*. tetragonum .*ek*., et compleatur superficies .*lh*.; et à puncto .*z*. equidistans rectis *ik* et .*el*. protrahatur recta .*zt*.; et quoniam numerus .*ez*. prouenit ex diuisione numeri .*ab*. per *bg*.; et numerus .*e*.*i*. prouenit ex diuisione numeri .*ag*. in congruum .*bg*.; numerus quidem *zi*. prouenit ex diuisione .*bg*. in se. Ergo .*zi*. est 1: similiter

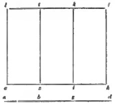
fol. 31 verso

fol. 32 recto.

quia diuiso *.ad.* per congruum *.gd.*, hoc est per *.bg*, prouenit numerus *.eh.*, et ex diuisione *a g.* in *.gd.* prouenit *.ei.* Ergo *.ih.* proueniet ex diuisione *.gd.* in se. Quare *.ih.* est similiter .1.; equalis est ergo *.hi.* recte *.iz.*: et quoniam super rectam *.ei.* constitutum est tetragonum *.ek.*, et *.hi.* est .1.; superficies itaque *.kh.*, uel *k z.* est radix tetragonj *.ek.* Ergo super tetragonum *.ek.* addatur eius radix, scilicet superficies *.kh.*, proueniet superficies *.lh.*; et si ex quadrato *.ek* aufferatur eius radix, que est *.kz.*, remanebit superficies *.zl.*: et quoniam ex diuisione numerorum *.ab.* et *.ag.* et *.ad.* in aliquem numerum, scilicet in *.bg.*, prouenerunt numeri *.ez. ei. eh.* Est ergo sicut *.ab.* ad *.ag.*, ita *.ez.* ad *ei.*; sunt enim quadrati numeri *ab.* et *a g.* : ergo proportio numeri *.ez.* ad *ei* est sicut proportio quadrati numeri ad quadratum numerum. Quare ex ductu *.ez.* in. *ei.* proueniet quadratus numerus. Sed *ei.* recte equalis est recta *.zt.*, cum sit equalis recte *.ik.*; tetragonum enim est superficies *.ek.*; ergo superficies *.et.* est quadratus numerus.

Similiter quoniam proportio *e i* ad *eh.*, hoc est *le* ad *eh.*, est sicut quadrati numeri ad quadratum numerum, factus quidem ex numeris *.eh. le.* quadratus erit, hoc est superficies *lh.* Inuenctus est enim quadratus numerus *.ek.* , cui addita radice , que est *kh*, prouenit quadratus numerus *.lh.*; et si ex quadrato *.e.k.* auferatur eius radix, remanebit quadratus numerus *.et.*; quod oportebat facere.

« duabus radicibus, ... idem intelligas » (fol. 32 *recto*, lin. ultima a margine inferiore; pag. 273, lin. 27 e 28).



fol. 32 *verso*.

Similiter si oportuerit inuenire quadratum numerum, cui additis duabus radicibus, uel diminutis ab eo, fiat semper quadratus numerus: diuidantur tunc adiacentes quadrati *.ab. ag. ad.* per dimidium congrui *.bg.*, et proueniant numeri *.e.z. ei. eh.*, et erit numerus *.zi.* 2., cui equabitur numerus *.ih.*: quare unaqueque superficierum *kh* et *kz.* erit equalis duabus radicibus quadrati numeri *.k.*; et crit similiter proportio *.ez.* ad *.zt.*, sicut quadrati *.ab* ad quadratum *.ag.* Quare numerus qui fit ex *ez.* in *.zt.*, hoc est superficies *.et.*, quadratus est; propter eandem et superficies, scilicet numerus *.lh.*, est quadratus : inuentus est ergo quadratus *.ek.*, cui additis duabus radicibus, scilicet *.kh*, prouenit quadratus numerus *.lh.*; et demptis ab eodem *.ek.* duabus radicibus, scilicet *.kz.*, remanet quadratus numerus *.zl.*: hoc idem intelligas | de tribus, uel pluribus radicibus additis uel diminutis.

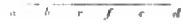
Et ut hec in numeris habeautur, quadratus *.ab.* sit .1., et quadratus *.ag.* sit .25. ; quadratus quoque *.ad.* sit .49.; erunt ergo congruum *.bg.* uel *gd.* 24., in quo diuidantur 1 et 25 et 49, proueniet *.e z.* $\frac{1}{24}$, et *ei* erit $\frac{1}{24}$ 1; numerus quoque *e h* erit $\frac{1}{24}$ 2.: ex ductu quidem *.ei.* in se prouenit quadratum *e k.*, quod est $\frac{625}{576}$; cui si addatur id quod fit ex *ki.* in *.ih.*, scilicet $\frac{1}{24}$ 1, proueniet $\frac{1225}{576}$, cuius radix est $\frac{35}{24}$, hoc est $\frac{11}{24}$ 1 : similiter si auferatur $\frac{1}{24}$ 1, hoc est $\frac{600}{576}$ ex $\frac{625}{576}$, hoc est numerus *k z* ex numero *ke.*, remanebit pro superficie *.et.* $\frac{25}{576}$, quorum radix est $\frac{5}{24}$: et si super quadratum aliquem proponatur addi et diminui duas radices, duplicabis quidem numeros *.ez. ei. e h.*, prouenient $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{12}$ 2 et $\frac{1}{12}$ 4.; qui etiam prouenient si diuidatur .1. et 25 et 49. per dimidium congruum, scilicet per 12.; et sic radix quesiti quadrati erit $\frac{1}{12}$. 2; et sic intelligas de tribus uel pluribus radicibus additis et diminutis.

Omnium trium quadratorum, qui sunt continui impares, maior quadratus addit super medium octo plus quam medius super minorem. Adiaceant tres radices *.ab. bg. gd.* trium datorum quadratorum, qui sunt impares et continui ; et sit radix *.ab.* minor

quam *.bg.*, et *bg* minor quam *.dg.*; dico quadratum, qui fit á numero *.gd.*, addere octo plus super quadratum, qui fit á numero *bg.*, quam addat quadratus, qui fit á numero *.bg.* super quadratum, qui fit á numero *.ad.*

Quare numeri *.ab. bg. gd.* sunt radices trium continuorum quadratorum imparium; impares quidem sunt et continui. Quare *bg.* superhabundat *.ab.* in duobus, et in tot superhabundat numerus *.gd.* numerum *.bg.* Aufferantur ergo duo á numero *.bg.*, remaneatque ex eo numerus *b.*: propter eandem si a numero *.gd.* aufferantur duo, scilicet numerus *.cd.*, remanebit *.gc.* equalis numero *.bg.* Rursus si á numero *.cg.* auferatur numerus *.gf.* equalis utrique numerorum *.ab. be.*, remanebunt duo pro numero *.fc.*; quare totus *.fd.* est 4. Et quoniam numerus *.ge.* est id in quo numerus *bg* superhabundat numerum *ab.*; et est *.e.g.* duo; addit ergo quadratus, qui fit á numero *.bg.*, super quadratum, qui fit á numero *.ab.*, duplum numerorum *.ab. .bg.*, hoc numeri *.ag.* Similiter et quadratus, qui fit á numero *.g.d.*, addit super quadratum *bg.* duplum numerorum *.bg. gd.*; ergo quot excedit duplum numerorum *bg. gd.*, duplum numerorum *.ab. bg.*, tot excedit numerus qui est inter quadratos, qui fiunt á numeris *.gd. gb.*, numerum qui est inter quadratos, qui fiunt á numeris *.gb. ba.*: comuniter auferatur duplum numeri *.bg.*, quot | ergo superhabundat duplum numeri *.gd.* duplum numeri *.ab.*, tot superhabundat numerus qui est inter quadratos, qui fiunt á numeris *.dg. gb.*, numerum qui est inter quadratos, qui fiunt á numeris *.gb. ba.* Sed duplum numeri *.ab.* est sicut duplum numeri *.gf*; ergo duplum numeri *.gd.* superhabundat duplum numeri *.ab.*, hoc est duplum numeri *.gf.* in duplo numeri *.fd.* Sed duplum numeri *.fd.* est octo; quaternarius est enim *.fd.*; ergo quadratus, qui fit á numero *.gd.*, addit octo super quadratum, qui fit á numero *.bg.*, plus quam addat quadratus, qui fit á numero *.bg*, super quadratum, qui fit á numero *.ba.*, ut oportebat ostendere.

* qui fiunt ... *bg*, quod a (fol. 32 verso, lin. ultima e margine inferiore; pag. 274, lin. 16 e 17).



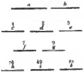
Fol. 33 recto.

Et quoniam secundus quadratus impar, scilicet .9., addit unum octonarium super primum quadratum imparem, scilicet super 1., inuenietur ex his tertium quadratum imparem, scilicet .25., addere duos octonarios super secundum quadratum imparem; et sic semper inuenietur ordinata ascensio quadratorum imparium ascendere per ascensionem numerorum, qui ascendunt per octonarium : hoc idem accidit in quadratis parium numerorum preter ascensionem secundi quadrati paris, scilicet .16., qui addit .12. super primum quadratum parem, scilicet super .4.: deinde pares quadrati ascendunt per octonarios in infinitum numerando supra .12. Vel secundus quadratus par addit super primum quadratum parem tres quaternarios; et tertius super secundum addit quinque quaternarios; et quartus super tertium septem quaternarios; et quintus super quartum nouem; et sic semper adduntur duo quaternarij per ascensionem imparium numerorum usque in infinitum secundum hanc proportionem. Vel primus quadratus parium, scilicet .4., constat ex uno quaternario. Secundus super primum addit tres quaternarios. Tertius super secundum quinque; et sic inuenitur, pares quadratos ascendere per ascensionem quaternariorum, que ascendit per impares numeros ordinate. Similiter inueni quadratos numerorum qui ascendunt per ternarium ordinate, ascendere per ascensionem nouenariorum, qui ascendunt similiter per impares numeros. Verbi gratia : quadratus ternarij est semel .9. Sexnarij addit super primum tres nouenarios, cum sit .36.; super quem quadratus nouenarij addit quinque nouenarios. Sequens uero, scilicet qua-

dratus duodenarij , addit .7. nouenarios super quadratum nouenarij ; et sic deinceps illud idem inuenj ex ascensione quadratorum, qui sunt á numeris ascendentibus per quaternarium, et per alios numeros in infinitum; ex quibus omnibus collegi solutiones quarumdam sequentium questionum. |

fol. 33 *verso*.

« Volo inuenire ... .*b*. maio[ri » (fol. 33 *verso*, lin. 1—4 e 6; e margine superiore; pag. 275, lin. 5—9).



Volo inuenire in data proportione duas differentias trium quadratorum. Esto data proportio numeri .*a*. ad numerum .*b*., et sint numeri .*a.b*. primj ad se inuicem; numeri quidem .*a b*. aut sunt continui aut non. Sint primum continui, et esto numerus .*b*. maior quam .*a*; et adiacet unitas .*c*; et ab unitate .*c*. in ordine disponantur tot numeri impares, quot sunt unitates in numero .*b*. maiori, qui sunt .*d.e.f.g*.; et accipiantur quadrati numerorum .*e.f.g*., qui sint numeri *h i.k*.; dico quod proportio differentie que est inter quadratum *h* et quadratum .*i*., ad differentiam que est inter quadratos .*ik*, est sicut numerus .*a*. ad numerum .*b*.; quod ita probatur: quoniam unitas est .*c*., et ab ipsa depositi sunt numeri impares ordinate .*d.e.f.g*., erit .*d*. 3. et .*e* 5. et .*f*. 7. et .*g*. 9.; et quadratus, qui fit á numero .*e*., scilicet numerus .*h*., est 25.; et quadratus, qui fit a numero .*f*., scilicet numerus .*i*., est .49.; et quadratus, qui fit á numero .*g*., scilicet numerus .*k*., est 81.: et quia numeri .*d.e.f.g*. sunt secundum quantitatem unitatum , que sunt in numero .*b*.; et numeri .*d.e.f.g*. sunt .iiii^or^., erit manifestum quod numerus .*b*. est .4., et numerus .*a*. est .3.; et manifestum quod quadratus, qui fit á numero .*d*., scilicet á ternario, addit super quadratum, qui fit ab unitate .*c*. unum octonarium; et quadratus, qui fit á numero .*e*., addit super quadratum numeri .*d*. duos octonarios. Et quadratus, qui fit á numero .*f*., scilicet numerus .*i*., addit super quadratum, qui fit á numero .*e*., hoc est super numerum .*h*. tres octonarios, videlicet secundum quantitatem unitatum, que sunt á numero .*a*.; nec non et quadratus, qui fit á numero .*g*., addit super quadratum, qui fit á numero .*f*., scilicet super quadratum .*i* , quatuor octonarios, scilicet secundum quantitatem unitatum, que sunt in numero .*b*.: quare proportio differentię, que est inter quadratos .*h.i*., ad differentiam, que est inter quadratos .*i.k*., est sicut .*a*. ad .*b*., hoc est sicut 3. ad 4. Et si numerus .*a*. esset .10., et .*b*. 11., secundum ea que dicta sunt, addendi essent simul 10 et 11. et 21, que inde proueniunt, essent radix medianj quadrati : quare .19. erit radix minoris quadrati, et 23 erit radix maioris. Sunt enim 19. et 21 et 23 continui impares; et est .21. decimus numerus impar ab unitate. Quare quadratus, qui fit ab ipso .21., scilicet .441., addit super quadratum, qui fit á .19., scilicet super .361., decem octonarios. Et quadratus, qui fit á 23., cum sit undecimus numerus impar ab unitate, addit super quadratum, qui fit á 21, scilicet 529 super 441, undecim octonarios: quare differentia, que est inter 361 et 441., scilicet .80., est ad differentiam, que est inter 441 et 529., | scilicet ad 88., sicut .10 ad 11. Nam quam proportionem habet .80 ad 88., eamdem habet $\frac{1}{8}$ de 80. ad $\frac{1}{8}$ de 88., scilicet 10 ad 11; quod oportebat ostendere.

fol. 34 *recto*.

Et si non sunt numeri .*a.b*. continui, erunt ipsi numeri aut impares collaterales, aut non. Sint primum collaterales impares; et quoniam quadrati, qui sunt á paribus numeris, ordinate ascendunt per quadruplicatam ascensionem imparium numerorum, ut 4., qui est quadratus binarij, scilicet primj paris numeri, qui ascendit per quantitatem unius quaternarij; et 16., qui est quadratus secundi paris numeri, scilicet quaternarij, qui surgit per quadruplicatam ascensionem duorum imparium numerorum, scilicet de .1. et 3., erit manifestum quod unusquisque quadratus par addit duos quaternarios plus

« numerorum .... ascendit » (fol. 34 *recto*, lin. 5; pag. 275, lin. 39—40).



super antecedente quadratum parem super quaternarios, quos addit ipse antecedens quadratus super suum antecedentem quadratum; hoc quod tertius quadratus par addit super secundum quadratum parem quinque quaternarios, cum secundus quadratus par addit super primum tres quaternarios, scilicet .16. super .4.; et quartus quadratus par addit super tertium quadratum septem quaternarios; et ita accidit omnibus per ordinem. Vnde cum uolumus inuenire duas differentias inter tres quadratos numeros, quarum proportio sit sicut duo numeri impares collaterales, ut dicamus sicut 11. est ad 13. Accipiemus inter pares quadratos continuos, quorum medianus quadratus addat super antecedentem quadratum parem .11. quaternarios. Qui tres qnadrati ita possunt inuenirj. Addantur .11. cum .13, erunt .24.; quorum quarta pars multiplicetur per .2, scilicet per radicem primj paris quadrati, erit .12., qui sunt radix medianj quadratj; et 10 erit radix primj quadratj, et 14 erit radix secundi quadratj: possumus etiam hoc idem inuenire inter quadratos, qui fiunt á numeris ascendentibus per ternarium. Verbi gratia: uolumus inuenire duas differentias inter tres quadratos numeros, quarum proporto sit sicut 19. est ad .21., qui sunt collaterales impares; addemus .19. cum .21., et 40. que proneniunt, diuidemus per 4.; et 10 que inde proueniunt, multiplicabimus per 3, scilicet per radicem primj quadratj ipsius ordinis, erunt .30., que erunt radix medianj quadratj. Quare radix minoris quadrati erit .27, et radix maioris erit .33. Nam quadratus qui fit á 30., scilicet 900., addit super quadratum qui fit ad 27., scilicet super 729, nouenarios .19.; et quadratus qui fit á .33., scilicet .1089., addit super .900. nouenarios .21.; et sic proportio differentię, que est inter 729 et 900., scilicet 171., est ad differentiam que est | inter 900 et 1089, scilicet ad 189, sicut 19 ad 21; hoc uolumus: quod etiam inuenietur inter quadratos, qui fiunt á numeris áscendentibus per quaternarium, uel quinarium, uel per alium quemlibet numerum.

fol. 34 verso.

Et si proportio duarum differentiarum, que sunt inter tres quadratos, fuerit sicut aliquis quadratus .a. ad aliquem quadratum .b., uoluero ipsos tres quadratos inuenire. Ponam numerum .c medium inter .a.b. in proportione continua cum possibile. Quia, ut in Euclide habetur, inter duos quadratos numeros unus medius intercidit numerus, et procreabitur numerus .c. ex multiplicatione radicis numeri .a. in radicem numeri .b.; et erit sicut .a. ad .c., ita .c. ad b.; et sicut .c. est ad .b., ita b sit ad .d.; et erunt numeri .a.c.b.d. continue proportionales: quare erit sicut .a. ad .b., ita .c. ad .d.; et sit quadratus numeri .a. numerus .ef., et quadratus numeri .c. numerus .eg. Insuper et quadratus numeri .b. numerus .e.h.; dico, differentias que sunt inter quadratos .ef. et eg. et eh., scilicet numeri .fg. et .gh., proportionem habere ad se inuicem, eam quam habet quadratus numerus .a. ad quadratum numerum .b.; quod sic probatur. Quoniam numerj .a. c. b. continuo proportionales sunt, est sicut .a. primus ad .b. tertium, ita quadratus numeri .a. primj ad quadratum numeri .c. secundi, ut in geometria aperte monstratum est. Est enim quadratus numeri .a. numerus .e.f., et quadratus numeri .c. numerus .eg.; ergo est sicut .a. ad .b., ita numerus .ef. ad numerum eg. Rursus quoniam numeri .c. b d. continue proportionales, est sicut .c. ad d., ita quadratus numeri .c., scilicet numerus .eg., ad quadratum numeri .b., scilicet ad numerum .eh. Sed sicut .c. est ad .d., ita fuit .a. ad b.; ergo sicut .a. ad b., ita numerus eg. ad numerum .eh.; fuit etiam sicut .a. ad b., ita .ef. ad numerum eg.

« radicis numeri .... ita .c ad b. » (fol. 34 verso, lin. 9, pag. 276, lin. 29 e 30)

16 a — 20 c — 25 b — d

« eam quam .... probatur. Quoniam » (fol. 34, verso, lin. 15; pag. 276, lin. 34 e 35).

e — f — g — h

Numeri ergo .*ef*. et *eg*. et *eh*. continue proportionales sunt. Et quoniam est sicut .*ef*. ad .*eg*., ita .*eg*. ad .*eh*. : disiunctim ergo erit sicut .*ef*. ad .*fg*. , ita *eg*. ad .*gh*.: permutatim ergo sicut .*ef*. ad .*eg*., ita .*fg*. ad *gh*.; sed *ef*. ad *eg*. est sicut .*a*. ad .*b*.; ergo sicut .*a*. ad *b*., ita .*fg*., scilicet differentia que est inter quadratos .*ef*. et *eg*. est ad .*gh*., scilicet ad differentiam que est inter quadratos .*eg*. et .*eh*.: que etiam ostendantur cum numeris. Esto quidem numerus .*a*. 16., et numerus. *b*. 25.; quare numerus .*e*. erit .20., qui procreatur ex ductu radicis de 16 in radicem de .25; et est sicut .16. ad .20, ita .20 ad .25.; et erit quadratus numeri .*a*., scilicet numerus .*ef*., 256.; et quadratus numeri .*c*., scilicet numerus .*eg*., 400.; et quadratus numeri .*b*., hoc est numerus .*eh*., | est .625: vnde si ex .*eg*. auferatur .*ef*., remanebunt .144. pro numero .*fg*.; et si auferatur quadratus .*eg*. ex quadrato .*eh*., scilicet .400. de .625., remanebunt .225. pro numero .*gh*: sunt enim .144. ad .225. sicut .16. sunt ad 25.; et hoc nolui demonstrare. fol. 35 *recto*

ET si data proportio duarum differentiarium cadentium inter tres quadratos non fuerit aliqua suprascriptarum, videlicet ex continuis, uel ex imparibus collateralibus numeris, aut ex duobus quadratis. Solutionem quarum ex ascensione octonariorum cadentem inter quadratos impares, que fit ex numeris continue ascendentibus ab unitate, ex ascensione quaternariorum cadente inter pares quadratos numeros, que fit ex numeris ab unitate ascendentibus per impares numeros. Inueniemus hoc ordine. Ponamus ut proportio duarum differentiarum cadentium inter tres quadratos numeros fiat sicut .2 est ad 9.

Accipiam primum quadratum qui fit á quinario, qui addit super quadratum sibi antecedentem imparem duos octonarios. Et habebo ipsum pro primo quadrato, si possibile fuerit; et proportionabo ipsos duos octonarios cum octonarijs, quos addit sequens quadratus impar super quadratum quinarij, scilicet cum .3. octonarijs: et quia proportio de .2. ad 3. non est sicut .2. ad 9, super tres octonarios addam quatuor octonarios, quos addit quadratus nouenarij super quadratum septenarij, et erunt septem octonarij; et erit proportio duorum octonariorum ad septem octonarios sicut .2. ad .7. Sed proportio de .2. ad .7. est maior proportione quam habet .2. ad 9. Quare super .7. octonarijs addam multitudinem octonariorum additionis sequentis imparis quadrati , eius videlicet qui fuit ab .11, erunt octonarij .12.; ad quem numerum, cum duo habeant minorem proportionem quam ad .9., duplicabo numeros proportionis, scilicet .2. et .9., et habebo 4. et .18. Et considerabo proportionem quam habet .4. ad sequentem sibi numerum, scilicet ad .5., uel ad duos sequentes numeros, scilicet ad .5. et ad 6., uel ad tres sequentes numeros, donec inueniam inde proportionem quam habet .4. ad .15.; et hoc erit cum accepero á quaternario tres sequentes numeros, scilicet .5. et .6. et .7., qui faciunt .18.; ad quem numerum .4. habet proportionem, eam quam habet .2. ad .9.: et propter hoc inuenta est solutio questionis, et habebo pro maiorj quadrato ipsum qui est á 15., scilicet 225.; que .15. habentur ex duplo de .7., uno addito; et est quadratus, qui fit á 15., addens super quadratum, qui fit ad 13, septem octonarios; | et quadratus, qui fit á 13, addit super quadratum qui fit ab 11. sex octonarios; et quadratus, qui fit ab 11, addit super quadratum qui fit á 9 quinque octonarios; et sic quadratus, qui fit ad 15, addit super quadratum qui fit á 9, octonarios .18.; et quadratus, fol. 35 verso.

qui fit á 9, addit super quadratum qui fit á 7, quatuor octonarios; et sic proportio differentię, que est inter quadratum qui fit á 7, et quadratum qui fit á 9., scilicet inter .49. et 81., erit ad differentiam, que est inter 81 et 225, sicut .2. ad 9; et hoc est quod uoluj demonstrare.

SOluuntur etiam omues suprascriptę questiones et eorum consimiles in quadratis qui fiunt á duplo uel á triplo uel á quolibet alio multiplice numerorum, á quibus fiunt quadratj suprascriptorum (*sic*) inuentionum. Verbi gratia: fuerunt quadrati suprascriptę questionis á 7 et á 9 et a 15. Quare si dupricauimus hos tres numeros, habebimus pro radice minoris quadrati 14., et pro radice medianj .18., et pro radice maioris .30.; et erit similiter proportio differentiarum, que sunt inter quadratos, qui fiunt ab ipsis numeris, sicut 2 ad 9.; quod ostendam in lineis: sit linea *.ab.* 49., scilicet quadratus septenarij; et *ac.* sit 81., scilicet quadratus nouenarij; et *ad.* sit quadratus qui fit 15.; et *.ez.* sit quadratus qui fit à 14.; et *ei.* sit quadratus qui fit a 18; et *.e.t.* sit quadratus qui fit á 30. Et quoniam numeri, á quibus fiunt quadratj *ez. ei. et.*, dupli sunt numerorum, á quibus fiunt quadrati *.ab. ac. ad.*, erit unusquisque quadratorum *.ez. ei. et.* quadruplus sui similis, scilicet *ez.* ex *.ab.* et *ei.* ex *ac.* et *et.* ex *.ad.* Et quoniam totus *.e.i.* ex toto *.ac.* quadruplus est, et *ez* ex *ab.* similiter est quadruplus, reliquus *.zi* ex reliquo *bc.* quadruplus est. Similiter ostendetur, *.it.* quadruplus esse ex *.cd.*; quare est sicut *bc.* ad *cd*, ita *.zi.* ad *.it.* Est enim *.bc* ad *cd.* sicut 2 ad 9.; et *zi.* ad *.it.* est similiter sicut 2 ad 9. Similiter si numeri, á quibus essent quadratj *.ez. ei. et.*, essent tripli numerorum, à quibus quadratj *.ab. ac. ad.*, esset unusquisque quadratorum *.ez. ei. et.* nonuplus sui similiter; quare differentia *.zi.* esset nouupla ex differentia *.bc.*, et differentia *.it.* ex differentia *.cd.*; quare esset sicut *bc.* ad *cd.*, ita *zi.* ad *it.*; et hoc uoluj demonstrare.

« sit linea .... quadratus » (fol. 35 verso, lin. 16—17; pag. 278, lin. 11—12)



« et ei. ex ac. .... quadruplus » (fol. 35 verso, lin. 22—23; pag. 278, lin. 17).



ET si proportio dvarum differentiarum, que sunt in tres quadratos, fuerit sicut .11. est ad 43, erit primus quadratus .25. Secundus 729. Tertius 3481.; quos hoc ordine inuenj. Posui primum pro mediano quadrato quadratum | qui fit á 23, cum ipse addat 11 octonarios super quadratum qui fit á 21.; et inuestigaui proportionem quam habet .11. ad primum sequentem sibi numerum, uel ad duos, uel ad plures, et non inuenj cum ipsis numeris proportionem quam habet 11. ad .43.; quia si addatur 12 et 13 et 14, qui secuntur 11. in ordine numerorum, non faciunt ultra .39.; ad quem numerum .11. habet maiorem proportionem quam ad 43.: et si cum ipsis 39. addatur sequens numerus, scilicet .15., ueniunt 54.; ad quem numerum .11. habet minorem proportionem quam ad 43; et propter hoc duplicauj .11. et 43, et triplicauj etiam, et per unumquemque numerorum, qui sunt usque in .7., multiplicauj eos, et non inueuj inter continuos numeros proportionem quam querebam: ad extremum octuplicauj .11. et .43., et habui 88. et 344.; et diuisi .88 per .11., et prouenerunt .8.; circa quem posui decem numeros sibi continuos, et fuit 8. medius inter eos; et fuerunt .11. numeri, qui insimul aggregatj faciunt .88., ex quibus minor numerus est .3., maior .13.: et duplicauj 13., et addidj .1., et prouenerunt .27., cuius quadratus addit octonarios. 13. super quadratum qui fit á 25; et quadratus, qui fit á 25, addit 12 octonarios super quadratum qui fit a 23; et sic inuestigando inuenj, quadratum, qui fit á 27, addere super quadratum qui fit a

fol. 36 recto.

5, octonarios .88., qui proueniunt ex aggregatione numerorum, qui sunt á 13 usque in .3., scilicet ex undecim numeris ordinatis.

Deinde accepi .14. cum suis sequentibus numeris usque in 29, et aggregauj eos, et habui .344., scilicet octuplum de 43.; et super duplum de 29. addidj .1., et habui .59. pro radice maioris quadratj, scilicet de 3481, qni addidit octonarios .29. super quadratum sibi antecedentem imparem, scilicet super eum qui fit á .57.; qui quadratus addit super quadratum, qui fit á 55., octonarios 28.; et sic addendo omnes octonarios, quos addunt antecedentes quadratj, qui sunt á quadrato, qui fit á 59. vsque ad quadratum qui fit á 27, super suos consequentes, collegj, quadratum, qui fit á 59., addere super quadratum, qui fit á .27., octonarios 344.: quare proportio differentię, que est inter quadratum qui fit á quinario, et quadratum qui fit á 27, est ad differentiam que est inter quadratum qui fit á 27., et quadratum qui fit á 59, sicut .11. ad 43; que etiam proportio inuenietnr in quadratis, qui sunt á duplo uel ab | alio quolibet multiplice radicum inuentarum. fol. 36 verso.

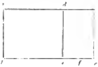
Volo inuenire tres quadratos numeros, ut additio primj et secundi, nec non ipsorum trium numerorum faciat quadratum numerum. Inueniam primum duos quadratos numeros, ex quorum addictione proueniat quadratus numerus, et fiant á numeris primus adse inuicem. Sintque 9 et 16, ex quorum additione proueniunt 25., qui est quadratus numerus: et accipiam quadratum, qui colligitur ex aggregatione omnium imparium numerorum, qui sunt infra .25.; qui quadratus est .144., cuius radix est medietas duorum extremorum ipsorum imparium numerorum, scilicet de .1. et .23. Ex aggregatione quidem de 144 et 25 proueniunt .169., qui numerus quadratus est; et sic inuenti sunt tres numeri quadratj, quorum duo, nec non et omnes simul aggregatj faciunt quadratum numerum: super quem etiam quadratum si addatur quadratus numerus, qui colligitur ex omnibus imparibus numeris, qui sunt ab uno usqne in 167., cuius quadrati radix est .84., scilicet medietas de 168, proueniunt 7225, qui numerus est quadratus, et eius radix est .85.; et sic inuenti sunt quatuor quadratj, quorum duo uel tres, nec non et omnes simul coniuncti faciunt quadratum numerum: super quibus etiam 7225. possumus tres quadratos diuersos addere, et cum unoquoque ipsorum faciet quadratum numerum, ex quibus primus est quadratus proueniens ex omnibus imparibus numeris, qui sunt infra .7225., cuius radix est: 3612. Secundus uero quadratus prouenit ex aggregatione omnium imparium numerorum, qui sunt sub quinta parte de .7225., detractis inde duobus imparibus eidem quinte parti collateralibus, cuius quadrati radix est 720. Tertius quidem quadratus prouenit ex imparibus omnibus, qui sunt sub $\frac{1}{25}$ de, 7225, dentis ex eis duodecim imparibus ipsius $\frac{1}{25}$ partis collateralibus, cuius quadratj radix est 132.; et sic possunt infinitj quadratj numeri inuenirj, qui disiuncti et simul agregatj, secundum istum ordinem, facient numerum quadratum.

Questio mihi proposita a magistro Theodoro domini imperatoris phylosopho.

Volo inuenire tres numeros, qui insimul aggregati cum quadrato primj numeri faciant quadratum numerum. Super quem quadratum, si addatur quadratus secundi, egrediatur inde quadratus numerus; cum quo quadrato, addito quadrato tertij, similiter quadratus numerus inde proueniat. Inueniendi sunt primj tres numeri quadratj, quo-

fol. 37 *recto.*

« radices ..... unitatibus » (fol. 37 *recto*, lin. 3, 4—9; pag. 280 lin. 4—9).

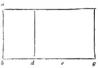


rum duo simul aggregatj faciant quadratum | ex aggregatione ipsorum trium ueniat item quadratus numerus. Et minor eorum sit plus radicibus reliquorum duorum quadratorum. Sintque 36 et 64 et 576, et erit radix secundj numeri .8., tertij .24.; que radices habeantur pro secundo et tertio numero quesitorum trium numerorum. Et Ponam pro primo numero radicem, et aggregabo hos tres numeros simul, et habebo 32 et radicem; super quem addam quadratum radicis, et habebo 32 et quadratum et radicem; que omnia uolo ut equentur primo posito quadrato, scilicet .36.; et auferam ab utraque parte 32, et remanebunt quadratus et radix equales iiii^{or} unitatibus. Vnde qualiter in similibus operandum sit, ponam pro quadrato quadratum *.ac.*, cuius unumquodque latus sit equale posite radicis; et addam ei superficiem *.de.* rectiangulam, que sit una radix quadratj *.ac.*; quare *.ce.* erit .1., et *dc.* est radix, cum sit unum ex lateribus quadrati *.ae.*; et dimidiabo *ce.* super *.f.*, et erit unaqueque sectionum *.cf.* et *fe.* medietas unius.

Et quia inuenimus, quadratum et radicem equarj iiii.^{or} unitatibus, erit manifestum quod superficies *.ae.* rectiangula erit .4.; que superficies prouenit ex *ab.* in *.be*, hoc est ex *.bc.* in *.be.*: et quia linea *ce.* diuisa est in duo equa super *.f.*, et in directo eius addita est quedam recta *.cb.*, erit superficies *.bc.* in *be.* cum quadrato linee *.cf.* equalis quadrato linee *.bf.* Sed ex *bc.* in *be* proueniunt .4.; quibus si addatur quadratus numeri *.cf.*, qui est $\frac{1}{4}$, habebuntur $\frac{1}{4}$ 4 pro quadrato numerj *.bf.*; qui numerus cum non habeat radicem, dicemus, numerum *.bf.* esse radicem de $\frac{1}{4}$ 4; de quo si auferatur numerus *.cf.*, qui est $\frac{1}{2}$ unius, remanebit pro radice *.bc.* radix de $\frac{1}{4}$ 4 minus $\frac{1}{2}$ unius; qui numerus, quamuis sit inratiocinatus, habebitur pro primo numero quesito, et secundus erit .8., tertius 24. Verbi gratia: ex aggregatione quidem horum trium numerorum habentur $\frac{1}{2}$ 31 et radix de $\frac{1}{4}$ 4; super quam aggregationem si addamus quadratum primj numeri, qui est $\frac{1}{2}$ 4 minus radice de $\frac{1}{4}$ 4, habebuntur 36; qui numerus quadratus est. Super quem si addantur .64., scilicet quadratus secundj numeri, uenient 100.; qui numerus quadratus est, et radix eius est .10.; super quem quadratum si addantur 576., scilicet quadratus tertij numeri, habebuntur 676; qui numerus quadratus est, et radix eius est 26.; et hoc uolumus.

fol. 37 *verso.*

« contemptum ..... *bd.* equalis » (fol. 37 *verso*, lin. 1, 2—6; pag. 280, lin. 32—36).



Et ut solutio questionis suprascripte habeatur in numeris ratiocinatis, Ostendendum | est primum, quod quando quarta unius integrj additur super aliquem numerum contemptum sub duobus numeris ratiocinatis, quorum unus excedat alterum in .1., procreatur inde quadratus numerus; quod ostendatur in superficie *.ag.*, que continetur sub duobus numeris ratiocinatis, quorum maior excedat alterum in .1., qui sunt *.ab.* et *.bg.*; et maior eorum esto *bg.*, et auferatur á maiorj *.bg.* unitas *.gd.*, remanebit numerus *.bd.* equalis numero *ab.*; et diuidatur unitas *.gd.* in duo equa super *.e.*, et erit *de.* medietas unius integrj. Quare *de* medietas est ratiocinata. Est enim et numerus *bd* ratiocinatus. Quare totus *.be.* numerus ratiocinatus est; et quadratus, qui fit ab ipso, ratiocinatus est: cuj quadrato equatur superficies, que fit ex *bd.* in *bg.*, hoc est ex *ab* in *bg.* cum quadrato qui fit á *.de.* Sed quadratus, qui fit ex *de.*, est $\frac{1}{4}$ unius; et numerus, qui prouenit ex *ab* in *bg*, est contemptus sub duobus numeris ratiocinatis, quorum unus excedit alium in 1. Ergo cum additur $\frac{1}{4}$ cum

numero facto á duobus numeris, quorum unus addat super alterum .1., prouenit inde quadratus numerus; et hoc uolui demonstrare.

Et notandum quod omnes numeri integri, qui fiunt á duobus collateralibus, scilicet continuis, proueniunt ex ordine ex ordinata parium numerorum aggregatione. Nam .2, qui prouenit ex unitate ducta in .2., habetur ex primo parj numero; et 6, qui fiunt ex ductis .2. in 3., habentur ex aggregatione primorum duorum parium numerorum; et .12., que ueniunt ex 3 ductis in 4., habentur ex aggregatione trium parium numerorum, scilicet de .2 et 4 et 6.; et hoc eodem ordine ex decem paribus numeris prouenit numerus factus ex 10 uicibus 11: quod idem intelligatur in omnibus reliquis numeris, qui fiunt á duobus continuis numeris integris. Et sciendum quod omnis impar numerus est aggregatio duorum numerorum continuorum. Vnde quilibet impar numerus potest diuidj in duos numeros continuos, ut 7. qui diuiditur in .3. et 4.

Nunc ostendere uolo quod quando de aliquo quadrato numero tolluntur aliquot radices eius, et numerus ipsarum radicum diuidatur in duas partes, quarum una addat super alteram .1.; et multiplicetur una ipsarum partium per aliam, et quod prouenerit, addatur cum residuo quod de quadrato remanet, radicibus deutis, ueniet inde numerus contemptus sub duobus numeris inequalibus, quorum maior addit .1. super minorem. Ad quod demonstrandum, Adiaceat | tetragonum *.ag.*, et tollatur ex eo aliquot radices eius, que radices contineat (*sic*) superficiem *.eg.*; quare numerus *fg.* continet tot unitates quot radices ex quadrato *.ag.* sunt in superficie *.eg.*; et diuidatur numerus *.fg.* in duas partes, quarum maior addat 1. super minorem, que sint *.f.i. i.g.*; et maior earum sit *.ig.* Dico quod cum de quadrato *.ag.* tollitur superficies *eg*, residuum, scilicet superficies *.af* cum superficie que fit ex *.if.* in *.ig.*, facit numerum factum ex duobus inequalibus numeris, quorum maior addit .1. super minorem; et hoc est de quadrato *.ag.* tollere superficies *eg* minus superficie que fit ex *.if.* in *.ig.* Ponamus siquidem numerum *.gh.* equalem numero *.if.*, et remanebit *.ih.* unum; quod diuidatur in duas medietates, que sunt *zi zh.*, et erit totus *.fg.* diuisus in duo equalia super *.z.*, et in duo inequalia super *.i.* Quare multiplicatio *.fi.* in *.ig.* cum quadrato qui fit ab *iz.*, equatur quadrato numeri *.fz.* Rursus quoniam numerus *.fg.* diuisus est in duo equa super *.z.*, et ei additus est numerus *.bf.*, erit multiplicatio *.bg* in *bf.*, hoc est multiplicatio *.ab.* in *.bf.* cum quadrato numeri *.fz.*, equalis quadrato numeri *.bz.* Sed quadrato numeri *.fz.* equalis est superficies *.fi.* in *.ig.* cum quadrato qui fit ab *.iz* medietate. Ergo multiplicatio *ab.* in *.bf.*, hoc est superficies *af.* cum multiplicatione *fi* in *ig*, et cum quadrato numeri *.iz* equatur quadrato numeri *bz.* Rursus quoniam *ih* unitas diuisa est in duo equa super punctum *.zi.*, et ei additus est numerus *.bi*, erit multiplicatio *bi.* in *bh* cum quadrato *.iz.* equalis; sed quadrato *bz.* equales sunt superficies *af*, et superficies *fi.* in *.ig.* cum quadrato *iz.*; ergo superficies *.bi.* in *bh* cum quadrato: *.iz.* equalis est superficiebus *.af.* et *.fi.* in *.ig.* et quadrato *.iz.* Comuniter aufferatur quadratus ex *iz*, remanebit superficies *.af.* cum superficie *.fi.* in *ig* equalis superficiei *.bi.* in *bh.*: sed superficies *bi.* in *bh* fit ex duobus numeris, quorum unus addit .1 super alterum, qui sunt *bi.* et *bh*; est enim *.ih.* 1. Que etiam ostendatur cum numeris: quadratus quidem *.ag* sit 100, et erit unumquodque latus .10.; et auferantur á quadrato *.ag.* 7. radices eius minus multiplicatione *fi.* in

fol. 38 recto.

.*ig*.; que radices sint superficies .*eg*., remanebit superficies .*af*. 30; cum quibus si addatur multiplicatio .*fi*. in .*ig*., hoc est de .3. in .4., uenient .12.; qui numerus surgit ex *bi*. in .*bh*., hoc est de 6 in .7. Est | enim totus *bg*. 10.; de quibus si auferatur .*fg* numerus, qui est .7., remanent .3. pro numero .*bf*.; quibus si addatur .*fi*., qui est .3., erit .6. totus numerus .*bi*.; cui si addatur unitas .*ih*., habebuntur .7. pro numero .*bh*.

* uenient .... in .3. Est a (fol. 38 recto, lin. ultima e margine inferiore; pag. 282, lin. 2—3.

fol. 38 verso



Et postquam hec omnia demonstrata sunt, redeamus ad questionem phylosophi, et procedamus predicto modo, donec habeamus quod census et radix et 32 equantur quadrato de 36.: deinde uideamus quot radices sunt 32 de 36., hoc est quod diuidamus 32 per radicem de 36., venient radices $\frac{1}{3}$ 5; et propter hoc, ut inueniamus solutionem predicte questionis in posita proportione trium quadratorum supradictorum, scilicet de 36 et de 64 et de 576; oportet ut inueniamus quadratum aliquem, de quo extractis radicibus $\frac{1}{3}$ 5. ipsius remaneat numerus, qui procreatur ex multiplicatione dictorum numerorum inequalium, quorum maior addat .1. super minorem. Quod inueniemus si posuerimus numerum aliquot radicum superhabundantem predictas radices $\frac{1}{3}$ 5. Quod quidem possumus facere in infinitis modis. Vnde ponamus ad libitum radices .7., et diuidamus .7. in duas partes, quarum una addat .1. super alteram, eruntque 3 et 4.; et multiplicetur 3 per 4, faciunt .12: et nos scimus, per ea que dicta sunt, quod quando de aliquo quadrato tolluntur .7. radices eius minus .12., remanebit de ipso quadrato numerus procreatus ex duobus numeris inequalibus, quorum maior addit .1. super minorem. Et nos uolumus inuenire quadratum, de quo extractis radicibus $\frac{1}{3}$ 5 ipsius, remaneat similiter numerus procreatus ex duobus numeris, quorum unus addat .1. super alium. Ergo radices $\frac{1}{3}$ 5 ipsius quadrati, quem querimus, equantur radicibus .7. eiusdem quadrati minus .12.: quare si addamus 12. utrique partj, erunt radices $\frac{1}{3}$ 5 et 12 dragme, que equantur .7. radicibus. Tollamus ergo ab utraque parte radices $\frac{1}{3}$ 5., remanebit radix $\frac{2}{3}$ 1, que equantur unitatibus .12. Triplicemus ergo hec omnia, et erunt quinque radices equales .36. Vnde si 36 diuiserimus per 5, habebimus $\frac{1}{5}$ 7. pro radice quesiti quadratj, scilicet primj: fuit quidem radix primj quadrati .6.; ergo proportionaliter est sicut .6. ad $\frac{1}{5}$ 7, ita 8 et 24 ad radicem secundj et tertij quadrati. Sed $\frac{1}{5}$ 7 addit super 6. quintam partem ipsius; quare si super 8 et super 24 addamus quintam eorum, habebimus pro radice secundi quadrati $\frac{3}{5}$ 9, et pro radice tertij $\frac{4}{5}$ 28; et erit $\frac{3}{5}$ 9 secundus numerus ex tribus quesitis numeris, et $\frac{4}{5}$ 28 erit tertius: et est adhuc primus numerus ignotus, qui cum | fuerit additus cum secundo et tertio numero predictis et cum quadrato ipsius primj numeri, faciet quadratum de $\frac{1}{5}$ 7; qui quadratus est $\frac{1}{5}\frac{4}{5}$ 51. Quare ponemus pro primo numero radicem, et addemus eam cum $\frac{3}{5}$ 9 et cum $\frac{4}{5}$ 28., et habebimus radicem et $\frac{2}{5}$ 38.; quibus addemus quadratum radicis, et habebimus quadratum et radicem et $\frac{2}{5}$ 38., que equantur dragmis $\frac{1}{5}\frac{4}{5}$ 51. Tollamus ergo ab utraque parte $\frac{2}{5}$ 38, remanebit census et radix, que equantur dragmis $\frac{11}{25}$ 13; super quem addamus $\frac{1}{4}$, scilicet quadratum medietatis radicis, ut superius fecimus, et habebimus $\frac{9}{10}\frac{6}{10}$ 13, que sunt centexime 1369.: diuidamus ergo radicem de 1369., scilicet 37, per radicem de 100., uenient $\frac{7}{10}$ 3; de quibus tollamus $\frac{1}{2}$ pro medietate radicis, remanebunt $\frac{1}{5}$ 3 pro primo numero; et sic soluta est hec questio in numeris ratiocinatis; et secundum hunc modum potest solui infinitis modis.

— hoc usque est scriptum in tertuo domini R cardinalis

fol. 39 recto.

Solui etiam hanc questionem in numeris integris, quorum primus fuit 35. Secun-

dus 144., tertius 360., quorum aggregatio surgit in .539.; super quibus addito quadrato primj nnmeri, scilicet 1225., veniunt 1764.; qui numerus quadratus est, et eius radix est .42.: super quo quadrato addito quadrato numeri secundi, qui est 20736, ueniunt 22500.; qui nnmerus quadratus est, et radix eius est .150.: super quo quadrato addito quadrato tertij numeri, scilicet 129600., veniunt .152100.; qui numerus quadratus est, et radix eius est .390. Quos numeros inuenj ex positione horum trium quadratorum, scilicet de 49 et 576 et de 3600., quorum duo, nec non et ipsi tres simul additj faciunt quadratum numerum. Et aggregaui radices secundi et tertij, scilicet 24 et 60, fuerunt 84.; que diuisi per radicem primj quadrati, scilicet per 7., et uenerunt .12.: et propter hoc oportuit me inuenire quadratum numerum, de quo cum tollerem .12 radices eius, remaneret numerus factus ex duobus numeris inequalibus, quorum unus adderet .1. super alium. Vnde accepi 13., et diuisi ipsum in partes continuas, scilicet in .6. et 7.; que multiplicaui insimul, et fuerunt 42.: et oportuit me inuenire quadratum, cuius 13. radices minus .42. dragmis equaretur 12 radicibus eiusdem; et processi postea predicto ordine, et habui numeros suprascriptos; ex quibus etiam quadratis inuenj hos alios tres numeros, scilicet $\frac{2}{3}$ 10 et 64 et 160. Et non solum per hunc modum tres numeri diuersis modis possunt inuenirj; sed etiam innenientur quatnor cum quatuor numeris quadratis, quorum duo per ordinem et tres, nec non et omnes simul coniuncti | fecerint quadratum numerum. Ergo autem cum his quatuor quadratis numeris, scilicet cum .... et .... et .... et .... (*) Inuenj hos quatuor numeros, quorum primus est 1295, Secundus $\frac{6}{7}$ 4566, Tertius $\frac{4}{7}$ 11417, Quartus uero est 79920.; et eorum aggregatio est 97199. Super qno numero, si addatur quadratus primj numeri, scilicet 1677025, venient 1774224; qui numerus quadratus est, et eius radix est 1332. Super quo etiam quadrato (**) fol. 39 verso.

(*) Le quattro lacune indicate con punti nella linea 20 di questa pagina, trovansi nel rovescio della carta 39 del Codice Ambrosiano *E. 75, Parte superiore.*

(**) La parte scritta del rovescio della carta 39 del Codice Ambrosiano *E. 75*, *Parte superiore,* finisce in tronco alla parola *quadrato,* non contando che otto linee, l'ultima delle quali è incompleta. Il rimanente di questo Codice, è interamente bianco.

IMPRIMATUR

Fr. Hieron. Gigli Ord. Praed. S. P. A. Mag.

IMPRIMATUR

Fr. A. Ligi-Bussi Min. Conv. Archiep. Icon. Vicesg.